

## Programme de colle n°28

### Indépendance en probabilité

- 1) Événements indépendants, mutuellement indépendants.
- 2) Loi binomiale
- 3) Couples de variables aléatoires.
- 4) Loi d'un couple, lois marginales.
- 5) Variables aléatoires indépendantes.

### Géométrie dans l'espace

- 1) Coordonnées cartésiennes, cylindriques.
- 2) Produit scalaire, produit vectoriel, produit mixte et calcul en coordonnées.
- 3) Plan, droite dans l'espace : équation cartésienne, équation paramétrique.
- 4) Distance d'un point à un plan, d'un point à une droite.
- 5) Sphère dans l'espace, équation cartésienne.
- 6) Problèmes d'intersection.

### Questions de cours

- 1) Soient  $A, B$  deux événements indépendants. Montrer que  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  sont indépendants. De même pour  $A, \bar{B}$  et  $\bar{A}, B$ .
- 2) On tire  $n$  fois avec remise dans une urne contenant une boule rouge et une boule noire. On note  $A_n$  : "obtenir des boules des deux couleurs" et  $B_n$  : "obtenir au plus une boule noire". Discuter de l'indépendance de  $A_n$  et  $B_n$  suivant la valeur de  $n$ .
- 3) On lance deux dés équilibrés. On note  $A$  : "le dé 1 donne un nombre pair",  $B$  : "le dé 2 donne un nombre impair" et  $C$  : "la somme des dés est paire". Montrer que  $A, B, C$  sont indépendants deux à deux mais pas mutuellement.
- 4) Une urne contient  $n$  boules numérotées. On en tire une, on note  $X$  sa valeur puis on la remet en enlevant toutes celles qui lui sont strictement supérieures. On retire alors une boule et on note  $Y$  sa valeur. Déterminer la loi du couple  $(X, Y)$  et vérifier que la somme des probabilités vaut 1.
- 5) Soit  $\mathcal{P}$  le plan engendré par  $\vec{u}(1, 1, 1)$  et  $\vec{v}(1, 2, -1)$  et passant par  $A(2, 3, 4)$ . Déterminer une équation cartésienne de  $\mathcal{P}$ .
- 6) Soit  $\mathcal{P}: x + y + z + 2 = 0$  un plan. Donner un vecteur normal et un point de  $\mathcal{P}$  puis déterminer deux vecteurs directeurs de  $\mathcal{P}$ .
- 7) Les systèmes suivants caractérisent-ils une droite ? Si oui, donner un vecteur directeur et un point de la droite.

$$(S_1): \begin{cases} x + 2y + z - 2 = 0 \\ -3x - 6y - 3z + 3 = 0 \end{cases} \quad (S_2): \begin{cases} x + 2y + z - 2 = 0 \\ x - 2y + z + 3 = 0 \end{cases}$$