C U R S U L 18

CIRCUITE TRIFAZATE (2)

4.10. RECEPTOARE TRIFAZATE ALIMENTATE SIMETRIC

4.10.2. Receptoare echilibrate.

4.10.2.1.Receptoare echilibrate cu conexiunea stea.

a. Receptoare echilibrate cu conexiunea stea cu fir neutru alimentate simetric.

Se consideră un receptor echilibrat cu conexiunea stea cu fir (conductor) neutru (figura 4.44).

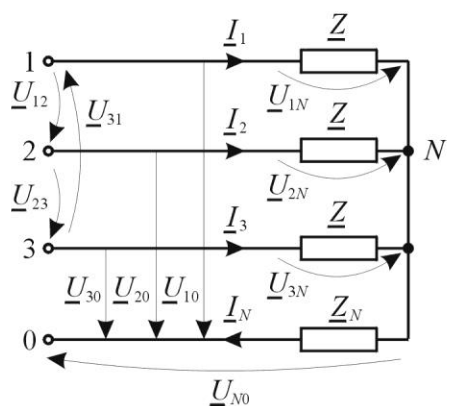

Fig.4.44. - Receptor echilibrat cu conexiunea stea cu fir neutru.

Tensiunile de alimentare de fază ale acestui receptor (tensiunile între începuturile fazelor 1, 2 şi 3) şi neutrul reţelei de alimentare sunt u_{10} ; u_{20} ; u_{30} . şi au expresiile:

$$
\begin{aligned}
u_{10} &= U\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\alpha\right) ;\\
u_{20} &= U\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\alpha-\frac{2\pi}{3}\right);\\
u_{30} &= U\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\alpha-\frac{4\pi}{3}\right).
\end{aligned}
\qquad (4.164)
$$

Acestor tensiuni le corespund următoarele reprezentări în complex:

$$u_{10} \Leftrightarrow \underline{U}_{10} = U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha} \quad ;$$
$$u_{20} \Leftrightarrow \underline{U}_{20} = U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)} = U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{3}} = U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\;a^2 = a^2\,\underline{U}_{10}\,; \tag{4.165}$$
$$u_{30} \Leftrightarrow \underline{U}_{30} = U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha-\frac{4\pi}{3}\right)} = U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{4\pi}{3}} = U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\;a = a\underline{U}_{10}\,.$$

Întrucât receptorul este echilibrat, impedanţele complexe pe cele trei faze sunt egale, deci se poate scrie:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = Z\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}\,. \tag{4.166}$$

Impedanţa firului neutru se notează $\underline{Z}_N$. Întrucât conductoarele liniei de alimentare sunt în serie cu laturile ″stelei″ curenţii de linie sunt egali cu curenţii de fază.

Pentru calculul curenţilor, se aplică teorema a II-a a lui Kirchhoff pe ochiul 1N01. Rezultă:

$$\underline{Z}\,\underline{I}_1 + \underline{Z}_N\,\underline{I}_N - \underline{U}_{10} = 0\,. \tag{4.167}$$

Dacă se notează $\underline{Z}_N\,\underline{I}_N = \underline{U}_{N0}$, căderea de tensiune pe conductorul neutru, relaţia (4.167) devine:

$$\underline{Z}\,\underline{I}_1 + \underline{U}_{N0} - \underline{U}_{10} = 0\,. \tag{4.168}$$

Similar, pentru ochiurile 2N02 şi 3N03 rezultă:

$$\underline{Z}\,\underline{I}_2 + \underline{U}_{N0} - \underline{U}_{20} = 0\,. \tag{4.169}$$

$$\underline{Z}\,\underline{I}_3 + \underline{U}_{N0} - \underline{U}_{30} = 0\,. \tag{4.170}$$

Din teorema I a lui Kirchhoff aplicată nodului N rezultă:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_N\,. \tag{4.171}$$

Din relaţiile (4.168)...(4.171) rezultă expresiile curenţilor $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ iar din relaţia $\underline{Z}_N\,\underline{I}_N = \underline{U}_{N0}$ rezultă expresia curentului $\underline{I}_N$. Înlocuind în relaţia (4.171) expresiile curenţilor $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ şi $\underline{I}_N$ rezultă:

$$.\frac{\underline{U}_{10}-\underline{U}_{N0}}{\underline{Z}}+\frac{\underline{U}_{20}-\underline{U}_{N0}}{\underline{Z}}+\frac{\underline{U}_{30}-\underline{U}_{N0}}{\underline{Z}}=\frac{\underline{U}_{N0}}{\underline{Z}_N}\ , \qquad (4.172)$$

sau:

$$\left(\underline{U}_{10}+\underline{U}_{20}+\underline{U}_{30}\right)\frac{1}{\underline{Z}}=\underline{U}_{N0}\left(\frac{3}{Z}+\frac{1}{\underline{Z}_N}\right)\ . \qquad (4.173)$$

Ţinând seama de expresiile în complex ale tensiunilor $\underline{U}_{10}, \underline{U}_{20}, \underline{U}_{30}$ şi de a treia relaţie din (4.129) rezultă:

$$\underline{U}_{10}+\underline{U}_{20}+\underline{U}_{30}=\underline{U}_{10}+a^2\,\underline{U}_{10}+a\underline{U}_{10}=\underline{U}_{10}\left(1++a^2+a\right)=0. \qquad (4.174)$$

Deoarece paranteza din membrul drept al relaţiei (4.173) este nenulă, din relaţia (4.174) rezultă:

$$\underline{U}_{N0}=0\,, \qquad (4.175)$$

iar din relaţia $\underline{Z}_N\,\underline{I}_N=\underline{U}_{N0}$, utilizând relaţia (4.175), rezultă $\underline{I}_N=0$.

Dacă se notează $\underline{U}_{1N}, \underline{U}_{2N}, \underline{U}_{3N}$ tensiunile pe fazele receptorului rezultă:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{1N}&=\underline{U}_{10}-\underline{U}_{N0} \quad ;\\ \underline{U}_{2N}&=\underline{U}_{20}-\underline{U}_{N0} \quad ;\\ \underline{U}_{3N}&=\underline{U}_{30}-\underline{U}_{N0} \quad .\end{aligned} \qquad (4.176)$$

Ţinând seama de relaţia (4.175) , rezultă:

$$\underline{U}_{1N}=\underline{U}_{10} \quad ; \quad \underline{U}_{2N}=\underline{U}_{20} \quad ; \quad \underline{U}_{3N}=\underline{U}_{30}\ . \qquad (4.177)$$

Utilizând notaţiile din paragraful precedent rezultă:

$$\begin{aligned}\left|\underline{U}_{1N}\right|=\left|\underline{U}_{2N}\right|=\left|\underline{U}_{3N}\right|&=U_r \quad ;\\ \left|\underline{U}_{10}\right|=\left|\underline{U}_{20}\right|=\left|\underline{U}_{30}\right|&=U_f \quad ;\\ U_r&=U_f \quad .\end{aligned} \qquad (4.178)$$

Din cele de mai sus se desprind următoarele observaţii:

1°. În regim de alimentare simetrică şi receptor echilibrat, tensiunile pe receptor sunt egale cu tensiunile de alimentare.

2°. Tensiunea între punctele N (neutrul receptorului) şi 0 (neutrul reţelei de alimentare) este nulă.

3°. Din relaţia $\underline{U}_{N0} = \underline{Z}_N \underline{I}_0$ rezultă $\underline{I}_0 = 0$, deci curentul care străbate conductorul de nul este nul, în consecinţă acest conductor poate lipsi.

Din relaţiile (4.168)...(4.170), având în vedere relaţia (4.175) rezultă expresiile în complex a curenţilor:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{Z}}; \\ \underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{Z}} = \frac{a^2 \underline{U}_{10}}{\underline{Z}} = a^2 \underline{I}_1; \\ \underline{I}_3 &= \frac{\underline{U}_{30}}{\underline{Z}} = \frac{a \underline{U}_{10}}{\underline{Z}} = a \underline{I}_1 \end{aligned} \tag{4.179}$$

Întrucât curenţii din fazele receptorului coincid cu curenţii din conductoarelor de alimentare, rezultă că valorile efective ale curenţilor de linie sunt egale cu valorile efective ale curenţilor de fază, deci se poate scrie

$$I_l = I_f.$$

Pentru a calcula tensiunile de linie (între două faze), conform figurii 4.44 se poate scrie:

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{10} - \underline{U}_{20} = \underline{U}_{10} - a^2 \underline{U}_{10} = \left(1 - a^2\right) \underline{U}_{10}. \tag{4.180}$$

Ţinând seama de penultima din relaţiile (4.129) rezultă:

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{10} \sqrt{3}\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}. \tag{4.181}$$

Din relaţia (4.181) rezultă legătura dintre modulul tensiunii de linie (U_{12}) şi modulul tensiunii de fază (U_{10}):

$$U_l = \left|\underline{U}_{12}\right| = \left|\underline{U}_{10}\sqrt{3}\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\right| . = U_f\sqrt{3} \quad . \tag{4.182}$$

Pentru tensiunile de linie $\underline{U}_{23}$ şi $\underline{U}_{31}$există analog relaţiile:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_{23} &= \underline{U}_{20} - \underline{U}_{30} = a^2\underline{U}_{10}\left(1-\frac{1}{a}\right) = a^2\underline{U}_{10}\left(1-a^2\right) = a^2\underline{U}_{12}\ ;\\
\underline{U}_{31} &= \underline{U}_{30} - \underline{U}_{10} = a\underline{U}_{10}\left(1-\frac{1}{a}\right) = a\underline{U}_{10}\left(1-a^2\right) = a\underline{U}_{12}\ .
\end{aligned} \tag{4.183}$$

În deducerea relaţiilor (4.183) s-a ţinut seama de relaţiile (4.175) şi de ultima relaţie de la (4.129). Din relaţiile (4.181) şi .(4.183) se observă că dacă tensiunile de fază $\underline{U}_{10}, \underline{U}_{20}$ şi $\underline{U}_{30}$ formează un sistem simetric direct atunci şi tensiunile de linie $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$ şi $\underline{U}_{31}$ formează un sistem simetric direct.

În figura 4.45 este prezentată diagrama de fazori a tensiunilor şi curenţilor pentru o reţea echilibrată cu conexiunea în stea cu fir neutru. Întrucât $\underline{U}_{N0}$= 0 rezultă că punctele N (neutrul receptorului) şi 0 (neutrul generatorului) coincid.

S-au reprezentat fazorii ($\underline{U}_{10}$, $\underline{U}_{20}$ şi $\underline{U}_{30}$) având originile comune în punctul N(0) şi extremităţile în punctele 1, 2 respectiv 3.

Fazorul tensiunii de fază $\underline{U}_{10}$ s-a considerat origine de fază. Fazorul $\underline{U}_{20}$ este defazat în urma fazorului $\underline{U}_{10}$ cu unghiul $\frac{2\pi}{3}$ iar fazorul $\underline{U}_{30}$ este defazat în urma fazorului $\underline{U}_{20}$ cu unghiul $\frac{2\pi}{3}$.

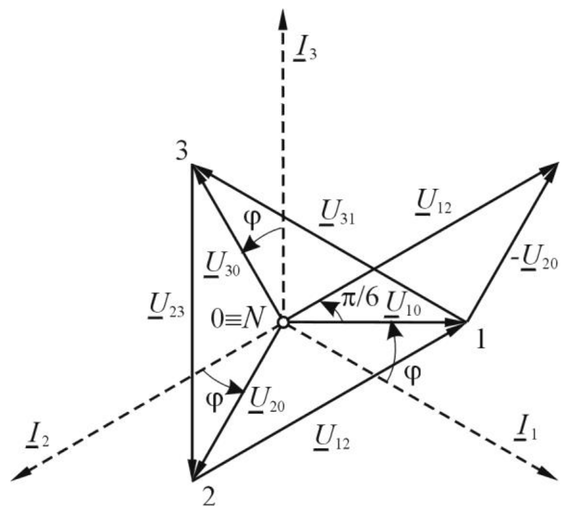

Fig.4.45 - Diagrama de fazori a tensiunilor şi curenţilor pentru conexiunea stea cu fir neutru.

Curenţii $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ şi $\underline{I}_3$ au originile tot în punctul N(0) şi sunt defazaţi cu unghiul φ în urma tensiunilor. Ţinând seama de relaţiile (4.181), (4.183) s-au reprezentat fazorii tensiunilor de linie $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$ şi $\underline{U}_{31}$

b. Receptoare echilibrate cu conexiunea stea fără fir neutru alimentate simetric.

În cazul unui receptor echilibrat (cu impedanţele pe cele trei faze egale), cu conexiunea în stea fără fir neutru (figura 4.46) tensiunile de linie u_{12}, u_{23} şi u_{31} sunt accesibile şi se consideră cunoscute. Expresiile celor trei tensiuni sunt:

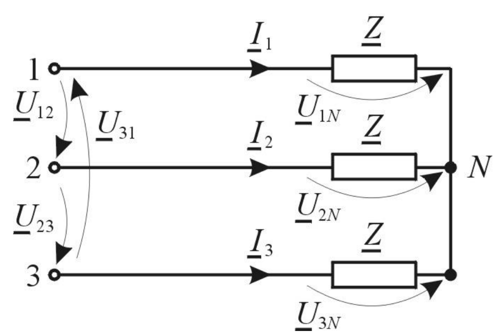

Fig.4.46. - Receptor echilibrat cu conexiune stea fără fir neutru.

$$u_{12}=U_l\sqrt{2}\,\sin(\omega t+\alpha)\Leftrightarrow\ \underline{U}_{12}=U_l\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\quad;$$
$$u_{23}=U_l\sqrt{2}\,\sin\left(\omega t+\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\ \underline{U}_{23}=U_l\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)}=U_l\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{3}}=U_l\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{4\pi}{3}}=a^2\underline{U}_{12}\ ;\qquad(4.184)$$
$$u_{31}=U_l\sqrt{2}\,\sin\left(\omega t+\alpha-\frac{4\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\underline{U}_{31}=U_l\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha-\frac{4\pi}{3}\right)}=U_l\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{4\pi}{3}}=U_l\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{3}}=a\underline{U}_{31}\,.$$

Aplicând teorema a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiurile 1N21, 1N31 şi teorema I a lui Kirchhoff nodului N,obţinem:

$$\begin{aligned}&\underline{Z}\,\underline{I}_1-\underline{Z}\,\underline{I}_2-\underline{U}_{12}=0\quad;\\&\underline{Z}\,\underline{I}_1-\underline{Z}\,\underline{I}_3+\underline{U}_{31}=0\quad;\\&\underline{I}_1+\underline{I}_2+\underline{I}_3=0\,.\end{aligned}\qquad(4.185)$$

Din prima relaţie din (4.185) rezultă:

$$\underline{I}_2=\frac{\underline{Z}\,\underline{I}_1-\underline{U}_{12}}{\underline{Z}}\qquad(4.186)$$

iar din a doua:

$$\underline{I}_3=\frac{\underline{Z}\,\underline{I}_1+\underline{U}_{31}}{\underline{Z}}\qquad(4.187)$$

care înlocuite în relaţia a treia dau:

$$\underline{I}_1+\frac{\underline{Z}\,\underline{I}_1-\underline{U}_{12}}{\underline{Z}}+\frac{\underline{Z}\,\underline{I}_1+\underline{U}_{31}}{\underline{Z}}=0\,,\qquad(4.188)$$

de unde rezultă expresia curentului $\underline{I}_1$:

$$\underline{I}_1=\frac{\underline{U}_{12}-\underline{U}_{31}}{3\underline{Z}}=\frac{\underline{U}_{12}(1-a)}{3\underline{Z}}=\frac{U_l\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\alpha}\sqrt{3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\frac{\pi}{6}}}{3Z\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\varphi}}=\frac{U_l}{Z}\,\frac{\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha-\varphi-\frac{\pi}{6}\right)}.\qquad(4.189)$$

Pentru curentul $\underline{I}_2$ rezultă:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{Z}\,\underline{I}_1 - \underline{U}_{12}}{\underline{Z}} = \frac{-2\underline{U}_{12} - a\underline{U}_{12}}{3\underline{Z}} = \frac{-\underline{U}_{12} - \underline{U}_{12} - a\underline{U}_{12}}{3\underline{Z}} =$$
$$= \frac{-a^3\underline{U}_{12} + a^2\underline{U}_{12}}{3\underline{Z}} = a^2\frac{(1-a)\underline{U}_{12}}{3\underline{Z}} = a^2\underline{I}_1 \qquad (4.190)$$

sau:

$$\underline{I}_2 = a^2\underline{I}_1 = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{4\pi}{3}}\frac{U_l}{Z}\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha-\varphi-\frac{\pi}{6}\right)}. = \frac{U_l}{Z}\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha-\varphi+\frac{7\pi}{6}\right)}. \qquad (4.191)$$

Pentru curentul $\underline{I}_3$:

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{Z}\,\underline{I}_1 + \underline{U}_{31}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{12} + 2a\underline{U}_{12}}{3\underline{Z}} = \frac{a\underline{U}_{12} - a^2\underline{U}_{12}}{3\underline{Z}} =$$
$$= \frac{a(1-a)\underline{U}_{12}}{3\underline{Z}} = a\frac{(1-a)\underline{U}_{12}}{3\underline{Z}} = a\underline{I}_1 \qquad (4.192)$$

sau:

$$\underline{I}_3 = a\underline{I}_1 = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{3}}\frac{U_l}{Z}\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha-\varphi-\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{U_l}{Z}\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha-\varphi+\frac{\pi}{2}\right)}. \qquad (4.193)$$

Din relaţiile (4.189), (4.191) şi (4.192) se observă că cei trei curenţi formează un sistem simetric direct. Valorile instantanee ale intensităţilor celor trei curenţi sunt:

$$i_1 = \frac{U_l}{Z}\frac{\sqrt{6}}{3}\sin\left(\omega t + \alpha - \varphi - \frac{\pi}{6}\right). \qquad (4.194)$$

$$i_2 = \frac{U_l}{Z}\frac{\sqrt{6}}{3}\sin\left(\omega t + \alpha - \varphi + \frac{7\pi}{6}\right). \qquad (4.195)$$

$$i_3 = \frac{U_l}{Z}\frac{\sqrt{6}}{3}\sin\left(\omega t + \alpha - \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (4.196)$$

În figura 4.47 este prezentată diagrama de fazori a tensiunilor şi curenţilor pentru o reţea echilibrată cu conexiunea în stea fără fir neutru.

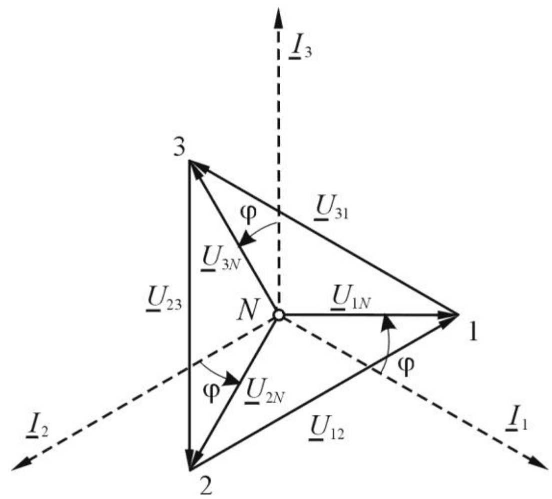

Fig.4.47.- Diagrama de fazori a tensiunilor şi curenţilor şi tensiunilor pentru conexiunea stea fără fir neutru.

S-a construit, la început, un triunghi echilateral având vârfurile în punctele 1, 2, 3 şi laturile egale cu modulele fazorilor tensiunilor de linie. Centrul cercului circumscris acestui triunghi, este punctul N. Fazorii tensiunilor pe receptoare ($\underline{U}_{1N}, \underline{U}_{2N}, \underline{U}_{3N}$) au originea în punctul N şi extremităţile în punctele 1, 2 şi 3. Fazorii curenţilor $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ şi $\underline{I}_3$ sunt defazaţi urma fazorilor tensiunilor $\underline{U}_{1N}$, $\underline{U}_{2N}$, $\underline{U}_{3N}$ cu unghiul φ.

4.10.3. Receptoare cu inductivităţi mutuale.

a. Receptor echilibrat în stea fără fir neutru cu inductivităţi mutuale.

Se consideră un receptor echilibrat cu conexiunea în stea având inductanţe mutuale (cuplaje între faze egale și au bornele polarizate orientate la fel față de intrarea curentului).(fig.4.48)

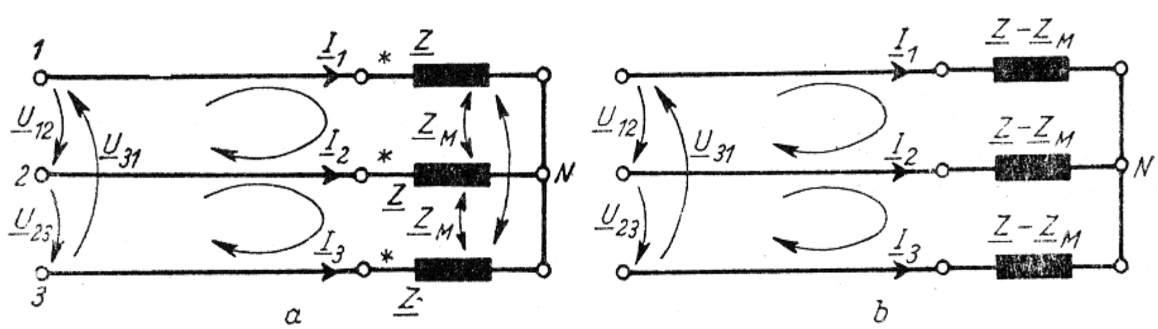

Fig. 4.48 - Receptor cu conexiunea stea cu cuplaje magnetice.

Inductanţele mutuale sunt egale ($\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{31} = \underline{Z}_M$). Se scrie teorema a II a a lui Kirchhoff pentru ochiul 1N21 şi rezultă:

$$\underline{U}_{12} = \underline{Z}\underline{I}_1 + \underline{Z}_M \underline{I}_2 - \underline{Z}\underline{I}_2 - \underline{Z}_M \underline{I}_1 = (\underline{Z} - \underline{Z}_M)\underline{I}_1 - (\underline{Z} - \underline{Z}_M)\underline{I}_2 \qquad (4.197)$$

Se scrie teorema I a lui Kirchhoff pentru ochiul 2N32 şi rezultă:

$$\underline{U}_{23} = \underline{Z}\underline{I}_2 + \underline{Z}_M \underline{I}_3 - \underline{Z}\underline{I}_3 - \underline{Z}_M \underline{I}_2 = (\underline{Z} - \underline{Z}_M)\underline{I}_2 - (\underline{Z} - \underline{Z}_M)\underline{I}_3 \qquad (4.198)$$

Se observă că s-au obţinut ecuaţiile scrise pentru ochiurile schemei echivalente din fig. 21 b, dacă impedanţele acesteia sunt:

$$\underline{Z}_e = \underline{Z} - \underline{Z}_M \qquad (4.199)$$

b. Receptor echilibrat în triunghi cu inductivităţi mutuale.

Se consideră un receptor echilibrat cu conexiunea triunghi având inductanţe mutuale (cuplaje între faze egale și au bornele polarizate orientate la fel față de intrarea curentului) (fig.4.49).

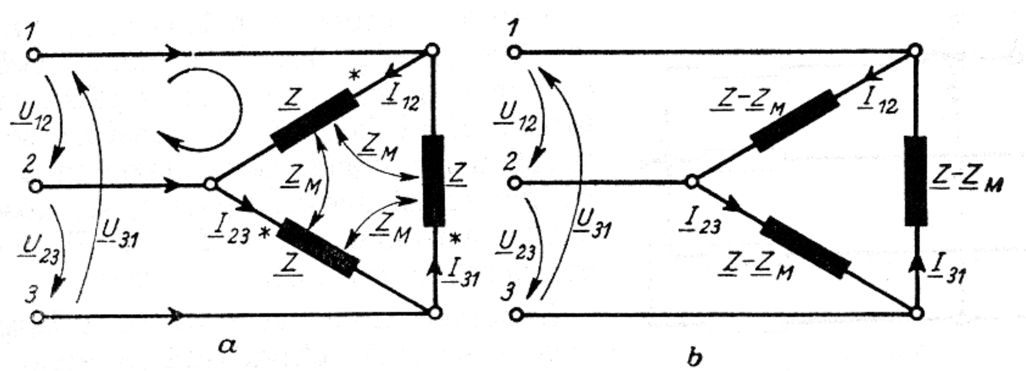

Fig. 4.51 - Receptor echilibrat cu conexiunea triunghi cu cuplaje magnetice

Inductanţele mutuale sunt egale ($\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{31} = \underline{Z}$). Se scrie teorema a II a a lui Kirchhoff pentru cele trei ochiuri independente. Rezultă:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{12} &= \underline{Z}\underline{I}_{12} + \underline{Z}_M(\underline{I}_{23} + \underline{I}_{31}) \\ \underline{U}_{23} &= \underline{Z}\underline{I}_{23} + \underline{Z}_M(\underline{I}_{31} + \underline{I}_{12}) \\ \underline{U}_{31} &= \underline{Z}\underline{I}_{31} + \underline{Z}_M(\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23}) \end{aligned} \qquad (4.200)$$

Adunând cele trei relaţii şi, ţinând seama de relaţia:

$$\underline{U}_{12}+\underline{U}_{23}+\underline{U}_{31}=\underline{U}_{12}+\mathrm{a}^2\underline{U}_{12}+\mathrm{a}\underline{U}_{12}=\underline{U}_{12}\left(1+\mathrm{a}^2+\mathrm{a}\right)=0 \qquad (4.201)$$

se obţine:

$$\left(\underline{Z}+2\underline{Z}_M\right)\left(\underline{I}_{12}+\underline{I}_{23}+\underline{I}_{31}\right)=0 \qquad (4.202)$$

Rezultă:

$$\underline{I}_{12}+\underline{I}_{23}+\underline{I}_{31}=0 \qquad (4.203)$$

Din relaţia (4.217) rezultă:

$$\underline{I}_{23}+\underline{I}_{31}=-\underline{I}_{12}\,;\,\underline{I}_{31}+\underline{I}_{12}=-\underline{I}_{23}\,;\,\underline{I}_{23}+\underline{I}_{12}=-\underline{I}_{31} \qquad (4.204)$$

Înlocuind relaţiile (4.218) în relaţiile (4.214) rezultă:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{12}&=\left(\underline{Z}-\underline{Z}_M\right)\underline{I}_{12}\\ \underline{U}_{23}&=\left(\underline{Z}-\underline{Z}_M\right)\underline{I}_{23}\\ \underline{U}_{31}&=\left(\underline{Z}-\underline{Z}_M\right)\underline{I}_{31}\end{aligned} \qquad (4.205\ )$$

adică impedanţele triunghiului echivalent fără cuplaje magnetice sunt:

$$\underline{Z}_e=\underline{Z}-\underline{Z}_M \qquad (4.206\ )$$

4.8.5.4. Metodologia de rezolvare a reţelelor trifazate alimentate în stea alimentate simetric receptor echilibrat cu inductivități mutuale.

Se vor parcurge următorii paşi:

1 – Se trec în complex simplificat tensiunile de alimentare;

2 – Se determină impedanţa complexă de fază a receptorului echilibrat $\underline{Z}$. Dacă receptorul are şi inductivităţi mutuale reciproce se determină impedanţa complexă $\underline{Z}$ –$\underline{Z}_m$;

3 – Se determină curentul complex din faza 1:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{Z} - \underline{Z}_m};$$

4 – Se scrie valoarea instantanee a curentului din faza 1:

$$i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha_1),$$

curenţii din celelalte faze ce formează un sistem simetric, vor fi:

$$i_2 = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3}), \quad i_3 = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3}).$$

5 – Se verifică rezultatul calculelor prin bilanţul puterilor:

$$\underline{S}_r = 3\underline{U}_{10}\overset{*}{\underline{I}_1} = P_r + jQ_r,$$

$$\underline{S}_Z = P_Z + jQ_Z = 3RI_1^2 + 3(\omega L - \frac{1}{\omega C})I_1^2.$$

Aplicaţii

1) Un receptor trifazat echilibrat conectat în stea (fig.4.50a) având rezistenţele şi reactanţele inductive pe cele trei faze egale: $\boldsymbol{R_1 = R_2 = R_3 = R = 46\ \Omega}$ ***şi*** $\boldsymbol{X_1 = X_2 = X_3 = 46\Omega}$, este alimentat de la o reţea trifazată simetrică de tensiuni 3 x 400/230V, f = 50 Hz. Conductorul de nul are impedanţa neglijabilă. Se cer: a) valorile instantanee ale curenţilor de fază şi a curentului din conductorul de nul şi defazajele dintre tensiuni şi curenţi; b) verificarea rezultatelor prin bilanţul puterilor; c) trasarea diagramei de fazori.

Rezolvare.

a) Deoarece impedanţele complexe ale receptorului trifazat sunt egale:

$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = R + jX = 46(1+j)$, rezultă că deplasarea nulului este nulă şi sistemul de curenţi de fază (linie) este simetric având valorile complexe:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{230}{46(1+j)} = 2{,}5(1-j) \quad \underline{I}_2 = a^2\underline{I}_1 = 2{,}5(1-j)e^{-j\frac{2\pi}{3}},$$

$$\underline{I}_3 = a\underline{I}_1 = 2{,}5(1-j)e^{+j\frac{2\pi}{3}}.$$

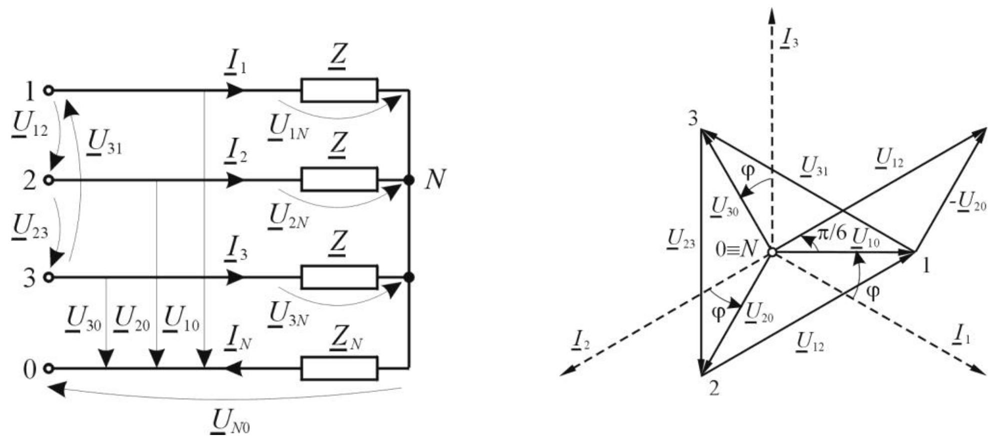

Fig.4.50a. – a. Receptor echilibrat cu conexiunea stea cu fir neutru, b. Diagrama de fazori.

Valorile instantanee ale curenţilor vor fi:

$$i_1 = 5\sin(314t - \frac{\pi}{4}),\ i_2 = 5\sin(314t - \frac{11\pi}{12}),\ i_3 = 5\sin(314t + \frac{5\pi}{12}),\ i_0 = 0.$$

Defazajele dintre tensiunile şi curenţii de fază respectivi sunt aceleaşi π/4.

b) Sistemul de tensiuni fiind simetric iar receptorul echilibrat, puterile activă, reactivă şi aparentă absorbite de receptor vor fi:

$$P_Z = 3RI^2 = 3\cdot 46\cdot\frac{25}{2} = 3U_f I_f\cos\varphi = 1.725\ W,$$

$$Q_Z = 3XI^2 = 1.725\,var,\ S_Z = 3ZI^2 = 1.725\sqrt{2}\,VA.$$

Puterile debitate de reţea vor fi:

$$P_r = 3U_f I_f \cos\varphi = 1.725\ W,\ Q_r = 3U_f I_f \sin\varphi = 1.725\ var,\ S_r = 3U_f I_f = 1.725\sqrt{2}\ VA,$$

şi sunt egale cu puterile absorbite de receptor.

c) În figura 4.50b se prezintă diagrama de fazori a tensiunilor şi a curenţilor.

2) Se dă schema electrică din figura 4.51a. Reţeaua de alimentare este simetrică având tensiunea de fază $u_{10} = 200\sqrt{2}\sin\omega t$. Receptorul trifazat este echilibrat având impedanţele pe fază $\underline{Z}$ = 4+5j. Între fazele recetorului există inductivităţi mutuale reciproce $\underline{Z}_m$= j. Să se determine curenţii absorbiţi de cele trei faze şi să se verifice rezultatele prin bilanţul puterilor.

Deoarece receptorul are inductivităţi mutuale schema echivalentă de calcul fără inductivităţi mutuale se przintă în figura 4.51b. S-a ţinut seama de faptul că avem o alimentare simetrică şi receptorul este echilibrat şi ca urmare curentul prin conductorul de nul este zero şi nu s-a mai desenat.

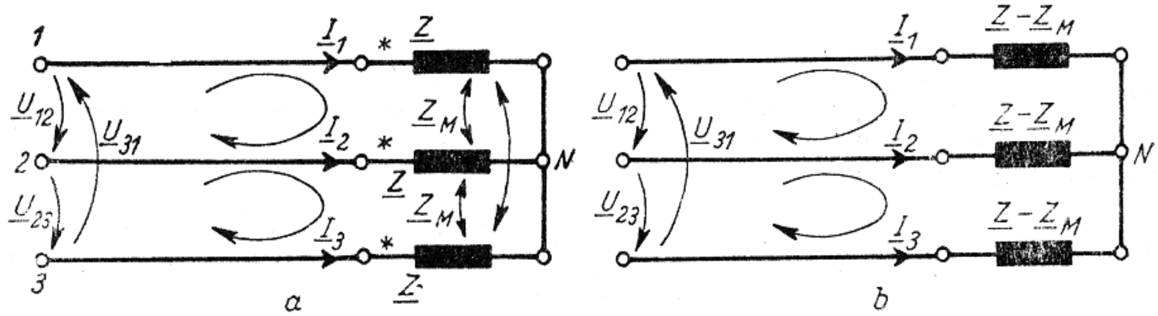

Fig. 4.51 - Receptorul de la aplicaţia 2..

Rezolvare

Intensitatea curentului din faza 1 va fi:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{Z} - \underline{Z}_M} = \frac{200\,e^{j0}}{4(1+j)} = \frac{50(1-j)}{1+1} = 25(1-j).$$

Valorile instantanee ale curenţilor din cele trei faze vor fi deoarece sistemul este simetric:

$$i_1 = 25\sqrt{2}\sqrt{2}\sin(\omega t - \pi/4) = 50\sin(\omega t - \pi/4),$$
$$i_2 = 50\sin(\omega t - \pi/4 - 2\pi/3),$$
$$i_3 = 50\sin(\omega t - \pi/4 + 2\pi/3).$$

Puterile absorbite de la reţea vor fi:

$$\underline{S}_r = 3\underline{U}_{10}\underline{I}_1^{\bullet} = 3\cdot 200\cdot 25(1+j) = 15.000(1+j) \Rightarrow P_r = 15.000\,W, \quad Q_r = 15.000\,VAr.$$

Puterile absorbite de receptor vor fi:

$$P_Z = 3RI_1^2 = 3\cdot 4\cdot(25\sqrt{2})^2 = 15.000\,W, \quad Q_r = 3\omega L I_1^2 = 3\cdot 4\cdot(25\sqrt{2})^2 = 15.000\,VAr.$$

Se verifică bilanțul puterilor.

TEME DE STUDIU

. Test 1.

Ce este un receptor trifazat echilibrat ?.

Test 2.

Ce este o alimentare simetrică ?.

Test 3.

Ce este un receptor trifazat dezechilibrat ?

Test 4.

Cum se obţine conexiunea stea ?.

Test 5.

Ce avantaje are conexiunea stea ?.

Test 6.

Ce sunt tensiunile de linie respectiv de fază?.

Test 7.

Ce sunt curenţii de linie respectiv de fază?.

Test 8.

Ce relaţii există între mărimile de linie şi cele de fază?.

Test 9.

Care sunt expresile puterilor absorbite de un receptor conectat în stea ?.

Test 10.

Cum se obţine conexiunea triunghi ?.

Test 11.

Ce avantaje are conexiunea triunghi ?.

Test 12.

Ce sunt tensiunile de linie respectiv de fază?.

Test 13.

Ce sunt curenţii de linie respectiv de fază?.

Test 14.

Ce relaţii există între mărimile de linie şi cele de fază?.

Test 15.

Care sunt expresile puterilor absorbite de un receptor conectat în triunghi?.

Test 16.

Care sunt schemele echivalente de calcul fără inductivităţi mutuale pentru receptoare echilibrate cu conexiunea stea având inductivităţi mutuale?.

Test 17.

Care sunt schemele echivalente de calcul fără inductivităţi mutuale pentru receptoare echilibrate cu conexiunea triunghi având inductivităţi mutuale?.

Test 18.

Cum se trasează diagrama de fazori pentru conexiunea triunghi ?.

Test 19.

Cum se pot calcula impedanţele laturilor unei stele echivalente dacă se cunosc impedanţele laturilor unui triunghi?.

Test 20.

Cum se reprezintă diagrama de fazori a tensiunilor şi a curenţilor pentru conexiunea triunghi ?.