OS – TD 6

Oscillateur harmonique

I - Différentes configurations de ressort

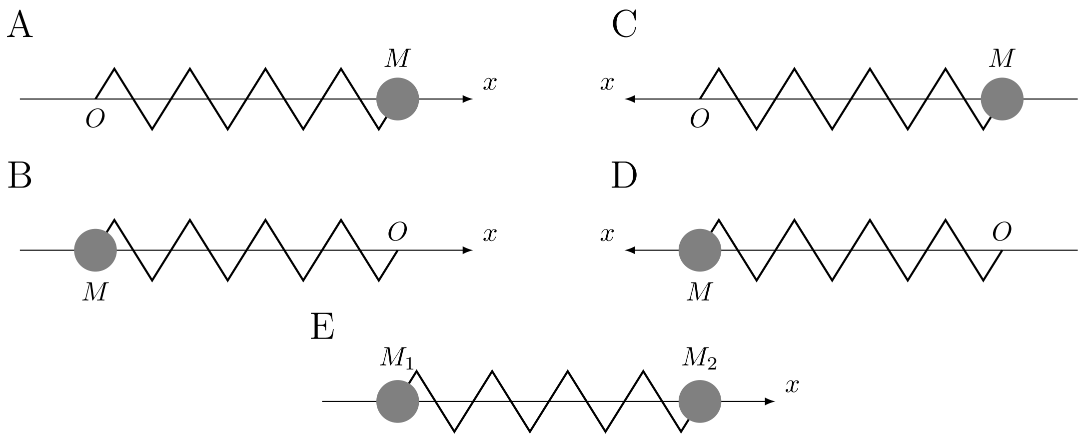


FIGURE 1.1 – O est l'origine de l'axe et, pour les cas A, B, C et D, c'est aussi une des extrémités du ressort. Le ressort est de raideur k et de longueur à vide l_0. La coordonnée de position du point M est notée x ; les coordonnées des points M_1 et M_2 sont notées respectivement x_1 et x_2. Le ressort est supposé linéaire.

Pour les cas A, B, C et D, déterminer en fonction de k, x, l_0 et $\vec{u}_x$ l'expression de la force de rappel élastique qui s'exerce sur le point M.
Pour le cas E, déterminer en fonction de k, x_1, x_2, l_0 et $\vec{u}_x$ les expressions des forces de rappel élastique qui s'exercent respectivement sur M_1 et M_2.

II - Équations différentielles

1. Parmi les équations suivantes, quelles sont celles qui sont des équations différentielles d'un oscillateur harmonique en position à une dimension le long de l'axe des y ? Dans tous les cas, on a k, m, l_0, g réels positifs.
   (a) $\forall t,\ m\ddot{y} = k(y(t) - l_0)$
   (b) $\forall t,\ m\ddot{y} = k(y(t) + l_0)$
   (c) $\forall t,\ m\ddot{y} = -k(y(t) - l_0)$
   (d) $\forall t,\ \ddot{y} + \frac{k}{m}y(t) = -\frac{k}{m}l_0$
   (e) $\forall t,\ \ddot{y} - \frac{k}{m}(y(t) - l_0) = g$
   (f) $\forall t,\ \ddot{y} + \frac{k}{m}(y(t) - l_0) = -g$
2. Pour chaque équation d'un oscillateur harmonique, déterminer l'expression de ω_0 et y_{eq}.

III - Extrapolation de solution

On considère un dispositif constitué d'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 à une extrémité duquel est fixée une masse ponctuelle m, libre de se déplacer sans frottement le long d'une droite inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale, fixe dans le référentiel du laboratoire (R). L'autre extrémité du ressort est fixée en O point le plus haut du dispositif et fixe dans le référentiel.
Sans développer aucun calcul, mais en exploitant les résultats connus pour le dispositif masse+ressort horizontal et vertical, proposer une relation permettant de déterminer la longueur à l'équilibre du ressort en fonction de la raideur et de la longueur à vide du ressort, de l'angle d'inclinaison, de la masse et de la pesanteur. Comparer la pulsation propre du système à celui du ressort vertical ou horizontal.

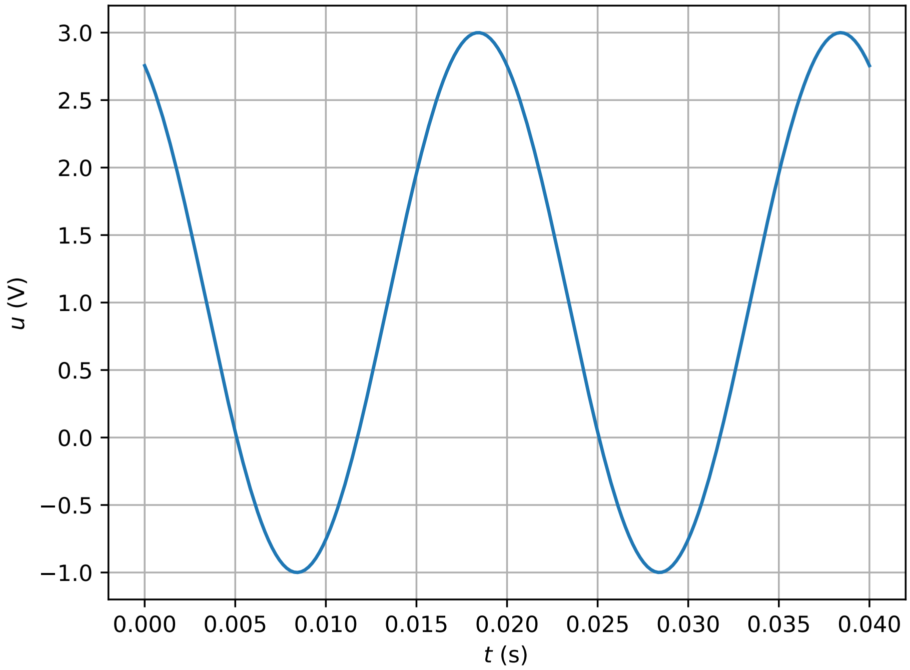
IV - Lectures de courbes

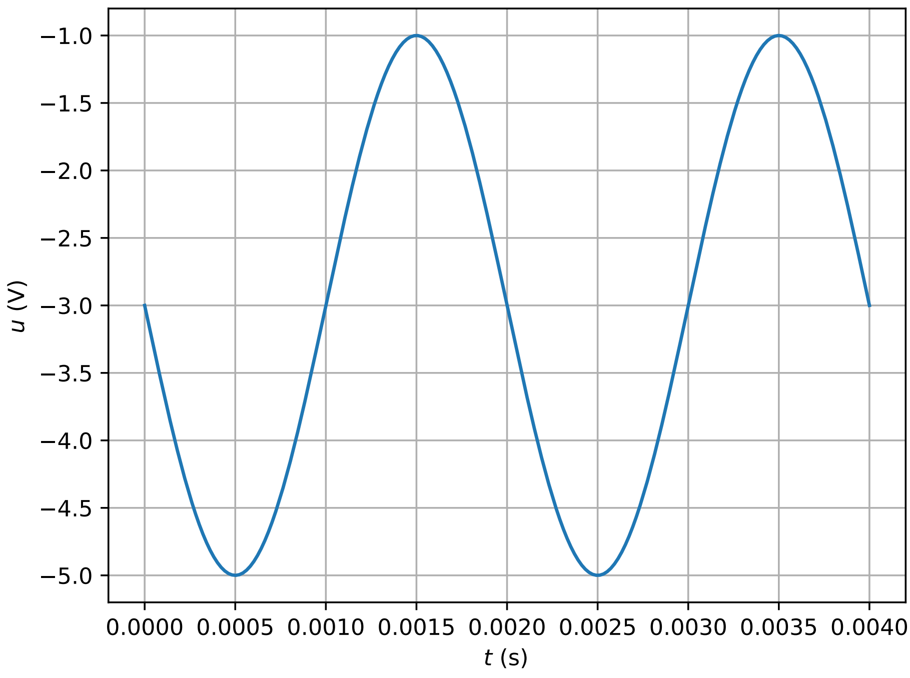
On a simulé l'évolution temporelle de la grandeur oscillante d'un oscillateur harmonique. Déterminer sur chacune des courbes de la page suivante, en expliquant littéralement le raisonnement utilisé :

— la fréquence propre ;

— la pulsation propre ;

— la phase à l'origine.

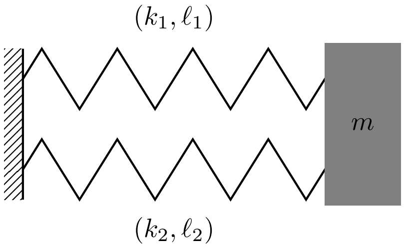




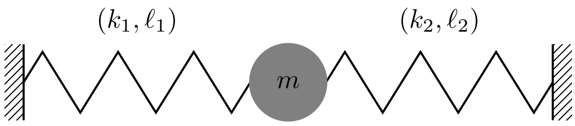
V - Association de ressorts

Pour chacune des configurations ci-dessous, déterminer l'équation différentielle régissant le mouvement de la masse m ainsi que la période des oscillations. Les seules forces s'exerçant sur le point matériel (M, m) sont les forces de rappel des ressorts.

a)



b)



c)

VI - Résolution de problème

On dispose de la photographie (de mauvaise qualité) suivante :

Photographie prise alors que l'objet fixé au ressort est à l'équilibre.

L'objet attaché à l'extrémité basse du ressort est en acier et la longueur à vide du ressort vaut environ 8,5 cm.

Un élève raconte l'expérience suivante :
« Après avoir fixé l'objet à l'extrémité du ressort, je l'ai lancé vers le bas depuis sa position d'équilibre avec une vitesse que j'ai pu mesurer à environ $4 \cdot 10^1\,\mathrm{cm\,s^{-1}}$. J'ai observé des oscillations de 3 cm d'amplitude mais je ne me rappelle plus si leur période valait 0,44 s ou bien 4,4 s[1] ».

Déterminer une estimation de la raideur du ressort.

1. D'où l'intérêt de bien remplir son cahier de laboratoire.