

Алгоритм элиминации лямбда-абстрактора и его разъяснение. Пример.

Билет: 6, 18, 24

λ -терм – классический объект λ -исчисления.

$I = \lambda x. x$ – тождественный комбинатор

$S = \lambda x y z. xz(yz)$ – коннектор

Теорема: Любой λ -терм можно преобразовать в эквивалентный ему λ -терму, состоящему только из переменных и комбинаторов S и K, не используя абстракторов.

Следовательно, согласно тезису Черча, любая вычислимая функция может быть представлена комбинатором без абстракторов. Доказательство можно провести используя приведенное ниже преобразование $T[E]$, которое преобразует заданный λ -терм в эквивалентный ему комбинатор.

Правила алгоритма элиминации λ -абстрактора T -преобразования:

	Процессы элиминации λ – абстрактора	Условие применения
1	$T[x] \rightarrow x$	x - переменная
2	$T[E_1 E_2] \rightarrow T[E_1] T[E_2]$	E_1 и E_2 - термы
3	$T[\lambda x. E] \rightarrow K T[E]$	x - свободная переменная терма E, K - канцелятор
4	$T[\lambda x. x] \rightarrow I = SKK$	S - коннектор
5	$T[\lambda x y. E] \equiv T \lambda x. (\lambda y. E) \rightarrow T \lambda x. T[\lambda y. E]$	x - свободная переменная терма E
6	$T[\lambda x. (E_1 E_2)] \rightarrow (ST[\lambda x. E_1] T[\lambda x. E_2])$	E_1 и E_2 - термы
7	$T[\lambda x. (Ex)] \rightarrow T[E]$	x - свободная переменная терма E

Пример:

Преобразуем λ -терм $\lambda x y. x y$ в соответствующий комбинатор:

$$T[\lambda x. \lambda y. (yx)] \xrightarrow{\text{правило (5)}} T[\lambda x T[\lambda y. (yx)]] \xrightarrow{(6)} T[\lambda x. (ST[\lambda y. y] T[\lambda y. x])] \xrightarrow{(4)} T[\lambda x. (ST[\lambda y. y] T[\lambda y. x])] \xrightarrow{(3)} \\ \xrightarrow{(3)} T[\lambda x. (SI(KT[x]))] \xrightarrow{(1)} T[\lambda x. (SI(Kx))] \xrightarrow{(6)} ST[\lambda x. SI] T[\lambda x. (Kx)] \rightarrow$$

Если x – переменная или один из комбинаторов SKI

$$\xrightarrow{(3),(6)} (KT[SI])(ST[\lambda x. K] T[\lambda x. x]) \xrightarrow{(1)+(2),(2)+(3),(4)} S(K(SI))(S(KK)I) = X$$

Проверку полученного комбинатора можно произвести, применив его к термам a и b :

$$Xab \rightarrow_{\beta} S(K(SI))(S(KK)I)ab \rightarrow_{\beta} K(ST)a(S(KK)Ia)b \rightarrow_{\beta} Ib(S(KK)Iab) \rightarrow_{\beta} b(S(KK)Iab) \rightarrow_{\beta} \\ \rightarrow_{\beta} b(KKa(Ia)b) \rightarrow_{\beta} b(K(Ia)b) \rightarrow_{\beta} b(Ia) \rightarrow_{\beta} ba$$