

## অধ্যায় ৪ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি এবং প্রয়োগ

### মূল বিষয়

#### সূত্র - ১

$$\text{সূত্র} \rightarrow (a + b)^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

কিন্তু সূত্রটি আসলো কিভাবে?

যদি,

$$(a + b) (a + b) \text{ গুণ করলে,}$$

$$= a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

একইভাবে,

#### সূত্র - ২

$$(a - b)^2$$

$$= (a - b)(a - b)$$

$$= a \cdot a - b \cdot a - a \cdot b + b \cdot b$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

#### সূত্র - ৩

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

তাই দেখতে পারি,

$$(a + b)(a - b)$$

$$= a \cdot a + b \cdot a + a \cdot (-b) + b \cdot (-b)$$

$$= a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$$

#### অনুসিদ্ধান্ত - ১

$$১) a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

অনুসিদ্ধান্তটি আসলো কিভাবে?

আমরা জানি,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{বা, } (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\text{বা, } (a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

#### অনুসিদ্ধান্ত - ২

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{বা, } (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\text{বা, } (a - b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

### সূত্র - ৪

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

এটি প্রমাণ করতে হলে,

$$\begin{aligned} & x \cdot x + a \cdot x + b \cdot x + ab \\ &= x^2 + x(a + b) + ab \\ &= x^2 + (a + b)x + ab \end{aligned}$$

তোমাদের কি আগের দুটো সূত্র মনে আছে?

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

তাহলে চলো এই দুটো সূত্র থেকে আরো মজার সূত্র বের করি।



### অনুসিদ্ধান্ত - ৩

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

আমরা জানি,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(-) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad [\text{বিয়োগ করি}]$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = a^2 - a^2 + 2ab + 2ab + b^2 - b^2$$

$$\text{বা, } (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$\therefore [(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab]$$

### অনুসিদ্ধান্ত - ৪

আমরা জানি,  $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

$$\text{বা, } (a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2$$

$$\therefore [(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab]$$

তাহলে আমরা আরো দুটি সূত্র জেনে গেলাম।

আবার সেই আগের সূত্র লিখি!

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

এখন আরো কিছু চমৎকার সূত্র দেখবো!!

### অনুসিদ্ধান্ত - ৫

$$2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$$

আগের সূত্রগুলো লিখি!!

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(+)\quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad [\text{যোগ করি}]$$

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = a^2 + a^2 + 2ab - 2ab + b^2 + b^2$$

$$\text{বা, } (a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$\therefore [2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2]$$

### অনুসিদ্ধান্ত - ৬

$$4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2 \quad / \quad ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

তোমাদের কি অনুসিদ্ধান্ত ৪ ও ৫ এর কথা মনে আছে?

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$\therefore [4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2]$$

আবার,

$$ab = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$$

$$\text{বা, } ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$$

$$\text{বা, } ab = \frac{(a+b)^2}{2^2} - \frac{(a-b)^2}{2^2}$$

$$\therefore [ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2]$$

## বীজগণিতীয় সূত্রাবলি এবং প্রয়োগ

অনুসিদ্ধান্ত ১ |  $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ২ |  $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৩ |  $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৪ |  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৫ |  $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

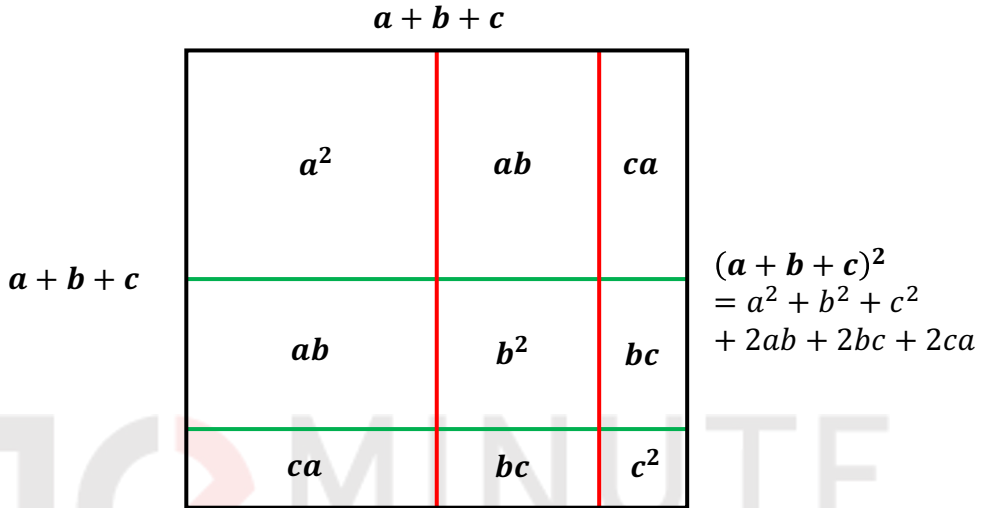
অনুসিদ্ধান্ত ৬ |  $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$

বা,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

### সূত্র - ৫

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

কিন্তু সূত্রটি আসলো কিভাবে?



$(a + b + c)^2$  এর জ্যামিতিক ব্যাখ্যা :

সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল,

$$(a + b + c) \times (a + b + c) = (a + b + c)^2$$

$$\therefore (a + b + c)^2 = a \times (a + b + c) + b \times (a + b + c) + c \times (a + b + c)$$

$$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ca + bc + c^2$$

$$= a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$$

$$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

## Type-1

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
- $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

## Case-1

সূত্র সমূহের সমস্যাবলি:

সমস্যা-১।  $3x + 5y$  এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(3x + 5y)^2 &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5y + (5y)^2 \\ &= 9x^2 + 30xy + 25y^2\end{aligned}$$

সমস্যা-২।  $4x - 7y$  এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(4x - 7y)^2 &= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7y + (7y)^2 \\ &= 16x^2 - 56xy + 49y^2\end{aligned}$$

সমস্যা-৩।  $2a + 5b$  এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2a + 5b)^2 &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 5b + (5b)^2 \\ &= 4a^2 + 20ab + 25b^2\end{aligned}$$

**(Ans)**

সমস্যা-৪।  $4x - 7$  এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :  $(4x - 7)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7 + (7)^2$   
 $= 16x^2 - 56x + 49$  (Ans)

সমস্যা-৫।  $5a + 7b$

সমাধান :  $5a + 7b$  এর বর্গ  $= (5a + 7b)^2$   
 $= (5a)^2 + 2 \times 5a \times 7b + (7b)^2$   
 $= 25a^2 + 70ab + 49b^2$  (Ans.)

সমস্যা-৬।  $6x + 3$

সমাধান :  $6x + 3$  এর বর্গ  $= (6x + 3)^2$   
 $= (6x)^2 + 2 \times 6x \times 3 + (3)^2$   
 $= 36x^2 + 36x + 9$  (Ans.)

সমস্যা-৭।  $7p - 2q$

সমাধান :  $7p - 2q$  এর বর্গ  $= (7p - 2q)^2$   
 $= (7p)^2 - 2 \times 7p \times 2q + (2q)^2$   
 $= 49p^2 - 28pq + 4q^2$  (Ans.)

সমস্যা-৮।  $ax - by$

সমাধান :  $ax - by$  এর বর্গ  $= (ax - by)^2$   
 $= (ax)^2 - 2 \times ax \times by + (by)^2$   
 $= a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2$  (Ans.)

সমস্যা-৯।  $x^3 + xy$

সমাধান :  $x^3 + xy$  এর বর্গ  $= (x^3 + xy)^2$   
 $= (x^3)^2 + 2x^3 \times xy + (xy)^2$   
 $= x^6 + 2x^4y + x^2y^2$  (Ans.)

সমস্যা-১০।  $11a - 12b$

সমাধান :  $11a - 12b$  এর বর্গ  $= (11a - 12b)^2$   
 $= (11a)^2 - 2 \times 11a \times 12b + (12b)^2$   
 $= 121a^2 - 264ab + 144b^2$  (Ans.)

সমস্যা-১১।  $6x^2y - 5xy^2$

সমাধান :  $6x^2y - 5xy^2$  এর বর্গ  $= (6x^2y - 5xy^2)^2$   
 $= (6x^2y)^2 - 2 \times 6x^2y \times 5xy^2 + (5xy^2)^2$   
 $= 36x^4y^2 - 60x^3y^3 + 25x^2y^4$  (Ans.)

সমস্যা-১২।  $-x - y$

সমাধান :  $-x - y$  এর বর্গ  $= (-x - y)^2$   
 $= \{-1(x + y)\}^2$   
 $= (-1)^2(x + y)^2 = (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$  (Ans.)



সমস্যা-১৩।  $-xyz - abc$

সমাধান :  $-xyz - abc$  এর বর্গ  $= (-xyz - abc)^2$

$$= \{-1(xyz + abc)\}^2$$

$$= (-1)^2(xyz + abc)^2$$

$$= (xyz + abc)^2$$

$$= (xyz)^2 + 2xyz \times abc + (abc)^2$$

$$= x^2y^2z^2 + 2abcxyz + a^2b^2c^2$$

সমস্যা-১৪।  $a^2x^3 - b^2y^4$

সমাধান :  $a^2x^3 - b^2y^4$  এর বর্গ  $= (a^2x^3 - b^2y^4)^2$

$$= (a^2x^3)^2 - 2a^2x^3 \times b^2y^4 + (b^2y^4)^2$$

$$= a^4x^6 - 2a^2b^2x^3y^4 + b^4y^8 \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১৫।  $a - b + c$

সমাধান :  $a - b + c$  এর বর্গ  $= (a - b + c)^2 = \{a - (b - c)\}^2$

$$= (a)^2 - 2(a)(b - c) + (b - c)^2 = a^2 - 2ab + 2ac + b^2 - 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১৬।  $x - y = 3$  এবং  $xy = 10$  হলে,  $(x + y)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\&= (3)^2 + 4 \times 10 \\&= 9 + 40 \\&= 49\end{aligned}$$

সমস্যা-১৭।  $a + b = 7$  এবং  $ab = 10$  হলে,  $(a - b)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\&= (7)^2 - 4 \times 10 \\&= 49 - 40 \\&= 9\end{aligned}$$

সমস্যা-১৮।  $x - \frac{1}{x} = 5$  হলে,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\&= (5)^2 + 4 \\&= 25 + 4 \\&= 29\end{aligned}$$

সমস্যা-১৯।  $x - y = 5$  এবং  $xy = 6$  হলে,  $(x + y)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= (5)^2 + 4 \times 6 && \text{(মান বসিয়ে)} \\ &= 25 + 24 = 49 && \text{(Ans.)}\end{aligned}$$

## Case-2

একটি সংখ্যাকে দুটি সংখ্যার সমষ্টি বর্গে রূপান্তর:

সমস্যা-২০। বর্গের সূত্র প্রয়োগ করে ২৫-এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(25)^2 &= (20 + 5)^2 = (20)^2 + 2 \times 20 \times 5 + (5)^2 \\ &= 400 + 200 + 25 \\ &= 625\end{aligned}$$

সমস্যা-২১। ১০৮

সমাধান :

$$\begin{aligned}108 \text{ এর বর্গ} &= (108)^2 = (100 + 8)^2 \\ &= (100)^2 + 2 \times 100 \times 8 + (8)^2 \\ &= 10000 + 1600 + 64 = 11664 && \text{(Ans.)}\end{aligned}$$

সমস্যা-২২। 606

সমাধান :  $606$  এর বর্গ  $= (606)^2 = (600 + 6)^2$   
 $= (600)^2 + 2 \times 600 \times 6 + (6)^2$   
 $= 360000 + 7200 + 36 = 367236$  (Ans.)

Case-3

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

সূত্রের মাধ্যমে সরল:

সমস্যা-২৩। 597

সমাধান :  $597$  এর বর্গ  $= (597)^2 = (600 - 3)^2$   
 $= (600)^2 - 2 \times 600 \times 3 + (3)^2$   
 $= 360000 - 3600 + 9 = 356409$  (Ans.)

সমস্যা-২৪।  $(x + y)^2 + 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$

সমাধান : ধরি,  $x + y = a$

এবং  $x - y = b$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^2 + 2ab + b^2$   
 $= (a + b)^2$   
 $= (x + y + x - y)^2$   
 $= (2x)^2$   
 $= 4x^2$

সমস্যা-২৫।  $(2a + 3b)^2 - 2(2a + 3b)(3b - a) + (3b - a)^2$

সমাধান : ধরি,  $2a + 3b = x$

এবং  $3b - a = y$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 2xy + y^2 \\ &= (x - y)^2 \\ &= \{(2a + 3b) - (3b - a)\}^2 \\ &= (2a + 3b - 3b + a)^2 \\ &= (3a)^2 \\ &= 9a^2\end{aligned}$$

সমস্যা-২৬।  $(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } &(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2 \\ &= \{(3x^2 + 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)\}^2 \\ &= (3x^2 + 7y^2 + 3x^2 - 7y^2)^2 \\ &= (6x^2)^2 \\ &= 36x^4\end{aligned}$$

সমস্যা-২৭।  $(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$

সমাধান :  $(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$   
 $= (8x + y)^2 - 2(8x + y)(5x + y) + (5x + y)^2$

ধরি,  $8x + y = a$

এবং  $5x + y = b$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^2 - 2ab + b^2$   
 $= (a - b)^2$   
 $= \{(8x + y) - (5x + y)\}^2$   
 $= (8x + y - 5x - y)^2$   
 $= (3x)^2$   
 $= 9x^2$

সমস্যা-২৮।  $(5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x - 2)(2 + 5x^2 - 3x)$

সমাধান : ধরি,  $5x^2 - 3x - 2 = a$   
 এবং,  $2 + 5x^2 - 3x = b$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^2 - 2ab + b^2$   
 $= (a - b)^2$   
 $= \{(5x^2 - 3x - 2) - (2 + 5x^2 - 3x)\}^2$   
 $= (5x^2 - 3x - 2 - 2 - 5x^2 + 3x)^2$   
 $= (-4)^2$   
 $= 16$

## Type-2

$$\bullet (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$

$$\bullet (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

সূত্রের সমস্যাবলি:

সমস্যা-১।  $a + b = 8$  এবং  $ab = 15$  হলে,  $a^2 + b^2$  এর মান নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= (8)^2 - 2 \times 15 \\ &= 64 - 30 \\ &= 34\end{aligned}$$

সমস্যা-২।  $a - b = 7$  এবং  $ab = 60$  হলে,  $a^2 + b^2$  এর মান নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\ &= (7)^2 + 2 \times 60 \\ &= 49 + 120 \\ &= 169\end{aligned}$$

সমস্যা-৩।  $a + b = 7$  এবং  $ab = 9$  হলে,  $a^2 + b^2$  এর মান নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : } a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= (7)^2 - 2 \times 9 && \text{(মান বসিয়ে)} \\ &= 49 - 18 = 31 && \text{(Ans)}\end{aligned}$$

সমস্যা-৪।  $x - \frac{1}{x} = 3$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + \frac{1}{x^2} \\ &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} \\ &= (3)^2 + 2 \\ &= 9 + 2 \\ &= 11\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 11. (Ans.)

সমস্যা-৫।  $a + \frac{1}{a} = 4$  হলে,  $a^4 + \frac{1}{a^4}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + \frac{1}{a} = 4$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^4 + \frac{1}{a^4} \\ &= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\ &= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2} \\ &= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \times a \times \frac{1}{a}\right\}^2 - 2 \\ &= \{(4)^2 - 2\}^2 - 2 \\ &= (16 - 2)^2 - 2 \\ &= (14)^2 - 2 = 196 - 2 = 194 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$



সমস্যা-৬।  $m = 6, n = 7$  হলে,  $16(m^2 + n^2)^2 + 56(m^2 + n^2)(3m^2 - 2n^2) + 49(3m^2 - 2n^2)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি,  $m^2 + n^2 = a$

এবং,  $3m^2 - 2n^2 = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 16(m^2 + n^2)^2 + 56(m^2 + n^2)(3m^2 - 2n^2) + 49(3m^2 - 2n^2)^2 \\ &= 16(a)^2 + 56(a)(b) + 49(b)^2 \\ &= (4a)^2 + 2(4a)(7b) + (7b)^2 \\ &= (4a + 7b)^2 \\ &= \{4(m^2 + n^2) + 7(3m^2 - 2n^2)\}^2 \\ &= \{25m^2 - 10n^2\}^2 = \{25 \times 36 - 10 \times 49\}^2 \\ &= \{900 - 490\}^2 = \{410\}^2 = 168100 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমস্যা-৭।  $a - \frac{1}{a} = m$  হলে, দেখাতে হবে যে,  $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a - \frac{1}{a} = m$

দেখাতে হবে যে,  $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

$$\text{বামপক্ষ} = a^4 + \frac{1}{a^4}$$

$$= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = (a^2 + \frac{1}{a^2})^2 - 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2}$$

$$= \left\{ \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(m)^2 + 2\}^2 - 2 = (m^2 + 2)^2 - 2$$

$$= (m^2)^2 + 2 \times m^2 \times 2 + (2)^2 - 2$$

$$= m^4 + 4m^2 + 4 - 2$$

$$= m^4 + 4m^2 + 2$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

সমস্যা-৮।  $x - \frac{1}{x} = 4$  হলে, প্রমাণ করতে হবে যে,  $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = 4$

প্রমাণ করতে হবে যে,  $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

$$\text{বামপক্ষ} = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x}$$

$$= (4)^2 + 2 = 16 + 2$$

$$= 18 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

সমস্যা-৯।  $m + \frac{1}{m} = 2$  হলে, প্রমাণ করতে হবে যে,  $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $m + \frac{1}{m} = 2$

দেখাতে হবে যে,  $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

$$\text{বামপক্ষ} = m^4 + \frac{1}{m^4}$$

$$= (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2 = \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$$

$$= \left\{ \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = (4 - 2)^2 - 2$$

$$= (2)^2 - 2 = 4 - 2$$

$$= 2 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore m^4 + \frac{1}{m^4} = 2 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

সমস্যা-১০।  $x + y = 12$  হলে, এবং  $xy = 27$  হলে,  $(x - y)^2$  ও  $x^2 + y^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x + y = 12$

$$\text{এবং, } xy = 27$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$= (12)^2 - 4 \times 27 = 144 - 108 = 36$$

$$\text{এবং } x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$= (12)^2 - 2 \times 27$$

$$= 144 - 54 = 90$$

### Type-3

•  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

সূত্রের সমস্যাবলি:

সমস্যা-১। সূত্রের সাহায্যে  $3p + 4$  কে  $3p - 4$  দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :  $(3p + 4)(3p - 4) = (3p)^2 - (4)^2 \quad [\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$   
 $= 9p^2 - 16$

সমস্যা-২। সূত্রের সাহায্যে  $(5x + 7y)$  ও  $(5x - 7y)$  এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি,  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$   
 $\therefore (5x + 7y)(5x - 7y) = (5x)^2 - (7y)^2$   
 $= 25x^2 - 49y^2$  (Ans)

সমস্যা-৩।  $(x + 7)(x - 7)$

সমাধান :  $(x + 7)(x - 7) = (x)^2 - (7)^2 = x^2 - 49$  (Ans.)

সমস্যা-৪।  $(5x + 13)(5x - 13)$

সমাধান :  $(5x + 13)(5x - 13) = (5x)^2 - (13)^2 = 25x^2 - 169$  (Ans.)

সমস্যা-৫।  $(xy + yz)(xy - yz)$

সমাধান :  $(xy + yz)(xy - yz) = (xy)^2 - (yz)^2 = x^2y^2 - y^2z^2$  (Ans.)

সমস্যা-৬।  $(ax + b)(ax - b)$

সমাধান :  $(ax + b)(ax - b) = (ax)^2 - (b)^2 = a^2x^2 - b^2$  (Ans.)

সমস্যা-৭।  $(6x + 17)(6x - 13)$

সমাধান : আমরা জানি,  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\begin{aligned}\therefore (6x + 17)(6x - 13) &= \{(6x + 17)\}\{6x + (-13)\} \\ &= (6x)^2 + (17 - 13)6x + (17) \times (-13) \\ &= 36x^2 + 4.6x - 221 \\ &= 36x^2 + 24x - 221 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমস্যা-৮।  $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : প্রদত্ত রাশি} &= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4) \\ &= \{(a^2)^2 - (b^2)^2\}(a^4 + b^4) \\ &= (a^4 - b^4)(a^4 + b^4) \\ &= (a^4)^2 - (b^4)^2 \\ &= a^8 - b^8 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমস্যা-৯।  $(ax - by + cz)(ax + by - cz)$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : প্রদত্ত রাশি} &= (ax - by + cz)(ax + by - cz) \\ &= \{ax - (by - cz)\}\{ax + (by - cz)\} \\ &= (ax)^2 - (by - cz)^2 \\ &= a^2x^2 - \{(by)^2 - 2.by.cz + (cz)^2\} \\ &= a^2x^2 - (b^2y^2 - 2bcyz + c^2z^2) \\ &= a^2x^2 - b^2y^2 + 2bcyz - c^2z^2 \\ &= a^2x^2 - b^2y^2 - c^2z^2 + 2bcyz \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমস্যা-১০।  $(5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c)$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= (5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c) \\ &= \{(5a + 2b) - 3c\} \{(5a + 2b) + 3c\} \\ &= (5a + 2b)^2 - (3c)^2 \\ &= (5a)^2 + 2 \cdot 5a \cdot 2b + (2b)^2 - 9c^2 \\ &= 25a^2 + 20ab + 4b^2 - 9c^2 \\ &= 25a^2 + 4b^2 - 9c^2 + 20ab \quad (\text{Ans})\end{aligned}$$

10 MINUTE  
SCHOOL

### Type-3

#### Case-1

$$\bullet \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

সমস্যা-১।  $(a + 3)(a + 4)$

সমাধান : আমরা জানি,  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\begin{aligned} \therefore (a + 3)(a + 4) &= (a)^2 + (3 + 4) \times a + 3 \times 4 \\ &= a^2 + 7a + 12 \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-২।  $(ax + 3)(ax + 4)$

সমাধান : আমরা জানি,  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\begin{aligned} \therefore (ax + 3)(ax + 4) &= (ax)^2 + (3 + 4) \times ax + 3 \times 4 \\ &= a^2x^2 + 7 \times ax + 12 \\ &= a^2x^2 + 7ax + 12 \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৩। সূত্রের সাহায্যে  $5m + 8$  কে  $5m + 9$  দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : আমরা জানি,  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\begin{aligned} \therefore (5m + 8)(5m + 9) &= (5m)^2 + (8 + 9) \times 5m + 8 \times 9 \\ &= 25m^2 + 17 \times 5m + 72 \\ &= 25m^2 + 85m + 72 \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৪।  $(5x + 13)(5x - 13)$

সমাধান : আমরা জানি,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (5x + 13)(5x - 13) &= \left\{\frac{(5x + 13) + (5x - 13)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(5x + 13) - (5x - 13)}{2}\right\}^2 \\ &= \left(\frac{5x + 13 + 5x - 13}{2}\right)^2 - \left(\frac{5x + 13 - 5x + 13}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{10x}{2}\right)^2 - \left(\frac{26}{2}\right)^2 \\ &= (5x)^2 - (13)^2\end{aligned}$$

সমস্যা-৫। সূত্রের সাহায্যে  $(x + 10)$  ও  $(x - 14)$  এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি,  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\begin{aligned}\therefore (x + 10)(x - 14) &= (x + 10)\{x + (-14)\} \\ &= x^2 + (10 - 14)x + 10 \times (-14) \\ &= x^2 - 4x - 140 \quad \text{(Ans)}\end{aligned}$$



#### Type-4

দুটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ:

সমস্যা-১।  $(x + 6)(x + 4)$  কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : আমরা জানি,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (x + 6)(x + 4) &= \left(\frac{x + 6 + x + 4}{2}\right)^2 - \left(\frac{x + 6 - x - 4}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2x + 10}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 \\ &= (x + 5)^2 - 1^2\end{aligned}$$

সমস্যা-২।  $(4x - 3y)(6x + 5y)$  কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : আমরা জানি,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (4x - 3y)(6x + 5y) &= \left(\frac{4x - 3y + 6x + 5y}{2}\right)^2 - \left(\frac{4x - 3y - 6x - 5y}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{10x + 2y}{2}\right)^2 - \left(\frac{-2x - 8y}{2}\right)^2 \\ &= \left\{\frac{2(5x + y)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{-2(x + 4y)}{2}\right\}^2 \\ &= (5x + y)^2 - (x + 4y)^2 \quad [\because (-1)^2 = 1]\end{aligned}$$

(Ans)

সমস্যা-৩।  $(5p - 3q)(p + 7q)$

সমাধান : আমরা জানি,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (5p - 3q)(p + 7q) &= \left\{\frac{(5p - 3q) + (p + 7q)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(5p - 3q) - (p + 7q)}{2}\right\}^2 \\&= \left\{\frac{5p - 3q + p + 7q}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{5p - 3q - p - 7q}{2}\right\}^2 \\&= \left\{\frac{6p + 4q}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{4p - 10q}{2}\right\}^2 \\&= (3p + 2q)^2 - (2p - 5q)^2\end{aligned}$$

সমস্যা-৪।  $(6a + 9b)(7b - 8a)$

সমাধান : আমরা জানি,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (6a + 9b)(7b - 8a) &= \left\{\frac{(6a + 9b) + (7b - 8a)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(6a + 9b) - (7b - 8a)}{2}\right\}^2 \\&= \left\{\frac{6a + 9b + 7b - 8a}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{6a + 9b - 7b + 8a}{2}\right\}^2 \\&= \left\{\frac{16b - 2a}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{14a + 2b}{2}\right\}^2 \\&= (8b - a)^2 - (7a + b)^2\end{aligned}$$

সমস্যা-৫।  $(3x + 5y)(7x - 5y)$

সমাধান : আমরা জানি,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (3x + 5y)(7x - 5y) &= \left\{ \frac{(3x + 5y) + (7x - 5y)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(3x + 5y) - (7x - 5y)}{2} \right\}^2 \\&= \left( \frac{3x + 5y + 7x - 5y}{2} \right)^2 - \left( \frac{3x + 5y - 7x + 5y}{2} \right)^2 \\&= \left( \frac{10x}{2} \right)^2 - \left( \frac{-4x + 10y}{2} \right)^2 \\&= (5x)^2 - \left\{ \frac{-2(2x - 5y)}{2} \right\}^2 \\&= (5x)^2 - (2x - 5y)^2\end{aligned}$$

### Type-5

$$\bullet (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

সূত্রের সমস্যাবলি:

সমস্যা-১।  $2x + 3y + 5z$  এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি,  $2x = a, 3y = b$  এবং  $5z = c$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ} = (a + b + c)^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$= (2x)^2 + (3y)^2 + (5z)^2 + 2 \times 2x \times 3y + 2 \times 3y \times 5z + 2 \times 2x \times 5z$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 12xy + 30yz + 20xz$$

$$\therefore (2x + 3y + 5z)^2 = 4x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 12xy + 30yz + 20xz$$

সমস্যা-২।  $5a - 6b - 7c$  এর বর্গ নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান : } (5a - 6b - 7c)^2 = \{5a - (6b + 7c)\}^2$$

$$= (5a)^2 - 2 \times 5a(6b + 7c) + (6b + 7c)^2$$

$$= 25a^2 - 10a(6b + 7c) + (6b)^2 + 2 \times 6b \times 7c + (7c)^2$$

$$= 25a^2 + 36b^2 + 49c^2 - 60ab + 84bc - 70ac$$

বিকল্প পদ্ধতি : আমরা জানি,

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

এখানে,  $5a = x, -6b = y$  এবং  $-7c = z$  ধরে

$$(5a - 6b - 7c)^2$$

$$= (5a)^2 + (-6b)^2 + (-7c)^2 + 2 \times (5a) \times (-6b) + 2 \times (-6b) \times (-7c) + 2 \times (5a) \times (-7c)$$

$$= 25a^2 + 36b^2 + 49c^2 - 60ab + 84bc - 70ac$$

সমস্যা-৩।  $ax + by + c$

সমাধান : আমরা জানি,

$$(p + q + r)^2 = p^2 + q^2 + r^2 + 2pq + 2qr + 2pr$$

এখন,  $ax = p$ ,  $by = q$  এবং  $c = r$  ধরে,

$$\begin{aligned} (ax + by + c)^2 &= (ax)^2 + (by)^2 + (c)^2 + 2 \times ax \times by + 2 \times by \times c + 2 \times ax \times c \\ &= a^2x^2 + b^2y^2 + c^2 + 2abxy + 2bcy + 2acx \quad (\text{Ans}) \end{aligned}$$

সমস্যা-৪।  $4x + 5y - 7z$

সমাধান : আমরা জানি,

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

এখন,  $a = 4x$ ,  $b = 5y$  এবং  $c = -7z$  ধরে,

$$\begin{aligned} (4x + 5y - 7z)^2 &= (4x)^2 + (5y)^2 + (-7z)^2 + 2 \times 4x \times 5y + 2 \times 5y \times (-7z) + 2 \times (-7z) \times 4x \\ &= 16x^2 + 25y^2 + 49z^2 + 40xy - 70yz - 56xz \quad (\text{Ans}) \end{aligned}$$

সমস্যা-৫।  $ax + b + 2$

সমাধান : আমরা জানি,  $(p + q + r)^2 = p^2 + q^2 + r^2 + 2pq + 2qr + 2pr$

এখানে,  $ax = p$ ,  $b = q$  এবং  $2 = r$  ধরে,

$$\begin{aligned} (ax + b + 2)^2 &= (ax)^2 + (b)^2 + (2)^2 + 2 \times (ax) \times b + 2 \times (b) \times (2) + 2 \times (ax) \times (2) \\ &= a^2x^2 + b^2 + 4 + 2abx + 4b + 4ax \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমস্যা-৬।  $xy + yz - zx$

সমাধান : আমরা জানি,  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

এখানে,  $xy = a, yz = b$  এবং  $-zx = c$  ধরে,

$$(xy + yz - zx)^2$$

$$= (xy)^2 + (yz)^2 + (-zx)^2 + 2 \times (xy) \times (yz) + 2 \times (yz) \times (-zx) + 2 \times (-zx) \times (xy)$$

$$= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + 2xyz - 2xyz - 2xyz \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-৭।  $3p + 2q - 5r$

সমাধান : আমরা জানি,  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

এখানে,  $3p = a, 2q = b$  এবং  $-5r = c$  ধরে,

$$(3p + 2q - 5r)^2$$

$$= (3p)^2 + (2q)^2 + (-5r)^2 + 2 \times (3p) \times (2q) + 2 \times (2q) \times (-5r) + 2 \times (3p) \times (-5r)$$

$$= 9p^2 + 4q^2 + 25r^2 + 12pq - 20qr - 30pr \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-৮।  $x^2 - y^2 - z^2$

সমাধান : আমরা জানি,  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

এখানে,  $x^2 = a, -y^2 = b$  এবং  $-z^2 = c$  ধরে,

$$(x^2 - y^2 - z^2)^2$$

$$= (x^2)^2 + (-y^2)^2 + (-z^2)^2 + 2 \times (x^2) \times (-y^2) + 2 \times (-y^2) \times (-z^2) + 2 \times (-z^2) \times (x^2)$$

$$= x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 + 2y^2z^2 - 2z^2x^2 \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-৯।  $7a^2 + 8b^2 - 5c^2$

সমাধান : আমরা জানি,  $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

এখানে,  $7a^2 = x$ ,  $8b^2 = y$  এবং  $-5c^2 = z$  ধরে,

$$(7a^2 + 8b^2 - 5c^2)^2$$

$$= (7a^2)^2 + (8b^2)^2 + (-5c^2)^2 + 2 \times (7a^2) \times (8b^2) + 2 \times (8b^2) \times (-5c^2) + 2 \times (-5c^2) \times (7a^2)$$

$$= 49a^4 + 64b^4 + 25c^4 + 112a^2b^2 - 80b^2c^2 - 70c^2a^2 \quad (\text{Ans.})$$

বিবিধ:

সমস্যা-১।  $x = 4$ ,  $y = -8$  এবং  $z = 5$  হলে,  $25(x + y)^2 - 20(x + y)(y + z) + 4(y + z)^2$  এর মান কত?

সমাধান : ধরি,  $x + y = a$  এবং  $y + z = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 25a^2 - 20ab + 4b^2 \\ &= (5a)^2 - 2 \times 5a \times 2b + (2b)^2 \\ &= (5a - 2b)^2 \\ &= \{5(x + y) - 2(y + z)\}^2 && [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (5x + 5y - 2y - 2z)^2 \\ &= (5x + 3y - 2z)^2 \\ &= \{5 \times 4 + 3 \times (-8) - 2 \times 5\}^2 && [x, y \text{ ও } z \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (20 - 24 - 10)^2 \\ &= (-14)^2 \\ &= 196 \end{aligned}$$

সমস্যা-২।  $a = 4, b = 6$  এবং  $c = 3$  হলে  $4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = 4, b = 6$  এবং  $c = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2 \\ &= (2ab)^2 - 2 \times 2ab \times 4bc + (4bc)^2 \\ &= (2ab - 4bc)^2 \\ &= (2 \times 4 \times 6 - 4 \times 6 \times 3)^2 \\ &= (48 - 72)^2 \\ &= (-24)^2 \\ &= 576 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমস্যা-৩।  $a + b = 13$  হলে, এবং  $a - b = 3$  হলে,  $2a^2 + 2b^2$  ও  $ab$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = 13$

এবং,  $a - b = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2) \\ &= (a + b)^2 + (a - b)^2 \\ &= (13)^2 + (3)^2 = 169 + 9 = 178\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং, } ab &= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{169}{4} - \frac{9}{4} = \frac{160}{4} = 40 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$



## বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১।  $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$  হলে  $x + \frac{1}{x} =$  কত?

(ক)  $2\sqrt{5}$

(খ)  $-\sqrt{5}$

(গ)  $\sqrt{5}$

(ঘ)  $5\sqrt{5}$

সমাধান :  $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$  বা,  $x^2 + 1 = \sqrt{5}x$  বা,  $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

২।  $x + y = 6$  এবং  $x - y = 4$  হলে  $5xy$  এর মান কত?

(ক) 16

(খ) 24

(গ) 25

(ঘ) 36

সমাধান :  $x + y = 6$

(+)  $x - y = 4$

$$\hline 2x = 10$$

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore y = 6 - x = 6 - 5 = 1$$

$$\therefore 5xy = 5 \times 5 \times 1 = 25$$

৩।  $m^2 - 6m - 1 = 0$  হলে  $m^2 + \frac{1}{m^2} =$  কত?

(ক) 32

(খ) 34

(গ) 36

(ঘ) 38

সমাধান :  $m^2 - 6m - 1 = 0$

$$\text{বা, } m^2 - 1 = 6m$$

$$\text{বা, } m - \frac{1}{m} = 6$$

$$\text{বা, } m^2 - 2 \cdot m \cdot \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} = 36$$

$$\text{বা, } m^2 + \frac{1}{m^2} = 38$$

৪।  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{6}$  হলে  $(x - \frac{1}{x})^2$  এর মান কোনটি?

(ক) 2

(খ) 4

(গ) 32

(ঘ) 40

সমাধান :  $(x - \frac{1}{x})^2 = (x + \frac{1}{x})^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{6})^2 - 4 = 6 - 4 = 2$

৫।  $x + y = 3$  এবং  $x - y = -1$  হলে  $xy$  এর মান কত?

(ক) -1

(খ) -2

(গ) 2

(ঘ) 4

সমাধান :  $xy = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4} = \frac{3^2 - (-1)^2}{4} = \frac{9-1}{4} = \frac{8}{4} = 2$

৬।  $a^2 - 3a - 1 = 0$  হলে,  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  এর মান কত?

(ক) 5

(খ) 7

(গ) 11

(ঘ) 13

সমাধান :  $a^2 - 3a - 1 = 0$

বা,  $a^2 - 1 = 3a$

বা,  $a - \frac{1}{a} = 3$

বা,  $a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 9$

বা,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 11$

৭।  $x + y = 7$  এবং  $xy = 12$  হলে,  $2(x - y)^2$  এর মান কত?

(ক) 1

(খ) 2

(গ) 25

(ঘ) 75

সমাধান :  $2(x - y)^2 = 2\{(x + y)^2 - 4xy\} = 2(7^2 - 4 \times 12) = 2(49 - 48) = 2$

৮।  $x - \frac{1}{x} = 5$  হলে,  $(x + \frac{1}{x})$  এর মান নিচের কোনটি?

(ক)  $\sqrt{21}$

(খ)  $\sqrt{23}$

(গ)  $\sqrt{27}$

(ঘ)  $\sqrt{29}$

সমাধান :  $(x + \frac{1}{x})^2 = (x - \frac{1}{x})^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 5^2 + 4 = 29$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{29}$

৯।  $a = x + \frac{1}{x}$  এবং  $b = \frac{1}{x} - x$  হলে,  $(a - b)^2 =$  কত?

(ক)  $2x$

(খ)  $4x$

(✓)  $4x^2$

(ঘ)  $0$

সমাধান :  $a - b = x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x} + x = 2x$

$$\therefore (a - b)^2 = (2x)^2 = 4x^2$$

১০।  $p + q = 7$  এবং  $pq = 9$  হলে,  $p^2 + q^2$  এর মান নিচের কোনটি?

(ক)  $67$

(খ)  $40$

(✓)  $31$

(ঘ)  $13$

সমাধান :  $p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq = 7^2 - 2 \times 9 = 49 - 18 = 31$

১১।  $m - \frac{1}{m} = 4$  হলে,  $(m + \frac{1}{m})^2$  এর মান কত?

(✓)  $20$

(খ)  $18$

(গ)  $14$

(ঘ)  $12$

সমাধান :  $m - \frac{1}{m} = 4$

$$\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 = \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 + 4 \cdot m \cdot \frac{1}{m} = 4^2 + 4 = 20$$

১২।  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 10$  হলে,  $x + \frac{1}{x}$  এর মান কোনটি?

(ক)  $\sqrt{6}$

(খ)  $2\sqrt{2}$

(✓)  $2\sqrt{3}$

(ঘ)  $\sqrt{14}$

সমাধান :  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 10 + 2 = 12$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

১৩।  $(x - 11)$  এবং  $(x + 5)$  এর গুণফল নিচের কোনটি?

(ক)  $x^2 - 6x + 55$

(খ)  $x^2 + 6x - 55$

(গ)  $x^2 + 6x + 55$

(✓)  $x^2 - 6x - 55$

১৪।  $a + b = 5$  এবং  $a - b = 2$  হলে  $a^2 + b^2$  এর মান কত?

(ক)  $\frac{21}{2}$

(খ)  $\frac{29}{2}$

(গ) 21

(ঘ) 29

১৫।  $x^2 - 4x - 1 = 0$  হলে  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান কত? যখন  $x \neq 0$

(ক) -4

(খ) -1

(গ) 4

(ঘ) 16

সমাধান :  $x^2 - 4x - 1 = 0$

বা,  $x^2 - 1 = 4x$

বা,  $x - \frac{1}{x} = 4$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2 = 16$

১৬।  $-x + y$  এর বর্গ কত?

(ক)  $x^2 + y^2$

(খ)  $x^2 + y^2 - 2xy$

(গ)  $-x^2 - 2xy - y^2$

(ঘ)  $x^2 + 2xy + y^2$

১৭।  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$  হলে,  $x - \frac{1}{x}$  এর মান কত?

(ক) -2

(খ) 0

(গ) 2

(ঘ) 4

১৮।  $a + b = 6$  এবং  $a - b = 4$  হলে  $4ab$  এর মান কত?

(ক) 7

(খ) 20

(গ) 26

(ঘ) 52

সমাধান :  $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$

১৯।  $p + \frac{1}{p} = 2$  হলে,  $\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 =$  কত?

(ক) 0

(খ) 1

(গ) 2

(ঘ) 4

সমাধান :  $\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 4 \cdot p \cdot \frac{1}{p} = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

২০।  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$  হলে,  $x + \frac{1}{x}$  মান কত?

(ক)  $\sqrt{2}$

(খ)  $\sqrt{3}$

(গ) 2

(ঘ) 3

সমাধান : এখানে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1 + 2 = 3$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

২১।  $a + \frac{1}{a} = 4$  হলে,  $(a - \frac{1}{a})^2$  এর মান কত?

(ক) 8

(খ) 12

(গ) 16

(ঘ) 20

সমাধান :  $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$

$$\text{বা, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = (4)^2 - 4 = 16 - 4 = 12$$

২২।  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে,  $x - \frac{1}{x}$  এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 0

(খ) 1

(গ) 2

(ঘ) 3

সমাধান :  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 0$$

২৩।  $a + b = 7$  এবং  $a - b = 3$  হলে,  $a^2 + b^2$  এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 20

(খ) 29

(গ) 40

(ঘ) 58

২৪।  $(y + 4)(y + 2)$  কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তরূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক)  $(y + 3)^2 - 1$

(খ)  $(y + 4)^2 - 1$

(গ)  $(y + 2)^2 - 1$

(ঘ)  $(x - 3)^2 - 1$

সমাধান :  $(y + 4)(y + 2) = y^2 + 4y + 2y + 8 = y^2 + 6y + 9 - 1$   
 $= y^2 + 2 \cdot 3 \cdot y + 3^2 - 1 = (y + 3)^2 - 1$

২৫।  $-a - b$  এর বর্গ কোনটি?

(ক)  $-a^2 - 2ab - b^2$

(খ)  $a^2 - 2ab + b^2$

(গ)  $a^2 + 2ab + b^2$

(ঘ)  $a^2 - 2ab - b^2$

সমাধান :  $(-a - b)$  এর বর্গ  $= (-a - b)^2 = \{(-a) - b\}^2 = (-a)^2 - 2 \cdot (-a) \cdot b + b^2$   
 $= a^2 + 2ab + b^2$

২৬।  $x - \frac{1}{x} = 6$  হলে,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান কত?

(ক) 32

(খ) 38

(গ) 40

(ঘ) 44

সমাধান :  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 6^2 + 4 = 36 + 4 = 40$

২৭।  $x = p + \frac{1}{p}$ ,  $y = p - \frac{1}{p}$  হলে,  $(x + y)^2 =$  কত?

(ক)  $2p$

(খ)  $4p$

(গ)  $2p^3$

(ঘ)  $4p^2$

সমাধান :  $(x + y)^2 = \left(p + \frac{1}{p} + p - \frac{1}{p}\right)^2 = (2p)^2 = 4p^2$

২৮।  $a^4 + \frac{1}{a^4} = 119$  হলে,  $a^2 + \frac{1}{a^2} =$  কত?

(ক) 11

(খ)  $\sqrt{119}$

(গ) 13

(ঘ) 19

সমাধান :  $(a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 119$

বা,  $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} = 119$  বা,  $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = 121 \therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 11$

২৯।  $x + 2y$  এর বর্গ কোনটি?

(ক)  $x^2 + 2xy + y^2$

(খ)  $x^2 + 4xy + 4y^2$

(গ)  $x^2 + 2xy + 4y^2$

(ঘ)  $x^2 + xy + y^2$

সমাধান :  $(x + 2y)^2 = (x)^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$

৩০।  $(x - 3y)$  এর বর্গ কোনটি?

(ক)  $x^2 + 6xy + 9y^2$

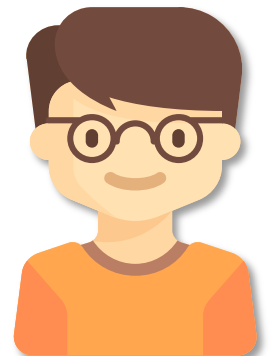
(খ)  $x^2 - 6xy + 9y^2$

(গ)  $x^2 + 6xy - 9y^2$

(ঘ)  $x^2 - 6xy - 9y^2$

সমাধান :  $(x - 3y)^2 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 3y + (3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$

10 MINUTE  
SCHOOL



## সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১।  $x - \frac{1}{x} = n$  হলে—

(ক)  $x^2 - \frac{1}{x^2}$  এর মান নির্ণয় কর।

(খ)  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

(গ) দেখাও যে,  $\frac{x^8+1}{x^4} = n^4 + 4n^2 + 2$ .

### ১ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = n$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = n^2 + 4$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{n^2 + 4}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - \frac{1}{x^2} \\ &= \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) = n\sqrt{n^2 + 4} \end{aligned}$$

(খ) 'ক' নং হতে পাই,  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{n^2 + 4}$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 + \frac{1}{x^3} \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \left(\sqrt{n^2 + 4}\right)^3 - 3\sqrt{n^2 + 4} \\ &= \left(\sqrt{n^2 + 4}\right) \left\{\left(\sqrt{n^2 + 4}\right)^2 - 3\right\} = \left(\sqrt{n^2 + 4}\right) \{n^2 + 4 - 3\} \\ &= \left(\sqrt{n^2 + 4}\right) (n^2 + 1) \end{aligned}$$



(গ) দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = n$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{x^8+1}{x^4}$$

$$= x^4 + \frac{1}{x^4}$$

$$= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \left\{ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2$$

$$= (n^2 + 2)^2 - 2$$

$$= n^4 + 4n^2 + 4 - 2$$

$$= n^4 + 4n^2 + 2 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{x^8+1}{x^4} = n^4 + 4n^2 + 2. \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ২।  $x^2 - \sqrt{2}x = 1$  হলে,

(ক)  $x - \frac{1}{x}$  এর মান নির্ণয় কর।

(খ) দেখাও যে,  $7\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 2\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$

(গ) মান নির্ণয় কর :  $\frac{x^4 - \frac{1}{x^4}}{x + \frac{1}{x}}$

### ২ নং প্রশ্নের সমাধান

(ক) দেওয়া আছে,  $x^2 - \sqrt{2}x = 1$

$$\text{বা, } x^2 - 1 = \sqrt{2}x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 - 1}{x} = \sqrt{2} \quad [x \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = \sqrt{2}$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{2}$$

(খ) বামপক্ষ =  $7\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$$= 7\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\right\}$$

$$= 7\{(\sqrt{2})^2 + 2\} \quad ['ক' হতে]$$

$$= 7(2 + 2)$$

$$= 7 \times 4 = 28$$

$$\begin{aligned}
 \text{ডানপক্ষ} &= 2 \left( x^4 + \frac{1}{x^4} \right) \\
 &= 2 \left\{ (x^2)^2 + \left( \frac{1}{x^2} \right)^2 \right\} \\
 &= 2 \left\{ \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \right\} \\
 &= 2 \{ (4)^2 - 2 \} \text{ [বামপক্ষ থেকে } x^2 + \frac{1}{x^2} = 4 \text{ বসিয়ে]} \\
 &= 2(16 - 2) \\
 &= 2 \times 14 = 28
 \end{aligned}$$

$$\therefore 7 \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) = 2 \left( x^4 + \frac{1}{x^4} \right) \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(গ) প্রদত্ত রাশি} &= \frac{x^4 - \frac{1}{x^4}}{x + \frac{1}{x}} = \frac{(x^2)^2 - \left( \frac{1}{x^2} \right)^2}{x + \frac{1}{x}} \\
 &= \frac{\left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left( x^2 - \frac{1}{x^2} \right)}{x + \frac{1}{x}} \\
 &= \frac{\left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left( x + \frac{1}{x} \right) \left( x - \frac{1}{x} \right)}{x + \frac{1}{x}} \\
 &= \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left( x - \frac{1}{x} \right) \\
 &= 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৩। দুইটি সংখ্যা  $a$  ও  $b$ , যেখানে  $a > b$ । সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 12 এবং গুণফল 32।

ক. সূত্রের সাহায্যে গুণ কর :  $(2x + 3)(2x - 7)$

খ.  $2a^2 + 2b^2$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে,  $(a + 2b)^2 - 5b^2 = 176$

### ২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক) আমরা জানি,  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\begin{aligned}\therefore (2x + 3)(2x - 7) &= (2x + 3)\{2x + (-7)\} \\ &= (2x)^2 + \{3 + (-7)\}2x + 3 \times (-7) \\ &= 4x^2 + (3 - 7)2x - 21 \\ &= 4x^2 - 8x - 21 \quad \text{(Ans.)}\end{aligned}$$

খ) দেওয়া আছে, দুইটি সংখ্যা  $a$  ও  $b$

শর্তমতে,  $a + b = 12$  এবং  $ab = 32$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2) \\ &= 2\{(a + b)^2 - 2ab\} \\ &= 2\{(12)^2 - 2 \times 32\} \\ &= 2(144 - 64) = 2 \times 80 = 160 \quad \text{(Ans.)}\end{aligned}$$

গ) আমরা জানি,  $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$$= (12)^2 - 4 \times 32$$

$$= 144 - 128$$

$$\text{বা, } (a - b)^2 = 16$$

$$\therefore a - b = 4 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\text{বামপক্ষ} = (a + 2b)^2 - 5b^2$$

$$= a^2 + 2 \cdot a \cdot 2b + (2b)^2 - 5b^2$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2 - 5b^2 = a^2 - b^2 + 4ab$$

$$= (a + b)(a - b) + 4ab$$

$$= 12 \times 4 + 4 \times 32$$

$$= 48 + 128 = 176 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore (a + 2b)^2 - 5b^2 = 176 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

## বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

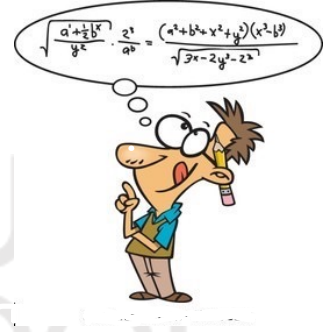
### ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

#### সূত্র - ৫

$$\begin{aligned}\text{সূত্র} &\rightarrow (a + b)^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)\end{aligned}$$

চলো তো সূত্রটা প্রমাণ করা যাক!!

$$\begin{aligned}\text{প্রমাণ : } (a + b)^3 &= (a + b)(a + b)^2 \\ &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a(a^2 + 2ab + b^2) + b(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + (a^2b + 2ab^2 + b^3) \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + 3ab(a + b) + b^3 \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)\end{aligned}$$



#### অনুসিদ্ধান্ত - ৭

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

#### সূত্র - ৬

$$\begin{aligned}(a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রমাণ : } (a - b)^3 &= (a - b)(a - b)^2 \\ &= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)\end{aligned}$$

(Proved)

### অনুসিদ্ধান্ত - ৮

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

### Type-6

#### Case-1

- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

সমস্যা-১।  $3x + 2y$  এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(3x + 2y)^3 &= (3x)^3 + 3(3x)^2(2y) + 3(3x)(2y)^2 + (2y)^3 \\&= 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times 2y + 3 \times 3x \times 4y^2 + 8y^3 \\&= 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3\end{aligned}$$

সমস্যা-২।  $2a + 5b$  এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2a + 5b)^3 &= (2a)^3 + 3(2a)^2(5b) + 3(2a)(5b)^2 + (5b)^3 \\&= 8a^3 + 3 \times 4a^2 \times 5b + 3 \times 2a \times 25b^2 + 125b^3 \\&= 8a^3 + 60a^2b + 150ab^2 + 125b^3\end{aligned}$$

সমস্যা-৩।  $m - 2n$  এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(m - 2n)^3 &= (m)^3 - 3(m)^2(2n) + 3(m)(2n)^2 - (2n)^3 \\&= m^3 - 3 \times m^2 \times 2n + 3 \times m \times 4n^2 - 8n^3 \\&= m^3 - 6m^2n + 12mn^2 - 8n^3\end{aligned}$$

সমস্যা-৪।  $4x - 5y$  এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :  $(4x - 5y)^3 = (4x)^3 - 3(4x)^2(5y) + 3(4x)(5y)^2 - (5y)^3$   
 $= 64x^3 - 3 \times 16x^2 \times 5y + 3 \times 4x \times 25y^2 - 125y^3$   
 $= 64x^3 - 240x^2y + 300xy^2 - 125y^3$

সমস্যা-৫।  $ab + bc$

সমাধান :  $ab + bc$  এর ঘন  $= (ab + bc)^3$   
 $= (ab)^3 + 3 \times (ab)^2 \times (bc) + 3 \times (ab) \times (bc)^2 + (bc)^3$   
 $= a^3b^3 + 3a^2b^3c + 3ab^3c^2 + b^3c^3$

Ans :  $a^3b^3 + 3a^2b^3c + 3ab^3c^2 + b^3c^3$

সমস্যা-৬।  $2x - 5y$

সমাধান :  $(2x - 5y)$  এর ঘন  $= (2x - 5y)^3$   
 $= (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times (5y) + 3 \times (2x) \times (5y)^2 - (5y)^3$   
 $= 8x^3 - 3 \times 4 \times 5 \times x^2y + 3 \times 2 \times 25 \times xy^2 - 125y^3$   
 $= 8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3$

Ans :  $8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3$

সমস্যা-৭।  $3x + y$

সমাধান :  $(3x + y)^3 = (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times y + 3 \times (3x) \times (y)^2 + (y)^3$   
 $= 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times y + 3 \times 3x \times y^2 + y^3$   
 $= 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3$  (Ans.)



সমস্যা-৮।  $x^2 + y$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x^2 + y)^3 &= (x^2)^3 + 3 \times (x^2)^2 \times y + 3 \times x^2 \times (y)^2 + (y)^3 \\&= x^6 + 3 \times x^4 \times y + 3 \times x^2 \times y^2 + y^3 \\&= x^6 + 3x^4y + 3x^2y^2 + y^3 \quad \text{(Ans.)}\end{aligned}$$

সমস্যা-৯।  $5p + 2q$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(5p + 2q)^3 &= (5p)^3 + 3 \times (5p)^2 \times 2q + 3 \times 5p \times (2q)^2 + (2q)^3 \\&= 125p^3 + 3 \times 25p^2 \times 2q + 3 \times 5p \times 4q^2 + 8q^3 \\&= 125p^3 + 150p^2q + 60pq^2 + 8q^3 \quad \text{(Ans.)}\end{aligned}$$

সমস্যা-১০।  $a^2b + c^2d$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(a^2b + c^2d)^3 &= (a^2b)^3 + 3 \times (a^2b)^2 \times c^2d + 3 \times a^2b \times (c^2d)^2 + (c^2d)^3 \\&= a^6b^3 + 3a^4b^2c^2d + 3a^2bc^4d^2 + c^6d^3 \quad \text{(Ans.)}\end{aligned}$$

সমস্যা-১১।  $6p - 7$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(6p - 7)^3 &= (6p)^3 - 3 \times (6p)^2 \times 7 + 3 \times 6p \times (7)^2 - (7)^3 \\&= 216p^3 - 3 \times 36p^2 \times 7 + 3 \times 6p \times 49 - 343 \\&= 216p^3 - 756p^2 + 882p - 343 \quad \text{(Ans.)}\end{aligned}$$

সমস্যা-১২।  $ax - by$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(ax - by)^3 &= (ax)^3 - 3 \times (ax)^2 \times by + 3 \times ax \times (by)^2 - (by)^3 \\&= a^3x^3 - 3 \times a^2x^2 \times by + 3 \times ax \times b^2y^2 - b^3y^3 \\&= a^3x^3 - 3a^2x^2by + 3axb^2y^2 - b^3y^3 \quad \text{(Ans.)}\end{aligned}$$

সমস্যা-১৩।  $2p^2 - 3r^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2p^2 - 3r^2)^3 &= (2p^2)^3 - 3 \times (2p^2)^2 \times 3r^2 + 3 \times 2p^2 \times (3r^2)^2 - (3r^2)^3 \\&= 8p^6 - 3 \times 4p^4 \times 3r^2 + 3 \times 2p^2 \times 9r^4 - 27r^6 \\&= 8p^6 - 36p^4r^2 + 54p^2r^4 - 27r^6 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমস্যা-১৪।  $x^3 + 2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x^3 + 2)^3 &= (x^3)^3 + 3 \times (x^3)^2 \times 2 + 3 \times x^3 \times (2)^2 + (2)^3 \\&= x^9 + 3 \times x^6 \times 2 + 3 \times x^3 \times 4 + 8 \\&= x^9 + 6x^6 + 12x^3 + 8 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমস্যা-১৫।  $a^2b^2 - c^2d^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(a^2b^2 - c^2d^2)^3 &= (a^2b^2)^3 - 3 \cdot (a^2b^2)^2 \cdot c^2d^2 + 3 \cdot a^2b^2 \cdot (c^2d^2)^2 - (c^2d^2)^3 \\&= a^6b^6 - 3a^4b^4c^2d^2 + 3a^2b^2c^4d^4 - c^6d^6 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমস্যা-১৬।  $a^2b - b^3c$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(a^2b - b^3c)^3 &= (a^2b)^3 - 3 \cdot (a^2b)^2 \cdot b^3c + 3 \cdot a^2b \cdot (b^3c)^2 - (b^3c)^3 \\&= a^6b^3 - 3 \cdot a^4b^2 \cdot b^3c + 3 \cdot a^2b \cdot b^6c^2 - b^9c^3 \\&= a^6b^3 - 3 \cdot a^4b^5c + 3a^2b^7c^2 - b^9c^3 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমস্যা-১৭।  $x^3 - 2y^3$

সমাধান : 
$$(x^3 - 2y^3)^3 = (x^3)^3 - 3.(x^3)^2.2y^3 + 3.x^3.(2y^3)^2 - (2y^3)^3$$
$$= x^9 - 6x^6y^3 + 12x^3y^6 - 8y^9 \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১৮।  $11a - 12b$

সমাধান : 
$$(11a - 12b)^3 = (11a)^3 - 3.(11a)^2.(12b) + 3.11a.(12b)^2 - (12b)^3$$
$$= 1331a^3 - 3.121a^2.12b + 3.11a.144b^2 - 1728b^3$$
$$= 1331a^3 - 4356a^2b + 4752ab^2 - 1728b^3 \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১৯।  $x^3 + y^3$

সমাধান : 
$$(x^3 + y^3)^3 = (x^3)^3 + 3 \times (x^3)^2 \times y^3 + 3 \times x^3 \times (y^3)^2 + (y^3)^3$$
$$= x^9 + 3x^6y^3 + 3x^3y^6 + y^9 \quad (\text{Ans.})$$

## Case-2

৩টি করে ঘন নির্ণয় :

সমস্যা-২০।  $x + y - z$  এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :  $(x + y - z)^3 = \{(x + y) - z\}^3$

$$= (x + y)^3 - 3(x + y)^2 \times z + 3(x + y) \times z^2 - z^3$$

$$= (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) - 3(x^2 + 2xy + y^2) \times z + 3(x + y) \times z^2 - z^3$$

$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3x^2z - 6xyz - 3y^2z + 3xz^2 + 3yz^2 - z^3$$

$$= x^3 + y^3 - z^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 3x^2z - 3y^2z + 3xz^2 + 3yz^2 - 6xyz$$

সমস্যা-২১।  $2x - 3y - z$

সমাধান :  $(2x - 3y - z)$  এর ঘন  $= (2x - 3y - z)^3$

$$= \{2x - (3y + z)\}^3$$

$$= (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times (3y + z) + 3 \times (2x) \times (3y + z)^2 - (3y + z)^3$$

$$= 8x^3 - 12x^2(3y + z) + 6x(9y^2 + 2 \times 3y \times z + z^2) - \{(3y)^3 + 3(3y)^2z + 3 \times 3y \times z^2 + z^3\}$$

$$= 8x^3 - 36x^2y - 12x^2z + 54xy^2 + 36xyz + 6xz^2 - 27y^3 - 27y^2z - 9yz^2 - z^3$$

**Ans :**  $8x^3 - 36x^2y - 12x^2z + 54xy^2 + 36xyz + 6xz^2 - 27y^3 - 27y^2z - 9yz^2 - z^3$

সমস্যা-২২।  $2m + 3n - 5p$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 (2m + 3n - 5p)^3 &= \{(2m + 3n) - 5p\}^3 \\
 &= (2m + 3n)^3 - 3.(2m + 3n)^2.5p + 3.(2m + 3n).(5p)^2 - (5p)^3 \\
 &= \{(2m)^3 + 3.(2m)^2.3n + 3.2m.(3n)^2 + (3n)^3\} \\
 &\quad - 3.\{(2m)^2 + 2.2m.3n + (3n)^2\}.5p + 3.(2m + 3n).25p^2 - 125p^3 \\
 &= 8m^3 + 3.4m^2.3n + 3.2m.9n^2 + 27n^3 - 3\{4m^2 + 12mn + 9n^2\}.5p + 150mp^2 \\
 &\quad + 225p^2n - 125p^3 \\
 &= 8m^3 + 36m^2n + 54mn^2 + 27n^3 - 60m^2p - 180mnp - 135n^2p + 150mp^2 \\
 &\quad + 225p^2n - 125p^3 \\
 &= 8m^3 + 27n^3 - 125p^3 + 36m^2n - 60m^2p + 54mn^2 + 150mp^2 - 135n^2p \\
 &\quad + 225p^2n - 180mnp
 \end{aligned}$$

(Ans.)

[বি.দ্র : পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

সমস্যা-২৩।  $x^2 - y^2 + z^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 (x^2 - y^2 + z^2)^3 &= \{(x^2 - y^2) + z^2\}^3 \\
 &= (x^2 - y^2)^3 - 3.(x^2 - y^2)^2.z^2 + 3.(x^2 - y^2).(z^2)^2 + (z^2)^3 \\
 &= \{(x^2)^3 - 3.(x^2)^2.y^2 + 3.x^2.(y^2)^2 - (y^2)^3\} - 3z^2\{(x^2)^2 - 2.x^2.y^2 + (y^2)^2\} \\
 &\quad + 3z^4(x^2 - y^2) + z^6 \\
 &= x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6 - 3z^2(x^4 - 2x^2y^2 + y^4) + 3z^4x^2 - 3y^2z^4 + z^6 \\
 &= x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6 - 3z^2x^4 + 6x^2y^2z^2 - 3y^4z^2 + 3z^4x^2 - 3y^2z^4 + z^6 \\
 &= x^6 - y^6 + z^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - 3x^4z^2 - 3y^4z^2 + 3x^2z^4 - 3y^2z^4 + 6x^2y^2z^2
 \end{aligned}$$

(Ans.)

### Case-3

সরল :

সমস্যা-২৪।

$$(4m + 2n)^3 + 3(4m + 2n)^2(m - 2n) + 3(4m + 2n)(m - 2n)^2 + (m - 2n)^3$$

সমাধান : ধরি,  $(4m + 2n) = a$  এবং  $(m - 2n) = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= (a + b)^3 \\ &= \{(4m + 2n) + (m - 2n)\}^3 \\ &= (4m + 2n + m - 2n)^3 \\ &= (4m + m)^3 = (5m)^3 = 125m^3 \end{aligned}$$

সমস্যা-২৫।

$$(4a - 8b)^3 - (3a - 9b)^3 - 3(a + b)(4a - 8b)(3a - 9b)$$

সমাধান : ধরি,  $(4a - 8b) = x$  এবং  $(3a - 9b) = y$

$$\therefore x - y = (4a - 8b) - (3a - 9b) = (4a - 8b - 3a + 9b) = a + b$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - y^3 - 3(x - y)xy \\ &= x^3 - y^3 - 3xy(x - y) \\ &= (x - y)^3 \\ &= (a + b)^3 \end{aligned}$$

সমস্যা-২৬।

$$(7x - 6)^3 - (5x - 6)^3 - 6x(7x - 6)(5x - 6)$$

ধরি,

$$(7x - 6) = a$$

$$(5x - 6) = b$$

$$\therefore (7x - 6) - (5x - 6) = a - b$$

$$\text{বা, } 7x - 6 - 5x + 6 = a - b$$

$$\text{বা, } 2x = a - b$$

$$\therefore x = \frac{a - b}{2}$$

প্রদত্ত রাশি,

$$a^3 - b^3 - 6\left(\frac{a-b}{2}\right) \times ab$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$= (a - b)^3$$

$$= (2x)^3$$

$$= 8x^3 \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{সমস্যা-২৭। } (3x + y)^3 + 3(3x + y)^2(3x - y) + 3(3x + y)(3x - y)^2 + (3x - y)^3$$

সমাধান : ধরি,  $3x + y = a$  এবং  $3x - y = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= (a + b)^3$$

$$= (3x + y + 3x - y)^3$$

$$= (6x)^3$$

$$= 216x^3 \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-২৮।  $(2p + 5q)^3 + 3(2p + 5q)^2(5q - 2p) + 3(2p + 5q)(5q - 2p)^2 + (5q - 2p)^3$

সমাধান : ধরি,  $2p + 5q = a$  এবং  $5q - 2p = b$

$$\therefore a + b = 2p + 5q + 5q - 2p$$

$$= 10q$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= (a + b)^3$$

$$= (10q)^3$$

$$= 1000q^3 \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-২৯।  $(x + 2y)^3 - 3(x + 2y)^2(x - 2y) + 3(x + 2y)(x - 2y)^2 - (x - 2y)^3$

সমাধান : ধরি,  $x + 2y = a$  এবং  $x - 2y = b$

$$\therefore a - b = (x + 2y) - (x - 2y)$$

$$= x + 2y - x + 2y$$

$$= 4y$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= (a - b)^3$$

$$= (4y)^3$$

$$= 64y^3 \quad (\text{Ans.})$$



সমস্যা-৩০।  $(6m + 2)^3 - 3(6m + 2)^2(6m - 4) + 3(6m + 2)(6m - 4)^2 - (6m - 4)^3$

সমাধান : ধরি,  $6m + 2 = a$  এবং  $6m - 4 = b$

$$\therefore a - b = (6m + 2) - (6m - 4)$$

$$= 6m + 2 - 6m + 4$$

$$= 6$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= (a - b)^3$$

$$= (6)^3$$

$$= 216 \quad \text{(Ans.)}$$

সমস্যা-৩১।  $(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

সমাধান :  $(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

$$= x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2 + x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 6x^3 - 6xy^2$$

$$= 8x^3 \quad \text{(Ans.)}$$

## Type-7

- $(x^3 - y^3)^3$  এবং  $(x^3 + y^3)$  এর সূত্র দিয়ে সমস্যাবলি :

সমস্যা-১।  $(a + b) = 3$  এবং  $ab = 2$  হলে,  $a^3 + b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :  $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

$$= (3)^3 - 3 \times 2 \times 3 \quad [ \text{মান বসিয়ে} ]$$

$$= 27 - 18$$

$$= 9$$

সমস্যা-২।  $x - y = 10$  এবং  $xy = 30$  হলে,  $x^3 - y^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :  $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

$$= (10)^3 + 3 \times 30 \times 10$$

$$= 1000 + 900$$

$$= 1900$$

সমস্যা-৩।  $a + \frac{1}{a} = 7$  হলে,  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :  $a^3 + \frac{1}{a^3} = a^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3$

$$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \times a \times \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= (7)^3 - 3 \times 7$$

$$= 343 - 21$$

$$= 322$$

সমস্যা-৪।  $a + b = 10$  এবং  $ab = 21$  হলে,  $a^3 + b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = 10$  এবং  $ab = 21$

$$\begin{aligned}\therefore a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (10)^3 - 3 \times 21 \times 10 \\ &= 1000 - 630 = 370\end{aligned}$$

Ans : 370

সমস্যা-৫।  $a + \frac{1}{a} = 3$  হলে, দেখাও যে,  $a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + \frac{1}{a} = 3$

$$\begin{aligned}\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} &= a^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3 \\ &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \times a \times \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= (3)^3 - 3 \times 3 \quad \text{[মান বসিয়ে]} \\ &= 27 - 9 = 18\end{aligned}$$

সমস্যা-৬।  $a + b = 8$  এবং  $ab = 15$  হলে,  $a^3 + b^3$  এর মান কত ?

সমাধান : ধরি,  $a + b = 8$  এবং  $ab = 15$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 \\ &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (8)^3 - 3 \times 15 \times 8 \\ &= 512 - 360 = 152 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

সমস্যা-৭।  $2x + 3y = 13$  এবং  $xy = 6$  হলে,  $8x^3 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $2x + 3y = 13$  এবং  $xy = 6$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 8x^3 + 27y^3 \\ &= (2x)^3 + (3y)^3 \\ &= (2x + 3y)^3 - 3 \times 2x \times 3y \times (2x + 3y) \\ &= (13)^3 - 18xy(13) \\ &= (13)^3 - 18 \times 6 \times 13 \\ &= 2197 - 1404 \\ &= 793\end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান 793.

সমস্যা-৮।  $p - q = 5$ ,  $pq = 3$  হলে,  $p^3 - q^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $p - q = 5$  এবং  $pq = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= p^3 - q^3 \\ &= (p - q)^3 + 3pq(p - q) \\ &= (5)^3 + 3 \times 3 \times (5) \\ &= 125 + 45 \\ &= 170\end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান 170.

সমস্যা-৯।  $x - 2y = 3$  হলে,  $x^3 - 8y^3 - 18xy$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - 2y = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - 8y^3 - 18xy \\ &= (x)^3 - (2y)^3 - 3 \times (x) \times (2y) \times 3 \\ &= (x)^3 - (2y)^3 - 3 \times x \times (2y)(x - 2y) \\ &= (x - 2y)^3 \\ &= (3)^3 \\ &= 27\end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান 27

সমস্যা-১০।  $4x - 3 = 5$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $64x^3 - 27 - 180x = 125$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $4x - 3 = 5$

প্রমাণ করতে হবে যে,  $64x^3 - 27 - 180x = 125$

$$\begin{aligned}\therefore \text{বামপক্ষ} &= 64x^3 - 27 - 180x \\ &= (4x)^3 - (3)^3 - 180x \\ &= (4x)^3 - (3)^3 - 3 \cdot 4x \cdot 3 \cdot 5 \\ &= (4x)^3 - (3)^3 - 3 \cdot 4x \cdot 3(4x - 3) \\ &= (4x - 3)^3 \\ &= (5)^3 \\ &= 125 \\ &= \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$  (প্রমাণিত)

সমস্যা-১১।  $x + \frac{1}{x} = 4$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x + \frac{1}{x} = 4$

প্রমাণ করতে হবে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

$$\begin{aligned}\therefore \text{বামপক্ষ} &= x^3 + \frac{1}{x^3} \\ &= (x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (4)^3 - 3(4) \\ &= 64 - 12 \\ &= 52 \\ &= \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$

সমস্যা-১২।  $a - \frac{1}{a} = 5$  হলে,  $a^3 - \frac{1}{a^3}$  এর মান কত ?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a - \frac{1}{a} = 5$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - \frac{1}{a^3} \\ &= (a)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3 \\ &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= (5)^3 + 3(5) \\ &= 125 + 15 \\ &= 140\end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান 140



## ঘনফলের সাথে সম্পৃক্ত আরও দুইটি সূত্র

### সূত্র - ৭

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

চলো সূত্রটি প্রমাণ করা যাক,

$$\begin{aligned} \text{প্রমাণ : } a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (a + b)\{(a + b)^2 - 3ab\} \\ &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab) \\ &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বিপরীতভাবে, } (a + b)(a^2 - ab + b^2) &= a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2) \\ &= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + b^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

### সূত্র - ৮

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\begin{aligned} \text{প্রমাণ : } a^3 - b^3 &= (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\ &= (a - b)\{(a - b)^2 + 3ab\} \\ &= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2 + 3ab) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বিপরীতভাবে, } (a - b)(a^2 + ab + b^2) &= a(a^2 + ab + b^2) - b(a^2 + ab + b^2) \\ &= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - b^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$



### Type-8

- $(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

### Case-1

এর সূত্র দিয়ে সমস্যাবলি :

সমস্যা-১। সূত্রের সাহায্যে  $(x^2 + 2)$  ও  $(x^4 - 2x^2 + 4)$  এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :  $(x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4)$

$$= (x^2 + 2)\{(x^2)^2 - x^2 \times 2 + 2^2\}$$

$$= (x^2)^3 + (2)^3$$

$$= x^6 + 8$$

সমস্যা-২। সূত্রের সাহায্যে  $(4a - 5b)$  ও  $(16a^2 + 20ab + 25b^2)$  এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :  $(4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2)$

$$= (4a - 5b)\{(4a)^2 + 4a \times 5b + (5b)^2\}$$

$$= (4a)^3 - (5b)^3$$

$$= 64a^3 - 125b^3$$

সমস্যা-৩।  $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4) \\ &= (a^2 + b^2)\{(a^2)^2 - a^2b^2 + (b^2)^2\} \\ &= (a^2)^3 + (b^2)^3 \\ &= a^6 + b^6 \end{aligned}$$

(Ans.)

সমস্যা-৪।  $(ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2) \\ &= (ax - by)\{(ax)^2 + axby + (by)^2\} \\ &= (ax)^3 - (by)^3 \\ &= a^3x^3 - b^3y^3 \end{aligned}$$

(Ans.)

সমস্যা-৫।  $(2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1) \\ &= (2ab^2 - 1)\{(2ab^2)^2 + 2ab^2 \cdot 1 + (1)^2\} \\ &= (2ab^2)^3 - (1)^3 \\ &= 4a^3b^6 - 1 \end{aligned}$$

(Ans.)

সমস্যা-৬।  $(x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2) \\ &= (x^2 + a)\{(x^2)^2 - x^2 \cdot a + (a)^2\} \\ &= (x^2)^3 + (a)^3 \\ &= x^6 + a^3 \end{aligned}$$

(Ans.)

সমস্যা-৭।  $(7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2) \\ &= (7a + 4b)\{(7a)^2 - 7a \times 4b + (4b)^2\} \\ &= (7a)^3 + (4b)^3 \\ &= 343a^3 + 64b^3 \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৮।  $(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2) \\ &= (x^3 + a^3) \times (x^3 - a^3) \\ &= (x^3)^2 - (a^3)^2 \\ &= x^6 - a^6 \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৯।  $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1) \\ &= (2a - 1)\{2a)^2 + 2a \times 1 + (1)^2\}(8a^3 + 1) \\ &= \{(2a)^3 - (1)^3\}(8a^3 + 1) \\ &= \{(2a)^3 - 1\}\{(2a)^3 + 1\} \\ &= (8a^3)^2 - 1^2 \\ &= 64a^6 - 1 \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-১০।  $(5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3) \\ &= (5a + 3b)\{(5a)^2 - 5a \times 3b + (3b)^2\}(125a^3 - 27b^3) \\ &= \{(5a)^3 + (3b)^3\}(125a^3 - 27b^3) \\ &= (125a^3 + 27b^3)(125a^3 - 27b^3) \\ &= (125a^3)^2 - (27b^3)^2 \\ &= 15625a^6 - 729b^6 \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

বিবিধ :

সমস্যা-১।  $x + y = 4$  হলে,  $x^3 + y^3 + 12xy$  এর মান কত?

সমাধান :  $x^3 + y^3 + 12xy = x^3 + y^3 + 3 \times 4 \times xy$

$$= x^3 + y^3 + 3 \times (x + y) \times xy$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$= (x + y)^3$$

$$= (4)^3$$

$$= 64$$

সমস্যা-২।  $m = 2$  হলে,  $27m^3 + 54m^2 + 36m + 3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি  $= (3m)^3 + 3 \times (3m)^2 \times 2 + 3 \times (3m) \times (2)^2 + (2)^3 - 5$

$$= (3m + 2)^3 - 5$$

$$= (3 \times 2 + 2)^3 - 5 \quad [m \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= (6 + 2)^3 - 5 = 8^3 - 5$$

$$= 512 - 5 = 507$$

সমস্যা-৩।  $a = -3$  এবং  $b = 2$  হলে,  $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = -3$  এবং  $b = 2$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$

$$= (2a)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot 3b + 3 \cdot 2a \cdot (3b)^2 + (3b)^3$$

$$= (2a + 3b)^3$$

$$= \{2(-3) + 3(2)\}^3$$

$$= (-6 + 6)^3$$

$$= (0)^3 = 0$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান 0

সমস্যা-৪।  $a = 7$  হলে,  $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = 7$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + 6a^2 + 12a + 1 \\ &= a^3 + 3.(a)^2.2 + 3.a.(2)^2 + (2)^3 - 7 \\ &= (a + 2)^3 - 7 \\ &= (7 + 2)^3 - 7 \\ &= (9)^3 - 7 \\ &= 729 - 7 \\ &= 722\end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান 722

সমস্যা-৫।  $x = 5$  হলে,  $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x = 5$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - 12x^2 + 48x - 64 \\ &= (x)^3 - 3.(x)^2.4 + 3.x.(4)^2 - (4)^3 \\ &= (x - 4)^3 \\ &= (5 - 4)^3 \\ &= (1)^3 \\ &= 1\end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান 1

সমস্যা-৬।  $a^2 + b^2 = c^2$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a^2 + b^2 = c^2$

প্রমাণ করতে হবে যে,  $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$

$$\begin{aligned}\therefore \text{বামপক্ষ} &= a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 \\ &= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2 \\ &= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2 \cdot b^2(a^2 + b^2) \\ &= (a^2 + b^2)^3 \\ &= (c^2)^3 \\ &= c^6 \\ &= \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$  (প্রমাণিত)

সমস্যা-৭।  $x + y = 2$  হলে, দেখাও যে,  $x^3 + y^3 + 6xy = 8$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x + y = 2$

দেখাতে হবে যে,  $x^3 + y^3 + 6xy = 8$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= x^3 + y^3 + 6xy \\ &= x^3 + y^3 + 3xy \cdot 2 \\ &= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \\ &= (x + y)^3 \\ &= (2)^3 \\ &= 8 = \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$\therefore x^3 + y^3 + 6xy = 8$  (দেখানো হলো)

## উৎপাদকে বিশ্লেষণ

**উৎপাদকে বিশ্লেষণ:** যখন কোনো বীজগণিতীয় রাশিকে দুই বা ততোধিক সরল রাশির গুণফলরূপে প্রকাশ করা হয়, তখন তাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা বলে এবং সরল রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বলা হয়।

$$x^2 + 5x = x(x + 5) \quad [\text{এখানে } x \text{ ও } (x + 5) \text{ উৎপাদক}]$$

**উৎপাদক নির্ণয় করার নিয়মগুলো নিচে দেওয়া হলো:**

(ক) সুবিধামতো সাজিয়ে:

যেমন,  $ax - cy + cx - ay$  কে সাজানো হলো,  $ax + cx - ay - cy$  রূপে।

এখন,  $ax + cx - ay - cy = x(a + c) - y(a + c) = (a + c)(x - y)$ .

(খ) একটি রাশিকে পূর্ণ বর্গ আকারে প্রকাশ করে:

$$\begin{aligned} \text{যেমন, } x^2 + 8xy + 4y^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 4y + (4y)^2 \\ &= (x + 4y)^2 \\ &= (x + 4y)(x + 4y) \end{aligned}$$

(গ) একটি রাশিকে দুটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ করে  $a^2 - b^2$  এবং সূত্র প্রয়োগ করে।

(ঘ)  $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$  সূত্রটি ব্যবহার করে।

(ঙ) একটি রাশিকে পূর্ণ ঘন আকারে প্রকাশ করে।

(চ)  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$  ও  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$  সূত্র দুটি ব্যবহার করে।

### Type-9

- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

সূত্র প্রয়োগ কওরে উৎপাদকে বিশ্লেষণ :

সমস্যা-১।  $27x^4 + 8xy^3$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :  $27x^4 + 8xy^3$

$$= x(27x^3 + 8y^3)$$

$$= x\{(3x)^3 + (2y)^3\}$$

$$= x(3x + 2y)\{(3x)^2 - (3x) \times (2y) + (2y)^2\}$$

$$= x(3x + 2y)(9x^2 - 6xy + 4y^2)$$

সমস্যা-২।  $24x^3 - 81y^3$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :  $24x^3 - 81y^3$

$$= 3(8x^3 - 27y^3)$$

$$= 3\{(2x)^3 - (3y)^3\}$$

$$= 3(2x - 3y)\{(2x)^2 + (2x) \times (3y) + (3y)^2\}$$

$$= 3(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

সমস্যা-৩।  $x^3 + 27y^3$

সমাধান :  $x^3 + 27y^3$

$$= (x)^3 + (3y)^3$$

$$= (x + 3y)\{x^2 - x \times 3y + (3y)^2\}$$

$$= (x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$$

Ans :  $(x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$



সমস্যা-৪।  $27a^3 - 8$

সমাধান :  $27a^3 - 8$

$$\begin{aligned} &= (3a)^3 - (2)^3 \\ &= (3a - 2)\{(3a)^2 + 3a \times 2 + (2)^2\} \\ &= (3a - 2)(9a^2 + 6a + 4) \end{aligned}$$

Ans :  $(3a - 2)(9a^2 + 6a + 4)$

সমস্যা-৫।  $a^3 + 8$

সমাধান :  $a^3 + 8$

$$\begin{aligned} &= (a)^3 + (2)^3 \\ &= (a + 2)\{(a)^2 - a \times 2 + (2)^2\} \\ &= (a + 2)(a^2 - 2a + 4) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৬।  $8x^3 + 343$

সমাধান :  $8x^3 + 343$

$$\begin{aligned} &= (2x)^3 + (7)^3 \\ &= (x + 7)\{(2x)^2 - 2x \times 7 + (7)^2\} \\ &= (x + 7)(4x^2 - 14x + 49) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৭।  $8a^4 + 27ab^3$

সমাধান :  $8a^4 + 27ab^3$

$$\begin{aligned} &= a(8a^3 + 27b^3) \\ &= a(2a + 3b)\{(2a)^2 - 2a \times 3b + (3b)^2\} \\ &= a(2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৮।  $8x^3 + 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 & 8x^3 + 1 \\
 &= (2x)^3 + (1)^3 \\
 &= (2x + 1)\{(2x)^2 - 2x \times 1 + (1)^2\} \\
 &= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) \quad \text{(Ans.)}
 \end{aligned}$$

সমস্যা-৯।  $64a^3 + 125b^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 & 64a^3 + 125b^3 \\
 &= (4a)^3 + (5b)^3 \\
 &= (4a + 5b)\{(4a)^2 - 4a \times 5b + (5b)^2\} \\
 &= (4a + 5b)(16a^2 - 20ab + 25b^2) \quad \text{(Ans.)}
 \end{aligned}$$

সমস্যা-১০।  $729a^3 - 64b^3c^6$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 & 729a^3 - 64b^3c^6 \\
 &= (9a)^3 - (4bc^2)^3 \\
 &= (9a - 4bc^2)\{(9a)^2 + 9a \times 4bc^2 + (4bc^2)^2\} \\
 &= (9a - 4bc^2)(81a^2 + 36abc^2 + 16b^2c^4) \quad \text{(Ans.)}
 \end{aligned}$$

সমস্যা-১১।  $27a^3b^3 + 64b^3c^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 & 27a^3b^3 + 64b^3c^3 \\
 &= b^3\{(3a)^3 + (4c)^3\} \\
 &= b^3(3a + 4c)\{(3a)^2 - 3a \times 4c + (4c)^2\} \\
 &= b^3(3a + 4c)(9a^2 - 12ac + 16c^2) \quad \text{(Ans.)}
 \end{aligned}$$

সমস্যা-১২।  $56x^3 - 189y^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 & 56x^3 - 189y^3 \\
 &= 7(8x^3 - 27y^3) \\
 &= 7\{(2x)^3 - (3y)^3\} \\
 &= 7(2x - 3y)\{(2x)^2 + 2x \times 3y + (3y)^2\} \\
 &= 7(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2) \quad \text{(Ans.)}
 \end{aligned}$$

সমস্যা-১৩।  $8a + ap^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 & 8a + ap^3 \\
 &= a(8 + p^3) \\
 &= a\{(2)^3 + (p)^3\} \\
 &= a(2 + p)(2^2 - 2 \cdot p + p^2) \\
 &= a(2 + p)(4 - 2p + p^2) \quad \text{(Ans.)}
 \end{aligned}$$

সমস্যা-১৪।  $2a^3 + 16b^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 & 2a^3 + 16b^3 \\
 &= 2(a^3 + 8b^3) \\
 &= 2\{(a)^3 + (2b)^3\} \\
 &= 2(a + 2b)\{(a)^2 - a \cdot 2b + (2b)^2\} \\
 &= 2(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2) \quad \text{(Ans.)}
 \end{aligned}$$

সমস্যা-১৫।  $(x - y)^3 + z^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x - y)^3 + z^3 \\ &= \{(x - y) + z\}\{(x - y)^2 - (x - y)z + z^2\} \\ &= (x - y + z)(x^2 - 2xy + y^2 - xz + yz + z^2) \\ &= (x - y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + yz - xz) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-১৬।  $64x^3 - 8y^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 64x^3 - 8y^3 \\ &= 8(8x^3 - y^3) \\ &= 8\{(2x)^3 - (y)^3\} \\ &= 8(2x - y)\{(2x)^2 + 2x \cdot y + (y)^2\} \\ &= 8(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-১৭।  $x^3 - 8(x - y)^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^3 - 8(x - y)^3 \\ &= (x)^3 - \{2(x - y)\}^3 \\ &= (x)^3 - (2x - 2y)^3 \\ &= \{x - (2x - 2y)\}\{(x)^2 + x(2x - 2y) + (2x - 2y)^2\} \\ &= (x - 2x + 2y)\{x^2 + 2x^2 - 2xy + (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 2y + (2y)^2\} \\ &= (2y - x)(3x^2 - 2xy + 4x^2 - 8xy + 4y^2) \\ &= (2y - x)(7x^2 - 10xy + 4y^2) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-১৮।  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - b^3 \\ &= (a - b)^3 - b^3 \\ &= (a - b - b)(a^2 - 2ab + b^2 + ab - b^2 + b^2) \\ &= (a - 2b)(a^2 - ab + b^2) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

10 MINUTE  
SCHOOL

## Type-10

- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

একটি রাশিকে দুই বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ করে এবং  $a^2 - b^2$  সূত্র প্রয়োগ করে।

**সমস্যা-১।**  $4x^2 - y^2$

**সমাধান :**  $4x^2 - y^2$

$$= (2x)^2 - (y)^2$$

$$= (2x + y)(2x - y)$$

**Ans :**  $(2x + y)(2x - y)$

**সমস্যা-২।**  $6ab^2 - 24a$

**সমাধান :**  $6ab^2 - 24a$

$$= 6a(b^2 - 4)$$

$$= 6a \{(b)^2 - (2)^2\}$$

$$= 6a(b + 2)(b - 2)$$

**Ans :**  $6a(b + 2)(b - 2)$

**সমস্যা-৩।**  $x^2 + 2px + p^2 - 4$

**সমাধান :**  $x^2 + 2px + p^2 - 4$

$$= (x^2 + 2px + p^2) - 4$$

$$= (x + p)^2 - (2)^2$$

$$= (x + p + 2)(x + p - 2)$$

**Ans :**  $(x + p + 2)(x + p - 2)$

সমস্যা-৪।  $3x - 75x^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 3x - 75x^3 \\ &= 3x(1 - 25x^2) \\ &= 3x\{(1) - (5x)^2\} \\ &= 3x(1 + 5x)(1 - 5x) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৫।  $4x^2 - y^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 4x^2 - y^2 \\ &= (2x)^2 - y^2 \\ &= (2x + y)(2x - y) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৬।  $3ay^2 - 48a$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 3ay^2 - 48a \\ &= 3a(y^2 - 16) \\ &= 3a\{(y)^2 - (4)^2\} \\ &= 3a(y + 4)(y - 4) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৭।  $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^2 - 2ab + b^2 - p^2 \\ &= (a - b)^2 - p^2 \\ &= (a - b + p)(a - b - p) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৮।  $16y^2 - a^2 - 6a - 9$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &16y^2 - a^2 - 6a - 9 \\ &= (4y)^2 - (a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2) \\ &= (4y)^2 - (a + 3)^2 \\ &= \{(4y + (a + 3))\}\{(4y - (a + 3))\} \\ &= (4y + a + 3)(4y - a - 3) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৯।  $x^2 + y^2 - 2xy - 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &x^2 + y^2 - 2xy - 1 \\ &= x^2 - 2xy + y^2 - 1 \\ &= (x - y)^2 - (1)^2 \\ &= (x - y + 1)(x - y - 1) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-১০।  $a^2 - 2ab + 2b - 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &a^2 - 2ab + 2b - 1 \\ &= (a^2 - 1) - 2b(a - 1) \\ &= (a + 1)(a - 1) - 2b(a - 1) \\ &= (a - 1)(a + 1 - 2b) \quad \text{(Ans.)} \end{aligned}$$



সমস্যা-১১।  $x^4 - 2x^2 + 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} x^4 - 2x^2 + 1 &= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 1^2 - 4x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 1 + 2x)(x^2 + 1 - 2x) \\ &= (x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2x + 1) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমস্যা-১২।  $x^6 - y^6$

সমাধান :

$$\begin{aligned} x^6 - y^6 &= (x^3)^2 - (y^3)^2 \\ &= (x^3 + y^3)(x^3 - y^3) \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2) \\ &= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

## Type-11

### Case-1

$x^2 + px + q$  আকারের রাশির উৎপাদক

সমস্যা-১।  $x^2 + 5x + 6$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি 5 এবং গুণফল 6।

6 এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে 1, 6 ও 2, 3।

এদের মধ্যে 2, 3 জোড়াটির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি  $2 + 3 = 5$  এর গুণফল  $2 \times 3 = 6$

$$\therefore x^2 + 5x + 6 = x^2 + 2x + 3x + 6$$

$$= x(x + 2) + 3(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x + 3)$$

সমস্যা-২।  $x^2 - 15x + 54$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি  $-15$  এবং গুণফল 54। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি ঋণাত্মক, কিন্তু গুণফল ধনাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি উভয়ই ঋণাত্মক হবে।

54 এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে  $-1, -54; -2, -27; -3, -18; -6, -9$ । এদের মধ্যে  $-6, -9$  এর সংখ্যাগুলোর সমষ্টি  $= -6 - 9 = -15$  এবং এদের গুণফল  $= (-6) \times (-9) = 54$

$$\therefore x^2 - 15x + 54 = x^2 - 6x - 9x + 54$$

$$= x(x - 6) - 9(x - 6)$$

$$= (x - 6)(x - 9)$$

সমস্যা-৩।  $x^2 + 2x - 15$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি 2 এবং গুণফল (-15)। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি ধনাত্মক, কিন্তু গুণফল ঋণাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটির মধ্যে যে সংখ্যার পরম মান বড় সেই সংখ্যাটি ধনাত্মক, আর যে সংখ্যার পরম মান ছোট সে সংখ্যাটি ঋণাত্মক হবে।

(-15) এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (-1,15) ও (-3,5)।

এদের মধ্যে -3,5 এর সংখ্যাগুলোর সমষ্টি  $= -3 + 5 = 2$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + 2x - 15 &= x^2 + 5x - 3x - 15 \\ &= x(x + 5) - 3(x + 5) \\ &= (x + 5)(x - 3)\end{aligned}$$

সমস্যা-৪।  $x^2 - 3x - 28$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি (-3) এবং গুণফল (-28)। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি ঋণাত্মক এবং গুণফল ঋণাত্মক, কাজেই, সংখ্যা দুইটির মধ্যে যে সংখ্যার পরম মান বড় সেই সংখ্যাটি ঋণাত্মক, আর যে সংখ্যাটির পরম মান ছোট সে সংখ্যাটি ধনাত্মক হবে। (-28) এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে, -1,28; 2,-14 ও 4,-7।

এদের মধ্যে 4,-7 এর সংখ্যাগুলোর সমষ্টি  $= -7 + 4 = -3$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 - 3x - 28 &= x^2 - 7x + 4x - 28 \\ &= x(x - 7) + 4(x - 7) \\ &= (x - 7)(x + 4)\end{aligned}$$

সমস্যা-৫।  $x^2 - 9x - 36$

সমাধান :

$$x^2 - 9x - 36$$

$$= x^2 - 12x + 3x - 36$$

$$= x(x - 12) + 3(x - 12)$$

$$= (x - 12)(x + 3)$$

$$\text{এখানে, } (-36) \times 1 = -36$$

$$(-12) \times 3 = -36$$

$$\text{এবং } -12 + 3 = -9$$

Ans :  $(x - 12)(x + 3)$

সমস্যা-৬।  $x^2 - 23x + 132$

সমাধান :

$$x^2 - 23x + 132$$

$$= x^2 - 12x - 11x + 132$$

$$= x(x - 12) - 11(x - 12)$$

$$= (x - 12)(x - 11)$$

$$\text{এখানে, } 132 \times 1 = 132$$

$$(-12) \times (-11) = 132$$

$$\text{এবং } -12 - 11 = -23$$

Ans :  $(x - 12)(x - 11)$

সমস্যা-৭।  $x^2 - 18x + 72$

সমাধান :

$$x^2 - 18x + 72$$

$$= x^2 - 12x - 6x + 72$$

$$= x(x - 12) - 6(x - 12)$$

$$= (x - 12)(x - 6)$$

$$\text{এখানে, } (-12) \times (-6) = 72$$

$$\text{এবং } -12 - 6 = -18$$

Ans :  $(x - 12)(x - 6)$

সমস্যা-৮।  $x^2 + 14x + 40$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 40 \times 1 = 40$$

$$\text{এখন, } 4 \times 10 = 40 \text{ এবং } 4 + 10 = 14$$

$$x^2 + 14x + 40$$

$$= x^2 + 4x + 10x + 40$$

$$= x(x + 4) + 10(x + 4)$$

$$= (x + 4)(x + 10) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-৯।  $x^2 + 7x - 120$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 1 \times (-120) = -120$$

$$\text{এখন, } 15 \times (-8) = -120 \text{ এবং } -8 + 15 = 7$$

$$x^2 + 7x - 120$$

$$= x^2 + 15x - 8x - 120$$

$$= x(x + 15) - 8(x + 15)$$

$$= (x + 15)(x - 8) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১০।  $x^2 - 51x + 650$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 1 \times (650) = 650$$

$$\text{এখন, } (-26) \times (-25) = 650 \text{ এবং } (-26) + (-25) = -51$$

$$x^2 - 51x + 650$$

$$= x^2 - 26x - 25x + 650$$

$$= x(x - 26) - 25(x - 26)$$

$$= (x - 26)(x - 25) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১১।  $a^2 + 7ab + 12b^2$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 1 \times 12 = 12$$

$$\text{এখন, } 4 \times 3 = 12 \text{ এবং } 3 + 4 = 7$$

$$a^2 + 7ab + 12b^2$$

$$= a^2 + 3ab + 4ab + 12b^2$$

$$= a(a + 3b) + 4b(a + 3b)$$

$$= (a + 3b)(a + 4b) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১২।  $p^2 + 2pq - 80q^2$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 1 \times (-80) = -80$$

$$\text{এখন, } 10 \times -8 = -80 \text{ এবং } 10 + (-8) = 2$$

$$p^2 + 2pq - 80q^2$$

$$= p^2 + 10pq - 8pq - 80q^2$$

$$= p(p + 10q) - 8q(p + 10q)$$

$$= (p + 10q)(p - 8q) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১৩।  $x^2 - 3xy - 40y^2$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 1 \times (-40) = -40$$

$$\text{এখন, } 5 \times -8 = -40 \text{ এবং } (-8) + 5 = -3$$

$$x^2 - 3xy - 40y^2$$

$$= x^2 - 8xy + 5xy - 40y^2$$

$$= x(x - 8y) + 5y(x - 8y)$$

$$= (x - 8y)(x + 5y) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১৪।  $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$

সমাধান :  $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$

$$= x^2 + (3a + 4b)x + 2a^2 + 3ab + 2ab + 3b^2$$

$$= x^2 + (3a + 4b)x + a(2a + 3b) + b(2a + 3b)$$

$$= x^2 + (2a + 3b)x + (a + b)x + (2a + 3b)(a + b)$$

$$= x(x + 2a + 3b) + (a + b)(x + 2a + 3b)$$

$$= (x + 2a + 3b)(x + a + b)$$

$$= (x + a + b)(x + 2a + 3b) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১৫।  $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$

সমাধান :  $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$

$$= x^2 - x - (a + 1)(a + 1 + 1)$$

$$= x^2 - x - m(m + 1) \quad [(a + 1) = m \text{ ধরে}]$$

$$= x^2 - x - m^2 - m$$

$$= x^2 - m^2 - x - m$$

$$= (x - m)(x + m) - 1(x + m)$$

$$= (x + m)(x - m - 1)$$

$$= (x + a + 1)\{x - (a + 1) - 1\}$$

$$= (x + a + 1)(x - a - 1 - 1)$$

$$= (x + a + 1)(x - a - 2) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১৬।  $36 - 12x + x^2$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 36 \times 1 = 36$$

$$\text{এখন, } (-6) \times (-6) = 36 \text{ এবং } -6 + (-6) = -12$$

$$36 - 12x + x^2$$

$$= x^2 - 6x - 6x + 36$$

$$= x(x - 6) - 6(x - 6)$$

$$= (x - 6)(x - 6)$$

$$= (x - 6)^2 \quad (\text{Ans.})$$



## Case-2

সমস্যা-১৭।  $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$

সমাধান :

মনে করি,  $(x^2 - x) = a$

প্রদত্ত রাশি  $= a^2 + 3a - 40$

এখানে,  $1 \times (-40) = -40$

এখন,  $-5 \times 8 = -40$  এবং  $8 + (-5) = 3$

এখন,  $a^2 + 3a - 40$

$= a^2 + 8a - 5a - 40$

$= a(a + 8) - 5(a + 8)$

$= (a + 8)(a - 5)$

$= (x^2 - x + 8)(x^2 - x - 5)$  (Ans.)

সমস্যা-১৮।  $(a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$

সমাধান :

মনে করি,  $(a^2 + b^2) = x$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= x^2 - 18x - 88$

এখানে,  $1 \times (-88) = -88$

এখন,  $4 \times -22 = -88$  এবং  $4 + (-22) = -18$

এখন,  $x^2 - 18x - 88$

$= x^2 - 22x + 4x - 88$

$= x(x - 22) + 4(x - 22)$

$= (x - 22)(x + 4)$

$= (a^2 + b^2 - 22)(a^2 + b^2 + 4)$  (Ans.)

সমস্যা-১৯।  $(a^2 + 7a)^2 - 8(a^2 + 7a) - 180$

সমাধান :

মনে করি,  $(a^2 + 7a) = x$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= x^2 - 8x - 180$

এখানে,  $1 \times (-180) = -180$

এখন,  $-18 \times 10 = -180$  এবং  $-18 + 10 = -8$

এখন,  $x^2 - 8x - 180$

$= x^2 - 18x + 10x - 180$

$= x(x - 18) + 10(x - 18)$

$= (x - 18)(x + 10)$

$= (a^2 + 9a - 2a - 18)(a^2 + 5a + 2a + 10)$

$= \{a(a + 9) - 2(a + 9)\} \{a(a + 5) + 2(a + 5)\}$

$= (a + 9)(a - 2)(a + 5)(a + 2)$

(Ans.)

## Type-12

$ax^2 + bx + c$  আকারে রাশিকে প্রকাশ :

সমস্যা-১।  $2x^2 + 9x + 10$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে,  $2 \times 10 = 20$  [ $x^2$  এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন,  $4 \times 5 = 20$  এবং  $4 + 5 = 9$

$$\begin{aligned}\therefore 2x^2 + 9x + 10 &= 2x^2 + 4x + 5x + 10 \\ &= 2x(x + 2) + 5(x + 2) \\ &= (x + 2)(2x + 5)\end{aligned}$$

সমস্যা-২।  $3x^2 + x - 10$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে,  $3 \times (-10) = -30$

এখন,  $(-5) \times 6 = -30$  এবং  $(-5) + 6 = 1$

$$\begin{aligned}\therefore 3x^2 + x - 10 &= 3x^2 + 6x - 5x - 10 \\ &= 3x(x + 2) - 5(x + 2) \\ &= (x + 2)(3x - 5)\end{aligned}$$

সমস্যা-৩।  $4x^2 - 23x + 33$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে,  $4 \times 33 = 132$

এখন,  $(-11) \times (-12) = 132$  এবং  $(-11) + (-12) = -23$

$$\begin{aligned}\therefore 4x^2 - 23x + 33 &= 4x^2 - 11x - 12x + 33 \\ &= x(4x - 11) - 3(4x - 11) \\ &= (4x - 11)(x - 3)\end{aligned}$$

সমস্যা-৪।  $9x^2 - 9x - 4$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 9 \times (-4) = -36$$

$$\text{এখন, } 3 \times (-12) = -36 \text{ এবং } 3 + (-12) = -9$$

$$\begin{aligned} \therefore 9x^2 - 9x - 4 &= 9x^2 + 3x - 12x - 4 \\ &= 3x(3x + 1) - 4(3x + 1) \\ &= (3x + 1)(3x - 4) \end{aligned}$$

সমস্যা-৫।  $x^2 - 18x + 72$

সমাধান :

$$\begin{aligned} x^2 - 18x + 72 \\ &= x^2 - 12x - 6x + 72 \\ &= x(x - 12) - 6(x - 12) \\ &= (x - 12)(x - 6) \end{aligned}$$

$$\text{এখানে, } 72 \times 1 = 72$$

$$(-12) \times (-6) = 72$$

$$\text{এবং } -12 - 6 = -18$$

Ans :  $(x - 12)(x - 6)$

সমস্যা-৬।  $2a^2 - 6a - 20$

সমাধান :

$$\begin{aligned} 2a^2 - 6a - 20 \\ &= 2(a^2 - 3a - 10) \\ &= 2\{a^2 - 5a + 2a - 10\} \\ &= 2\{a(a - 5) + 2(a - 5)\} \\ &= 2(a - 5)(a + 2) \end{aligned}$$

$$\text{এখানে, } 1 \times (-10) = -10$$

$$\text{এখানে, } 2 \times (-5) = -10$$

$$\text{এবং } 2 - 5 = -3$$

Ans :  $2(a - 5)(a + 2)$

সমস্যা-৭।  $6x^2 - x - 15$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 6 \times (-15) = -90$$

$$\text{এখন, } 9 \times -10 = -90 \text{ এবং } 9 + (-10) = -1$$

$$\text{এখন, } 6x^2 - x - 15$$

$$= 6x^2 + 9x - 10x - 15$$

$$= 3x(2x + 3) - 5(2x + 3)$$

$$= (2x + 3)(3x - 5) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-৮।  $3x^2 + 11x - 4$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 3 \times (-4) = -12$$

$$\text{এখন, } 12 \times -1 = -12 \text{ এবং } 12 + (-1) = 11$$

$$\text{এখন, } 3x^2 + 11x - 4$$

$$= 3x^2 + 12x - x - 4$$

$$= 3x(x + 4) - 1(x + 4)$$

$$= (x + 4)(3x - 1) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-৯।  $3x^2 - 16x - 12$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 3 \times (-12) = -36$$

$$\text{এখন, } (-18) \times 2 = -36 \text{ এবং } -18 + 2 = -16$$

$$\text{এখন, } 3x^2 - 16x - 12$$

$$= 3x^2 - 18x + 2x - 12$$

$$= 3x(x - 6) + 2(x - 6)$$

$$= (x - 6)(3x + 2) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১০।  $2x^2 - 9x - 35$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 2 \times (-35) = -70$$

$$\text{এখন, } (-14) \times 5 = -70 \text{ এবং } -14 + 5 = -9$$

$$\text{এখন, } 2x^2 - 9x - 35$$

$$= 2x^2 - 14x + 5x - 35$$

$$= 2x(x - 7) + 5(x - 7)$$

$$= (x - 7)(2x + 5) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১১।  $2x^2 - 5xy + 2y^2$

সমাধান :

$$\text{এখানে, } 2 \times 2 = 4$$

$$\text{এখন, } (-4) \times (-1) = 4 \text{ এবং } -4 - 1 = -5$$

$$\text{এখন, } 2x^2 - 5xy + 2y^2$$

$$= 2x^2 - 4xy - xy + 2y^2$$

$$= 2x(x - 2y) - y(x - 2y)$$

$$= (x - 2y)(2x - y) \quad (\text{Ans.})$$

সমস্যা-১২।  $10p^2 + 11pq - 6q^2$

সমাধান :

এখানে,  $-6 \times 10 = -60$

এখন,  $15 \times -4 = -60$  এবং  $15 + (-4) = 11$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 10p^2 + 11pq - 6q^2 \\ &= 10p^2 + 15pq - 4pq - 6q^2 \\ &= 5p(2p + 3q) - 2q(2p + 3q) \\ &= (2p + 3q)(5p - 2q) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

সমস্যা-১৩।  $15x^2 - 11xy - 12y^2$

সমাধান :

এখানে,  $15 \times (-12) = -180$

এখন,  $(-20) \times 9 = -180$  এবং  $-20 + 9 = -11$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 15x^2 - 11xy - 12y^2 \\ &= 15x^2 - 20xy + 9xy - 12y^2 \\ &= 5x(3x - 4y) + 3y(3x - 4y) \\ &= (3x - 4y)(5x + 3y) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

## বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১।  $4x - 3 = 5$  হলে;  $64x^3 - 27 - 180x =$  কত?

(ক) 25

☒ (খ) 125

(গ) 140

(ঘ) 305

২।  $a + b = 4$  এবং  $a - b = 2$  হলে  $a^3 - b^3 =$  কত?

(ক) 27

☒ (খ) 26

(গ) 8

(ঘ) 1

সমাধান :  $a + b = 4$

(+)  $a - b = 2$

$$\therefore 2a = 6$$

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore b = 4 - a = 4 - 3 = 1$$

$$\therefore a^3 - b^3 = 3^3 - 1^3 = 27 - 1 = 26$$

৩।  $p^3 - q^3 = 45$ ,  $p - q = 3$  হলে  $pq =$  কত?

(ক) -2

☒ (খ) 2

(গ) 4

(ঘ) 6

সমাধান :  $p^3 - q^3 = (p - q)^3 + 3pq(p - q)$

$$\text{বা, } 45 = 3^3 + 3.pq.3 \text{ বা, } 9pq = 45 - 27 \text{ বা, } pq = \frac{18}{9} = 2$$

৪।  $x + \frac{1}{x} = 4$  হলে,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত?

☒ (ক) 52

(খ) 56

(গ) 72

(ঘ) 76

সমাধান :  $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right) = 4^3 - 3.1.4 = 64 - 12 = 52$



৫।  $\sqrt{2}$  এর ঘন কত?

(ক)  $2^{\frac{1}{3}}$

☒ (খ)  $2\sqrt{2}$

(গ)  $3\sqrt{2}$

(ঘ) 8

৬।  $x^3 + 2$  এর ঘন নিচের কোনটি?

(ক)  $x^6 + 8$

(গ)  $x^6 + 4x^3 + 4$

(খ)  $x^9 + 8$

☒ (ঘ)  $x^9 + 6x^6 + 12x^3 + 8$

সমাধান :  $(x^3 + 2)^3 = (x^3)^3 + 3.(x^3)^2.2 + 3.x^3.2^2 + 2^3 = x^9 + 6x^6 + 12x^3 + 8$

৭। যদি  $x + \frac{1}{x} = 2$  হয় তাহলে  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 0

☒ (খ) 2

(গ) 12

(ঘ) 14

সমাধান :  $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2^3 - 3 \times 2 = 2$

৮।  $x - \frac{1}{x} = 1$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নিচের কোনটি?

☒ (ক) 4

(খ) 6

(গ) 7

(ঘ) 8

সমাধান :  $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right) = 1^3 + 3.1 [\because x - \frac{1}{x} = 1]$   
= 4

৯।  $a^3 - b^3 = 36$ ,  $a - b = 3$  হলে  $ab =$  কত?

(ক) -1

(খ) 0

☒ (গ) 1

(ঘ) 3

সমাধান :  $a^3 - b^3 = 36$

বা,  $(a - b)^3 + 3ab(a - b) = 36$

বা,  $3^3 + 9ab = 36$  বা,  $9ab = 36 - 27 \therefore ab = 1$

১০।  $\sqrt{7}$  এর ঘন কত?

(ক)  $4\sqrt{7}$

☒ (খ)  $7\sqrt{7}$

(গ)  $8\sqrt{7}$

(ঘ)  $10\sqrt{7}$

১১।  $\sqrt{5}$  এর ঘন কত?

(ক) 5

☒ (খ)  $5\sqrt{5}$

(গ)  $3\sqrt{5}$

(ঘ)  $25\sqrt{5}$

১২।  $(-8)^3 = ?$

(ক) 24

(খ) -24

☒ (গ) -512

(ঘ) 512

১৩।  $a^3 - b^3 = 27$ ,  $a - b = 3$  হলে,  $ab =$  কত?

(ক) 6

(খ) 3

(গ) 1

☒ (ঘ) 0

১৪।  $a + b = 4$  হলে,  $a^3 + b^3 + 12ab$  এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 12

(খ) 25

☒ (গ) 64

(ঘ) 128

১৫। যদি,  $x + y = 2$  হয়, তাহলে  $x^3 + y^3 + 6xy =$  কত?

(ক) -8

(খ) 0

☒ (গ) 8

(ঘ) 10

সমাধান :  $x^3 + y^3 + 6xy = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 6xy = 2^3 - 3xy \cdot 2 + 6xy = 8$

১৬।  $x = 7$  হলে,  $x^3 + 6x^2 + 12x + 1$  এর মান কত?

(ক) 243

(খ) 422

(গ) 622

☒ (ঘ) 722

১৭।  $p + q = 3$ ,  $pq = 2$  হলে  $p^3 + q^3$  এর মান কত?

(ক) 9

(খ) 18

(গ) 27

(ঘ) 45

সমাধান :  $p^3 + q^3 = (p + q)^3 - 3pq(p + q) = 3^3 - 3 \times 2 \times 3 = 9$

১৮।  $3p + 2q = 13$  এবং  $pq = 6$  হলে,  $27p^3 + 8q^3$  এর মান কত?

(ক) 793

(খ) 2089

(গ) 2305

(ঘ) 2521

সমাধান :  $27p^3 + 8q^3 = (3p)^3 + (2q)^3 = (3p + 2q)^3 - 3 \cdot 3p \cdot 2q(3p + 2q)$   
 $= (13)^3 - 18 \cdot 6 \cdot 13 = 2197 - 1404 = 793$

১৯।  $a^3 + b^3$  এর মান নিচের কোনটি?

(ক)  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

(খ)  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

(গ)  $(a + b)^3 + 3ab(a + b)$

(ঘ)  $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

২০।  $a - b = 4$  এবং  $ab = 0$  হলে,  $a^3 - b^3$  এর মান কত?

(ক) 4

(খ) 64

(খ) 16

(ঘ) 76

২১।  $3x + 2y = 13$  এবং  $xy = 6$  হলে,  $27x^3 + 8y^3$  এর মান কত?

(ক) 793

(গ) 622

(খ) 422

(ঘ) 722

২২। যদি,  $x + y = \sqrt{5}$  এবং  $xy = \sqrt{2}$  হলে,  $x^3 + y^3$  এর মান কত?

(ক)  $\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$

(গ)  $5\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$

(খ)  $2\sqrt{5} - \sqrt{10}$

(ঘ)  $5\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

সমাধান :  $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = (\sqrt{5})^3 - 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$

২৩।  $p - \frac{1}{p} = 3$  হলে,  $p^3 - \frac{1}{p^3}$  এর মান কত?

(ক) 18

(খ) 33

(গ) 36

(ঘ) 63

২৪।  $a + \frac{1}{a} = 2$  হলে,

i.  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$

ii.  $a^3 + \frac{1}{a^3} = 2$

iii.  $a^4 + \frac{1}{a^4} = 5$

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

(গ) ii ও iii

(খ) i ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

সমাধান :  $a + \frac{1}{a} = 2$

বা,  $a^2 + 1 - 2a = 0$

বা,  $(a - 1)^2 = 0$

বা,  $a - 1 = 0 \quad \therefore a = 1$

$a^2 + \frac{1}{a^2} = 1^2 + \frac{1}{1^2} = 1 + 1 = 2$

$a^3 + \frac{1}{a^3} = 1^3 + \frac{1}{1^3} = 1 + 1 = 2$

$a^4 + \frac{1}{a^4} = 1^4 + \frac{1}{1^4} = 1 + 1 = 2$

(iii) নং সঠিক নয়।

### অনুশীলনী ৪.৪

১.  $(-5 - y)$  এর বর্গ নিচের কোনটি ?

- ✓ ক.  $y^2 + 10y + 25$     খ.  $y^2 - 10y + 25$     গ.  $25 - 10y + y^2$     ঘ.  $y^2 - 10y - 25$

সমাধান :  $(-5 - y)$  এর বর্গ  $(-5 - y)^2 = \{-(5 + y)\}^2$   
 $= (5 + y)^2 = 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot y + y^2$   
 $= 25 + 10y + y^2 = y^2 + 10y + 25$

২.  $(x - 2)$  ও  $(4x + 3)$  এর গুণফল নিচের কোনটি ?

- ক.  $4x^2 - 5y + 6$     খ.  $4x^2 - 11x - 6$     গ.  $4x^2 + 5y - 6$     ✓ ঘ.  $4x^2 - 5x - 6$

সমাধান :  $(x - 2)(4x + 3) = 4x^2 + 3x - 8x - 6$   
 $= 4x^2 - 5x - 6$

৩.  $x^2 - 2x - 3$  ও  $x^2 + 2x - 3$  এর গ.সা.গু কত?

- ক.  $x + 1$     খ.  $x - 1$     ✓ গ. 1    ঘ. 0

সমাধান : ১ম রাশি  $= x^2 - 2x - 3 = x^2 - 3x + x - 3$   
 $= x(x - 3) + 1(x - 3) = (x + 1)(x - 3)$

৪.  $(3x - 5)(5 + 3x)$  কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক ?

- ক.  $3x^2 - 25$     খ.  $9x^2 - 5$     ✓ গ.  $(3x)^2 - 5^2$     ঘ.  $9x^2 - 25$

সমাধান :  $(5 + 3x)(3x - 5) = (3x)^2 - (5)^2$

নিচের তথ্যের আলোকে (৫-৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0 \text{ হলে}$$

৫.  $x + \frac{1}{x}$  এর মান নিচের কোনটি ?

ক.  $-\sqrt{3}x$

খ.  $\sqrt{3}x$

গ.  $-\sqrt{3}$

✓ ঘ.  $\sqrt{3}$

সমাধান :  $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$  বা,  $x^2 + 1 = \sqrt{3}x$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = \sqrt{3} \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

৬.  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান নিচের কোনটি ?

✓ ক. 1

খ. 5

গ. 7

ঘ. 11

সমাধান :  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$

৭.  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান নিচের কোনটি ?

ক. 12

খ.  $6\sqrt{3}$

গ.  $3\sqrt{3} + 3$

✓ ঘ. 0

সমাধান :  $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

৮.  $x^2 - x - 30$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষিতরূপ নিচের কোনটি ?

ক.  $(x - 5)(x + 6)$

✓ খ.  $(x + 5)(x - 6)$

গ.  $(x - 5)(x - 6)$

ঘ.  $(x + 5)(x + 6)$

সমাধান :  $x^2 - x - 30 = x^2 - 6x + 5x - 30$

$$= x(x - 6) + 5(x - 6) = (x + 5)(x - 6)$$

৯.  $x^2 - 10x + 21$  ও  $x^2 - 6x - 7$  দুইটি বীজগণিতিক রাশি হলে-

- i. রাশি দুইটির গ.সা.গু  $x - 7$
- ii. রাশি দুইটির ল.সা.গু.  $(x + 1)(x - 3)(x - 7)$
- iii. রাশি দুইটির গুণফল  $x^4 - 60x^2 - 147$

নিচের কোনটি সঠিক ?

- ক. i ও ii                      খ. i ও iii                      গ. ii ও iii                      ঘ. i, ii ও iii

সমাধান : ১ম রাশি  $= x^2 - 10x + 21 = x^2 - 7x - 3x + 21$

$$= x(x - 7) - 3(x - 7) = (x - 3)(x - 7)$$

২য় রাশি  $= x^2 - 6x - 7 = x^2 - 7x + x - 7$

$$= x(x - 7) + 1(x - 7) = (x + 1)(x - 7)$$

(i) সঠিক; রাশি দুইটির গ.সা.গু.  $= x - 7$

(ii) সঠিক; রাশি দুইটির ল.সা.গু.  $= (x + 1)(x - 3)(x - 7)$

(iii) সঠিক নয়; রাশি দুইটির গুণফল  $= (x^2 - 10x + 21)(x^2 - 6x - 7) = x^4 - 16x^3 - 74x^2 - 56x - 147$

১০. বীজগণিতের সূত্রাবলীতে-

- i.  $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
- ii.  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
- iii.  $x^3 + y^3 = (x + y)^3 + 3xy(x + y)$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক ?

- ক. i ও ii                      খ. i ও iii                      গ. ii ও iii                      ঘ. i, ii ও iii

সমাধান : iii সঠিক নয়;  $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$

১১.  $x + y = 5$  ও  $x - y = 3$  হলে

(১)  $x^2 + y^2$  এর মান কত ?

ক. 15

খ. 16

গ. 17

ঘ. 18

সমাধান :  $2(x^2 + y^2) = (x + y)^2 + (x - y)^2$   
 $= (5)^2 + (3)^2 = 25 + 9 = 34$   
 $\therefore x^2 + y^2 = \frac{34}{2} = 17$

(২)  $xy$  এর মান কত ?

ক. 10

খ. 8

গ. 6

ঘ. 4

সমাধান :  $xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$   
 $= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{25-9}{4} = \frac{16}{4} = 4$

(৩)  $x^2 - y^2$  এর মান কত ?

ক. 13

খ. 14

গ. 15

ঘ. 16

সমাধান :  $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 5 \times 3 = 15$

১২.  $x + \frac{1}{x} = 2$  হলে

(১)  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান কত ?

ক. 0

খ. 1

গ. 2

ঘ. 4

সমাধান :  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$



(২)  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান কত ?

ক. 1

✓ খ. 2

গ. 3

ঘ. 4

সমাধান :  $(x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = (2)^3 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$

(৩)  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  এর মান কত ?

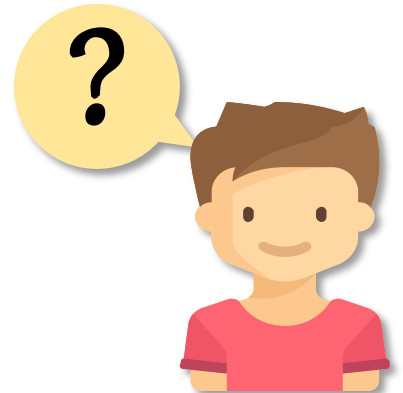
ক. 8

খ. 6

গ. 4

✓ খ. 2

সমাধান :  $x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$   
 $= \left\{ (x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 \right\}^2 - 2 = \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2$   
 $= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = \{4 - 2\}^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$



## Type-13

**সাধারণ গুণনীয়ক:** যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক বা উৎপাদক, তাকে উক্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলে।  $a$  হলো  $a^2b, ab$  ও  $a^2c$  এর সাধারণ গুণনীয়ক;

আবার,  $(x + y)$  হলো  $(x + y)^3, (x + y)^2, x^2 - y^2$  এর সাধারণ গুণনীয়ক।

**গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ.সা.গু):** দুই বা ততোধিক রাশির ভিতর যতগুলো মৌলিক সাধারণ গুণনীয়ক আছে, তাদের সকলের গুণফলকে ঐ রাশিদ্বয় বা রাশিগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা সংক্ষেপে গ.সা.গু বলে।

$a^3b^4c^3, a^5b^3c^4$  ও  $a^4b^3c^5$  এই তিনটি রাশির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক  $a^3b^3c^3$ ।

আবার,  $(x^2 + y^2), (x^2 + y^2)^3$  ও  $(x^4 - y^4)$  এই তিনটি রাশির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক  $(x^2 + y^2)$ ।

**সাধারণ গুণিতক:** কোনো একটি রাশি অপর দুই বা ততোধিক রাশি দ্বারা নিঃশেষ বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকদ্বয় বা ভাজকগুলোর সাধারণ গুণিতক বলে।

$a^2b^2c$  রাশিটি  $ab, bc, ab^2, a^2c$  ও  $b^2c$  রাশিগুলোর সাধারণ গুণিতক।  $(x + y)^2(x - y)$  রাশিটি  $(x + y), (x + y)^2$  ও  $x^2 - y^2$  রাশি তিনটির সাধারণ গুণিতক।

**লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল.সা.গু):** দুই বা ততোধিক রাশির সম্ভাব্য সকল উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাতের গুণফলকে রাশিদ্বয় বা রাশিগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা সংক্ষেপে ল.সা.গু বলে।

$a^2b^2c$  রাশিটি  $a^2bc, ab^2$  ও  $abc$  রাশি তিনটির ল.সা.গু।  $(x + y)^3(x - y)$  রাশিটি  $(x + y)^2, (x + y)^3$  ও  $(x^2 - y^2)$  রাশি তিনটির ল.সা.গু।

### Case-1

সমস্যা-১।  $9a^3b^2c^2, 12a^2bc, 15ab^3$  এর গ.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$9, 12, 15 \text{ এর গ.সা.গু.} = 3$$

$$a^3, a^2, a \text{ এর গ.সা.গু.} = a$$

$$b^3, b^2, b \text{ এর গ.সা.গু.} = b$$

$$c^3, c^2, c \text{ এর গ.সা.গু.} = c$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গ.সা.গু.} = 3abc$$

(Ans)

সমস্যা-২।  $15a^3b^2c^4, 25a^2b^4c^3$  এবং  $20a^4b^3c^2$

সমাধানঃ

$$15, 25, 20 \text{ এর গ.সা.গু.} = 5$$

$$a^3, a^2, a^4 \text{ এর গ.সা.গু.} = a^2$$

$$b^3, b^2, b^4 \text{ এর গ.সা.গু.} = b^2$$

$$c^3, c^2, c^4 \text{ এর গ.সা.গু.} = c^2$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{নির্ণেয় গ.সা.গু.} &= 5 \times a^2 \times b^2 \times c^2 \\ &= 5a^2b^2c^2\end{aligned}$$

(Ans)

**সমস্যা-৩।  $36a^2b^2c^4d^5$ ,  $54a^5c^2d^4$  এবং  $90a^4b^3c^2$**

**সমাধান :** 36, 54, 90 এর গ.সা.গু. = 18

এবং  $a^2b^2c^4b^5$ ,  $a^5c^2d^4$  ও  $a^4b^3c^2$  এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে  $a^2$  ও  $c^2$

$\therefore$  নির্ণেয় গ.সা.গু. =  $18a^2c^2$

**সমস্যা-৪।  $20x^3y^2a^3b^4$ ,  $15x^4y^3a^4b^3$  এবং  $35x^2y^4a^3b^2$**

**সমাধান :** 20, 15, 35 এর গ.সা.গু. = 5

এবং  $x^3y^2a^3b^4$ ,  $x^4y^3a^4b^3$  ও  $x^2y^4a^3b^2$  এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে  $x^2y^2a^3b^2$

$\therefore$  নির্ণেয় গ.সা.গু. =  $5x^2y^2a^3b^2$

**সমস্যা-৫।  $15x^2y^3z^4a^3$ ,  $12x^3y^2z^3a^4$  এবং  $27x^3y^4z^5a^7$**

**সমাধান :** 15, 12, 27 এর গ.সা.গু. = 3

এবং  $x^2y^3z^4a^3$ ,  $x^3y^2z^3a^4$  ও  $x^3y^4z^5a^7$  এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে  $x^2y^2z^3a^3$

$\therefore$  নির্ণেয় গ.সা.গু. =  $3x^2y^2z^3a^3$

**সমস্যা-৬।  $18a^3b^4c^5$ ,  $42a^4c^3d^4$ ,  $60b^3c^4d^5$  এবং  $78a^2b^4c^4d^3$**

**সমাধান :** 18, 42, 60 ও 78 এর গ.সা.গু. = 6

এবং  $a^3b^4c^5$ ,  $a^4c^3d^4$ ,  $b^3c^4d^5$  ও  $a^2b^4c^4d^3$  এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত নেই।

$\therefore$  নির্ণেয় গ.সা.গু. = 6

## Case-2

সমস্যা-৭।  $(x + 2)^2$ ,  $(x^2 + 2x)$  এবং  $(x^2 + 5x + 6)$

সমাধানঃ ১ম রাশি  $= (x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2)$

২য় রাশি  $= (x^2 + 2x) = x(x + 2)$

৩য় রাশি  $= x^2 + 5x + 6 = x^2 + 3x + 2x + 6$

$$= x(x + 3) + 2(x + 3) = (x + 3)(x + 2)$$

এখানে, ১ম, ২য়, ও ৩য় রাশিতে সাধারণ গুণনীয়ক হলো  $(x + 2)$

∴ নির্ণেয় গসাগু  $= (x + 2)$

(Ans)

সমস্যা-৮।  $6a^2 + 3ab$ ,  $2a^3 + 5a^2 - 12a$  এবং  $a^4 - 8a$

সমাধানঃ ১ম রাশি  $= 6a^2 + 3ab = 3a(2a + b)$

২য় রাশি  $= 2a^3 + 5a^2 - 12a = a(2a^2 + 5a - 12)$

$$= a(2a^2 + 8a - 3a - 12) = a\{2a(a + 4) - 3(a + 4)\}$$

$$= a(a + 4)(2a - 3)$$

৩য় রাশি  $= a^4 - 8a = a(a^3 - 8) = a(a^3 - 2^3)$

$$= a(a - 2)(a^2 + 2a + 4)$$

এখানে,

১ম, ২য় ও ৩য় রাশির সাধারণ উৎপাদক  $a$

(Ans)

সমস্যা-৯।  $x^2 - 3x$ ,  $x^2 - 9$  এবং  $x^2 - 4x + 3$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 - 3x \\ &= x(x - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 - 9 \\ &= (x)^2 - (3)^2 \\ &= (x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^2 - 4x + 3 \\ &= x^2 - 3x - x + 3 \\ &= x(x - 3) - 1(x - 3) \\ &= (x - 1)(x - 3)\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক  $(x - 3)$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গ.সা.গু.} = (x - 3)$$

সমস্যা-১০।  $18(x + y)^3$ ,  $24(x + y)^2$  এবং  $32(x^2 - y^2)$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 18(x + y)^3 \\ &= 2.3.3(x + y)(x + y)(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 24(x + y)^2 \\ &= 2.2.2.3. (x + y)(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 32(x^2 - y^2) \\ &= 2.2.2.2.2. (x + y)(x - y)\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক  $2(x + y)$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গ.সা.গু.} = 2(x + y)$$

## Type-14

### Case-1

ল.সা.গু. নির্ণয় কর

সমস্যা-১।  $5x^3y, 10x^2y$  এবং  $20x^4y^2$

সমাধানঃ এখানে, 5, 10 ও 20 এর ল.সা.গু = 20

$x^3, x^2, x^4$  এর ল.সা.গু =  $x^2$

$y, y, y^2$  এর ল.সা.গু =  $y$

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু =  $20 \times x^2 \times y = 20x^2y$  (Ans)

সমস্যা-২।  $x^3 + x^2y, x^2y + xy^2, x^3 + y^3$  এবং  $(x + y)^3$  এর ল.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধানঃ এখানে, প্রথম রাশি =  $x^3 + x^2y = x^2(x + y)$

দ্বিতীয় রাশি =  $x^2y + xy^2 = xy(x + y)$

তৃতীয় রাশি =  $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

চতুর্থ রাশি =  $(x + y)^3 = (x + y)(x + y)(x + y)$

∴ ল.সা.গু =  $x^2y(x + y)^2(x^2 - xy + y^2) = x^2y(x + y)^2(x^3 + y^3)$  (Ans)

সমস্যা-৩।  $a^5b^2c$ ,  $ab^3c^2$  এবং  $a^7b^4c^3$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ ঘাতের উৎপাদক  $a^7b^4c^3$

$\therefore$  নির্ণেয় ল.সা.গু. =  $a^7b^4c^3$

সমস্যা-৪।  $5a^2b^3c^2$ ,  $10ab^2c^3$  এবং  $15ab^3c$

সমাধান : 5, 10, 15 এর ল.সা.গু. = 30

এবং  $a^2b^3c^2$ ,  $ab^2c^3$ ,  $15ab^3c$  উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে  $a^2$ ,  $b^3$ ,  $c^3$

$\therefore$  নির্ণেয় ল.সা.গু. =  $30a^2b^3c^3$

সমস্যা-৫।  $3x^3y^2$ ,  $4xy^3z$ ,  $5x^4y^2z^2$  এবং  $12xy^4z^2$

সমাধান : 3, 4, 5, 12 এর ল.সা.গু. = 60

এবং  $x^3y^2$ ,  $xy^2z$ ,  $x^4y^2z^2$  ও  $xy^4z^2$  উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে  $x^4$ ,  $y^4$  ও  $z^2$

$\therefore$  নির্ণেয় ল.সা.গু. =  $60x^4y^4z^2$

সমস্যা-৬।  $3a^2d^3$ ,  $9d^2b^2$ ,  $12c^3d^2$ ,  $24a^3b^2$  এবং  $36c^3d^2$

সমাধান : 3, 9, 12, 24, 36 এর ল.সা.গু. = 72

এবং  $a^2d^3$ ,  $d^2b^2$ ,  $c^3d^2$ ,  $a^3b^2$  ও  $c^3d^2$  উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে  $a^3$ ,  $b^2$ ,  $c^3$  ও  $d^3$

$\therefore$  নির্ণেয় ল.সা.গু. =  $72a^3b^2c^3d^3$



## Case-2

সমস্যা-৭।  $x^3 + x^2y, x^2y + xy^2, x^3 + y^3$  এবং  $(x + y)^3$  এর ল.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধানঃ এখানে, প্রথম রাশি  $= x^3 + x^2y = x^2(x + y)$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2y + xy^2 = xy(x + y)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\text{চতুর্থ রাশি} = (x + y)^3 = (x + y)(x + y)(x + y)$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু} = x^2y(x + y)^3(x^2 - xy + y^2) = x^2y(x + y)^2(x^3 + y^3)$$

(Ans)

সমস্যা-৮।  $4(x^2 + ax)^2, 6(x^3 - a^2x)$  এবং  $14x^3(x^3 - a^3)$  এর ল.সা.গু নির্ণয় কর।

সমাধানঃ এখানে, প্রথম রাশি  $= 4(x^2 + ax)^2 = 2 \times 2 \times x^2(x + a)^2$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 6(x^3 - a^2x) = 2 \times 3 \times x(x^2 - a^2) = 2 \times 3 \times x(x + a)(x - a)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 14x^3(x^3 - a^3) = 2 \times 7 \times x^3(x - a)(x^2 + ax + a^2)$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু} = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times x^3(x + a)^2(x - a)(x^2 + ax + a^2)$$

$$= 84x^3(x + a)^2(x^3 + a^3)$$

(Ans)

সমস্যা-৯।  $x^2 - y^2, 2(x + y), 2x^2y + 2xy^2$

সমাধানঃ ১ম রাশি  $= x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

২য় রাশি  $= 2(x + y)$

৩য় রাশি  $= 2x^2y + 2xy^2$

$= 2xy + (x + y)$

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু  $= 2xy(x^2 - y^2)$  (Ans)

সমস্যা-১০।  $a^3 - 1, a^3 + 1, a^4 + a^2 + 1$

সমাধানঃ ১ম রাশি  $= a^3 - 1 = (a - 1)(a^2 + a + 1)$

২য় রাশি  $= a^3 + 1 = (a + 1)(a^2 - a + 1)$

৩য় রাশি  $= a^4 + a^2 + 1 = (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 1 + 1^2 - a^2$

$= (a^2 + 1)^2 - a^2 = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু  $= (a + 1)(a - 1)(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$

$= (a + 1)(a^2 - a + 1)(a - 1)(a^2 + a + 1)$

$= (a^3 + 1)(a^3 - 1)$

$= (a^3)^2 - 1^2 = a^6 - 1$  (Ans)

সমস্যা-১১।  $x^2 - 4$ ,  $x^2 + 4x + 4$  এবং  $x^3 - 8$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 - 4 \\ &= x^2 - 2^2 \\ &= (x - 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 + 4x + 4 \\ &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 \\ &= (x + 2)^2 \\ &= (x + 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^3 - 8 \\ &= x^3 - 2^3 \\ &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} = (x + 2)^2(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

সমস্যা-১২।  $6x^2 - x - 1$ ,  $3x^2 + 7x + 2$  এবং  $2x^2 + 3x - 2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 6x^2 - x - 1 \\ &= 6x^2 - 3x + 2x - 1 \\ &= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1) \\ &= (2x - 1)(3x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 3x^2 + 7x + 2 \\ &= 3x^2 + 6x + x + 2 \\ &= 3x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(3x + 1)\end{aligned}$$

সমস্যা-১৩।  $x^2 + 3x + 2$ ,  $x^2 - 1$  এবং  $x^2 + x - 2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 + 3x + 2 \\ &= (x^2 + 2x + x + 2) \\ &= x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 1)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 - 1 \\ &= (x^2) - (1^2) \\ &= (x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^2 + x - 2 \\ &= (x^2 + 2x - x - 2) \\ &= x(x + 2) - 1(x + 2) \\ &= (x - 1)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} = (x - 1)(x + 1)(x + 2) = (x^2 - 1)(x + 2)$$

সমস্যা-১৪।  $x^2 - 4$ ,  $x^2 + 4x + 4$  এবং  $x^3 - 8$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 - 4 \\ &= x^2 - 2^2 \\ &= (x - 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 + 4x + 4 \\ &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 \\ &= (x + 2)^2 \\ &= (x + 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^3 - 8 \\ &= x^3 - 2^3 \\ &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} = (x + 2)^2(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

সমস্যা-১৫।  $6x^2 - x - 1$ ,  $3x^2 + 7x + 2$  এবং  $2x^2 + 3x - 2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 6x^2 - x - 1 \\ &= 6x^2 - 3x + 2x - 1 \\ &= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1) \\ &= (2x - 1)(3x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 3x^2 + 7x + 2 \\ &= 3x^2 + 6x + x + 2 \\ &= 3x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(3x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 2x^2 + 3x - 2 \\ &= 2x^2 + 4x - x - 2 \\ &= 2x(x + 2) - 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(2x - 1)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} = (2x - 1)(3x + 1)(x + 2)$$

**সমস্যা-১৬।**  $a^3 + b^3$ ,  $(a + b)^3$ ,  $(a^2 - b^2)^2$  এবং  $(a^2 - ab + b^2)^2$

**সমাধান :** এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^3 + b^3 \\ &= (a + b)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= (a + b)^3 \\ &= (a + b)(a + b)(a + b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= (a^2 - b^2)^2 \\ &= (a^2 - b^2)(a^2 - b^2) \\ &= (a + b)(a - b)(a + b)(a - b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{চতুর্থ রাশি} &= (a^2 - ab + b^2)^2 \\ &= (a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (a + b)(a + b)(a + b)(a - b)(a - b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) \\ &= (a + b)^3 (a - b)^2 (a^2 - ab + b^2)^2\end{aligned}$$

সমস্যা-১৭।  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$  হলে,

(ক)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$= 3 + 2 = 5$$

(খ)  $\frac{x^6+1}{x^3}$  এর মান কত ?

সমাধান : 'ক' হতে পাই,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5}$$

এখন,  $\frac{x^6+1}{x^3}$

$$= \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3}$$

$$= x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{5})^3 - 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

সুতরাং, নির্ণেয় মান  $2\sqrt{5}$

সমস্যা-১৮।  $x^2 - \frac{1}{x^2}$  এর ঘন নির্ণয় করে মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

$$\text{এখন } (x^2 + \frac{1}{x^2})^2 = 3^2$$

$$\text{বা, } (x^2 - \frac{1}{x^2})^2 + 4 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = 9$$

$$\text{বা, } (x^2 - \frac{1}{x^2})^2 + 4 \cdot 1 = 9$$

$$\text{বা, } (x^2 - \frac{1}{x^2})^2 = 9 - 4 = 5$$

$$\text{বা, } (x^2 - \frac{1}{x^2})^2 = 5$$

$$\text{সুতরাং, } x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{অতএব, } x^2 - \frac{1}{x^2} \text{ এর ঘন} &= (\sqrt{5})^3 \\ &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{সুতরাং, নির্ণেয় মান } 5\sqrt{5}$$



## সৃজনশীল প্রশ্ন

১.  $3x - 5y + 3z$  এবং  $3x + 5y - z$  দুইটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. ১ম রাশিটির বর্গ নির্ণয় করো।

খ. রাশি দুইটির গুণফলকে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করো।

গ. ২য় রাশিটির মান শূন্য হলে প্রমাণ কর যে,  $27x^3 + 125y^3 + 45xyz = z^3$

সমাধান :

ক. ১ম রাশির বর্গ :  $(3x - 5y + 3z)^2$

$$\begin{aligned} &= (3x)^2 + (-5y)^2 + (3z)^2 + 2.3x.(-5y) + 2.(-5y)3z + 2.3z.3x \\ &= 9x^2 + 25y^2 + 9z^2 - 30xy - 30yz + 18zx \end{aligned} \quad (\text{Ans.})$$

খ. রাশি দুইটির গুণফল =  $(3x - 5y + 3z)(3x + 5y - z)$

আমরা জানি,  $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore (3x - 5y + 3z)(3x + 5y - z)$

$$= \left\{ \frac{(3x - 5y + 3z) + (3x + 5y - z)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(3x - 5y + 3z) - (3x + 5y - z)}{2} \right\}^2$$

$$= \left( \frac{3x - 5y + 3z + 3x + 5y - z}{2} \right)^2 - \left( \frac{3x - 5y + 3z - 3x - 5y + z}{2} \right)^2$$

$$= \left( \frac{6x + 2z}{2} \right)^2 - \left( \frac{-10y + 4z}{2} \right)^2$$

$$= \left\{ \frac{2(3x + z)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{-2(5y - 2z)}{2} \right\}^2$$

$$= (3x + z)^2 - (5y - 2z)^2 \quad (\text{Ans.})$$

গ. ২য় রাশির মান শূন্য হলে পাই,  $3x + 5y - z = 0$  বা,  $3x + 5y = z$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= 27x^3 + 125y^3 + 45xyz \\ &= (3x)^3 + (5y)^3 + 45xyz \\ &= (3x + 5y)^3 - 3 \cdot 3x \cdot 5y(3x + 5y) + 45xyz \\ &= (z)^3 - 45xyz + 45xyz \\ &= z^3 - 45xyz + 45xyz = z^3 \\ &= \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$$\therefore 27x^3 + 125y^3 + 45xyz = z^3 \quad (\text{Ans.})$$

10 MINUTE  
SCHOOL



২.  $P = 3x^2 - 16x - 12$ ,  $Q = 3x^2 + 5x + 2$ ,  $R = 3x^2 - x - 2$  তিনটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলতে কী বুঝায় ?

খ.  $Q = 0$  এবং  $x \neq 0$  হলে  $9x^2 + \frac{4}{x^2}$  এর মান নির্ণয় কর।

গ.  $P, Q, R$  এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ : যখন কোনো বীজগণিতীয় রাশিকে সম্ভাব্য দুই বা ততোধিক রাশির গুণফল রূপে প্রকাশ করা হয়, তখন একে উৎপাদক বিশ্লেষণ বলে এবং ঐ রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বলা হয়।

খ. দেওয়া আছে,  $Q = 3x^2 + 5x + 2 = 0$

অর্থাৎ,  $3x^2 + 2 = -5x$

$$\therefore 9x^2 + \frac{4}{x^2} = \frac{9x^4 + 4}{x^2} = \frac{(3x^2)^2 + (2)^2}{x^2}$$

$$= \frac{(3x^2 + 2)^2 - 2 \cdot 3x^2 \cdot 2}{x^2}$$

$$= \frac{(-5x)^2 - 12x^2}{x^2}$$

$$= \frac{25x^2 - 12x^2}{x^2} = \frac{13x^2}{x^2} = 13 \quad (\text{Ans.})$$

গ. দেওয়া আছে,  $P = 3x^2 - 16x - 12 = 3x^2 - 18x + 2x - 12$   
 $= 3x(x - 6) + 2(x - 6)$   
 $= (x - 6)(3x + 2)$

$Q = 3x^2 + 5x + 2$   
 $= 3x^2 + 3x + 2x + 2$   
 $= 3x(x + 1) + 2(x + 1)$   
 $= (x + 1)(3x + 2)$

এবং  $R = 3x^2 - x - 2$   
 $= 3x^2 - 3x + 2x - 2$   
 $= 3x(x - 1) + 2(x - 1)$   
 $= (x - 1)(3x + 2)$

$\therefore$  রাশি তিনটির ল.সা.গু.  $= (x + 1)(x - 1)(3x + 2)(x - 6)$  **(Ans.)**