**13. Логический вывод. Определение поискового дерева, правила его расширения. Понятие дерева-доказательства. Понятие выводимости формулы A из множества гипотез Γ. Теорема о корректности дедуктики**

*Билеты 7, 21*

Логический вывод – это рассуждение, в ходе которого осуществляется переход от исходного суждения (высказывания, формулы) с помощью логических правил к заключению — новому суждению (формуле). Поисковое дерево – дерево доказывающее логическое следование или приводящее контрмодель.

Правила расширения дерева:

1. Дерево, состоящее из одного узла, помеченного формулой , является поисковым деревом с корнем . Единственный узел этого дерева считаем неиспользованным.
2. Если в дереве есть неиспользованный узел , которому приписана формула, являющаяся посылкой одного из правил вывода, то с помощью этого правила каждая неблокированная ветвь , проходящая через узел , расширяется следующим образом:
   1. если правило разветвляющее, то из концевого узла ветви проводятся две дуги, оканчивающиеся новыми вершинами, которым приписываются формулы-заключения данного правила
   2. если правило, соответствующее узлу , – не разветвляющее, то к концевому узлу ветви присоединяются последовательно один к другому новые узлы, помеченные формулами-заключениями.
   3. Уточнения требуют случаи применения правил и поскольку они связаны с выбором параметра . Используя правило , в качестве выбирается параметр с наименьшим номером, не входящий в список исключений в посылке данного правила. При использовании правила выбирается параметр с наименьшим номером, не встречающийся в расширяемой ветви, в том числе и в списке . После расширения дерева считаем узел использованным, а вновь построенные узлы – неиспользованными.
3. Дерево также можно расширить, добавляя к концевым узлам неблокированных ветвей новый узел, помеченный очередной формулой из множества или формулой вида , и считать его неиспользованным.

Дерево вывода является деревом доказательств, если каждая из его ветвей блокирована. Ветвь в дереве называется блокированной, если в ней одновременно получены формулы и . Если для утверждения существует дерево-доказательство, то будем говорить, что формула выводима из множества гипотез , и обозначать как .

Теорема о корректности дедуктики. Если , то .

Док-во. Пусть и – соответствующее дерево-доказательство. Если бы логически не следовала из , то существовала интерпретация сигнатуры , в которой были бы истинны все формулы из множества и формула . Но тогда по лемме о поисковой последовательности существовала бы ветвь в дереве , все формулы которой были бы истинны в некотором расширении интерпретации , что противоречит тому, что в все ветви блокированны.