

Fizica Generala

Curs 6

Termodinamica

Termodinamica

- ▶ Corpurile macroscopice sunt formate din atomi si molecule, constituinti microscopici aflatii intr-o miscare continua, numita *miscare de agitatie termica*, datorita energiei lor termice
- ▶ starea constituintilor microscopici determina proprietățile termice ale corpurilor descrise pe baza a doua teorii :
- ▶ **1. Termodinamica** – *studiaza proprietățile termice ale sistemelor fizice la scara macroscopica, stabilind relatii cantitative intre marimile direct observabile (presiunea, volumul, temperatura, etc.) fara a lua in considerare structura microscopica a acestor sisteme, bazandu-se pe metoda termodinamica.*
- ▶ **2. Teoria cinetico-moleculara** – *studiaza proprietățile termice ale sistemelor fizice pe baza structurii lor microscopice, adica privindu-le ca pe niste sisteme de atomi si molecule aflate intr-o perpetua miscare dezordonata si se bazeaza pe metoda statistica.*

Notiuni importante in termodinamica:

- ▶ Un *sistem termodinamic* reprezinta un ansamblu de corpuri de dimensiuni macroscopice, cu volum determinat, constituit din molecule si atomi, care se gasesc intr-o miscare continua si dezordonata si interactioneaza cu mediul exterior ca un intreg.
- ▶ Marimile ce caracterizeaza complet starea sistemului termodinamic se numesc *parametri de stare* (p , V , T) si sunt legati prin ecuatia de stare:

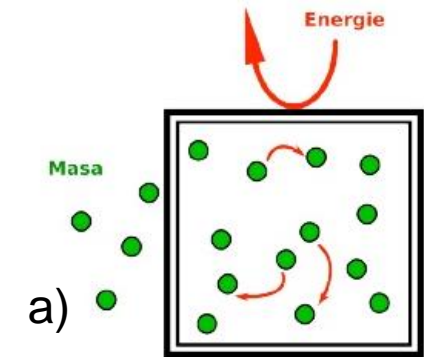
$$f(p, V, T) = 0$$

- ▶ Marimile care sunt univoc determinate de parametrii de stare, in termodinamica se numesc *functii de stare*. Cea mai importanta functie de stare este *energia interna U a sistemului*.

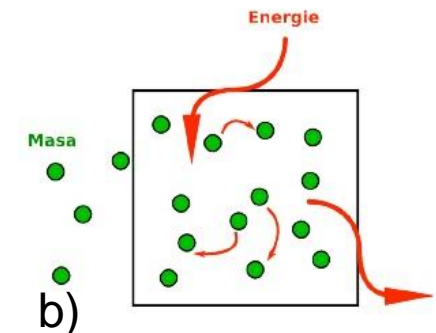
Clasificarea sistemelor

- ▶ Din punctul de vedere al relatiilor cu mediul extern:
 - a) **sisteme izolate** (nu schimba cu exteriorul nici substanta, nici energie);
 - b) **sisteme inchise** (schimba cu exteriorul numai energie, dar nu si substanta);
 - c) **sisteme deschise** (schimba cu exteriorul atat substanta cat si energie)
 - d) **sisteme adiabatic** (schimba doar lucru mecanic – nu exista schimb de caldura cu exteriorul).

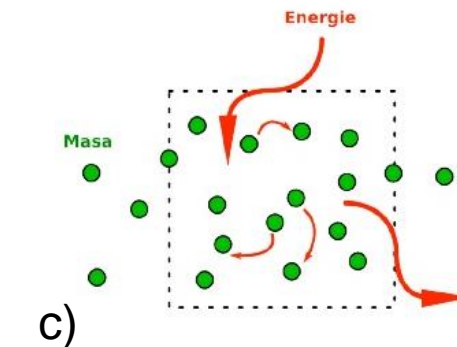
Sistem izolat:
NU schimba energie, nici masa



Sistem inchis:
schimba energie, NU si masa



Sistem deschis:
schimba energie si masa



Parametrii de stare

- ▶ Sunt marimi fizice masurabile care definesc starea unui sistem termodinamic

- **Temperatura**
- **Presiune**



Parametri intensivi:

→ Nu depind de dimensiunea sistemului

- **Numar de moli**
- **Masa**
- **Volum**



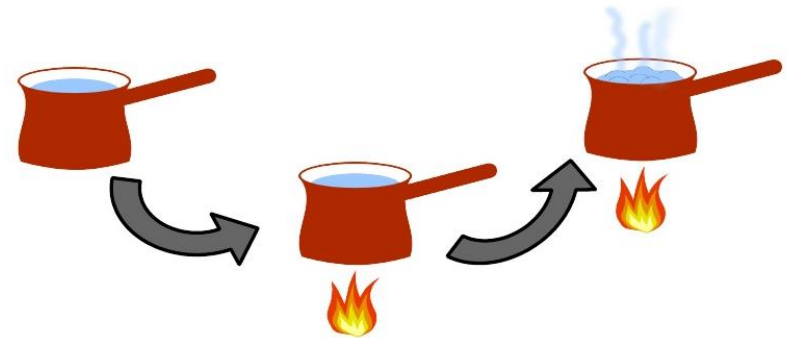
Parametri extensivi:

→ Depind de dimensiunea sistemului

Parametrii de stare

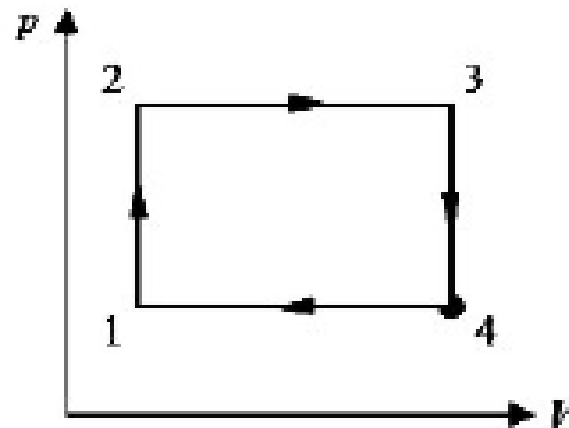
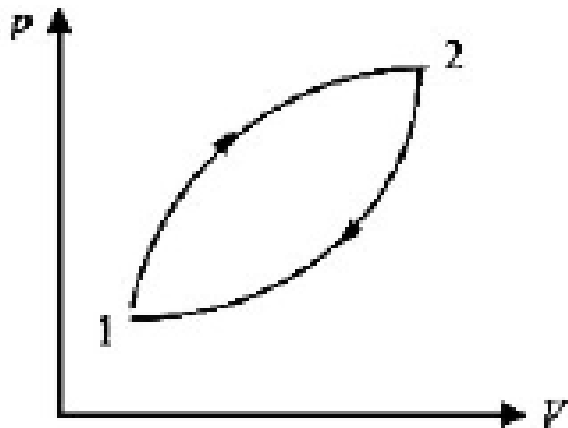
- ▶ Dupa tipul marimii fizice caracterizate, parametrii se impart in:
 - **parametrii mecanici:**
 - volumul, presiunea, forta, etc.
 - **parametrii termodinamici:**
 - temperatura, energia interna, entropia, etc.

- ▶ ***Transformarea termodinamica de stare*** – trecerea unui corp (sistem) dintr-o stare de echilibru in alta, atunci cand se modifica conditiile exterioare ale acestuia, provocandu-se astfel un schimb de energie.

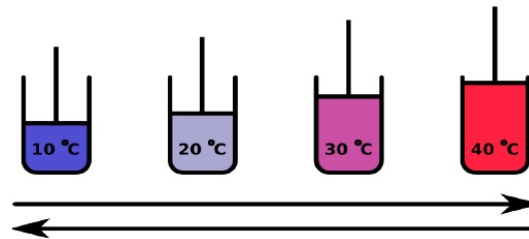


- ▶ Transformarile ***cvasistatice*** – parametrii de stare variaza lent in timp, astfel incat in orice moment, sistemul poate fi considerat in echilibru.

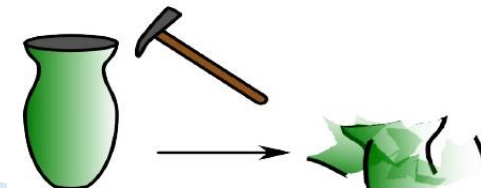
- Transformarea se numeste *ciclica* sau *inchisa* daca starea finala a sistemului termodinamic coincide cu starea sa initiala, dupa parcurgerea altor stari intermediare diferite;



- ▶ ***Transformarea reversibila*** este transformarea in care, prin schimbarea semnului de variatie al parametrilor de stare, sistemul evolueaza de la starea finala la starea initiala, trecand prin aceleasi stari intermediare de echilibru prin care a trecut in transformarea primara de la starea initiala la starea finala.



- ▶ Orice transformare care nu este reversibila este ***ireversibila***.



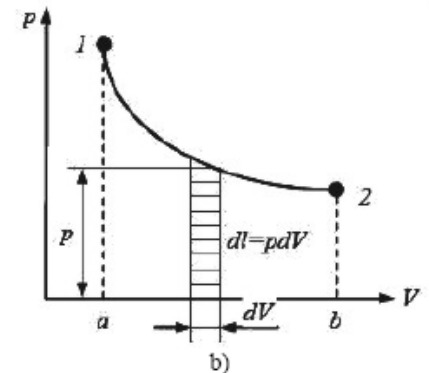
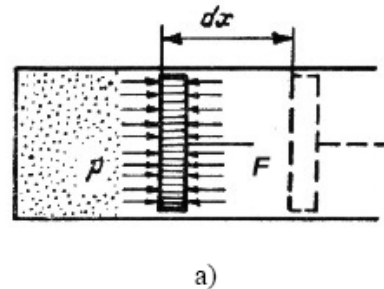
LUCRUL MECANIC

- ▶ Transfer de energie datorat miscarii ordonate a sistemului ($L > 0$ cand sistemul efectueaza lucru mecanic)
- ▶ Expresia generala a lucrului mecanic efectuat de un sistem caracterizat prin parametrii de forta A_i si parametrii de pozitie a_i este: $dL = \sum_i A_i da_i$

$$dL = F \cdot dx = p \cdot S \cdot dx = p \cdot dV$$

$$p = \frac{F}{S}, \quad dV < 0 \rightarrow dL = -pdV$$

$$L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV$$



Caldura

- ▶ **Caldura** reprezinta o forma de transfer de energie intre corpuri cu stari termice diferite (adica datorat miscarii dezordonate a moleculelor ($Q > 0$ cand sistemul primeste caldura));
- ▶ In general apare modificarea temperaturii corpurilor (*caldura sensibila*); *caldura latentă* duce la schimbarea starii de agregare a corpurilor.
- ▶ Cantitatea de caldura sensibila se poate scrie:

$$dQ = m \cdot c \cdot dT$$

cu c – capacitatea termica masica

Gazele ideale

- ▶ Gazul ideal (perfect) constituie un concept idealizat, definit prin următoarele condiții:
 - molecule perfect sferice și elastice
 - volumul propriu al moleculelor este neglijabil în raport cu volumul ocupat de gaz
 - forțele de interacțiune moleculară sunt nule
 - traiectoria între două ciocniri consecutive ale unei molecule este o linie dreaptă.

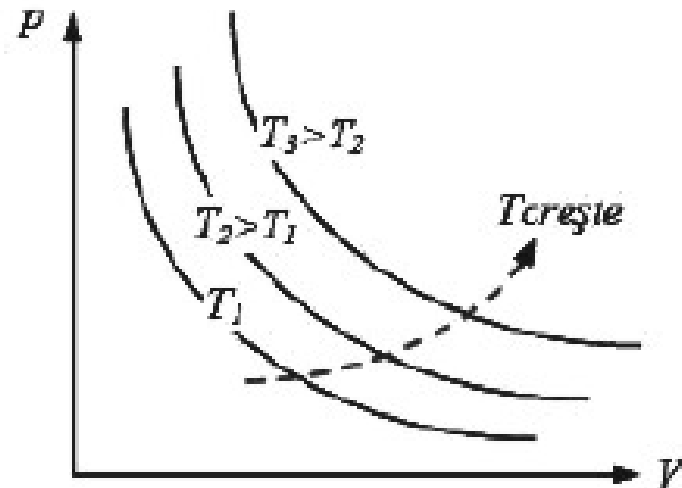
Legile gazelor ideale

- ▶ **Legea Boyle – Mariotte** (transformarii izoterme $T = \text{ct.}$): într-un proces în care temperatura nu se modifică în timp, produsul dintre presiune și volum este constant.

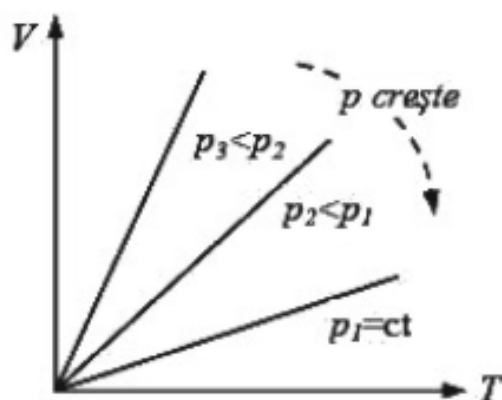
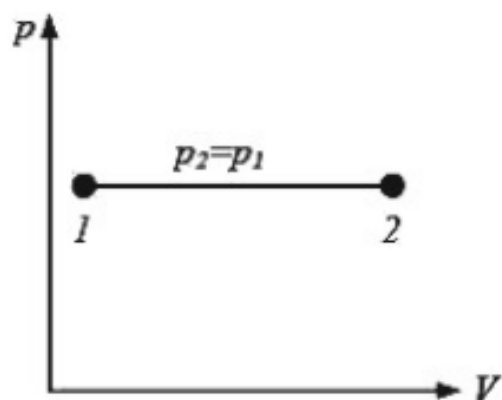
$$pV = f(T)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = \text{const.}$$



- ▶ **Legea Gay – Lussac** (transformare izobara $p = ct$): arata ca la presiune constanta volumele aceleiasi cantitati de gaz perfect sunt direct proportionale cu temperaturile absolute ale gazului:



$$\frac{V}{T} = ct.$$

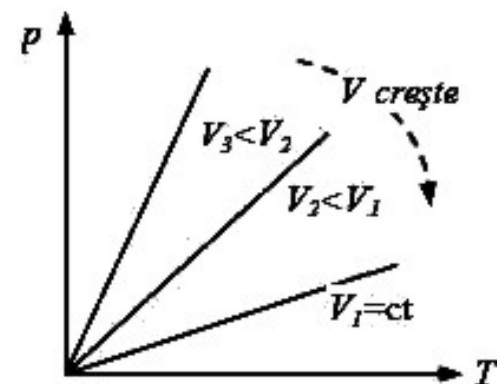
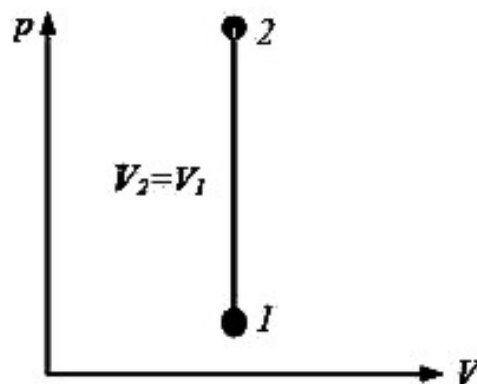
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Grafic, legea lui Gay-Lussac, reprezinta, intr-o diagrama (V , T), o dreapta (izobara)

Legea lui Charles

- ▶ La volum constant, *presiunea unei mase date de gaz variaza proportional cu temperatura.*

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$



in coordonate (p, T) legea lui Charles reprezinta o dreapta (izocora)

Ecuatia de stare Clapeyron–Mendeleev

- ▶ Reunind într-o singura ecuație cele trei legi obținute (cunoscute sub numele de legile gazelor ideale), vom obține o dependență între toate variabilele de stare, cunoscută sub numele de legea generală a gazelor ideale.

$$pV = \nu RT$$

- ν este numărul de moli de gaz,
- R – constanta universală a gazelor ($R = 8314 \text{ J/mol}^{\circ}\text{K}$)

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad pV = Nk_B T$$

- m – este masa gazului, în kg;
- μ – este masa molară a gazului, în kg/kmol;
- N_A – numărul lui Avogadro $6,0221367 \cdot 10^{23}$ molec/mol
- k_B – constanta lui Boltzmann $1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ J/(molec K)}$

Ecuatia de stare pentru gaze reale

- ▶ la presiuni ridicate si temperaturi scazute, efectul fortelor de coeziune moleculara devine important, iar volumul propriu al moleculelor nu mai este neglijabil .
- ▶ Ec. de stare pentru gazele reale are alte forme matematice.

Ecuatia de stare pentru gaze reale

- ▶ ecuatia Van der Waals:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) \cdot (v - b) = R \cdot T$$

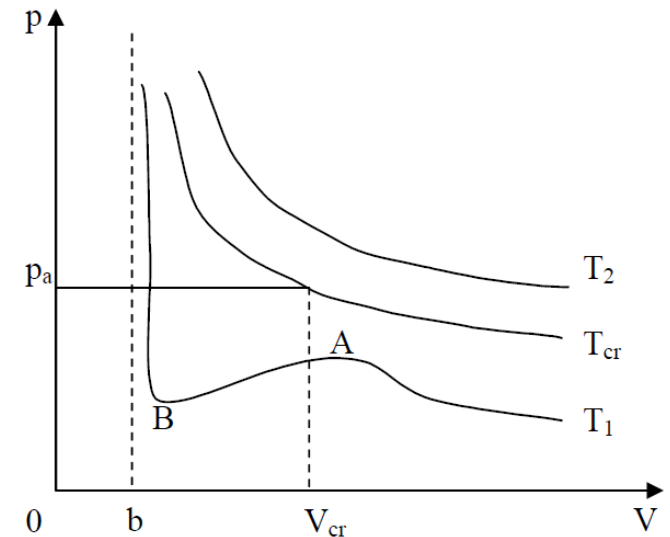
- ▶ ecuatia Berthelot :

$$\left(p + \frac{a}{T \cdot v^2}\right) \cdot (v - b) = R \cdot T$$

- ▶ ecuatia Clausius:

$$\left(p + \frac{a}{T \cdot (v + c)^2}\right) \cdot (v - b) = R \cdot T$$

- ▶ in care a, b, c sunt constante, determinate pe cale experimentală;



Dependența p-V în cazul gazului real

Leegile gazelor ideale

- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=husWiBtkROQ>
- ▶ 23 (45), 40.20, 42.20, 46, 49.39



POSTULATELE FUNDAMENTALE ALE TERMODINAMICII

► Postulatul 1

- Un sistem termodinamic izolat evolueaza spre starea de echilibru pe care o atinge fara a o putea depăsi atata timp cat parametrii externi sunt mentinuti constanti.

► Postulatul 2 (Principiul zero)

- Daca avem trei sisteme, A, B si C, aflate in echilibru termodinamic, iar fiecare din sistemele A si C este in echilibru cu B, atunci si sistemele A si C sunt in echilibru intre ele.

Coeficientii calorigi

- ▶ Deseori, comportamentul unei substante este descris cu ajutorul anumitor parametri specifici, definiti prin derivarea unei cantități caracteristice unui alt parametru:
- ▶ **Coeficientul de dilatare termica** la presiune constanta este egal cu variatia unității de volum in raport cu temperatura, la presiune constanta

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

- ▶ **Coeficientul termic al presiunii** se definește ca variatia unității de presiune in raport cu temperatura, la volum constant

$$\beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$$

Coeficientii calorigi

- ▶ **Coeficientul de comprimare izoterma** a unui gaz reprezinta variatia unității de volum in raport cu presiunea la temperatura constanta

$$\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

unde semnul minus indica faptul ca la cresterea presiunii se va produce o micșorare a volumului gazului, datorita comprimării acestuia.

- ▶ Ecuația care leaga toți acești coeficienți termici este

$$\frac{\alpha}{\beta\chi} = p$$

Caldura specifica

- ▶ Caldura, ca si lucrul mecanic, este o *marime de proces*, adica valoarea sa depinde de conditiile in care se realizeaza schimbul de energie sistem–mediu. Din aceasta cauza valoarea caldurii specifice a gazelor depinde de modul in care se desfășoara procesul de incalzire sau de racire al acestora:
- ▶ *caldura specifica la volum constant*

$$c_V = \frac{1}{m} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V$$

- ▶ *caldura specifica la presiune constanta*

$$c_P = \frac{1}{m} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_P$$

LEGEA CONSERVĂRII ENERGIEI. PRIMUL PRINCIPIU AL TERMODINAMICII

- ▶ *variația infinitezimală a energiei interne a unui sistem termodinamic între două stări (dU) este egală cu suma variațiilor infinite mici de căldură (δQ) și de lucru mecanic (dL) schimbate de sistem cu mediul înconjurător*

$$dU = \delta Q - dL$$

- ▶ deoarece lucrul mecanic absorbit de sistem este negativ

- ▶ Pentru o variație finită \Rightarrow

$$\Delta U = Q - L$$

- ▶ \Rightarrow variația energiei interne a unui sistem termodinamic se poate realiza prin variația cantității de căldură și/sau prin variația lucrului mecanic

LEGEA CONSERVĂRII ENERGIEI. PRIMUL PRINCIPIU AL TERMODINAMICII

- ▶ *Nu se poate realiza o masina termica care sa produca lucru mecanic fara a consuma o cantitate echivalenta de caldura (o astfel de o masina termica se numeste perpetuum mobile de speta I).*

- ▶ Intr-un proces ciclic, deoarece $U_2 = U_1$, vom avea

$$Q = L$$

- ▶ Pentru un gaz $dL = p dV$, prin urmare

$$\delta Q = dU + p dV$$

- ▶ Folosind marimi specifice (prin raportarea la masa sau volum):

$$q - l = \Delta u,$$

$$\begin{aligned} dq &= dl + du, \\ &\text{sau} \\ dq &= p \cdot dv + du \end{aligned}$$

Consecinte

► Transformarea izocora

$$dq = dl + du$$

$$dl = p \cdot dv$$

$$dq = c_v \cdot dT \Rightarrow q_{12} = c_v \cdot \int_1^2 dT = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

sau

$$q_{12} = \frac{R}{\gamma - 1} \cdot (T_2 - T_1)$$

$$c_p - c_v = R$$

relatia Robert Mayer
pentru gaze perfecte

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

γ - exponentul adiabatic
 c_p - caldura specifica la presiune constanta
 c_v - caldura specifica la volum constant

Consecinte

- ▶ Transformarea izobara

$$dl = p \cdot dv \Rightarrow l_{12} = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = p \cdot (v_2 - v_1)$$

- ▶ Transformarea izoterma

$$dl = p \cdot dv \Rightarrow l_{12} = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv$$

$$p \cdot v = R \cdot T \Rightarrow p = \frac{R \cdot T}{v}$$

$$l_{12} = R \cdot T \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} \Rightarrow l_{12} = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Principiul al doilea al termodinamicii

Formularea lui W. Thomson (lord Kelvin)

- ▶ Nu este posibil un proces ciclic reversibil prin care să fie transformată în lucru mecanic căldura primită de la o singură sursă de căldură. (*Un perpetuum mobile de speța a-II-a este imposibil*)
- ▶ *Formularea lui S Carnot*
- ▶ O mașină termică nu poate produce în mod continuu lucru mecanic, decât dacă agentul termic schimbă căldură cu două surse de căldură, cu temperaturi diferite.

Formularea lui Clausius

- ▶ Căldura nu trece „de la sine” de la un corp cu temperatură mai mică la un corp cu temperatură mai mare.

Formularea lui Caratheodory

- ▶ În vecinătatea unei stări arbitrare a unui sistem termodinamic izolat, există stări care nu pot fi atinse prin procese adiabatice reversibile.

Principiul al doilea al termodinamicii

Formularea generala

- ▶ Pentru ca un sistem sa poata efectua l.m. intr-o transformare in ciclu el trebuie sa primeasca en. calorica de la o sursa calda si sa cedeze o parte din ea unei surse reci

- ▶ Clausius a introdus notiunea de **entropie**, S , definita cu ajutorul relatiei

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

- ▶ Principiului al doilea al termodinamicii afirma ca procesele termodinamice se desfășoara in mod natural (fara interventie exterioara) astfel ca

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T} \quad \left[\frac{J}{K} \right]$$

adica evolutia naturala a unui sistem termodinamic spre starea sa de echilibru este insotita de o crestere de entropie.

- = procese reversibile
- > procese ireversibile.

Entropia

- ▶ entropia absoluta are urmatoarele proprietati:
 - marime de stare aditiva, conservativa, variatia sa nu depinde de drumul parcurs, ci numai de starea initiala si starea finala a sistemului

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

- este definita pana la o constanta arbitrara;
- in cazul proceselor ciclice, variatia entropiei este zero.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

- ▶ procesele reale, ireversibile, se desfășoara in sensul cresterii entropiei,

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq 0$$

Entropia

- ▶ Pt. gazele ideale $dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + \delta L}{T} = \frac{\nu C_V dT + p dV}{T} = \nu C_V \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dV$
- ▶ din $pV = \nu RT \Rightarrow \frac{p}{T} = \frac{\nu R}{V} \Rightarrow dS = \nu C_V \frac{dT}{T} + \nu R \frac{dV}{V}$
- ▶ Prin integrare \Rightarrow

$$S_2 - S_1 = \int \nu C_V \frac{dT}{T} + \int \nu R \frac{dV}{V} = \nu C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \nu R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

- ▶ analog se obtine relatia:

$$S_2 - S_1 = \nu C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - \nu R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Principiul trei (Nerst)

- ▶ Cand temperatura $T \rightarrow 0\text{K}$, entropia tinde catre o valoare finita, constanta, independenta de parametrii de pozitie, starea de agregare sau alte caracteristici ale sistemului.
- ▶ Constatarile experimentale au aratat ca pentru sistemele omogene, pure, aflate in stare de echilibru termodinamic, avem

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

- ▶ *Entropia substantelor pure condensate tinde la zero cand temperatura tinde la zero absolut*

Modelul gazului ideal

- ▶ a) gazul este format dintr-un nr. foarte mare de particule identice (10^{23})
- ▶ b) dimensiunile particulelor sunt neglijabile comparativ cu distantele dintre ele, a.i. Pot fi considerate puncte materiale
- ▶ c) moleculele sunt într-o continua miscare haotica, dezordonata; miscarea fiecărei molecule se supune legilor mecanicii clasice
- ▶ d) ciocnirile moleculelor cu peretii vasului sunt perfect elastice;
- ▶ f) fortele intermoleculare sunt neglijabile; traiectoriile moleculelor sunt liniare, ele nefiind supuse nici unor forte.

Modelul gazului ideal

- ▶ Conform teoriei Bernoulli presiunea exercitata de gaz asupra peretilor vasului se datoreaza ciocnirii moleculelor cu peretele
- ▶ Astfel, la fiecare ciocnire molecula de masa m cedeaza peretelui un impuls egal cu $2mv_x$ cu v_x viteza dupa directia x perpendiculara pe peretele vasului =>

$$F = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2 \frac{l}{v_x}} = \frac{mv_x^2}{l} \Rightarrow p = \frac{F}{A} = \frac{mv_x^2}{A \cdot l} = \frac{mv_x^2}{V}$$

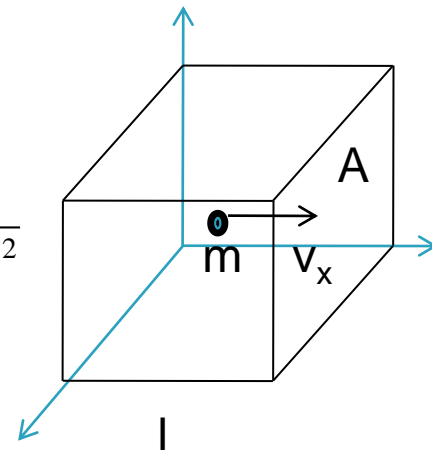
- ▶ Daca in vas sunt N molecule cu viteza v_{xi} si intre molecule nu au loc ciocniri =>

$$p = \frac{m}{V} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2; \quad \overline{v_x^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \overline{v^2} = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

Nici o directie nu este privilegiata

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m \overline{v^2}}{2} = \frac{2}{3} n \overline{E}$$



Relatia fundamentala a teoriei cinetico-moleculare

Modelul gazului ideal

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{\nu RT}{V} = \frac{NkT}{V} \\ p &= \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \overline{v^2} \end{aligned} \right| \Rightarrow \frac{1}{3} m \overline{v^2} = kT \Rightarrow v_T = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

viteza termica

$$\left. \begin{aligned} pV &= NkT \\ p &= \frac{2}{3} n \overline{E} \end{aligned} \right| \Rightarrow \overline{E} = \frac{3}{2} kT$$

Energia cinetica medie de translatie a unei molecule libere (cu 3 gr. de libertate)

- ▶ => temperatura este o masura a energiei cinetice a moleculei
- ▶ Despicarea energiei unei molecule pe gr. de libertate

$$\overline{E}_1 = \frac{1}{2} kT$$

Principiul echipartitiei energiei pe gr. de libertate

- ▶ Prin generalizare=>

$$\overline{E}_1 = \frac{f}{2} kT \quad f - \text{nr. gr. de libertate}$$

Fizica statistica

Fizica statistica

► Distribuțiile Maxwell și Boltzmann

- Considerăm un sistem termodinamic format din N particule
- Probabilitatea ca punctul reprezentativ (starea microscopica) al sistemului să se afle în elementul de volum va fi de forma:

$$dW(x_1, x_2, \dots, x_{6N}) = w(x_1, x_2, \dots, x_{6N}) dx_1 dx_2 \dots dx_{6N}$$

- unde x_1, \dots, x_{3N} – coordonatele celor N molecule iar x_{3N+1}, \dots, x_{6N} impulsurile moleculelor, iar $w(x_1, \dots, x_{6N})$ densitatea de probabilitate sau funcția de distribuție a sistemului

Fizica statistica

- ▶ In cazul unui sistem izoterm aflat in echilibru termic cu un termostat, functia de distributie are expresia:

$$dw(x) = e^{\frac{F-H(x,v)}{kT}}$$

Distributia canonica

unde F – energia libera

H(x,v) – hamiltonianul sistemului (energia totala)

- ▶ In cazul gazului ideal putem scrie probabilitate sub forma:

$$dW(p_x, p_y, p_z, x, y, z) = \text{const} \cdot e^{-\frac{\frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + E_p(x, y, z)}{kT}} dp_x dp_y dp_z dx dy dz$$

- ▶ Distributia Maxwell-Boltzman => poate fi descompusa

$$dW(p_x, p_y, p_z) = A \cdot e^{-\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2mkT}} dp_x dp_y dp_z$$

Distributia Maxwell

$$dW(x, y, z) = B \cdot e^{-\frac{E_p(x, y, z)}{kT}} dx dy dz$$

Distributia Boltzman

Fizica statistica

- ▶ Din distributia Boltzman in cazul gravitational avem:

$$E_p(x, y, z) = mgz$$

- ▶ => fc. de distributie a moleculelor la inaltimea $h=z$ este data de:

$$f(z) = \frac{dW}{dz} = B \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}}$$

- ▶ Dar $f(z) \sim n$ – nr. de molecule in unitatea de volum de la inaltimea $z \Rightarrow$

$$n(z) = n_0 \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}} \quad n_0 - \text{nr. de molecule din unit. de vol. de la inaltimea } z=0$$

- ▶ dar $p \sim n \Rightarrow$

$$p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}}$$

Formula barometrica

Fizica statistica

- ▶ In cazul **distributiei Maxwell** (distributia dupa viteza) avem:

$$dW(p_x, p_y, p_z) = A \cdot e^{-\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2mkT}} dp_x dp_y dp_z$$

$$\frac{dn(v_x, v_y, v_z)}{N} = A \cdot e^{-\frac{m}{2kT}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} \underbrace{dv_x dv_y dv_z}_{\text{nr. de particule cu vitezele in intervalul}}$$

- ▶ In cazul distributiei dupa modulul vitezei =>

$$\frac{dn(v_x, v_y, v_z)}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2 dv \Rightarrow f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2$$

- ▶ Prin derivare si egalare cu zero=>

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \text{Viteza cea mai probabila}$$

