

Programme de colle n°8

Fonctions usuelles

Définition et toute l'étude des fonctions suivantes.

- 1) Fonctions hyperboliques : ch , sh et th .
- 2) Fonctions hyperboliques réciproques : argch , argsh et argth .
- 3) Fonctions trigonométriques réciproques : \arccos , \arcsin , \arctan .

Suites

- 1) Suites monotones (exemples avec des suites définies par récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$).
- 2) Suites de références : arithmétique, géométrique, arithmético-géométrique, récurrente linéaire d'ordre deux.
Savoir les expliciter, calculer la somme des premiers termes.
- 3) Définition d'une suite convergente/divergente, propriétés de base.

Questions de cours

- 1) Après l'avoir définie, montrer que argch est dérivable sur $]1, +\infty[$ et que $\text{argch}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.
- 2) Après l'avoir définie, montrer que \arccos est dérivable sur $] -1, 1[$ et que $\arccos'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$.
- 3) Montrer de deux façons différentes que : $\forall x \in [-1, 1] \quad \arccos(x) + \arccos(-x) = \pi$.
- 4) Donner à l'aide de la fonction \arctan la forme polaire de $z = -3 + 4i$.
- 5) Résoudre : $\text{ch}(x) = 3$.
Déterminer explicitement les solutions puis donner leurs valeurs à l'aide de la fonction argch .
- 6) Montrer que la suite u est définie et décroissante : $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$.
- 7) Expliciter la suite définie par : $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = 4u_n - 2$.
- 8) Dans chaque cas, déterminer le terme général de la suite :
(a) $\begin{cases} u_0 = 0, & u_1 = 5, \\ \forall n \in \mathbb{N}, & u_{n+2} = -u_{n+1} + 6u_n \end{cases}$
(b) $\begin{cases} u_0 = 1, & u_1 = 4, \\ \forall n \in \mathbb{N}, & u_{n+2} = 2u_{n+1} - 4u_n \end{cases}$
(c) $\begin{cases} u_0 = 1, & u_1 = 1, \\ \forall n \in \mathbb{N} & u_{n+2} = 4u_{n+1} - 4u_n \end{cases}$
- 9) Montrer à l'aide la définition que la suite définie par $u_n = \frac{n+3}{n+2}$ tend vers 1.