Fizica Generala

Curs 1

Introducere

- Structura disciplinei

3.1 Număr de ore pe săptămână	5	din care: 3.2 curs	3	3.3 seminar/ laborator/ proiect	1/1/0
3.4 Total ore din planul de învăţământ	70	din care: 3.5 curs	42	3.6 seminar/ laborator/ proiect	14/14/0
Distribuţia fondului de timp					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie şi notiţe					30
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate şi pe teren					20
Pregătire seminare/ laboratoare/ proiecte, teme, referate, portofolii şi eseuri					20
Tutoriat					6
Examinări					4
Alte activităţi					0
3.7 Total ore de studiu individual	80				
3.8 Total ore pe semestru	150				
3.9 Numărul de credite[5)]	6				

8.1 Curs

1. Mărimi fizice, unităţi de măsură, sisteme de unităţi, sistemul internaţional, dimensiuni, analiză dimensională, calculul erorilor.
2. Elemente de mecanica clasica a punctului material.
    a. Cinematica punctului material
    b. Dinamica punctului material
    c. Teoreme generale în dinamica punctului material
3. Oscilatii si unde mecanice (analogie cu sistemele elctromagnetice)
    a. Clasificarea oscilatiilor
    b. Mişcarea oscilatorie armonică ideală, mişcarea oscilatorie amortizată si intretinuta, rezonanta
    c. Analogie cu sistemele elctromagnetice
4. Elemente de termodinamica si fizica statistica
    a. Transformări de stare, b. Legile gazelor, c. Principiile termodinamicii, d. Distribuţiile Maxwell şi Boltzman
5. Electromagnetism.
    a. Regimul static; b. Regimul stationar, c. Regimul variabil. Unde electromagnetice
6. Teoria electromagnetică macroscopică a luminii
    a. Principiile opticii geometrice, Interferenţa luminii, Difracţia luminii, Polarizarea luminii, Difuzia luminii
7. Elemente de mecanica cuantica si fizica atomica
    a. Efectul fotoelectric. Efectul Compton. Radiaţia termică, b. Unda ataşata unei microparticule. c. Eecuaţiei Schrodinger in studiul atomului. Momente cinetice şi magnetice ale electronului în atom, Atomii cu mai mulţi electroni. Principiul lui Pauli.
8. Elemente de fizica starii solide
    a. Noţiuni de cristalografie. Defecte în cristale.
    b. Materiale semiconductoare. Clasificarea semiconductorilor. Structura cristalină a semiconductorilor.
    c. Teoria benzilor de energie în solide. Fenomenologia benzilor energetice.
    d. Distribuţia purtătorilor de sarcină pe nivele energetice. Densităţi energetice de stări
9. Semiconductorii la echilibru termic
    a. Semiconductori degeneraţi şi nedegeneraţi.
    b. Semiconductorii extrinseci. Energia de ionizare. Statistica purtătorilor de sarcină în semiconductorii extrinseci
    c. Statistica donorilor şi acceptorilor. Efecte care apar datorită dopării.
    d. Poziţia nivelului Fermi în semiconductorii extrinseci.
    e. Mecanisme de transport ale purtătorilor de sarcină în semiconductori.
    f. Semiconductori dopaţi neuniform.

Introducere

- Evaluare

Tip de activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 Metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	Claritatea, coerența, concizia expunerii şi explicării funcționaltății Gradul de acoperire a problematicii cerute de subiecte Capacitatea de exemplificare Interpretarea rezultatelor	Examen parțial scris	30%
		Examen scris	30%
		Evaluare formativă, pe parcurs	10%
10.5 Seminar/ laborator/ proiect	Gradul de implicare în rezolvatea problemelor, Atitudinea față de activitățile de laborator; Capacitatea de în elegere a fenomenelor	Observație directă, Întrebări prin sondaj, etc.	5%
	Capacitatea de recunoaştere a cerințelor, a modulului de laborator, a componentelor implicate şi a aparaturii de laborator utilizate; Abilitatea de-a desfăşura liber experimentul; Capacitatea de a interpreta rezultatele experimentului	Colocviu de laborator. Studentul va realiza parțial o lucrare de laborator din cele parcurse pe parcursul semestrului.	25%
	Bonificație pentru prezența și activiatea de la curs		Până la 1 punct

10.6 Standard minim de performanță

Pentru a promova,studentul trebuie să obţină minim nota 5 la laborator şi minim nota 5 la examen.
Obiective minime:
-Definirea şi aplicarea noţiunilor de oscilaţii şi unde;
-Definirea şi aplicarea noţiunilor fundamentale din electromagnetism;
-Decrierea conceptelor fundamentale din fizica semiconductorilor.

Introducere

- Bibliografie

1. Cotfas Petru, Notițe de curs - ppt
2. Inta, S. Dumitru, Complemente de Fizică , vol.I si II, Ed. Tehnică, Bucuresti, 1982, 1985
3. Nicolae Cretu, Bazele fizicii, Editura Universitatii 'Transilvania din Brasov, 2010
4. Nicolae Cretu. Fizica pentru ingineri. Brasov: Editura Universitatii 'Transilvania' din Brasov, 2012
5. Nicolae Cretu, Fizica pentru ingineri, Ed. Univ. Transilvania Braşov, Braşov 2012
6. Mirela Bodea, Curs de fizica. Vol. 1 si 2. Brasov: Reprografia Universitatii Transilvania din Brasov, 1991.
7. P. Sterian, M. Stan, Fizica , Ed. Did. si Ped., Bucuresti, 1985
8. Hans C. Ohanian, John T. Markert, Physics for Engineers and Scientists, W.W. Norton & Company, Inc., 2007
9. R. A. Serway, J. W. Jewett, Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Cengage Learning, 2012
10. Internet....

Introducere

- OBIECTUL FIZICII
  - Definitie
    - **Fizica este stiinta naturii care studiaza proprietatile si structura materiei, formele generale de miscare ale acesteia (mecanica, termica, electromagnetica, etc.), precum si transformarile reciproce ale acestor forme de miscare**
- Astfel de transformari se numesc **procese sau fenomene fizice**.
- Studiul proceselor sau fenomenelor fizice se efectueaza asupra unor regiuni finite din univers, de dimensiuni variabile, astfel delimitate incat sa interactioneze cu exteriorul ca un intreg, numite **sisteme fizice**.

Introducere

- Studiul sistemelor si proceselor fizice se bazeaza pe **principiul cauzalitatii**, conform caruia :
  - “ **fiecare stare din lumea obiectiva este efectul unor cauze care determina univoc starea respectiva”.**
- In **fizica clasica**, nerelativista, spatiul si timpul au un caracter absolut (universal), in sensul ca sunt independente de distributia materiei, adica de existenta sistemelor fizice.
  - **Spatiul se considera:**
    - **Tridimensional**
    - **Omogen** – **proprietatile lui sunt aceleasi in toate punctele sale**
    - **Izotrop** – **proprietatile lui sunt independente de directie.**
  - **Timpul, ca forma de existenta a materiei, exprimand simultaneitatea sau succesiunea proceselor obiective este un continuum unidimensional si uniform** (in sensul ca diferitele momente de timp sunt echivalente intre ele), a carei metrica este independenta de procesele fizice.

Introducere

- La baza cunoasterii fenomenelor naturale stau **observatia si experimentul**.
    - ***Observatia*** consta in studierea fenomenelor in conditiile naturale de desfasurare.
    - ***Experimentul*** reproduce fenomenele in diverse conditii create artificial cu scopul de a descoperi legitatile lor.

Introducere

- Componente
  - Fizica macroscopica
    - Teoria clasica
  - Fizica microscopica
    - Teoria cuantica

- Legile fizicii
  - Legi generale
    - Exemplu: legea fundamentala a dinamicii
  - Legi de material
    - Exemplu: legea locala lui Ohm

Marimi fizice. Unitati de masura. Sisteme de unitati.

- **<u>Marimile fizice</u>** definesc proprietatile corpurilor sau caracterizeaza procese in care schimbarile ce survin pot fi descrise cantitativ
- **<u>Masurarea</u>** oricarei marimi fizice presupune **<u>compararea</u>** marimii respective cu o alta marime fizica ***de aceeasi natura***, considerata drept **<u>unitate de masura</u>** etalon
- Prin operatia de masurare, unei marimi fizice X ii corespunde in corpul numerelor reale o valoare masurata (numerica) x , definita prin raportul:

$$x = \frac{X}{[X]}$$

- Unde: **[X] – reprezinta unitatea de masura a marimii respective.**

$$x_1 = \frac{X}{[X_1]};x_2 = \frac{X}{[X_2]};x_3 = \frac{X}{[X_3]};$$

  - $\boldsymbol{x_i}$ **depinde de alegerea unitatii**

Marimi fizice. Unitati de masura. Sisteme de unitati.

- Unele marimi fizice sunt ***marimi fundamentale***, ele fiind definite numai prin descrierea procedeului de măsurare. Unitatile de masura asociate marimilor fundamentale se numesc **unitati fundamentale**;
  - **Corespund de regula unor marimi fizice reprezentand in** cadrul unui anumit domeniu, proprietatile fundamentale, ireductibile ale materiei (marimi fizice fundamentale).
- Unitatile a caror marimi sunt definite cu ajutorul celor fundamentale se numesc **unitati derivate (secundare)** iar marimile se numesc **marimi derivate (secundare).**

- **Ansamblul coerent al tuturor marimilor fizice reprezentand proprietatile ireductibile ale materiei, reunite cu unitatile de masura corespunzatoare determinate de anumite unitati fundamentale constituie un sistem coerent de marimi si unitati fizice.**

Sistemul international de unitati (SI)

- In fizica se utilizeaza astazi conform **Sistemul International de unitati (SI)**, marimile fundamentale :
  - Lungime – [metrul]
  - Masa – [kilogramul]
  - Timp – [secunda]
  - Temperatura termodinamica – [Kelvinul]
  - Intensitate a curentului electric – [Amperul]
  - Cantitate de substanta – [molul]
  - Intensitate luminoasa – [Candela]

Sistemul international de unitati (SI)

Marimea fizica	Unitate de masura	Simbol	Definitie
Lungime	metru	m	Lungimea drumului strabatut de lumina in vid intr-un interval de timp egal cu 1/299 792 458 dintr-o secunda.
Masa	kilogram	kg	Masa prototipului international al kilogramului
Timp	secunda	s	Durata a 9 192 631 790 perioade ale radiatiei corespunzatoare tranzitiei intre cele doua nivele hiperfine ale izotopului de cesiu 133
Intensitate a curentului electric	amper	A	Curentul constant ce se stabileste prin doua fire conductoare de lungime infinita si sectiune neglijabila, situate in vid la distanta de 1m si intre care se exercita o forta de $2x10^{-7}$ N pe fiecare metru de conductor.
Temperatura termodinamica	kelvin	K	Fractiunea 1/273,16 din temperatura termodinamica a punctului triplu al apei.
Cantitate de substanta	mol	mol	Molul este cantitatea de substanta care contine atatea entitati elementare cate gasim in 0,012 kg de carbon12. Atunci cand se foloseste molul trebuie sa se specifice care sunt aceste entitati (atomi,molecule,ioni, alte particule sau grupuri formate din aceste particule).
Intensitate luminoasa	candela	cd	Intensitatea luminoasa pe o anumita directie a unei surse monocromatice de frecventa $540x10^{12}$ Hz si al carei flux pe acea directie este de 1/683 W/Sr.

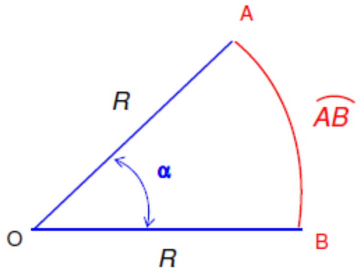
Sistemul international de unitati (SI)

- **Unitati SI derivate.**
  - Acestea sunt date de expresii matematice. Ele se construiesc din marimile fizice fundamentale, multe din acestea capatand denumiri speciale si un anumit simbol, la randul lor putand fi folosite pentru exprimarea unor unitati derivate, mai simplu decat pe baza unitatilor fundamentale.

Sistemul international de unitati (SI)

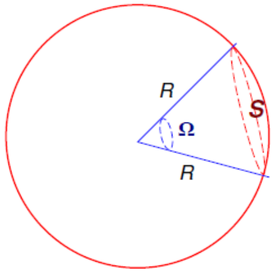
- **Unitati SI suplimentare.**
  - **<u>Radianul</u> este unghiul plan cuprins intre doua raze care delimiteaza pe circumferinta** unui cerc un arc cu lungimea egala cu cea a razei.

$$\alpha = \frac{\widehat{AB}}{R} rad$$



  - **<u>Steradianul</u> este unghiul care avand varful in centru unei sfere, delimiteaza pe suprafata** acestei sfere o arie egala cu cea a unui patrat a carui latura este egala cu raza sferei.

$$\Omega_{sr} = \frac{S}{R^2} sterad$$



Marimi fizice. Clasificare

- Dupa calităţi matematice :
  - marimi scalare
  - marimi vectoriale
  - marimi tensoriale.
- Dupa scara la care sunt raportate fenomenele:
  - marimi macroscopice
  - marimi microscopice
- Dupa natura probabilista
  - Deterministe
  - Aleatoare
- ...

Analiza dimensionala

- **Principiul invariantei legilor fizicii**
  - **la trecerea dintr-un sistem de unitati in altul, deci la schimbarea unitatilor de masura, legile fizicii nu-si modifica forma”**
- Consideram marimea fizica **X, cu unitatea de masura [X] dependenta de** unitatile fundamentale de lungime **L, masa M si timp T, adica:** $[X] = f\,(L, M, T)$
- **De ex:**

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

$$[E_c] = ML^2T^{-2}$$

Analiza dimensionala

- **Consideram marimea fizica Y a carei unitate de masura se exprima:** $[Y] = \varphi(L, M, T)$

- **Daca X=Y =>** $f(L, M, T) = \varphi(L, M, T)$
- Pentru ca principiul invariantei legilor fizicii sa se mentina, trebuie ca functiile **f si φ sa-si pastreze** forma la schimbarea unitatilor de masura , ceea ce face ca fiecare sa fie de forma unui produs de factori: $f(L, M, T) = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} ; \varphi(L, M, T) = L^{\alpha_1} M^{\beta_1} T^{\gamma_1}$

- unde : α ,β ,γ ,α_1,β_1,γ_1 se numesc **dimensiunile sau grade de omogenitate ale unitatii derivate [X]**
- rezulta ca: $\alpha = \alpha_1; \beta = \beta_1; \gamma = \gamma_1$

Analiza dimensionala

- adica ambii membri ai unei formule matematice care exprima o lege fizica, trebuie sa aibe dimensiuni egale in raport cu fiecare dintre unitatile fundamentale.
- aceasta reprezinta **conditia de omogenitate a formulelor fizice, iar expresia :**

$$[X] = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}$$

- este **formula dimensionala a unitatii derivate [X] si serveste la:**
  a. alcatuirea denumirii unitatilor derivate;
  b. determinarea valorii numerice a unitatilor derivate;
  c. verificarea conditiei de omogenitate a unei formule matematice;
  d. determinarea expresiei matematice a unei legi fizice pe baza conditiei de omogenitate.
- aceasta se numeste **analiza dimensionala**

Analiza dimensionala. Exemplu

1. Să se determine formulele dimensionale şi unităţile de măsură în Sistemul Internaţional (S.I.) pentru : viteză liniară, acceleraţie liniară, impuls, lucru mecanic şi putere.

Rezolvare

a) $v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow [v] = LT^{-1}$ iar $< v >_{S.I.} = m \cdot s^{-1}$

b) $a = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \Rightarrow [a] = LT^{-2}$ si $< a >_{S.I.} = m \cdot s^{-2}$

c) $p = mv \Rightarrow [p] = MLT^{-1}$, $< p >_{S.I.} = kg \cdot m \cdot s^{-1}$

d) $L_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dL = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow [L] = ML^2T^{-2}$, $< L >_{S.I.} = N \cdot m = J$

sau : $L_{12} = E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1) \Rightarrow < L >_{S.I.} = J$

e) $P = \vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{dE_{cin}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} [P] = LT^{-1} \cdot MLT^{-2} = ML^2T^{-3} \\ < P >_{S.I.} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} = J \cdot s^{-1} = W \end{cases}$

Analiza dimensionala. Exemplu

- Caderea libera – legatura timp inaltime
- ***t h***
- ***t*** proportional cu ???
- https://www.youtube.com/watch?v=JUxHebuXviM
- (5.10, 22.10min)

Masurarea marimilor fizice

- Presupune compararea cu etalonul [X] rezultand valorile $x_{i,}$ *(i=1,..n)*
- Prin conventie se considera ca valoarea reala a marimii fizice este data de media aritmetica a masuratorilor [?]:

$$\bar{x} = \frac{1}{\mathrm{n}} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

- Masuratorile sunt afectate de erori => calculul erorilor

Tipuri de erori

Eroarea se defineste ca $\delta = x-\alpha$

- erori grosolane,
- erori sistematice,
- erori aleatoare.

Erori grosolane

- sunt cauzate de neatentii sau defectiuni accidentale si trebuie eliminate din calcule. In general, aceasta este usor de efectuat, deoarece valorile respective difera masiv de celelalte. Totusi, este bine sa definim criterii precise pentru eliminarea erorilor grosolane.

Erorile sistematice

- ***Erori de observator***. Daca, de exemplu, observatorul citeste indicatiile instrumentului de masura privind oblic scala acestuia, toate citirile sale sunt mai mari sau mai mici decat valorile reale. Aceste erori pot fi complet eliminate, prin corectarea modului de lucru al observatorului

- ***Erori de instrument***. Orice instrument de masura are o scala indicatoare (la instrumentele cu afisaj digital, putem considera aceasta scala implicita). Nici o citire efectuata cu ajutorul acestei scale nu poate fi mai precisa decat jumatate din cea mai mica diviziune a scalei. Aceste erori pot fi micsorate (prin inlocuirea instrumentului folosit cu altul mai precis), dar nu complet eliminate.

- ***Erori de metoda***. In cursul procesului de masura, sistemul masurat interactioneaza cu instrumentul de masura, ceea ce modifica rezultatul masuratorii. De exemplu, pentru a masura o rezistenta, putem folosi metoda amonte sau metoda aval. In primul caz valoarea obtinuta este mai mare decat cea reala ($R_{mas}=R(1+R_A/R)$), iar in al doilea este mai mica ($R_{mas}=R/(1+R/R_V)$).

  Putem elimina aceste erori daca cunoastem rezistentele interne ale instrumentelor de masura (ceea ce inseamna masurarea altor rezistente) sau daca inlocuim metoda cu o metoda in punte, care compara rezistenta necunoscuta cu altele, presupuse cunoscute (deci, din nou, masurarea altor rezistente). Asadar si aceste erori pot fi micsorate, dar nu complet eliminate.

Erori aleatoare

- sunt determinate de considerente statistice.

Masurarea marimilor fizice

- Erori:
  - Eroarea absoluta aparenta: $v_i = x_i - \bar{x}$
  - Eroarea standard

$$s = \left(\frac{1}{\mathrm{n}-1} \sum_{i=1}^{n} v_i^{\,2} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{\mathrm{n}-1} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x} \right)^2 \right)^{1/2}$$

  - Eroarea standard a mediei aritmetice:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \left(\frac{1}{n(\mathrm{n}-1)} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x} \right)^2 \right)^{1/2}$$

  - Dupa efectuarea unor masuratori putem afirma ca valoarea marimii fizice X este cuprinsa in intervalul:

$$x = \bar{x} \pm s_{\bar{x}}$$

Suplimentar
Metoda celor mai mici patrate

- Cunoscand nodurile x_i, $i=0,..,n$ si valorile fc. pe noduri $y_i=f(x_i)$, $i=0,..,n$ sa se aproximeze fc. printr-un polinom de gr. $m<n$ $f(x)\approx P_m(x)$ a.i. suma patratelor erorilor de aproximare pe cele $n+1$ noduri sa fie minima

$$R=\sum_{i=0}^{n}\left(P_m(x_i)-y_i\right)^2$$

$$\min R$$

- Obs. Daca $m=n \Rightarrow \min R=0$ deoarece pol. de interpolare trece prin pct. (x_i,y_i) $(P_m(x_i)=y_i)$

Metoda celor mai mici patrate

$$P_m(x) = A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + \ldots + A_m$$

$$R = \sum_{i=0}^{n} \left(A_0 x_i^m + A_1 x_i^{m-1} + \ldots + A_m - y_i \right)^2$$

- Se det. min. ca un pct. stationar cel care anuleaza derivatele partiale de ord. I ale lui R relativ la A_0, A_1…

Metoda celor mai mici patrate

$$\frac{\partial R}{\partial A_0} = \sum_{i=0}^{n} 2x_i^m \left(A_0 x_i^m + A_1 x_i^{m-1} + \ldots + A_m - y_i\right) =$$

$$= 2\left[A_0 \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m} + A_1 \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m-1} + \ldots + A_m \sum_{i=0}^{n} x_i^m - \sum_{i=0}^{n} x_i^m y_i\right]$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_1} = 2\left[A_0 \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m-1} + A_1 \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m-2} + \ldots + A_m \sum_{i=0}^{n} x_i^{m-1} - \sum_{i=0}^{n} x_i^{m-1} y_i\right]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_m} = 2\left[A_0 \sum_{i=0}^{n} x_i^m + A_1 \sum_{i=0}^{n} x_i^{m-1} + \ldots + A_m (n+1) - \sum_{i=0}^{n} y_i\right]$$

Metoda celor mai mici patrate

$$\frac{\partial R}{\partial A_0} = \sum_{i=0}^{n} 2x_i^m \left(A_0 x_i^m + A_1 x_i^{m-1} + \ldots + A_m - y_i \right) =$$

$$= 2\left[A_0 \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m} + A_1 \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m-1} + \ldots + A_m \sum_{i=0}^{n} x_i^{m} - \sum_{i=0}^{n} x_i^{m} y_i \right]$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_1} = 2\left[A_0 \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m-1} + A_1 \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m-2} + \ldots + A_m \sum_{i=0}^{n} x_i^{m-1} - \sum_{i=0}^{n} x_i^{m-1} y_i \right]$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_m} = 2\left[A_0 \sum_{i=0}^{n} x_i^{m} + A_1 \sum_{i=0}^{n} x_i^{m-1} + \ldots + A_m (n+1) - \sum_{i=0}^{n} y_i \right]$$

Metoda celor mai mici patrate

Pentru minim se pune conditaia: $\begin{cases} \dfrac{\partial R}{\partial A_j} = 0, \quad j = \overline{0, m} \end{cases}$

$$
\begin{bmatrix}
\sum_{i=0}^{n} x_i^{2m} & \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m-1} & \ldots & \sum_{i=0}^{n} x_i^{m} \\
\sum_{i=0}^{n} x_i^{2m-1} & \sum_{i=0}^{n} x_i^{2m-2} & \ldots & \sum_{i=0}^{n} x_i^{m-1} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\sum_{i=0}^{n} x_i^{m} & \sum_{i=0}^{n} x_i^{m-1} & \ldots & n+1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ \ldots \\ A_m \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\sum_{i=0}^{n} x_i^{m} y_i \\
\sum_{i=0}^{n} x_i^{m-1} y_i \\
\ldots \\
\sum_{i=0}^{n} y_i
\end{bmatrix}
$$

Forma matriciala a unui sistem de ec. liniare

Metoda celor mai mici patrate

- Caz particular m=1 => aprox. liniara prin metoda celor mai mici patrate

$$P_1(x) = A_0 x + A_1$$

$$R = \sum_{i=0}^{n} \left(A_0 x_i + A_1 - y_i\right)^2$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_0} = 2\left[A_0 \sum_{i=0}^{n} x_i^2 + A_1 \sum_{i=0}^{n} x_i - \sum_{i=0}^{n} x_i\, y_i\right]$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_1} = 2\left[A_0 \sum_{i=0}^{n} x_i + A_1 (n+1) - \sum_{i=0}^{n} y_i\right]$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n} x_i^2 & \sum_{i=0}^{n} x_i \\ \sum_{i=0}^{n} x_i & n+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n} x_i\, y_i \\ \sum_{i=0}^{n} y_i \end{bmatrix}$$

=> Se determina A_0 si A_1 si se obtine polinomul $P_1(x)$