Задание 3 “Графы 3”

## Задача 1. «Минимальное остовное дерево» (4 баллов)

**Задача A** в контесте.

Дан неориентированный связный граф. Требуется найти вес минимального остовного дерева в этом графе.

Вариант 1. С помощью алгоритма Прима.

Вариант 2. С помощью алгоритма Крускала.

Вариант 3. С помощью алгоритма Борувки.

Ваш номер варианта прописан в ведомости.

**Формат входного файла.**

Первая строка содержит два натуральных числа 𝑛 и 𝑚 — количество вершин и ребер графа соответственно (1 ≤ *n* ≤ 20000, 0 ≤ *m* ≤ 100000).

Следующие 𝑚 строк содержат описание ребер по одному на строке.

Ребро номер 𝑖 описывается тремя натуральными числами 𝑏𝑖, 𝑒𝑖 и 𝑤𝑖 — номера концов ребра и его вес соответственно (1 ≤ 𝑏𝑖, 𝑒𝑖 ≤ 𝑛, 0 ≤ 𝑤𝑖 ≤ 100000).

**Формат выходного файла.**

Выведите единственное целое число - вес минимального остовного дерева.

|  |  |
| --- | --- |
| in | out |
| 4 4  1 2 1  2 3 2  3 4 5  4 1 4 | 7 |

## Задача 2а). Приближенное решение метрической неориентированной задачи коммивояжера. (4 балла)

Задачи в контесте нет.

Найдите приближенное решение метрической неориентированной задачи коммивояжера в полном графе (на плоскости) с помощью минимального остовного дерева, построенного в первой задаче.

Оцените качество приближения на случайном наборе точек, нормально распределенном на плоскости с дисперсией 1. Нормально распределенный набор точек получайте с помощью std::normal\_distribution.

При фиксированном N, количестве вершин графа, несколько раз запустите оценку качества приближения. Вычислите среднее значение и среднеквадратичное отклонение качества приближения для данного N.

Запустите данный эксперимент для всех N в некотором диапазоне, например, [2, 10].

Автоматизируйте запуск экспериментов.

В решении требуется разумно разделить код на файлы. Каждому классу - свой заголовочный файл и файл с реализацией.

## Задача 2б). Приближенное решение задачи коммивояжера. (3 балла)

Задачи в контесте нет.

То же, что и задача 2а), но сделать приближение не хуже, чем в 1,5 раза от идеального.

Предлагается использовать лучшее паросочетание на подграфе из нечетных вершин минимального остовного дерева.

<http://chekuri.cs.illinois.edu/teaching/fall2006/lect2.pdf>

## Задача 3. Максимальный поток в ориентированном графе. (4 балла)

**Задача в контесте - B.**

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером 𝑛.

Вариант 1. С помощью алгоритма Эдмондса-Карпа.

Вариант 2. С помощью алгоритма Диница.

**Формат входного файла.**

Первая строка входного файла содержит 𝑛 и 𝑚 — количество вершин и количество ребер графа (2 ≤ 𝑛 ≤ 100, 1 ≤ 𝑚 ≤ 1000). Следующие 𝑚 строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят 105.

**Формат выходного файла.**

В выходной файл выведите одно число — величину максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером *n*.

|  |  |
| --- | --- |
| in | out |
| 4 5  1 2 1  1 3 2  3 2 1  2 4 2  3 4 1 | 3 |

## Задача 4. Чай. (5 балла)

**Задача в контесте - C.**

В одном из отделов крупной организации работает **n** человек. Как практически все сотрудники этой организации, они любят пить чай в перерывах между работой. При этом они достаточно дисциплинированы и делают в день ровно один перерыв, во время которого пьют чай. Для того, чтобы этот перерыв был максимально приятным, каждый из сотрудников этого отдела обязательно пьет чай одного из своих любимых сортов. В разные дни сотрудник может пить чай разных сортов. Для удобства пронумеруем сорта чая числами от **1** до **m**.

Недавно сотрудники отдела купили себе большой набор чайных пакетиков, который содержит **a1** пакетиков чая сорта номер **1**, **a2** пакетиков чая сорта номер **2**, ..., **am** пакетиков чая сорта номер **m**. Теперь они хотят знать, на какое максимальное число дней им может хватить купленного набора так, чтобы в каждый из дней каждому из сотрудников доставался пакетик чая одного из его любимых сортов.

Каждый сотрудник отдела пьет в день ровно одну чашку чая, которую заваривает из одного пакетика. При этом пакетики чая не завариваются повторно.

**Входные данные**

Первая строка содержит два целых числа **n** и **m** (**1** ≤ **n**, **m** ≤ **50**). Вторая строка содержит **m** целых чисел **a1**, ..., **am** (**1** ≤ **ai** ≤ **106** для всех **i** от **1** до **m**).

Далее следуют **n** строк — **i**-я из этих строк описывает любимые сорта **i**-го сотрудника отдела и имеет следующий формат: сначала следует положительное число **ki** — количество любимых сортов чая этого сотрудника, а затем идут **ki** различных чисел от **1** до **m** — номера этих сортов.

**Выходные данные**

Выведите одно целое число — искомое максимальное количество дней.

|  |  |
| --- | --- |
| in | out |
| 2 3  3 2 1  2 1 2  2 1 3 | 3 |
| 3 3  2 7 4  2 1 2  1 2  2 2 3 | 4 |