

TRAVAIL D'INITIATIVE PERSONNEL ENCADRÉ
CPGE MP2I-MPI

*Problème du collectionneur d'art et extension
au cadre de la surveillance d'une ville*

Corentin SALLIN

Problème

On se donne un polygône à n sommets, quel est le nombre minimum de points à partir desquels on peut voir tout point de l'intérieur du polygône.

Le cas du musée peut s'étendre à celui de la surveillance d'une ville en considérant des polygônes avec des trous, coupant la visibilité du garde.

Liste de choses à faire

- ↪ Se familiariser avec le vocabulaire utilisé dans les documents
- ↪ Etude de la décomposition de polygônes [3, 4, 10]
- ↪ Etude des différentes preuves du théorème de Chvátal [9]
- ↪ Etude des algorithmes déjà existants répondant au problème [1, 4, 7]
- ↪ Implémentation de ces algorithmes, tests avec étude statistique.
- ↪ Extension au modèle d'une ville, un polygône ayant des trous, vaguement abordé dans [1, 2]

Théorème 1. (de Chvátal) Soit S un polygône à n sommets, il existe un ensemble T d'au plus $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ points de S tel que pour tout point $p \in S$ il existe un point $q \in T$ tel que le segment pq est compris dans S .

Ce problème est équivalent à 3-SAT [2, 5]

Mon étude se porte surtout sur le cas du polygône avec des trous, plus proche du cadre de la ville. Il faut donc différencier le cas des gardes de mur et des gardes intérieurs comme cités dans [2]. Je chercherai ici à surveiller tout l'intérieur est non seulement les parois comme on pourrait le faire dans un musée.

Références

- [1] A. Aggrawal, *The art gallery theorem : It's variations, applications, and algorithmic speed*, thèse, Université Johns Hopkins, 1984
- [2] A. Laurentini, *Guarding the walls of an art gallery*, pp 265-278, 1999
- [3] A. Lubiw, "Decomposing polygonal regions into convex quadrilaterals" *Proc 1st ACM Symposium on Computational Geometry*, pp 97-106, 1985
- [4] G. T. Toussaint, D. Avis, "An efficient algorithm for decomposing a polygon into star-shaped polygon" *Pattern Recognition*, pp 395-398, 1981
- [5] Krohn, A. Erik, J. Bengt "Approximate guarding of monotone and rectilinear polygon" *Algorithmica*, pp 564-594, 2013
- [6] M. Aigner, G. M. Ziegler, *Proofs from THE BOOK* (4th ed), pp 231-234, Chapter 35, 2009

- [7] M. Couto, P. de Rezende, C. de Souza, *An exact algorithm for minimizing vertex guards on art galleries*, pp 425-448, 2011
- [8] P. Valtr, "Guarding galleries where no point sees a small area" *Israel Journal of Mathematics*, pp 1-16, 1998
- [9] S. Fisk, "A short proof of Chvátal's watchman theorem" *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, pp 324, 1978
- [10] V. Chvátal, "A combinatorial theorem in plane geometry" *Journal of Combinatorial geometry, Series B*, pp 39-41, 1975