Càlcul numèric Pràctica 2
Eduardo Pérez Motato. (01/03/2024) NIU: 1709992

Exercici 1: Considerar l'equació polinòmica

$$x^3 = x + 40 \tag{1}$$

i la fórmula para el càlcul de la seva arrel real (que s'obté a partir de les fórmules de Cardano)

$$\alpha = \sqrt[3]{20 + \frac{1}{9}\sqrt{32397}} + \sqrt[3]{20 - \frac{1}{9}\sqrt{32397}}$$

a) Comprovar que es produeix error de cancel·lació al evaluar en precisió simple i doble precisió l'expressió de l'arrel real de l'equació anterior.
Solució. skibidi □

b) Aplicar el mètode de Newton a la funció

$$f(x) = x^3 - x - 40$$

començant amb $x_0 = 2$ fent servir precisió simple i doble. Obtenir una aproximació de 8 i 15 decimals correctes respectivament.
Solució. crotolamo □

c) Considerar l'equació polinòmica, $x^3 = x + 400$
Obtenir una fórmula de Cardano per al càlcul de l'arrel real, β. Comprovar que aquesta arrel compleix

$$2 \leq \beta \leq 8$$

Solució. makeheader □
Comprovar l'error de cancel·lació calculant la fórmula explicita en precisió doble.
Aplicar els següents mètodes iteratius per obtenir 15 decimals correctes de l'arrel.

(a) Mètode de la bisecció partint de l'interval $[2, 8]$
Solució. La revolución industrial □

(b) Mètode de Newton partint del pivot $x_0 = 2$.
Solució. Y sus consecuencias □

Comparar l'ordre de convergència numèrica i determina una estrategia per calcular les arrels d'aquest tipus d'equacions.
Solució. Desastre para la humanidad □

Exercici 2: Sigui l'equació $f(x) = 0$ amb $f(x)$ contínuament derivable, x^* una arrel simple, $f(x^*) = 0$, amb $f'(x) = 0$ en un entorn de x^*. Considerar la iteració

$$x_{k+1} = x_k - b_k f(x_k)$$

on

$$b_{k+1} = b_k \left(2 - f'(x_{k+1})\, b_k\right)$$

partint d'un pivot x_0 suficientment pròxim a x^* amb $b_0 = \frac{1}{f'(x_0)}$.

a) Aplicar la iteració a l'equació (1), tomant $b_0 = \frac{1}{3x_0^2 - 1}$.
Estudiar l'ordre de convergència numèric: suggeriment, calcular $e_k = |x_k - x_{k+1}|$ i compara els cocients $\frac{e_k}{e_{k-1}}, \frac{e_k}{(e_{k-1})^2}, \ldots$.
Solució. A mi ke me dices jaja salu2 □

Exercici 3: (OPCIONAL)

Sigui l'equació $f(x) = 0$ amb $f(x)$ completament derivable, x^* una arrel simple, $f(x^*) = 0$, i $f'(x) \neq 0$

Solució. Lenin tenía razón. $\square$