Fizica Generala

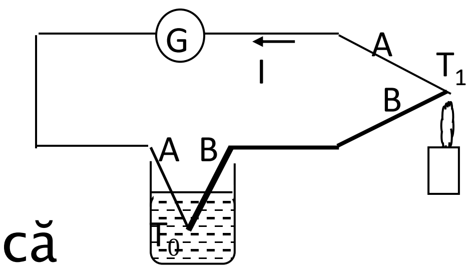
Curs 9

Fenomene termoelectrice

- Sub această denumire sunt cunoscute câteva efecte care exprimă legătura între procesele de transfer de sarcină electrică (curent electric) şi de energie termică (curent caloric).
- Ambele procese se realizează prin deplasarea purtătorilor de sarcină majoritari (electroni în metale respectiv electroni şi goluri în semiconductoare).

Efectul Seebeck

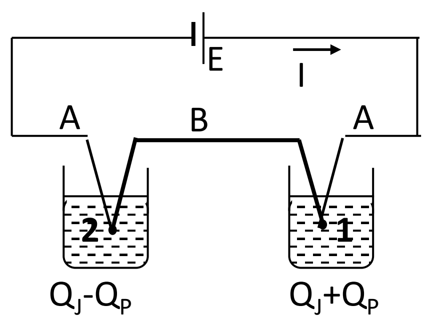
- constă în apariţia unei t.e.m. într-un circuit închis format din două conductoare diferite, legate în serie, atunci când, sudurile acestora se află la temperaturi diferite T_0 şi T_1.
- Mărimea tensiunii termoelectromotoare se exprimă prin: $$E_S = \int_{T_0}^{T_1} S_{AB} dT$$



- unde $S_{AB} = S_A - S_B$ este forţa termoelectrică specifică diferenţială pentru un anumit cuplu de metale A şi B.
- Sensul curentului – in sudura caldă (T_1) curentul circulă dinspre metalul cu S mai mic spre metalul cu S mai mare.
- Efectul Seebeck stă la baza măsurării temperaturii cu termocuplul.

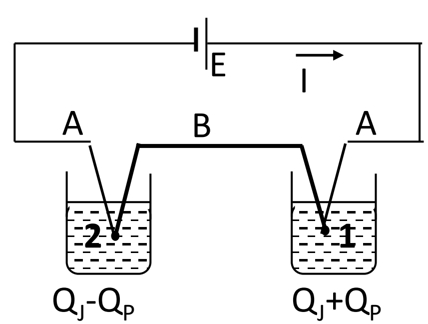
Efectul Peltier

- constă în degajarea (absorbţia) unei cantităţi de căldură excedentară faţă de căldura Joule ce are loc într-o sudură a două conductoare diferite când trece un curent electric prin sudura respectivă.
- Mărimea căldurii Peltier depinde de intensitatea curentului şi de timpul de trecere al acestuia prin circuit: $$Q_p = \pi_{AB} I\, t$$
- unde $\pi_{AB} = T(S_A - S_B)$ este coeficientul Peltier



Efectul Peltier

- O explicaţie calitativă este legată de energia cinetică a electronilor (goluri);
- dacă energia electronilor din conductorul A este mai mare decât a celor din conductorul B, partea din energia nepreluată de B este cedată reţelei cristaline, care o cedează apei din vasul 1.
- La trecerea curentului dinspre B spre A, electronii din B neavând suficientă energie o absorb de la reţeaua cristalină, ceea ce determină răcirea apei din vasul 2.
- Efectul Peltier este utilizat în realizarea aparatelor frigorifice.



Efectul Thomson

- constă în degajarea (absorbţia) unei cantităţi de căldură suplimentare faţă de căldura Joule, la trecerea curentului continuu printr-un conductor omogen încălzit neuniform.
- Căldura Thomson este exprimată prin:

$$Q_T = \mu I \cdot \Delta T \cdot t$$

- unde μ este coeficientul Thomson, pozitiv pentru metale şi semiconductoare de tip *n*, respectiv negativ pentru semiconductori de tip *p*.
- Explicarea fenomenelor termoelectrice este de natură cuantică.

Magnetostatica

Magnetostatica

- Studiaza campul magnetic ce apare la trecerea curentului electric continuu prin conductoare, legile carora se supune acesta, cauzele aparitiei sale precum si influenta campului asupra substantei.

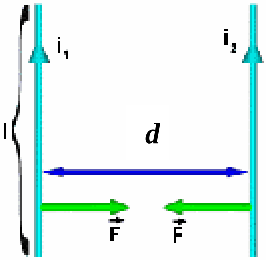
- **Campul magnetic**
- Campul magnetic reprezinta un caz particular de manifestare a campului electromagnetic
- Se datoreaza sarcinilor electrice in miscare

Magnetostatica

- Doua conductoare paralele parcurse de curentii I_1 si I_2 aflate la o distanta d unul de altul sunt supuse unei forte de:
  - Atractie - daca sensul curentului este acelasi
  - Respingere - daca sensul curentului este contrar

  - Marimea fortei depinde de intensitatea curentilor si de distanta dintre conductoare:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$$



  - $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7}$ *H/m* – permeabilitatea absoluta a vidului

  - *Amperul* – reprezinta intensitatea unui curent electric constant care se stabileste prin doua conductoare rectilinii, paralele, foarte lungi, asezate in vid la distanta de un metru unul de altul, intre care se exercita o forta de $2*10^{-7}$N pe fiecare metru de lungime

Magnetostatica

- **Forta Lorentz:** $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$
- => forta este perpendiculara si pe directia de miscare a sarcinilor si pe directia campului magnetic

$$B = \frac{\mu I}{2\pi d} \qquad [B]_{SI} = T \text{ (Tesla)}$$

B – reprezintă forţa cu care câmpul acţionează asupra sarcinii electrice *q* ce se deplasează în câmp cu viteza *v*

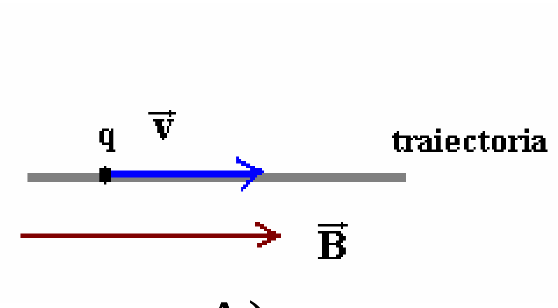
- cu B inductia campului magnetic
- Tesla= sarcina de 1C ce se misca perpendicular pe directia cp. magnetic cu o viteza de 1m/s si suporta o forta de 1N
- Tesla este o marime mare, uzual se foloseste unitatea gauss (G):
  - $1G=10^{-4}T$
- **Forta Lorentz pentru campul electromagnetic:**

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

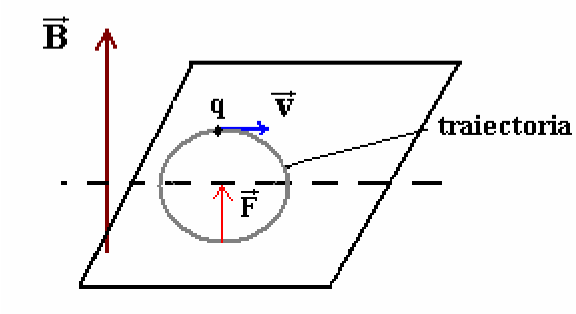
Miscarea incarcate elec. in cp. mag.

- **Modulul forţei Lorentz este:** $F = qvB\sin\alpha$
- unde α este unghiul dintre direcţiile vectorilor $\vec{B}$ şi $\vec{v}$.

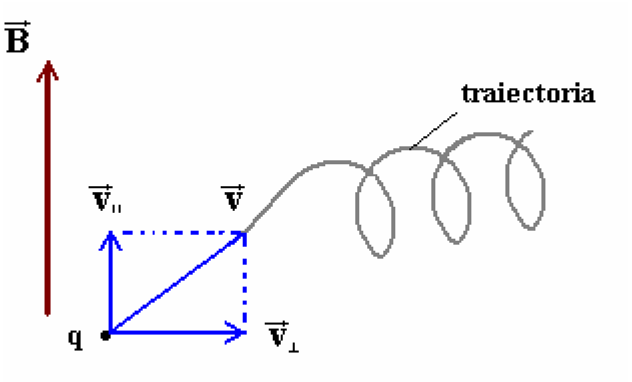
- traiectorii ale particulei electrizate
- A) $\vec{v}\uparrow\uparrow\vec{B}$ => $\alpha=0$ => $F=0$
- B) $\vec{v}\perp\vec{B}$ => $\alpha=90$ => $F=qvB$



A)

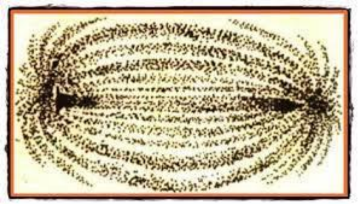


B)

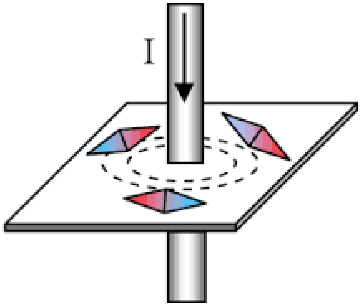


direcţie oarecare

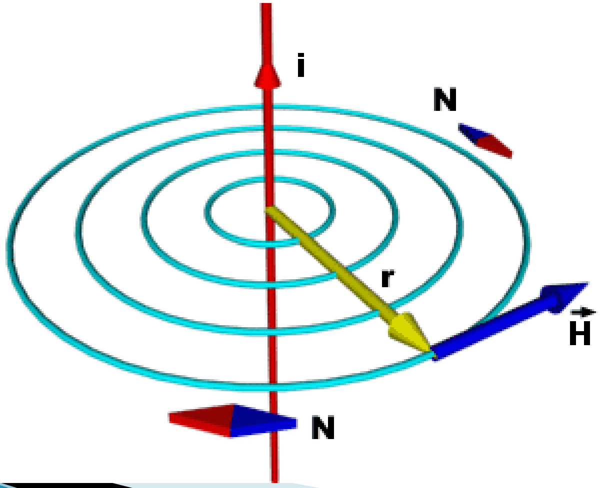
Linii de camp magnetic

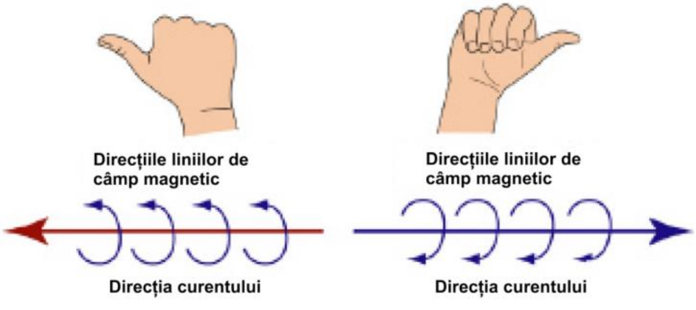


- Cp. magnetic poate fi descris prin linii de camp
- Punerea in evidenta (calitativa):
  - Pilitura de fier
  - Mici ace magnetice
  - Mici bucle de curent



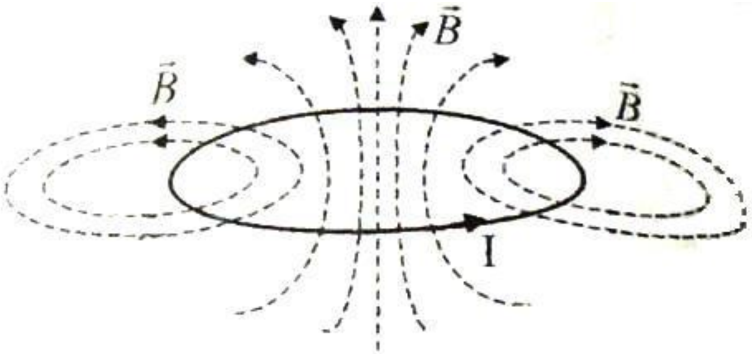
- **Conductor liniar parcurs de curent continuu**
- regula mainii drepte (regula tirbusonului)



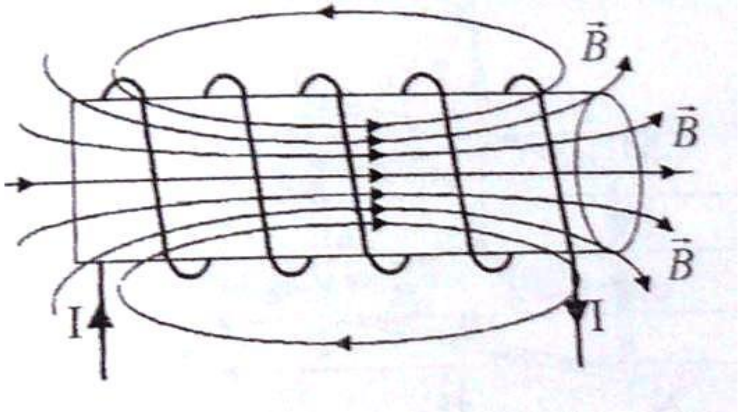


Linii de camp magnetic

- **Cazul unei spire circulare**



- **Cazul unui solenoid**



- => liniile de camp magnetic sunt linii inchise
- => nu exista sarcini magnetice libere sau poli magnetici liberi

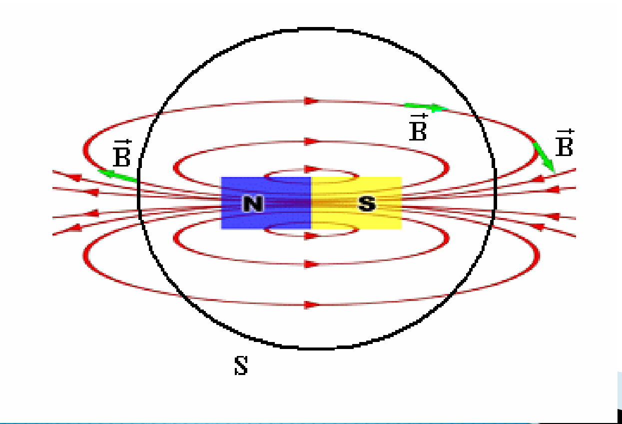
Linii de camp magnetic

- Definim fluxul magnetic printr-o suprafata dS ce margineste un volum dV cu ajutorul relatiei:

$$\Phi_m = \iint_S \vec{B} d\vec{S}, \qquad [\Phi_m]_{SI} = Wb$$

- Deoarece numarul liniilor care intra este egal cu numarul liniilor care ies printr-o suprafata inchisa:

$$\oiint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \Rightarrow \iiint_V div\vec{B}\, dV = 0 \Rightarrow$$



$\boxed{div\vec{B} = 0}$ Legea lui Gauss pentru magnetostatica

$\boxed{div\vec{E} = \rho / \varepsilon_0}$ Legea lui Gauss pentru electrostatica

Legea circuitului magnetic

- Problema evaluarii inducţiei magnetice $\vec{B}$ când este cunoscută distribuţia de sarcini mobile, descrisa fie prin intensitatea curentului I, fie prin densitatea de curent $\vec{j}$.
- **Legea lui Ampère în vid**
- Între câmpul electrostatic şi cel magnetostatic au fost găsite până în prezent câteva analogii:
  - a) descrierea ambelor prin linii de câmp;
  - b) existenţa unui dipol electric $\vec{p}$ şi a unuia magnetic $\vec{m}$;
  - c) descrierea caracterului liniilor de câmp (deschise/închise) prin ecuaţii diferenţiale

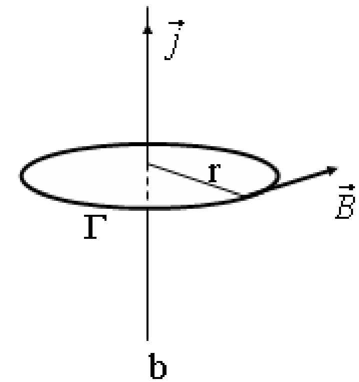
$$div\,\vec{E} = \rho/\varepsilon_0 \qquad div\,\vec{B} = 0$$

- ne propunem calcularea circulaţiei vectorului inducţie magnetică, de-a lungul unui contur închis:

$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l}$$

,

Problema fundamentala a magnetostaticii



- Să considerăm un conductor parcurs de curent situat în interiorul unui contur circular.
- Se poate scrie:

$$\oint_{cerc} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \int_0^{2\pi} r \, d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot r \cdot 2\pi = \mu_0 I$$

- ceea ce arată că pentru un contur închis conţinând un curent I, circulaţia este nenulă şi nu depinde de forma conturului.
- Daca conturul nu inconjoara curentul atunci circulatia este nula
- Mai mult, dacă un contur închis este străbătut de mai multe conductoare parcurse de curenţi diferiţi I_1, I_2, …I_i se poate scrie:

$$\boxed{\oint_{oarecare} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i}$$ *legea lui Ampère*

- Dacă toate conductoarele ce străpung conturul sunt parcurse de acelaşi curent (de exemplu în cazul unui solenoid) atunci $\sum I_i = nI = \Theta$ poartă denumirea de tensiune magnetomotoare (solenaţie) prin analogie cu t.e.m.

Problema fundamentala a magnetostaticii

- Intensitatea curentului din legea lui Ampere poate fi înlocuită prin densitatea de curent *j*

$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} \quad => \quad \iint_S rot\,\vec{B}\cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

$$\boxed{rot\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$$

- *forma diferenţială* a legii lui Ampère: legea care exprimă legătura între câmpul magnetic şi sarcinile electrice aflate în mişcare, ce i-au dat naştere.

Problema fundamentala a magnetostaticii

- legea lui Ampère poate fi exprimată prin:

$$\int_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} I_i \qquad rot\,\vec{H} = \vec{j}$$

- Cu $\vec{H}$ intensitatea campului magnetic

,

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Legea Biot – Savart şi aplicaţii

- Dacă un curent electric străbate un conductor de o formă oarecare, câmpul magentic creat este suma vectorială a tuturor câmpurilor magnetice create de fiecare porţiune elementară a conductorului.
- Intensitatea infinitezimală a câmpului magnetic creat de un element de lunigime $d\vec{l}$ la distanţa r de el, este:

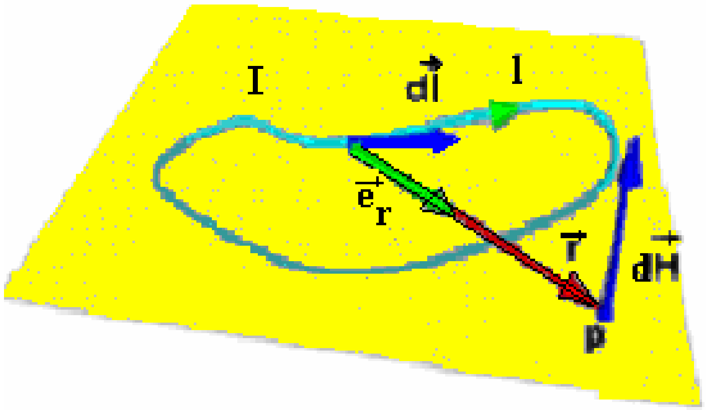
$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2} \qquad \vec{H} = \frac{I}{4\pi}\int_\Gamma \frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

legea Biot –Savart

e_r - este versorul ce descrie directia vectorului de pozitie

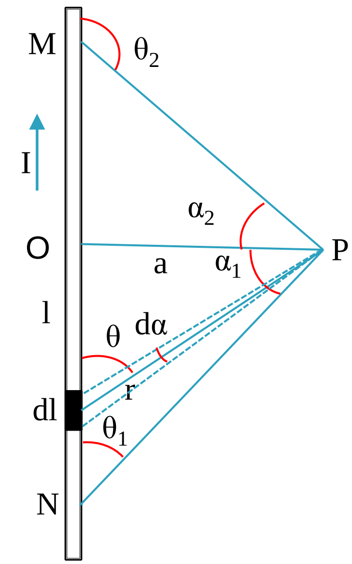
- Pentru cazul inductiei magnetice=>

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_\Gamma \frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$



Câmpul magnetic al curentului liniar

- Cu ajutorul legii Biot - Savart se poate obţine inducţia creată de un conductor finit:



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$$

sau

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)\vec{\upsilon}$$

unde $\vec{\upsilon}$ este versorul pe direcţia inducţiei $\vec{B}$

$$\tan\theta = \frac{a}{l} \Rightarrow l = \frac{a}{\tan\theta}$$

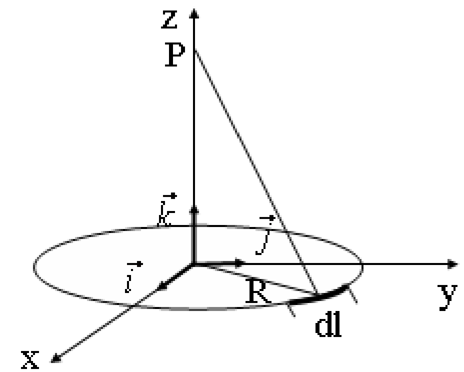
$$dl = -\frac{a}{\sin^2\theta}d\theta \quad si \quad r = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{dl\sin\theta}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{a}{\sin^2\theta}\frac{\sin^2\theta}{a^2}\sin\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\, d\theta$$

- Pentru fir infinit de lung => $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

Câmpul magnetic al curentului circular (spiră rotundă)

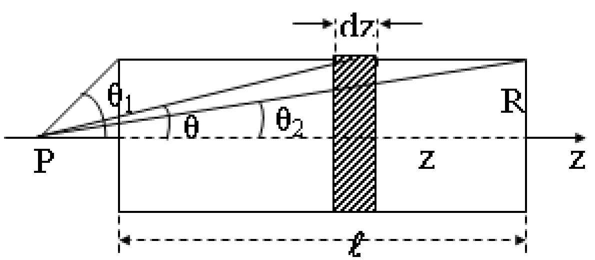


- Inducţia magnetica într-un punct P aflat pe axa unei spire de rază R la distanţa z de planul acesteia este;

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} \vec{k}$$

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{2R} \vec{k} \quad z=0$$

- Pentru un solenoid format din *N* de spire. Văzut în secţiune, un solenoid de lungime finită poate fi imaginat ca fiind determinat de unghiurile θ_1 şi θ_2 sub care se văd extremităţile sale.
- => $\vec{B} = \frac{\mu_0 n I}{2}\left(\cos\theta_2 - \cos\theta_1\right)\vec{k}$ cu $n=N/l$



- Pentru un solenoid infinit de lung:

$$\vec{B} = \mu_0 n I \vec{k} = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \vec{k}$$

Mişcarea particulelor încărcate electric în câmpuri electrice şi magnetice

Mişcarea particulelor încărcate electric în câmpuri electrice şi magnetice

- O particulă încărcată electric cu sarcina q şi aflată în mişcare cu viteza v într-o regiune unde se află câmpuri este supusă forţei Lorentz:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Deoarece v<<c => $$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Mişcarea în câmp electric omogen

- Din electrostatică câmpul electric poate fi descris prin $\vec{E} = -grad\,\varphi$

  unde gradientul potenţialului se calculează pe direcţia de mişcare a particulei. Ecuaţia de mişcare devine:

$$\vec{v} \quad \Bigg| \quad m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = -q\frac{\partial \varphi}{\partial r} \quad \Bigg| \quad \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$m_0 \vec{v}\frac{d\vec{v}}{dt} = -q\frac{\partial \varphi}{\partial r}\frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v^2}{2} + q\varphi\right) = 0$$

$$q\varphi_1 = \frac{m_0 v^2}{2} + q\varphi_2 \quad \text{dar} \quad \varphi_1 - \varphi_2 = U$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qU}{m_0}}$$

Mişcarea în câmp electric omogen

- => un proces de accelerare în care particula câştigă energie de la câmpul electric.
  De exemplu un electron ce parcurge o diferenţă de potenţial U=1V, va atinge o viteză de $\approx 6 \cdot 10^5 m/s$.
- Fenomenul analizat constituie o mişcare în câmp longitudinal, în care vectorul viteză al particulei este paralel cu liniile de câmp electric (tun electronic).

Mişcarea în câmp electric omogen

- Dacă viteza particulei este normală la liniile de câmp electric, traiectoria va fi o ramură de parabolă în spaţiul cât se întinde câmpul, iar la ieşirea din câmp va fi urmată direcţia tangentei la parabolă. În raport cu direcţia de mişcare, particula va suferi o deviaţie:

$$y = \frac{q}{m_0} E \frac{\ell}{v_0^2}\left(\frac{\ell}{2} + L\right)$$

- unde:
  - l – este lungimea spaţiului în care acţionează câmpul electric,
  - L – distanţa de la ieşirea din câmpul electric până la un ecran de observaţie pe care se măsoară deviaţia,
  - v_0 – este viteza cu care particula intră în câmp

Mişcarea în câmp magnetic

- In cazul cp. magnetic forta Lorentz devine:

$$\vec{v} \quad \Big| \quad m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \Big| \quad \vec{v}$$

$$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \vec{v}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v^2}{2}\right) = 0 \qquad => \quad |\vec{v}| = const.$$

- Viteza particulei nu se modifică în modul; în schimb orientarea vitezei este modificată permanent, mişcarea având loc pe o curbă. Dacă viteza de intrare v_0 face un unghi α cu B, viteza se descompune în două componente: $\vec{v}_\perp = \vec{v}_0 \sin\alpha$ şi $\vec{v}_p = \vec{v}_0 \cos\alpha$ din care, prima determină forţa Lorentz sub acţiunea căreia traiectoria se curbează

Mişcarea în câmp magnetic

- Pentru componenta perpendiculară se poate scrie ($v_{\perp}=const$):

$$\frac{m_0 v_{\perp}^2}{R} = q v_{\perp} B$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m_0}{qB} \qquad \omega = \frac{v_{\perp}}{R} = \frac{qB}{m_0}$$

- Ambele mărimi sunt independente de viteza particulei; ele depind de sarcina specifică q/m_0 şi de inducţia magnetică B.
- Mişcarea particulei este complexă, fiind compusă dintr-o înaintare în sensul liniilor de câmp cu viteza $\vec{v}_p = \vec{v}_0 \cos\alpha$ şi o mişcare circulară cu viteza $v_{\perp}$, ceea ce determină o elice cu axa paralelă cu B şi cu pasul:

$$p = v_p T = \frac{2\pi m_0 v_0 \cos\alpha}{qB}$$

Mişcarea în câmp magnetic

- Deviaţia particulei electrizate în raport cu direcţia iniţială de mişcare este exprimată prin:

$$x = \frac{q}{m_0} B \frac{\ell}{v_0} \left(\frac{\ell}{2} + L \right)$$

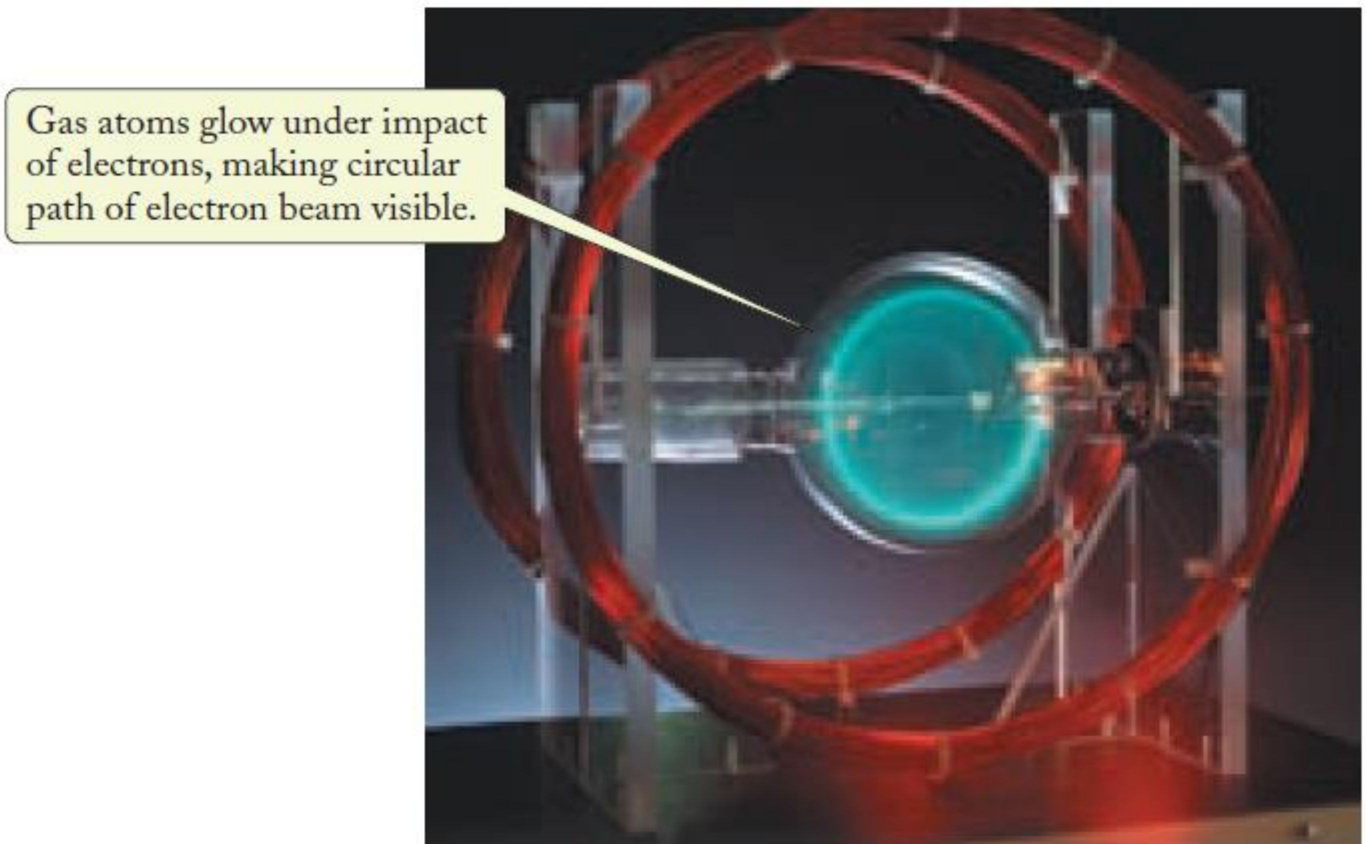
- Deviaţia în câmpuri electrice şi magnetice a particulelor încărcate electric stă la baza unui număr mare de determinări specifice fizicii şi tehnicii.

14:00

https://www.youtube.com/watch?v=sDnG1JhZ2N4&nohtml5=False

Mişcarea în câmp magnetic

- Miscarea e⁻ circulara intr-un tub catodic in camp magnetic. Tubul contine un gaz la presiune scazuta

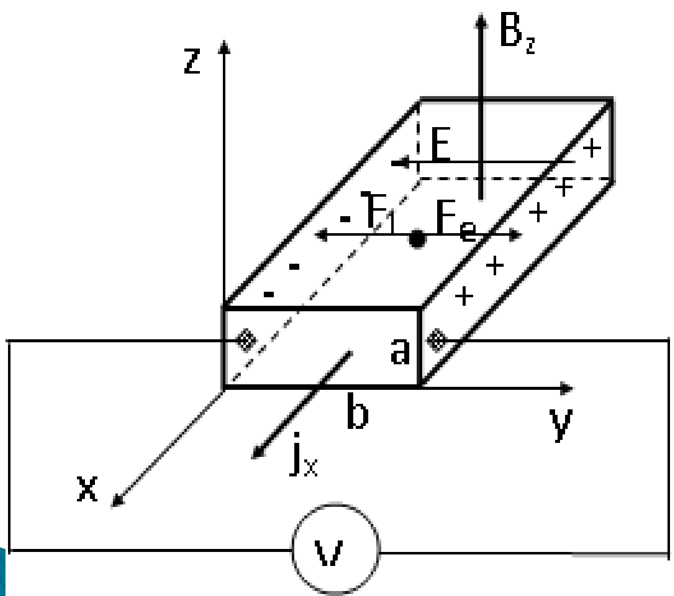


Aplicaţii ale deviaţiei particulelor în câmpuri

- Aplicaţii în domeniul fizicii
  - Determinarea sarcinii elementare
  - Determinarea sarcinii specifice a electronului
  - Spectrometrie de masă
  - Efectul Hall
- Aplicaţii în domeniul tehnic
  - Lentile electrice / electrostatice
  - Lentile magnetice
  - Oscilograful catodic

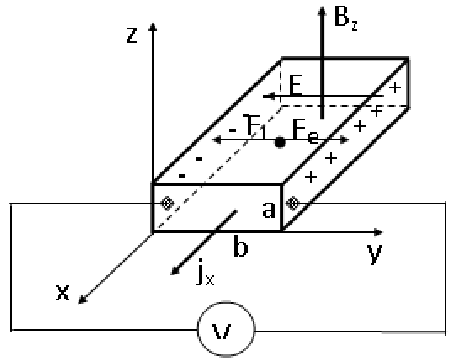
Efectul Hall

- Efectul Hall constă în apariţia unei t.e.m. pe feţele unui cristal, atunci când după o direcţie perpendiculară circulă purtători de sarcină (cu densitatea de curent j_x) iar pe a treia direcţie se aplică un câmp magnetic de inducţie B_z.



- care deplasează purtătorii de sarcină (electronii) în sensul negativ al axei y.
- Faţa stângă a cristalului se încarcă cu sarcini negative, iar faţa din dreapta cu sarcini pozitive.
- Câmpul electric ce ia naştere între cele două feţe va determina devierea electronilor spre dreapta

Efectul Hall

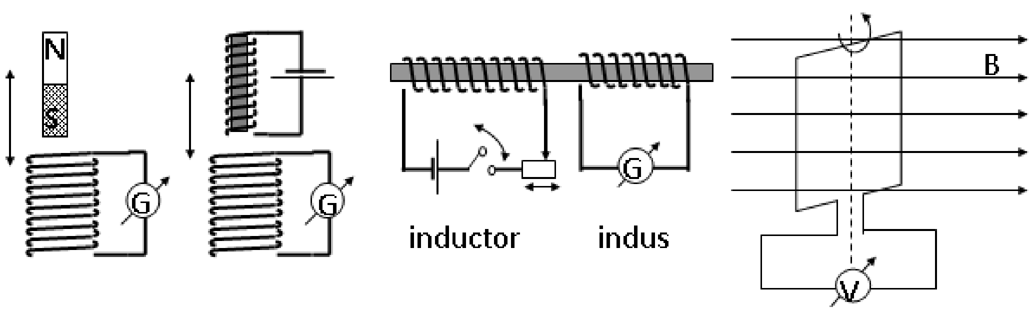


- Daca $\left|\vec{F}_L\right| = \left|\vec{F}_e\right| \quad =>$
- curentul continuă să circule pe direcţia x cu o densitate j_x constantă. Între feţele laterale se manifestă o tensiune: $U_H = E_y \cdot b = B_z v_x \cdot b$
- Din $j_x = e v_x n \quad => U_H = B_z \cdot b \dfrac{j_x}{ne} = B_z b \dfrac{j_x a}{nea}$
- Inlocuind $j_x ab = I_x$ $R_H = \dfrac{1}{ne} = \text{constanta Hall} \quad =>$ $\boxed{U_H = R_H \dfrac{I_x \cdot B_z}{a}}$
- Tensiunea Hall depinde de inducţia magnetică şi acest fapt permite construirea *sondelor Hall* pentru măsurarea inducţiei .
- Întrucât tensiunea Hall poate întreţine într-un circuit exterior un curent electric, asemenea plăcuţe – conductoare sau semiconductoare – constituie nişte *generatoare Hall.*

Regimul Variabil

Fenomenul inducţiei electromagnetice

- Eperimente:
  - a) Mişcarea unui magnet permanent liniar (sau a unei bobine alimentate la o sursă de tensiune continuă) într-o bobină
  - b) La închiderea / deschiderea circuitului primar, duce la apariţia unui curent indus în circuitul secundar.
  - c) O spiră ce se roteşte într-un câmp magnetic uniform şi constant, este parcursă de un curent indus. (fig. c)



a b c

https://www.youtube.com/watch?v=nGQbA2jwkWI&nohtml5=False

11:38

https://www.youtube.com/playlist?list=PLUdYlQf0_sSsfcNOPSNPQKHDhSjTJATPu

Fenomenul inducţiei electromagnetice

- Aceste concluzii sunt rezumate în legea inducţiei electromagnetice a lui Faraday – Lenz exprimată în formă simplă prin expresia:

$$\boxed{e = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

- unde semnul " – " se referă doar la sensul curentului indus (regula lui Lenz).

Fenomenul inducţiei electromagnetice

- De obicei circuitul inductor este un solenoid. Ca urmare se poate detalia expresia legii Faraday-Lenz care devine:

$$e = -N\left(\frac{d\vec{B}}{dt}\vec{S}_n + \frac{d\vec{S}_n}{dt}\vec{B}\right)$$

- unde $S_n = S\cos\alpha$ reprezintă suprafaţa normală la liniile de câmp. În funcţie de mărimea modificată se deosebesc aplicaţiile concrete:
  - Dacă S_n= *constant*, $dB/dt \neq 0$, rezultă principiul transformatorului;
  - dacă B = *constant*, $dS_n/dt \neq 0$, rezultă principiul generatoarelor de curent continuu sau alternativ.

Enunţul general al legii Faraday – Lenz

- Din definiţia tensiunii pe un contur închis este egală cu circulaţia vectorului câmp electric, se poate scrie:

$$e = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{si} \quad e = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\iint_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}$$

- Dar $\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S rot\vec{E} \cdot d\vec{S}$ teorema lui Stokes

- => $\iint_S rot\vec{E} \cdot d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \Rightarrow \boxed{rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$ forma diferenţială (locală) a legii lui Faraday

$$\boxed{\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}}$$ forma integrala

- un câmp magnetic variabil în timp *B(t)* produce în spaţiul înconjurător un câmp electric. Câmpul electric indus este un câmp turbionar (cu linii de câmp închise). Intensitatea sa este cu atât mai mare cu cât viteza de variaţie a lui *B* este mai mare - aşa cum a rezultat din experimente.

Autoinducţia

- fenomen datorat modificării de flux datorită variaţiei curentului din însuşi circuitul inductor.
- pentru un solenoid de lungime l mare şi având n = N/l spire pe unitate de lungime, inducţia în punctele de pe axa solenoidului este dată de $B=\mu_0 nI$, ceea ce determină un flux total prin solenoid egal cu:

$$\Phi_m = \mu_0 nI \cdot \pi r^2 \cdot nl$$

$$e = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\mu_0 n^2 \cdot \pi r^2 \cdot l \cdot \frac{dI}{dt}$$

- Notam: $L = \mu_0 n^2 l \cdot \pi r^2 = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$ inductanţa bobinei
- => $e = -L\frac{dI}{dt}$
- sau $L = \frac{d\Phi}{dI}$ $[L]_{SI} = H$

H - Henry

În cazul legării mai multor inductoare acestea se comportă ca şi rezistenţele:

Serie $L_s = \sum_{i=1}^{n} L_i$ paralel $L_p = \left(\sum_i \frac{1}{L_i}\right)^{-1}$

Energia magnetică

- La trecerea curentului printr-un solenoid în acesta se înmagazinează o energie: $$W=\int_0^T |e| I dt=\int_0^T \frac{d\Phi}{dt} I dt=\int_0^T LI \frac{dI}{dt} dt=\frac{LI_{\max}^2}{2}$$
- Prin inlocuirea lui L =>

$$W=\frac{1}{2}\cdot\frac{\mu_0 N^2 S}{l}\cdot I_{max}^2=\frac{1}{2}\frac{\mu_0 N I_{max}}{l}\cdot\frac{N I_{max}}{l}\cdot S\,l=\frac{1}{2}BH\cdot V$$

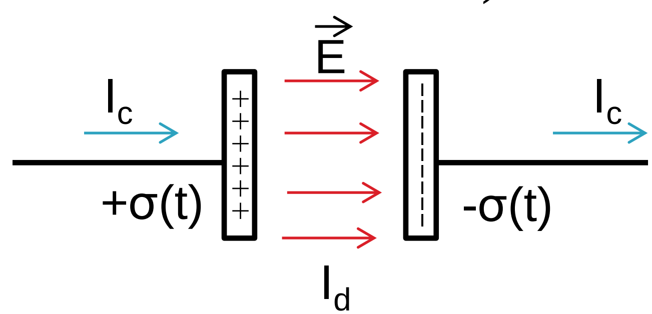
- Se defineşte densitatea volumică de energie $w= W/V$

$$w=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$$

- *Expresia densităţii de energie este analoagă expresiei echivalente din electrostatică: semiprodusul intensităţii câmpului cu inducţia câmpului respectiv.*

Curentul de deplasare

- Cum trece curentul prin condensator?
  - (Intre placi este vid sau dielectric)
- Condensatorul se incarca => intre placi apare un cp. electric
  => exista o legatura intre intensitatea curentului in cond. si cp. elec.
- I_c din circuit= I_d din condensator (I intr-un circuit neramificat)



- $I = \dfrac{dQ}{dt}$, $\sigma = \dfrac{Q}{S} \Rightarrow Q(t) = \sigma(t) S$
- Cp. elec. in cond. cu vid este:

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} \Rightarrow Q(t) = \varepsilon_0 E(t) S$$

- => $I = \dfrac{dQ}{dt} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial E_0}{\partial t} S$, I depinde de viteza de variatie a cp. elec. dintre placi – s.n. curent de deplasare, I_d;
- $I_d = \int dI_d = \int_S \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}_0}{\partial t} d\vec{S} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{E}_0 d\vec{S}$ => $\vec{j}_d = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}_0}{\partial t}$ densitatea curentului de deplasare in vid

Curentul de deplasare

- Considerand curentul de deplasare, legea lui Ampère devine:

$$\vec{j}_t = \vec{j}_{liber} + \vec{j}_d$$

$$\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{j}_t \cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint_S \left(\vec{j}_{liber} + \vec{j}_d\right) \cdot d\vec{S}$$

$$\boxed{\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{j}_{liber} \cdot d\vec{S} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

legea lui Ampère-Maxwell
(forma integrala)

- Prin trecerea integralei de pe contur pe suprafata se obine forma diferentiala:

$$\boxed{rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}_{liber} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

Ecuatiile Maxwell

	$\vec{B}(t) \Rightarrow \vec{E}$	$\vec{E}(t) \Rightarrow \vec{B}$	Legea
Ec.Maxwell	$rot\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$rot\,\overline{B} = \mu_0 \vec{j}_{liber} + \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	inducţiei
Sursele câmpului	$div\,\vec{B} = 0$	$div\,\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$	fluxului
Influenţa materialului	$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J}$	$\vec{D} = \varepsilon_0 \left(\vec{E}_0 + \vec{E}_p\right) + \vec{P}$	
Relaţii de material	$\vec{J} = \chi_m \mu_0 \vec{H}$	$\vec{j} = \sigma \vec{E}$; $\vec{P} = \chi_0 \varepsilon_0 \vec{E}$	
Forţa	$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}\right)$		

Propagarea câmpului electromagnetic în spaţiu

- Fie un mediu omogen, izotrop, liniar ($\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$, $\vec{B}=\mu_0\vec{H}$, $\vec{j}=\sigma\vec{E}$) fără sarcini $(\rho=0, \vec{j}=0)$ şi nedisipativ $(\sigma=0)$.
- Aplicam operatorul rotor pentru ecuatia:
- => $$rot\,\vec{E}=-\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

$$rot\left(rot\,\vec{E}\right)=-\mu_0 rot\left(\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right)$$

- ţinem cont de identitatea matematică

$$rot\left(rot\,\vec{E}\right)=grad\left(div\,\vec{E}\right)-\nabla^2\vec{E}=-\Delta\vec{E} \qquad div\,\vec{E}=0$$

$$-\Delta\vec{E}=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\left(rot\,\vec{H}\right)$$

Inlocuind *rot H* in baza celei de a doua ecuaţii Maxwell

$$\boxed{\Delta\vec{E}-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0} \quad (8)$$

ecuaţia diferenţială a undelor - Componenta electrică E a câmpului electromagnetic se propagă în spaţiu sub forma unei unde

Se introduce notatia pentru viteza undelor: $\mathrm{v}=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ $\qquad \mathrm{v}=3\cdot10^8\,m/s\equiv c$

Propagarea câmpului electromagnetic în spaţiu

- O ecuaţie similară poate fi stabilită pentru componenta magnetică

$$\boxed{\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 B}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 B}{\partial z^2}-\frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}=0} \quad (9)$$

- Pe baza teoriei undelor elastice se pot scrie soluţiile ecuaţiilor (8) si (9):

$$\vec{E}(x,y,z,t)=\vec{E}_0 e^{i(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r})}$$

$$\vec{B}(x,y,z,t)=\vec{B}_0 e^{i(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r})}$$

- unde $\vec{k}=\frac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$ este vectorul de undă iar *r* direcţia după care se propagă componentele în spaţiu. Lungimea de undă este legată de frecvenţa undei prin $\lambda=\mathrm{v}/\upsilon=\mathrm{c}/\upsilon$

Propagarea câmpului electromagnetic în spaţiu

- Pentru mediile care conţin sarcini $\left(\rho \neq 0\,;\, j \neq 0; \sigma \neq 0\right)$ ecuaţiile de propagare au o formă mai complexă; de pildă, pentru componenta electrică:

$$\Delta\vec{E} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \left(\nabla\frac{\rho}{\varepsilon} + \mu\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right) = 0$$

- unde $n = \frac{c}{\mathrm{v}} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ este indicele de refracţie al mediului iar paranteza este o funcţie de coordonate şi timp.

Propagarea câmpului electromagnetic în spaţiu

- unda electromagnetică este *<u>o undă transversală</u>*, cele două componente sunt perpendiculare între ele şi perpendiculare ambele pe direcţia de propagare
- **A.** din $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$, $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$ $=>$ $\nabla \vec{E} = i\vec{k}\vec{E}$, $\nabla \vec{B} = i\vec{k}\vec{B}$
- Considerand ca$=>$ $div\,\vec{E} = 0$, $div\,\vec{B} = 0$ $=>$ $\vec{k}\vec{E} = 0$, $\vec{k}\vec{B} = 0$ $\quad \boxed{\vec{E} \perp \vec{k}, \ \vec{B} \perp \vec{k}}$
- **B.** $\vec{E} \perp \vec{B}$
- Aplicam lui E si B rot$=>$ $\nabla \times \vec{E} = i\vec{k} \times \vec{E}$, $\nabla \times \vec{B} = i\vec{k} \times \vec{B}$
- Din ec Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = i\omega \vec{B}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -i\omega \mu_0 \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$$

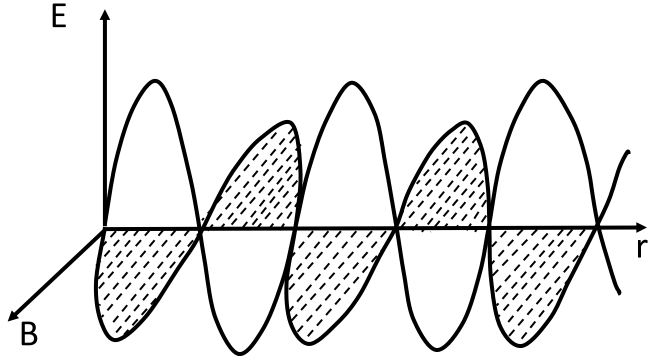
$$\vec{k} \times \vec{B} = \omega \mu_0 \varepsilon_0 \vec{E}$$

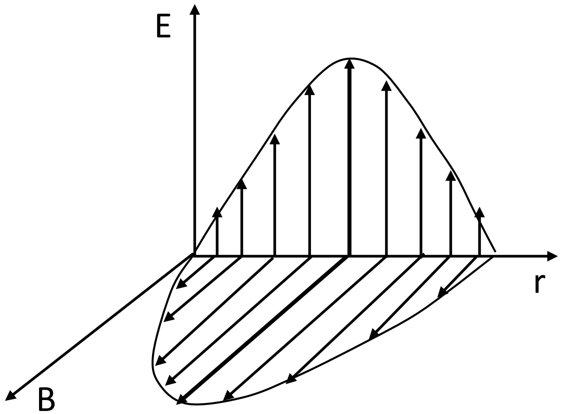
$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{E} \perp \vec{B}}$$

Propagarea câmpului electromagnetic în spaţiu

- Unde transversale





Energia undelor electromagnetice

- densităţile de energie ale câmpurilor statice, electric şi magnetic, determină o energie totală:

$$W = \frac{1}{2}\int_V (\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{B}\cdot\vec{H})\,dV \qquad (*)$$

- Consideram un volum care posedă o energie exprimată de (*). Este de aşteptat ca la propagarea câmpului din aproape în aproape sub formă de undă această energie să părăsească volumul în care se găseşte iniţial. Aceasta reprezintă o scădere a energiei în timp:

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\int_V \left(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{B}\cdot\vec{H}\right)dV$$

Energia undelor electromagnetice

- In cazul unui mediu omogen şi izotrop ($\vec{D}=\varepsilon\vec{E};\quad \vec{B}=\mu\vec{H}$) pentru care: $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=rot\,\vec{H}-\vec{j}_{liber}$ $\qquad \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=-rot\,\vec{E}$

$$-\frac{\partial W}{\partial t}=-\int_V\left[\left(rot\,\vec{H}-\vec{j}_{liber}\right)\vec{E}-rot\,\vec{E}\cdot\vec{H}\right]dV$$

- =>Din identitatea matematica: $div\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)=\vec{H}\,rot\,\vec{E}-\vec{E}\,rot\,\vec{H}$
- =>

$$-\frac{\partial W}{\partial t}=\int_V\vec{j}_{liber}\,\vec{E}\,dV+\int_V div\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)dV$$

- Considerand legea lui Ohm locala => $\vec{j}_{liber}=\sigma\vec{E}$

$$-\frac{\partial W}{\partial t}=\int\sigma E^2dV+\int_S\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)dS$$

- unde S este suprafaţa ce încojoară volumul V în care se găsea energia W.

Energia undelor electromagnetice

$$-\frac{\partial W}{\partial t}=\int \sigma E^2 dV+\int_S\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)dS \quad (\#)$$

$$\vec{\pi}=\vec{E}\times\vec{H}$$

vectorul **Poynting**

- Primul termen din membrul drept (în care σ este conductivitatea) exprimă energia degajată sub formă de căldură, datorită lucrului efectuat de câmpul E asupra sarcinilor (mobile).
- Cel de-al doilea termen exprimă cantitatea de energie care părăseşte suprafaţa S în unitatea de timp sub forma unui flux de energie.
- Relaţia (#) exprimă o lege de conservare a energiei în fenomenele electromagnetice: *energia câmpului electromagnetic scade în timp, viteza de scădere fiind egală cu energia calorică disipată în volumul considerat în unitatea de timp (căldură Joule) plus fluxul de energie care <u>iese</u> prin suprafaţa ce înconjoară volumul dat prin propagarea câmpului sub formă de undă electromagnetică.*

Energia undelor electromagnetice

- Vectorul Poynting permite calcularea *intensitatii undei* electromagnetice, definită prin:

$$\vec{I} = \langle \vec{\pi} \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \vec{\pi}\, dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(\vec{E} \times \vec{H}\right) dt$$

$$\vec{I} = \vec{E}_0 \times \vec{H}_0 \frac{1}{T}\int_0^T e^{-2i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right)} dt = \frac{1}{2}\vec{E}_0 \times \vec{H}_0$$

$$\vec{I} = \frac{1}{2\omega\mu_0}\vec{E}_0 \times \left(\vec{k} \times \vec{E}_0\right) = \frac{1}{2\omega\mu_0}\vec{E}_0^2 \cdot \vec{k}$$

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\langle \vec{E}^2 \rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left|\vec{E}_0^2\right|$$

- Intensitatea undei este proporţională cu pătratul amplitudinii vectorului câmp electric.