

Chapter 1

Seminar — 10 Oct. 2023, Alpha 0.1

1.1 Mulțimea numerelor reale \mathbb{R}

1.1.1 Teorie

Fie $A \subseteq \mathbb{R}$ o mulțime

Def. Spunem că A este mărginită dacă:

$$(\exists) m, M \in \mathbb{R} \text{ astfel încât:}$$
$$\underbrace{m}_{\text{Margine inferioară (minorant)}} \leq a \leq \underbrace{M}_{\text{Margine superioară (majorant)}}, \forall a \in A$$

$\inf A$ = cea mai mare margine inferioară / cel mai mare minorant

$\sup A$ = cea mai mică margine superioară / cel mai mic majorant

$\min A = \inf A$, dacă $\inf A \in A$

$\max A = \sup A$, dacă $\sup A \in A$

1.2 Exerciții

1.2.1 Determinați $\inf A$, $\sup A$, $\min A$, $\max A$ pentru:

- a. $A = (0, 1)$
 $\inf A = 0 \in A$
 $\sup A = 1 \in A$

$$\begin{aligned}\min A &= \text{nu există} \\ \max A &= \text{nu există}\end{aligned}$$

$$\text{b. } A = (-1, 1] \cup \{2\}$$

$$\inf A = -1$$

$$\sup A = 2$$

$$\min A = \text{nu există}$$

$$\max A = 2$$

$$\text{c. } A = (-\infty, 0]$$

$$\inf A = -\infty$$

$$\sup A = 0$$

$$\min A = \text{nu există}$$

$$\max A = 0$$

$$\text{d. } A = \{x^2 - 2x + 5 | x \in \mathbb{R}\}$$

$$= \text{Im}f = [y_v, \infty)$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$y_v = \frac{\Delta}{4a}$$

$$\Delta = 4 - 20 = -16 \Rightarrow y_v = \frac{16}{4} = 4$$

$$\text{Im}f = [y_v, \infty) = [4, \infty)$$

$$\inf A = \infty$$

$$\sup A = 4$$

$$\min A = 4$$

$$\max A = \text{nu există}$$

$$\text{e. } A = \{x^2 + 2x - 1 | x \in \mathbb{R}\}$$

$$\text{Im}f = [-\infty, \frac{-\Delta}{4a})$$

$$\Delta = 4 - 4 = 0 \Rightarrow \text{Im}f = (-\infty, 0]$$

$$\inf A = -\infty$$

$$\sup A = 0$$

$$\min A = \text{nu există}$$

$$\max A = 0$$

$$\text{f. } A = \{x \in \mathbb{R} | 4x^2 + 3x - 1 > 0\}$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) = 0$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{8}$$

x	-\infty		-1		-1		\frac{1}{4}		\infty
f(x)	+		+		0		-		+

$$x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\inf A = -\infty$$

$$\sup A = \infty$$