

# Chapter 1

## Seminar — 10 Oct. 2023, Alpha 0.1

### 1.1 Mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$

#### 1.1.1 Teorie

Fie  $A \subseteq \mathbb{R}$  o mulțime

**Def.** Spunem că  $A$  este mărginită dacă:

$$(\exists) m, M \in \mathbb{R} \text{ astfel încât:}$$
$$\underbrace{m}_{\text{Margine inferioară (minorant)}} \leq a \leq \underbrace{M}_{\text{Margine superioară (majorant)}}, \forall a \in A$$

$\inf A$  = cea mai mare margine inferioară / cel mai mare minorant

$\sup A$  = cea mai mică margine superioară / cel mai mic majorant

$\min A = \inf A$ , dacă  $\inf A \in A$

$\max A = \sup A$ , dacă  $\sup A \in A$

### 1.2 Exerciții

#### 1.2.1 Determinați $\inf A$ , $\sup A$ , $\min A$ , $\max A$ pentru:

- a.  $A = (0, 1)$   
 $\inf A = 0 \in A$   
 $\sup A = 1 \in A$

$$\begin{aligned}\min A &= \text{nu există} \\ \max A &= \text{nu există}\end{aligned}$$

$$\text{b. } A = (-1, 1] \cup \{2\}$$

$$\begin{aligned}\inf A &= -1 \\ \sup A &= 2 \\ \min A &= \text{nu există} \\ \max A &= 2\end{aligned}$$

$$\text{c. } A = (-\infty, 0]$$

$$\begin{aligned}\inf A &= -\infty \\ \sup A &= 0 \\ \min A &= \text{nu există} \\ \max A &= 0\end{aligned}$$

$$\text{d. } A = \{x^2 - 2x + 5 | x \in \mathbb{R}\}$$

$$= \text{Im}f = [y_v, \infty)$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$y_v = \frac{\Delta}{4a}$$

$$\Delta = 4 - 20 = -16 \Rightarrow y_v = \frac{16}{4} = 4$$

$$\text{Im}f = [y_v, \infty) = [4, \infty)$$

$$\inf A = \infty$$

$$\sup A = 4$$

$$\min A = 4$$

$$\max A = \text{nu există}$$

$$\text{e. } A = \{x^2 + 2x - 1 | x \in \mathbb{R}\}$$

$$\text{Im}f = [-\infty, \frac{-\Delta}{4a})$$

$$\Delta = 4 - 4 = 0 \Rightarrow \text{Im}f = (-\infty, 0]$$

$$\inf A = -\infty$$

$$\sup A = 0$$

$$\min A = \text{nu există}$$

$$\max A = 0$$

$$\text{f. } A = \{x \in \mathbb{R} | 4x^2 + 3x - 1 > 0\}$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) = 0$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{8}$$

$$x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\inf A = -\infty$$

$$\sup A = \infty$$

$x$	$-\infty$		$-1$		$\frac{1}{4}$		$\infty$	
$f(x)$	+	+	0	-	-	0	+	+

$$A = (-\infty, -1) \cup \left(\frac{1}{4}, \infty\right)$$

$$\inf A = -\infty$$

$$\sup A = \infty$$

### 1.2.2 Care din următoarele mulțimi este mărginită?

$$1. A = \left\{\frac{1}{x} \mid x \in (0, \infty)\right\}$$