Лекция № 1

Преподаватель: Николай Николаевич Шамаров

4.02.2023

$\boxed{\text{w1 4.02.2023}}$

Литература: Ширяев А.Н. „Вероятность"

Котельников в 3 томах

Об обобщенных процессах Т. Хида

Величина – показание прибора

1) Условия одинаковые $\Big\}$ → случайный процесс
2) разные показания

Точность прибора: показание ≤ const

x – неслуч., ξ – случ.

$\xi \le c$ – описание события

Рез-т показ. – веществ. ось

$P(\xi \le c)$ – вер-ть экспер. события (формир. из „ансамбля" эксперим.")

$$\left\{ P_э(\xi \le c) = \frac{\text{кол-во элем. эксп., в которых был. } \le c}{\text{общее кол-во всех экспер. в ансамбле}} \right\}$$

№ эксп	1	...	$N_э$
знач. вел.	x_1		$x_{N_э}$

$$\to P_э(\xi \le c) = \frac{\left|\{n : x_n \le c\}\right|}{N_э}$$

$$P_э(\xi \le c) = F_\xi^{э}(c)$$

добавляем букву, когда смотрим реальные данные

Кол-во экспериментов ненулевое

$$0 \le F_э \le 1, \quad F_э \xrightarrow[c \to +\infty]{} 1, \quad F_э \xrightarrow[c \to -\infty]{} 0$$

1 2

Имеем одностороннюю непрерывность справа для $F_{\xi \ni}$ ③

Три предельных свойства.

- Мат. ф-ия распределение - неуб. ф-ия из R $[0,1]$ такая, что вып. три предельных свойства
- Случайный вектор.

$N_\ni$	1	2	...	$N_\ni$
ξ_1	$x_{1,1}$	$x_{1,2}$		$x_{1,N_\ni}$
ξ_2	$x_{2,1}$	$x_{2,2}$		$x_{2,N_\ni}$

$$P_\ni(\xi_1 \le c_1, \xi_2 \le c_2) = \frac{\{n : x_{1,n} \le c_1, x_{2,n} \le c_2\}}{N_\ni} =$$

$$= F_{\xi_1 \xi_2 \ni}(c_1, c_2)$$ - интегральная ф-ия совместного распределение

1) Раздельно непрерывна справа
2) $F_{\xi_1, \xi_2} : R^2 \to [0,1]$
3) $\to 0$ при $c_1, c_2 \to -\infty$
4) при $c_1, c_2 \to +\infty$ кончаются ограничение
5) при $c_i \to +\infty$ ф-ия распределение меньшего числа аргументов

По индукции для любого R^d то же самое что $[0,1]$ раздельно непрерывно справа, разд. неубыв., $\forall j \in \{0, \dots d\}$:
$x_j \to -\infty$.

$$\lim_{x_j \to +\infty} F(x_1, \dots, x_d) = F_{(n-1)}(x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_j)$$ - мат. ф-ия распр. $(d-1)$-мерн. пр-ва

- Сигма-алгебра

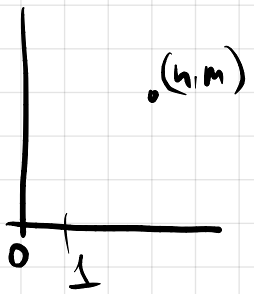
Вещ. случ. величины $\xi_1, \dots \xi_2$ наз. взаимно незав. в совокупности, т.е. $F_{\xi_1 \dots \xi_1}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{j=1}^{d} F_{\xi_j \ni}(x_j)$

Упорядоченная пара: $(x_1,x_2) = \{\underbrace{\{x_1,x_2\}}_{\text{неуп.}}, \{x_2\}\} = (y_1,y_2)$

Мн-во упоряд. пар наз. графиком ф-ии, если $(a,b)\in M$, $(c,b)\in M \to a=c$

Упоряд. мн-во: $x=y \Leftrightarrow \forall z: z\in x \leftrightarrow z\in y$

$y\subset x \Leftrightarrow \forall z: z\in y \to z\in x$



"$n - m = \tilde{n} - \tilde{m}$" $\Leftrightarrow$ $n+\tilde{m} = \tilde{n}+m$

"$\frac{m}{n} = \frac{m'}{n'}$" $\Leftrightarrow$ $mn' = m'n$

- Усиленная континуум-гипотеза:
  Каждая след. мощность — кол-во всех подмн-в в предыдущей мощности
- Гиперконтинуум — кол-во подмн-в на вещ. прямой → Аксиома выбора — ?

- Построение меры распределения (случ. величины)

Мера луча: $M_F(-\infty,c] = F$

$M(-\infty,d] \setminus (-\infty,c] = M(c,d) = F(d)-F(c)$

$M(c=d) = \varnothing$

Полуинтервал: $\mathcal{PR}(\mathbb{R}) = \{(c,d] : d\in \mathbb{R}, -\infty<c<+\infty, c\le d\}$

- <u>Теорема</u>: $\forall$ не более, чем счетной пос-ти $(A_1, A_2, \dots)$ т.ч. $A_j \in \mathcal{PR}$, если $A_1 = \bigsqcup_{j\ge 2} A_j$, то $M_F(A_1) = \sum_{j\ge 2}$