**Вопрос 1. Логический язык первого порядка. Понятия универса, константы, переменной, функции, терма, предиката. Число всех k-местных предикатов и функций на n-элементном универсе. Синтаксис логического языка первого порядка: описание алфавита, построение переменных, термов и формул, примеры. Понятие подформулы, области действия квантора, связанной и свободной переменной, предложения. Примеры**

*Билеты 1, 15*

– универс (конечный или счетный), являющийся множеством математических объектов.

– -ая декартова степень множества , т.е. множество . Если .

-местная функция (местность = арность = кол-во аргументов) – произвольное отображение вида , т.е. отображение, ставящее каждому -местному набору элементов множества некоторый элемент из . Общее количество -местных функций над элементным универсом равно . Любые константы из универса – -местные функции.

-местный предикат (отношение) – произвольное отношение вида где и – логические константы. Общее количество -местных предикат над элементным множеством равно . Логические константы   
 и – -местные предикаты.

Пример. , . или , или .

Синтаксис логического языка 1 порядка

1. Алфавит языка состоит из трех групп символов:
   1. Логические символы –
   2. Вспомогательные символы –
   3. Нелогические сигнатуры

– заранее незафиксированный набор предикатов и функциональных символов. По умолчанию предполагается, что среди предикатов всегда содержится предикат равенства.   
Тип сигнатуры , где – арность и – арность .

1. Правило построения термов (имен)
   1. Любая константа или переменная из универса является термой (простейшой термой или именем)
   2. Если – имя -местного функционального символа, а – уже построенные термы, то – тоже терм
2. Правило построения функций
   1. Если – имя -местного предикатного символа, а – уже построенные термы, то – атомарная формула
   2. Если и – уже построенные формулы, то , , , , , – тоже формулы  
      Приоритет операций в порядке уменьшения: скобки, отрицание, конъюнкция, все остальное с равным приоритетом.
   3. Если – уже построенная формула, то , – тоже формулы

Подформула – это любая подряд идущая последовательность символов, которая сама по себе является формулой, т.е. корректно построена по правилам (сама формула также является подформулой).

Пример. , где , , , , – термы; и – атомарные формулы;   
, , , – подформулы; а вот и – подформулами не являются.

Область действия квантора по переменной называется подформула непосредственно следующая за символами или . Вхождение переменной в формулу называется связанным, если она находится в области действия квантора по данной переменной. В противном случае называется свободным.

Предложением (замкнутой формулой) называется формула, не содержащая свободных вхождений переменных.

Пример. , где в – связанная переменная, а в – свободная, т.е. данная формула не является предложением.

– незамкнутая формула (не предложение), т.к. – связанная переменная, а – свободная.

– предложение, обе переменные и – связанные.