

Programme de colle n°2

Nombres réels

- 1) Implication, équivalence, négation, contraposée.
- 2) Ensembles usuels de nombres : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.
- 3) Inégalités dans \mathbb{R} .
- 4) Majorant, maximum, borne supérieure.
- 5) La fonction valeur absolue, inégalité triangulaire.
- 6) La fonction partie entière.

Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles

- 1) Domaine de définition, graphe d'une fonction.
- 2) Parité, périodicité, réduction du domaine d'étude.
- 3) Savoir, à partir du graphe de f , trouver ceux de $x \mapsto f(x) + a$ et $x \mapsto f(x + a)$.
- 4) Monotonie.
- 5) Majorant, maximum d'une fonction.
- 6) Bijection pour des fonctions de la variable réelle à valeurs réelles.
- 7) Fonction réciproque.
- 8) Formules de dérivation (notamment pour $f \circ g$, pour f^{-1}).
- 9) Dérivées successives.
- 10) Asymptote verticale, horizontale.
- 11) Fonction puissance $x \mapsto x^\alpha$ pour $\alpha \in \mathbb{R}$ et $x > 0$.
- 12) Résolution d'inéquations, recherche d'extrema, recherche du nombre de solutions d'une équation par l'étude de fonctions.

Questions de cours

- 1) Donner la négation d'une assertion mathématique proposée par le colleur.
- 2) Résoudre : $|x - 1| + |x + 2| \leq 5$.
- 3) Montrer par analyse-synthèse que toute fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s'écrit de manière unique $f = p + i$ avec $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ paire et $i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ impaire.
- 4) Preuve de l'inégalité triangulaire : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, |x + y| \leq |x| + |y|$.
- 5) Soient $f: I \rightarrow J$ une fonction croissante et $g: J \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction décroissante. Montrer que $g \circ f$ est décroissante.
- 6) Montrer que la fonction définie par $f(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$ réalise une bijection entre deux ensembles à préciser et déterminer sa bijection réciproque.
- 7) Soit f une fonction strictement croissante sur $I \subset \mathbb{R}$. Montrer que f réalise une bijection de I dans $J = f(I)$.