C U R S U L 14

4. CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV (1)

În capitolele precedente s-a studiat curentul continuu, adică curentul cu sensul invariabil şi cu intensitatea constantă în timp. În tehnică, curenţii variabili în timp au o mai mare aplicabilitate. Circuitele electrice de curent alternativ sunt circuitele electrice alimentate cu tensiuni electromotoare (t.e.m.) alternative. Aceste circuite prezintă avantaje în producerea t.e.m., în transportul şi utilizarea energiei.

Cele mai simple generatoare electrice sunt cele de curent alternativ (c.a.), deoarece nu necesită dispozitive de redresare, simpla rotire uniformă a unei spire într-un câmp magnetic constant, dă naştere unei t.e.m. alternative (vezi.3.3.). Cele mai simple şi mai robuste motoare electrice sunt motoarele asincrone care sunt alimentate tot cu tensiuni alternative.

Pentru transmiterea energiei electrice se folosesc liniile electrice ale căror pierderi, prin efect Joule-Lenz, sunt invers proporţionale cu pătratul tensiunii. Pentru curenţii continui, tensiunea nu mai poate fi modificată uşor, dar pentru curenţii alternativi, tensiunea se poate modifica uşor și cu un randament ridicat cu ajutorul transformatoarelor electrice.

Semnalele radio şi cele din telecomunicaţii sunt practic suprapuneri de semnale alternative de înaltă frecvenţă.

Dacă unui circuit electric nedeformant i se aplică o tensiune alternativă sinusoidală, curenţii din laturile circuitului vor fi tot de formă sinusoidală având aceeaşi frecvenţă cu frecvenţa tensiunii de alimentare. Reţelele industriale de c.a. din ţara noastră au frecvenţa de 50 Hz.

Studiul circuitelor de curent alternativ se poate face cu metode simple, suficient de exacte, dacă sunt îndeplinite următoarele condiţii:

1˚. Se consideră că regimul permanent al circuitelor este un regim **cvasistaţionar**, adică variaţia mărimilor de stare ale câmpului electromagnetic este suficient de lentă pentru a se putea neglija peste tot, cu excepţia dielectricului condensatoarelor, curentul de deplasare:

$$i_D = \frac{\mathrm{d}\Psi_{S_\Gamma}}{\mathrm{d}t} = 0 \ ,$$

În consecinţă, curentul este de conducţie în conductoare şi de deplasare în condensatoarele cu dielectric perfect izolant.

2˚. Energia câmpului magnetic se localizează numai în bobine, iar energia câmpului electric numai în condensatoare. Deşi curentul de deplasare stabileşte câmp magnetic în dielectricul condensatoarelor, energia magnetică corespunzătoare se neglijează şi deşi câmpul magnetic variabil în timp din bobine produce câmp electric, energia electrică corespunzătoare se neglijează.

3˚. Se consideră că intensitatea curentului care intră pe la una din bornele elementului de circuit bipolar, este egală cu intensitatea curentului care iese pe la cealaltă bornă a elementului de circuit, deci curentul electric se stabileşte instantaneu, efectul de propagare al acestuia fiind neglijabil.

4˚. Se neglijează repartiţia neuniformă a curentului electric variabil în timp pe secţiunea conductoarelor. La viteze mari de variaţie în timp a curentului de conducţie şi la valori ale conductivităţii electrice σ, a permeabilităţii magnetice **μ** şi a dimensiunii celei mai mici a secţiunii transversale a unui conductor, densitatea de curent electric este mai mare la suprafaţă conductorului decât în centrul secţiunii (efect pelicular), dacă este satisfăcută condiţia $\frac{d}{\delta} << 1$, unde **δ** se numeşte adâncime de pătrundere şi este dată de relaţia:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \, f \, \mu \, \sigma}} \ ,$$

La frecvențe joase, efectul de refulare a curentului este neglijabil.

4.1. DEFINIŢII GENERALE

Se numeşte **mărime sinusoidală (mărime armonică) o mărime alternativă a cărei expresie funcţie de timp este de forma**:

$$a = A_m \sin(\omega t + \alpha) = A_m \sin(2\pi f\, t + \alpha) = A_m \sin\left[(2\pi / T)t + \alpha\right], \qquad (4.1)$$

unde: - A_m reprezintă amplitudinea - modulul valorii maxime a mărimii sinusoidale;

- a - valoarea instantanee a mărimii;
- $\omega t + \alpha$ - faza mărimii, se exprimă în radiani;
- α - faza iniţială, la momentul $t = 0$, cu valori cuprinse între **-π şi π**;
- $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ – pulsaţia [rad];
- **f** - frecvenţa, se exprimă în hertzi [Hz];
- **T** - perioada, se exprimă în secunde [s].

Mărimile sinusoidale au următoarele proprietăţi:

- valoarea medie $\tilde{a}$ pe o perioadă este nulă:

$$\tilde{a} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} A_m \sin(\omega t + \alpha)\, dt = -\frac{A_m}{\omega T}\left[\cos(\omega t + \omega T + \alpha) - \cos(\omega t + \alpha)\right] = 0; \qquad (4.2)$$

- mărimea medie pe o semiperioadă este:

$$a_{med} = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\alpha}{\omega}}^{-\frac{\alpha}{\omega}+\frac{T}{2}} A_m \sin(\omega t + \alpha)\, dt = \frac{2}{\pi} A_m\,; \qquad (4.3)$$

- valoarea efectivă (valoarea medie pătratică), notată totdeauna cu literă mare:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_t^{t+T} A_m^2 \sin^2(\omega t + \alpha)\, dt} = A_m \sqrt{\frac{1}{T}\int_t^{t+T} \frac{1 - \cos 2(\omega t + \alpha)}{2}\, dt} = \frac{A_m}{\sqrt{2}}. \qquad (4.4)$$

Ţinând seama de relaţia (4.4), o mărime sinusoidală se poate scrie:

$$a = A_m \sin(\omega t + \alpha) = \sqrt{2}\, A \sin(\omega t + \alpha)\,. \qquad (4.5)$$

Dacă se face substituţia $\boldsymbol{t = t' - \alpha/\omega}$, rezultă:

$$a = \sqrt{2}\, A \sin(\omega t' - \alpha + \alpha) = \sqrt{2}\, A \sin \omega t'\,. \qquad (4.6)$$

Expresia (4.6) nu conţine faza iniţială şi cum alegerea originii timpului este arbitrară, rezultă că faza iniţială nu caracterizează proprietăţile mărimii periodice ***a***. Într-o problemă are importanţă numai diferenţa fazelor iniţiale ale mărimilor. Pentru aceasta, se alege pentru o mărime faza iniţială zero (mărime numită **origine de fază**), iar celelalte mărimi vor avea fazele iniţiale luate în raport cu aceasta.

Se consideră două mărimi sinusoidale de aceeaşi frecvenţă:

$$a_1 = \sqrt{2}\, A_1 \sin(\omega t + \alpha_1)\ , \quad a_2 = \sqrt{2}\, A_2 \sin(\omega t + \alpha_2)\,.$$

Se numeşte **defazajul** φ_{12} dintre două mărimi sinusoidale diferenţa fazelor lor. Dacă frecvenţele celor două mărimi sunt egale, defazajul este egal cu diferenţa fazelor iniţiale și nu depinde de timp:

$$\varphi_{12} = \omega t + \alpha_1 - \omega t - \alpha_2 = \alpha_1 - \alpha_2\,. \qquad (4.7)$$

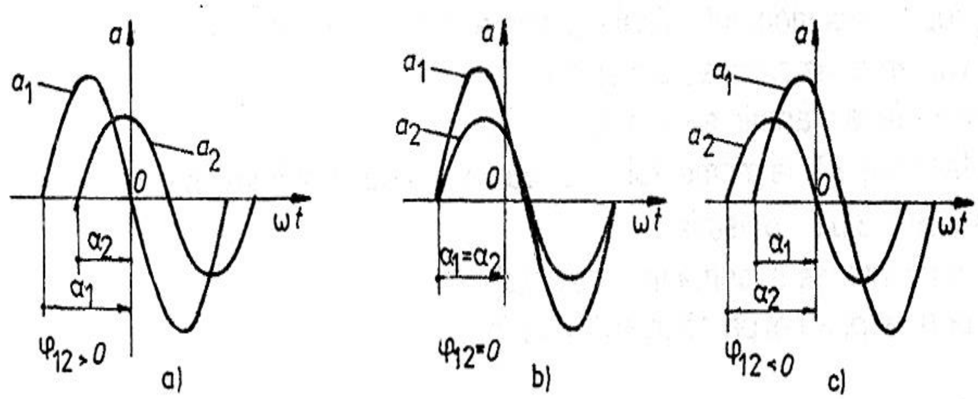

Fig.4.1 - Explicativă la defazajele mărimilor alternative $\mathbf{a_1}$ şi $\mathbf{a_2}$:
a) a_1 defazată înainte; b) a_1 şi a_2 în fază; c) a_2 defazată înainte.

Dacă $\varphi_{12} > \mathbf{0}$, mărimea $\boldsymbol{a_1}$ este defazată înaintea mărimii $\boldsymbol{a_2}$ (fig.4.1a), pentru $\varphi_{12} = \mathbf{0}$, mărimile $\boldsymbol{a_1}$ şi $\boldsymbol{a_2}$ sunt în fază (fig.4.1b), iar pentru $\varphi_{12} < \mathbf{0}$ mărimea $\boldsymbol{a_1}$ este defazată în urma mărimii $\boldsymbol{a_2}$ (fig.4.1c). Dacă $\varphi_{12} = \pm \boldsymbol{\pi/2}$ mărimile sunt în cuadratură, iar pentru $\varphi_{12} = \pm \boldsymbol{\pi}$ sunt în opoziţie.

4.2. CIRCUITE SIMPLE ÎN REGIM PERMANENT SINUSOIDAL

Fiind cunoscută valoarea instantanee a tensiunii la bornele unui circuit liniar şi pasiv cu două borne:

$$u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \alpha), \tag{4.8}$$

se cere să se determine valoarea intensităţii curentului în regim permanent, de forma:

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \beta). \tag{4.9}$$

Raportul dintre valoarea efectivă a tensiunii şi valoarea efectivă a curentului se numeşte impedanţa circuitului şi se notează cu Z:

$$Z = \frac{U}{I}. \tag{4.10}$$

Unitatea de măsură este Ohmul $[\Omega]$.

Defazajul dintre $\boldsymbol{u}$ şi $\boldsymbol{i}$ (defazajul circuitului) se notează cu: φ

$$\varphi = \alpha - \beta \lesseqgtr 0. \tag{4.11}$$

La calculul circuitelor se presupun următoarele ipoteze simplificatoare:

- circuitele sunt **filiforme**, curentul este uniform repartizat în secţiunea conductorului;

- elementele de circuit sunt **ideale**, rezistoarele au numai rezistenţă, bobinele numai inductanţe, condensatoarele numai capacitate;

- circuitele au **parametrii concentraţi**, în rezistor este concentrată întreaga rezistenţă, în bobină întreaga inductivitate şi în condensator întreaga capacitate a circuitului;

- circuitul este **izolat** de influenţa electromagnetică a altor circuite;

- parametrii circuitului (***R,L,C***) sunt **liniari**, nu depind de valoarea intensităţii curentului sau a tensiunii.

4.2.1. Circuit cu rezistor ideal.

Se consideră un circuit simplu format dintr-un rezistor ideal (fig.4.2), alimentat cu o tensiune la borne sinusoidală. Se consideră curba închisă **Γ,** cu sensul de parcurgere astfel ales încât să fie în sensul curentului prin latură şi invers sensului tensiunii la borne (convenția de semne de la receptoare). Aplicând legea inducţiei electromagnetice curbei **Γ**, rezultă:

$$\oint_{\Gamma} \overline{E}\,\mathrm{d}\bar{l} = -\,\mathrm{d}\Phi_{S_\Gamma}/\mathrm{d}t\ ,\ u_{\mathrm{f}} - u = 0\ ,\ u_{\mathrm{b}} = u_{\mathrm{f}} = Ri = u_R\ , \qquad (4.12)$$

sau:

$$i = \frac{u}{R} = \sqrt{2}\,\frac{U}{R}\,\sin(\omega t + \alpha)\ , \qquad (4.13)$$

deoarece fluxul magnetic este nul, inductanţa circuitului fiind nulă (***L***=0).

S-a presupus iniţial intensitatea curentului de formă sinusoidală:

$$\mathrm{i} = \sqrt{2}\ I\sin(\omega t+\beta)$$

şi rezultă:

- intensitatea curentului este în fază cu tensiunea:

$$\varphi = 0\ , \qquad (4.14)$$

- valoarea impedanţei este egală cu valoarea rezistenţei rezistorului:

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{R}; \qquad (4.15)$$

- valoarea efectivă a intensităţii curentului nu depinde de frecvenţa tensiunii la borne:

$$I = U/R; \qquad (4.16)$$

- căderea de tensiune pe un rezistor este în fază cu intensitatea curentului şi se numeşte **cădere de tensiune rezistivă** (fig.4.2b).

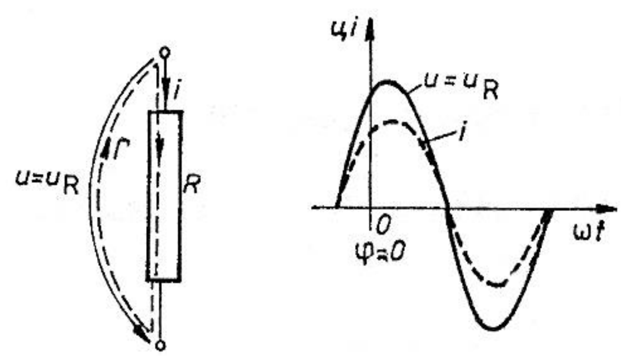

Fig. 4.2 – a) Circuit simplu cu rezistor. b) dependenţa curentului şi tensiunii de timp.

4.2.2. Circuit cu bobină ideală.

Se consideră o bobină ideală (fig.4.3), având inductanţa ***L***, alimentată cu tensiunea sinusoidală:

$$u = \sqrt{2}\, U \sin(\omega t+\alpha).$$

Se consideră conturul închis **Γ** având sensul curentului prin circuit şi sens contrar tensiunii la borne. Se aplică legea inducţiei electromagnetice:

$$\oint_{\Gamma} \bar{E}\,\mathrm{d}\bar{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{S_\Gamma}}{\mathrm{d}t}, \quad \rightarrow u_f - u = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}, \quad \text{sau:}$$

$$u = u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}, \tag{4.17}$$

Bobina fiind ideală, rezistenţa ei este nulă, deci $\boldsymbol{u_f = R\, i = 0}$ (R = 0),

şi intensitatea curentului din circuit va fi:

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{L}\int u\,\mathrm{d}t = \frac{1}{L}\int \sqrt{2}\,U\sin(\omega t+\alpha)\mathrm{d}t = -\frac{1}{\omega L}\sqrt{2}\,U\cos(\omega t+\alpha) = \\ &= \frac{U}{\omega L}\sqrt{2}\sin(\omega t+\alpha-\pi/2). \end{aligned} \tag{4.18}$$

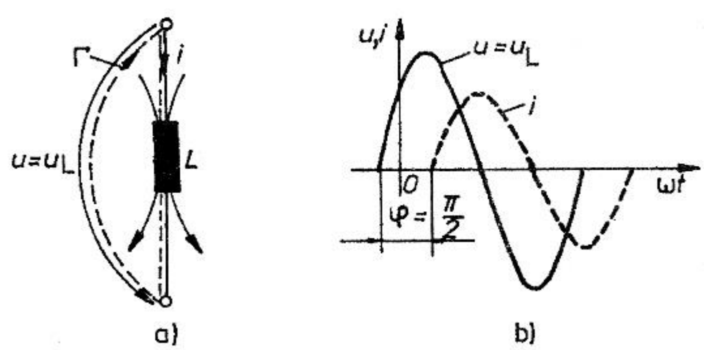

Fig.4.3 - a) Circuit cu bobină ideală; b) dependenţa curentului şi tensiunii de timp.

Prin identificarea relaţiei (4.18) cu (4.9) rezultă:

- intensitatea curentului este defazată în urma tensiunii cu **π/2** :

$$\varphi = \pi/2\ ; \tag{4.19}$$

- valoarea impedanţei este egală cu produsul dintre pulsaţia curentului şi inductanţa bobinei şi se numeşte **reactanţa inductivă a bobinei**. Ea este dependentă de frecvenţă:

$$Z = \omega L = 2\pi f L = X_L \;; \qquad (4.20)$$

- valoarea efectivă a intensităţii curentului este egală cu raportul dintre valoarea efectivă a tensiunii la borne şi valoarea reactanţei inductive $\boldsymbol{X_L}$:

$$I = \frac{U}{X_L} \;; \qquad (4.21)$$

- căderea de tensiune pe o bobină ideală va fi todeauna defazată cu $\boldsymbol{\pi/2}$ înaintea curentului (fig.4.3b) şi se numeşte **cădere de tensiune inductivă**.

4.2.3. Circuit cu condensator ideal.

Se consideră condensatorul ideal de capacitate $\boldsymbol{C}$ (fig.4.4) alimentat cu o tensiune sinusoidală:

$$u = \sqrt{2}\, U \sin(\omega t + \alpha).$$

Dacă circuitul ar fi alimentat cu o tensiune continuă, intensitatea curentului din circuit ar fi zero :

$$I = \frac{U}{R_C} = \frac{U}{\infty} = 0 \;,$$

deoarece între plăcile condensatorului se află un dielectric, care are rezistenţa electrică infinită ($\boldsymbol{R_C} = \infty$).

Aplicând o tensiune sinusoidală condensatorului, acesta se va încărca şi descărca periodic cu frecvenţa egală cu frecvenţa tensiunii aplicate şi deci, prin circuit va trece un curent electric alternativ.

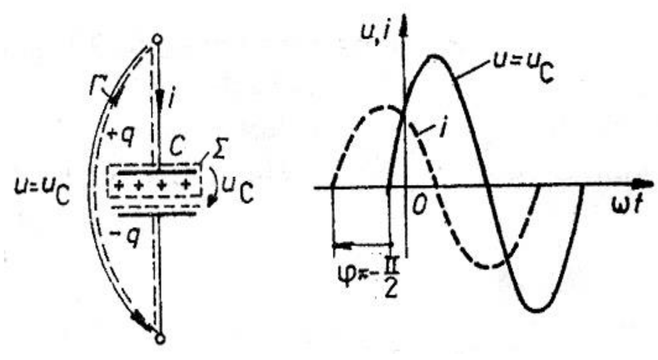

Fig.4.4 - a) Circuit simplu cu condensator; b) dependenţa de timp a curentului şi a tensiunii.

Acest lucru lasă impresia că în regim sinusoidal, curentul electric trece prin condensator.

Aplicând legea inducţiei electromagnetice conturului închis **Γ**, rezultă:

$$\oint_{\Gamma} \bar{E}\, \mathrm{d}\bar{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{S_\Gamma}}{\mathrm{d}t}\ ,\ u_C - u = 0\ ,\ u_C = u = \frac{q}{C}\ , \qquad (4.22)$$

unde ***q*** reprezintă modulul sarcinei electrice a unei armături a condensatorului.

Conform legii conservării sarcinii electrice, aplicate suprafeţei închise **Σ** (fig.4.4) ce înconjoară doar armătura încărcată pozitiv, rezultă:

$$-i = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\ ,\ i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\ ,\ q = \int i\ \mathrm{d}t\ ,\quad u_C = \frac{1}{C}\int i\ \mathrm{d}t\ . \quad (4.23)$$

Introducând în relaţia (4.23), relaţia (4.22) rezultă:

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \omega C U\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \alpha\right) = \omega C U\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (4.24)$$

Prin identificarea relaţiei (4.24) cu relaţia (4.9), rezultă:

- intensitatea curentului este defazată înaintea tensiunii cu π/2:

$$\varphi = -\pi/2\ , \qquad (4.25)$$

- valoarea impedanţei este dependentă de frecvenţă şi este egală cu inversul produsului dintre capacitatea condensatorului şi pulsaţia tensiunii de alimentare şi se numeşte **reactanţă capacitivă**:

$$Z = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = X_C\ ; \qquad (4.26)$$

- valoarea efectivă a intensităţii curentului este egală cu câtul dintre valoarea efectivă a tensiunii la borne şi reactanţa capacitivă X_C și depinde de frecvența tensiunii*:*

$$I = \frac{U}{X_C} = \omega C U = 2\pi f C U\ ; \qquad (4.27)$$

- căderea de tensiune pe condensator va fi defazată cu π/2 în urma intensităţii curentului (fig.4.4b) şi se numeşte **cădere de tensiune capacitivă**.

4.2.4. Circuit cu rezistor, bobină şi condensator, legate în serie.

Se consideră circuitul din figura 4.5, unde toate elementele de circuit sunt ideale. Se aplică la borne o tensiune sinusoidală:

$$\boldsymbol{u}=\sqrt{2}\,U\sin(\omega t+\alpha).$$

Aplicând legea inducţiei electromagnetice conturului închis **Γ** având sensul curentului din circuit, se obţine:

$$\oint_{\Gamma}\bar{E}\,\mathrm{d}\bar{l}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{S_\Gamma}}{\mathrm{d}t}\,,\quad u_f+u_C-u=-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\,. \tag{4.28}$$

Înlocuind în relaţia (4.28) relaţiile (4.12), (4.17) şi (4.23) se obţine:

$$u=Ri+L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t. \tag{4.29}$$

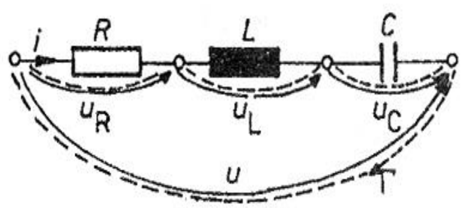

Fig.4.5 - Circuit serie cu rezistor, bobină şi condensator.

Căutăm pentru ecuaţia integro-diferenţială (4.29) o soluţie de forma:

$$i=\sqrt{2}\,I\,\sin(\omega t+\beta)\,. \tag{4.30}$$

Înlocuind în relaţia (4.29) relaţiile (4.30) şi (4.8) rezultă:

$$\begin{aligned}&\sqrt{2}U\sin(\omega t+\alpha)=\sqrt{2}\,I\,R\sin(\omega t+\beta)+\\&+\sqrt{2}\,\omega L\,I\sin\left(\omega t+\beta+\frac{\pi}{2}\right)+\sqrt{2}\,\frac{I}{\omega C}\sin\left(\omega t+\beta-\frac{\pi}{2}\right).\end{aligned} \tag{4.31}$$

Relaţia (4.31) fiind o identitate, ea trebuie să fie adevărată în orice moment, deci şi pentru momentele:

$$\omega t+\beta=0,\quad \rightarrow U\sin(\alpha-\beta)=U\sin\varphi=\omega L\,I-\frac{I}{\omega C}, \tag{4.32a}$$

$$\omega t+\beta=\pi/2,\quad \rightarrow U\cos(\alpha-\beta)=U\cos\varphi=R\,I\,. \tag{4.32b}$$

Prin împărţirea relaţiilor (4.32a) şi (4.32b) se obţine:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}\ , \quad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}\ . \tag{4.33}$$

Ridicând la pătrat relaţiile (4.32) şi adunând membru cu membru, rezultă:

$$\begin{aligned} U^2 &= I^2\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right], \\ I &= \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}\ . \end{aligned} \tag{4.34}$$

Valoarea instantanee a intensităţii curentului va fi:

$$i = \sqrt{2}\,\frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}\,\sin\left(\omega t + \alpha - \operatorname{arctg}\frac{X_L - X_C}{R}\right). \tag{4.35}$$

Intensitatea curentului este defazată în urma tensiunii la borne cu unghiul φ dat de relaţia (4.33).

Rezultă că dacă:

φ **> 0, (*$X_L > X_C$*)**, circuitul are caracter inductiv;

φ **= 0, (*$X_L = X_C$*)**, circuitul are caracter pur rezistiv;

φ **< 0, (*$X_L < X_C$*)**, circuitul are caracter capacitiv.

Valoarea impedanţei este egală cu radicalul de ordinul doi din suma pătratului rezistenţei rezistorului şi pătratul diferenţei dintre reactanţa inductivă şi cea capacitivă:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}\ . \tag{4.36}$$

Relaţiile obţinute pentru cazul general, pot fi particularizate. Astfel, considerând că circuitul nu conţine condensator, $X_C = 0$, se obţin relaţiile pentru rezistorul şi bobina ideale legate în serie, iar dacă circuitul nu conţine bobină, $X_L = 0$, se obţin relaţiile pentru legarea în serie a rezistorului şi condensatorului ideali.

4.3. MĂRIMILE CARACTERISTICE CIRCUITELOR LINIARE ÎN REGIM PERMANENT SINUSOIDAL

Un circuit de c.a. sinusoidal poate fi caracterizat cu ajutorul a doi parametri, pentru o anumită frecvenţă a tensiunii de alimentare.

4.3.1. Impedanţa şi defazajul.

a.) **Impedanţa circuitului pasiv Z** este prin definiţie **raportul dintre valoarea efectivă a tensiunii la bornele circuitului şi valoarea efectivă a intensităţii curentului ce intră pe la borne**:

$$Z = \frac{U}{I} > 0 \ . \tag{4.37}$$

Impedanţa este o funcţie de parametri circuitului şi de frecvenţa tensiunii de alimentare, ***Z* = *f*(*R*, *L*, *C*, *f*)**. Unitatea de măsură este **Ohmul [Ω]**.

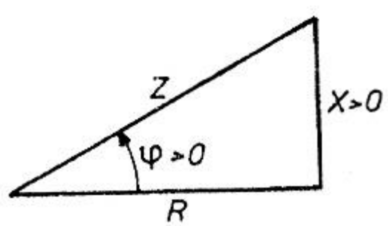

Fig.4.6 – Triunghiul impedanţelor.

b) **Defazajul circuitului φ** se defineşte ca **diferenţa dintre faza tensiunii la bornele circuitului şi faza intensităţii curentului ce intră pe la o bornă şi iese pe la cealaltă**. Deoarece frecvenţa tensiunii şi a curentului este aceeaşi (pentru circuite nedeformante), defazajul este diferenţa dintre fazele iniţiale ale tensiunii şi intensităţii curentului:

$$\varphi = \alpha - \beta \ . \tag{4.38}$$

Defazajul depinde de parametrii circuitului şi de frecvenţă $\varphi = \varphi\,(R, L, C, f\,)$. Valorile defazajului sunt cuprinse între **-π/2** şi **+π/2**, deci **cos** $\varphi \geq$ **0**.

Dacă se cunosc ***Z*** şi φ , curentul este univoc determinat și are expresia:

$$i = \sqrt{2}\,\frac{U}{Z}\sin(\omega t + \alpha - \varphi). \tag{4.39}$$

4.3.2. Rezistenţa şi reactanţa circuitului.

a) **<u>Rezistenţa circuitului *R*</u>** este definită astfel:

$$R = \frac{U\cos\varphi}{I} = Z\cos\varphi \geq 0 \ , \qquad (4.40)$$

unde, ***U* cos φ** este componenta activă a tensiunii. Rezistenţa circuitului nu trebuie confundată cu rezistenţa dată în c.c de relaţia (2.35), ele se confundă numai în cazuri particulare.

b) **<u>Reactanţa circuitului *X*</u>** este definită astfel:

$$X = \frac{U\sin\varphi}{I} = Z\sin\varphi \lesseqgtr 0 \, , \qquad (4.41)$$

unde ***U* sin φ** este componenta reactivă a tensiunii.

Dacă se dau rezistenţa şi reactanţa, se pot determina defazajul şi impedanţa circuitului:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{X}{R} \ , Z = \sqrt{R^2 + X^2} \ , \sin\varphi = \frac{X}{Z} \ , \cos\varphi = \frac{R}{Z} \ . \qquad (4.42)$$

Relaţiile (4.42) pot fi ţinute uşor minte, cu ajutorul triunghiului impedanţelor (fig.4.6).

Unitatea de măsură pentru rezistenţa şi reactanţa circuitului este **Ohmul [Ω]**.

Cunoscând valorile date de relaţiile (4.42), valoarea instantanee a curentului este:

$$i = \sqrt{2}\ \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} \sin\left(\omega t + \alpha - \operatorname{arctg}\frac{X}{R}\right). \qquad (4.43)$$

4.3.3. Admitanţa şi defazajul.

a) **<u>- Admitanţa circuitului *Y*</u>** se defineşte ca inversa impedanţei circuitului:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{U} > 0 \ . \qquad (4.44)$$

Unitatea de măsură a admitanţei este **Siemensul [S]**.

b). - **Defazajul circuitului φ** a fost definit în paragraful 4.3.1.

Cunoscând admitanţa şi defazajul, se poate scrie uşor valoarea instantanee a curentului:

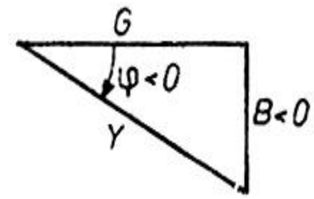

Fig.4.7 - Triunghiul admitanţelor.

$$i = \sqrt{2}\ Y\ U\ \sin(\omega t + \alpha - \varphi)\ . \qquad (4.45)$$

4.3.4. Conductanţa şi susceptanţa.

a) **- Conductanţa circuitului *G***, este definită astfel:

$$G = \frac{I\ \cos\varphi}{U} = Y\ \cos\varphi \geq 0\ , \qquad (4.46)$$

unde ***I* cos** φ reprezintă componenta activă a curentului.

b) **Susceptanţa circuitului *B***, este definită astfel:

$$B = \frac{I\ \sin\varphi}{U} = Y\ \sin\varphi \lesseqgtr 0\ , \qquad (4.47)$$

unde ***I* sin** φ reprezintă componenta reactivă a curentului.

Cunoscându-se conductanţa şi susceptanţa circuitului se pot deduce relaţiile:

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}\ , \mathrm{tg}\,\varphi = B / G\, , \cos\varphi = G / Y, \sin\varphi = B / Y\ . \qquad (4.48)$$

Relaţiile (4.48) pot fi ţinute uşor minte cu ajutorul triunghiului admitanţelor (fig.4.7).

Valoarea instantanee a intensităţii curentului va fi:

$$i = \sqrt{2}\ U\ \sqrt{G^2 + B^2}\ \sin\left(\omega t + \alpha - \operatorname{arctg}\frac{B}{G}\right)\ . \qquad (4.49)$$

Unitatea de măsură pentru conductanţă şi susceptanţă este **Siemensul [S]**.

4.4. PUTERI ÎN CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV

Puterea primită instantaneu de un circuit cu două borne de acces are expresia:

$$p = u\ i\ . \qquad (4.50)$$

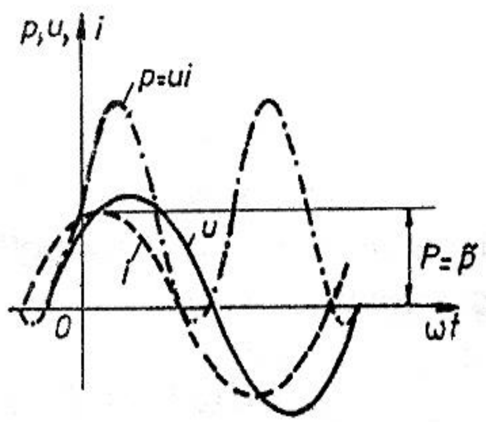

Fig.4.8 - Dependenţa tensiunii, curentului şi puterii instantanee de timp

Relaţia (4.50) exprimă puterea primită de circuit dacă sensurile tensiunii la borne ***u*** şi a curentului absorbit ***i*** sunt asociate după regula de la receptoare sau puterea cedată de circuit, dacă asocierea s-a făcut după regula de la generatoare.

Considerând tensiunea şi curentul de forma:

$$u = \sqrt{2}U\ \sin(\omega t + \alpha)\ ,\ \ i = \sqrt{2}\,I\ \sin(\omega t + \beta)\ ,$$

rezultă puterea instantanee:

$$\begin{aligned} p &= 2UI\sin(\omega t + \alpha)\sin(\omega t + \beta) = \\ &= UI\left[\cos\varphi - \cos(2\omega t + \alpha + \beta)\right]\ . \end{aligned} \qquad (4.51)$$

Puterea instantanee este o mărime periodică, având o componentă constantă (***U I* cos** φ) şi o componentă alternativă cu frecvenţa dublă faţă de frecvenţa tensiunii de alimentare.

În fig.4.8 s-au reprezentat tensiunea la borne, intensitatea curentului şi puterea instantanee. Se observă că puterea instantanee nu are mereu acelaşi semn. Dacă convenţia de semne este de la receptoare, se constată că există perioade de timp în care puterea este negativă (circuitul cedează putere reţelei de alimentare) şi perioade de timp în care puterea este pozitivă (circuitul absoarbe putere). Rezultă că puterea instantanee nu poate caracteriza din punct de vedere energetic circuitul.

4.4.1. Puterea activă.

Puterea activă *P* se defineşte ca **valoarea medie pe un număr întreg de perioade a puterii instantanee**:

$$P = \tilde{p} = \frac{1}{nT}\int_0^{nT} p\,\mathrm{d}t = \frac{1}{nT}\int_0^{nT}\left[UI\cos\varphi - UI\cos(2\,\omega\,t + \alpha + \beta)\right]\mathrm{d}t = \\ = U\,I\cos\varphi \qquad (4.52)$$

Din relaţia (4.52) rezultă că în regim sinusoidal, puterea activă a unui dipol electric este egală cu produsul dintre valorile efective ale tensiunii şi intensităţii curentului amplificat cu cosinusul unghiului de defazaj dintre tensiune şi curent.

Pentru un circuit receptor pasiv (care nu conţine surse), puterea activă va fi:

$$P = U\ I\ \cos\varphi = Z\ I^2\cos\varphi = R\ I^2 = G\ U^2 \geq 0\ , \qquad (4.53)$$

deoarece $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$.

Puterea activă este nulă numai în circuitele nedisipative (***R***=0) şi este mereu pozitivă pentru circuitele receptoare. Ea se transformă în căldură în rezistoarele din circuit şi în putere mecanică în motoarele electrice de curent alternativ.

Unitatea de măsură pentru puterile activă şi instantanee este **Wattul [W].**

Puterea medie pe un interval de timp $\boldsymbol{\tau} \gg \boldsymbol{T}$ este practic egală cu puterea activă şi de aceea aparatele de măsură a puterii (wattmetrele), indică valoarea medie a puterii instantanee deci, puterea activă.

4.4.2. Puterea aparentă.

Puterea aparentă *S* se defineşte ca **produsul dintre valorile efective ale tensiunii şi curentului**:

$$S = U\ I = Z\ I^2 = Y\ U^2\ . \qquad (4.54)$$

Unitatea de măsură pentru puterea aparentă este **Voltamperul [VA]**.

Puterea aparentă reprezintă valoarea maximă pe care o poate lua puterea activă pentru valorile tensiunii ***U*** şi ale curentului ***I*** constante şi **cos**φ variabil. Ea este o mărime caracteristică transformatoarelor şi generatoarelor deoarece, valoarea maximă a curentului este limitată de încălzirea maşinii, iar valoarea maximă a tensiunii, de condiţiile de izolaţie.

4.4.3. Puterea reactivă.

Puterea reactivă se defineşte ca **produsul dintre valorile efective ale tensiunii şi curentului amplificat cu sinusul unghiului de defazaj dintre tensiune şi curent**:

$$Q = UI\sin\varphi = Z I^2 \sin\varphi = BU^2 \ \leq\geq 0 \ . \tag{4.55}$$

Pentru convenţia de semne de la receptoare, ***Q* > 0** reprezintă puterea reactivă absorbită de receptor, iar ***Q* < 0** - puterea reactivă cedată de receptor reţelei de alimentare.

Pentru convenţia de semne de la generatoare, ***Q* > 0** reprezintă puterea reactivă debitată, iar ***Q* < 0** - puterea reactivă absorbită.

Unitatea de măsură pentru puterea reactivă este **Voltamperul reactiv [VAr]** sau **[var]**.

Între puterile ***P***, ***Q*** şi ***S*** există următoarele relaţii:

$$S^2 = P^2 + Q^2 ,\ P = S\cos\varphi , Q = S\sin\varphi ,\ Q = P\,\mathrm{tg}\,\varphi \ . \tag{4.56}$$

Relaţiile (4.56) se ţin uşor minte cu ajutorul triunghiului puterilor (fig.4.9). Puterea activă, respectiv energia activă, absorbite de circuite mai complexe (conţinând şi motoare electrice) se transformă parţial în lucru mecanic şi parţial în căldură.

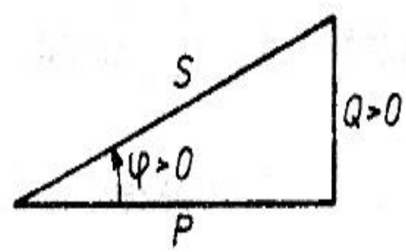

Fig.4.9 - Triunghiul puterilor.

Puterea reactivă are o semnificaţie fizică, reprezentând o măsură a schimburilor interioare de energie între câmpul electric şi cel magnetic. De exemplu pentru un circuit serie ***R, L, C*** avem:

$$Q = X I^2 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) I^2 = 2\,\omega \left(\frac{L I^2}{2} - \frac{C U_C^{\,2}}{2}\right) =$$

$$= 2\omega \left[\frac{1}{T}\int_0^T \frac{L i^2}{2}\,\mathrm{d}t - \frac{1}{T}\int_0^T \frac{C u_C^{\,2}}{2}\,\mathrm{d}t\right], \quad \rightarrow \quad Q = 2\,\omega\,(\tilde{W}_{\mathrm{m}} - \tilde{W}_{\mathrm{e}}) \quad . \tag{4.57}$$

Din relaţia (4.57) rezultă că puterea reactivă primită de un circuit pasiv este proporţională cu diferenţa dintre valoarea medie a energiei câmpului magnetic al bobinelor circuitului şi valoarea medie a energiei câmpului electric al condensatoarelor din circuit. Dacă valorile lor medii sunt egale, variaţiile acestor energii se compensează reciproc în cadrul circuitului şi ca urmare puterea reactivă absorbită este nulă.

4.4.4. Factorul de putere.

Factorul de putere k_p al unui circuit este raportul pozitiv subunitar dintre puterea activă şi puterea aparentă:

$$k_p = \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{S}} \geq 0 \ . \tag{4.58}$$

În regim sinusoidal, nedeformant, pentru un dipol pasiv, rezultă:

$$k_{\mathrm{p}} = \frac{P}{S} = \frac{U\,I\cos\varphi}{U\,I} = \cos\varphi\,. \tag{4.59}$$

Pentru ca o instalaţie să funcţioneze în condiţii optime, puterea activă absorbită trebuie să fie maximă şi este necesar ca factorul de putere să fie apropiat de unitate.

TEME DE STUDIU

Test 1.

Ce este o mărime sinusoidală?.

Test 2.

Ce expresie are valoarea efectivă a unei mărimi sinusoidale?.

Test 3.

Care sunt condiţiile pe care trebuie să le indeplinească un ciruit ca să se afle în regim cvasistaţionar ?.

Test 4.

Care este valoarea medie a unei mărimi sinusoidale pe un anumit interval ?.

Test 5.

Care este valoarea medie a unei mărimi sinusoidale pe o perioadă?.

Test 6.

Care este expresia impedanţei și ce unitate de măsură are ?.

Test 7.

Care sunt: expresia impedanţei, a defazajul şi valoarea efectivă a curentului absorbit de un circuit simplu cu rezistor și ce unitate de măsură au?.

Test 8.

Care sunt: expresia impedanţei, a defazajul şi valoarea efectivă a curentului absorbit de un circuit simplu cu bobină ideală și ce unitate de măsură au ?.

Test 9.

Care sunt: expresia impedanţei, a defazajul şi valoarea efectivă a curentului absorbit de un circuit simplu cu condensator ideal și ce unitate de măsură au ?.

Test 10.

Care sunt: expresia impedanţei, defazajul şi valoarea efectivă a curentului absorbit de un circuit simplu cu rezistor, bobină ideală şi condensator ideal, legate în serie și ce unitate de măsură au ?

Test 11.

Când circuitul serie R, L, C este inductiv, când este capacitiv și când este rezistiv ?.

Test 12.

Care este unitatea de măsură a fazei mărimilor alternative ?.

- V/m;
- radian;
- amper.

Test 13.

Care este unitatea de măsură a pulsaţiei ?.

- V/m;
- secunda;
- rad/s.

Test 14.

Care este unitatea de măsură a frecvenţei ?.

- secunda;
- Hz;
- nu are unitate.

Test 15.

Care este unitatea de măsură a impedanţei ?.

- V/m;
- A;
- Ώ.

Test 16.

Care este unitatea de măsură a defazajului ?.

- V;
- A;
- rad.

Test 17.

Care este condiţia ca un circuit R,L,C serie să fie inductiv ?.

- $X_C < X_L$;
- $X_C > X_L$;
- $X_C = X_L$;

Test 18.

Care este condiţia ca un circuit să fie capacitiv ?.

- $X_C < X_L$;
- $X_C > X_L$;
- $X_C = X_L$;

Test 19.

Care este condiţia ca un circuit să fie pur rezistiv ?.

- $X_C < X_L$;
- $X_C > X_L$;
- $X_C = X_L$;

Test 20.

Cum se definesc impedanţa şi defazajul circuitului ?.

Test 21.

Cum se definesc rezistenţa şi reactanţa circuitului ?.

Test 22.

Cum se definesc admitanţa şi defazajul circuitului ?.

Test 23.

Cum se definesc conductanţa şi susceptanţa circuitului ?.

Test 24.

Care este expresia puterii active şi care este rolul ei și ce unitate de măsură are ?.

Test 25.

Care este expresia puterii aparente,care este rolul ei și ce unitate de măsură are ?.

Test 26 .

Care este expresia puterii reactive, care este rolul ei și ce unitate de măsură are ?.

Test 27.

Care este expresia factorului de putere, care este rolul lui și ce unitate de măsură are ?.