**7. Понятие исключающих кванторов, модификация правил построения формул, связанная с введением исключающих кванторов. Выражение истинностных значений формул, содержащих исключающие кванторы, через истинностные значения формул без исключающих кванторов. Понятие Г-формулы. Логическая равносильность любой формулы языка первого порядка некоторой Г-формуле, примеры**

*Билеты 4, 18*

Расширим синтаксис языка 1-го порядка выражениями такого типа:

– для любого x, кроме ; – существует , отличный от .

– значения-исключения для переменной (могут быть как константами из универсума, так и переменными). Список исключений может быть пустым, тогда исключающий квантор = классическому квантору.

Выражения вида и будем называть *исключающими кванторами* *общности* и *существования*, соответственно.

Дополним правила построения формул: если – формула, то и также являются формулами. Мы расширили синтаксис языка, однако это расширение не является существенным, так как выразительные способности языка не увеличились.

Формулы с исключающими кванторами равносильны следующим формулам без использования исключающих кванторов:

Если в формуле вида: , где , список исключений состоит в точности из всех переменных, имеющих свободные вхождения в формулу A, то формула обозначается следующим образом: (уточним, что все свободные вхождения переменной x в A не принимаются в расчет ).

Г-формула (гамма формула) – формула, в которой каждый из кванторов имеет вид или (то есть, в списке исключений каждого квантора находятся все свободные переменные, расположенные в его области действия).

Любую формулу языка 1-го порядка можно привести логически к Г-формуле. Для получения эквивалентной Г-формулы используют соотношения:

(1)

(2)

– все свободные переменные формулы , – результат подстановки в вместо свободных вхождений переменной x.

Для получения Г-формулы рассматриваются все кванторы исходной формулы справа налево и к ним применяются соотношения (1) и (2).

Пример 1. Формула , где - двухместный предикатный символ, логически равносильна Г-формуле: .

Пример 2. Формула не является Г-формулой.

Если добавить к квантору в список исключения еще , то формула будет Г-формулой.