# 19. Канонические формы предложений в логике первого порядка. Понятие сингулярной и примарной формул. Алгоритм приведения любой сингулярной формулы к булевой комбинации примарных, пример

*Билеты 11, 25*

**Вступление.** Рассмотрим отношение равносильности

Очевидно это отношение эквивалентности, оно разбивает множество формул на классы эквивалентности. Возникает желание найти канонические формы формул разных классов. Так каноническими являются префиксные и антипрефиксные формулы.

**Антипрефиксные формулы** характеризуются тем, что в них кванторы продвинуты максимально в глубину.

Рассмотрим случай ***сингулярных*** формул – формул, сигнатуры которых состоят только из одноместных предикатов (не содержат функциональных символов).

Определим несколько формул и установим их эквивалентность (равносильны/неравносильны):

..

..

. .

. .

Можно заключить следующее: распределение кванторов по подформулам возможно в двух случаях:

а) для квантора общности – если подформулы связаны конъюнкцией ();

б) для квантора существования – если подформулы связаны дизъюнкцией ().

Эквивалентность первого и четвертого случая является предпосылкой возможности продвижения кванторов вглубь формул.

Рассмотрим формулы, в которых невозможно продвижение кванторов.

***Примарная*** формула – формула, имеющая один из следующих видов:

1.

2. где

Примарные формулы – это простейшие антипрефиксные формулы.

**Утв.:** любую сингулярную формулу можно привести к логически равносильной ей булевой комбинации примарных формул. Для обоснования этого утверждения приведем некий алгоритм приведения.

Число шагов алгоритма совпадает с количеством кванторов в формуле. На каждом шаге необходимо найти самую внутреннюю формулу, начинающуюся с квантора, в области действия которого содержится булевая комбинация уже построенных примарных формул. Возможны два случая, относительно вида данной подформулы:

1. *Начинается с квантора общности* ().

1. привести формулу к виду КНФ относительно уже построенных примарных формул и предикатов, зависящих от : . ,

где ,…, – либо независимые от формулы, либо булевые комбинации уже построенных примарных формул.

1. выполнить процесс распределения:

2. *Начинается с квантора существования* ().

1. привести формулу к виду ДНФ относительно предикатов и входящих в нее примарных формул

1. выполнить процесс распределения

Пример. Привести к антипрефиксному виду