**Вопрос 10. Лямбда-исчисление. Отношения альфа-конверсии и бета-редукции на множестве лямбда-термов. Понятие бета-редекса: внешний и внутренний редексы, правый и левый редексы. Понятие бета-нормальной формы лямбда-терма. Редукционные цепочки: стратегии АПР и НПР для преобразования лямбда-термов к бета-нормальной форме. Примеры редуцирования. Теорема Черча-Россера о ромбическом свойстве бета-редукции и ее следствие. Теорема стандартизации**

**Билет: 5, 15, 25**

значение функции в точке правило вычисления значения функции в точке .

– λ-абстракция выражение, содержащее переменную, в котором зашифровано правило вычисления функции в точке .

M - aппликатор аппликант

аппликация, M прикладывается к аргументу .

Основной синтаксический объект в λ -исчислении это λ -терм.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. **Алфавит для построения λ-термов**: 2. символ λ, называемый λ -абстрактором, 3. счетный набор символов, называемый переменными 4. символы «(», «)», «.»   В качестве переменных используют малые латинские буквы, возможно с индексами | 1. **Лямбда-термом** (**λ-термом**) называется: 2. выражение, состоящее из одной переменной, 3. выражение вида , называемое аппликацией, где — λ-термы, 4. выражение вида , называемое λ-абстрактором, где — λ-терм, называемый называют схожестью действий, — переменная, абстрактой переменной |

* Парные скобки в термах, соответствующие абстракции, опускаются, если они восстановимы группировкой вправо.

слева направо

справа налево

* **Подтерм** – любая последовательность подряд идущих символов в терме, являющаяся термом
* В терме () терм называется **областью действия** λ-абстрактора по переменной .
* Переменная имеет **связанное** вхождение в терм, если она находится в области действия λ-абстрактора по этой переменной. Иначе – **свободным**.
* **Комбинатор** – терм без свободных вхождений переменных (аналог предложения).
* множество всех λ-термов. множество комбинаторов.
* — множество переменных, имеющих свободные вхождения в λ-терм M.
* результат подстановки терма N в терм M вместо всех свободных в M вхождений переменной
* аппликатор М имеет в терме **активное вхождение**. Любой другой N терм, не являющийся аппликатором, имеет **пассивное вхождение.**
* Выражение M ≡ N означает синтаксическое (графическое) равенство λ-термов M и N.

**Пример**: ;

y – область действия -абстрактора по переменной у; z - <…> по переменной z; ( <…> по переменной x.

Подтермы: Все переменные связаны. – комбинатор.

**α-конверсия** = переименование

по Сорочану

по Малышеву

**β-редукция** – суперпозиция

по Сорочану

по Малышеву

|  |  |
| --- | --- |
| **β-свертка** - преобразование терма в терм , где . Интуитивно - подстановка аргумента вместо соответствующей переменной. | **Редукционная цепочка -** это пустая, конечная/бесконечная последовательность термов, полученных с помощью α-конверсии и  β-редукции**,** а именно соседних члена последовательности, полученных друг из друга, либо α-конверсией, либо β-редукцией. |
| **β-редексом -** преобразуемый терм (REDucible EXpression) | Терм Pβ-редуцируется к терму Q: |
| **β-нормальный** терм – терм без β-редексов. | **β-нормальной форма** терма P – β-нормальный терм Q и |
| **Левый редекс** - редекс, символ λ которого расположен левее символов λ других редексов. Аналогично **правый редекс**. | **Внешним редексом** называется редекс, который не содержится внутри никакого другого редекса.  **Внутренний редекс** - редекс, не содержащий других редексов. |

**Пример построения редукционной цепочки:**

Бесконечная редукционная цепочка. Терм сам является β-редексом. У него нет нормальной формы.

**Пример (выбор редекса для сворачивания не однозначен)**

Выбор разных редексов для свертки дает разные редукционные цепочки.

Стратегия применения сверток: пока хотя бы один редекс, применить к одному из них редукцию.

Переменные: u – свободная, остальные связанные.

Активное вхождение имеют -термы: z,

-редекс: самый правый, внутренний. 2) T – самый левый, внешний.

**Аппликативный порядок редукций (АПР)** – всегда выбираем самый левый из внутренних редексов.

**Нормальный порядок редукций (НПР)** - всегда выбираем самый левый из внешних редексов.

**Ленивое вычисление**:

**Теорема Черча-Россера (о ромбическом свойстве β-редукции)**. Без доказательства. N

Если и , то существует такой терм Q, что T и  . P Q

**Следствие.** Если у терма существует β-нормальная форма, то она единственная. M

**Теорема стандартизации**. Если β-нормальная форма терма , то стратегия НПР гарантирует её достижение.