CURSUL 3
ELECTROSTATICA (3)

1.6. CONDIŢIA DE ECHILIBRU ELECTROSTATIC

Experienţa arată că la atingerea stării de echilibru electrostatic, intensitatea câmpului electric se anulează în interiorul conductoarelor omogene şi neaccelerate:

$$\overline{E} = 0. \tag{1.45}$$

Relaţia (1.45) se poate explica astfel: în conductoare există particule libere încărcate cu sarcină electrică. Asupra acestor particule dacă s-ar aflat într-un câmp electric de intensitate $\overline{E}$ s-ar exercita forţe de natură electrică $\overline{F_e}$ **=** $\boldsymbol{q}$ $\overline{E}$ şi ca urmare, particulele sunt supuse unor forțe și ar avea o mişcare ordonată, deci nu s-ar găsi în regim electrostatic. Condiţia ca să se păstreze regimul electrostatic impune ca valoarea forţei rezultante ce acţionează asupra particulelor să fie nulă, deci $\overline{F_e}$ **=** 0, $\overline{E}$ = 0.

Pentru conductoare neomogene sau care se găsesc la temperaturi neuniforme sau sunt accelerate, regimul electrostatic se atinge când intensitatea câmpului electric ia anumite valori determinate de starea fizico-chimică şi de natura conductorului. Această proprietate se caracterizează cu ajutorul mărimii vectoriale de material numită **intensitatea câmpului electric imprimat** $\overline{E}_i$, definită ca valoarea cu semn schimbat a intensităţii câmpului electric care se stabileşte în conductoare, la atingerea stării de echilibru:

$$\overline{E}_i = -\overline{E}, \quad \text{sau} \quad \overline{E} + \overline{E}_i = 0. \tag{1.46}$$

Relaţia (1.46) reprezintă **condiţia de echilibru electrostatic în conductoarele neomogene sau accelerate**, iar relaţia (1.45) **condiţia de echilibru electrostatic** pentru conductoarele **omogene neaccelerate**.

Explicarea relaţiei (1.46) este următoarea: asupra unei particule libere din conductor, având sarcina ***q***, câmpul electric $\overline{E}$ exercită o forţă electrică $\overline{F_e} = q\ \overline{E}$. Datorită neomogenităţii locale, a diferenţelor de temperatură sau a accelerării corpului, asupra particulei se va exercita şi o forţă de natură neelectrică $\overline{F_n}$**.** Condiţia de echilibru electrostatic impune lipsa unei mişcări ordonate a particulelor încărcate electric, adică anularea valorii medii a forţelor rezultante exercitate asupra particulei:

$$\overline{F}_e + \overline{F}_n = 0\,. \qquad (1.47)$$

Împărţind relaţia de mai sus cu **q** şi făcând notaţia:

$$\overline{E}_i = \frac{\overline{F}_n}{q}\,, \qquad (1.48)$$

rezultă condiţia (1.46).

Din punct de vedere microscopic, intensitatea câmpului electric imprimat $\overline{E}_i$ reprezintă intensitatea unui câmp electric echivalent ce ar acţiona cu o forţă electrică egală şi de semn contrar cu forţa neelectrică medie ce se exercită asupra unei particule libere, din conductor. Câmpul electric imprimat nu este un câmp electric propriu-zis, ci o mărime ce exprimă acţiunile de natură neelectrică exercitate asupra particulelor încărcate electric.

Din condiţia de echilibru electrostatic pentru conductoare omogene şi neaccelerate (1.45) rezultă următoarele consecinţe:

a) **Toate punctele de pe suprafaţa sau din interiorul unui conductor omogen şi neaccelerat au acelaşi potenţial**. Deoarece $\overline{E} = 0$, tensiunea între două puncte **A** şi **B** (fig.1.18) va fi:

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \overline{E}\,d\,\overline{l} = 0\,, \quad \rightarrow \quad V_A = V_B\,. \qquad (1.49)$$

b) **Sarcina electrică de pe conductoare este repartizată numai pe suprafaţa acestora**. Fie o suprafaţă închisă **Σ** în interiorul conductorului (fig.1.18) aflat în echilibru electrostatic ($\overline{E} = 0$.). Din legea fluxului electric rezultă:

$$\Psi_\Sigma = \int_\Sigma \overline{D}\, d\overline{S} = \int_\Sigma \varepsilon\, \overline{E}\, \mathrm{d}\overline{S} = q_\Sigma\ , \quad q_\Sigma = 0\,. \tag{1.50}$$

c) **Liniile de câmp electric din exteriorul conductorului nu pătrund în interiorul cavităţilor goale (efectul de ecran)**. Pentru cavitatea din figura 1.18, considerăm că ar exista în interior linii de câmp. Una dintre acestea începe în punctul **C** şi se sfârşeşte în punctul **D**. Tensiunea electrică între aceste două puncte ar fi:

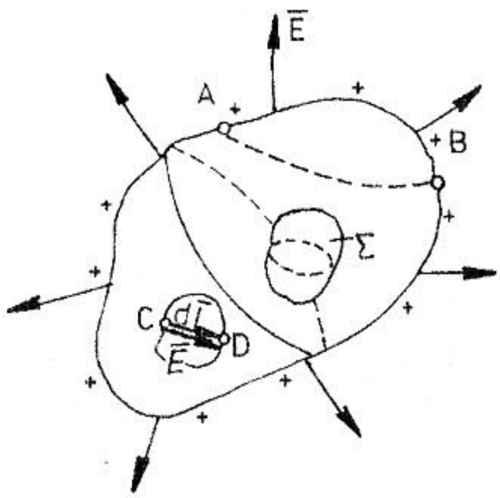


Fig.1.18 - Explicativă la demonstrarea consecinţelor echilibrului electrostatic în corpurile metalice.

$$U_{CD} = \int_C^D \overline{E}\, d\overline{l} = \int_C^D E\, \mathrm{d}l \cos 0 = V_C - V_D = 0\,,$$

conform consecinţei **a**. Pentru ca relaţia de sus să fie adevărată, implică $\overline{E} = 0$ în fiecare punct al curbei, deci în interiorul cavităţilor nu există linii de câmp. Corpul conductor cu cavitate constituie un ecran electrostatic. Pe baza acestei conseciințe, se construiesc cuștile lui Faraday (incinte cu pereți din plase metalice, care nu permit ca în interiorul incintei să pătrundă câmpurile electrice exterioare).

d) **Sub acţiunea unui câmp electrostatic exterior, un conductor iniţial neîncărcat, se încarcă superficial cu sarcini electrice**. Pentru ca să fie îndeplinită condiţia de echilibru electrostatic pentru un conductor iniţial neîncărcat aflat într-un cîmp eectrostatic, este necesar să apară în interiorul conductorului un câmp electric propriu produ de o nouă repartiţie de sarcini care să compenseze câmpul exterior:

$$\overline{E}_{ext} + \overline{E}_{propriu} = 0\,. \tag{1.51}$$

Acest fenomen se numeşte **influenţă electrostatică**, iar conductorul se spune că s-a electrizat prin influenţă (fig.1.1)

1.7. CAPACITATE ELECTRICĂ. CONDENSATOARE

Sistemul format din două conductoare (omogene şi neaccelerate) încărcate cu sarcini electrice egale şi de semne contrare, între care există un dielectric omogen sau neomogen, neîncărcat şi fără polarizaţie permanentă se numeşte condensator electric. Cele două conductoare încărcate electric poartă numele de **armăturile condensatorului**.

Raportul **C** pozitiv, dintre valoarea sarcinii electrice ***q*** a unuia dintre conductoare şi diferenţa de potenţial dintre el şi cel de al doilea conductor, se numeşte **capacitate electrică**:

$$C = \frac{q_1}{V_1 - V_2} = \frac{q_2}{V_2 - V_1} = \frac{q}{U}. \tag{1.52}$$

q reprezită modulul sarcinilor de pe armături, iar **U** modulul diferențelor de potențial dintre armături:

$$q = [q_1] = [q_2] \qquad U = [V_1 - V_2] = [V_2 - V_1].$$

Unitatea de măsură a capacităţii este **Faradul (F)**.

1.7.1. Calculul capacităţii condensatoarelor ce prezintă o simetrie.

Pentru calculul capacităţii condensatoarelor ce au o simetrie se procedează astfel:

- se presupun armăturile condensatorului încărcate cu sarcinile + ***q*** şi - ***q***;

- se trasează liniile de câmp electric conform simetriei câmpului pornind de la armătura pozitivă spre armătura negativă;

- se consideră o suprafață închisă Σ în funcție de simetria câmpului și care să nu conțină decât o singură armătură, astfel ca inducția electrică **D** să fie constantă în modul și de asemenea unghiul dintre vectorul inducție electrică $\overline{D}$ și elementul de suprafață $\mathrm{d}\overline{S}$ să fie pe toată suprafața sau pe anumite porțiuni constant;

- se determină inducția câmpului electric cu ajutorul legii fluxului electric, care se va transforma dintr-o intregală vectorială în una scalară:

$$\Psi_\Sigma = \int_\Sigma \overline{D}\, d\,\overline{S} = \int_\Sigma D\, d\,S \cos\alpha = q_\Sigma \ ,$$

- se determină intensitatea câmpului electric:

$$\overline{E} \ = \frac{\overline{D}}{\varepsilon} \, ,$$

- se calculează tensiunea dintre armături folosind o linie de câmp:

$$U_{12} = \int_1^2 \overline{E}\, d\,\bar{l} = \int_1^2 E\,\mathrm{d}l\cos 0,$$

- se determină capacitatea condensatorului cu relaţia (1.52) :

$$C = \frac{q_1}{V_1 - V_2} \, ..$$

Aplicații

1. Capacitatea condensatorului plan. Condensatorul plan este format din două armături plane paralele, de diferite forme, de arii **S**, separate printr-un dielectric de grosime **d** şi permitivitate ***ε*** (fig.1.19). Aplicând legea fluxului electric suprafeţei **Σ** (fig.1.19) care are forma paralelipipedică şi cuprinde numai armătura încărcată cu sarcina **+ *q***, rezultă inducția elctrică D și intensitatea câmpului electric E:

$$\Psi_\Sigma = \int_\Sigma \overline{D}\, d\,\overline{S} = \int_{S_l} \overline{D}\,\mathrm{d}\overline{S} + \int_{S_{bj}} \overline{D}\,\mathrm{d}\overline{S} + \int_{S_{bs}} \overline{D}\,\mathrm{d}\overline{S} = \int_{S_{bj}} \overline{D}\,\mathrm{d}\overline{S} = \int_{S_{bj}} D\,\mathrm{d}S = D\,S = q\ ,$$

$$\rightarrow D = \frac{q}{S} \rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon\, S}.$$

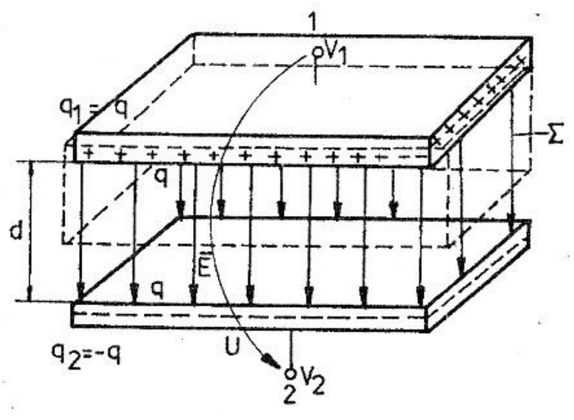


Fig.1.19 - Condensatorul plan.

deoarece fluxul prin suprafaţa laterală $\mathbf{S_l}$ este nul ($\overline{D} \perp d\,\overline{S}$), iar prin suprafaţa bazei de sus $\mathbf{S_{bs}}$ fluxul electric este tot nul deoarece inducţia electrică este nulă în exterior $\overline{D} = 0$.

Tensiunea electrică dintre cele două armături, calculată în lungul unei linii de câmp, va fi:

$$U_{12} = V_1 - V_2 = \int_1^2 \overline{E}\, \mathrm{d}\bar{l} = \int_1^2 E\, \mathrm{d}l \cos 0 = \int_1^2 \frac{q}{\varepsilon S}\, \mathrm{d}l = \frac{q\, d}{\varepsilon S}\, .$$

Aplicând relaţia (1.52) rezultă:

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}\, . \tag{1.53}$$

Condensatoarele plane, ca în figura 1.19, se construiesc numai pentru capacităţi mici şi tensiuni mari, dielectricul fiind în general sticla sau materialele ceramice.

Pentru a obţine capacităţi mari, dar la tensiuni mici, armăturile se fac din foiţe subţiri din hârtie metalizată care se rulează sub forma unor cilindri. Distanța dintre armături fiind foarte mică și anume grosimea **d** a hârtiei.

2. Capacitatea condensatorului cilindric. Condensatorul cilindric este format din două armături metalice de formă cilindrică coaxiale de raze $R_i < R_e$ având lungimea **l** şi separate printr-un dielectric fără polarizare permanentă şi având permitivitatea **ε** constantă (fig.1.20).

Se consideră cilindrul din interior încărcat cu sarcina electrică +*q* iar cilindrul exterior cu sarcina electrică – *q*. Din motive de simetrie, liniile de câmp electric au direcţia radială şi sunt îndreptate de la armătura interioară spre cea exterioară (ca în figură). Se aplică legea fluxului electric unei suprafeţe închise de formă cilindrică Σ (având aceeași axă ca și armăturile), aflată între cele două armături, (ea este formată din suprafaţa laterală a cilindrului şi suprafeţele celor două baze, de sus şi de jos). Raza r a suprafeţei Σ va fi deci:

$$R_i < r < R_e$$

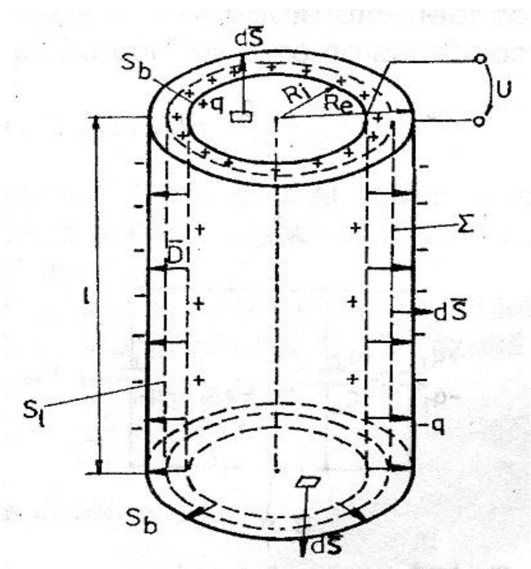


Fig.1.20 – Condensatorul cilindric.

Aplicând suprafeţei Σ legea fluxului electric se va obţine:

$$\Psi_\Sigma = \int_\Sigma \overline{D}\, d\,\overline{S} = \int_{S_l} \overline{D}\,\mathrm{d}\overline{S} + \int_{S_{bj}} \overline{D}\,\mathrm{d}\overline{S} + \int_{S_{bs}} \overline{D}\,\mathrm{d}\overline{S} = \int_{S_l} \overline{D}\,\mathrm{d}\overline{S} =$$
$$= \int_{S_l} D\,\mathrm{d}S\cos 0 = D\,S_l = D\,2\pi\,r\,l = q\,, \tag{1.54}$$

deoarece pe suprafeţele bazelor $\overline{D} \perp d\,\overline{S}$ şi ca urmare fluxurile electrice prin ele sunt zero, iar pe suprafaţa laterală vectorul inducţie $\overline{D}$ este paralel și în acelaș cu vectorul $d\,\overline{S}$ şi ca urmare fluxul este D S (inducţia fiind constantă în modul pe suprafaţa laterală, toate punctele sunt la aceeași distanță de armături).

Din relaţiile de mai sus rezultă valorile și vectorii inducţiei şi a intensităţii câmpului electric din interiorul armăturilor condensatorului:

$$D = \frac{q}{2\,\pi\,r\,l} \quad E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{q}{2\,\pi\,\varepsilon\,r\,l} \quad \overline{D} = \frac{q}{2\,\pi\,r\,l}\frac{\overline{r}}{r} \quad \overline{E} = \frac{q}{2\,\pi\,\varepsilon\,r\,l}\frac{\overline{r}}{r}\,. \tag{1.55}$$

Tensiunea electrică între armătura interioară și cea exterioară calculată după o rază (care este și o linie de cîmp) este:

$$U_{12} = V_1 - V_2 = \int_1^2 \overline{E}\,\mathrm{d}\overline{l} = \int_{R_i}^{R_e} \overline{E}\,\mathrm{d}\overline{r} = \int_{R_i}^{R_e} \frac{q}{2\,\pi\,\varepsilon\,r\,l}\frac{\overline{r}}{r}\,\mathrm{d}\overline{\mathrm{r}} =$$
$$= \int_{R_i}^{R_e} \frac{q}{2\,\pi\,\varepsilon\,r\,l}\,\mathrm{d}r = \frac{q}{2\,\pi\,\varepsilon\,l}\ln\frac{R_e}{R_i}\,. \tag{1.56}$$

Capacitatea unui condensator cilindric (fig.1.20) rezultă :

$$C = \frac{q}{U_{12}} = \frac{2\,\pi\,\varepsilon\,l}{\ln \dfrac{R_e}{R_i}}\ . \tag{1.57}$$

1.7.2. Gruparea condensatoarelor

În practică pentru a se obţine capacitatea electrică dorită, condensatoarele se grupează în serie, paralel sau mixt. Fiecare condensator are anumiţi parametrii nominali înscrişi pe el de către fabrica costructoare și anume: tensiunea nominală (tensiunea maximă la care se poate alimenta condensatorul) şi capacitatea sa.

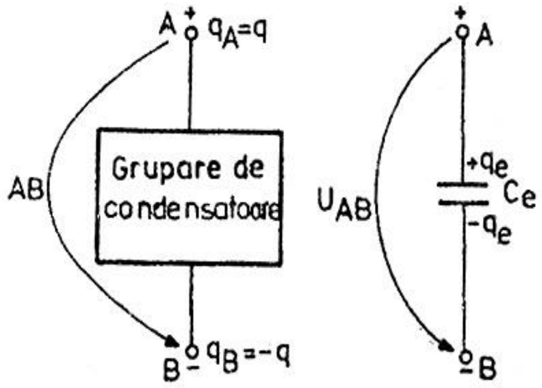


Fig.1.21 - Condensatorul echivalent.

Pentru o grupare de condensatoare (fig.1.21), se numeşte **capacitate echivalentă** raportul dintre sarcina $\boldsymbol{q}_{\mathbf{A}}$ primită pe la borna **A** (egală şi de semn contrar cu cea primită pe la borna **B**) de sistemul de condensatoare inițial neîncărcat şi tensiunea dintre bornele **A** şi **B**:

$$C_e = \frac{\mathrm{q_A}}{\mathrm{U}_{AB}} = \frac{\mathrm{q_B}}{\mathrm{U}_{BA}} = \frac{\mathrm{q_e}}{\mathrm{U}}\quad , \tag{1.58}$$

unde:

$$q_e = |q_A| = |q_B|, \qquad U = |U_{AB}| = |U_{BA}|\,.$$

1.7.2.1. Legarea în paralel a condensatoarelor.

Legarea în paralel se o bține dacă toate condensatoare sunt alimentate la aceeași tensiune (fig.1.22).

Sarcina echivalentă a bateriei de condensatoare este:

$$q_e = q_1 + q_2 + \cdots + q_n = C_1\,U_{AB} + C_2\,U_{AB} + \cdots + C_n\,U_{AB} = C_{ep}U_{AB}.$$

Folosind relaţia (1.58) capacitatea echivalentă va fi:

$$C_{ep} = \sum_{k=1}^{n} C_k \ . \qquad (1.59)$$

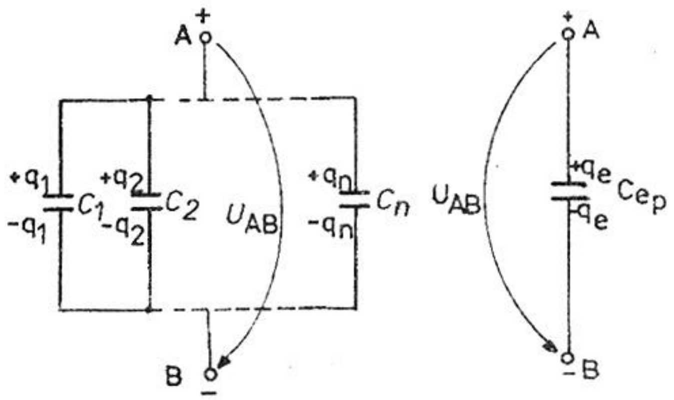


Fig.1.22 - Conexiunea paralel.

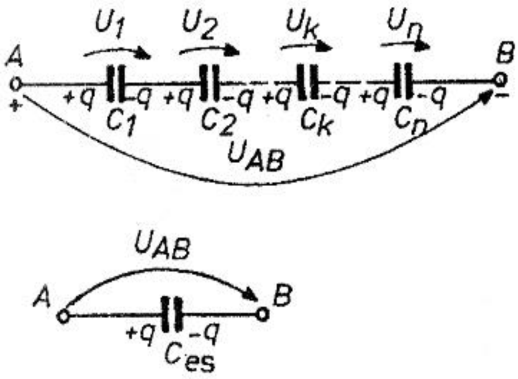


Fig.1.23 - Conexiunea serie.

La conexiunea paralel, tensiunea maximă la care se poate alimenta bateria este ce mai mică tensiune nominală a condensatoarelor conectate în paralel:

$$U_{bat} = \min \{U_{1N}, U_{2N}, U_{3N}, ...U_{nN}\}.$$

Conexiunea paralel se utilizează pentru a obține valori mari a capacitățiilor. Dezavantajul constă că tensiunea bateriei este egală cu valoarea celei mai mici tensiuni nominale.

1.7.2.2. Legarea în serie a condensatoarelor.

Această se realizează conectând condensatoarele unul după altul ca în figura 1.23.

Sarcina echivalentă a bateriei de condensatoare este:

$$q_e = q_1 = q_2 = \cdots q_n = q \ .$$

Încărcarea condensatoarelor are loc astfel: sarcina ***+q*** care intră pe la borna pozitivă **A** a sursei apare pe prima armătură (pozitivă) a condensatorului $\mathbf{C_1}$ care se va încărca pozitiv Această sarcină determină prin influenţă apariţia sarcinii **- *q*** pe cea de a doua armătură a condensatorului 1. Conform teoremei conservării sarcinii electrice (inițial condensatoarele nu erau încărcate), apare sarcina $\boldsymbol{q_2 = +q}$ pe prima armătură a condensatorului doi și prin influență sarcina – q pe armătura doi a acestuia. Procesul se repetă până la armătura a doua a ultimului condensator, care se încarcă cu **- *q*** de la sursă. Tensiunea $\boldsymbol{U_{AB}}$ este suma tensiunilor de pe condensatoare:

$$U_{AB} = \frac{q}{C_{ep}} = U_1 + U_2 + \cdots U_n = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \cdots + \frac{q}{C_n}.$$

Capacitatea echivalentă rezultă:

$$\frac{1}{C_{es}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}. \tag{1.60}$$

Capacitatea echivalentă este mai mică decât cea mai mică capacitate legată în serie.

La legarea serie, tensiunea de alimentare a bateriei va fi:

$$U_{bat} = \frac{q_e}{C_e},$$

unde q_e reprezintă sarcina echivalentă a bateriei. Această sarcină echivalentă se calculează astfel: dacă se ştie tensiunea nominală a unui condensator, se poate determina sarcina sa nominală (sarcina maxima cu care se poate încărca: $q_N = C\ U_N$.). Dacă un condensator se încarcă cu o sarcină mai mare decât cea nominal tensiunea pe el va fi mai mare decât tensiunea nominal și ca urmare condensatorul se va străpunge.

Ca urmare sarcina echivalentă trebuie să fie mai mică sau egală cu valoarea minimă a sarcinilor nominale:

$$q_{e\,bat} = \min\{q_{1N}, q_{2N}, q_{3N}, \ldots\ldots q_{nN}\}.$$

Gruparea serie se folosește pentru a obține de capacități mai mici decât valorile condensatoarelor grupate și pentru a putea alimenta gruparea la tensiuni mai mari decât cele nominale. **Atenție. T**ensiunea bateriei este de regulă mai mică decât suma tensiunilor nominale. Ea este egală cu suma lor doar dacă condensatoarele au aceleeași sarcini nominale , cum este cazul în care condensatoarele sunt identice.

1.7.2.3. Conexiunea mixtă acondensatoarelor.

Această conexiune se obține dacă avem mai multe ramuri cu condensatoare legate în serie și aceste ramuri sunt legate în paralel. Pentru calculul capacității echivalente se procedează astfel: Se vor calcula mai întâi capacitățile echivalente ale fiecărei ramuri: C_1 , C_2,….C_m, (unde condensatoa-rele sunt înseriate) unde m reprezintă numărul de ramuri. Apoi se deterimă capacitatea echivalentă a condensatoarelor ținând seama că ramurile sunt conectate în paralel.

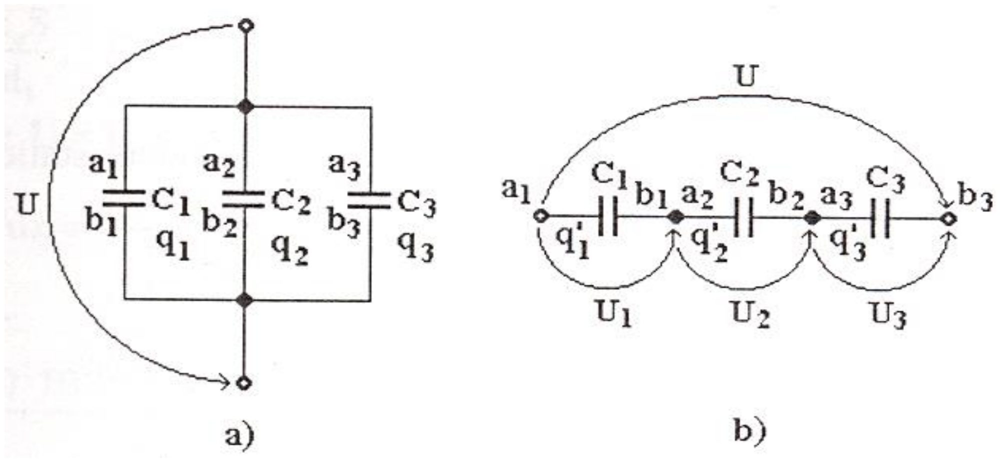
Dacă se consideră avem **m** ramuri identice, fiecare având **n** condensatoare identice de valoare C, legate în serie, capacitaeta echivalentă este:

$$C_e = \frac{mC}{n}.$$

Pentru determinarea tensiunii maxime admisibile, se procedează astfel: Se determină tensiunea maximă admisibilă pe fiecare ramură. Tensiunea maximă admisibilă va fi tensiunea cea mai mică dintre tensiunile calculate pe cele m ramuri.

Aplicaţie

Trei condensatoare neîncărcate, având capacităţile C_1= 2 μF, C_2= 3 μF şi C_3= 5μF, legate în paralel ca în figura a, se încarcă la o tensiune continuă de U =100 V. Se decuplează de la sursă fără a le descărca şi se leagă în serie ca în figura b, aplicându-se o tensiune continuă de 100 V (fig.b). Să se determine noile tensiuni dintre armăturile condensatoarelor.



Explicativă la aplicaţie.

Rezolvare

Sarcinile electrice cu care se încarcă iniţial cele trei condensatoare sunt:

$$q_1 = C_1 U = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 2 \cdot 10^{-4} C\,; \quad q_2 = C_2 U = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 3 \cdot 10^{-4} C\,;$$

$$q_3 = C_3 U = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 5 \cdot 10^{-4} C\,.$$

Prin legarea în serie a condensatoarelor şi alimentarea lor la tensiunea continuă de 100 V, se produce o redistribuire a sarcinilor electrice astfel ca armătura a doua a condensatorului C_1 şi armătura întâi a condensatorului C_2 să aibă sarcina egală cu valorile iniţiale $q_2 - q_1$, iar armătura a doua a condensatorului C_2 şi armătura întâi a condensatorului C_3, sarcina totală $q_3 - q_2$,conform teoremei conservării sarcinii electrice în sistemele izolate.

Rezultă sistemul de ecuaţii:

$$U_1 + U_2 + U_3 = U = 100\,,$$

$$q_2 - q_1 = q_2^{'} - q_1^{'} = 10^{-4},$$

$$q_3 - q_2 = q_3^{'} - q_2^{'} = 2 \cdot 10^{-4},$$

Prin a cărui rezolvare, ţinând seama că s-au noile sarcini notate cu prim: $q^{!}_1 = C_1 U_1$, $q^{t}_2 = C_2 U_2$, $q^{t}_3 = C_3 U_3$,

se obţin valorile noilor tensiuni:

$$U_1 = \frac{100}{31} = 3{,}225\ V, \quad U_2 = \frac{1100}{31} = 35{,}485\ V, \quad U_3 = \frac{1900}{31} = 61{,}290\ V.$$

Se observă că suma tensiunilor noi este tot 100V.

1.7.3. Teoremele lui Kirchhoff pentru reţele de condensatoare.

În practică se întâlnesc cazuri de regimuri electrostatice, în care condensatoarele sunt conectate în reţele de condensatoare, care cuprind pe laturi surse de tensiuni electromotoare ($\boldsymbol{U_e}$) şi condensatoare (fig.1.24). Determinarea sarcinilor cu care se încarcă condensatoarele şi a tensiunilor aplicate acestora se face cu ajutorul teoremelor lui Kirchhoff pentru reţele de condensatoare.

1.7.3.1. Prima teoremă a lui Kirchhoff este o consecinţă a teoremei conservării sarcinii electrice din electrostatică. Conform relaţiei (1.28), sarcina de pe armăturile condensatoarelor conectate la un nod izolat de reţea este constantă. Dacă înainte de conectarea la surse, condensatoarele erau neîncărcate, sarcina totală era zero. Prin conectarea la surse, fiecare armătură a condensatoarelor se încarcă cu sarcina ± $\boldsymbol{q_k}$, sarcina totală rezultată din suma algebrică a sarcinilor este tot zero:

$$\sum_{k \in A} q_k = 0 \ . \qquad (1.61)$$

Dacă înainte de conectarea condensatoarelor în nodul izolat, coondensatoarele erau încărcate cu sarcinile ± $\boldsymbol{q_{k0}}$, la conectarea lor în reţea, apare o nouă redistribuire a sarcinilor electrice pe armături, astfel încât suma algebrică a sarcinilor iniţiale ± $\boldsymbol{q_{k0}}$ de pe armăturile aparţinând unui nod izolat să fie egală cu suma algebrică a sarcinilor redistribuite ± $\boldsymbol{q_k}$:

$$\sum_{k \in A} q_k = \sum_{k \in A} q_{k0} \ . \qquad (1.62)$$

Semnul sarcinilor $\boldsymbol{q_k}$ se alege initial arbitrar pe schemă. Dacă în final valoarea ei rezultă cu semn schimbat, rezultă că semnul arbitrar ales este contrar celui real, iar dacă rezultă pozitiv, semnul arbitrar coincide cu cel real.

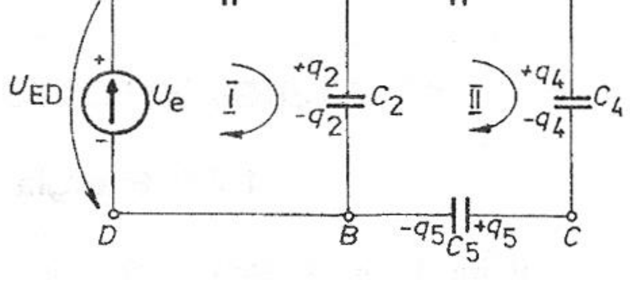


Fig.1.24. Reţea de condensatoare.

1.7.3.2. Cea de a doua teoremă a lui Kirchhoff este o consecinţă a teoremei potenţialului electrostatic. Dacă pe conturul **ABDEA** (fig.1.24) se calculează integrala (1.28) rezultă:

$$U_{\mathrm{AB}} + U_{BD} - U_{\mathrm{ED}} + U_{EA} = 0\ ,\ U_{\mathrm{AB}} + U_{EA} = U_{\mathrm{ED}} = U_{\mathrm{e}}\ ,\ \frac{\mathrm{q}_2}{\mathrm{C}_2} + \frac{\mathrm{q}_1}{\mathrm{C}_1} = U_{\mathrm{e}}\ .$$

În general, pentru un contur mai complex, se poate scrie:

$$\sum_{k \in O_j} \frac{q_k}{C_k} = \sum_{k \in O_j} U_{\mathrm{ek}}\ , \tag{1.63}$$

adică, **suma algebrică a tensiunilor de la bornele condensatoarelor care aparţin unui ochi de reţea O_j este egală cu suma algebrică a tensiunilor electromotoare (t.e.m.) din laturile acelui ochi de reţea.**

Tensiunile q_k/C_k se scriu cu semnul corespunzător sarcinii armăturii ce se întâlneşte prima la parcurgerea conturului (de la **A** la **B** + q_2/C_2 iar pentru sensul de la **B** la **A** -q_2/C_2). T.e.m. se scriu cu plus dacă au acelaşi sens cu sensul de parcurgere al conturului şi cu semnul minus în caz contrar (+U_e pentru parcurgerea ABD şi - U_e dacă sensul ar fi fost ADB).

Pentru reţeaua din figura 1.24 rezultă prin aplicarea celor două teoreme a lui Kirchhoff ecuaţiile:

$$-q_1 + q_2 + q_3 = 0\ ,\ \ (\ nodul\, izolat\, A\ )$$
$$-q_3 + q_4 = 0\ ,\quad (\ C_3\, legat\, in\, serie\, cu\, C_4\ )$$
$$-q_4 + q_5 = 0\ ,\quad (\ C_4\, legat\, in\, serie\, cu\, C_5\ )$$
$$\frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = U_{\mathrm{e}}\ ,\ \ (\,\mathrm{ochiul\, I}\ )$$
$$-\frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} + \frac{q_4}{C_4} + \frac{q_5}{C_5} = 0\ .\ \ (\,\mathrm{ochiul\, II}\ )$$

Aplicaţie

Se dă reţeaua de condensatoare din figura 1.25, în care $C_1 = C_3 = C_5 = 4mF$, $C_2 = 2mF$, $C_4 = 8mF$, $U_{e1} = 90V$, $U_{e2} = 120V$, $U_{e1} = 60V$. Se consideră iniţial condensatoarele neîncărcate cu sarcină electrică. Să se determine sarcinile şi tensiunile pe condensatoare pentru cazul când întreruptorul a este deschis.

Rezolvare

Dacă se aplică ochiurilor 1 şi 3 teorema a doua a lui Kirchhoff şi nodurilor A şi C teorema întâia a lui Kirchhoff pentru reţele de condensatoare rezultă ecuaţiile:

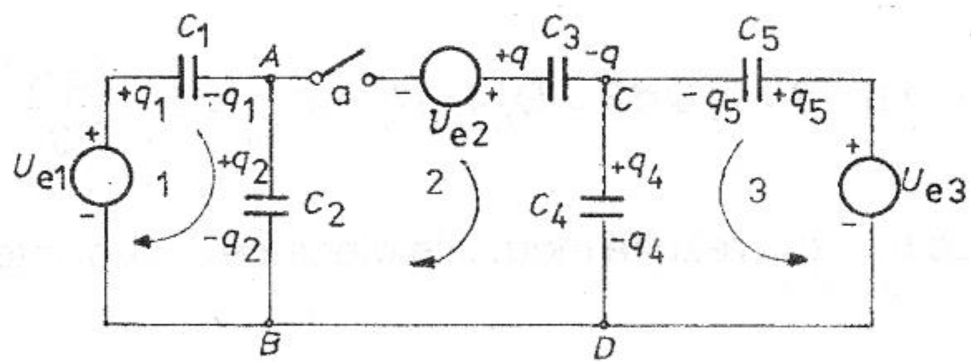


Fig.1.25. Explicativă la aplicaţia numerică.

$$U_{e1} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}, \qquad 90 = \frac{q_1}{4\cdot10^{-6}} + \frac{q_2}{2\cdot10^{-6}},$$

$$U_{e3} = \frac{q_5}{C_5} + \frac{q_4}{C_4}, \qquad 60 = \frac{q_5}{4\cdot10^{-6}} + \frac{q_4}{8\cdot10^{-6}},$$

$$-q_1 + q_2 = 0, \qquad q_1 = q_2,$$

$$-q_5 + q_4 = 0, \qquad q_5 = q_4,$$

$$q_3 = 0. \qquad q_3 = 0.$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuaţii de mai sus, rezultă:

$$q_1 = q_2 = 120\,\mu F, \qquad q_3 = 0, \qquad q_4 = q_5 = 160\ \mu F,$$

$$U_1 = 30\,V, \quad U_2 = 60\,V, \quad U_3 = 0\,V, \quad U_2 = 20\,V, \quad U_5 = 40\,V.$$

TEME DE STUDIU

Test 1.

Care este condiţia de echilibru electrostatic ?.

Test 2.

Care este condiţia de echilibru electrostatic pentru conductoare ?.

Test 3.

Care sunt consecinţele echilibrului electrostatic din conductoare ?.

Test 4.

Cum se defineşte capacitatea unui condensator ?.

Test 5.

Ce este un condensator ?.

Test 6.

Cum se defineşte capacitatea echivalentă a unei grupări de condensatoare ?.

Test 7.

Care este unitatea de măsură a capacităţii ?.

Test 8.

Care este expresia capacităţii echivalente la gruparea serie?.

Test 9.

Care este expresia capacităţii echivalente la gruparea paralel?.

Test 10.

Care este expresia tensiunii maxime ce se poate aplica unei baterii de condensatoare legate în paralel ?.

Test 11.

Care este expresia tensiunii maxime ce se poate aplica unei baterii de condensatoare legate în serie ?.

Test 12.

Care dintre condensatoare au câmpul electric in interior uniform ?.

Test 13.

Capacitatea unui condensator plan este proporţională cu:

- distanţa dintre plăci;
- doar cu suprafaţa plăcilor;
- cu suprafaţa plăcilor şi cu permitivitatea dielectricului.

Test 14.

Capacitatea unui condensator depinde de:

- sarcina cu care este încărcat condensatorul;
- tensiunea electrică dintre plăci;
- de dimensiunile geometrice şi permitivitate dielectricului.

Test 15.

Care este unitatea de măsură a capacităţii condensatoarelor:

- Coulomb;
- Farad;
- Volt / metru.

Test 16.

Care este unitatea de măsură a energiei câmpului electric:

- Coulomb;
- Joule;
- Watt.

Test 17.

Care este unitatea de măsură a densităţii de volum a energiei câmpului electric:

- Coulomb;
- Joule;
- Joule/m^3.