Понятия полуразрешимого и разрешимого отношения по Тьюрингу. Пример алгоритмически неразрешимого отношения (с доказательством).

Упорядоченный набор из n слов в алфавите A называется n-местным набором над A. Множество всех n-местных наборов над A обозначим через $(A^*)^n$.

Любое подмножество R множества $(A^*)^n$ называется n-местным словарным отношением.

Любое, возможно, частичное отображение $f\ (A^*)^n \to A^*$ называется n-местной словарной функцией. Область определения функции f обозначается через $Def(f)$.

Результатом работы программы T на входном псевдослове X называется псевдослово $T(x)$, которое появляется на ленте в момент остановки программы; если программа работает бесконечно, то результат не определен.

Программу, которая в процессе работы над любым псевдословом X не сдвигает головку левее пробела, расположенного слева от **n**-го слова псевдослова X, будем назвать n-программой.

Словарное n-местное отношение R называется **полуразрешимым,** если существует n-программа T, которая останавливается в точности на всех псевдословах, имеющих вид $X\#u_n\#u_{n-1}\#...\#u_1 \overset{\downarrow}{\#}$

где $(u_1,u_2,....u_n) \in R$.

Словарное n-местное отношение R называется **разрешимым**, если R и $\neg R$ полуразрешимы (под $\neg R$ здесь понимается множество $(A^*)^n \backslash R$).

Пример(из лекции).

Пусть T – Тьюринговая программа.

A-алфавит Тьюринговых программ.

*T <->code(T)∈A**

T- самоприменима, если она останавливается на своем коде , code(T)

M= $\{code\ (T)/T\ \ -\ \ \text{самопрограмма}\,\}$

*T1*M –полуразрешима*

T2¬M – не является полуразрешимым*

Док-во

Пусть ¬M полуразрешима

Тогда ∃ тьюринг.программа T, останавливающаяся в точности на словах ¬M*

1) *Предположим , что T*- самопреминима. Тогда T* остановится на code(T*) и code (T*)∈M. Но T* остановится на словах мн-ва ¬M. Следовательно , на своем code она должна работать бесконечно-долго. Получим противоречие.*
2) *T*- не самопреминима. . Тогда T* будет работать бесконечно долго на своем code(T*) и поэтому code (T*)∈ ¬M.*

Поскольку ¬M мн-во тех слов, на которые ¬M должны остановится, значит code (T)∈M и T* самоприменима по определению.*
M- не является алгоритмом разрешеимым.