

অধ্যায় - ১১

তথ্য ও উপাত্ত

সংখ্যাভিত্তিক কোনো তথ্য বা ঘটনা হচ্ছে একটি পরিসংখ্যান। আর তথ্য বা ঘটনা-নির্দেশক সংখ্যাগুলো হচ্ছে পরিসংখ্যানের একটি উপাত্ত। ধরা যাক, ৫০ নম্বরের মধ্যে অনুষ্ঠিত কোনো প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষায় অংশগ্রহণকারী ২০ জন প্রার্থীর গণিতের প্রাপ্ত নম্বর হলো ২৫, ৪৫, ৪০, ২০, ৩৫, ৩০, ৩৫, ৩০, ৪০, ৪১, ৪৬, ২০, ২৫, ৩০, ৪৫, ৪২, ৪৫, ৪৭, ৫০, ৩০। এখানে, গণিতে প্রাপ্ত সংখ্যা-নির্দেশিত নম্বরসমূহ একটি পরিসংখ্যান। আর নম্বরগুলো হলো এ পরিসংখ্যানের উপাত্ত। এ উপাত্তগুলো সহজে সরাসরি উৎস থেকে সংগ্রহ করা যায়।

Type-1

গণসংখ্যা নিবেশন সারনিঃ

উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করার জন্য যে কয়েকটি ধাপ ব্যবহার করতে হয় তা হলো :

- ১। পরিসর নির্ণয়
- ২। শ্রেণীসংখ্যা নির্ণয়
- ৩। শ্রেণীব্যাপ্তি নির্ণয়
- ৪। ট্যালি চিহ্নের সাহায্যে গণসংখ্যা নির্ণয়

পরিসর নির্ণয় : $\text{পরিসর} = (\text{সর্বোচ্চ সংখ্যা} - \text{সর্বনিম্ন সংখ্যা}) + ১$

শ্রেণীব্যাপ্তি : শ্রেণীর উর্ধসীমা ও নিম্নসীমার ব্যবধান হলো সেই শ্রেণীর শ্রেণীব্যাপ্তি।

শ্রেণিসংখ্যা : শ্রেণিসংখ্যা হচ্ছে পরিসরকে যতগুলো শ্রেণিতে ভাগ করা হয় তার সংখ্যা। অতএব,

$$\text{শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণীব্যাপ্তি}} \times \text{পূর্ণসংখ্যা}$$

ট্যালি চিহ্ন : উপাত্তের সংখ্যাসমূহকে তথ্যরাশির মান কোনো না কোনো শ্রেণিতে পড়ে। শ্রেণির বিপরীতে সাংখ্যিক মানের জন্য ট্যালি 'I' চিহ্ন দিতে হয়। কোনো শ্রেণিতে পাঁচটি ট্যালি দিতে হলে চারটি দেওয়ার পর পঞ্চমটি আড়াআড়িভাবে দিতে হয়। যেমন : ||||

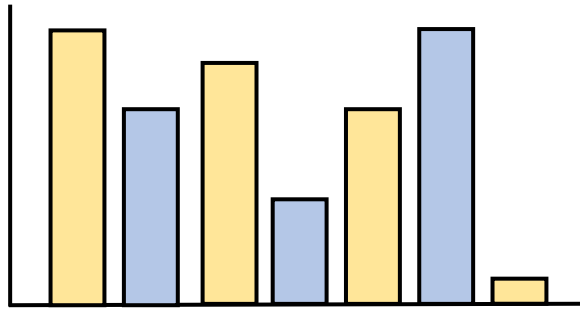
গণসংখ্যা : যে শ্রেণিতে যতগুলো ট্যালি চিহ্ন পড়বে তত হবে ঐ শ্রেণির গণসংখ্যা যা ট্যালি চিহ্নের বিপরীতে গণসংখ্যা কলামে লেখা হয়।

Type-2

লেখচিত্র (Diagram)

তথ্য ও উপাত্ত লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন একটি বহুলপ্রচলিত পদ্ধতি। কোনো পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত উপাত্ত লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপিত হলে তা বোঝা ও সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য খুব সুবিধাজনক হয়। তাই বুঝা ও সিদ্ধান্ত গ্রহণের সুবিধার্থে উপাত্তসমূহের গণসংখ্যা নিবেশনের চিত্র লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়।

আয়তলেখ (Histogram)

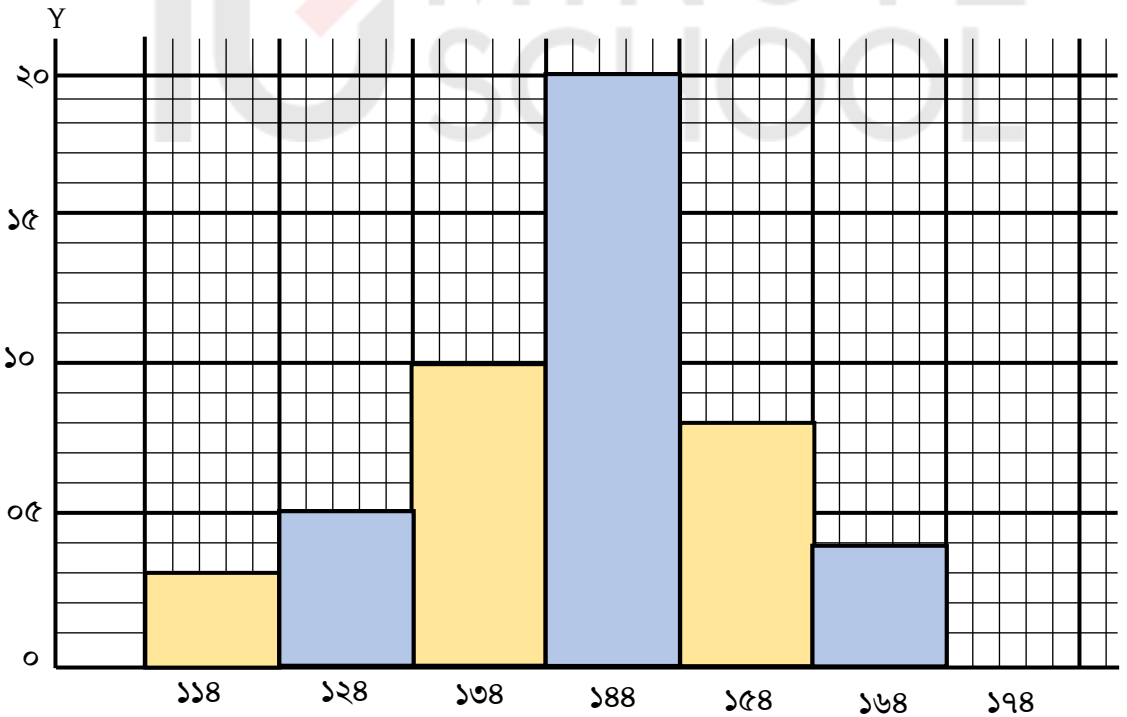


গণসংখ্যা নিবেশনের একটি লেখচিত্র হচ্ছে আয়তলেখ। আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য ছক কাগজে x ও y-অক্ষ আঁকা হয়। x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিব্যাপ্তি এবং y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়। আয়তের ভূমি হয় শ্রেণিব্যাপ্তি এবং উচ্চতা হয় গণসংখ্যা।

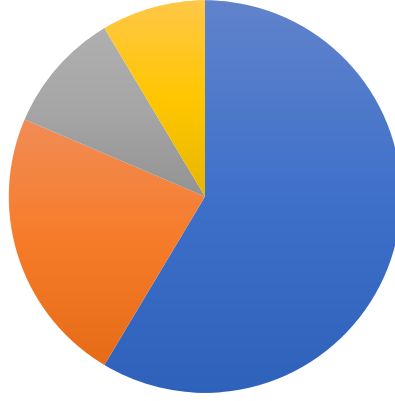
সমস্যা-১। নিচে ৫০ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতার গণসংখ্যা নিবেশন দেওয়া হলো। একটি আয়তলেখ আঁক।

উচ্চতার শ্রেণিব্যাপ্তি (সে.মি.)	১১৪- ১২৪	১২৪- ১৩৪	১৩৪- ১৪৪	১৪৪- ১৫৪	১৫৪- ১৬৪	১৬৪- ১৭৪
গণসংখ্যা (শিক্ষার্থীর সংখ্যা)	৩	৫	১০	২০	৮	৪

ছক কাগজের ১ ঘর সমান শ্রেণিব্যাপ্তির ২ একক ধরে X-অক্ষে শ্রেণিব্যাপ্তি এবং ছক কাগজের ১ ঘর সমান গণসংখ্যার ১ একক ধরে Y-অক্ষে গণসংখ্যা নিবেশন স্থাপন করে গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁকা হলো। X-অক্ষের মূলবিন্দু থেকে ১১৪ ঘর পর্যন্ত ভাঙ্গা চিহ্ন দিয়ে আগের ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে।



পাইচিত্র :



কোনো উপাত্তের লেখচিত্র বৃত্তের মাধ্যমে উপস্থাপন করাকে পাইচিত্র বলে। পাইচিত্র অঙ্কিত কোণগুলোর সমষ্টি = 360° ।

আমরা জানি, ক্রিকেটখেলায় ১, ২, ৩, ৪, ৫ ও ৬ করে রান সংগৃহীত হয়। তাছাড়া নো-বল ও ওয়াইড বলের জন্য অতিরিক্ত রান সংগৃহীত হয়। কোনো-এক খেলায় বাংলাদেশ ক্রিকেট দলের সংগৃহীত রান নিচের সারণিতে দেওয়া হলো :

রান সংগ্রহ	১ করে	২ করে	৩ করে	৪ করে	৬ করে	অতিরিক্ত রান	মোট
বিভিন্ন প্রকারের সংগৃহীত রান	৬৬	৫০	৩৬	৪৮	৩০	১০	২৪০

উপরে বর্ণিত উপাত্ত 360° -এর অংশ হিসেবে উপস্থাপন করা হলে, উপাত্তের পাইচিত্র পাওয়া যাবে।

২৪০ রানের জন্য কোণ = ৩৬০°

\therefore ১ রানের জন্য কোণ = $\frac{৩৬০^\circ}{২৪০}$

\therefore ৬৬ রানের জন্য কোণ = $\frac{৬৬ \times ৩৬০^\circ}{২৪০} = ৯৯^\circ$

৫০ রানের জন্য কোণ = $\frac{৫০}{২৪০} \times ৩৬০^\circ = ৭৫^\circ$

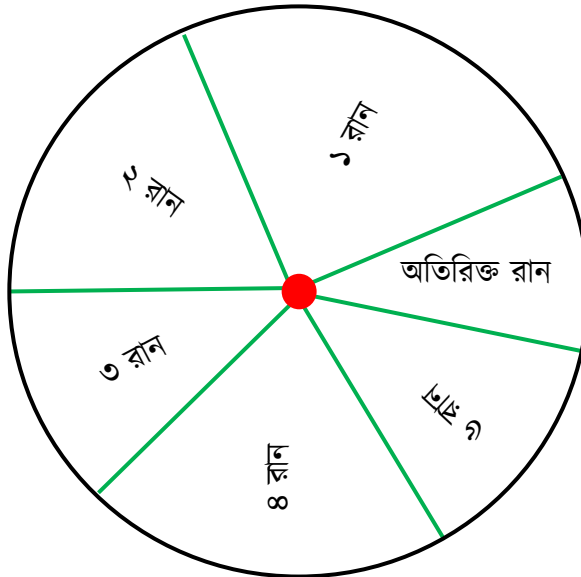
৩৬ রানের জন্য কোণ = $\frac{৩৬}{২৪০} \times ৩৬০^\circ = ৫৪^\circ$

৪৮ রানের জন্য কোণ = $\frac{৪৮}{২৪০} \times ৩৬০^\circ = ৭২^\circ$

৩০ রানের জন্য কোণ = $\frac{৩০}{২৪০} \times ৩৬০^\circ = ৪৫^\circ$

১০ রানের জন্য কোণ = $\frac{১০}{২৪০} \times ৩৬০^\circ = ১৫^\circ$

এখন, প্রাপ্ত কোণগুলো ৩৬০° -এর অংশ হিসাবে আঁকা হলো। যা বর্ণিত উপাত্তের পাইচিত্র।



সমস্যা-২। কোনো এক বছরে দুর্ঘটনাজনিত কারণে সংঘটিত মৃত্যুর সারণি নিচে দেয়া হলো। একটি পাইচিত্র আঁক।

দুর্ঘটনা	বাস	ট্রাক	কার	নৌযান	মোট
মৃতের সংখ্যা	৪৫০	৩৫০	২৫০	১৫০	১২০০

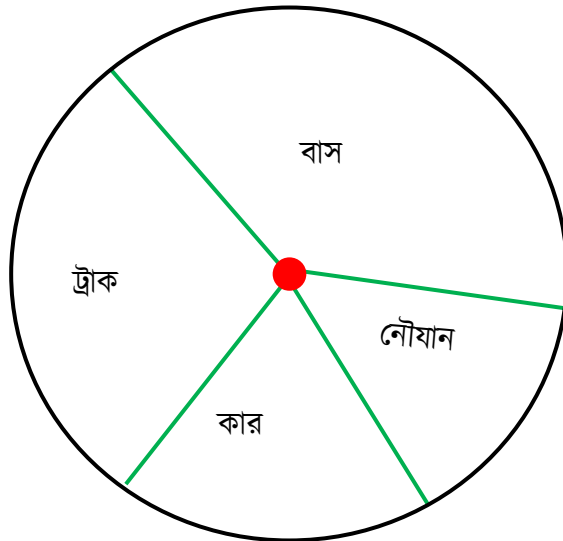
সমাধান : বাস দুর্ঘটনায় মৃত ৪৫০ জনের জন্য কোণ = $\frac{৪৫০}{১২০০} \times ৩৬০^\circ = ১৩৫^\circ$

ট্রাক দুর্ঘটনায় মৃত ৩৫০ জনের জন্য কোণ = $\frac{৩৫০}{১২০০} \times ৩৬০^\circ = ১০৫^\circ$

কার দুর্ঘটনায় মৃত ২৫০ জনের জন্য কোণ = $\frac{২৫০}{১২০০} \times ৩৬০^\circ = ৭৫^\circ$

নৌযান দুর্ঘটনায় মৃত ১৫০ জনের জন্য কোণ = $\frac{১৫০}{১২০০} \times ৩৬০^\circ = ৪৫^\circ$

এখন, প্রাপ্ত কোণগুলো ৩৬০° -এর অংশ হিসাবে আঁকা হলো। যা বর্ণিত উপাত্তের পাইচিত্র।



সমস্যা-৩। দুর্ঘটনায় মৃত ৪৫০ জনের মধ্যে কতজন নারী, পুরুষ ও শিশু তা পাইচিত্র দেখানো হয়েছে। নারীর জন্য নির্দেশিত কোণ ৮০° । নারীর সংখ্যা কত ?

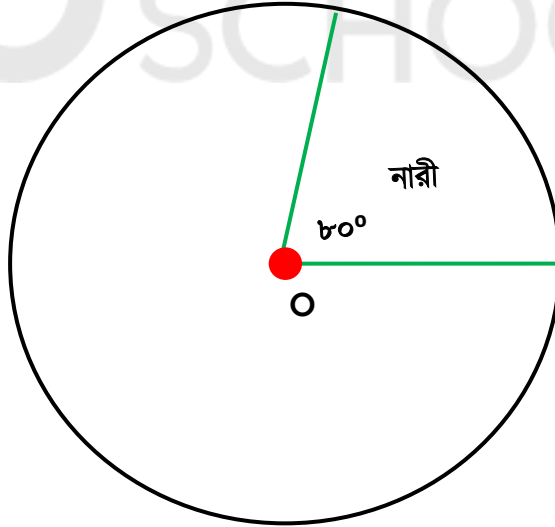
সমাধান : কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণ ৩৬০°

সুতরাং ৩৬০° এর জন্য ৪৫০ জন

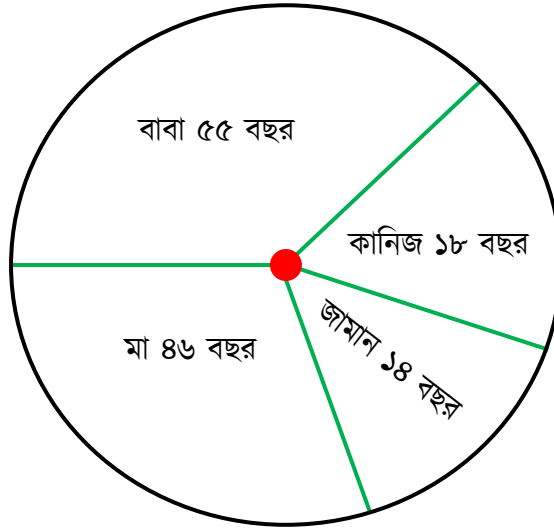
$\therefore 1^\circ$ এর জন্য $\frac{৪৫০}{৩৬০}$ জন

$\therefore ৮০^\circ$ এর জন্য $\frac{৪৫০}{৩৬০} \times ৮০$ জন = ১০০ জন

\therefore নির্ণেয় নারীর সংখ্যা ১০০ জন।



পাই চিত্র :



চিত্রঃ জামানের পরিবারের সদস্যদের বয়সের পাইচিত্র

অনুরূপভাবে, সকলের পরিবারের সদস্যদের বয়সের পাইচিত্র আঁকতে হবে।

এখন, বয়সের নির্ধারিত কোণের জন্য কার বয়স কত তা নির্ণয়ের জন্য পাশের শিক্ষার্থীর সাথে খাতা বদল কর।

মনে রেখ,

$$\text{এখানে, প্রত্যেকের বয়স} = \frac{\text{নির্ধারিত কোণ} \times \text{মোট বয়স}}{360^\circ}$$

Type-3

কেন্দ্রীয় প্রবণতা

পরিসংখ্যান সারিতে দেখা যায় যে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি বা কেন্দ্রের মানের দিকে পুঞ্জীভূত হয়। মাঝামাঝি বা কেন্দ্রে মানের দিকে উপাত্তসমূহের পুঞ্জীভূত হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে।

ধরা যাক, কোনো একটি সমস্যা সমাধানে ২৫ জন ছাত্রীর যে সময় (সেকেন্ড) লাগে তা হলো – ২২, ১৬, ২০, ৩০, ২৫, ৩৬, ৩৫, ৩৭, ৪০, ৪৩, ৪০, ৪৩, ৪৪, ৪৩, ৪৪, ৪৬, ৪৫, ৪৮, ৫০, ৬৪, ৫০, ৬০, ৫৫, ৬২, ৬০।

সংখ্যাগুলো মানের উর্ধ্বক্রমে সাজালে হয় :

১৬, ২০, ২২, ২৫, ৩০, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৪০, ৪০, ৪৩, ৪৩, ৪৩, ৪৪, ৪৪, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৮, ৫০, ৫৫, ৬০, ৬০, ৬২, ৬৪। বর্ণিত উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি মান ৪৩ বা ৪৪ এ পুঞ্জীভূত। গণসংখ্যা সারণিতে এই প্রবণতা পরিলক্ষিত হয়। বর্ণিত উপাত্তের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করলে হয়

ব্যাপ্তি	১৬-২৫	২৬-৩৫	৩৬-৪৫	৪৬-৫৫	৫৬-৬৫
গণসংখ্যা	৪	২	১০	৫	৪

এই গণসংখ্যা নিবেশন সারণিতে দেখা যাচ্ছে ৩৬-৪৫ শ্রেণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক। সুতরাং উপরের আলোচনা থেকে এটা স্পষ্ট যে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি বা কেন্দ্রে মানের দিকে উপাত্তসমূহের পুঞ্জীভূত হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে। কেন্দ্রীয় মান উপাত্তসমূহের প্রতিনিধিত্বকারী একটি সংখ্যা যার দ্বারা কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপ করা হয়। সাধারণভাবে, কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো :

- (১) গাণিতিক গড় বা গড় (Mean)
- (২) মধ্যক (Median)
- (৩) প্রচুরক (Mode)

গাণিতিক গড়

আমরা জানি, উপাত্তসমূহের সংখ্যাসূচক মানের সমষ্টিকে যদি উপাত্তসমূহের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হয়, তবে গাণিতিক গড় পাওয়া যায়। মনে করি, উপাত্তসমূহের সংখ্যা n এবং এদের সংখ্যাসূচক মান $x_1, x_2, x_3 \dots \dots x_n$ ।

যদি উপাত্তের মান \bar{x} হয়, তবে $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots \dots x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

সমস্যা-৪। ৫০ নম্বরে মধ্যে অনুষ্ঠিত পরীক্ষায় কোনো শ্রেণির ২০ জন শিক্ষার্থীর গণিতের প্রাপ্ত নম্বর ৪০, ৪১, ৪৫, ১৮, ৪১, ২০, ৪৫, ৪১, ৪৫, ২৫, ২০, ৪০, ১৮, ২০, ৪৫, ৪৭, ৪৮, ৪৮, ৪৯, ১৯। প্রাপ্ত নম্বরের গাণিতিক গড় নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $n = ২০, x_1 = ৪০, x_2 = ৪১, x_3 = ৪৫ \dots \dots$ ইত্যাদি

গাণিতিক গড় যদি হয় \bar{x} তবে $\bar{x} = \frac{\text{নম্বরগুলোর সমষ্টি}}{\text{নম্বরগুলোর সংখ্যা}}$

$$\therefore \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{৪০ + ৪১ + ৪৫ + \dots \dots + ১৯}{২০}$$

$$= \frac{৭১৫}{২০}$$

$$= ৩৫.৭৫$$

\therefore গাণিতিক গড় ৩৫.৭৫

Type-4

অবিন্যস্ত উপাত্তের গাণিতিক গড় নির্ণয় (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি)

উপাত্তের সংখ্যা যদি বেশি হয় তবে আগের পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা বেশ জটিল হয় এবং বেশি সংখ্যক উপাত্তের সংখ্যাসূচক মানের সমষ্টি নির্ণয় করতে ভুল হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। এক্ষেত্রে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি ব্যবহার করা বেশ সুবিধাজনক।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে উপাত্তসমূহের কেন্দ্রীয় প্রবণতা ভালোভাবে পর্যবেক্ষণ করে এদের সম্ভাব্য গড় অনুমান করা হয়।

১৬, ২০, ২২, ২৫, ৩০, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৪০, ৪০, ৪৩, ৪৩, ৪৪, ৪৪, ৪৫, ৪৬, ৪৮, ৫০, ৫০, ৫৫, ৬০, ৬১, ৬২, ৬৪।

প্রদত্ত উপাত্তের কেন্দ্রীয় প্রবণতা ভালোভাবে লক্ষ করলে বোঝা যায় যে, গাণিতিক গড় ৩০ থেকে ৪৬ এর মধ্যে একটি সংখ্যা। মনে করি, গাণিতিক গড় ৩০।

১। প্রত্যেক সংখ্যা থেকে অনুমিত পড় ৩০ বিয়োগ করে বিয়োগফল নির্ণয় করতে হবে। সংখ্যাটি ৩০ থেকে বড় হলে বিয়োগফল ধনাত্মক এবং ছোট হলে বিয়োগফল ঋণাত্মক হবে।

২। সকল বিয়োগফলের বীজগাণিতিক সমষ্টি নির্ণয় করতে হবে।

৩। দুইটি বিয়োগফল যোগ করে ক্রমযোজিত সমষ্টি নির্ণয়ের মাধ্যমে সকল বিয়োগফলের সমষ্টি অতি সহজে নির্ণয় করা যাবে।

অর্থাৎ, বিয়োগফলের গণসংখ্যা ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সমান হবে। উপরের উদাহরণে ব্যবহৃত উপাত্তের গাণিতিক গড় কীভাবে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে করা হয় তা নিচের সারণিতে উপস্থাপন করা হলো। মনে করি, উপাত্তসমূহ $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ এর | অনুমিত গড় $a (= 30)$ ।

উপাত্ত Xi	Xi-a	ক্রমযোযিত গণসংখ্যা	উপাত্ত Xi	Xi-a	ক্রমযোযিত গণসংখ্যা
৪০	৪০-৩০=১০	১০	২০	২০-৩০=-১০	৬১-১০=৫১
৪১	৪১-৩০=১১	১০+১১=২১	৪০	৪০+৩০=১০	৫১+১০=৬১
৪৫	৪৫-৩০=১৫	২১+১৫=৩৬	১৮	১৮-৩০=-১২	৬১-১২=৪৯
১৮	১৮-৩০=-১২	৩৬-১২=২৪	২০	২০-৩০=-১০	৪৯-১০=৩৯
৪১	৪১-৩০=১১	২৪+১১=৩৫	৪৫	৪৫-৩০=১৫	৩৯+১৫=৫৪
২০	২০-৩০=-১০	৩৫-১০=২৫	৪৭	৪৭-৩০=১৭	৫৪+১৭=৭১
৪৫	৪৫-৩০=১৫	২৫+১৫=৪০	৪৮	৪৮-৩০=১৮	৭১+১৮=৮৯
৪১	৪১-৩০=১১	৪০+১১=৫১	৪৮	৪৮-৩০=১৮	৮৯+১৮=১০৭
৪৫	৪৫-৩০=১৫	৫১+১৫=৬৬	৪৯	৪৯-৩০=১৯	১০৭+১৯=১২৬
২৫	২৫-৩০=-৫	৬৬-৫=৬১	১৯	১৯-৩০=-১১	১২৬-১১=১১৫

উপরে উপস্থাপিত সারণি থেকে বিয়োগফলের সমষ্টি=১১৫

$$\text{বিয়োগফলের গড়} = \frac{১১৫}{২০} = ৫.৭৫$$

সুতরাং প্রকৃত = অনুমিত গড় + বিয়োগফলের গড়

$$= ৩০ + ৫.৭৫$$

$$= ৩৫.৭৫$$

সমস্যা-৫। নিচে কোনো একটি শ্রেণির ১০০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। প্রাপ্ত নম্বরের গাণিতিক গড় নির্ণয় কর।

শ্রেণিব্যাপ্তি	২৫-৩৪	৩৫-৪৪	৪৫-৫৪	৫৫-৬৪	৬৫-৭৪	৭৫-৮৪	৮৫-৯৪
গণসংখ্যা	৫	১০	১৫	২০	৩০	১৬	৪

সমাধান : এখানে শ্রেণিব্যাপ্তি দেওয়া আছে বিধায় শিক্ষার্থীদের ব্যক্তিগত নম্বর কত তা জানা যায় না। এ ক্ষেত্রে প্রত্যেক শ্রেণির শ্রেণি মধ্যমান নির্ণয় করার প্রয়োজন হয়।

$$\text{শ্রেণি মধ্যমান} = \frac{\text{শ্রেণি উর্ধমান} + \text{শ্রেণি নিম্নমান}}{2}$$

যদি শ্রেণি মধ্যমান $x_i (i = 1 \dots \dots k)$ হয় তবে মধ্যমান সংবলিত সারণি হবে নিম্নরূপ :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
২৫-৩৪	২৯.৫	৫	-১৮
৩৫-৪৪	৩৯.৫	১০	-২
৪৫-৫৪	৪৯.৫	১৫	০
৫৫-৬৪	৫৯.৫	২০	০
৬৫-৭৪	৬৯.৫	৩০	৫
৭৫-৮৪	৭৯.৫	১৬	৬
৮৫-৯৪	৮৯.৫	৪	
	মোট	১০০	$\sum f_i x_i = ৬১৯০$

$$\text{গাণিতিক গড়} = \frac{1}{n} \sum f_i x_i = \frac{1}{100} \times ৬১৯০$$

$$= ৬১.৯$$

Type-5

মধ্যক

উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে যে মান উপাত্তগুলোকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে সেই মানকেই উপাত্তগুলোর মধ্যক বলে।

যেমন : ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৮, ১২, ১৫, ১৬

এই সংখ্যাগুলো ২ ভাগে ভাগ করলে

১, ২, ৩, ৪, ৬, ৮, ১২, ১৫, ১৬

মধ্যপদ পাওয়া যাবে যা হচ্ছে ৬ অর্থাৎ ৫ম পদ হলো ৬ এবং মধ্যক হলো ৬। এটি বিজোড় সংখ্যার উপাত্তের বেলায় প্রযোজ্য।

যদি জোড় সংখ্যক উপাত্ত হয় তাহলে মধ্যক নির্ণয় করতে হবে নিম্নত্ব নিয়মে -

৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৫, ১৬, ১৮, ১৯, ২১, ২২

দেখা যাচ্ছে যে, ১৩ ও ১৫ সংখ্যাগুলোকে সমান দুই ভাগে ভাগ করেছে এবং এদের অবস্থান মাঝামাঝি। এখানে মধ্যপদ ৬ষ্ঠ ও ৭ম পদ। সুতরাং মধ্যক হবে ৬ষ্ঠ ও ৭ম পদের সংখ্যা দুইটির গড় মান। ৬ষ্ঠ ও ৭ম

পদের সংখ্যার গড় মান $\frac{১৩+১৫}{২} = ১৪$ । অর্থাৎ, এখানে মধ্যক ১৪।

উপরের আলোচনা থেকে আমরা বলতে পারি যে, যদি n সংখ্যক উপাত্ত থাকে এবং যদি বিজোড় সংখ্যা হয়

তবে উপাত্তগুলোর মধ্যক হবে $\frac{n+১}{২}$ তম পদের মান। আর n যদি জোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যক হবে $\frac{n}{২}$

তম ও $\frac{n}{২} + ১$ তম পদ দুইটির মানের গড়।

সমস্যা-৬। নিচের সংখ্যাগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর : ২৩, ১১, ২৫, ১৫, ২১, ১২, ১৭, ১৮, ২২, ২৭, ২৯, ৩০, ১৬, ১৯

সমাধান : সংখ্যাগুলোকে মানের ক্রমানুসারে উর্ধ্বক্রমে সাজানো হলো- ১১, ১২, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২১, ২২, ২৩, ২৫, ২৭, ২৯, ৩০ এখানে সংখ্যাগুলো জোড় সংখ্যক $n = ১৮$

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{১৮}{২} \text{তম ও } \left(\frac{১৮}{২} + ১\right) \text{তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{৭ম পদ ও ৮ম পদ দুইটির মানের যোগফল}{২}$$

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{১৯ + ২১}{২} = \frac{৪০}{২} = ২০$$

অতএব, মধ্যক ২০।

সমস্যা-৭। তোমাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের থেকে ১৯ জন, ২০ জন ও ২১ জন নিয়ে ৩ টি দল গঠন কর। প্রত্যেক দল তার সদস্যদের রোল নম্বরগুলো নিয়ে দলের মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান : অ্যামাদের শ্রেণিতে অধ্যয়নরত শিক্ষার্থীদের থেকে ১৯ জন, ২০ জন ও ২১ জন নিয়ে ৩ টি দল গঠন করা হলো।

এখন ১ম দলের সদস্যদের রোল নম্বর সমূহ :

১, ৩, ৫, ৭, ৯, ১১, ১৩, ১৫, ১৭, ১৯, ২১, ২৩, ২৫, ২৭, ২৯, ৩১, ৩৩, ৩৫, ৩৭

২য় দলের সদস্যদের রোল নম্বর সমূহ :

২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২, ১৪, ১৬, ১৮, ২০, ২২, ২৪, ২৬, ২৮, ৩০, ৩২, ৩৪, ৩৬, ৩৮, ৪০

৩য় দলের সদস্যদের রোল নম্বর সমূহ :

৩৯, ৪১, ৪২, ৪৪, ৪৫, ৪৭, ৪৯, ৫০, ৫১, ৫৩, ৫৫, ৫৬, ৫৭, ৫৯, ৬০, ৬১, ৬২, ৬৪, ৬৫, ৬৭।

এখানে উপাত্ত সমূহ তাদের মানের উর্ধ্বক্রমে অনুসারে সাজানো আছে।

১ম দলের ক্ষেত্রে, $n = ১৯$, যা বিজোড় সংখ্যা

∴ মধ্যক $\frac{n+1}{2}$ তম পদের মান

$$= \frac{১৯+1}{2} \text{ “ “ “}$$

$$= \frac{২০}{2} \text{ “ “ “}$$

$$= ১০ম পদের নাম = ১৯$$

∴ নির্ণেয় মধ্যক ১৯।

২য় দলের ক্ষেত্রে, $n = ২০$, যা জোড় সংখ্যা

$$\begin{aligned}\therefore \text{মধ্যক} &= \frac{\frac{n}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2} \\ &= \frac{\frac{২০}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{২০}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2} \\ &= \frac{১০ \text{ তম পদ} + (১০ + ১) \text{ তম পদ}}{2} \\ &= \frac{২০ + ২২}{2} \\ &= \frac{৪২}{2} \\ &= ২১\end{aligned}$$

৩য় দলের ক্ষেত্রে, ২১, যা বিজোড় সংখ্যা।

$$\begin{aligned}\therefore \text{মধ্যক} &= \frac{n+1}{2} \text{ তম পদের মান} \\ &= \frac{২১+1}{2} \text{ তম পদের মান} = \frac{২২}{2} \text{ তম পদের মান} \\ &= ১১ \text{ তম পদের মান} = ৫৩\end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় মধ্যক ৫৩।

উত্তর - ১৯, ২১, ৫৩।

সমস্যা-৮। নিচে ৫০ জন ছাত্রীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। মধ্যক নির্ণয় কর।

প্রাপ্ত নম্বর	৪৫	৫০	৬০	৬৫	৭০	৭৫	৮০	৯০	৯৫	১০০
গণসংখ্যা	৩	২	৫	৪	১০	১৫	৫	৩	২	১

সমাধান : মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণি

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	যোজিত গণসংখ্যা
৪৫	৩	৩
৫০	২	৫
৬০	৫	১০
৬৫	৪	১৪
৭০	১০	২৪
৭৫	১৫	৩৯
৮০	৫	৪৪
৯০	৩	৪৭
৯৫	২	৪৯
১০০	১	৫০

এখানে, $n = ৫০$ যা জোড় সংখ্যা

$$\begin{aligned}\therefore \text{মধ্যক} &= \frac{\frac{n}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2} \\&= \frac{\frac{৫০}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{৫০}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2} \\&= \frac{২৫ \text{ তম পদ} + (২৫ + ১) \text{ তম পদ}}{2} \\&= \frac{৭৫ + ৭৫}{2} \\&= \frac{১৫০}{2} \\&= ৭৫\end{aligned}$$

\therefore ছাত্রীদের প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যক ৭৫।

Type-6

প্রচুরক

কোনো উপাত্তে যে সংখ্যাটি সবচেয়ে বেশি বার থাকে তাকে প্রচুরক বলে।

যেমন - ১, ৯, ১০, ১০, ১১, ১১, ১১, ১১, ১২, ১২, ১৪, ১৮, ২০, ২১।

বিন্যাসকৃত উপাত্তটি লক্ষ্য করলে দেখা যায় ১১ সংখ্যাটি ৪ বার উপস্থাপিত হয়েছে যা সর্বাধিক বার। যেহেতু ১১ সংখ্যাটি সবচেয়ে বেশি বার আছে তাই এখানে ১১ হলো উপাত্তগুলোর প্রচুরক।

সমস্যা-৯। নিচে ৩০ জন ছাত্রীর বার্ষিক পরীক্ষায় সমাজবিজ্ঞানে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো। উপাত্তগুলোর প্রচুরক নির্ণয় কর।

৭৫, ৩৫, ৪০, ৮০, ৮০, ৯০, ৯৫, ৯৫, ৮০, ৬৫, ৬০, ৭৫, ৮০, ৪০, ৬৭, ৭০, ৭২, ৬৯, ৭৮, ৮০, ৮০, ৬৫, ৭৫, ৭৫, ৮৮, ৯৩, ৮০, ৭৫, ৬৫।

সমাধান : উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজানো হলো - ৩৫, ৪০, ৬০, ৬৫, ৬৫, ৬৫, ৬৭, ৬৯, ৭০, ৭২, ৭৫, ৭৫, ৭৫, ৭৫, ৭৫, ৭৮, ৮০, ৮০, ৮০, ৮০, ৮০, ৮০, ৮০, ৮০, ৮৮, ৯০, ৯৩, ৯৫।

উপাত্তগুলোর উপস্থাপনায় ৪০ আছে ২ বার, ৬৫ আছে ৪ বার ৭৫ আছে ৫ বার, ৮০ আছে ৮ বার এবং বাকি নম্বরগুলো ১ বার করে আছে। এখানে ৮০ আছে সর্বাধিক ৮ বার। সুতরাং উপাত্তগুলোর প্রচুরক ৮০।

নির্ণেয় প্রচুরক ৮০।

সমস্যা-১০। নিচের উপাত্তসমূহের প্রচুরক নির্ণয় কর -

৪, ৬, ৯, ২০, ১০, ৮, ১৮, ১৯, ২১, ২৪, ২৩, ৩০।

সমাধান : উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজানো হলো -

৪, ৬, ৮, ৯, ১০, ১৮, ১৯, ২০, ২১, ২৩, ২৪, ৩০।

এখানে লক্ষণীয় যে, কোনো সংখ্যা একাধিকবার ব্যবহৃত হয়নি। তাই উপাত্তগুলোর প্রচুরক নেই।

সৃজনশীল প্রশ্ন

প্রশ্ন ১। ২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলো:

৭২, ৮৫, ৭৮, ৮৪, ৭৮, ৭৫, ৬৯, ৬৭, ৮৮, ৮০, ৭৪, ৭৭, ৬৯, ৭৪, ৭৩, ৮৩, ৬৫, ৭৫, ৬৯, ৬৩, ৭৫, ৮৬, ৬৬, ৭১।

(ক) প্রাপ্ত নম্বরের সরাসরি গড় নির্ণয় কর।

(খ) শ্রেণি ব্যাপ্তি ৫ নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর এবং সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর।

(গ) সরাসরিভাবে প্রাপ্ত গড়ের সাথে খ থেকে প্রাপ্ত গড়ের পার্থক্য দেখাও।

উত্তর সমূহ

(ক) প্রদত্ত নম্বরের সমষ্টি

$$\begin{aligned} &= ৭২ + ৮৫ + ৭৮ + ৮৪ + ৭৮ + ৭৫ + ৬৯ + ৬৭ + ৮৮ + ৮০ + ৭৪ + ৭৭ + ৬৯ \\ &+ ৭৪ + ৭৩ + ৮৩ + ৬৫ + ৭৫ + ৬৯ + ৬৩ + ৭৫ + ৮৬ + ৬৬ + ৭১ = ১৭৯৬ \end{aligned}$$

এবং ছাত্র সংখ্যা = ২৫

$$\therefore \text{প্রাপ্ত নম্বরের সরাসরি গড়} = \frac{\text{নম্বরের সমষ্টি}}{\text{ছাত্র সংখ্যা}} = \frac{১৭৯৬}{২৫} = ৭১.৭৮ \quad (\text{উত্তর})$$

(খ) এখানে, সর্বনিম্ন মান ৬৩ এবং সর্বোচ্চ মান ৮৮

$$\therefore \text{পরিসর} = (\text{সর্বোচ্চ মান} - \text{সর্বনিম্ন মান}) + ১$$

$$= (৮৮ - ৬৩) + ১ = ২৬$$

$$\text{সুতরাং শ্রেণি ব্যাপ্তি ৫ নিয়ে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{\text{পরিসর}}{৫} = \frac{২৬}{৫}$$

$$= ৫.২ \approx ৬$$

\therefore শ্রেণি সংখ্যা হবে ৬টি।

বার্ষিক পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	মধ্যমান (x_i)	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
৬৩ - ৬৭	৬৫	////	৪	২৬০
৬৬ - ৭২	৭০	////	৫	৩৫০
৭৩ - ৭৭	৭৫	/// //	৭	৫২৫
৭৮ - ৮২	৮০	////	৪	৩২০
৮৩ - ৮৭	৮৫	////	৪	৩৪০
৮৮ - ৯২	৯০	/	১	৯০
	মোট		$n = ২৫$	$\sum f_i x_i = ১৮৮৫$

$$\therefore \text{গাণিতিক গড়} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i x_i = \frac{1}{২৫} \times ১৮৮৫ = ৭৫.৪ \quad (\text{উত্তর})$$

$$(গ) \text{ সরাসরিভাবে প্রাপ্ত গড়ের সাথে পার্থক্য} = (৭৫.৪ - ৭১.৭৪) = ৩.৬৬ \quad (\text{উত্তর})$$

প্রশ্ন ২। নিচে একটি সারণি দেওয়া হলো। এর গড় মান নির্ণয় কর উপাত্তগুলোর আয়তলেখ আঁক :

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা
৬ - ১০	৫
১১ - ১৫	১৭
১৬ - ২০	৩০
২১ - ২৫	৩৮
২৬ - ৩০	৩৫
৩১ - ৩৫	১০
৩৬ - ৪০	৭
৪১ - ৪৫	৩

প্রাপ্ত নম্বর	মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	গণসংখ্যা \times মধ্যবিন্দু ($f_i x_i$)
৬ - ১০	৮	৫	৪০
১১ - ১৫	১৩	১৭	২২১
১৬ - ২০	১৮	৩০	৫৪০
২১ - ২৫	২৩	৩৮	৮৭৪
২৬ - ৩০	২৮	৩৫	৯৮০
৩১ - ৩৫	৩৩	১০	৩৩০
৩৬ - ৪০	৩৮	৭	২৬৬
৪১ - ৪৫	৪৩	৩	১২৯
	মোট	$n = ১৪৫$	$\sum f_i x_i = ৩৩৮০$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গড়} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{৩৩৮০}{১৪৫} = ২৩.৩১ \text{ (প্রায়)}$$

(উত্তর)

আয়তলেখ অঙ্কন : আয়তলেখ অঙ্কনের জন্যে শ্রেণি সীমা অবশ্যই অবিচ্ছিন্ন হতে হবে।

শ্রেণির নিম্নসীমা

$$= \text{আলোচ্য শ্রেণির নিম্নসীমা} - \left(\frac{\text{পূর্ববর্তী শ্রেণির উর্ধ্বসীমা এবং আলোচ্য শ্রেণির নিম্নসীমা ধনাত্মক পার্থক্য}}{2} \right)$$

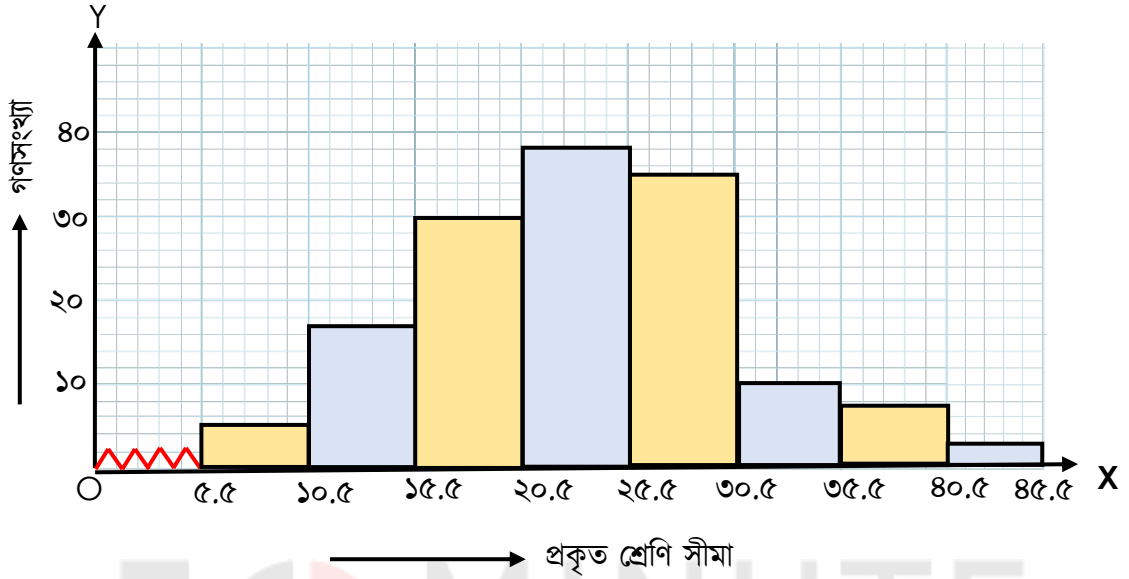
আবার,

শ্রেণির উর্ধ্বসীমা

$$= \text{আলোচ্য শ্রেণির উর্ধ্বসীমা} + \left(\frac{\text{পূর্ববর্তী শ্রেণির নিম্নসীমা এবং আলোচ্য শ্রেণির উর্ধ্বসীমা ধনাত্মক পার্থক্য}}{2} \right)$$

প্রাপ্ত নম্বরের আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় পদ্ধতি :

প্রাপ্ত নম্বর	প্রকৃত শ্রেণি সীমা	গণসংখ্যা
৬ - ১০	৫.৫ - ১০.৫	৫
১১ - ১৫	১০.৫ - ১৫.৫	১৭
১৬ - ২০	১৫.৫ - ২০.৫	৩০
২১ - ২৫	২০.৫ - ২৫.৫	৩৮
২৬ - ৩০	২৫.৫ - ৩০.৫	৩৫
৩১ - ৩৫	৩০.৫ - ৩৫.৫	১০
৩৬ - ৪০	৩৫.৫ - ৪০.৫	৫
৪১ - ৪৫	৪০.৫ - ৪৫.৫	১৭



ছক কাগজে x -অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে প্রকৃত শ্রেণিসীমার ১ একক এবং y -অক্ষ বরাবর প্রতিটি ঘরকে গণসংখ্যার ২ একক ধরে আয়তলেখ আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে ৫.৫ পর্যন্ত ভাগা চিহ্ন দ্বারা ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে।

প্রশ্ন ৩। নীচে একটি সারণি দেওয়া হলো। এর গড় মান নির্ণয় কর।

দৈনিক বিক্রয়	২২১০	২২১৫	২২২০	২২২৫	২২৩০	২২৩৫	২২৪০	২২৪৫	২২৫০
গণসংখ্যা	২	৩	৫	৭	৬	৫	৫	৪	৩

সমাধান :

দৈনিক বিক্রয় (টাকায়) (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
২২১০	২	৪৪২০
২২১৫	৩	৬৬৪৫
২২২০	৫	১১১০০
২২২৫	৭	১৫৫৭৫
২২৩০	৬	১৩৩৮০
২২৩৫	৫	১১১৭৫
২২৪০	৫	১১২০০
২২৪৫	৪	৮৯৮০
২২৫০	৩	৬৭৫০
মোট	$n = ৪০$	$\sum f_i x_i = ৮৯২২৫$

$$\therefore \text{গড়} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{৮৯২২৫}{৪০} = ২২৩০.৬২৫ = ২২৩০.৬৩ \text{ (প্রায়) টাকা}$$

\therefore নির্ণেয় গড় বিক্রয় ২২৩০.৬৩ (প্রায়) টাকা। (উত্তর)

প্রশ্ন ৪। নিচের উপাত্তসমূহের গড় এবং উপাত্তের আয়তলেখ আঁক।

বয়স	গণসংখ্যা
৫ - ৬	২৫
৭ - ৮	২৭
৯ - ১০	২৮
১১ - ১২	৩১
১৩ - ১৪	২৯
১৫ - ১৬	২৮
১৭ - ১৮	২২

সমাধান : গড় নির্ণয় :

শ্রেণি ব্যবধান	শ্রেণির মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	শ্রেণির মধ্যবিন্দু \times গণসংখ্যা ($f_i x_i$)
৫ - ৬	৫.৫	২৫	১৩৭.৫
৭ - ৮	৭.৫	২৭	২০২.৫
৯ - ১০	৯.৫	২৮	২৬৬
১১ - ১২	১১.৫	৩১	৩৫৬.৫
১৩ - ১৪	১৩.৫	২৯	৩৯১.৫
১৫ - ১৬	১৫.৫	২৮	৪৩৪
১৭ - ১৮	১৭.৫	২২	৩৮৫
		$n = ১৯০$	$\sum f_i x_i = ২১৭৩$

আমরা জানি, গড় $= \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{২১৭৩}{১৯০} = ১১.৪৪$ বছর (প্রায়)

আয়তনের অঙ্কন : আয়তলেখ অঙ্কনের জন্যে শ্রেণিসীমা অবশ্যই অবিচ্ছিন্ন হতে হবে।

এক্ষেত্রে,

শ্রেণির নিম্নসীমা = আলোচ্য শ্রেণির নিম্নসীমা -

$$\left(\frac{\text{পূর্ববর্তী শ্রেণির উর্ধ্বসীমা এবং আলোচ্য শ্রেণির নিম্নসীমার ধনাত্মক পার্থক্য}}{২} \right)$$

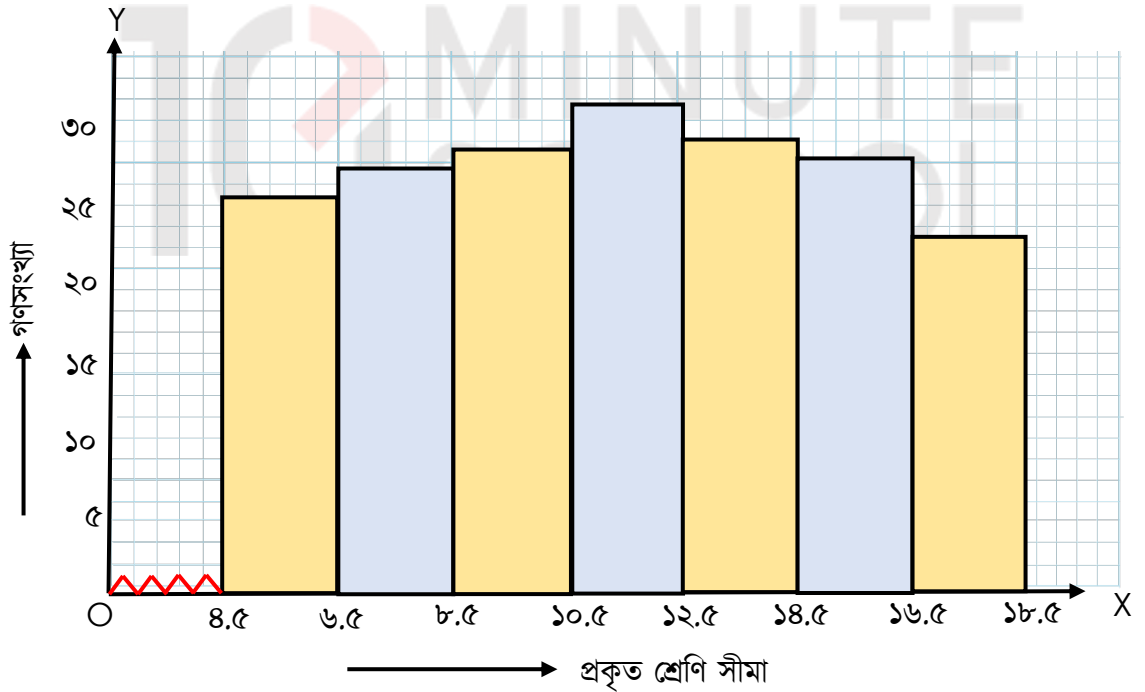
শ্রেণির উর্ধ্বসীমা = আলোচ্য শ্রেণির উর্ধ্বসীমা +

$$\left(\frac{\text{পূর্ববর্তী শ্রেণির নিম্নসীমা এবং আলোচ্য শ্রেণির উর্ধ্বসীমা ধনাত্মক পার্থক্য}}{২} \right)$$

10 MINUTE
SCHOOL

বয়সের আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	প্রকৃত শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
৫ - ৬	৪.৫ - ৬.৫	২৫
৭ - ৮	৬.৫ - ৮.৫	২৭
৯ - ১০	৮.৫ - ১০.৫	২৮
১১ - ১২	১০.৫ - ১২.৫	৩১
১৩ - ১৪	১২.৫ - ১৪.৫	২৯
১৫ - ১৬	১৪.৫ - ১৬.৫	২৮
১৭ - ১৮	১৬.৫ - ১৮.৫	২২



ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর ৫ ঘরকে প্রকৃত শ্রেণিসীমার ২ একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতিটি ঘরকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ আঁকা হলো। মূলবিন্দু থেকে ৪.৫ পর্যন্ত ভাগা চিহ্ন দ্বারা ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে।

প্রশ্ন ৫। একটি কারখানার ১০০ জন শ্রমিকের মাসিক মজুরির গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো।
শ্রমিকদের মাসিক মজুরির গড় কত ? উপাত্তের আয়তলেখ আঁক।

দৈনিক মজুরি (শত টাকায়)	৫১ - ৫৫	৫৬ - ৬০	৬১ - ৬৫	৬৬ - ৭০	৭১ - ৭৫	৭৬ - ৮০	৮১ - ৮৫	৮৬ - ৯০
গণসংখ্যা	৬	২০	৩০	১৫	১১	১৮	৬	৮

সমাধান : শ্রমিকদের মাসিক মজুরির গণসংখ্যা সারণি :

মাসিক মজুরি (শত টাকায়)	প্রকৃত শ্রেণিসীমা (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	($f_i x_i$)
৫১ - ৫৫	৫৩	৬	৩১৮
৫৬ - ৬০	৫৮	২০	১১৬০
৬১ - ৬৫	৬৩	৩০	১৮৯০
৬৬ - ৭০	৬৮	১৫	১০২০
৭১ - ৭৫	৭৩	১১	৮০৩
৭৬ - ৮০	৭৮	৮	৬২৪
৮১ - ৮৫	৮৩	৬	৪৯৮
৮৬ - ৯০	৮৮	৮	৩৫২
	মোট	$n = ১০০$	$\sum f_i x_i$ $= ৬৬৬৫$

আমরা জানি, গড় $= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i x_i = \frac{১}{১০০} \times ৬৬৬৫ = ৬৬.৬৫$

উত্তর : গড় মজুরি ৬৬.৬৫ শত টাকা।

আয়তলেখ অঙ্কন : আয়তলেখ অঙ্কনের জন্যে শ্রেণিসীমা অনশ্যই অবিচ্ছিন্ন হতে পারে।

এক্ষেত্রে,

শ্রেণির নিম্নসীমা

$$= \text{আলোচ্য শ্রেণির নিম্নসীমা} - \left(\frac{\text{পূর্ববর্তী শ্রেণির উর্ধ্বসীমা এবং আলোচ্য শ্রেণির নিম্নসীমা ধনাত্মক পার্থক্য}}{2} \right)$$

$$= ৫৬ - \left(\frac{৫৬-৫৫}{2} \right)$$

$$= ৫৬ - ০.৫$$

$$= ৫৫.৫$$

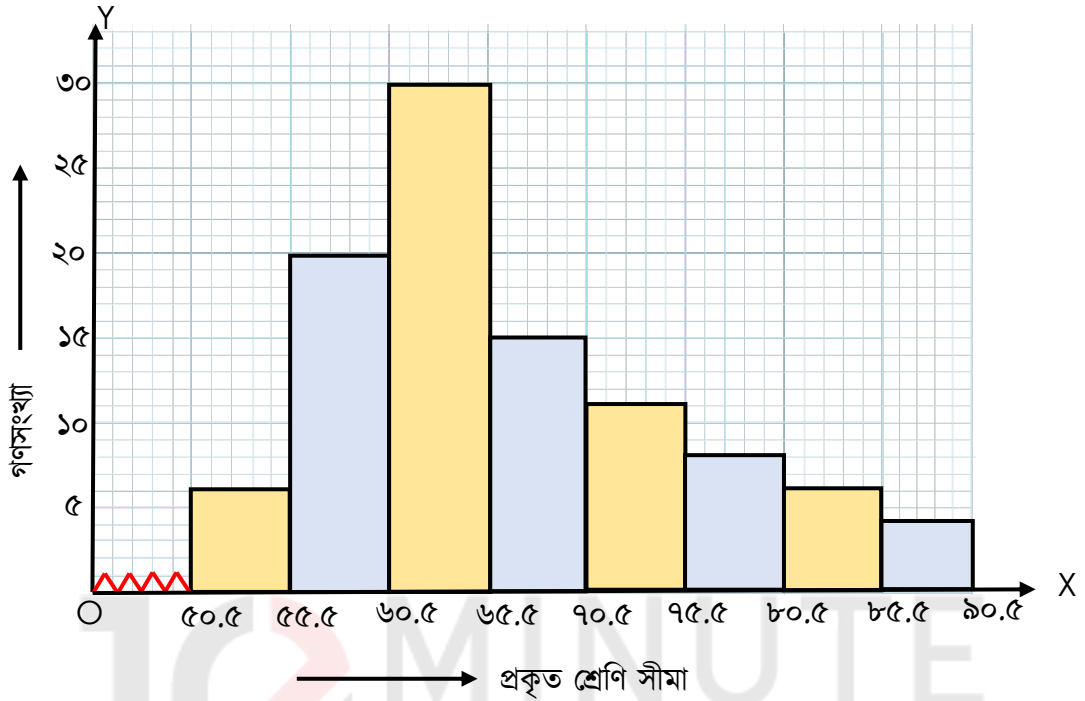
শ্রেণির উর্ধ্বসীমা = আলোচ্য শ্রেণির উর্ধ্বসীমা +

$$\left(\frac{\text{পরবর্তী শ্রেণির নিম্নসীমা এবং আলোচ্য শ্রেণির উর্ধ্বসীমা ধনাত্মক পার্থক্য}}{2} \right)$$

$$= ৬০ + \left(\frac{৬১-৬০}{2} \right) = ৬০ + ০.৫ = ৬০.৫$$

শ্রমিকদের মাসিক মজুরির আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি :

মাসিক মজুরি (শত টাকায়)	প্রকৃত শ্রেণি সীমা	গণসংখ্যা (f_i)
৫১ - ৫৫	৫০.৫ - ৫৫.৫	৬
৫৬ - ৬০	৫৫.৫ - ৬০.৫	২০
৬১ - ৬৫	৬০.৫ - ৬৫.৫	৩০
৬৬ - ৭০	৬৫.৫ - ৭০.৫	১৫
৭১ - ৭৫	৭০.৫ - ৭৫.৫	১১
৭৬ - ৮০	৭৫.৫ - ৮০	৮
৮১ - ৮৫	৮০.৫ - ৮৫.৫	৬
৮৬ - ৯০	৮৫.৫ - ৯০.৫	৪



ছক কাগজের x -অক্ষ বরাবর প্রতিটি ঘরকে প্রকৃত শ্রেণি সীমার ১ একক ধরে এবং y অক্ষ বরাবর প্রতিটি ঘরকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ আঁকা হলো।

x - অক্ষে মূলবিন্দু থেকে ৫০.৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো বিদ্যমান আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

প্রশ্ন ৬। ৮ম শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর ইংরেজি বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর হলো :

৪৫, ৪২, ৬০, ৬১, ৫৮, ৫৩, ৪৮, ৫২, ৫১, ৪৯, ৭৩, ৫২, ৫৭, ৭১, ৬৪, ৪৯, ৫৫, ৪৮, ৬৭, ৬৩, ৭০, ৫৯, ৫৪, ৪৩, ৪৩, ৫৬, ৫১, ৩, ৪৮, ৫২।

(ক) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা কত?

(খ) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

(গ) সরণি থেকে গড় নির্ণয় কর।

উত্তর সমূহ

(ক) এখানে, সর্বনিম্ন নম্বর ৪২ এবং সর্বোচ্চ নম্বর ৭৩।

$$\therefore \text{পরিসর} = (\text{সর্বোচ্চ মান} - \text{সর্বনিম্ন মান}) + ১$$

$$= (৭৩ - ৪২) + ১ = ৩২$$

$$\text{সুতরাং, শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা} = \frac{\text{পরিসর}}{৫} = \frac{৩২}{৫} = ৬.৪ = ৭$$

(খ) ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৪২ - ৪৬	—	৫
৪৭ - ৫১	—	৫
৫২ - ৫৬	— //	৭
৫৭ - ৬১	— /	৬
৬২ - ৬৬	//	২
৬৭ - ৭১	////	৪
৭২ - ৭৬	/	১
	মোট	৩০

(গ) ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণি ব্যক্তি	মধ্যমান	গণসংখ্যা	$f_i x_i$
৪২ - ৪৬	৪৪	৫	২২০
৪৭ - ৫১	৪৯	৫	২৪৫
৫২ - ৫৬	৫৪	৭	৩৭৮
৫৭ - ৬১	৫৯	৬	৩৫৪
৬২ - ৬৬	৬৪	২	১২৮
৬৭ - ৭১	৬৯	৪	২৭৬
৭২ - ৭৬	৭৪	১	৭৪
	মোট	$n = ৩০$	$\sum f_i x_i$ $= ১৬৭৫$

আমরা জানি, গড় $= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i x_i = \frac{1}{30} \times ১৬৭৫ = ৫৫.৮৩$ (প্রায়)

\therefore নির্ণেয় গড় ৫৫.৮৩ (প্রায়) (উত্তর)

প্রশ্ন ৭। ৫০ জন শিক্ষার্থীর দৈনিক সঞ্চয় নিচে দেওয়া হলো :

সঞ্চয় (টাকায়)	৪১ - ৫০	৫১ - ৬০	৬০ - ৭০	৭০ - ৮০	৮১ - ৯০	৯০ - ১০০
গণসংখ্যা	৬	৮	১৩	১০	৮	৫

(ক) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

(খ) সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) শিক্ষার্থীদের দৈনিক সঞ্চয়ের ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি :

সঞ্চয় (টাকায়)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৪১ - ৫০	৬	৬
৫১ - ৬০	৮	১৪
৬১ - ৭০	১৩	২৭
৭১ - ৮০	১০	৩৭
৮১ - ৯০	৬	৪৫
৯১ - ১০০	৮	৫০

(খ) শিক্ষার্থীদের দৈনিক সঞ্চয়ের গড় নির্ণয়ের সারণি :

সঞ্চয় (টাকায়)	মধ্যমান	গণসংখ্যা	$f_i x_i$
৪১ - ৫০	৪৫.৫	৬	১৭৩
৫১ - ৬০	৫৫.৫	৮	৪৪৪
৬১ - ৭০	৬৫.৫	১৩	৮৫১.৫
৭১ - ৮০	৭৫.৫	১০	৭৫৫
৮১ - ৯০	৮৫.৫	৮	৬৮৪
৯১ - ১০০	৯৫.৫	৫	৪৭৭.৫
	মোট	$n = ৫০$	৩৪৮৫

আমরা জানি, গড় = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i x_i = \frac{১}{৫০} \times ৩৪৮৫ = ৬৯.৭$ (উত্তর)

প্রশ্ন ৮। নিচের সারণিতে ২০০ জন শিক্ষার্থীর পছন্দের ফল দেখানো হলো। প্রদত্ত উপাত্তের পাই চিত্র আঁক।

ফল	আম	কাঁঠাল	লিচু	জামরুল
শিক্ষার্থী সংখ্যা	৭০	৩০	৮০	২০

সমাধান :

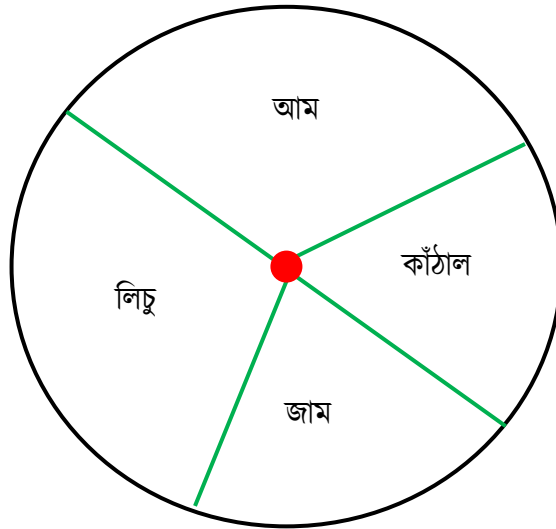
পাই চিত্রে বিভিন্ন দলের নির্ধারিত কোণের পরিমাণ নিম্নরূপ :

$$\text{আম দলে ৭০ জনের জন্য কোণ} = \frac{৭০}{২০০} \times ৩৬০^\circ = ১২৬^\circ$$

$$\text{জাম দলে ৩০ জনের জন্য কোণ} = \frac{৩০}{২০০} \times ৩৬০^\circ = ৫৪^\circ$$

$$\text{লিচু দলে ৮০ জনের জন্য কোণ} = \frac{৮০}{২০০} \times ৩৬০^\circ = ১৪৪^\circ$$

$$\text{কাঁঠাল দলে ২০ জনের জন্য কোণ} = \frac{২০}{২০০} \times ৩৬০^\circ = ৩৬^\circ$$



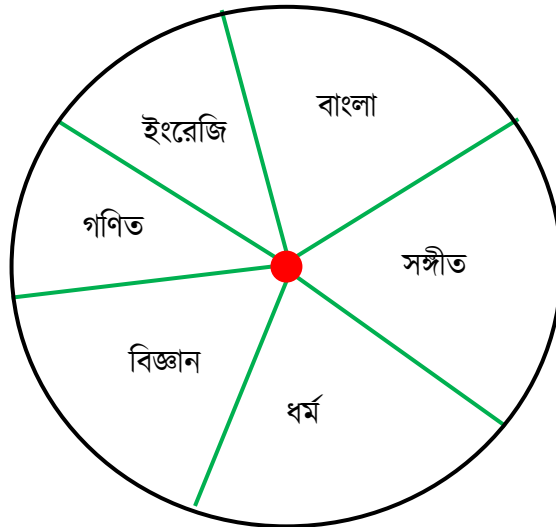
চিত্র : শিক্ষার্থীদের পছন্দের ফলের পাইচিত্র।

প্রশ্ন ৯। ৭২০ জন শিক্ষার্থীর পছন্দের বিষয় পাইচিট্রে উপস্থাপন করা হলো। সংখ্যায় প্রকাশ কর।

বাংলা-	৯০°
ইংরেজি-	৩০°
গণিত-	৫০°
বিজ্ঞান-	৬০°
ধর্ম-	৮০°
সঙ্গীত-	৫০°
<hr/>	
	৩৬০°

সমাধান : এখানে,

$$\text{শিক্ষার্থীর সংখ্যা} = \frac{\text{নির্ধারিত কোণ} \times \text{মোট শিক্ষার্থী}}{৩৬০°}$$



পাইচিত্র থেকে সংখ্যায় প্রকাশ

বিষয়	কোণ	সংখ্যায়
বাংলা	৯০°	$\frac{৯০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ} = ১৮০$ জন
ইংরেজি	৩০°	$\frac{৩০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ} = ৬০$ জন
গণিত	৫০°	$\frac{৫০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ} = ১০০$ জন
বিজ্ঞান	৬০°	$\frac{৬০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ} = ১২০$ জন
ধর্ম	৮০°	$\frac{৮০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ} = ১৬০$ জন
সঙ্গীত	৫০°	$\frac{৫০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ} = ১০০$ জন
মোট	৩৬০°	৭২০ জন

প্রশ্ন ১০। ৫০ জন ছাত্রীর গণিতের নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	৬০	৬৫	৭০	৭৫	৮০	৮৫
গণসংখ্যা	৫	৮	১১	১৫	৮	৩

ক. মধ্যক নির্ণয় কর।

খ. গড় নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত উপাত্তের পাইচিত্র আঁক।

উত্তর সমূহ

(ক) মধ্যক নির্ণয় কর :

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৬০	৫	৫
৬৫	৮	১৩
৭০	১১	২৪
৭৫	১৫	৩৯
৮০	৮	৪৭
৮৫	৩	৫০
	$n = ৫০$	

এখানে, উপাত্তের সংখ্যা, $n = ৫০$, যা জোড় সংখ্যা

$$\begin{aligned}\therefore \text{মধ্যক} &= \frac{\frac{৫০}{২} \text{ তম পদ} + \left(\frac{৫০}{২} + ১\right) \text{ তম পদ}}{২} \\ &= \frac{২৫ \text{ তম পদ} + ২৬ \text{ তম পদ}}{২} = \frac{৭৫ + ৭৫}{২} = \frac{১৫০}{২} \\ &= ৭৫ \quad (\text{উত্তর})\end{aligned}$$

(খ) গড় নির্ণয় কর :

প্রাপ্ত নম্বর, x_i	গণসংখ্যা, f_i	$f_i x_i$
৬০	৫	৩০০
৬৫	৮	৫২০
৭০	১১	৭৭০
৭৫	১৫	১১২৫
৮০	৮	৬৪০
৮৫	৩	২৫৫
মোট	$n = ৫০$	$\sum f_i x_i = ৩৬১০$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{৩৬১০}{৫০} = ৭২.২ \quad (\text{উত্তর})$$

(গ) আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণ 360°

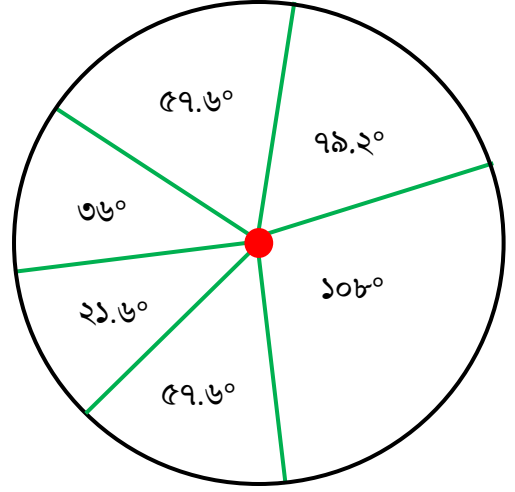
এখানে, মোট গণসংখ্যা = ৫০

৫০ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ 360°

\therefore ১ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ $\frac{360^\circ}{50}$

\therefore ৫ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ $\frac{360^\circ \times 5}{50} = 36^\circ$

\therefore ৬০ নম্বরের জন্য সৃষ্ট কোণ 36°



৬৫ নম্বর প্রাপ্ত ৮ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ হবে $\frac{360^\circ \times 8}{50} = 59.6^\circ$

৭০ নম্বর প্রাপ্ত ১১ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ হবে $\frac{360^\circ \times 11}{50} = 99.2^\circ$

৭৫ নম্বর প্রাপ্ত ১৫ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ হবে $\frac{360^\circ \times 15}{50} = 108^\circ$

৮০ নম্বর প্রাপ্ত ৮ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ হবে $\frac{360^\circ \times 8}{50} = 59.6^\circ$

৮৫ নম্বর প্রাপ্ত ৩ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ হবে $\frac{360^\circ \times 3}{50} = 21.6^\circ$

এখন প্রাপ্ত কোণগুলো 360° এর অংশ হিসাবে আঁকা হলো। যা প্রদত্ত সারণিতে বর্ণিত উপাত্তের পাইচিত্র।

প্রশ্ন ১১। নিচে একটি সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	২০ - ২৯	৩০ - ৩৯	৪০ - ৪৯	৫০ - ৫৯	৬০ - ৬৯
গণসংখ্যা	১০	৬	১৮	১২	৮

(ক) ৭, ৫, ৪, ৯, ৩, ৮ উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর।

(খ) প্রদত্ত সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর।

(গ) উপাত্তগুলোর আয়তলেখ আঁক।

উত্তর সমূহ

(ক) প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই, ৩, ৪, ৫, ৭, ৮, ৯
এখানে, উপাত্তের সংখ্যা $n = ৬$, যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{৬}{২} \text{তম পদ} + \left(\frac{৬}{২} + ১\right) \text{তম পদ}}{২}$$

$$= \frac{৩ \text{তম পদ} + ৪ \text{তম পদ}}{২} = \frac{৫ + ৭}{২} = ৬ \quad (\text{উত্তর})$$

(খ) সারণিটি নিচে দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা, f_i	$f_i x_i$
২০ - ২৯	১৯.৫ - ২৯.৫	২৪.৫	১০	২৪৫
৩০ - ৩৯	২৯.৫ - ৩৯.৫	৩৪.৫	৬	২০৭
৪০ - ৪৯	৩৯.৫ - ৪৯.৫	৪৪.৫	১৮	৮০১
৫০ - ৫৯	৪৯.৫ - ৫৯.৫	৫৪.৫	১২	৬৫৪
৬০ - ৬৯	৫৯.৫ - ৬৯.৫	৬৪.৫	৮	৫১৬
মোট			$n = ৫৪$	$\sum f_i x_i$ $= ২৪২৩$

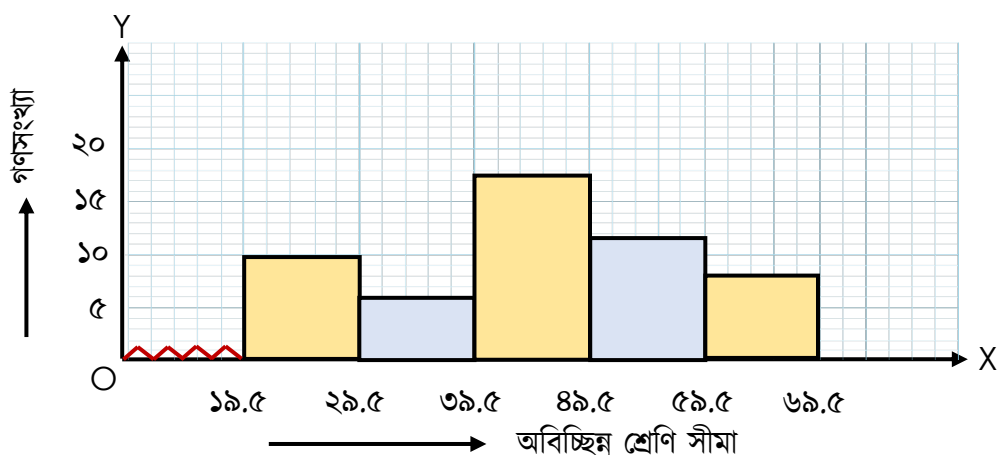
$$\therefore \text{নির্ণেয় গড়, } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{২৪২৩}{৫৪} = ৪৪.৮৭ \text{ (প্রায়)} \quad (\text{উত্তর})$$

(গ) উদ্দীপকের সারণি হতে পাই,

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা, f_i
২০ - ২৯	১৯.৫ - ২৯.৫	১০
৩০ - ৩৯	২৯.৫ - ৩৯.৫	৬
৪০ - ৪৯	৩৯.৫ - ৪৯.৫	১৮
৫০ - ৫৯	৪৯.৫ - ৫৯.৫	১২
৬০ - ৬৯	৫৯.৫ - ৬৯.৫	৮
মোট		$n = ৫৪$

‘খ’ এর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি নিয়ে পাই,

গ্রাফ কাগজের x -অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে দুই একক ধরে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি এক ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে আয়তলেখ অংকন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ১৯.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১২। নিচে ৪০ জন গৃহিনীর সাপ্তাহিক সঞ্চয় (টাকায়) নিচে দেওয়া হলো :

১৫৫, ১৭৩, ১৬৬, ১৪৩, ১৮, ১৬০, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ১৪৮, ১৫০, ১৪৭, ১৩২, ১৩৯, ১৫, ১০, ১৫,
১৯৫, ১৩৫, ১৫১, ১৪১, ১৬৯, ১৪০, ১২৫, ১২৯, ১০, ১৩৭, ১৭৫, ৯৫৫, ১০, ১৯, ১৪২, ১৫৬, ১৫২, ১৯৬,
১০৮, ১৫৭ ও ১৬৭।

ক. উপাত্তগুলো মানের উচ্চক্রমে সাজাও।

খ. মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে গড় নির্ণয় কর।

উত্তর সমূহ

(ক) উপাত্তগুলোকে মানের উচ্চক্রমে সাজালে পাই,

১২২, ১২৫, ১৩২, ১৩৫, ১৩৬, ১৩৭, ১৪০, ১৪০, ১৪০, ১৪১, ১৪২, ১৪৩, ১৪৫, ১৪৫, ১৪৬, ১৪৬, ১৪৭,
১৪৮, ১৪৮, ১৫০, ১৫০, ১৫১, ১৫২, ১৫৪, ১৫৫, ১৫৫, ১৫৬, ১৫৬, ১৫৭, ১৫৮, ১৫৯, ১৬০, ১৬২, ১৬৪,
১৬৬, ১৬৭, ১৬৮, ১৬৯, ১৭৩, ১৭৫

(খ) এখানে, $n = 80$ (জোড় সংখ্যা)

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{80}{2} \text{ তম পদ} + \left(\frac{80}{2} + 1\right) \text{ তম পদ}}{2}$$

$$= \frac{২০ \text{ তম পদ} + ২১ \text{ তম পদ}}{2} = \frac{১৫০ + ১৫০}{2} = ১৫০ \quad (\text{উত্তর})$$

প্রচুরক : উপরিউক্ত উচ্চক্রমে সাজানো তথ্য থেকে দেখা যায় যে, ১৪০ সংখ্যাটি সর্বাধিক তিনবার করে আছে
এবং বাকি সংখ্যাগুলো একবার বা দুইবার করে আছে।

$$\therefore \text{প্রচুরক} = ১৪০ \text{ টাকা} \quad (\text{উত্তর})$$

(গ) এখানে, সর্বোচ্চ সংখ্যা = ১৭৫

এবং, সর্বনিম্ন সংখ্যা = ১২২

∴ উপাত্তগুলোর পরিসর = (১৭৫ - ১২২) + ১ = ৫৩ + ১ = ৫৪

∴ শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{৫৪}{৫} = ১০.৮ \approx ১১$ টি

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণির মধ্যমান x_i	ট্যালি	গুণসংখ্যা, f_i	$f_i x_i$
১২১ - ১২৫	১২৩	//	২	২৪৬
১২৬ - ১৩০	১২৮		০	০
১৩১ - ১৩৫	১৩৩	//	২	২৬৬
১৩৬ - ১৪০	১৩৮	////	৫	৬৯০
১৪১ - ১৪৫	১৪৩	////	৫	৭১৫
১৪৬ - ১৫০	১৪৮	//////	৭	১০৩৬
১৫১ - ১৫৫	১৫৩	////	৫	৭৬৫
১৫৬ - ১৬০	১৫৮	//////	৬	৯৪৮
১৬১ - ১৬৫	১৬৩	//	২	৩২৬
১৬৬ - ১৭০	১৬৮	////	৪	৬৭২
১৭১ - ১৭৫	১৭৩	//	২	৩৪৬
			$n = ৪০$	$\sum f_i x_i$ = ৬০১০

$$\therefore \text{নির্ণেয় পরিসর} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{৬০১০}{৪০}$$

$$= ১৫০.২৫ \text{ টাকা (প্রায়)}$$

(উত্তর)

প্রশ্ন ১৩। ৮ম শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর বাংলার প্রাপ্ত নম্বর হলোঃ

৫০, ৩৬, ৬২, ৮০, ৭২, ৫৯, ৫৪, ৬০, ৮৬, ৬৩, ৮৪, ৭০, ৮৫, ৮৮, ৬৪, ৭৮, ৪৪, ৫৫, ৭২, ৬৩, ৫৬, ৬০, ৪২, ৭৫, ৮২, ৬২, ৩৮, ৪৬, ৪০, ৭২

ক) পরিসর নির্ণয় কর।

খ) মধ্যক নির্ণয় কর।

গ) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

সমাধান

ক) প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন মান = ৩৬

সর্বোচ্চ মান = ৮৮

$$\therefore \text{পরিসর} = (\text{সর্বোচ্চ মান} - \text{সর্বনিম্ন মান}) + 1 = (৮৮ - ৩৬) + 1 \\ = ৫৩ \text{ (উত্তর)}$$

খ) প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের নিম্নক্রমে সাজিয়ে পাই,

৩৬, ৩৮, ৪০, ৪২, ৪৪, ৪৬, ৫০, ৫৪, ৫৫, ৫৬, ৫৯, ৬০, ৬০, ৬২, ৬২, ৬৩, ৬৩, ৬৪, ৭০, ৭২, ৭২, ৭২, ৭৫, ৭৮, ৮০, ৮২, ৮৪, ৮৫, ৮৬, ৮৮

এখানে, $n = ৩০$ যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{৩০}{২} \text{ তম ও } (\frac{৩০}{২} + 1) \text{ তম পদের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{১৫ \text{ তম ও } ১৬ \text{ তম পদের মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{৬২+৬৩}{২} = ৬২.৫ \text{ (উত্তর)}$$

গ) ক হতে পাই, পরিসর = ৫৩

$$\therefore \text{শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{৫৩}{৫} = ১০.৬ \cong ১১$$

গণসংখ্যা সারণি নিম্ন রূপে:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৩৬-৪০	III	৩
৪১-৪৫	II	২
৪৬-৫০	II	২
৫১-৫৫	II	২
৫৬-৬০	IIII	৪
৬১-৬৫	IIII	৫
৬৬-৭০	I	১
৭১-৭৫	IIII	৪
৭৬-৮০	II	২
৮১-৮৫	III	৩
৮৬-৯০	II	২
মোট		৩০

প্রশ্ন ১৪। ৮ম শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবান সারণি দেওয়া হলো:

প্রাপ্ত নম্বর	৪১-৪৫	৪৬-৫০	৫১-৫৫	৫৬-৬০	৬১-৬৫	৬৬-৭০
গণসংখ্যা	৬	৯	১৫	১২	১০	৮

ক) প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় কর।

খ) গড় নির্ণয় কর।

গ) প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর।

সমাধান

ক) প্রদত্ত সারণিতে গণসংখ্যা সর্বাধিক ১৫ আছে (৫১-৫৫) শ্রেণিতে।

∴ প্রচুরক শ্রেণি (৫১-৫৫)

∴ প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান = $\frac{৫১+৫৫}{২} = ৫৩$ (উত্তর)

খ) প্রদত্ত সারণি হতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপঃ

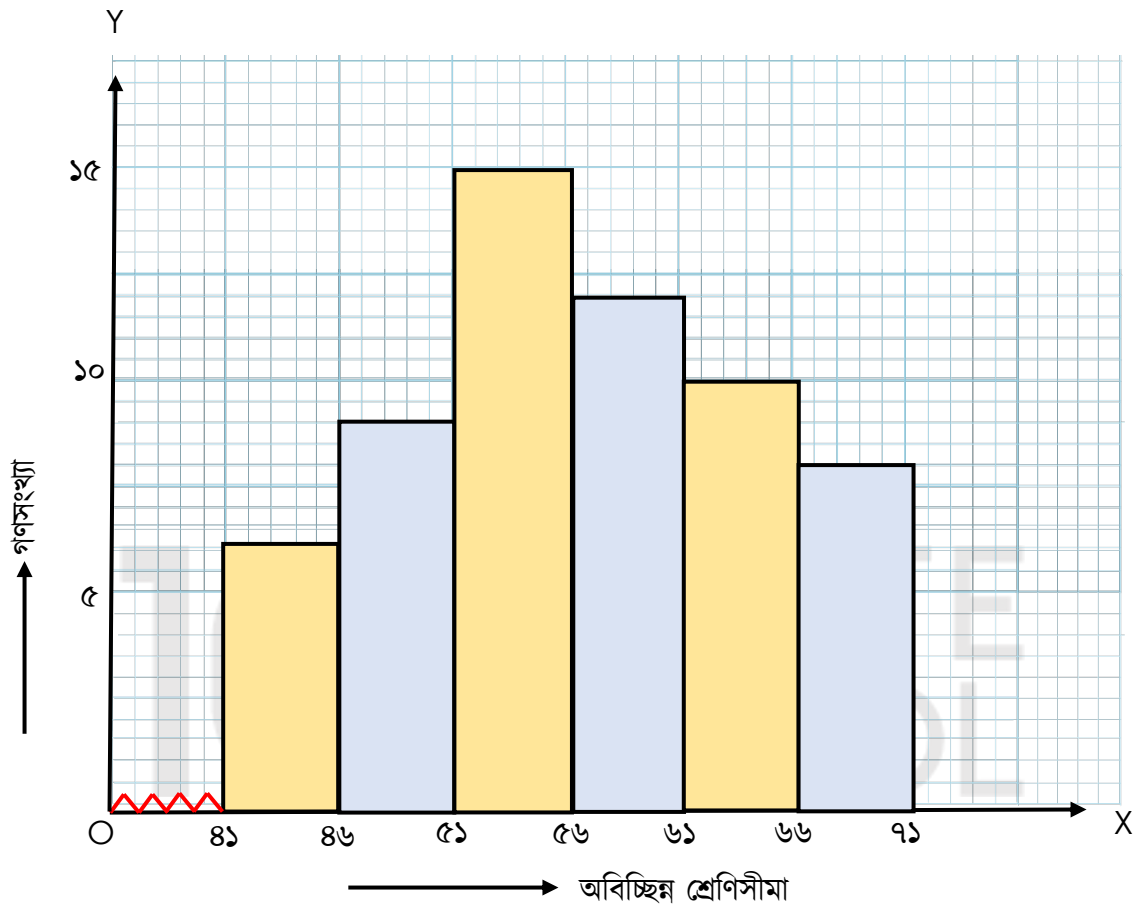
শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যমান(x_i)	$f_i x_i$
৪১-৪৫	৬	৪৩	২৫৮
৪৬-৫০	৯	৪৮	৪৩২
৫১-৫৫	১৫	৫৩	৭৯৫
৫৬-৬০	১২	৫৮	৬৯৬
৬১-৬৫	১০	৬৩	৬৩০
৬৬-৭০	৮	৬৮	৫৪৪
মোট	$n = ৬০$		$\Sigma f_i x_i = ৩৩৫৫$

$$\text{নির্ণেয় গড়} = \frac{\Sigma f_i x_i}{n} = \frac{৩৩৫৫}{৬০} = ৫৫.৯২ \text{ (প্রায়) (উত্তর)}$$

গ) আয়তলেখ অংকনের সারণিঃ

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
৪১-৪৫	৪১-৪৬	৬
৪৬-৫০	৪৬-৫১	৯
৫১-৫৫	৫১-৫৬	১৫
৫৬-৬০	৫৬-৬১	১২
৬১-৬৫	৬১-৬৬	১০
৬৬-৭০	৬৬-৭১	৮

এখন, ছক কাগজে X -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার ১ একক এবং Y -অক্ষ বরাবর প্রতি ২ বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ অংকন করা হয়েছে মূলবিন্দু থেকে ৪১ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগ্য চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৫। সংখ্যাগুলো – ৪২, ২৭, ৪৫, ২২, ৪১, ২৩, ৪৬, ৪৮, ৫০, ৪৮, ৪৮, ২৯, ৫২, ৫৫, ৬৫, ৭০, ৩২, ৩৮।

ক) ৪০, ৪৩, ৪০, ৪০, ৪৩, ৪৪, ৪৪, ৪৬, ৪৮, ৪০, ৪৪, ৫৪, ৬৪, ৬০, ৫৫, ৫৭, ৪৪ উপাত্ত গুলোর প্রচুরক নির্ণয় কর।

খ) প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর।

গ) শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে গড় নির্ণয় কর।

সমাধান

ক) প্রদত্ত উপাত্তগুলো মানের উর্ধ্ব ক্রমে সাজিয়ে পাই, ৪০, ৪০, ৪০, ৪০, ৪৩, ৪৩, ৪৪, ৪৪, ৪৪, ৪৪, ৪৬, ৪৮, ৫৪, ৫৫, ৫৭, ৬০, ৬৪।

উপাত্ত থেকে দেখা যায় যে ৪০ ও ৪৪ সর্বাধিক সংখ্যক ৪ বার করে আছে।

∴ উপাত্তের প্রচুরক ৪০ ও ৪৪ (উত্তর)

খ) প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের নিম্নক্রমে সাজিয়ে পাই,

২২, ২৩, ২৭, ২৯, ৩২, ৩৮, ৪১, ৪২, ৪৫, ৪৬, ৪৮, ৪৮, ৪৮, ৫০, ৫২, ৫৫, ৬৫, ৭০।

এখানে, $n = ১৮$ যা জোড় সংখ্যা।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= \frac{\frac{১৮}{২} \text{ তম ও } (\frac{১৮}{২} + ১) \text{ তম পদের যোগফল}}{২} \\ &= \frac{৯ \text{ তম ও } ১০ \text{ তম পদের মানের যোগফল}}{২} \\ &= \frac{৪৫+৪৬}{২} = ৪৫.৫ \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

গ) প্রদত্ত উপাত্তগুলো সর্বনিম্ন সংখ্যা = ২২ এবং সর্বোচ্চ সংখ্যা = ৭০

$$\therefore \text{পরিসর} = ৭০ - ২২ + ১ = ৪৯$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } ১০ \text{ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{৪৯}{১০} = ৪.৯ = ৫$$

গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যমান(x_i)	$f_i x_i$
২২-৩১		৪	২৬.৫	১০৬
৩২-৪১		৩	৩৬.৫	১০৯.৫
৪২-৫১		৭	৪৬.৫	৩২৫.৫
৫২-৬১		১২	৫৬.৫	৬৭৮
৬২-৭১		১০	৬৬.৫	৬৬৫
মোট		$n = ১৮$		$\Sigma f_i x_i = ১৮৭১$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গড়,} = \frac{\Sigma f_i x_i}{n} = \frac{১৮৭১}{১৮} = ১০৩.৯২ \text{ (প্রায়) (উত্তর)}$$

প্রশ্ন ১৬। ৮ম শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবান সারণি দেওয়া হলো:

প্রাপ্ত নম্বর	২১-৩০	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১- ১০০
গণসং খ্যা	৫	৮	১৩	১৮	২৭	১৬	৭	৬

ক) ২২, ১২, ২৩, ১৭, ২৪, ১৩, ১৭, ১৯, ২৪, ২৯, ৩০, উপাত্তসমূহের মধ্যক নির্ণয় কর।

খ) গড় নির্ণয় কর।

গ) প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর।

সমাধান

ক) প্রদত্ত উপাত্তগুলো মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, ১২, ১৩, ১৭, ১৯, ২২, ২৩, ২৪, ২৪, ২৯, ৩০।

এখানে, উপাত্তের সংখ্যা, $n = ১১$ যা বিজোড়

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{n+1}{2} \text{ তম পদের মান}$$

$$= \frac{১১+১}{2} \text{ " " "}$$

$$= \frac{১২}{2} \text{ " " "}$$

$$= \text{৬ষ্ঠ পদের মান}$$

$$= ২২$$

খ) প্রদত্ত সারণি হতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপঃ

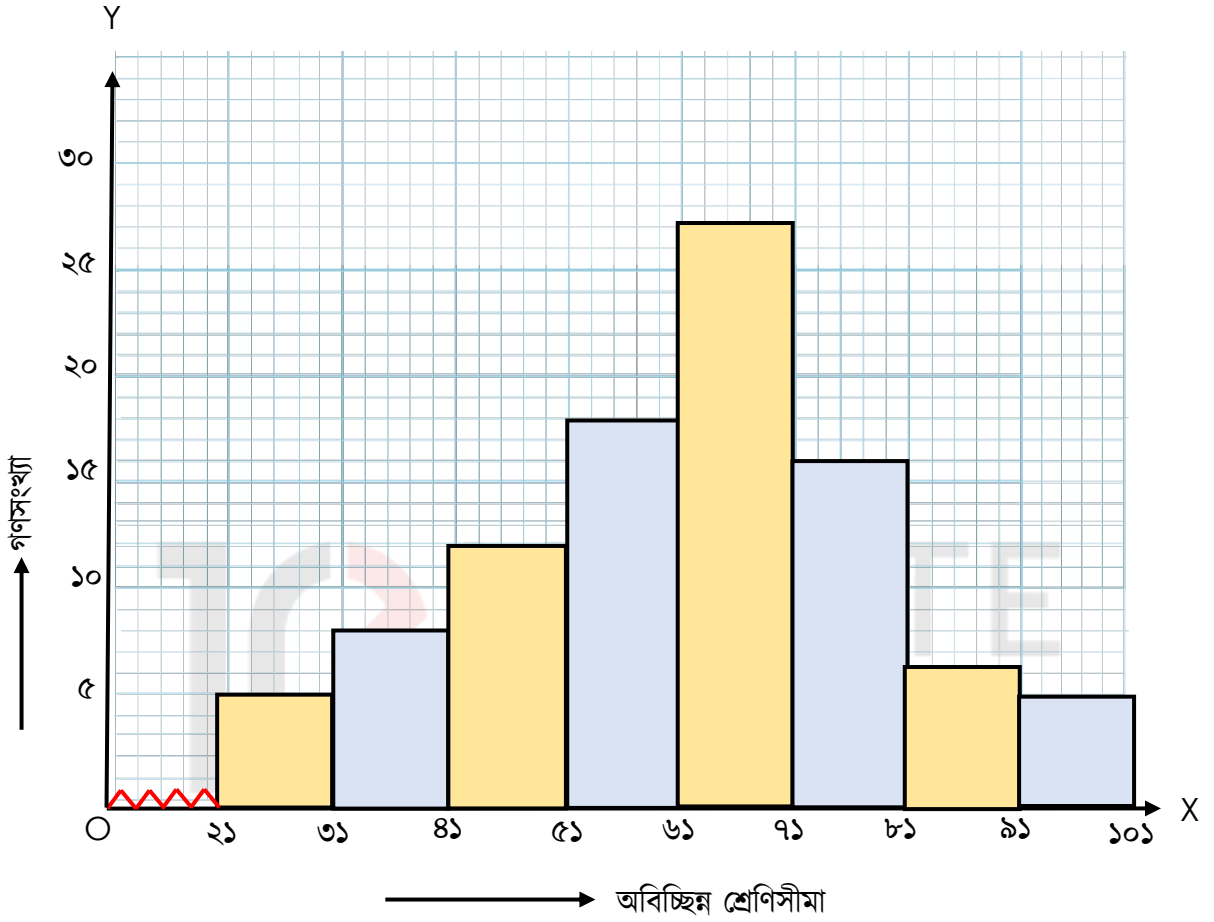
শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যমান(x_i)	$f_i x_i$
২১-৩০	৫	২৫.৫	১২৭.৫
৩১-৪০	৮	৩৫.৫	২৮৪
৪১-৫০	১৩	৪৫.৫	৫৯১.৫
৫১-৬০	১৮	৫৫.৫	৯৯৯
৬১-৭০	২৭	৬৫.৫	১৭৬৮.৫
৭১-৮০	১৬	৭৫.৫	১২০৮
৮১-৯০	৭	৮৫.৫	৫৯৮.৫
৯১-১০০	৬	৯৫.৫	৫৭৩
মোট	$n = 100$		$\Sigma f_i x_i = 6150$

$$\text{নির্ণেয় গড়} = \frac{\Sigma f_i x_i}{n} = \frac{6150}{100} = 61.5 \text{ (উত্তর)}$$

গ) আয়তলেখ অংকনের সারণিঃ

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিবিন্যাস	গণসংখ্যা
২১-৩০	২১-৩১	৫
৩১-৪০	৩১-৪১	৮
৪১-৫০	৪১-৫১	১৩
৫১-৬০	৫১-৬১	১৮
৬১-৭০	৬১-৭১	২৭
৭১-৮০	৭১-৮১	১৬
৮১-৯০	৮১-৯১	৭
৯১-১০০	৯১-১০০	৬

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার ১ একক এবং Y-অক্ষ বরাবর প্রতি ২ বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ অংকন করা হয়েছে মূলবিন্দু থেকে ২১ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙ্গা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৭। ৮ম শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলোঃ

৮৫, ৫৬, ৬২, ৭৫, ৮৮, ৯২, ৫৭, ৬৪, ৭২, ৮৭, ৯৫, ৫২, ৬৮, ৭৭, ৮৫, ৯৮, ৫৮, ৬৫, ৭৯, ৮৪, ৯৩, ৫৫, ৬৯, ৭৩, ৯৫, ৮২, ৭১, ৯৫, ৮৫, ৯৭

ক) ২৪০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে জিপিএ ৫ পেয়েছে ১০৬ জন। তথ্যটিকে পাই-চিত্রে দেখাও।

খ) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

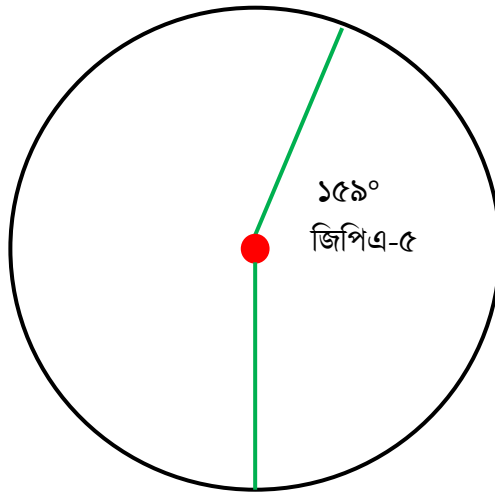
গ) প্রদত্ত উপাত্ত হতে মধ্যক নির্ণয় কর।

সমাধান

ক) ২৪০ জন শিক্ষার্থীর জন্য উৎপন্ন কোণ 360°

$$\therefore 1 \text{ " " " " " } \frac{360^\circ}{240}$$

$$\therefore 106 \text{ " " " " " } \frac{360^\circ \times 106}{240} = 159^\circ$$



২৪০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে জিপিএ ৫ পেয়েছে ১০৬ জন, তথ্যটিকে উপরের পাই-চিত্রে দেখানো হলো।

খ) প্রদত্ত উপাত্তগুলো সর্বনিম্ন সংখ্যা = ৫২ এবং সর্বোচ্চ সংখ্যা = ৯৮

$$\therefore \text{পরিসর} = (৯৮ - ৫২) + ১ = ৪৭$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান } ৫ \text{ ধরে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{৪৭}{৫} = ৯.৪ \approx ১০ \text{ টি}$$

গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
৫২-৫৬	III	৩
৫৭-৬১	II	২
৬২-৬৬	III	৩
৬৭-৭১	III	৩
৭২-৭৬	III	৩
৭৭-৮১	II	২
৮২-৮৬	IIII	৫
৮৭-৯১	II	২
৯২-৯৬	IIII	৫
৯৭-১০১	II	২
		n = ৩০

- গ) প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,
৫২, ৫৫, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৬২, ৬৪, ৬৫, ৬৮, ৬৯, ৭১, ৭২, ৭৩, ৭৫, ৭৭, ৭৯, ৮২, ৮৪, ৮৫, ৮৫,
৮৫, ৮৭, ৮৮, ৯২, ৯৩, ৯৫, ৯৫, ৯৫, ৯৭, ৯৮

এখানে উপাত্তের সংখ্যা $n = ৩০$ যা জোড় সংখ্যা।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যক} &= \frac{\frac{৩০}{২} \text{ তম ও } \left(\frac{৩০}{২} + ১\right) \text{ তম পদের যোগফল}}{২} \\ &= \frac{১৫ \text{ তম ও } ১৬ \text{ তম পদের মানের যোগফল}}{২} \\ &= \frac{৭৭ + ৭৯}{২} = ৭৮ \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৮। কোনো বিদ্যালয়ের ১০০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের সারণি দেওয়া হলোঃ

প্রাপ্ত নম্বর	৬৬-৭০	৭১-৭৫	৭৬-৮০	৮১-৮৫	৮৬-৯০	৯১-৯৫	৯৬-১০০
গণসংখ্যা	১০	১৪	১৯	২৪	১৬	১২	৫

ক) ১০, ১৪, ১৫, ১৩, ১২, ১৫, ১৩, ১১, ১৩, ১৮ প্রচুরক নির্ণয় কর।

খ) সারণি হতে গাণিতিক গড় নির্ণয় কর।

গ) বিবরণসহ প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর।

সমাধান

ক) প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে ১৩ আছে সর্বাধিক ৩ বার।

∴ প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক ১৩ (উত্তর)

খ) প্রদত্ত সারণি হতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপঃ

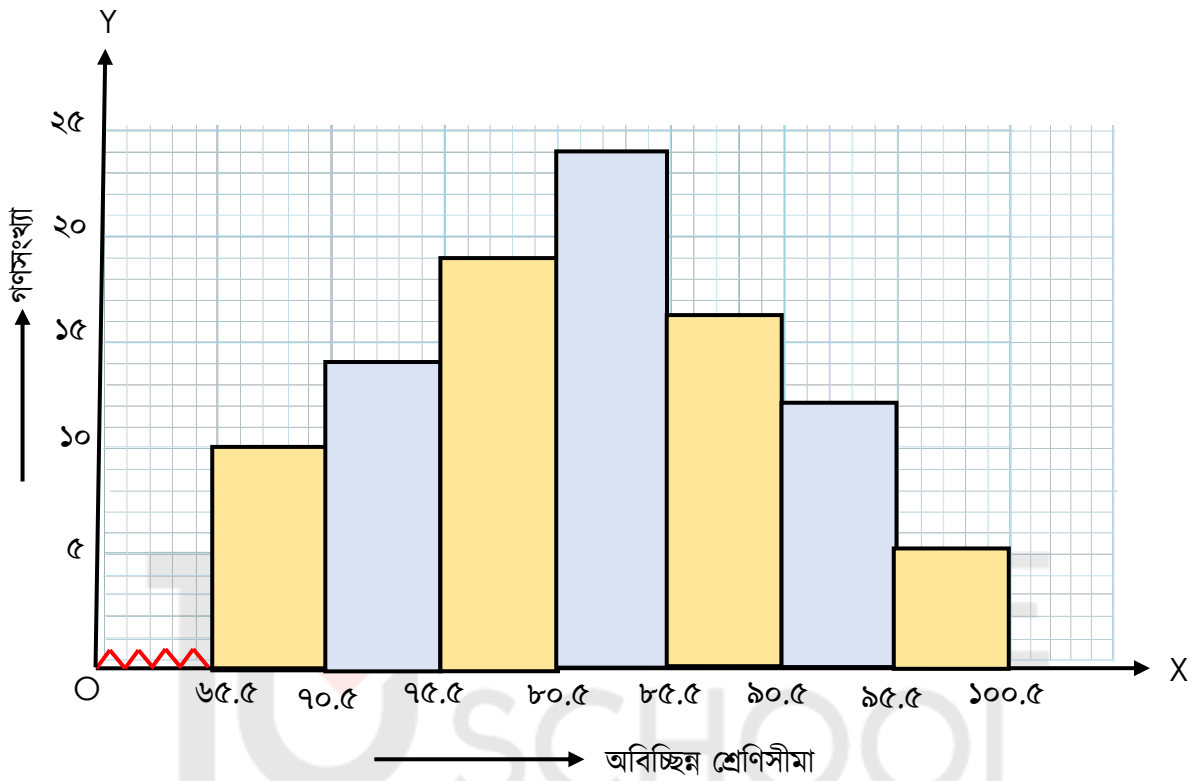
শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যমান(x_i)	$f_i x_i$
৬৬-৭০	১০	৬৮	৬৮০
৭১-৭৫	১৪	৭৩	১০২২
৭৬-৮০	১৯	৭৮	১৪৮২
৮১-৮৫	২৪	৮৩	১৯৯২
৮৬-৯০	১৬	৮৮	১৪০৮
৯১-৯৫	১২	৯৩	১১১৬
৯৬-১০০	৫	৯৮	৪৯০
মোট	$n = 100$		$\Sigma f_i x_i = ৮১৯০$

$$\text{প্রাপ্ত নম্বরের গড়} = \frac{\Sigma f_i x_i}{n} = \frac{৮১৯০}{১০০} = ৮১.৯ \text{ (উত্তর)}$$

গ) আয়তলেখ অংকনের সারণিঃ

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিবিন্যাস	গণসংখ্যা
৬৬-৭০	৬৫.৫-৭০.৫	১০
৭১-৭৫	৭০.৫-৭৫.৫	১৪
৭৬-৮০	৭৫.৫-৮০.৫	১৯
৮১-৮৫	৮০.৫-৮৫.৫	২৪
৮৬-৯০	৮৫.৫-৯০.৫	১৬
৯১-৯৫	৯০.৫-৯৫.৫	১২
৯৬-১০০	৯৫.৫-১০০.৫	৫

এখন, ছক কাগজে X -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার ১ একক এবং Y -অক্ষ বরাবর প্রতি ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ অংকন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৬৫.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাগা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ১৯। বিশ্বকাপ ক্রিকেটে ২৫ জন ব্যাটসম্যানের রান নিম্নে দেওয়া হল-

১৫৩, ১৬০, ১৪৫, ১৩৫, ১৪৮, ১৬৮, ১৭০, ১৭৬, ১৫০, ১৬০, ১৮৩, ১৫৬, ১৪০, ১৩৫, ১৪৬, ১৫৮, ১৬০, ১৫৪, ১৬৬, ১৭৭, ১৩৮, ১৪৫, ১৫৭, ১৪৪, ১৫৫, ১৩৭, ১৪৮, ১৭১, ১৬৮, ১৮০।

ক) উপাত্ত গুলোর প্রচুরক নির্ণয় কর।

খ) ৫ শ্রেণিব্যাপ্তি নিয়ে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে গাণিতিক গড় নির্ণয় কর।

গ) তথ্যগুলোর আয়তলেখ অংকন কর।

সমাধান

ক) প্রদত্ত উপাত্ত থেকে দেখা যায় যে ১৬০ সর্বাধিক সংখ্যক ৩ বার করে আছে।
∴ উপাত্তের প্রচুরক ১৬০ (উত্তর)

খ) প্রদত্ত উপাত্তগুলো সর্বনিম্ন সংখ্যা = ১৩৫

এবং সর্বোচ্চ সংখ্যা = ১৮৩

∴ পরিসর = (১৮৩ - ১৩৫) + ১ = ৪৯

শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{৪৯}{৫}$

= ৯.৮

= ১০ টি

গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

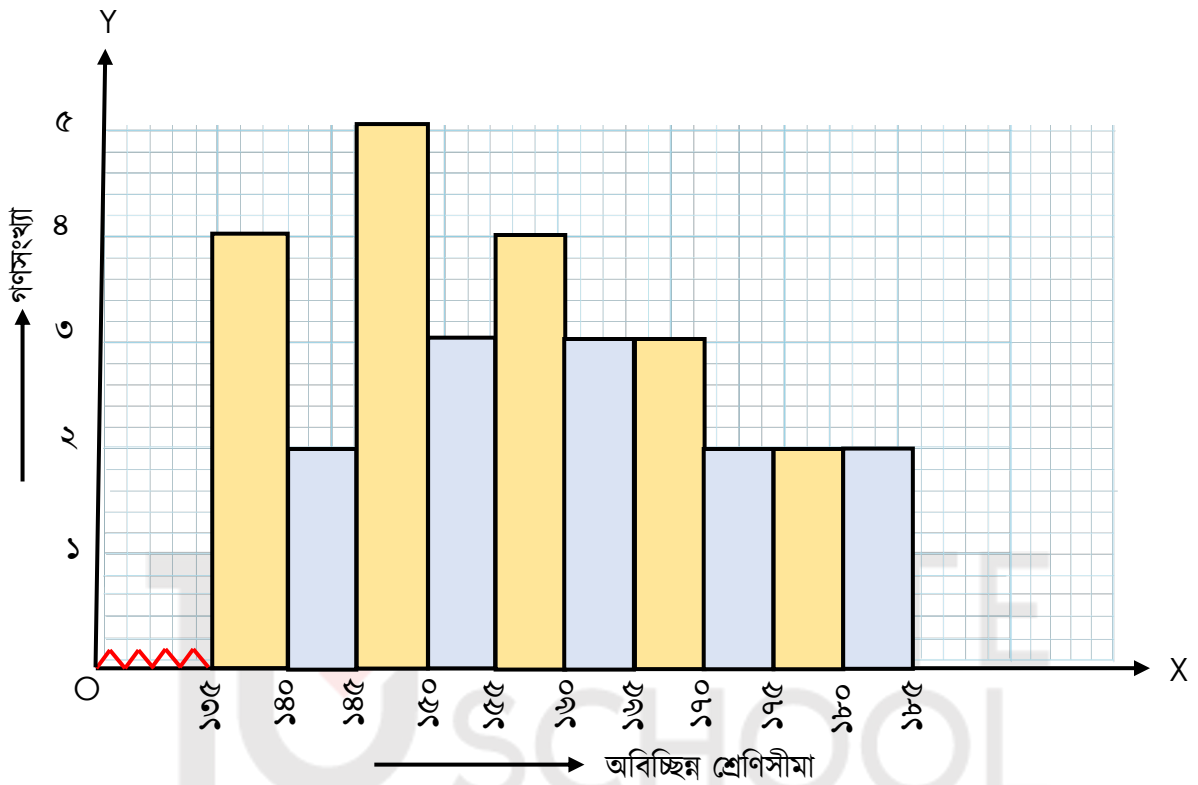
শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা (f_i)	মধ্যমান(x_i)	$f_i x_i$
১৩৫-১৩৯	১৩৭	৪	৫৪৮
১৪০-১৪৪	১৪২	২	২৮৪
১৪৫-১৪৯	১৪৭	৫	৭৩৫
১৫০-১৫৪	১৫২	৩	৪৫৬
১৫৫-১৫৯	১৫৭	৪	৬২৮
১৬০-১৬৪	১৬২	৩	৪৮৬
১৬৫-১৬৯	১৬৭	৩	৫০১
১৭০-১৭৪	১৭২	২	৩৪৪
১৭৫-১৭৯	১৭৭	২	৩৫৪
১৮০-১৮৪	১৮২	২	৩৬৪
	মোট	$n = ৩০$	$\Sigma f_i x_i = ৪৭০০$

$$\begin{aligned} \text{প্রাপ্ত নম্বরের গড়} &= \frac{\Sigma f_i x_i}{n} = \frac{৪৭০০}{৩০} \\ &= ১৫৬.৬৭ \text{ (উত্তর)} \end{aligned}$$

গ) আয়তলেখ অংকনের সারণিঃ

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিবিন্যাস	গণসংখ্যা
১৩৫-১৩৯	১৩৫-১৪০	৪
১৪০-১৪৪	১৪০-১৪৫	২
১৪৫-১৪৯	১৪৫-১৫০	৫
১৫০-১৫৪	১৫০-১৫৫	৩
১৫৫-১৫৯	১৫৫-১৬০	৪
১৬০-১৬৪	১৬০-১৬৫	৩
১৬৫-১৬৯	১৬৫-১৭০	৩
১৭০-১৭৪	১৭০-১৭৫	২
১৭৫-১৭৯	১৭৫-১৮০	২
১৮০-১৮৪	১৮০-১৮৫	২

এখন, ছক কাগজে X -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার ১ একক এবং Y -অক্ষ বরাবর প্রতি ৫ বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ অংকন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ১৩৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাস্মা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



প্রশ্ন ২০। ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি নিম্নরূপ :

প্রাপ্ত নম্বর	৫০	৫৫	৬০	৬৫	৭০	৭৫	৮০
গণসংখ্যা	৫	৭	১০	১৫	৮	৩	২

ক) প্রথম দশটি মৌলিক সংখ্যার গড় নির্ণয় কর।

খ) মধ্যক নির্ণয় কর।

গ) প্রদত্ত উপাত্তের পাই চিত্র আঁক।

সমাধান

ক) প্রথম ১০ টি মৌলিক সংখ্যা নিম্নরূপ :

২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯, ২৩, ২৯।

$$\text{নির্ণেয় গড়} = \frac{২ + ৩ + ৫ + ৭ + ১১ + ১৩ + ১৭ + ১৯ + ২৩ + ২৯}{১০}$$

$$= \frac{১২৯}{১০} = ১২.৯ \text{ (উত্তর)}$$

খ) মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণি :

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	যোজিত গণসংখ্যা
৫০	৫	৫
৫৫	৭	১২
৬০	১০	২২
৬৫	১৫	৩৭
৭০	৮	৪৫
৭৫	৩	৪৮
৮০	২	৫০

এখানে, $n = ৫০$ যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\left(\frac{৫০}{২}\right) \text{ তম ও } \left(\frac{৫০}{২} + ১\right) \text{ তম পদ দুইটি সাংখ্যিক মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{২৫ \text{ ও } ২৬ \text{ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{৬৫ + ৬৫}{২}$$

$$= ৬৫$$

\therefore নির্ণেয় মধ্যক ৬৫ (উত্তর)

গ)

প্রাপ্ত নম্বর	৫০	৫৫	৬০	৬৫	৭০	৭৫	৮০
গণসংখ্যা	৫	৭	১০	১৫	৮	৩	২

$$\therefore ৫০ \text{ নম্বর প্রাপ্ত } ৫ \text{ জনের জন্য কোণ} = \frac{৫ \times ৩৬০^\circ}{৫০}$$

$$= ৩৬^\circ$$

$$৫৫ \text{ নম্বর প্রাপ্ত } ৭ \text{ জনের জন্য কোণ} = \frac{৭ \times ৩৬০^\circ}{৫০}$$

$$= ৫০.৪^\circ$$

$$৬০ \text{ নম্বর প্রাপ্ত } ১০ \text{ জনের জন্য কোণ} = \frac{১০ \times ৩৬০^\circ}{৫০}$$

$$= ৭২^\circ$$

$$৬৫ \text{ নম্বর প্রাপ্ত } ১৫ \text{ জনের জন্য কোণ} = \frac{১৫ \times ৩৬০^\circ}{৫০}$$

$$= ১০৮^\circ$$

$$৭০ \text{ নম্বর প্রাপ্ত } ৮ \text{ জনের জন্য কোণ} = \frac{৮ \times ৩৬০^\circ}{৫০}$$

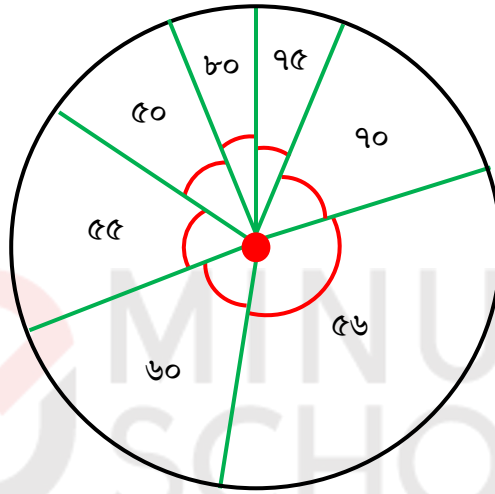
$$= ৫৭.৬^\circ$$

$$৭৫ \text{ নম্বর প্রাপ্ত } ৩ \text{ জনের জন্য কোণ} = \frac{৩ \times ৩৬০^\circ}{৫০}$$

$$= ২১.৬^\circ$$

$$\begin{aligned} ৮০ \text{ নম্বর প্রাপ্ত } ২ \text{ জনের জন্য কোণ} &= \frac{২ \times ৩৬০^\circ}{৫০} \\ &= ১৮.৪^\circ \end{aligned}$$

এখন কোণগুলো ৩৬০° এর অংশ হিসেবে আঁকা হলো, যা নির্ণেয় পাইচিত্র।



বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১। কোনো উপাত্তের সর্বোচ্চ মান ৮০, সর্বনিম্ন মান ৪০ এবং শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ হলে, শ্রেণিসংখ্যা কত?

(ক) ৮

☒ (খ) ৯

(গ) ৪০

(ঘ) ৪১

২। ২, ১, ৯, ০, ৩, ৪, ১, ৬, ৯, ০ সংখ্যাগুলোর গড় কত?

(ক) ৩.৮৯

(খ) ৩.৭৭

☒ (গ) ৩.৫০

(ঘ) ২.৪০

৩। বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রী?

(ক) ০^0

(খ) ৯০^0

(গ) ১৮০^0

☒ (ঘ) ৩৬০^0

৪। কোনো উপাত্তের সর্বোচ্চ মান ৯৫, সর্বনিম্ন মান ৭০ এবং শ্রেণি ব্যবধান ৫ হলে, উপাত্তের শ্রেণিসংখ্যা কত?

(ক) ১০

(খ) ৭

☒ (গ) ৬

(ঘ) ৫

৫। ২৮, ১৩, ২৩, ২৮, ২৯, ১৬, ২১ উপাত্তগুলোর মধ্যক কত?

(ক) ২২

 (খ) ২৩

(গ) ২৬

(ঘ) ২৯

৬। ২, ৫, ২, ১২, ৫, ১১, ২, ৭, ১, ১১ তথ্যগুলোর প্রচুরক কত?

(ক) ১

 (খ) ২

(গ) ৫

(ঘ) ১১

৭। ৮, ১২, ১৬, ১৭, ২০ সংখ্যাগুলোর গড় কত?

(ক) ১০.৫

(খ) ১২.৫

(গ) ১৩.৬

 (ঘ) ১৪.৬

৮। ১৮, ২৫, ১০, ১৪, ১২, ১৯ সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

(ক) ১১.৫

(খ) ১৪.৫

 (খ) ১৬

(ঘ) ১৮

৯। ৮, ০, ৬, ১, ৪, ৭ উপাত্তগুলোর মধ্যক নিচের কোনটি ?

(ক) ১

(খ) ৪

☒ (গ) ৫

(ঘ) ৬

১০। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাণ কয়টি?

(ক) ১ টি

(খ) ২ টি

☒ (গ) ৩ টি

(ঘ) ৪ টি

১১। “৬ - ১০” শ্রেণির শ্রেণিব্যাপ্তি কত?

(ক) ১

(খ) ৪

☒ (গ) ৫

(ঘ) ৬

১২। ০, ০, ২, ৪, ৬, ৮, ৭, ৩ উপাত্তগুলোর গড় নিচের কোনটি ?

☒ (ক) ৩.৭৫

(খ) ৫

(গ) ৫.৭৫

(ঘ) ৬

১৩। ১১, ২৩, ২৫, ১৫, ২১, ১২, ১৮, ১৭, ২৭, ২২, ২৯, ১৯, ৩০, ১৬, উপাত্তগুলোর মধ্যক কোনটি ?

(ক) ১৮

(খ) ১৮.৫

☒ (গ) ২০

(ঘ) ২০.৫

১৪। পরিসর ৫৭ এবং শ্রেণি ব্যবধান ১০ হলে, শ্রেণি সংখ্যা কত?

(ক) ৫

(খ) ৬

(গ) ৭

(ঘ) ৮

১৫। পাইচিট্রের কেন্দ্রে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন হয়?

(ক) ৯০^0

(খ) ১৮০^0

(গ) ২৭০^0

(ঘ) ৩৬০^0

১৬। ৬, ১০, ৭, ১০, ৫, ১৩, ৬, ১১, ১১, ১৩, ৭, ৭, ১৫, ১৪ উপাত্তগুলোর প্রচুরক নিচের কোনটি ?

(ক) ৬

(খ) ৭

(গ) ১০

(ঘ) ১১

১৭। বৃত্তলেখের কেন্দ্রে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন হয়?

(ক) ৯০^0

(খ) ১৮০^0

(গ) ২৭০^0

(ঘ) ৩৬০^0

১৮। ৮, ৭, ৯, ৮, ৭, ৯, ৬, ৭, ৮, ৬, ৭, ৮, ৯, ৮ উপাত্তগুলোর প্রচুরক কত?

(ক) ৬

(খ) ৭

☒ (গ) ৮

(ঘ) ৯

১৯। মোট উপাত্তের সংখ্যা n বিজোড় হলে মধ্যক নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{n}{2}$ ও $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ তম পদের গড়

(খ) $\left(\frac{n-1}{2}\right)$ তম পদ

☒ (গ) $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ তম পদ

(ঘ) $\frac{n}{2}$ ও $\left(\frac{n}{2} - 1\right)$ তম পদের গড়

২০। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাণ হলো-

(ক) মধ্যক ও ট্যালি

(খ) প্রচুরক ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

(গ) মধ্যক ও শ্রেণি মধ্যমান

☒ (ঘ) মধ্যক ও প্রচুরক

২১। উপাত্তের গণসংখ্যার সারণি তৈরি করতে প্রথম ধাপ কোনটি?

(ক) শ্রেণিসংখ্যা

☒ (খ) পরিসর

(গ) গণসংখ্যা

(ঘ) শ্রেণিব্যাপ্তি

২২। ৯, ১১, ১৫, ১৭, ১১, ১৫, ১৭, ১১, ১৭ উপাত্তগুলোর প্রচুরক নিচের কোনটি

(ক) ৯ ও ১১

(খ) ১১ ও ১৫

(গ) ১৫ ও ১৭

☒ (ঘ) ১১ ও ১৭

২৩। কোনো উপাত্তের পরিসর ২৬ এবং সর্বোচ্চ মান ৪২ হলে উপাত্তটির সর্বনিম্ন মান কত?

(ক) ১৫

(খ) ১৬

☒ (গ) ১৭

(ঘ) ৩৪

২৪। ৯, ১০, ৩২, ৩০, ১২, ১৭, ১৯, ২৫ এই সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

(ক) ১৬

(খ) ১৭

☒ (গ) ১৮

(ঘ) ১৯

২৫। ১২১, ২১৩, ১০৭, ২১৯, ১৯৯, ১২০ উপাত্তের পরিসর কত?

(ক) ৯৯

(খ) ১০০

(গ) ১১২

☒ (ঘ) ১১৩

২৬। ৩, ৬, ৪, ৬, ৫, ৬, ৫, ৪, ৫ এর প্রচুরক কত?

(ক) ৩ ও ৪

(খ) ৪ ও ৬

☒ (গ) ৫ ও ৬

(ঘ) ৪ ও ৫

২৭। আয়তলেখের উচ্চতা হলো-

☒ (ক) গণসংখ্যা

(খ) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

(গ) পরিসর

(ঘ) শ্রেণিসংখ্যা

২৮। একটি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত তা নিচের কোনটির মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়?

(ক) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

(খ) শ্রেণির মধ্যবিন্দু

(গ) শ্রেণিসীমা

☒ (ঘ) শ্রেণির গণসংখ্যা

২৯। ১ থেকে ২০ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাগুলোর মধ্যক কোনটি?

(ক) ১২

(খ) ১১

☒ (গ) ৯

(ঘ) ৭

৩০। ২১, ২৪, ১৮, ১০, ৬, ২৩, ৩০ সংখ্যাগুলোর পরিসর কত?

(ক) ৯

(খ) ১০

(গ) ২৪

☒ (ঘ) ২৫

৩১। ৬, ৫, ১২, ৮, ১০ এবং ১৫ সংখ্যাগুলোর মধ্যক নিচের কোনটি?

(ক) ৮

☒ (খ) ৯

(গ) ১২

(ঘ) ১০

৩২। ৮, ১০, ৭, ১৩, ১২, ১৫ এই সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

(ক) ১৩

(খ) ১২

☒ (গ) ১১

(ঘ) ১০

৩৩। ৭, ৫, ১৪, ১৩, ১০, ৮, ৯, ১১, ১২, ৬ সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

(ক) ৮

(খ) ৮.৫

(গ) ৯

☒ (ঘ) ৯.৫

৩৪। কোনো পরিসংখ্যান উপাত্তের সর্বনিম্ন সংখ্যা ৫১, সর্বোচ্চ সংখ্যা ৯৬ হলে তাদের পরিসর কত?

(ক) ৪৫

☒ (খ) ৪৬

(গ) ৭৩.৫

(ঘ) ৯৬.৫

৩৫। কোনো পরিসংখ্যান উপাত্তের সর্বনিম্ন মান ২০, সর্বোচ্চ মান ৬০ এবং শ্রেণি ব্যাপ্তি ৫ হলে শ্রেণি সংখ্যা কত?

(ক) ৮

☒ (খ) ৯

(গ) ৪০

(ঘ) ৪১

৩৬ উপাত্তসমূহের কেন্দ্রীয় মানের দিকে পুঞ্জীভূত হয়ার প্রবণতাকে কী বলা হয়?

(ক) প্রচুরক

(খ) বিস্তার

(গ) মধ্যক

☒ (ঘ) কেন্দ্রীয় প্রবণতা

৩৭। কোনো শ্রেণির ট্যালি সংখ্যা হলো ঐ শ্রেণির-

(ক) শ্রেণিসংখ্যা

(খ) পরিসর

☒ (গ) গণসংখ্যা

(ঘ) শ্রেণি ব্যাবধান

৩৮। পাইচিত্র কী?

(ক) ☒ বৃত্তলেখ

(খ) সারণি

(গ) উপাত্ত

(ঘ) ট্যালি

৩৯। নিচের কোনটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ?

(ক) ☒ গড়

(খ) জনসংখ্যা

(গ) তাপমাত্রা

(ঘ) উচ্চতা

৪০। উপাত্ত কয়ভাবে সংগ্রহ করা যায়?

(ক) ১

(খ) ☒ ২

(গ) ৩

(ঘ) ৪

৪১। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপক কয়টি?

(ক) ১

(খ) ২

(গ) ☒ ৩

(ঘ) ৪

৪২। গণসংখ্যা সারণি তৈরি করার জন্য কয়টি ধাপ ব্যবহার করা হয়?

(ক) ৩

☒ (খ) ৪

(গ) ৫

(ঘ) ৬

৪৩। ১৭, ১৯, ২৩, ২৬, ৩৫ সংখ্যাগুলোর গড় কত?

(ক) ২৩

☒ (খ) ২৪

(গ) ২৬

(ঘ) ৩০

৪৪। শ্রেণির নিম্নসীমা ও উচ্চসীমা যোগ করে ২ দ্বারা ভাগ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যায়?

(ক) প্রচুরক

(খ) শ্রেণিসীমা

(গ) শ্রেণি ব্যাবধান

☒ (ঘ) শ্রেণি মধ্যবিন্দু

৪৫। ৮ জন লোকের বয়সের উপাত্ত ৩০, ৪৫, ৪০, ৩৬, ৪২, ৩৬, ৩৩, ৪২ এগুলো কোন ধরনের উপাত্ত?

(ক) বিন্যস্ত

☒ (খ) অবিন্যস্ত

(গ) ট্যালি উপাত্ত

(ঘ) শ্রেণি উপাত্ত

৪৬। ১৭, ২৫, ২৭, ১৩, ২৩ এবং x -এর গাণিতিক গড় ১৯ হলে x -এর মান কত?

(ক) ১৪

(খ) ১২

☒ (গ) ৯

(ঘ) ৮

৪৭। উপাত্তের পরিসরের সূত্র কোনটি?

(ক) (উপাত্তের সর্বোচ্চ মান - সর্বনিম্ন মান)

(খ) (উপাত্তের সর্বোচ্চ মান + সর্বনিম্ন মান)

(গ) (উপাত্তের সর্বোচ্চ মান + সর্বনিম্ন মান) + ১

☒ (ঘ) (উপাত্তের সর্বোচ্চ মান - সর্বনিম্ন মান) + ১

৪৮। কোনো উপাত্তের সর্বোচ্চ সংখ্যা ৫০ এবং সর্বনিম্ন সংখ্যা ২০ হলে পরিসর কত?

(ক) ২১

☒ (খ) ৩১

(গ) ৫১

(ঘ) ৬১

নিচের তথ্যের আলোকে (৪৯-৫০) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

১, ৩, ২, ৫, ১২, ১৩, ১০, ১২

৪৯। মধ্যক কোনটি?

(ক) ৮.৫

(খ) ৭.৫

(গ) ১০.৫

(ঘ) ১১

৫০। গড় কোনটি?

(ক) ৫

(খ) ৬

(গ) ৭

(ঘ) ৯

প্রদত্ত সারণির আলোকে (৫১-৫৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

নিচে ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের সারণি দেওয়া হলো-

শ্রেণিব্যাপ্তি	৪১-৫৫	৫৬-৭০	৭১-৮৫	৮৬-১০০
গণসংখ্যা	৬	১০	২০	৪

৫১। উপাত্তগুলোর শ্রেণিব্যাপ্তি কত?

(ক) ৫

(খ) ১০

(গ) ১৪

(ঘ) ১৫

৫২। ৪র্থ শ্রেণির মধ্যমান কোনটি?

(ক) ৯৪

(খ) ৯৩

(গ) ৫০

(ঘ) ৪৩

৫৩। প্রচুরক শ্রেণির উচ্চসীমা কোনটি?

(ক) ১০০

(খ) ৮৬

(গ) ৮৫

(ঘ) ৭১

নিচের তথ্যের আলোকে (৫৪-৫৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

০, ০, ১, ১, ৫, ৬, ৩, ২

৫৪। উপাত্তগুলোর মধ্যক কোনটি?

(ক) ০

(খ) ২.৫

(গ) ১.৫

(ঘ) ১.২

৫৫। উপাত্তগুলোর গড় কোনটি?

(ক) ২.৩

(খ) ২.২৫

(গ) ৩

(ঘ) ৩.৫

প্রদত্ত সারণির আলোকে (৫৬-৫৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

শ্রেণিব্যাপ্তি	৪২-৪৭	৪৮-৫৩	৫৪-৫৯	৬০-৬৫	৬৬-৭১
গণসংখ্যা	৬	১০	৭	৪	১

৫৬। উপাত্তগুলোর মধ্যকশ্রেণি কোনটি?

(ক) ৪২-৪৭

(খ) ৫৪-৫৯

(গ) ৬০-৬৫

(ঘ) ৪৮-৫৩

৫৭। শ্রেণি ব্যবধান কত?

(ক) ৪

(খ) ৫

(গ) ৬

(ঘ) ৭

প্রদত্ত সারণির আলোকে (৫৮-৬০) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

শ্রেণিব্যাপ্তি	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
গণসংখ্যা	৬	১৫	১০	৫	৪

৫৮। ১ম শ্রেণির শ্রেণি মধ্যমান কত?

(ক) ৫১

(খ) ৫৫

☒ (গ) ৫৫.৫

(ঘ) ৮০

৫৯। প্রচুরক শ্রেণির নিম্নমান কত?

(ক) ৪২

(খ) ৫৪

(গ) ৮০

☒ (ঘ) ৭১

৬০। মধ্যকশ্রেণি কোনটি?

☒ (ক) ৬১-৭০

(খ) ৭১-৮০

(গ) ৮১-৯০

(ঘ) ৯১-১০০

৬১। নিচের কোনটি দ্বারা শ্রেণী ব্যাপ্তি বোঝায় ?

ক. উপাত্তগুলোর মধ্যে প্রথম ও শেষ উপাত্তের ব্যবধান

খ. উপাত্তগুলোর মধ্যে শেষ ও প্রথম উপাত্তের সমষ্টি

গ. প্রত্যেক শ্রেণির বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম উপাত্তের সমষ্টি

✓ প্রতিটি শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম সংখ্যার ব্যবধান

৬২। একটি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি ?

✓ ক. শ্রেণির গণসংখ্যা

খ. শ্রেণির মধ্যবিন্দু

গ. শ্রেণি সীমা

ঘ. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

৬৩। ৮, ১২, ১৬, ১৭, ২০ সংখ্যাগুলোর গড় কত ?

ক. ১০.৫

খ. ১২.৫

গ. ১৩.৬

✓ ঘ. ১৪.৬

৬৪। ১০, ১২, ১৪, ১৮, ১৯, ২৫ সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত ?

ক. ১১.৫

খ. ১৪.৬

✓ গ. ১৬

ঘ. ১৮.৬

৬৫। ৬, ১২, ৭, ১২, ১১, ১২, ১১, ৭, ১১ এর প্রচুরক কোনটি ?

ক. ১১ ও ৭

✓ খ. ১১ ও ১২

গ. ৭ ও ১২

ঘ. ৬ ও ৭

নিচে তোমাদের শ্রেণির ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণি ব্যাপ্তি	৪১ - ৫৫	৫৬ - ৭০	৭১ - ৮৫	৮৬ - ১০০
গণসংখ্যা	৬	১০	২০	৪

এই সারণির আলোকে (৬৬-৬৮) নম্বর পর্যন্ত প্রশ্নের উত্তর দাও

৬৬। উপাত্তগুলোর শ্রেণি ব্যাপ্তি কোনটি ?

ক. ৫

খ. ১০

গ. ১২

ঘ. ১৫

৬৭। দ্বিতীয় শ্রেণির শ্রেণি মধ্যমান কোনটি ?

ক. ৪৮

খ. ৬৩

গ. ৭৮

ঘ. ৯৩

৬৮। প্রদত্ত সারণিতে প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা কোনটি ?

ক. ৪১

খ. ৫৬

গ. ৭১

ঘ. ৮৬