~~m(t)~~

Modele matematice de i/o ale elementelor și sistemelor liniare continue

Forma cea mai cuprinzătoare de exprimare a informației este modelul matematic (~~descrie~~ ecuație ce descrie comportarea elementului / sistemului în regim dinamic și staționar)

Modelul matem. se stabilește pornind de la legile fizice care guvernează fenomenele care au loc.

Ex: Legile Kirchoff în cazul circ. electr.

Se consideră că funcționarea unui element / sistem, poate fi descrisă de o eq. diff. care repr. relație ce ~~există~~ ~~se~~ există mărimea de I/O.

Obs: Este posibil ca sisteme sau elemente de sistem de natură fizică diferită să fie descrise de modele matematice identice.

Pt. un sistem oarecare se poate scrie urm. eq. dif.

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) =$$

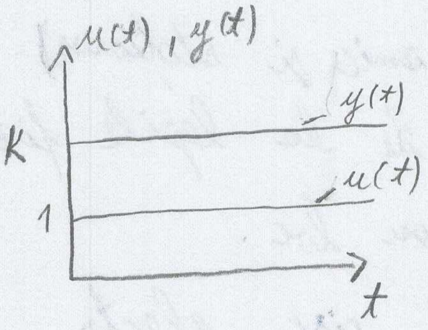
$$= b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m u(t) + p(t)$$

Modele tip folosite în automatică

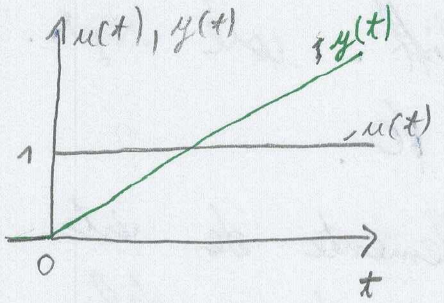
1. Elem. proporțional (P.)

$$y(t) = K \cdot u(t)$$

$K = ct$ = factor de amplificare



2. Element integrator/integrativ (I)

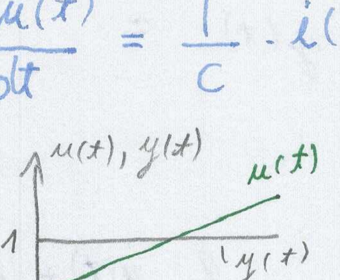


$$y(t) = \underbrace{\frac{1}{T_i}}_{K} \int_0^t u(\tau)\, d\tau$$

3. Element derivator (D)

$$y(t) = \underbrace{T_d}_{K} \frac{du(t)}{dt}$$

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i(t) \Rightarrow C \frac{du(t)}{dt} = i(t)$$



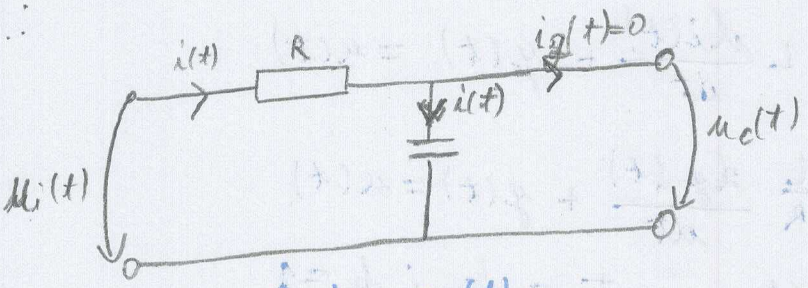
$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

4. Element de întârziere de ordinul I (T_1)

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K\, u(t)$$

$K, T = ct.$

ex.:



$$u(t) = u_i(t)$$
$$y(t) = u_c(t)$$

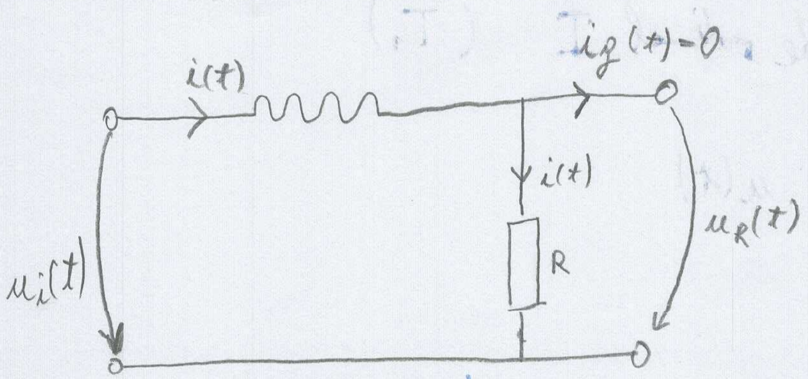
$$u_i(t) = u_R(t) + u_c(t)$$

$$\left.\begin{aligned} & u_R(t) = R \cdot i(t) \\ & u_c(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\, dt \Rightarrow C\frac{du_c(t)}{dt} = i(t) \Rightarrow C\frac{dy(t)}{dt} = i(t) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$u(t) = R \cdot i(t) + y(t)$$

$$\Rightarrow u(t) = R \cdot C \frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

$$T = R \cdot C;\ K = 1$$



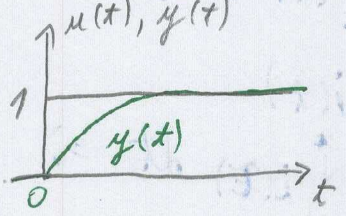
$$u(t) = u_i(t)$$
$$y(t) = u_R(t)$$

$$u_L(t) + u_R(t) = u_i(t)$$
$$u_R(t) = R \cdot i(t) \Longleftrightarrow \frac{u_R(t)}{R} = \frac{y(t)}{R}$$
$$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$L\frac{di(t)}{dt} + y(t) = u(t)$$
$$\frac{L}{R}\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t)$$
ct $\quad T = \frac{L}{R}$; $k = 1$

5) Element derivativ real de ordin 0

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K\frac{du(t)}{dt}$$



$$u_i(t) = u_C(t) + u_R(t)$$
$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$
$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\,dt$$

$$\Rightarrow C\frac{du_C(t)}{dt} = i(t)$$
$$\Rightarrow u(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\,d\tau + \cancel{Ri(t)}\ y(t)$$
$$\frac{du(t)}{dt} = C \cdot i(t) + \frac{dy(t)}{dt}$$