### Correction OS – TD 2

# Approximation de Gauss et lentilles minces

## II - Tracé de rayon

Cf. cours. Il faut utiliser un rayon auxiliaire et les propriétés des plans focaux. On peut utiliser un rayon auxiliaire et une propriété du plan focal objet ou un rayon auxiliaire et une propriété du plan focal image mais, en toute rigueur, un seul rayon auxiliaire est suffisant pour répondre à la question.

#### III - Lentille biconcave

Une lentille biconcave est à bords épais donc divergente donc sa focale est négative : f' = -12 cm. On pose les notations : soit A un point de l'objet situé sur l'axe optique de la lentille, on a :  $A \xrightarrow{\text{lentille}} A'$ .

On prend ensuite bien soin de mener le calcul littéral jusqu'à obtenir une expression la plus simple possible avec, dans le premier membre, la réponse à la question et, dans le deuxième membre, des données de l'énoncé.

1. 
$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA} + f'} = \frac{-20 \times -12}{-20 - 12} = -7.5 \,\text{cm}$$
. L'image est virtuelle.

2. 
$$\left| \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{f'}{f' + \overline{OA}} \right| = \frac{-12}{-12 - 20} = -\frac{3}{8} = 0, 38.$$
 L'image est droite et plus petite.

## IV - Lentille convergente

Soit A un point de la tour situé sur l'axe optique de la lentille, on a :  $A \xrightarrow{\text{lentille}} A'$ . On obtient  $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA}f'}{\overline{OA}+f'}$  et  $\gamma = \frac{f'}{f'+\overline{OA}}$ .

Une tour est évidemment un objet réel, donc  $\overline{OA} = -D = -3$  km. La taille de la tour est donnée indirectement par l'angle  $\alpha$  sous lequel elle est vue; si on considère une taille transversale positive et un angle positif, on a  $\tan(\alpha) = -\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$ . L'angle étant très faible (on est sans doute dans les conditions de Gauss), on peut écrire :  $\alpha \approx -\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$  et  $\overline{AB} = -\alpha \overline{OA}$  avec  $\alpha$  en radians.

- 1. Il faut remarquer que  $|\overline{OA}| \gg f'$ . Cela mène à :
  - L'objet peut être considéré comme étant « optiquement » à l'infini ; d'où  $A' \equiv F'$  et  $\overline{OA'} = f'$
  - $\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \overline{AB} = -f' \tan(\alpha) \text{ d'où } \overline{A'B'} \approx -f' \alpha \text{ avec } \alpha \text{ en radians.}$

On trouve, numériquement :

- $\overline{OA'} = 1.0 \,\text{m}.$
- $\overline{A'B'} = -0.010 \,\mathrm{m}.$
- 2. Étant donné  $\overline{A'B'} \approx -f' \alpha$ , on peut choisir une focale plus grande pour obtenir une image plus grande. On peut aussi se rapprocher de la tour pour qu'elle soit observée sous un plus grand angle.

Le calcul sans approximation, bien que plus compliqué, mène aux mêmes résultats.

#### V - Doublet accolé

On considère un doublet accolé composé d'une première lentille  $L_1$  divergente telle que  $f'_1 = -6.0$  cm et d'une deuxième lentille  $L_2$  convergente telle que  $f'_2 = +8.0$  cm.

- 1. Fait en cours.
- 2.  $f' = -24 \,\mathrm{cm}$ . Le doublet est divergent.

3. (a) 
$$A \xrightarrow{(L)} A'' \operatorname{donc} \left[ \overline{OA''} = \frac{\overline{OA} f'}{\overline{OA} + f'} \right] \operatorname{et} \overline{OA''} = -7,5(4) \operatorname{cm}$$
(b) 
$$A \xrightarrow{(L_1)} A' \operatorname{donc} \left[ \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} f'_1}{\overline{OA} + f'_1} \right] \operatorname{et} \overline{OA'} = -3,88 \operatorname{cm} \approx -3,9 \operatorname{cm}$$

$$A' \xrightarrow{(L_2)} A'' \operatorname{donc} \left[ \overline{OA''} = \frac{\overline{OA'} f'_2}{\overline{OA'} + f'_2} \right] \operatorname{et} \overline{OA''} = -7,5(4) \operatorname{cm}$$

4. Voir construction, fin du polycopié.

#### VI - Doublet non accolé

- 1. Voir construction, fin du polycopié. On n'oublie pas : les chevrons distinctifs de chaque rayon, les prolongations de rayons utiles à la compréhension, que les rayons auxiliaires sont en pointillés, deux échelles (longitudinale et verticale), l'orientation de l'axe optique, le nom de tous les points optiques importants (centre, foyers, etc.).
- 2. On a, par définition de  $F': \infty \xrightarrow{(L_1+L_2)} F'$ Par décomposition du doublet on peut aussi écrire  $: \infty \xrightarrow{(L_1)} F'_1 \xrightarrow{(L_2)} F'$ F' est donc l'image de  $F'_1$  par la lentille  $(L_2)$ .

Résolution 1 : on applique la relation de Newton aux foyers pour la lentille  $(L_2)$  :

$$\overline{F_2'F'} \cdot \overline{F_2F_1'} = -f_2'^2$$
 d'où  $\overline{F_2'O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'} = \frac{-f_2'^2}{\overline{F_2F_1'}}$ 

Résolution 2 : on applique la relation de Descartes au centre pour la lentille  $(L_2)$  :

$$\frac{1}{\overline{O_2 F'}} - \frac{1}{\overline{O_2 F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \text{ d'où } \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 F'} = \frac{O_2 F'_1 f'_2}{\overline{O_2 F'_1} + f'_2}$$

Dans les deux cas, on trouve alors en isolant  $\overline{O_1F'}$  et en faisant apparaître les données de l'énoncé par des décompositions de type « Chasles » (possibles car tous les points sont alignés) :

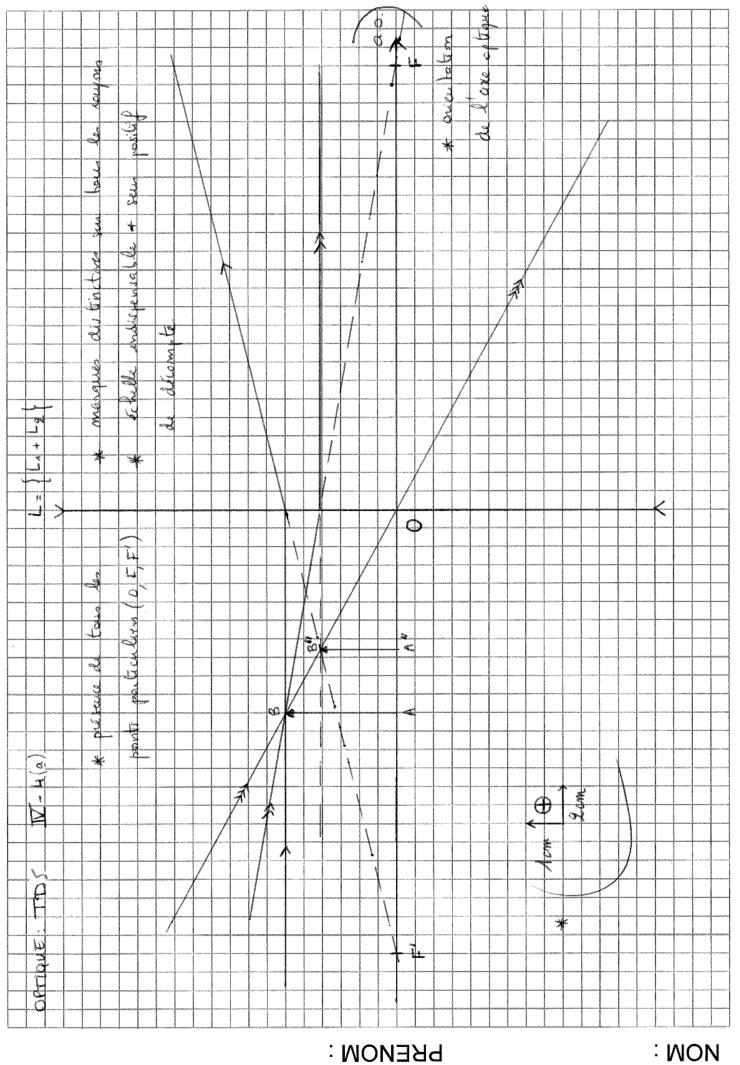
$$\overline{O_1 F'} = \frac{-f_2'^2}{f_2' - \overline{O_1 O_2} + f_1'} + f_2' + \overline{O_1 O_2}$$

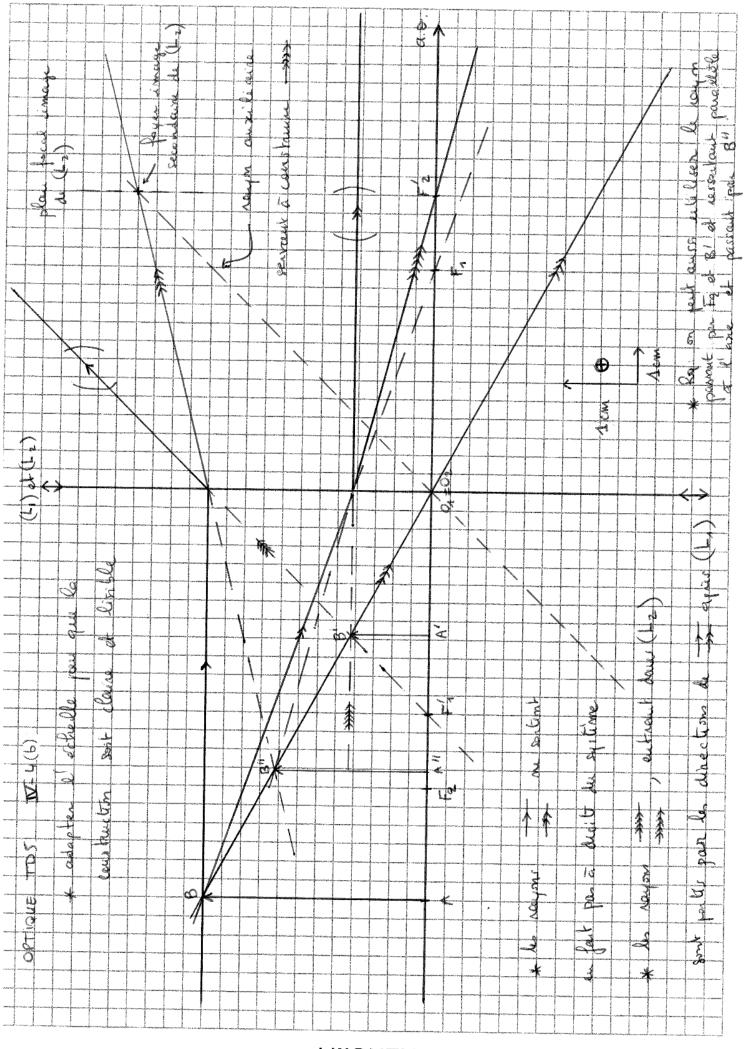
A.N. (à la main) :  $\overline{O_1F'} = \frac{16}{22} + 8,00 = 0,73 + 8,00 = 8,7\,\mathrm{cm}$ 

- 3. Voir construction, fin du polycopié.
- 4.  $F \xrightarrow{(L_1+L_2)} \infty$  et  $F \xrightarrow{(L_1)} F_2 \xrightarrow{(L_2)} \infty$ . F est donc l'objet dont  $F_2$  est l'image par la lentille  $(L_1)$ . Par application d'une relation de conjugaison de la lentille  $(L_1)$ , on trouve :

$$\overline{O_1 F} = \frac{(\overline{O_1 O_2} - f_2') f_1'}{-(\overline{O_1 O_2} - f_2') + f_1'} = 4,36 \,\text{cm} = 4,4 \,\text{cm}$$

5. Voir construction, fin du polycopié.





PRENOM:

: MON

