Eduardo Pérez Motato. (30/05/2024) NIU: 1709992

Exercici 1: Considerar la interpolació polinòmica en la base de Newton amb diferències dividides per la funció

$$f(x) = \frac{1}{1+25x^2};\ x \in [-1,1]$$

fent ús dos tipus de soport (nodes): **nodes equidistants** x_j

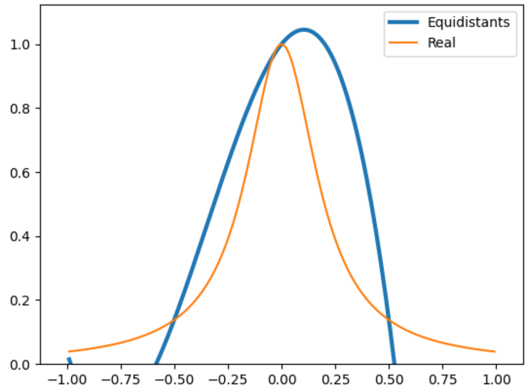
$$x_j = -1 + j\frac{2}{n};\ j = 0,\ldots,n-1$$

per $n = 4, 8, 16, 32, (64)$ i **nodes de Txevitxov** y_j definits com,

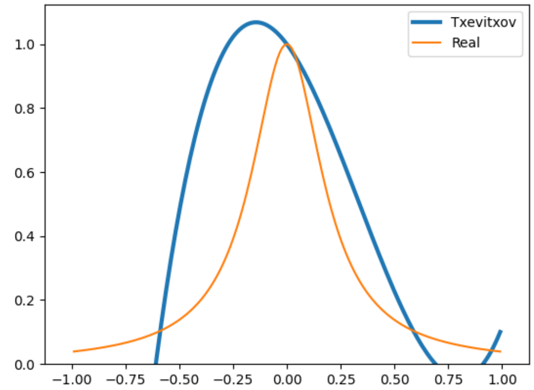
$$y_j = \cos\left(\frac{2j+1}{n+1}\frac{\pi}{2}\right);\ j = 0,\ldots,n-1$$

per $n = 4, 8, 16, 32, (64)$. **Atenció: el cas** $n = 64$ **està al limit de presició i podrien sortir resultats poc consistents. Si aquest es el vostre cas, omitir el resultat i fer únicamnent** $n = 4, 8, 16, 32$.

a) Calcular i dibuixar $f(x_k)$ i $p(x_k)$, en cadascun dels casos (nodes equidistants i de Txevitxov) pels valors $x_k = -0.989 + 0.011k$, amb $k = 0,\ldots,180$ (absises en $[-1,1]$ que no coincideixen amb els nodes d'interpolació).
Solució. Fet a `Pr4Ex1a.c` i `ploter.py`. El archiu de `c` calcula les diferències dividides gràcies a una matriu de $n \times (n+1)$, amb la primera columna on està evaluat i a la segona el valor una vegada és evaluat. A partir d'alli contiuna omplent els valors de la matriu per la "diagonal" fins que té totes les diferències dividides. Després, a l'hora de evaluar amb la interpolació optinguda ho fa iterant per aquesta "columna". Després, desa tot a `output.txt` i mitjançants el archiu de `python` genera primer la grafica amb els nodes equidistants i després amb els de Txevitxov (ambdos comparats amb la funció original).
Les grafiques generades són les seguents:

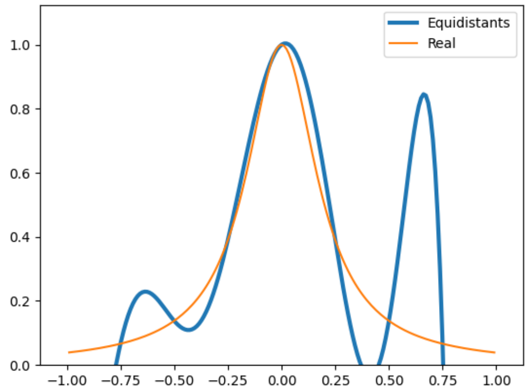


(a) Equidistants

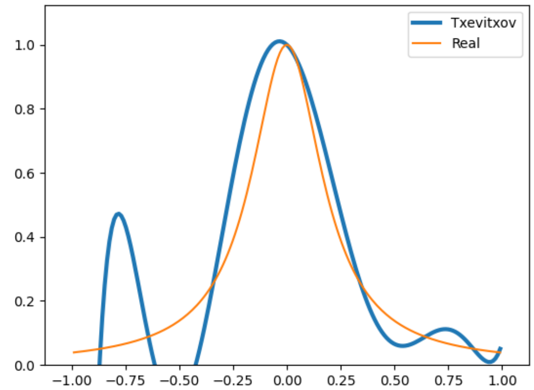


(b) Txevitxov

Figure 1: 4 nodes

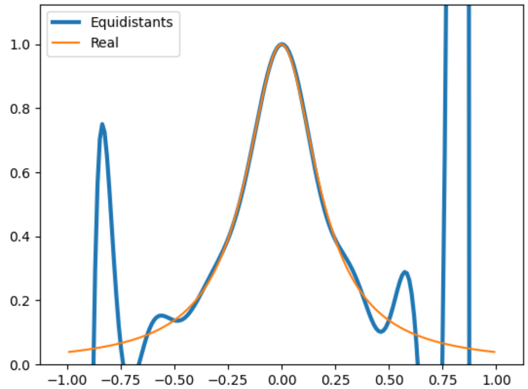


(a) Equidistants

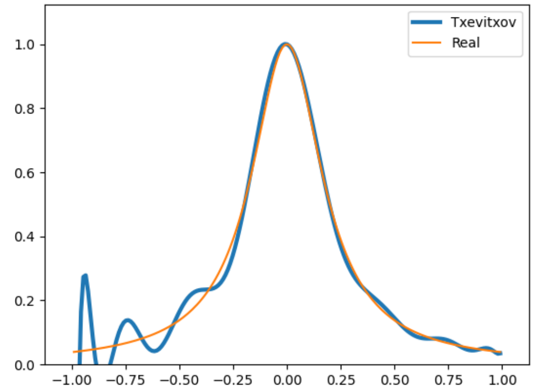


(b) Txevitxov

Figure 2: 8 nodes

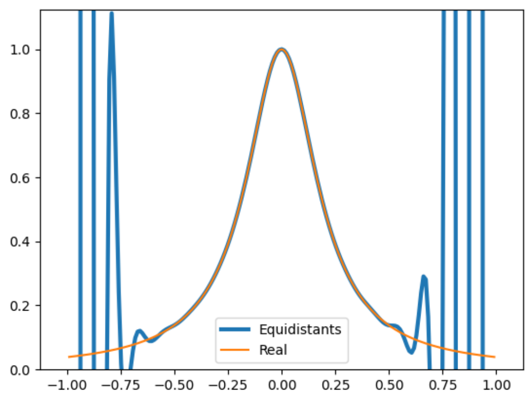


(a) Equidistants

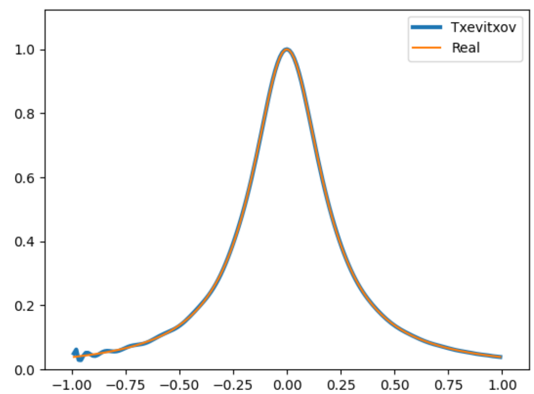


(b) Txevitxov

Figure 3: 16 nodes



(a) Equidistants



(b) Txevitxov

Figure 4: 32 nodes

Com es pot observar és poc simetrica. Això potser és per la manera de calcular els nodes (perquè hi hagui 16 nodes s'escullen del 0 al 15). Malgrat això, amb 32 nodes l'aproximació és molt bona. No he calculat amb 64 nodes perquè això provocaría més error pel límit de presició. □

b) Comparar com es comporta l'error màxim que es comet a mesura que s'augmenta el nombre de nodes d'interpolació amb els diferents nodes d'interpolació i comentar els resultats (comparar $|f(x_k) - p(x_k)|$ i $|f(y_k) - p(y_k)|$ per diferent nombre de nodes d'interpolació).
Solució. A `Pr4Ex1b.c` he fet un programa que calcula les diferències dividides (com

a l'anterior apartat) però després demana punt al qual evaluarà això per trobar l'error i imprimir l'error d'ambdos per pantalla.
A simple vista, amb 32 nodes l'error als extrems serà més alt pels equidistants. I si provem valors veiem que efectivament és cert. També podem observar que això passarà amb 16 nodes. Txevitxov no té aquest problema. Els errors són similars amb 8 nodes, on a determinats llocs és millor equidistants. $\square$