

6. Семантика Крипке языка высказываний интуиционистской логики. Пример

Билет: 3, 12, 17, 23, 26

Интуиционистской фреймом Крипке называется пара $F = (W, R)$, где R – частичный порядок на W , W – точка фрейма F , $xRy = \langle x \text{ видит } y \rangle = \langle y \text{ доступен из } x \rangle$.

L – язык высказываний интуиционистской логики. $Var L = \{p_1, p_2, \dots\}$ – переменные этого языка.

Означивание языка L – отображение $O: Var(L) \rightarrow 2^W$, такое что $\forall p \in Var(L), \forall x \in D(p)$ имеем $xRy \Rightarrow y \in D(p)$

$D(p)$ – те стадии, в которых высказывание p – истинно. Подмножества с таким свойством называются замкнутым сверху.

Опр. Моделью $M = (F, D)$ называется пара F, D . F – фрейм. D – означивание L .

Пусть φ, ψ – формулы языка L . \perp – тождественно истинная формула, $D(\perp) \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset$

$$D(\varphi \& \psi) \stackrel{\text{def}}{=} D(\varphi) \cap D(\psi)$$

$$D(\varphi \vee \psi) \stackrel{\text{def}}{=} D(\varphi) \cup D(\psi)$$

$$D(\varphi \rightarrow \psi) \stackrel{\text{def}}{=} \{x | \forall y [xRy \rightarrow (y \in D(\varphi) \rightarrow y \in D(\psi))]\}$$

$$\overline{\varphi} \stackrel{\text{def}}{=} \varphi \rightarrow \perp$$

Формула называется выполнимой в модели, если она истинна хотя бы в одной точке фрейма на которой эта модель основана.

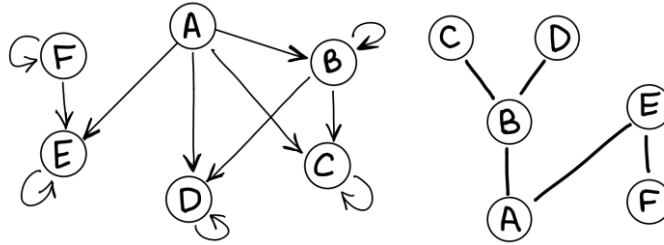
Формула – общезначимая в модели, если она истинна в любой точке фрейма, которая основана на данной модели.

Формула выполнима на фрейме, если она выполнима в некоторой модели, основанной на данном фрейме.

Формула называется общезначимой на фрейме, если она общезначима на любой модели данного фрейма.

Пример. $W = \{A, B, C, D, E, F\}$, $R = \{(A, A), (A, B), (A, D), (A, E), (B, B), (B, C), (B, D), (C, C), (D, D), (E, E), (F, E), (F, F)\}$

Диаграмма Хассе



$$Var(L) = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$D(p_1) = \{C, D\}$$

$$D(p_2) = \{E, F\}$$

$$D(p_3) = \{B, C, D, E\}$$

$$\varphi = p_1 \rightarrow p_2 \& p_3$$

$$D(p_2 \& p_3) = D(p_2) \cap D(p_3) = \{E\}$$

$$D(\varphi) = \{x | \forall y [xRy \rightarrow (y \in D(p_1) \rightarrow y \in D(p_2 \& p_3))]\} =$$

$$= \{x | \forall y [xRy \rightarrow (y \in \{C, D\} \rightarrow y \in \{E\})]\} = \{E, F\}$$