Fizica Generala

Curs 2

Mecanica Fizica

Mecanica Fizica

- Mecanica este partea fizicii care se ocupa cu compunerea si echilibrul fortelor ce actioneaza asupra corpurilor in repaus (Statica), cu miscarea corpurilor fara a tine seama de cauzele care o produc (Cinematica), precum si de miscarea sub actiunea fortelor, considerate cauza a miscarii (Dinamica).
- Obiectul de studiu al mecanicii:
  - Solidul – mecanica solidului rigid deformabil
  - Fluidul – hidro si aerodinamica

Mecanica Fizica

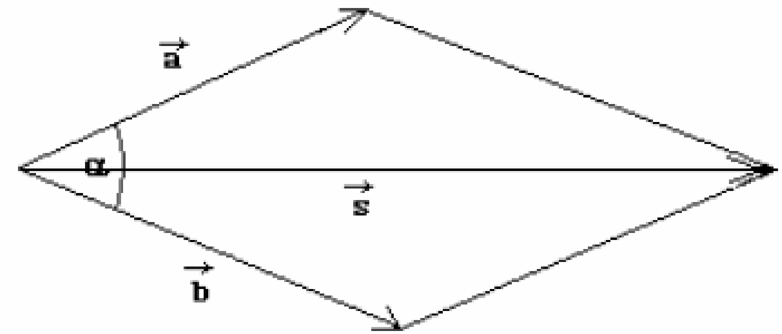
- Mecanica newtoniana (viteze mici)
- Mecanica relativista (viteze mari)
- Mecanica cuantica (microparticule)

Vectori si operatii cu vectori

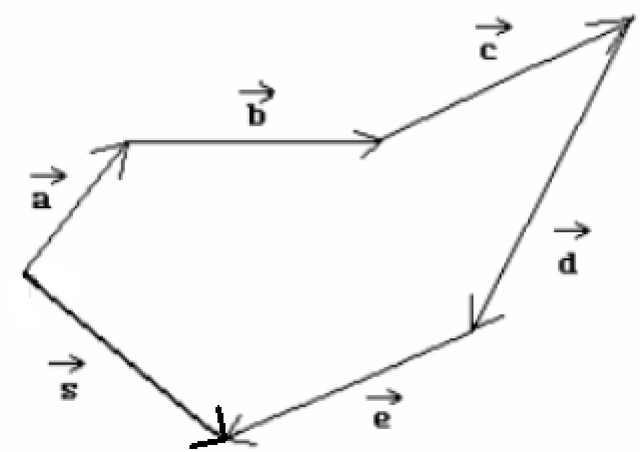
- Orice vector $\overrightarrow{AB}$ se caracterizează prin:
- – **modul** (lungime,normă), dat de lungimea segmentului AB;
- – **direcţie**, dată de dreapta AB sau orice dreaptă paralelă cu aceasta;
- – **sens**, indicat printr-o săgeată de la originea A la extremitatea B.

Suma vectorilor

- Suma, sau *rezultanta*, a doi vectori este dată de diagonala paraleogramului având ca laturi cei doi vectori cu originea comună

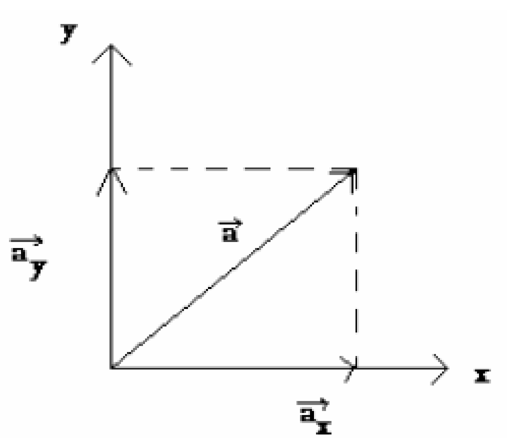


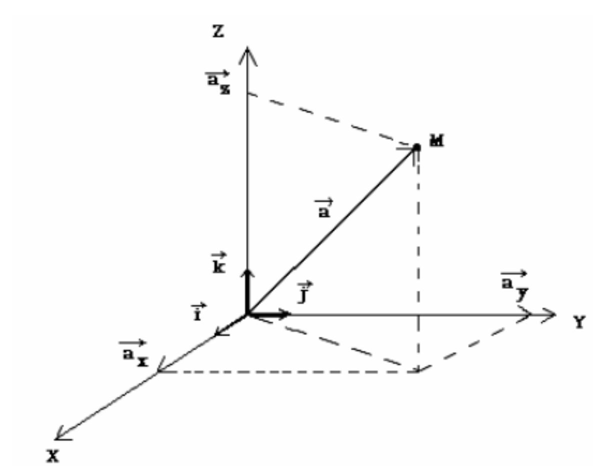
$$s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}$$



- orice vector poate fi descompus, după două direcţii arbitrare în plan, obţinând doi vectori coplanari, sau după trei direcţii arbitrare în spaţiu, obţinându-se componentele vectorului după acele direcţii.
- dacă cele două direcţii (sau trei în reprezentarea tridimensională) sunt perpendiculare între ele, atunci componentele vectorului se numesc *componente ortogonale*
- componentele vectorului $\vec{a}$ în plan sunt a_x şi a_y

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$





Produs scalar a doi vectori

Produsul scalar a doi vectori este mărimea scalară dată de operaţia:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\alpha = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Produs vectorial a doi vectori

Prin produsul vectorial a doi vectori se obţine o mărime vectorială, dată de rezultatul determinantului următor:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Cinematica punctului material

- Punctul material– reprezinta un obiect cu dimensiuni reduse (neglijabile) comparativ cu distantele pana la corpurile vecine
- Miscarea unui p.m. presupune exprimarea dependentei temporale a vectorului sau de pozitie la orice moment de timp
- Pozitia p.m. se face in raport cu un sistem de referinta.
- Miscarea p.m. in spatiul 3D este descrisa prin trei gr. de libertate
- Pozitia p.m. este determinata in orice moment de timp prin vectorul de pozitie $\vec{r}$ in raport cu un reper fix O ales arbitrar
  - Exprimarea vectorului de poz. se realizeaza in:
    - coordonate carteziene – miscare liniara
    - coordonate cilindrice sau sferice – miscare de rotatie

Cinematica punctului material

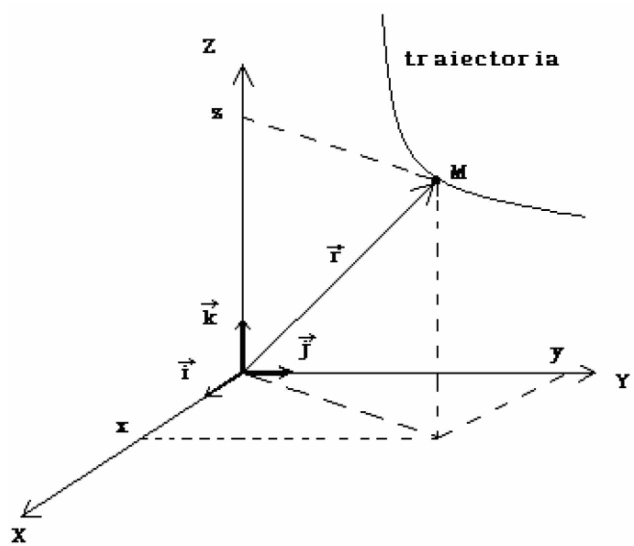
- Locul geometric al pozitiilor succesive ocupate de p.m. constitue traiectoria acestuia

$$\vec{r}=\vec{r}(t) \text{ sau } \vec{r}(t)=\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \text{ sau } \vec{r}(t)=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

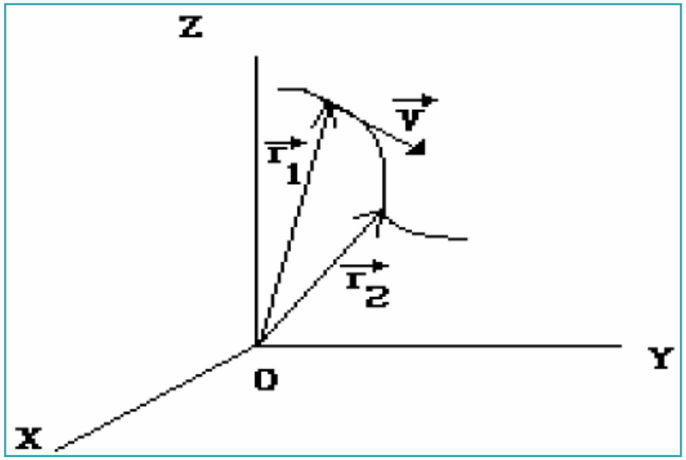
- cu x,y,z componentele vectorului de pozitie, iar i, j, k versori
- Legea miscarii poate fi scrisa si sub forma:

$$x=f_1(t); y=f_2(t); z=f_3(t)$$



Cinematica punctului material

- Distanţa parcursă de mobil în decursul mişcării este dată de vectorul deplasare, definit ca: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
- Viteza medie <v>



$$< v >= \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{(t+\Delta t) - t} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

- Viteza momentana

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

Cinematica punctului material

- Viteza momentana este tangenta la traiectorie

$$\vec{v} = \left|\vec{v}\right| \cdot \vec{\tau},$$

τ - versorul pe directia tangenta la traiectorie

$$\left|\vec{v}\right| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

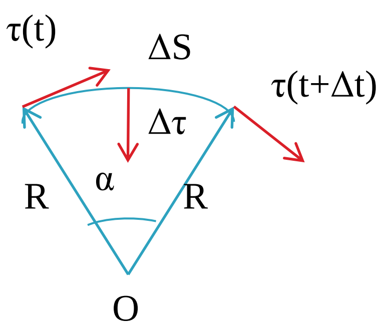
- Acceleratia
- $$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$
- sau
- $$\vec{a} = \left(\left|\vec{v}\right| \cdot \vec{\tau}\right)^{\bullet} = \dot{\left|\vec{v}\right|}\,\vec{\tau} + \left|\vec{v}\right| \dot{\vec{\tau}} = \vec{a}_{tg} + \vec{a}_n$$

Cinematica punctului material

- **Acceleratia normala (radiala)**

$$\vec{a}_n = |\vec{v}|\dot{\vec{\tau}} = \frac{v^2}{R}\vec{\upsilon}$$

- **consideram**



$$\frac{\Delta S}{R} = \frac{|\Delta \vec{\tau}|}{|\vec{\tau}|} = |\Delta \vec{\tau}|$$

$$|\dot{\vec{\tau}}| = \frac{|d\vec{\tau}|}{|dt|} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{|\Delta \vec{\tau}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t \cdot R} = \frac{v}{R}$$

$$\vec{a}_n = |\vec{v}| \cdot \dot{\vec{\tau}} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{\upsilon}$$

Cinematica punctului material

- Discutii
- a) v variaza in modul si a_{tg} diferita de zero

$$\vec{a}_{tg} = \frac{d\vec{v}}{dt}\bigg|\int \quad \Rightarrow$$

$$\vec{v}(t_1) = \overrightarrow{v_0} + \int_{t_0}^{t_1} a_{tg}(t)dt$$

Cinematica punctului material

- Daca $a_{tg} = ct$ si $R = \infty$ => miscare liniara

$$\vec{v}(t_1) = \vec{v_0} + \vec{a}(t_1 - t_0)$$

din

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} \Rightarrow \vec{r}(t_1) = \vec{r_0} + \int_{t_0}^{t_1} \vec{v}(t)dt$$

- prin particularizare

$$\vec{x} = \vec{x_0} + \vec{v_0}(t_1 - t_0) + \frac{\vec{a}}{2}(t_1 - t_0)^2, \text{ pe directia } x, \text{ la fel pe y si z}$$

Cinematica punctului material

- b) Daca v = const dar isi modifica directia si $a_n \neq 0$ $a_n = \frac{v^2}{R}$ si $a_{tg} = 0$
- daca R=const => miscare circulara
- r, v se inlocuiesc cu φ – unghiul la centru, ω – viteza unghiulara $\varphi = \frac{S}{R}$ si $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$

$$d\varphi = \omega dt \Rightarrow 2\pi = \omega T$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

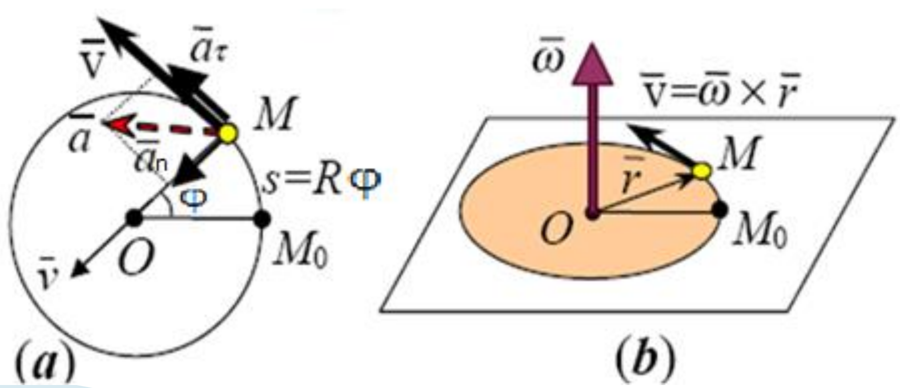
$$\left.\begin{aligned} v &= \frac{dS}{dt} \\ dS &= R d\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} v = R\frac{d\varphi}{dt} = R\omega \\ a_n := a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{R^2\omega^2}{R} = -R\omega^2 \end{cases}$$

Cinematica punctului material

- c) daca v se modifica in modul si directie (cu R=const) se introduce accelerata unghiulara:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$$

- d) daca v se modifica in modul si directie si R≠const => miscare complexa (mecanica analitica)



Cinematica punctului material

	Miscare liniara		Miscare circulara	
	Uniforma	Uniform variata	Uniforma	Uniform variata
Legea vitezei	$v = v_0$	$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}(t - t_0)$	$\omega = \omega_0$	$\vec{\omega} = \vec{\omega_0} + \vec{\varepsilon}(t - t_0)$
Legea spatiului	$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}(t - t_0)$	$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}(t - t_0) + \frac{\vec{a}}{2}(t - t_0)^2$	$\vec{\varphi} = \vec{\varphi_0} + \vec{\omega_0}(t - t_0)$	$\vec{\varphi} = \vec{\varphi_0} + \vec{\omega_0}(t - t_0) + \frac{\vec{\varepsilon}}{2}(t - t_0)^2$

Principiile fundamentale ale dinamicii

Principiile fundamentale ale dinamicii

- Rezolvarea problemelor de mecanică clasică se bazează pe câteva principii fundamentale, obţinute prin generalizarea observaţiilor experimentale. Cele trei principii, ce au fost formulate de Galilei şi de Newton, sunt suficiente pentru a explica toate mişcările mecanice clasice, adică mişcările ce se desfăşoară cu viteze mult mai mici decât viteza luminii în vid, $c = 3 * 10^8$ m/s. Dacă vitezele punctelor materiale se apropie de viteza luminii în vid, atunci mişcările lor se supun *principiilor relativităţii restrânse ale lui Einstein*.

Principiul inerţiei

- *Principiul inerţiei* a fost formulat prima dată de Galilei şi este cunoscut sub forma următoare:

"Un corp îşi păstrează starea de repaus sau de mişcare rectilinie şi uniformă atâta timp cât asupra lui nu se exercită nici o forţă, sau dacă rezultanta tuturor forţelor este zero".

Principiul inerţiei introduce noţiunea de forţă.

Forţa este o mărime vectorială, având ca unitate de măsură în SI newton-ul, $[F]_{SI} = 1$ N.
Prin intermediul forţelor, corpurile acţionează unele asupra altora, transmiţând mişcarea mecanică. Câmpurile de forţe sunt şi ele răspunzătoare de transmiterea interacţiunilor mecanice.

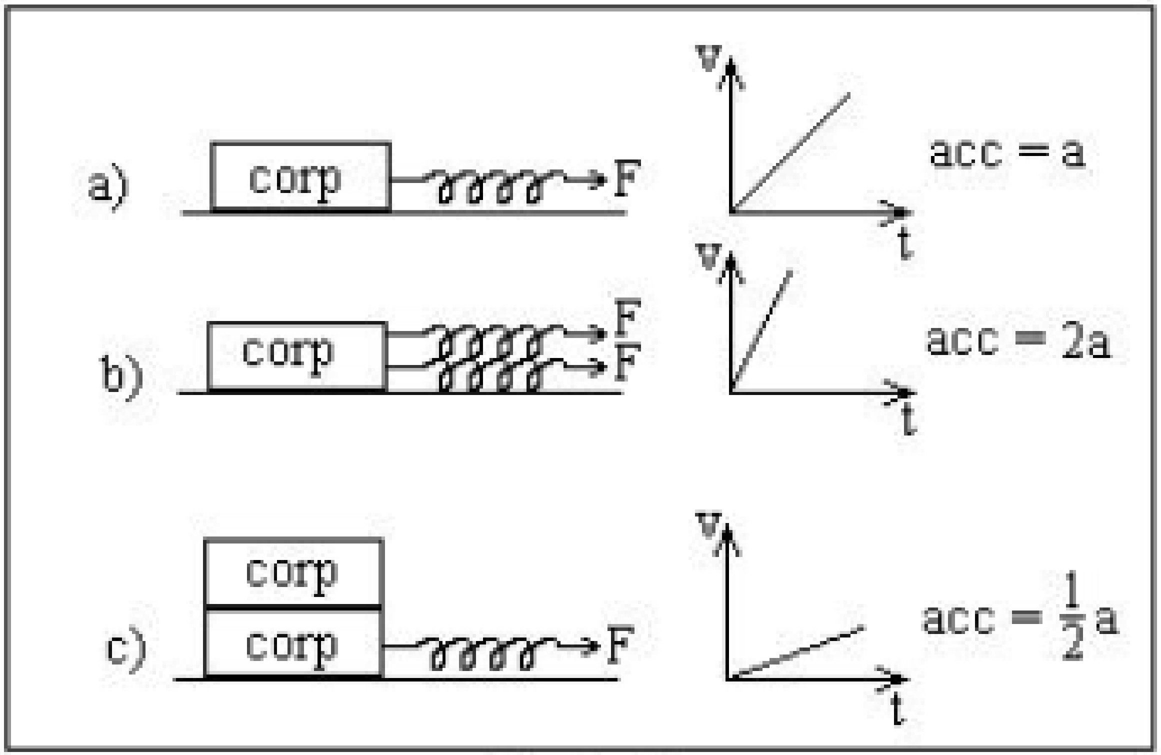
- Mişcarea este caracterizată în raport cu un sistem de referinţă ales arbitrar, de aceea *mişcarea are caracter relativ*. În acest sens, Galilei a formulat *principiul relativităţii* mişcării mecanice.
- Să considerăm un călător aşezat într-un vagon de tren, ce se deplasează rectiliniu şi uniform. Călătorul se poate găsi într-una din stările mecanice următoare: (i) este în repaus, în raport cu sistemul de referinţă legat de tren, (ii) este în mişcare rectilinie uniformă cu o viteză egală cu viteza trenului faţă de un sistem de referinţă legat de Pământ, (iii) este în mişcare accelerată, în raport cu un sistem de referinţă legat de Soare, deoarece Pământul este în mişcare accelerată faţă de Soare. Toate sistemele de referinţă ce se mişcă rectiliniu şi uniform se numesc *sisteme de referinţă inerţiale*. In aceste sisteme de referinţă este valabil principiul inerţiei.

Principiul forţei sau a doua lege a dinamicii

- Newton a descoperit faptul că o forţă care acţionează asupra unui corp îi imprimă acestuia o acceleraţie, proporţională cu forţa şi invers proporţională cu masa corpului. De aceea el a scris legea a doua a dinamicii sub forma:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Pentru legea a II-a a dinamicii se pleacã de la urmãtorul experiment:



Observatii

a) Viteza variazã liniar cu timpul. Acceleratia este proportionalã cu forta F si este constantã

b) Viteza creste mai repede . Acceleratia se dubleazã dar si forta se multiplicã, astfel cã în final acceleratia **a** este proportionalã cu forta totalã. Spunem cã F = ka.

c) Viteza creste mai incet, aceeasi fortã F care actioneazã asupra douã corpuri dã nastere la o acceleratie **a**/2.

Deosebirea dintre greutatea si masa unui corp

- *Greutatea* este o fortã de atractie exercitatã de Pãmânt ; variazã cu altitudinea, latitudinea, fiind dependentã de câmpul gravitational. Ea se mãsoarã cu dinamometrul si este o mãrime vectorialã.
- *Masa* este o mãrime scalarã, o caracteristicã internã a corpului,independentã de altitudine si latitudine. Masa se mãsoarã cu balanta. Alãturi de inertie , o altã proprietate a masei este aceea cã poate atrage alte corpuri sau sã fie atrasã de alte corpuri. Aceastã proprietate conferã masei calitatea de masã grea, *gravificã* (gravitationalã) si reprezintã o mãsurã a interactiunii corpului cu câmpul gravitational.
- Deci masa, mãrime unicã prezintã douã proprietãti: inertia si gravitatia, adicã masa inertã este egalã cu masa gravificã. Adicã *static*, se manifestã masa gravificã iar *dinamic* masa inertã. Ambele mase se mãsoarã cu balanta.

- Masa este o măsură a cantităţii de materie conţinută în corp.
- Cantitatea de mişcare sau impulsul unui corp se defineşte ca produsul dintre masa şi vectorul viteză al corpului:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Unitatea de măsură pentru impulsul mecanic este $[p]_{SI} = 1\ kg\ m\ s^{-1}$

- Pornind de la impulsul mecanic al corpului, putem deduce forma completă a definiţiei forţei pentru un corp de masă constantă. Derivăm impulsul mecanic în raport cu timpul:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\,\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\,\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d\,\vec{p}}{dt}$$

- Viteza este prima derivată în raport cu timpul a vectorului de poziţie. Rezultă că forţa se poate exprima şi sub forma:

$$\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt} = m\ddot{\vec{r}}$$

Ecuaţiile de mişcare se obţin din legea de mai sus, sub forma unor ecuaţii diferenţiale de ordinul doi. Prin integrarea acestor ecuaţii, ţinând cont de condiţiile iniţiale, se obţin legile de mişcare ale corpurilor.

Principiul acţiunii şi reacţiunii.

- " Oricărei acţiuni i se opune întotdeauna o reacţiune egală în modul şi de sens contrar." Cele două forţe, acţiunea şi reacţiunea, sunt aplicate simultan şi la corpuri diferite, de-a lungul dreptei care uneşte cele două corpuri.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Principiul independenţei acţiunii forţelor

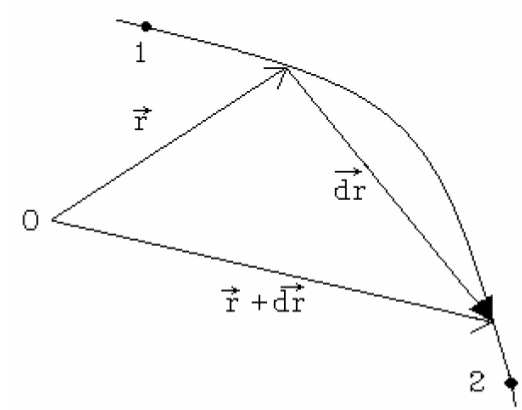
- Experimental, se constată că fiecare dintre forţele la care este supus un corp acţionează independent de celelalte forţe aplicate corpului.
- Din acest principiu rezultă posibilitatea înlocuirii unui ansamblu de forţe, prin rezultanta lor, egală cu suma vectorială:

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \ldots + \vec{F_n} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i}$$

Energia mecanică şi teoremele energiei

- Considerăm mişcarea punctului material într-un câmp de forţe
- Deplasarea punctului material pe drumul infinit scurt, $d\vec{r}$, se face sub acţiunea unei forţe $\vec{F}$
- Se numeşte *lucru mecanic elementar efectuat de o forţă* $\vec{F}$ *mărimea scalară obţinută din produsul scalar al forţei cu deplasarea infinit de* mică:

$$dL = \vec{F} d\vec{r}$$



Energia mecanică şi teoremele energiei

- pe toata deplasarea =>

$$L_{12} = \int_1^2 \overrightarrow{F} d\vec{r} \qquad [L]_{SI} = 1J = 1Nm$$

- *Energia cinetică* este mărimea scalară egală cu:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \qquad [E_c]_{SI} = 1J$$

- Din:

$$dL = \vec{F} \cdot \overrightarrow{dr} = m \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} \cdot \overrightarrow{dr} = m\, \overrightarrow{dv} \frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = m\vec{v}\, \overrightarrow{dv}$$

=>

$$dL = d\left(\frac{1}{2} m \vec{v}^2\right) = d\, E_c$$

Energia mecanică şi teoremele energiei

- Lucrul mecanic efectuat de rezultanta forţelor care acţionează asupra punctului material este egal cu variaţia energiei cinetice a acestuia:

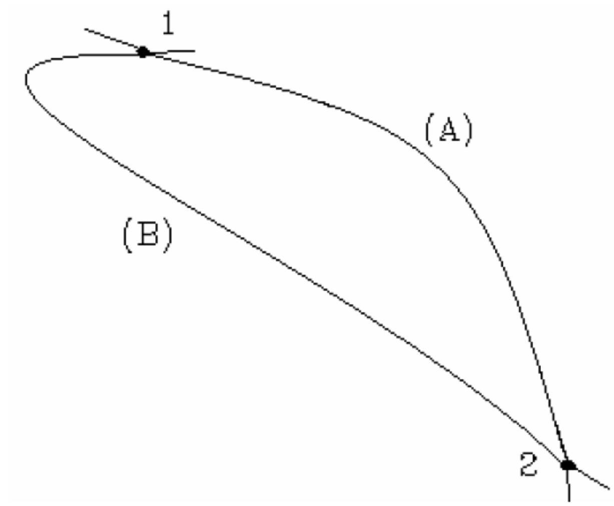
$$\boxed{L_{12} = E_{c2} - E_{c1}}$$

- *teorema variaţiei energiei cinetice*

Energia mecanică şi teoremele energiei

- In anumite cazuri, lucrul mecanic efectuat asupra punctului material nu depinde de forma drumului parcurs, ci numai de poziţia iniţială şi finală. În acest caz se spune că *forţele sunt conservative, iar* câmpul de forţe repectiv este un *câmp conservativ,* (sau*câmp potenţial*).

Energia mecanică şi teoremele energiei



- In acest caz avem:

$$L_{12} = \int_{(A)} \vec{F}\, \overrightarrow{dr} = \int_{(B)} \vec{F}\, \overrightarrow{dr}$$

$$L_{12} = \int_1^2 \vec{F}\, \overrightarrow{dr} = U\left(\overrightarrow{r_1}\right) - U\left(\overrightarrow{r_2}\right)$$

- unde $U(\overrightarrow{r_1})$ si $U(\overrightarrow{r_2})$ sunt *energiile potenţiale ale punctului material în punctele 1 şi 2 ale traiectoriei.*
- Putem spune că lucrul mecanic efectuat de forţele conservative se realizează pe seama scăderii energiei potenţiale a punctului material:

$$L_{12} = -\Delta U = -\left[U(\vec{r}_2) - U(\vec{r}_1)\right]$$

https://www.youtube.com/watch?v=9gUdDM6LZGo

Energia mecanică şi teoremele energiei

- In cazul deplasarilor infinit mici:

$$dL = \vec{F} \cdot \vec{dr} = -dU$$

- => forţele conservative derivă din potenţiale, adică din energii potenţiale:

$$\vec{F}\,\vec{dr} = -dU \Rightarrow \vec{F} = -\frac{dU}{\vec{dr}} = -\nabla U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

- unde am utilizat *gradientul energiei potenţiale:*

$$\nabla U = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

Gradientul unei funcţii scalare de coordonate

- În anumite cazuri, avem nevoie de un vector special, numit vectorul nabla, ale cărui componente sunt definite prin operaţiile de derivare parţială

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \qquad \nabla U = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$$

Semnificaţia fizică a gradientului. Vectorul gradient al unei funcţii scalare de potenţial este perpendicular pe suprafaţa de potenţial constant, fiind orientat în sensul celei mai rapide variaţii în spaţiu a funcţiei potenţial.

Exemple de câmpuri potenţiale:

- *1. Câmpul gravitaţional.*
- Energia potenţială în câmpul gravitaţional depinde de înălţimea, h, la care se află punctul material, de masă m: $U = m\,g\,h$
- => forta de greutate: $F = \frac{dU}{dh} = mg$

- *2. Câmpul forţelor elastice.*

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad => \quad F = -\frac{dU}{dx} = -kx$$

Exemple de câmpuri potenţiale:

- *3. Câmpul electrostatic.* Potenţialul electric al unei sarcini electrice, de valoare Q, este $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r}$
- iar energia potenţială a unei sarcini electrice q aflate în câmpul electric al lui Q este:

$$U = qV = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon r}$$

- =>forta electrostatica

$$F = -q\frac{dV}{dr} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon r^2}$$

Energia mecanică

- Prin definiţie, suma dintre energia cinetică şi energia potenţială se numeşte *energie mecanică a* punctului material.

$$\boxed{E_m = E_c + U}$$

- Dacă asupra punctului material acţionează forţe neconservative, energia mecanică nu rămâne constantă. Exemple de forţe neconservative sunt: forţa de tracţiune (duce la creşterea energiei mecanice) şi forţa de frecare (duce la scăderea energiei mecanice).
- *Teorema conservării energiei mecanice: în cazul mişcării în câmpuri de forţe conservative,* energia mecanică a punctului material rămâne constantă.

47:50

https://www.youtube.com/watch?v=9gUdDM6LZGo

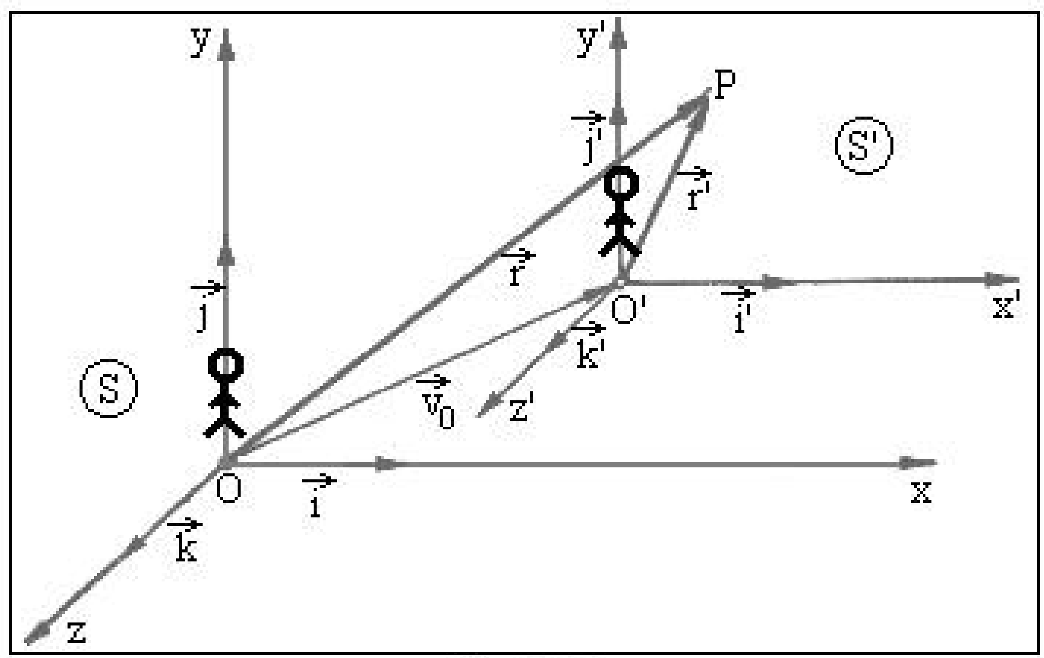
Sisteme de referinta inertiale si neinertiale

- Miscarea unui corp trebuie raportata totdeauna la un alt corp sau sisteme de corpuri. Acest sistem ales arbitrar, constituie un sistem de referinta.
- Daca sistemul de referinta este:
  - fix – miscarea raportata la acest s. de r. s.n. miscare absoluta
  - mobil – miscarea raportata la acest s. de r. s.n. miscare relativa

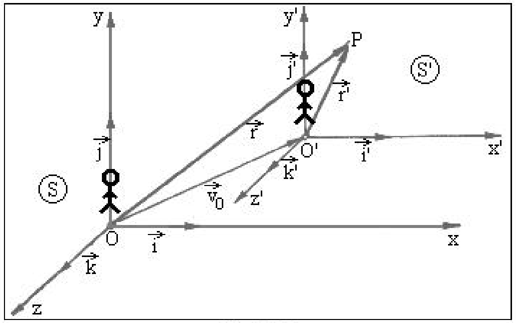
Sisteme in miscare de translatie

- Un s. de r. care se misca rectiliniu si uniform si fata de care sunt valabile legile lui Newton, in speta legea inertiei constituie un sistem inertial
- Consideram doua s. de r. inertiale S si S'
  - S-fix
  - S' - mobil cu viteza v_0 si punctul material P a carui pozitie este descrisa prin:

$$\begin{cases} \vec{r} \to S \\ \vec{r}\,' \to S' \end{cases},$$



Sisteme in miscare de translatie



$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{r'} \quad \text{prin derivare} \Rightarrow \boxed{\underbrace{\vec{v}}_{\text{Viteza absoluta}} = \vec{v_0} + \underbrace{\vec{v'}}_{\text{Viteza relativa}}}$$

Legea de compunere a vitezelor a lui Galilei

$$\text{prin derivare} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a_0} + \vec{a'}$$

$$\text{Daca } S' \to S \text{ cu } v_0 = const \Rightarrow a_0 = 0$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a'} \Rightarrow \vec{F} = \vec{F'}$$

=>legile miscarii vor fi aceleasi in S si S'; marimile sunt invariante la transformarea Galilei

$$\text{Daca } v_0 \neq const \Rightarrow \left|\vec{a_0}\right| \neq 0$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F_0} + \vec{F'} \Rightarrow \vec{F_0} = \vec{F} - \vec{F'} = m\vec{a_0}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F'} = m\vec{a'}$$

- => intr-un sistem neinertial apare o forta in plus numita forta de inertie

Sisteme in miscare de rotatie

- Consideram cazul in care S' executa o miscare de rotatie cu viteza unghiulara constanta (ω=const) in jurul unei axe oarecare fata de S fara a suferi o translatie ($dr_0/dt=0$)

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{r}' \quad \text{prin derivare} \Rightarrow$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}' + \vec{v}' \quad \text{prin derivare} \Rightarrow$$

$$\vec{a} = 2\vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}'\right) + \vec{a}' \quad \text{sau}$$

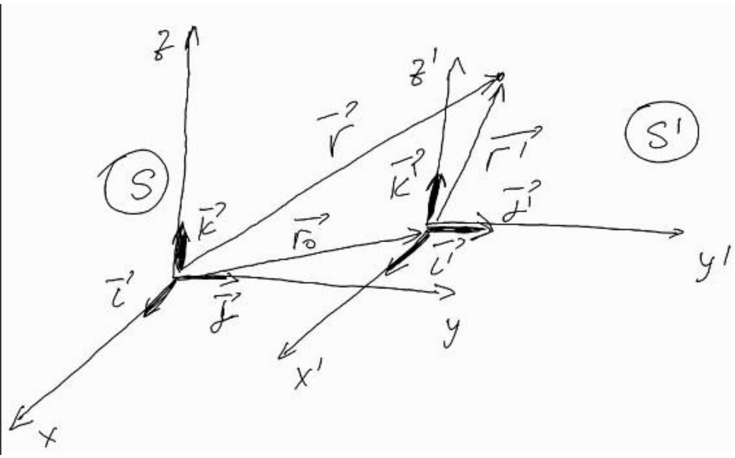
$$\vec{a}' = \vec{a} + 2\vec{v}' \times \vec{\omega} + \omega^2 \overrightarrow{r'_\perp} \quad \Rightarrow \text{apar doua forte suplimentare}$$

$$\overrightarrow{F_c} = 2m\left(\vec{v}' \times \vec{\omega}\right) \text{forta Coriolis}$$

$$\overrightarrow{F_{cf}} = m\omega^2 \overrightarrow{r'_\perp} \text{ forta centrifuga perpendiculara pe axa de rotatie}$$

https://www.youtube.com/watch?v=dt_XJp77-mk

Demonstratie



$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{r'}$$

$$\vec{r} = x_0\vec{i_0} + y_0\vec{j_0} + z_0\vec{k} + x'\vec{i'} + y'\vec{j'} + z'\vec{k'}$$

$$\dot{\vec{r}} = \dot{x}_0\vec{i_0} + \dot{y}_0\vec{j_0} + \dot{z}_0\vec{k_0} + \dot{x}'\vec{i'} + \dot{y}'\vec{j'} + \dot{z}'\vec{k'} + x'\dot{\vec{i'}} + y'\dot{\vec{j'}} + z'\dot{\vec{k'}}$$

$$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{v_r'} + x'(\vec{w} \times \vec{i'}) + y'(\vec{w} \times \vec{j'}) + z'(\vec{w} \times \vec{k'}) =$$

$$= \vec{v_0} + \vec{v'} + \vec{w} \times \vec{r'}$$

viteza de transport:

$$\vec{v_t} = \vec{v_0} + \vec{w} \times \vec{r'}$$

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{x}_0\vec{i} + \ddot{y}_0\vec{j} + \ddot{z}_0\vec{k} + \ddot{x}'\vec{i'} + \ddot{y}'\vec{j'} + \ddot{z}'\vec{k'} + 2(\dot{x}'\dot{\vec{i'}} + \dot{y}'\dot{\vec{j'}} + \dot{z}'\dot{\vec{k'}})$$

$$+ x'\ddot{\vec{i'}} + y'\ddot{\vec{j'}} + z'\ddot{\vec{k'}}$$

$$\vec{a} = \vec{a_0} + \vec{a_r} + 2\vec{w} \times \vec{v_r} + x\frac{d}{dt}(\vec{w} \times \vec{i'}) + y\frac{d}{dt}(\vec{w} \times \vec{j'}) +$$

$$+ z\frac{d}{dt}(\vec{w} \times \vec{k'}) =$$

$$\vec{a} = \vec{a_0} + \vec{a_r} + 2(\vec{w} \times \vec{v_r}) + x(\dot{\vec{w}} \times \vec{i'}) + y(\dot{\vec{w}} \times \vec{j'}) + z(\dot{\vec{w}} \times \vec{k'}) +$$

$$+ x(\vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{i})) + y(\vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{j})) + z(\vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{k'}))$$

$$\Rightarrow \vec{a_t} = \vec{a_0} + \dot{\vec{w}} \times \vec{r} + \vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{r})$$

$$\vec{a} = \vec{a_r} + \vec{a_c} + \vec{a_t} \quad |\cdot m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F_r} = \vec{F_a} + \vec{F_c} + \vec{F_t}$$

$$\vec{F_a} - m\vec{a}$$

$\vec{F_c} = -m2\vec{w} \times \vec{v_r}$ - forta Coriolis

$\boxed{\vec{F_t} = \vec{F_{tr}} + \vec{F_{cf}} + \vec{F_{\dot{w}}}}$ forța de transport

unde $\vec{F_{tr}} = m\vec{a_a}$ forta datorata translatiei accelerate a sist. neinertial

$\vec{F_{cf}} = -m\,\vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{r})$ - forța centrifugă

$\vec{F_{\dot{w}}} = -m\,\vec{w}^2 \times \vec{r}$ - apare datorită unei rotatii neuniforme a sist. mobil, când w variază în timp