Examen : Baccalauréat *Session* **: 2016**

Série : D - TI

Epreuve : Mathématiques

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE 1 : 4,5 points

Le tableau ci-dessous présente la taille x (en centimètres) et la pointure y (en centimètres) de dix élèves choisis au hasard dans une classe de Terminale D.

x	150	159	158	160	165	168	170	172	175	171
y	40	41	43	43	42	44	44	44.5	44.5	44

1. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points de cette série statistique. **1pt**
2. (a) En prenant la covariance de la série (x, y) égale à $9,6$; pour écart-types σ_x et σ_y respectivement égaux à $7,4$ et $1,4$; calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (x, y). **0,5pt**

   (b) Utiliser la méthode des moindres carrés pour donner une équation cartésienne de l'ajustement linéaire de y en x. **0,5pt**

   (c) En déduire au centimètre près la pointure d'un élève de cette classe dont la taille est de $163cm$ dans le cas où le comportement général est proche de l'échantillon choisi. **0,5pt**
3. (a) On choisit au hasard et simultanément six élèves parmi les dix élèves sélectionnés. Calculer la probabilité d'avoir exactement trois élèves dont la pointure est d'au moins de $44cm$. **1pt**

   (b) Calculer la probabilité de l'événement : « la taille est supérieure ou égale à $160cm$ sachant que la pointure est inférieure ou égale à $44cm$ », lorsqu'on choisit au hasard un élève parmi les dix. **1pt**

EXERCICE 2 : 4,5 points

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $4z^2 - 12z + 153 = 0$. **1pt**
2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{e_1}, \vec{e_2}\right)$, d'unité graphique $1cm$, on considère les points A, B, C, P d'affixes respectives : $z_A = \frac{3}{2} + 6i$, $z_B = \frac{3}{2} - 6i$, $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$, $z_P = 3 + 2i$ et le vecteur $\vec{w}$ d'affixe $\vec{w} = -1 + \frac{5}{2}i$.

   (a) Déterminer l'affixe z_Q du point Q image du point B par la translation de vecteur $\vec{w}$. **0,5pt**

   (b) Déterminer l'affixe z_R du point R, image du point P par l'homothétie h de centre C et de rapport $-\frac{1}{3}$. **0,5pt**

   (c) Déterminer l'affixe z_S du point S, image du point P par la rotation r de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. **0,5pt**

(d) Placer les points P, Q, R et S. **0,5pt**

3. **(a)** Démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un parallélogramme. **0,5pt**

   (b) Calculer $\dfrac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$. En déduire la nature précise du parallélogramme $PQRS$. **1pt**

   (c) Montrer que les points P, Q, R et S appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. **0,5pt**

PROBLEME : 11 points

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = (x-2)e^x + x$; (C_f) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

1. **(a)** Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle :
   $y'' - 2y' + y = 0$. **0,75pt**

   (b) Justifier que f est une solution de l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = x - 2$. **0,75pt**

2. Soit g la fonction numérique définie par : $g(x) = (x-1)e^x + 1$.

   (a) Étudier le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$. **1pt**

   (b) En déduire que g est positive sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

3. **(a)** Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**

   (b) Montrer que la droite $(\Delta): y = x$ est une asymptote à (C_f) en $-\infty$. Étudier la branche infinie à (C_f) en $+\infty$. Étudier en fonction de x la position de (C_f) et de (Δ). **1,25pt**

4. **(a)** Soit f' la dérivée de f ; vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x) = g(x)$; En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$. **1pt**

   (b) Justifier que la fonction f établit une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle à préciser. **0,75pt**

   (c) Dresser les tableaux de variation de f et de f^{-1} bijection réciproque de f. **1pt**

5. **(a)** Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0. **0,5pt**

   (b) Construire (C_f) et $(C_{f^{-1}})$ dans un même repère orthonormé *(unités graphiques : cm)* **2pts**

6. $\mathscr{D}$ est le domaine du plan limité par la courbe (C_f), la droite d'équation $y = x$ et les droites respectives $x = 0$; $x = 2$. En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire $\mathscr{A}$ du domaine $\mathscr{D}$. **1pt**