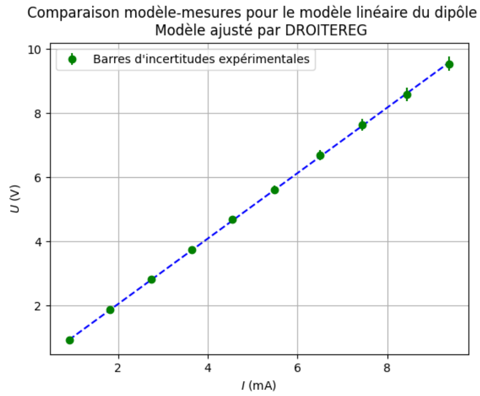
Correction CT – TD 3

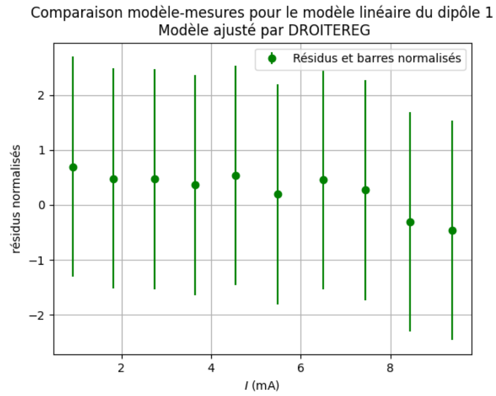
Ajustements et comparaisons

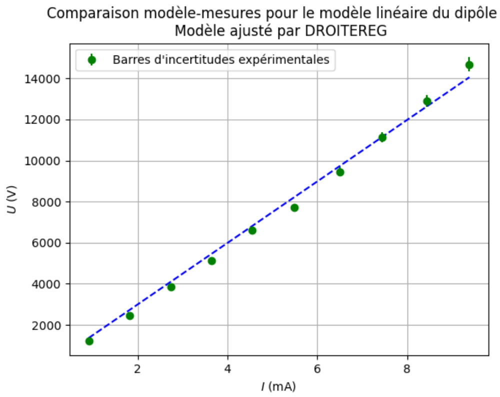
I - Modélisation de données expérimentales

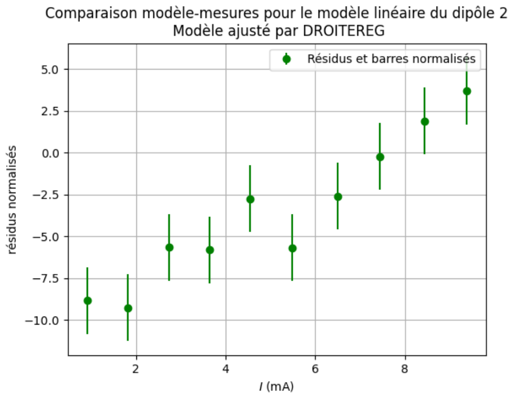
I.1 - Comparaison graphique modèles-mesures

1. Pour chaque valeur de I on ne dispose que d'une seule valeur de U. Chaque valeur de U est donc le résultat d'un mesurage unique. On évalue donc une incertitude-type de type B pour chaque valeur de U, en choisissant un modèle rectangulaire : $\forall i,\, U_i = \frac{\text{précision}}{\sqrt{3}}$. D'où $\forall i,\, u(U_i) = \frac{2\times U_i}{100} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$. Cf feuille de tableur ou code python pour les résultats.
2. On rappelle que les barres d'incertitudes définissent un intervalle $[U_i - 2u(U_i); U_i + 2u(U_i)]$. Il faut tenir compte de ce facteur 2 quand on affiche les barres d'incertitudes. On n'oublie pas un titre qui explique le graphique, des titres et des unités sur les axes, éventuellement une légende.
3. Avec `DROITEREG`, on ajuste le paramètre du modèle linéaire du dipôle 1 (la pente) :
   $\bar{p}_1 = 1{,}021\,629\,724\,194\,53\,\mathrm{V\,mA^{-1}} = 1{,}021\,629\,724\,194\,53\,\mathrm{k\Omega}$. Compte tenu de l'incertitude-type sur cette pente, qui vaut $u(\bar{p}_1) = 0{,}0015\,\mathrm{k\Omega}$, on doit réécrire $\bar{p}_1 = 1{,}0216\,\mathrm{k\Omega}$.
   Avec `DROITEREG`, on ajuste le paramètre du modèle linéaire du dipôle 2 (la pente) :
   $\bar{p}_2 = 1497{,}813\,228\,008\,36\,\mathrm{V\,mA^{-1}} = 1497{,}813\,228\,008\,36\,\mathrm{k\Omega}$. Compte tenu de l'incertitude-type sur cette pente, qui vaut $u(\bar{p}_2) = 19\,\mathrm{k\Omega}$, on doit réécrire $\bar{p}_2 = 1498\,\mathrm{k\Omega}$.
4. On rappelle que $\forall i,\ \mathrm{res}_{norm}(I_i) = \dfrac{U_i - U_{mod,i}}{u(U_i)} = \dfrac{U_i - f(I_i)}{u(U_i)}$, où f est la fonction du modèle linéaire ajustée grâce à `DROITEREG`. Donc ici $f : I_i \longmapsto \bar{p}\, I_i$. Cf feuille de tableur ou code python pour les résultats. Les barres d'incertitudes normalisées définissent un intervalle $[\mathrm{res}_{norm}(I_i) - 2\ ;\ \mathrm{res}_{norm}(I_i) + 2]$.
5. Il s'agit de vérifier que la courbe modèle passe, ou non, par les barres d'incertitudes. Comme cela est parfois difficile à visualiser, on construit toujours la courbe des résidus normalisés plus lisible. Il s'agit alors de vérifier que les résidus sont tous, ou non, dans l'intervalle $[-2\,;\,+2]$.









Pour le dipôle 1, les résidus normalisés du modèle linéaire sont tous dans l'intervalle $[-2\,;\,+2]$: ce modèle est donc compatible avec les données expérimentales.

Pour le dipôle 2, les résidus normalisés du modèle linéaire ne sont pas tous dans l'intervalle $[-2\,;\,+2]$: ce modèle n'est donc pas compatible avec les données expérimentales.

I.2 - Évaluations du paramètre du modèle

Seul le dipôle 1 paraît modélisable par un conducteur ohmique, d'après l'étude précédente. On ne mesure donc la résistance que pour ce dipôle.

À la main

1. Le modèle prévoit $U = RI$. La résistance peut donc être estimée grossièrement par la pente d'une droite qui s'appuierait sur les deux points extrêmes du tableau. Avec les points extrêmes du tableau, on calcule :

$$\bar{R}_{\text{à la main}} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{9{,}536\,\mathrm{V} - 0{,}937\,\mathrm{V}}{9{,}384\,\mathrm{mA} - 0{,}9098\,\mathrm{mA}} = 1{,}0147\,\mathrm{V\,mA^{-1}} = 1{,}0147\,\mathrm{k\Omega}$$

Malheureusement, à la main, on ne peut pas attribuer d'incertitude-type et le mesurage est donc incomplet.

Méthode 1 du cours avec un tableur et python

2. Grâce aux valeurs du tableau on peut déterminer dix valeurs pour la résistance. On peut donc évaluer une incertitude-type statistique de type A, en calculant l'écart-type échantillonnal de ces valeurs. On rappelle qu'on a $u(\bar{R}_{\text{stat}}) = \frac{u(R_i)}{\sqrt{n}}$, avec $u(R_i)$ l'incertitude-type sur une valeur calculée grâce à un écart-type échantillonnal. On trouve $u(\bar{R}_{\text{stat}}) = 0{,}0014\,\mathrm{k\Omega}$.
3. On calcule $\bar{R}_{\text{stat}} = 1{,}024\,844\,836\,282\,1\,\mathrm{k\Omega}$.
4. Le résultat du mesurage avec cette méthode est : $\boxed{R_{\text{stat}} = (1,0248\ ;\ 0,0014)\ \mathrm{k\Omega}}$.

Méthode 2 du cours

5. Le modèle prévoit $U = RI$. Grâce à `DROITEREG` on a réalisé un ajustement du type $U = \bar{p}_1 I$ qui est compatible avec les données expérimentales. Compte tenu des résultats trouvés au I.1, le résultat de ce mesurage s'écrit :

$$\boxed{R_{\text{DROITEREG}} = (1,0216\ ;\ 0,0015)\ \mathrm{k\Omega}}$$

Compatibilité des résultats

6. Il faut calculer le z-score des deux valeurs mesurées. $Z(R_{\text{stat}}, R_{\text{DROITEREG}}) = \frac{|R_{\text{stat}} - R_{\text{DROITEREG}}|}{\sqrt{u^2(\bar{R}_{\text{stat}}) + u^2(\bar{R}_{\text{DROITEREG}})}}$.
On trouve :

$$Z = \frac{|1{,}0248\,\mathrm{k\Omega} - 1{,}0216\,\mathrm{k\Omega}|}{\sqrt{(0{,}0014\,\mathrm{k\Omega})^2 + (0{,}0015\,\mathrm{k\Omega})^2}} = 1,6 < 2$$

Les deux résultats sont donc compatibles entre eux.