

14. Логический вывод. Понятие ветви поискового дерева, насыщенно относительно заданного множества параметров. Понятие полного поискового дерева. Лемма о существовании полного дерева

Билеты 8, 22

Логический вывод – это рассуждение, в ходе которого осуществляется переход от исходного суждения (высказывания, формулы) с помощью логических правил к заключению – новому суждению (высказыванию, формуле).

Пусть D – множество параметров, w – ветвь насыщенного дерева T , тогда ветвь w называют насыщенной относительно D , если одновременно выполняются следующее:

1. Формула \bar{A} и все формулы из Γ принадлежат w
2. Вместе с посылкой каждого не разветвляющего правила w содержит все формулы – заключения правила
3. Вместе с посылкой каждого разветвляющего правила w содержит хотя бы одну формулу заключения

Уточним правила (2) и (3) для формул с кванторами:

- Если $(\forall x|\alpha)F \in w$, то для всех $a \in D$ формула $F_x[\alpha] \in w$
- Если $(\exists x|\alpha)F \in w$, то для некоторого $a \in D$ формула $F_x[\alpha] \in w$

Ветвь дерева называется блокированной, если ветвь содержит противоречие, т.е. одновременно содержит F и \bar{F} .
Поисковое дерево называется деревом доказательств, если все ветви являются блокированными.

Поисковое дерево называется полным относительно множества параметров D , если каждая его ветвь либо блокирована, либо насыщена относительно D .

Лемма о существовании полного дерева. Для каждого утверждения вида " $\Gamma \models A$ " существует поисковое дерево, полное относительно некоторого множества параметров (данное дерево может оказаться бесконечным).

Док-во. Придадим алгоритму расширения поискового дерева некоторую однозначность. Если неиспользуемых узлов несколько, то применяем правило к тому из них, которое расположено ближе к корню дерева. После этого поисковая последовательность строится однозначно. Возможны два варианта:

1. На некотором шаге все ветви дерева оказались либо блокированными, либо насыщенными относительно некоторого множества параметров, которое обязательно будет конечным. Тогда на этом шаге будет построено полное поисковое дерево. Если все ветви блокированы, то это дерево доказательство
2. Процесс продолжается бесконечно долго. Это означает, что на каждом шаге построения дерева существует неблокированная ветвь, которую не удастся насытить.

T_k – поисковое дерево на k -ом шаге, D_k – множество параметров T_k .

$\bigcup_{i=1}^{\infty} T_i$ – полное дерево, относительно бесконечного множества параметров $\bigcup_{i=1}^{\infty} D_i$