Semaine du 27 novembre

Programme de colle n°9

Suites

1) Suites monotones (exemples avec des suites définies par récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$).
2) Suites de références : arithmétique, géométrique, arithmético-géométrique, récurrente linéaire d'ordre deux. Savoir les expliciter, calculer la somme des premiers termes.
3) Définition d'une suite convergente.
4) Théorème d'encadrement.
5) Théorème de la limite monotone.
6) Suites adjacentes, approximations décimales.
7) Suites complexes.

Équations complexes

1) Révision sur les complexes.
2) Racines n-ième de l'unité.
3) Résolution de $z^n = a$ quand a est sous forme polaire.
4) Résolution de $\delta^2 = a$ quand a est sous la forme algébrique.
5) Résolution d'équations de la forme $az^2 + bz + c = 0$ avec $a, b, c \in \mathbb{C}$.

Questions de cours

1) Montrer que la suite u est définie et décroissante : $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$.
2) Expliciter la suite définie par : $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = 4u_n - 2$.
3) Dans chaque cas, déterminer le terme général de la suite :

   (a) $\begin{cases} u_0 = 0 & u_1 = 5 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, & u_{n+2} = -u_{n+1} + 6u_n \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} u_0 = 1 & u_1 = 4 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, & u_{n+2} = 2u_{n+1} - 4u_n \end{cases}$

   (c) $\begin{cases} u_0 = 1 & u_1 = 1 \\ \forall\, n \in \mathbb{N} & u_{n+2} = 4u_{n+1} - 4u_n \end{cases}$

4) Montrer à l'aide la définition que la suite définie par $u_n = \frac{n+3}{n+2}$ tend vers 1.
5) Déterminer les limites suivantes (une question de cours = plusieurs limites) :

   (a) $u_n = \dfrac{3^n - 2^n}{4^n}$

   (b) $u_n = (-n + 2)e^{-n}$

   (c) $u_n = \dfrac{n^2 - 3n + 2}{2n^2 + 5n - 34}$

   (d) $u_n = \sqrt{n^4 + 1} - n$

   (e) $u_n = \sqrt{n^2 + 1} - n$

   (f) $u_n = \dfrac{(n + 2)!}{(n^2 + 1) \times n!}$

   (g) $u_n = \dfrac{n + \sin(n)}{n - \cos(n)}$

6) Déterminer les racines cubiques de $2 + 2i$.
7) Résoudre l'équation $z^2 - iz - i - 1 = 0$ dans $\mathbb{C}$.