

## Programme de colle n°4

### Trigonométrie

- 1) Rappel : fonction cosinus, sinus.
- 2) Fonction tangente.
- 3) Formules de duplication, linéarisation, factorisation.
- 4) Équations et inéquations trigonométriques.

### Calcul algébrique

- 1) Notation  $\sum, \prod$ .
- 2) Sommes classiques (à connaître par coeur) :  $\sum_{k=m}^n 1, \sum_{k=0}^n k, \sum_{k=0}^n k^2, \sum_{k=0}^n k^3, \sum_{k=0}^n q^k$ .
- 3) Calcul de sommes, de sommes télescopiques, de sommes doubles, de sommes triangulaires.

### Questions de cours

- 1) Factoriser  $f(x) = \cos x + \sqrt{3} \sin x$ .
- 2) Réduction du domaine d'étude de  $f(x) = \sin(4x)$  et  $g(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ . Expliquer comment obtenir le reste du graphe.
- 3) Montrer que  $\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ .
- 4) Soit  $a \neq \pi [2\pi]$ . On pose  $t = \tan\left(\frac{a}{2}\right)$ . Montrer que  $\cos a = \frac{1-t^2}{1+t^2}$  et donner les formules analogues pour  $\sin a$  et  $\tan a$ .
- 5) Résoudre :  $\sin t = \cos 3t$ .
- 6) Résoudre :  $|\sin \theta| < \frac{1}{2}$  pour  $\theta \in [0, 2\pi]$ .
- 7) Preuve par récurrence de :  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .
- 8) Démontrer la formule pour  $\sum_{k=0}^n q^k$  pour *tout*  $q \in \mathbb{R}$ .
- 9) Calculer la somme :  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right)$ .
- 10) Calculer la somme :  $S_5 = \sum_{k=0}^{2n} \frac{1+3^{2k}}{2^{k+2}}$ .