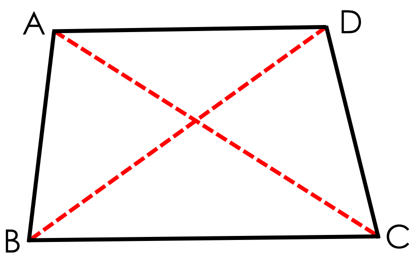
৮ম - অধ্যায়

চতুর্ভুজ

মূল বিষয়



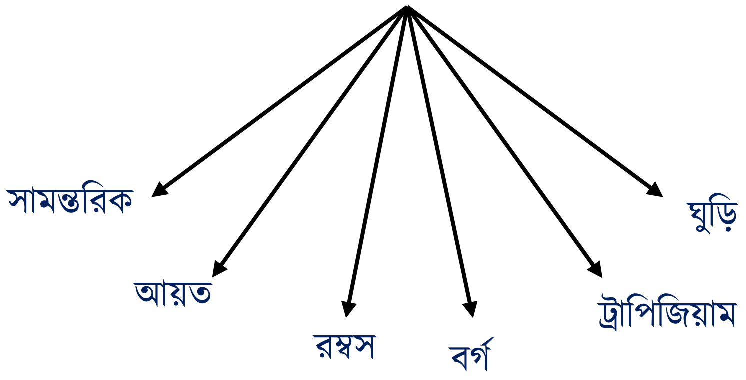
চারটি রেখাংশের দ্বারা আবদ্ধ চিত্র একটি চতুর্ভুজ। চিত্র দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রটি একটি চতুর্ভুজক্ষেত্র।

চতুর্ভুজের চারটি বাহু আছে। যে চারটি রেখাংশ দ্বারা ক্ষেত্রটি আবদ্ধ হয়, এ চারটি রেখাংশই চতুর্ভুজের বাহু।

1. A, B, C, ও D বিন্দুতে যেকোনো তিনটি সমরেখা নয়। AB, BC, CD ও DA রেখাংশ চারটি সংযোগে ABCD চতুর্ভুজ গঠিত হয়েছে। AB, BC, CD ও DA চতুর্ভুজটির চারটি বাহু। A, B, C ও D চারটি কৌণক বিন্দু বা শীর্ষবিন্দু।

2. $\angle ABC, \angle BCD, \angle CDA$ ও $\angle DAB$ চতুর্ভুজের চারটি কোণ। A ও B শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে C ও D শীর্ষের বিপরীত শীর্ষবিন্দু। AB ও CD পরস্পর বিপরীত বাহু এবং AD ও BC পরস্পর বিপরীত বাহু। এক শীর্ষবিন্দুতে যে দুইটি বাহু মিলিত হয়, এরা সন্নিহিত বাহু। যেমন, AB ও BC বাহু দুইটি সন্নিহিত বাহু। AC ও BD রেখাংশদ্বয় ABCD চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ। চতুর্ভুজের বাহুরগুলোর দৈর্ঘ্যের সমষ্টিকে এর পরিসীমা বলে। ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা $(AB + BC + CD + DA)$ এর দৈর্ঘ্যের সমান। চতুর্ভুজকে অনেক সময় '■' প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

চতুর্ভুজের প্রকারভেদ

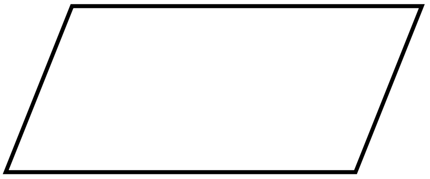


চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ। চতুর্ভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের সমষ্টিকে এর পরিসীমা বলে। **ABCD** চতুর্ভুজের পরিসীমা **(AB+BC+CD+DA)** এর দৈর্ঘ্যের সমান। চতুর্ভুজকে অনেক সময় “ ■ “ প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

চতুর্ভুজের প্রকারভেদ

সামান্তরিক :

যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুরগুলো পরস্পর সমান এবং সমান্তরাল, তা সামান্তরিক। সামান্তরিক সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে সামান্তরিকক্ষেত্র বলে।



সামান্তরিক

আয়ত :

যে সামন্তরিক এর একটি কোণ সমকোণ, তাই আয়ত। আয়তের চারটি কোণ সমকোণ। আয়তের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে আয়তক্ষেত্র বলে।

আয়ত

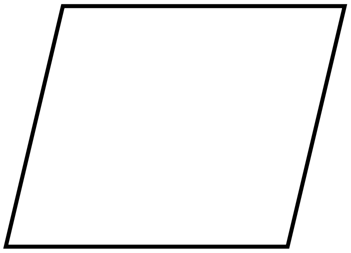
বর্গ :

বর্গ এমন একটি আয়ত যার সন্নিহিত বাহুগুলো সমান। অর্থাৎ, বর্গ এমন একটি সামান্তরিক যার প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ এবং বাহুগুলো সমান। বর্গের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে বর্গক্ষেত্র বলে।

বর্গ

রম্বস :

রম্বস এমন একটি সামন্তরিক যার সন্নিহিত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। অর্থাৎ, রম্বসের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল এবং চারটি বাহু সমান। রম্বসের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে রম্বসক্ষেত্র বলে।



রম্বস

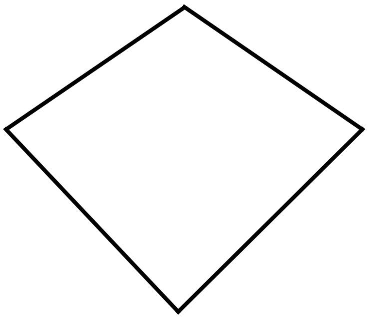
ট্রাপিজিয়াম :

যে চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল, একে ট্রাপিজিয়াম বলা হয়। ট্রাপিজিয়ামের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র বলে।

ট্রাপিজিয়াম

ঘুড়ি :

যে চতুর্ভুজের দুই জোড়া সনিহিত বাহু সমান, একে ঘুড়ি বলা হয়।



ঘুড়ি

Type-1

যাচাই করন

১। উক্তিগুলো সঠিক কিনা যাচাই কর :

(ক) বর্গ একটি আয়ত, আবার বর্গ একটি রম্বসও।

সমাধান :

বর্গ : বর্গের চারটি বাহুই সমান এবং চারটি কোণই সমকোণ। আবার, আয়তের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল এবং চারটি কোণই সমকোণ।

তাই আমরা বলতে পারি বর্গ একটি আয়ত। আরো বলা যায় যে, সকল বর্গই আয়ত কিন্তু সকল আয়ত বর্গ নয়।

অর্থাৎ, বর্গ একটি আয়ত উক্তিটি সত্য।

আবার,

রম্বস : রম্বস এমন একটি সামান্তরিক যার সন্নিহিত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান অর্থাৎ, যার চারটি বাহুই সমান। এখন তাহলে বলা যায়, যে রম্বসের একটি কোণ সমকোণ তাই বর্গ। সুতরাং সকল বর্গই রম্বস।

$\therefore$ বর্গ একটি রম্বসও উক্তিটি সত্য।

(খ) ট্রাপিজিয়াম একটি সামান্তরিক।

সমাধান :

ট্রাপিজিয়াম : যে চতুর্ভূজএর একজোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলা হয়।

সামান্তরিক : যে চতুর্ভূজের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল তাকে সামান্তরিক বলা হয়।

ট্রাপিজিয়াম ও সামান্তরিকের সংজ্ঞা তুলনা করলে আমরা দেখি এরা উভয়েই চতুর্ভূজ এবং এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল হলেই ট্রাপিজিয়াম হয় কিন্তু সামান্তরিকের দুই জোড়া বিপরীত বাহুই সমান্তরাল। তাই আমরা বলতে পারি ট্রাপিজিয়াম একটি সামান্তরিক উক্তিটি সঠিক নয়।

(গ) সামান্তরিক একটি ট্রাপিজিয়াম।

সমাধান :

সামান্তরিক : যে চতুর্ভূজের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল তাকে সাান্তরিক বলা হয়।

ট্রাপিজিয়াম : যে চতুর্ভূজএর একজোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলা হয়।

ট্রাপিজিয়াম ও সামান্তরিকের সংজ্ঞা তুলনা করলে আমরা সামান্তরিককে এক প্রকার ট্রাপিজিয়াম বলতে পারি। অর্থাৎ সামান্তরিক একটি ট্রাপিজিয়াম উক্তিটি সঠিক।

(ঘ) আয়ত বা রম্বস বর্গ নয়।

সমাধান : যখন একটি আয়তের সন্নিহিত বাহুগুলো সমান হয় একটি বর্গ। তাই, 'আয়ত বা রম্বস বর্গ নয়' এই উক্তিটি সবসময় সত্য নাও হতে পারে।

বর্গের সংজ্ঞায় বলা হয়েছে বর্গ এমন একটি আয়ত যার বাহুগুলো সমান। রম্বসের মাধ্যমে বর্গের সংজ্ঞা দেওয়া যায় কি?

সমাধান : হ্যা দেওয়া যায়, তখন সংজ্ঞাটি হয় নিম্নরূপ :

যে রম্বসের একটি কোণ সমকোণ তা বর্গ।

৩. বর্গের সংজ্ঞায় বলা হয়েছে বর্গ এমন একটি আয়ত যার বাহুগুলো সমান। রম্বসের মাধ্যমে বর্গের সংজ্ঞা দেওয়া যায় কি ?

চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য

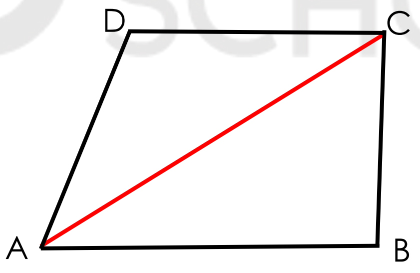
বিভিন্ন প্রকারের চতুর্ভুজের কিছু সাধারণ কিছু ধর্ম রয়েছে। এ ধর্মগুলো উপপাদ্য আকারে প্রমাণ করা হলো।

Type-2

বাহু ও কোণ সংক্রান্ত উপপাদ্য

উপপাদ্য ১

সাধারণ নির্বচন : চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।



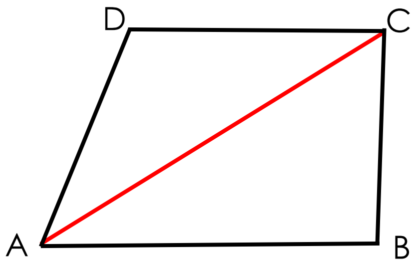
বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ।

A ও C যোগ করি। AC কর্ণটি চতুর্ভুজটিকে ΔABC ও ΔADC দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করেছে।

প্রমাণ :



ΔABC এ

$\angle BAC + \angle ACB + \angle B = 2$ সমকোণ। [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

অনুরূপভাবে, ΔDAC এ

$\angle DAC + \angle ACD + \angle D = 2$ সমকোণ। [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

এতএব, $\angle DAC + \angle ACD + \angle D + \angle BAC + \angle ACB + \angle B = (2+2)$ সমকোণ।

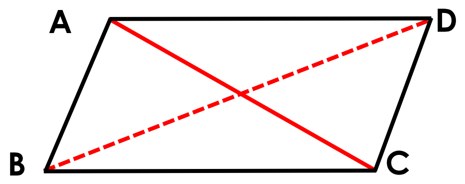
$\angle DAC + \angle BAC = \angle A$ এবং $\angle ACD + \angle ACB = \angle A$ [সন্নিহিত কোণের যোগফল]

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ [সন্নিহিত কোণের যোগফল]

(প্রমাণিত)

উপপাদ্য ২

সাধারণ নির্বচন : সামান্তরিকের বিপরীত বাহু ও কোনগুলো পরস্পর সমান।



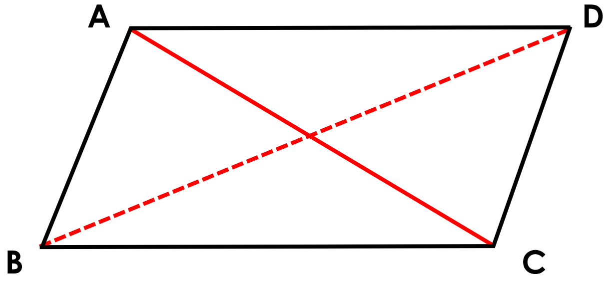
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং AC ও BD তার দুইটি কর্ণ।

প্রমাণ করতে হবে যে,

(ক) AB বাহু $=$ CD বাহু, AD বাহু $=$ BC বাহু

(খ) $\angle BAD = \angle BCD, \angle ABC = \angle ADC$

প্রমাণ :



$AB \parallel DC$ এবং AC তাদের ছেদক,

সুতরাং $\angle BAC = \angle ACD$. [একান্তর কোণ সমান]

আবার, BC $\parallel$ AD এবং AC তাদের ছেদক, [একান্তর কোণ সমান]

সুতরাং $\angle ACB = \angle DAC$.

এখন ΔABC ও ΔADC এ $\angle BAC = \angle ACD$,

$\angle ACB = \angle DAC$ এবং AC সাধারণ বাহু । [ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$.

অতএব, $AB = CD, BC = AD$ ও $\angle ABC =$
$\angle ADC$.

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায়, $\Delta BAD \cong \Delta BCD$.

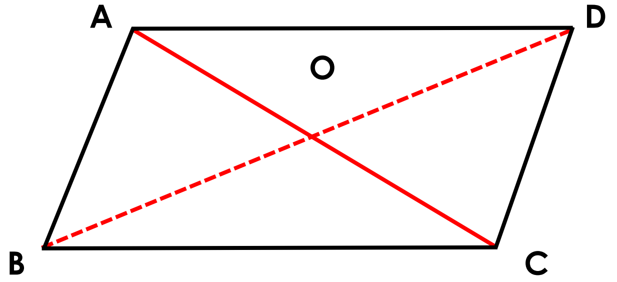
সুতরাং, $\angle BAD = \angle BCD$. **[প্রমাণিত]**

Type-3

কর্ণ সংক্রান্ত উপপাদ্য

উপপাদ্য ৩

সাধারণ নির্বচন : সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

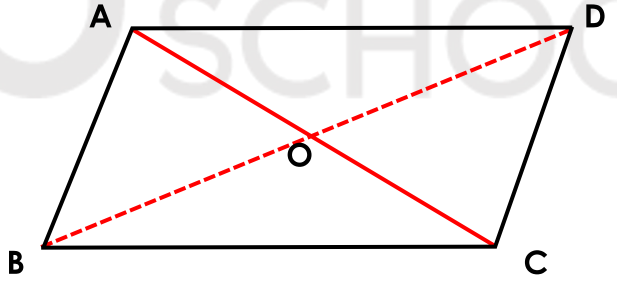


বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD সামান্তরিকের এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AO = CO, BO = DO$.

প্রমাণ :



AB ও DC রেখাংশ সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক। [একান্তর কোণ সমান]
অতএব, $\angle BAC =$ একান্তর $\angle ACD$.

AB ও DC রেখাংশ সমান্তরাল এবং BD এদের ছেদক।
সুতরাং, $\angle BDC =$ একান্তর $\angle ABD$. [একান্তর কোণ সমান]

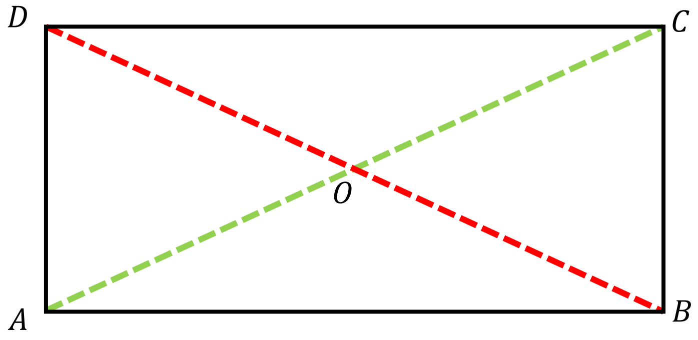
এখন, ΔAOB ও ΔCOD এ $\angle OAB = \angle OCD$, $\angle OBA = \angle ODC$ এবং $AB = DC$. $\therefore \angle BAC = \angle ACD; \angle BDC = \angle ABD$

[ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

সুতরাং, $\Delta AOB \cong \Delta COD$.
অতএব, $AO = CO$ এবং $BO = DO$. **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য ৪

সাধারণ নির্বচন : আয়তের কর্ণদ্বয় সমান ও পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

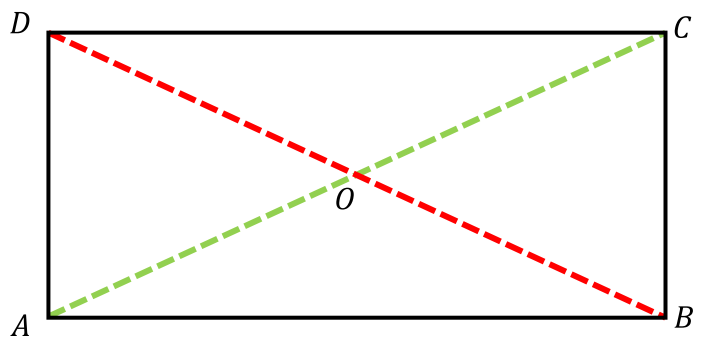


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD আয়তের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$(i) AC = BD,$

$\text{(ii) AO} = \text{CO}, \text{BO} = \text{DO}.$

প্রমাণ :



আয়ত একটি সামান্তরিক। সুতরাং,

$AO = CO, BO = DO.$ [সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

এখন ΔABD ও ΔACD এ

$AB = DC$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]

এবং $AD = AD.$ [সাধারণ বাহু প্রত্যেক সমকোণ]

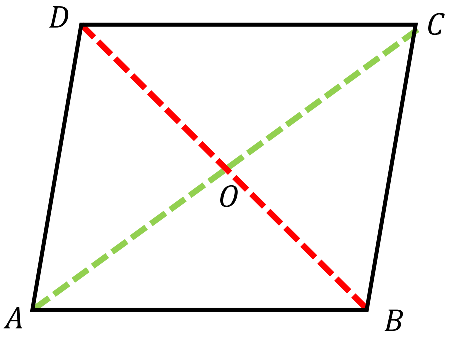
অন্তর্ভুক্ত $\angle DAB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ADC$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং, $\Delta ABD \cong \Delta ACD.$

অতএব, $AC = BD$ **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য ৫

সাধারণ নির্বচন : রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

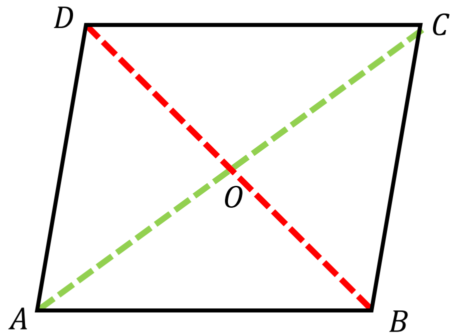


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD রম্বসের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$(i)\ \angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 1$ সমকোণ

$(ii)\ AO = CO, BO = DO.$

প্রমাণ :



রম্বস একটি সামান্তরিক। সুতরাং, $AO = CO, BO = DO.$ [সামান্তরিক কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

এখন ΔAOB ও ΔBOC এ

$AB = BC$ [রম্বসের বাহুগুলো সমান]

$AO = CO$

এবং $OB = OB$ [সাধারণ বাহু]

অতএব, $\Delta AOB \cong \Delta BOC.$ [ত্রিভুজের বাহু-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $\angle AOB = \angle BOC.$

$\angle AOB + \angle BOC = 1$ সরলকোণ $= 2$ সমকোণ।

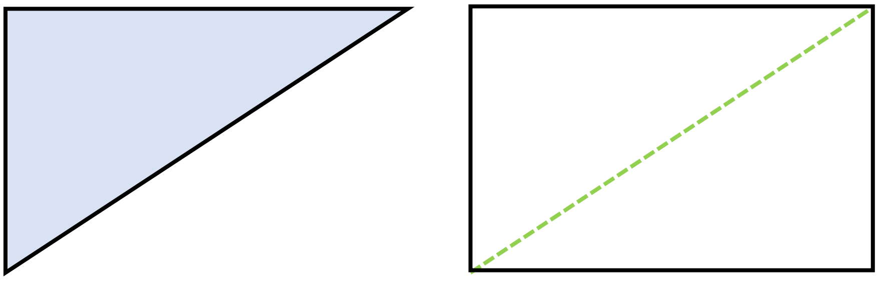
$\angle AOB = \angle BOC = 1$ সমকোণ।

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে,

$\angle COD = \angle DOA = 1$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

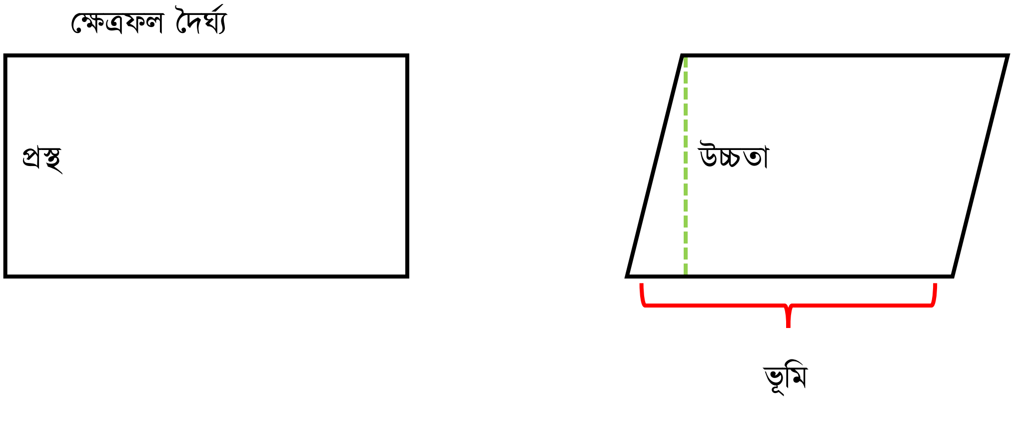
একটি চতুর্ভুজের একটি কর্ণ দ্বারা চতুর্ভুজক্ষেত্রেটি দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত হয়। অতএব, চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের যোগফলের সমান। আবার আয়ত ও সামান্তরিকের ভূমি ও উচ্চতা একই হলেও উল্লেখিত ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল সমান।



(ক) আয়ত ও সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলঃ

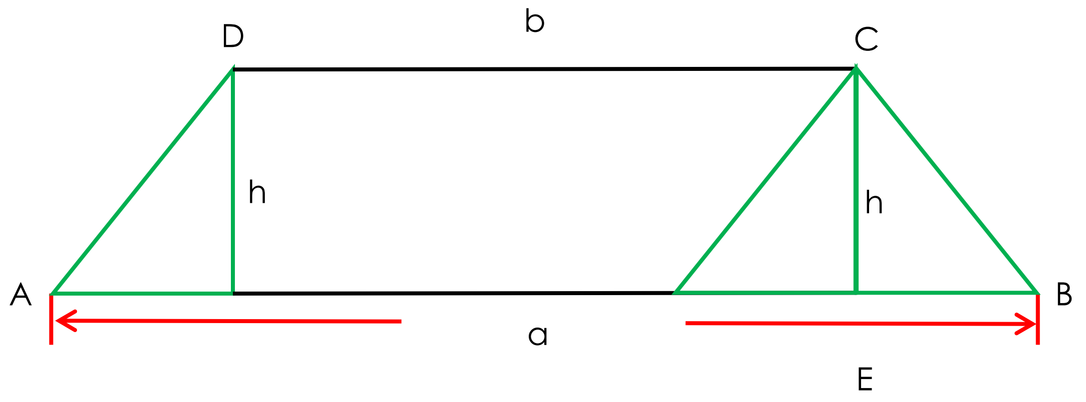
আয়ত ও সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = আয়ত ক্ষেত্র = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ)

সামন্তরিক = (ভূমি×উচ্চতা)



এখন আমরা একটি নতুন চতুর্ভূজ নিয়ে শিখবো তা হলো

'ট্রাপিজিয়াম'



(খ) ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রফল :

$ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম যেখানে $AB \parallel CD, AB = a, CD = b$ এবং AB ও CD এর লম্ব দূরত্ব $= h$

C বিন্দুতে দিয়ে $DA \parallel CE$ আঁকি।

$\therefore AECD$ একটি সামান্তরিক। চিত্র থেকে

$\therefore ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $=$ $AECD$ সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল $+$ ECB ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

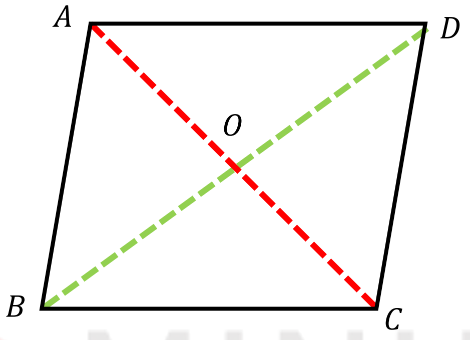
$$= \frac{1}{2}ah + \frac{1}{2}bh + ch$$

$$= \frac{1}{2}(a+b+2c)h \quad = \frac{1}{2}\{(a+b+c)+c)\}h$$

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল)$\times$মধ্যবর্তী দূরত্ব

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির গড় $\times$ উচ্চতা

(গ) রম্বসক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল



রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। তাই রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য জানা থাকলে সহজেই রম্বসক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

মনে করি, $ABCD$ রম্বসের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যকে যথাক্রমে a ও b দ্বারা নির্দেশ করি।

রম্বসক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= DAC$ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $+ BAC$ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$=\frac{1}{2}.a\times\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}a\times\frac{1}{2}b$$

$$=\frac{1}{2}a\times b$$

রম্বসক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = কর্ণদ্বয়ের গুণফলের অর্ধেক

Type-4

চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

১. বিকল্প পদ্ধতিতে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের একটি বিকল্প পদ্ধতি নিচে দেওয়া হলো :

মনে করি $ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম যার উচ্চতা $= h$ এবং $AB = a, CD = b$। D, C বিন্দু থেকে AB এর উপর DF ও CE লম্ব একই। তাহলে ট্রাপিজিয়ামটি $DCEF$ আয়ত ΔADF ও ΔBCE এ বিভক্ত হয়

আবার, ΔADF ও ΔBCE একত্রে ΔPQR তৈরি করে যার ভূমি $(a - h)$ এবং উচ্চতা h

$\because AB = AF + FE + EB$

বা, $a = AF + b + EB$

বা, $AF + EB = a - b$

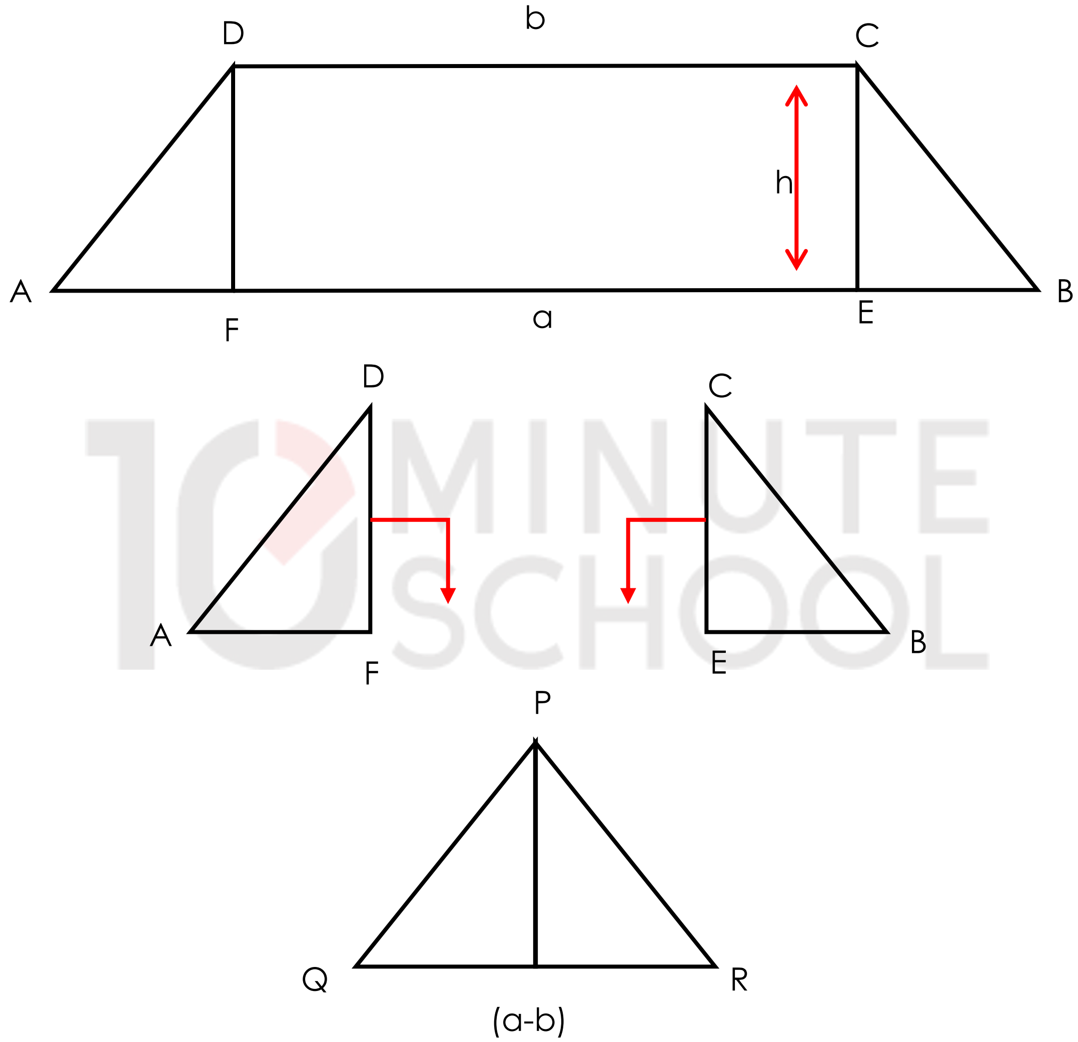
এবং ΔPQR এ $QR = AF + EB = a - b$

$=$ $DCEF$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $+$ ΔPQR এর ক্ষেত্রফল

$$= b \times h + \frac{1}{2}(a-h)h = bh + \frac{1}{2}ah - \frac{1}{2}bh$$

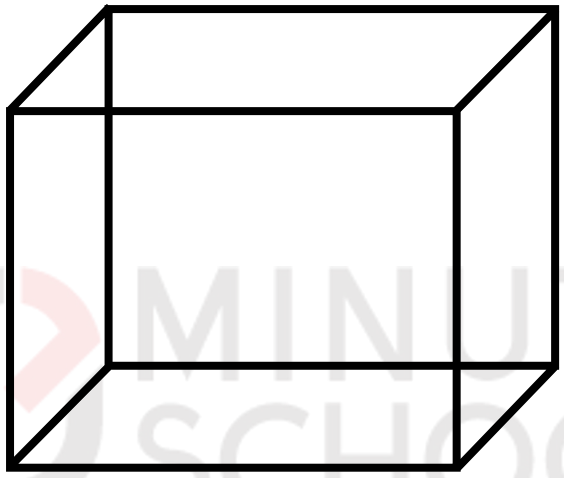
$$= \frac{1}{2}ah - \frac{1}{2}bh = h\left(\frac{a+h}{2}\right) = \frac{1}{2}(a+b)h$$

$\therefore$ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $=$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গড় $\times$ উচ্চতা


D
b
C
h
A
F
a
E
B
D
C
A
F
E
B
P
Q
R
(a-b)

ঘনবস্তু

বই, বাক্স, ইট, ফুটবল ইত্যাদি ঘনবস্তু। ঘনবস্তু আয়তাকার, বর্গাকার, গোলাকার ও অন্যান্য আকারের হতে পারে। ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা আছে।



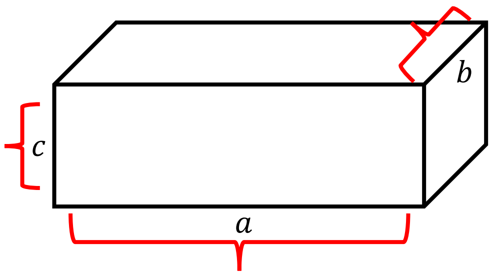
একটি আয়তাকার ঘনবস্তু।

- এর মোট ছয়টি আয়াতকার পৃষ্ঠ বা তল আছে যাদের প্রত্যেকটি একটি আয়তক্ষেত্র।
- পরস্পর বিপরীত পাশের পৃষ্ঠদ্বয় সমান ও সমান্তরাল। কাজেই পরস্পর বিপরীত পাশের দুইটি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সমান।

সকল বাহু সমান। সকল তলের ক্ষেত্রফল সমান একে ঘনক বলা হয়।

ঘনবস্তুর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

ক) আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য b উচ্চতা c



তাহলে, একটি তলের ক্ষেত্রফল (দৈর্ঘ্য×প্রস্থ)

$= a \times b$

একই ভাবে,

সমতলের ক্ষেত্র

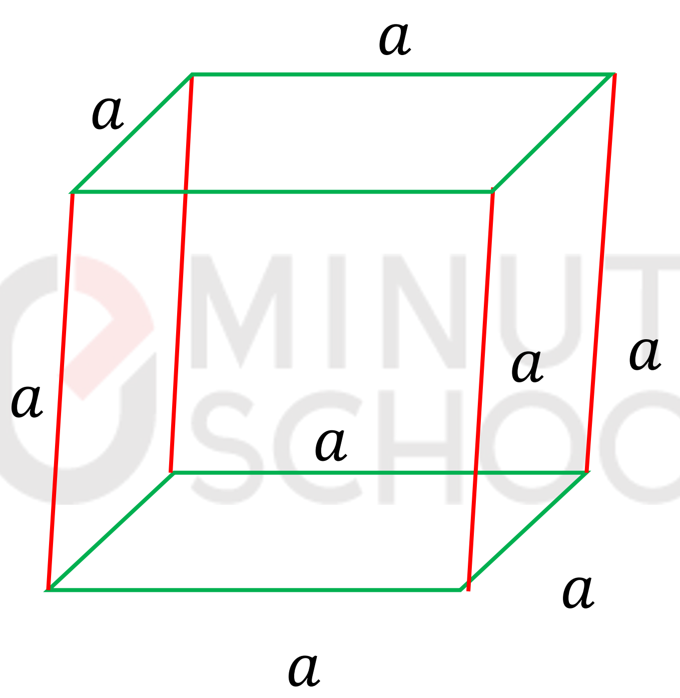
= {(দৈর্ঘ্য×প্রস্থ+দৈর্ঘ্য×প্রস্থ) +(উচ্চতা × প্রস্থ +প্রস্থ×উচ্চতা) + (দৈর্ঘ্য × উচ্চতা + দৈর্ঘ্য × উচ্চতা)}

$= \{(ab + ab) + (bc + bc) + (ca + ca)\}$

$= 2(ab + bc + ca)$

ঘনক

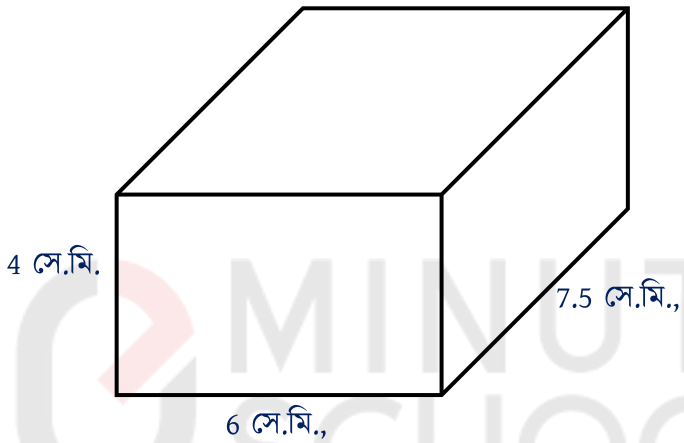
একটি ঘনকের ধার a একক হলে, এর ছয়টি পৃষ্ঠের প্রতিটি ক্ষেত্রফল $= a \times a$ বর্গ একক $= a^2$ বর্গ একক। অতএব, ঘনকটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক।



Type-5

ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

১. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 7.5 সে.মি., প্রস্থ 6 সে.মি. ও উচ্চতা 4 সে.মি.। ঘনবস্তুটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



সমাধান :

আমরা জানি, কোনো আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a একক, প্রস্থ b একক ও উচ্চতা c একক হলে, বস্তুটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$= 2(ab + bc + ac)$ বর্গ একক।

এখানে, $a = 7.5$ সে.মি., $b = 6$ সে.মি., $c = 4$ সে.মি.

$\therefore$ প্রদত্ত আয়তাকার ঘনবস্তুটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$= 2(7.5 \times 6 + 6 \times 4 + 7.5 \times 4)$ বর্গ সে.মি.

$= 2(45 + 24 + 30)$ বর্গ সে.মি.

$= 2 \times 99$ বর্গ সে.মি. $= 198$ বর্গ সে.মি.।

২. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 10 সে.মি., 8 সে.মি. এবং 5 সে.মি.। ঘনবস্তু সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, $a =$ 10 সে.মি., প্রস্থ, $b = 8$ সে.মি. এবং উচ্চতা, $c =$ 5 সে.মি.

আমরা জানি,

আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক

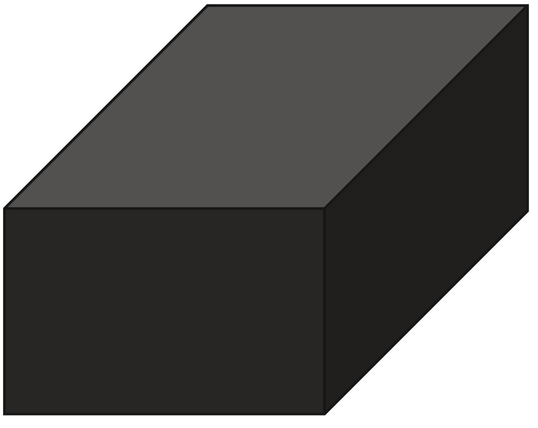
$= 2\{(10\times8) + (8\times5) + (5\times10)\}$ বর্গ সে.মি.

$= 2(80 + 40 + 50)$ বর্গ সে.মি.

$= (2\times170)$ বর্গ সে.মি.

$= 340$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ ঘনবস্তুটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 340 বর্গ সে.মি. (Ans)



৩. একটি ঘনকাকৃতির বাক্সের ধার 6.5 সে.মি. হলে, বাক্সটির সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ঘনকাকৃতি বাক্সের ধার, $a = 6.5$ সে.মি.

আমরা জানি, ঘনকের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক।

$= 6\times(6.5)^2$ বর্গ সে.মি.

$= (6\times42.25)$ বর্গ সে.মি.

$= 253.5$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বাক্সটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 253.5 বর্গ সে.মি. (Ans)

Type-6

সামান্তরিক এর প্রমাণ সংক্রান্ত

১. প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে, তা একটি সামান্তরিক।

সমাধান :

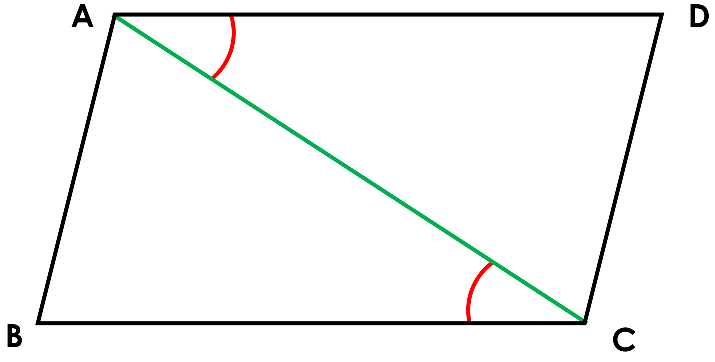
সাধারণ নির্বচন :

প্রমাণ করেত হবে যে, চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে তা একটি সামান্তরিক।

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ। এর বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল অর্থাৎ $AB = CD, BC = AD, AB \parallel CD$ এবং $BC \parallel AD$। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

অঙ্কন : A, C যোগ করি।



প্রমাণ :

$BC \parallel AD$ **এবং** AC **এদের ছেদক।** **[একান্তর কোণ বলে]**

$\therefore \angle ACB = \angle CAD$

এখন ΔABC **ও** ΔACD**-এ**

$AB = DC, BC = AD$ **[দেওয়া আছে]**

এবং $AC = AC$ **[সাধারণ বাহু]**

$\therefore \Delta ABC = \Delta ACD$ **[ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]**

$\therefore \angle ABC = \angle ADC$

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায়, $\angle BAD = \angle BCD$

অতএব, $ABCD$ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলো সমান এবং বিপরীত বাহুগুলো সমান ও সমান্তরাল বলে $ABCD$ একটি সামান্তরিক **(প্রমাণিত)**

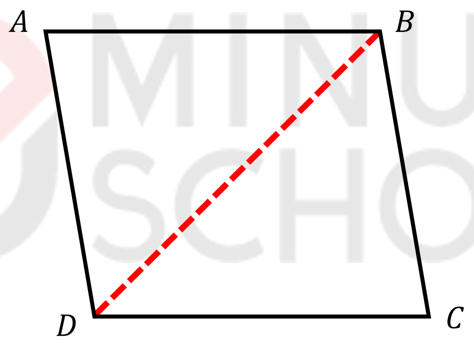
২. দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজে $AB = CD$ এবং $\angle ABD = \angle BDC$.

প্রমাণ কর যে, $ABCD$ একটি সামান্তরিক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ। এর বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল অর্থাৎ $AB = CD$, $\angle ABD = \angle BDC$ প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

$\therefore \angle ACB = \angle CAD$ **[দেওয়া আছে]**

AB ∥ CD এবং BD এদের ছেদক।

এখন $ABCD$ চতুর্ভূজের

$AB = DC$, AB ∥ CD

ABCD চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

৩. প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তা একটি সামান্তরিক।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন :

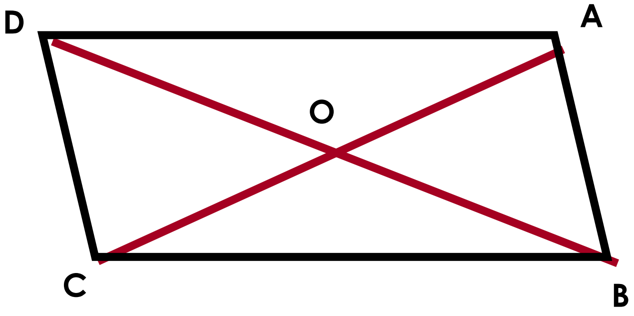
প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তা একটি সামান্তরিক।

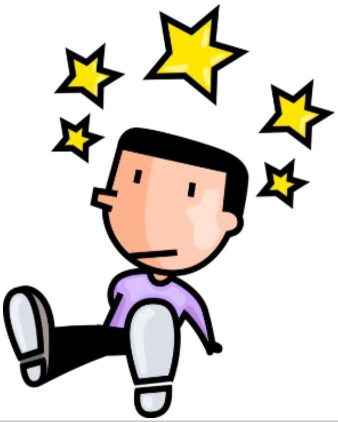
বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অর্থাৎ, $OA = OC$ এবং $OB = OD$।

প্রমাণ কর যে, চতুর্ভূজ $ABCD$ একটি সামন্তরিক





প্রমাণ :

AC ও BD **কর্ণদ্বয় পরস্পরকে** O **বিন্দুতে ছেদ করে।** **[দেওয়া আছে]**

$\therefore \angle AOB = \angle COD$

এবং $\angle AOD = \angle COB$

এখন ΔOAB **ও** ΔOAB **–এ**

$OA = OC$

$OB = OD$

এবং $\angle AOB = \angle COD$

$\Delta OAB \cong \Delta CDO$

$\therefore AB = DC$

এবং $\angle ABO = \angle CDO$

অর্থাৎ, $\angle ABD = \angle CDB$

কিন্তু $\angle ABD$ **ও** $\angle CDB$ **হলো AB ও DC বাহুদ্বয়ের ছেদক** BD **দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণ।**

$\therefore AB \parallel DC$

অনুরূপভাবে দেখানো যায় $AD = BC$ ও $AD \parallel BC$

ABCD চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। **(প্রমাণিত)**

৪. প্রমাণ কর যে, আয়তের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ কর যে, আয়তের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, চতুর্ভূজ ABCD একটি আয়তক্ষেত্র যার $\angle A$ এক সমকোণ।
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=1$ সমকোণ।

প্রমাণ :

1) কোনো সামন্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে তা একটি আয়তক্ষেত্রের। **[∵ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]**
[দেওয়া আছে]

2) একটি সরলরেখা অপর দুটি সমান্তরাল সরল্রেখাকে ছেদ করলে ছেদকের একই পার্শস্থ অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান হয়। **[ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]**

এখন, $AB \| DC$ এবং AD তাদের ছেদক

$\angle A+\angle D=$ দুই সমকোণ [দুইটি সমান্তরাল রেখার ছেদকের একই পার্শ্বের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, এক সমকোণ$+\angle D=$; দুই সমকোণ

বা, $\angle D=$ এক সমকোণ

$\therefore \angle B=\angle D=$ এক সমকোণ [$\because \angle ABC=\angle BCD$]

আবার, $\angle A=\angle C=$ এক সমকোণ

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=$ এক সমকোণ।

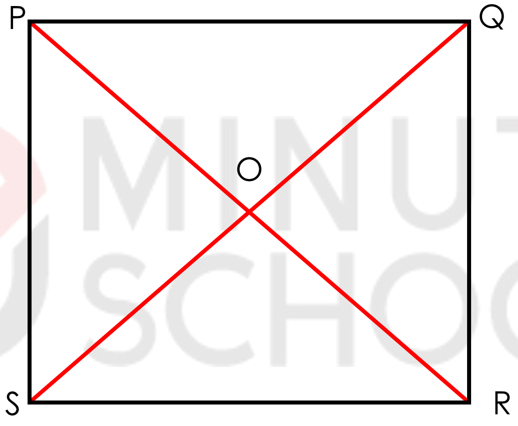
৫. দেখাও যে, বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান এবং পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, PQRS চতুর্ভুজের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করেছে।

অর্থাৎ $PQ = QS$ এবং $PO = OR, QO = OS$ ও $\angle QOR = \angle POQ = \angle POS = \angle SOR = 90°$

প্রমাণ করতে হবে, PQRS একটি বর্গ।



প্রমাণ :

ΔPOQ ও ΔROQ-এ

$OP = OR;$ [প্রত্যেকে 90°]

OQ সাধারণ বাহু এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle POQ =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ROQ$ [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \Delta POQ \cong \Delta ROQ.$

$\therefore PQ = QR$

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, $PS = SR.$

PQRS চতুর্ভুজের, $PQ = QR = SR = PS$

যেহেতু, $PR = QS$ এবং $OP = OR, OQ =$

OS

$\therefore OQ = OR$

$$\therefore \angle ORQ = \angle OQR = 45°$$

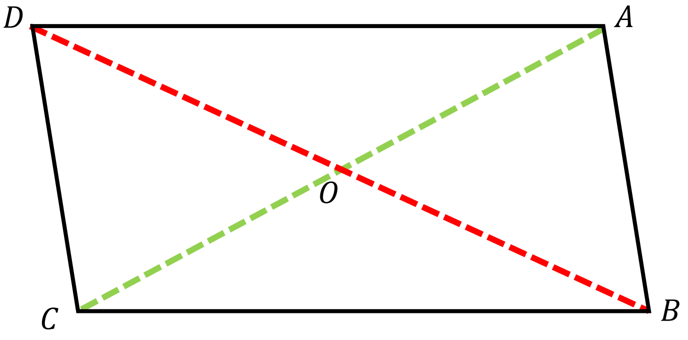
অনুরূপভাবে, $\angle ORQ = \angle OQR = 45°$

$$\therefore \angle PQR = \angle QOP + \angle OQR = 45° \qquad [\because \angle QOR = 90°]$$

$\therefore \angle PQR = 90°$

সুতরাং, PQRS একটি বর্গক্ষেত্র। **(প্রমাণিত)**

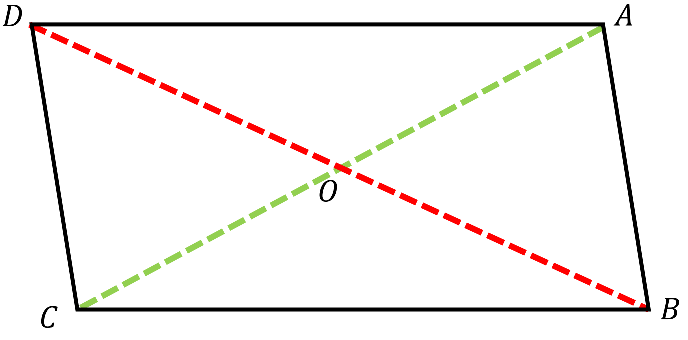
৬. দেওয়া আছে, ΔABC –এর মাধ্যমে BO কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $BO = OD$ হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।



বিশেষ নির্বচন :

দেওয়া আছে, ΔABC-এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $BO = OD$ হয়। A, D ও C, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ :



ΔCOD ও ΔAOB এর মধ্যে $CO = OA; OD =$ [$\because$ ΔABC এর মধ্যমা OB]

OB এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle COD =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$; [দেওয়া আছে]

$\therefore \Delta COD \cong \Delta AOB$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore CD = AB$ এবং $\angle DCO = \angle BAO$ [একান্তর কোণ হওয়ায় পরস্পর সমান]

$\therefore \angle DCA = \angle BAC$

$\therefore CD \parallel AB$

এখন, চতুর্ভুজ ABCD এর দুই বিপরীত বাহু CD ও AB পরস্পর সমান ও সমান্তরাল। [কোন চতুর্ভুজের বিপরীত যেকোনো দুই বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।]

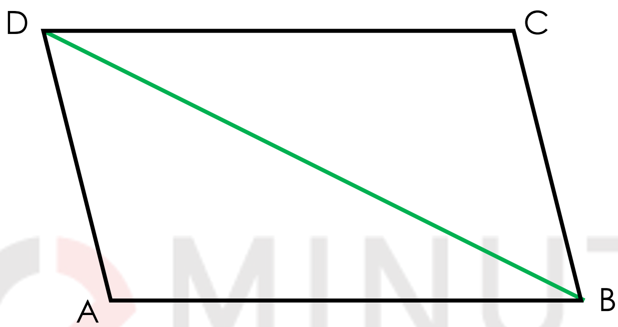
$\therefore ABCD$ একটি সামান্তরিক। **(প্রমাণিত)**

৭. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিক একটি কর্ণ একে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন :

প্রমাণ করেত হবে যে, সামান্তরিকের একটি কর্ণ একে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

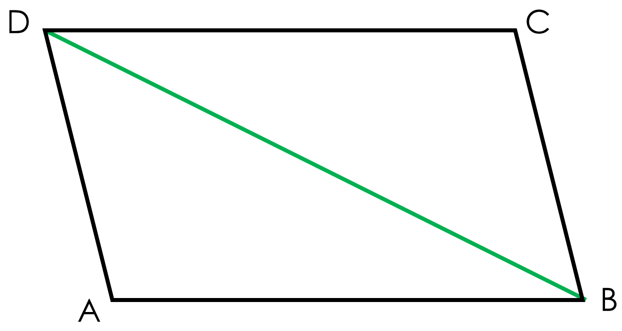


বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর BD কর্ণটি একে দুইটি ত্রিভুজ, ΔABD ও ΔBCD-এ বিভক্ত করে।

প্রমাণ করতে হবে যে $\Delta ABD \cong \Delta BCD$.

প্রমাণ :



$AB \parallel CD$ ও $AB = CD$ [যেহেতু ABCD একটি সামান্তরিক]

এবং $AD \parallel BC$ ও $AD = BC$.

এখন ΔABD ও ΔBCD-এ

$AB = DC$ [$\because ABCD$ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

$AD = BC$ [$\because ABCD$ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

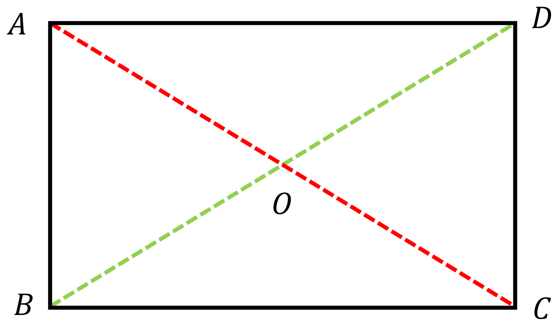
এবং BD উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta ABD = \Delta BCD$। **(প্রমাণিত)**

৮. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করেত হবে যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং AC ও BD এর দুইটি কর্ণ যেখানে $AC = BD$
প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি আয়ত।

প্রমাণ : ΔABC এবং ΔBCD-এ

AB = DC; **[∵ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]**

AC = BD; **[দেওয়া আছে]**

এবং BC সাধারণ বাহু।

∴ ΔABC ≅ ΔBCD **[ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]**

∴ ∠ABC = ∠BCD

ABCD সামান্তরিক, $AB \parallel CD; BC$ এদের ছেদক যার একই পার্শ্বে অবস্থিত দুইটি অন্তঃস্থ কোণ $\angle ABC$ ও $\angle BCD$. [দুইটি সমান্তরাল রেখার ছেদকের একই পার্শ্বের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180°$;

বা, $\angle ABC + \angle ABC = 180°$; [$\because \angle ABC = \angle BCD$]

বা, $2\angle ABC = 180°$

$\therefore \angle ABC = 90°$

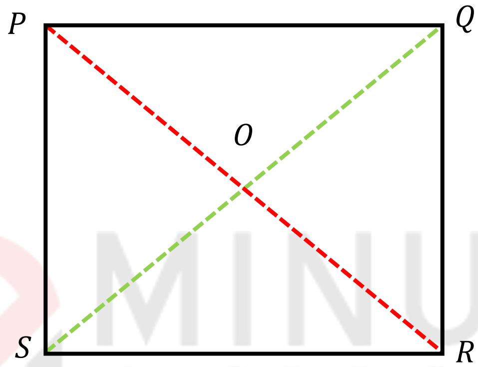
আমরা জানি, সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে তা একটি আয়ত হয়।

$\therefore ABCD$ একটি আয়ত। **(প্রমাণিত)**

৯. প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করলে, তা একটি বর্গ।

সমাধান :

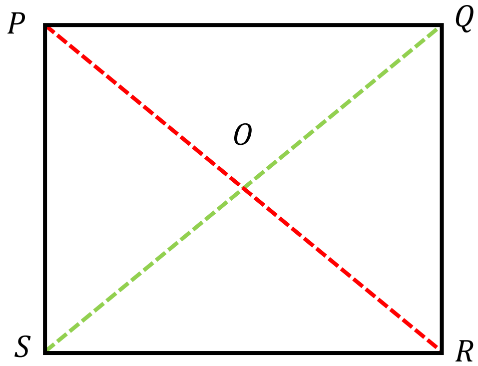
সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করেত হবে যে, চতুর্ভজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করলে, তা একটি বর্গ।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, PQRS চতুর্ভুজের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করেছে।

অর্থাৎ $PQ = QS$ এবং $PO = OR, QO = OS$ ও $\angle QOR = \angle POQ = \angle POS = \angle SOR = 90°$

প্রমাণ করতে হবে, PQRS একটি বর্গ।



প্রমাণ :

ΔPOQ ও ΔROQ-এ

$OP = OR;$ [প্রত্যেকে $90°$]

OQ সাধারণ বাহু এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle POQ =$

অন্তর্ভুক্ত $\angle ROQ$ [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \Delta POQ \cong \Delta ROQ.$

$\therefore PQ = QR$

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, $PS = SR.$

PQRS চতুর্ভুজের, $PQ = QR = SR = PS$

যেহেতু, $PR = QS$ এবং $OP = OR, OQ = OS$

$\therefore OQ = OR$

$\therefore \angle ORQ = \angle OQR = 45°$

অনুরূপভাবে, $\angle ORQ = \angle OQR = 45°$ [$\because \angle QOR = 90°$]

$\therefore \angle PQR = \angle QOP + \angle OQR = 45°$

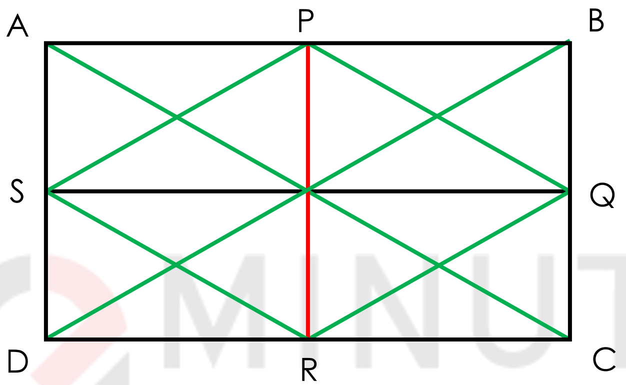
$\therefore \angle PQR = 90°$

সুতরাং, PQRS একটি বর্গক্ষেত্র। (প্রমাণিত)

১০. প্রমাণ কর যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করেত হবে যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি আয়ত। এর AB, BC, CD এবং AD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R এবং S।

$P, Q; Q, R; R, S$ এবং S,P যোগ করলে PQRS একটি চতুর্ভুজ উৎপন্ন হয়।

অঙ্কন: $A, C; B, D; P, R$ এবং S, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ΔABD ও ΔBCD এর সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ যথাক্রমে PS এবং QR

$\therefore PS \parallel BD$ এবং $QR \parallel BD$ এবং $PS = \frac{1}{2}BD = QR$

$\therefore PS = QR$ এবং $PS \parallel QR$ [ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক]

অনুরূপভাবে, ΔABC ও ΔADC নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে, $PQ = SR$ এবং $PQ \parallel SR$

এখন, ΔAPS ও ΔBPS-এ

$AP = BP; AS = BQ;$ [$\because P, AB$ এর মধ্যবিন্দু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PAS =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle PBQ$ [প্রত্যেকে $90°$]

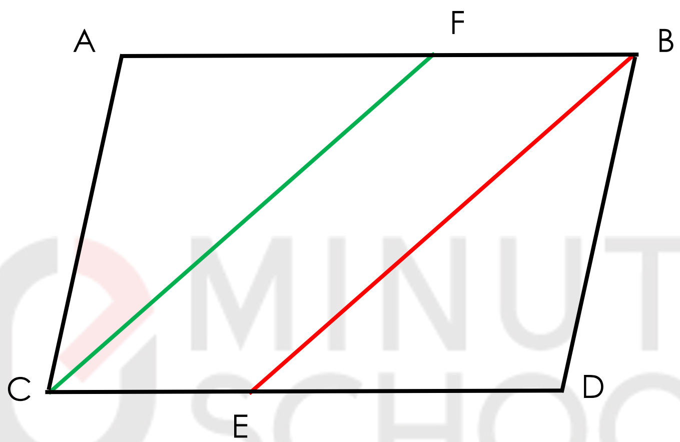
$\therefore \Delta APS \cong \Delta BPQ$

$\therefore PS = PQ$

১১. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমদ্বিখন্ডক পরস্পর সমান্তরাল।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমদ্বিখন্ডক পরস্পর সমান্তরাল।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর দুইটি বিপরীত কোণ $\angle ABD$ ও $\angle ACD$ এর সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে BE ও CF প্রমাণ করতে হবে যে, CF $\parallel BE.$

প্রমাণ :

$ABCD$ সামান্তরিকের $\angle ACD = \angle ABD$

$\therefore \angle FCE = \angle FBE$

[যেহেতু বিপরীত কোণগুলো সমান]

এখন, $AB \parallel CD$ –এবং BE এদের ছেদক

$\therefore \angle FBE = \angle BED;$

$\therefore \angle FCE = \angle FBE = \angle BED$

অর্থাৎ, $\angle FCE = \angle BED$ [CF ও BE যথাক্রমে এদের ছেদক]

কিন্তু এরা অনুরূপ কোণ।

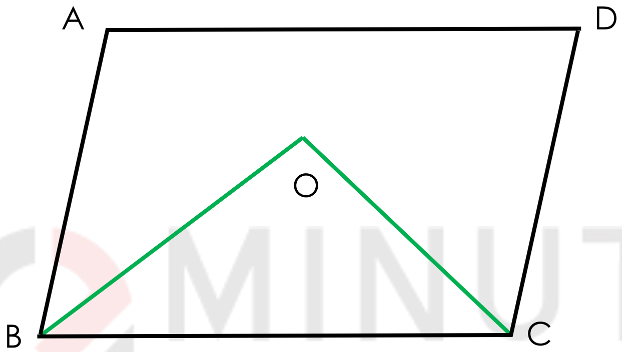
$\therefore CF \parallel BE.$ (প্রমাণিত) [একান্তর কোণ বলে]

[(১) হতে]

১২. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখন্ডক পরস্পর লম্ব।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করেতে হবে যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখন্ডক পরস্পরের ওপর লম্ব।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামন্তরিক। এর সন্নিহিত $\angle ABC$ ও $\angle BCD$ এর সমদ্বিখন্ডদ্বয় BO এবং CO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, BO এবং CO পরস্পর ওপর লম্ব। অর্থাৎ $\angle BOC =$ এক সমকোণ।

প্রমাণ :

$ABCD$ সামান্তরিকের $AB \parallel CD$ এবং BC ছেদক।

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180°$ **[সামান্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ]**

$\therefore \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle BCD = 90°$

[$\therefore BO$ ও CO যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle BCD$ এর সমদ্বিখন্ডক]

অর্থাৎ, $\angle OBC + \angle OCB = 90°$

এখন, ΔOBC এ, $\angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180°$ **[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180° বা দুই সমকোণ]**

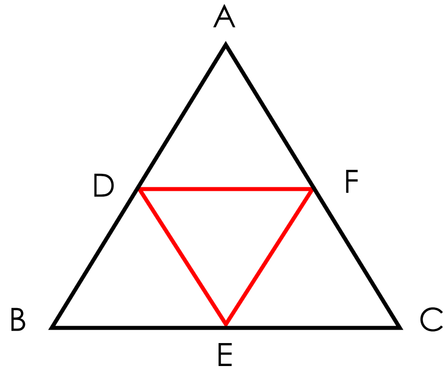
বা, $\angle BOC = 180 - (\angle OBC + \angle OCB)$

বা, $\angle BOC = 180° - 90°$

$\therefore \angle BOC = 90$ **[(১) হতে]**

$\therefore OB$ এবং OC পরস্পরের অপর লম্ব।

(প্রমাণিত)



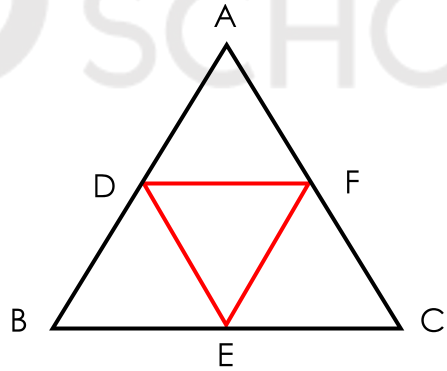
১৩. চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।

(ক) প্রমাণ কর যে, $\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD =$ চার সমকোণ।

(খ) প্রমাণ কর যে, $DF \parallel BC$ এবং $DF = \frac{1}{2}BC$.

সমাধান

(ক)



বিশেষ নির্বচন : ABC একটি সমাবাহু ত্রিভুজ, প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD =$ চার সমকোণ

$\angle DEF$-এ
$\angle EDF + \angle DFE + \angle FED =$ দুই সমকোণ..........(i)

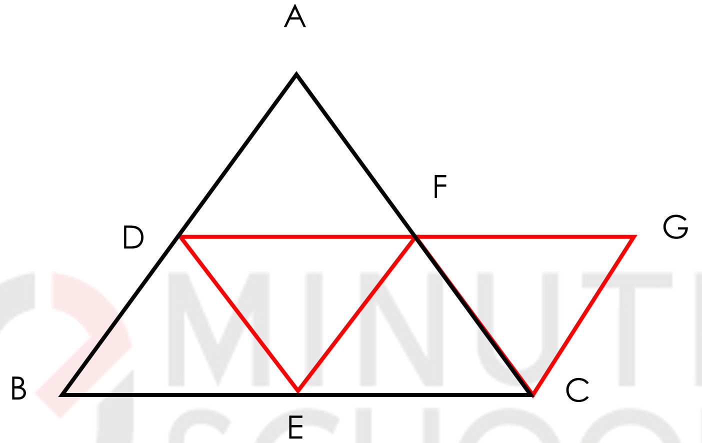
$\angle BED$-এ
$\angle BDE + \angle DEB + \angle EBD =$ দুই সমকোণ ....(ii)

$\angle EDF + \angle DFE + \angle FED + \angle BDE + \angle DEB + \angle EBD =$ চার সমকোণ **[(১) ও (২) হতে]**

বা, $(\angle BDE + \angle EDF) + \angle DFE + (\angle FED + \angle DEB) + \angle EBD =$ চার সমকোণ **[সন্নিহিত কোণের যোগফল]**

$\therefore \angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD =$ চার সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

(খ)



অঙ্কন: DF-কে বর্ধিত করি এবং $CG \parallel DB$ আঁকি। DF-কে বর্ধিতাংশ CG কে G বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ΔADF ও ΔCGF-এ $\angle AFD = \angle CFG$ **[বিপ্রতীপ কোন]**

$AF = CF$, $\angle DAF = \angle FCG$; **[$\because$ F, AC এর মধ্যবিন্দু]**

$\Delta ADF \cong \Delta CGF$

$\therefore DF = FG$ এবং $AD = CG$ **[$\because D, AB$-এর মধ্যবিন্দু]**

$BD = AD$; $\therefore BD = CG$ **[$\because BD = CG$ এবং $BD \parallel CG$]**

সুতরাং BDGC একটি সামান্তরিক

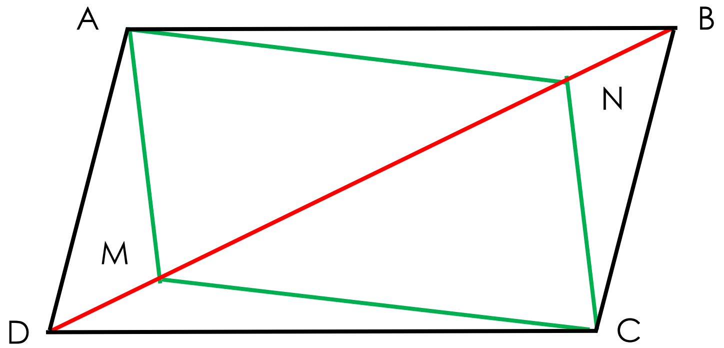
$\therefore DG = BC$ এবং $DG \parallel BC$ **[$\because DF = FG$]**

অর্থাৎ, $2DF = BC$ এবং $DF \parallel BC$;

সুতরাং, $DF = \frac{1}{2}BC$ এবং $DF \parallel BC$ **(প্রমাণিত)**

১৪. দেওয়া আছে, $ABCD$ সামান্তরিকের AM ও CN, DB এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, $ANCM$ একটি সামান্তরিক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের AM ও CN, DB এর ওপর লম্ব। A, N ও C, M যোগ করি। প্রমান কর যে, ANCM একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ :

$\angle AMD = \angle AMN = \angle CNB = \angle CNM = 90°$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু বলে]

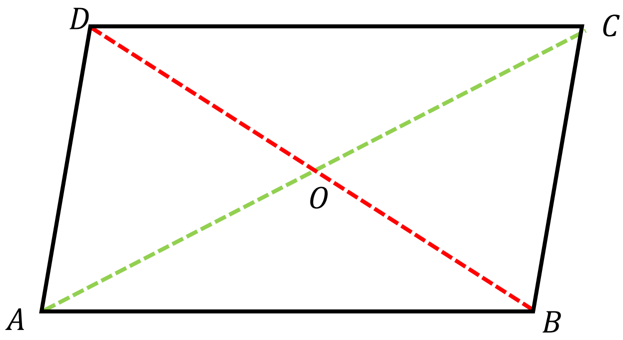
আবার, $AD \parallel BC$ এবং BD এদের ছেদক হওয়ায়, [একান্তর কোণ সমকোণ]
$\angle ADB = \angle CND$
অর্থাৎ, $\angle ADM = \angle CBN$.

এখন, ΔADM ও ΔCBN-এ [∵ প্রত্যেকে এক সমকোণ]
$\angle AMD = \angle CNB; \angle ADM = \angle CBN$
এবং $AD = BC$; [∵ সামান্তরিক বিপরীত বাহু]
$\therefore \Delta ADM \cong \Delta CBN$ [ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উওপপাদ্য]
$\therefore AM = CN$

আবার, $\angle AMN = \angle CNM$; [∵ উভয়ই এক সমকোণ]
কিন্তু $\angle AMN$ ও $\angle CNM$ হলো AM ও CN বাহুদ্বয়ের ছেদক MN দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণ।

এখন, ANCM-এর দুইটির বিপরীত বাহু AM ও CN পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

∴ ANCM একটি সামান্তরিক। **(প্রমাণিত)**



১৫. চিত্রে, $AB = CD$ এবং $AB \parallel CD$

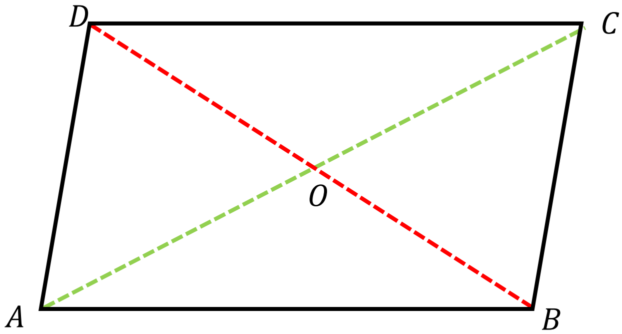
(ক) AB ভূমিবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজের নাম লেখ।

(খ) প্রমাণ কর যে, AD ও BC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

(গ) দেখাও যে, $OA = OC$ এবং $OB = OD$.

সমাধান

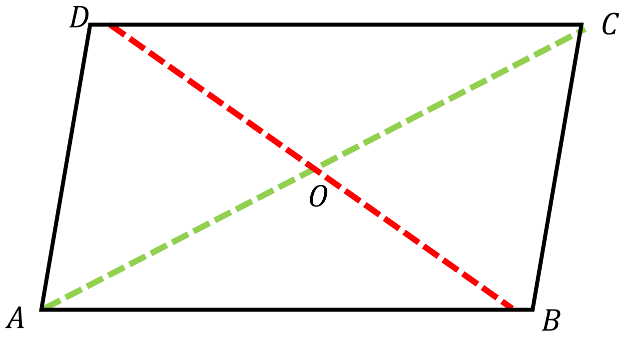
(ক)



AB ভূমিবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজ হলো ΔABC ও ΔABD

(খ) প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BC$ এবং $AD \parallel BC$.

প্রমাণ :



ΔABC ও ΔADC-এ, $AB = CD, AC$ সাধারণ

বাহু।

$\angle BAC = \angle ACD;$ [$\because AB \parallel CD$ –এবং AC এদের ছেদক]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$

$\therefore AD = BC$ এবং $\angle ACB = \angle DAC$

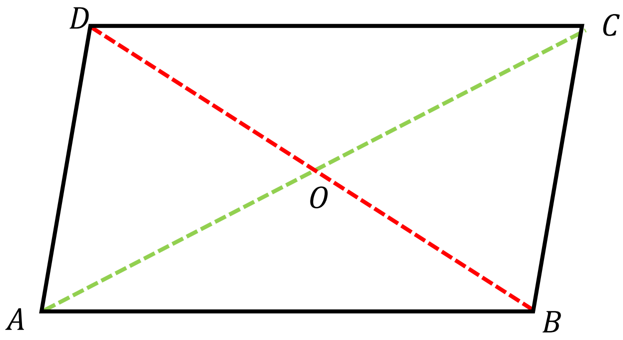
[ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

কিন্তু $\angle ACB$ ও $\angle DAC$ হলো AD ও BC বাহুদ্বয়ের

AC ছেদক দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণ।

$\therefore AD \parallel BC$ **(প্রমাণিত)**

(গ) দেখাতে হবে যে, $OA = OC$ এবং $OB = CD$.



প্রমাণ :

যেহেতু AB ও DC রেখা সমান্তরাল এবং AC ও BD তাদের দুইটি ছেদক,

সেহেতু $\angle BAC = \angle ACD$; [একান্তর কোণ]

$\therefore \Delta OAB = \Delta OCD$

এবং $\angle BDC = \angle OCD$; [একান্তর কোণ]

$\therefore \angle OBA = \angle ODC$

ΔAOB ও ΔCOD-এ

$\angle OAB = \angle OCD, \angle OBA = \angle ODC$ এবং

$AB = DC$.

সুতরাং $\Delta AOB \cong \Delta COD$; [ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

অতএব, $OA = OC$ এবং $CB = OD$ **(দেখানো হলো)**

১৬. ABCD একটি সামান্তরিক। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

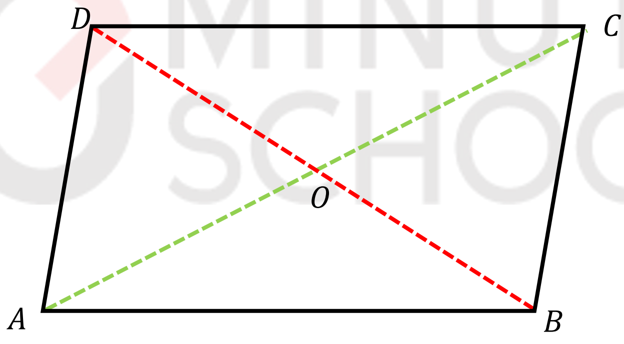
(ক) $\angle BAD = 70°$ হলে $\angle ABC$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) $AC = BD$ হলে প্রমাণ কর যে, $ABCD$ একটি আয়ত।

(গ) $AB = AD$ হলে প্রমাণ কর যে, AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সমাধান

(ক)



দেওয়া আছে, $\angle BAD = 70°$

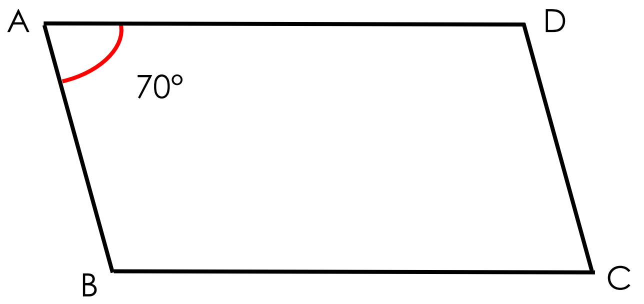
আমরা জানি,

সামান্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি $180°$

$\therefore \angle BAD + \angle ABC = 180°$

বা, $70 + \angle ABC = 180°$ বা, $\angle ABC = 180° - 70°$ $\therefore \angle ABC = 110°$ **(Ans)**

(খ) দেওয়া আছে, $ABCD$ একটি সামান্তরিক এবং AC ও BD এর দুইটি কর্ণ যেখানে $AC = BD$. প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি আয়ত।



প্রমাণ :

ΔABC ও ΔBCD-এ, $AB = CD; AC = BD;$

এবং BC সাধারণ বাহু। [∵ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

$\therefore \Delta ABC = \Delta BCD$ [দেওয়া আছে]

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$ [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

ABCD সামান্তরিক, $AB \parallel CD; BC$ এদের ছেদক যার একই পার্শ্বে অবস্থিত কোণ [∵ দুইটি সমান্তরাল রেখার ছেদকের একই পার্শ্বের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]

$\angle ABC$ ও $\angle BCD. \therefore \angle ABC + \angle BCD = 180°$

[∵ $\angle ABC = \angle BCD$]

বা, $\angle ABC + \angle ABC = 180°$

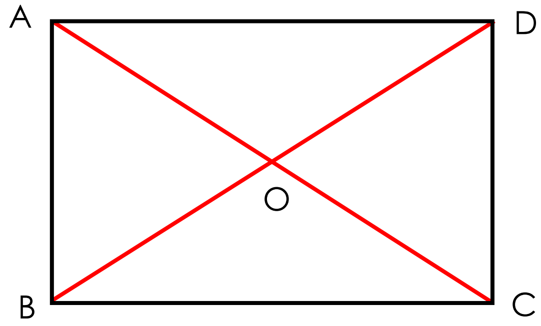
বা, $2\angle ABC = 180°$

$\therefore \angle ABD = 90°$

আমরা জানি, সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে তা একটি আয়ত হয়।

$\therefore ABCD$ একটি আয়ত। **(প্রমাণিত)**

(গ)



প্রমাণ :

রম্বস একটি সামান্তরিক। সুতরাং, [সামান্তরিক কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
$AO = CO, BO = DO.$

এখন ΔAOB ও ΔBOC এ
$AB = BC$ [রম্বসের বাহুগুলো সমান]
$AO = CO$ [(১) থেকে]
এবং $OB = OB$ [সাধারণ বাহু]
অতএব, $\Delta AOB \cong \Delta BOC.$ [ত্রিভুজের বাহু-বাহু উপপাদ্য]

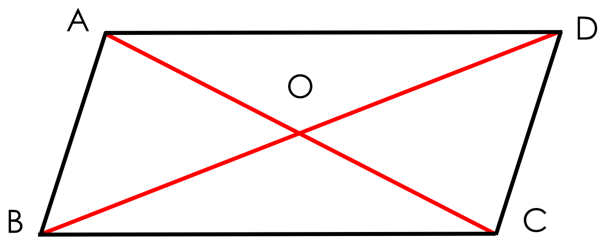
সুতরাং $\angle AOB = \angle BOC.$

$\angle AOB + \angle BOC = 1$ সরলকোণ $= 2$ সমকোণ।

$\angle AOB = \angle BOC = 1$ সমকোণ।

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে,

$\angle COD = \angle DOA = 1$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**



১৭. $ABCD$ চতুর্ভুজে AC ও BD কর্ণদ্বয় অসমান এবং যেকোনো দু'টি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

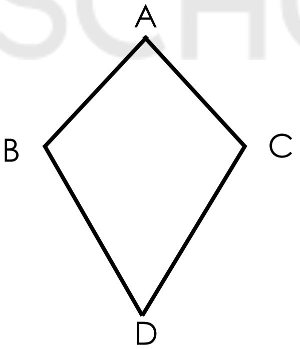
(ক) চিত্রেসহ ঘুড়ির সংজ্ঞা দাও।

(খ) প্রমাণ কর যে, $AB = CD$ এবং $AD = BC$।

(গ) B ও D বিন্দু হতে AC এর উপর EP এবং DQ লম্ব আঁকা হলে প্রমাণ কর যে, $BPDQ$ একটি সামন্তরিক।

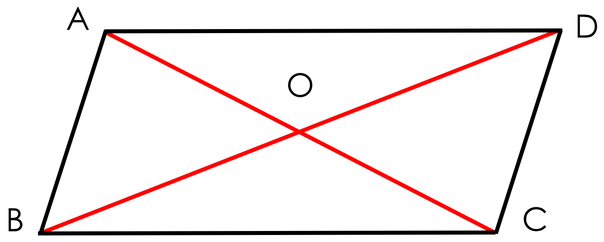
সমাধান

(ক) ঘুড়ি:



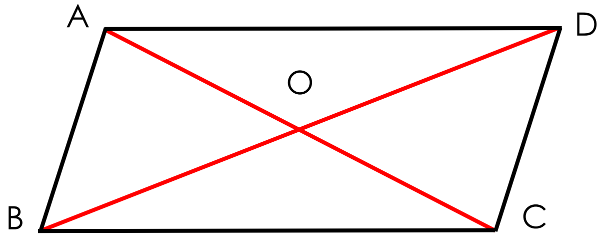
ঘুড়ি

যে চতুর্ভুজের দুই জোড়া সন্নিহিত বাহু সমান, তাকে ঘুড়ি বলা হয়। চিত্রে, $AB = AC$ ও $BD = CD$



(খ)

বিশেষ নির্বচন : ABCD একটি চতুর্ভুজ যার AC ও BD দুইটি অসমান কর্ণ এবং এর যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = CD$ এবং $AD = BC$



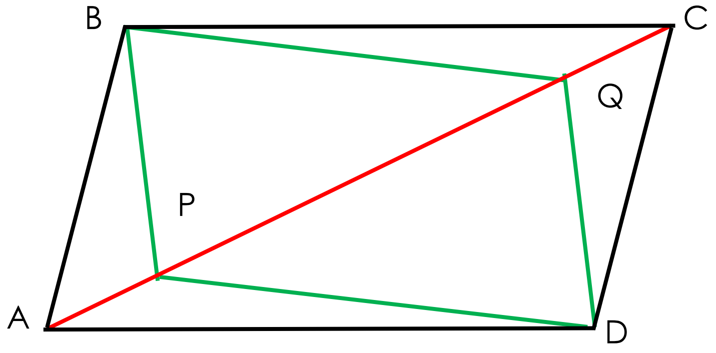
ABCD চতুর্ভুজের $\angle ABC + \angle BAD =$ দুই সমকোণ......(i) [$\therefore \angle ABC$ ও $\angle BAD$ সন্নিহিত কোণ]

$\angle ABC + \angle BCD =$ দুই সমকোণ.........(ii) [$\angle ABC$ ও $\angle BCD$ সন্নিহিত কোণ]

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,
$\angle ABC + \angle BAD - \angle ABC - \angle BCD = 0$
বা, $\angle BAD - \angle BCD = 0$
বা, $\angle BAD = \angle BCD$
$\therefore \angle A = \angle C$
অনুরূপভাবে $\angle B = \angle D$

এখন ABCD চতুর্ভুজের $\angle A = \angle C$ এবং
$\angle B = \angle D$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]
$\therefore ABCD$ একটি সামান্তরিক
$\therefore AB = CD$ এবং $AD = BC$ **(প্রমাণিত)**

(গ)



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের AC এর উপর BP এবং DQ লম্ব। B, Q এবং D, P যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, BPDQ একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ :

$\angle \mathrm{BPC} = \angle BPQ = \angle DQA = \angle DQP = 90°$ [দেওয়া আছে, $BP \perp AC$ এবং $DQ \perp AC$]

আবার, $AD \parallel BC$ এবং AC তাদের ছেদক

$\therefore \angle BCA = \angle DAC$ [সামান্তরিকে বিপরীত বাহু সমান্তরাল]

অর্থাৎ $\angle BCP = \angle DAQ$

এখন ΔBCP ও ΔDAQ এর মধ্যে

$\angle BPC = \angle DQA$ [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\angle BCP = \angle DAQ$

$BC = AD$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু সমান]

$\Delta BCP \cong \Delta DAQ$

$BP = DQ$ [কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

আবার, $\angle BPQ = \angle DQP$ [$\therefore$ প্রত্যেকে এক কিন্তু $\angle BPQ$ ও $\angle DQP$ হলো

বাহুদ্বয়ের ছেদক PQ দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণ। BP ও DQ সমকোণ]

$\therefore BP \parallel DQ$

এখন, BPDQ এর দুইটি বিপরীত বাহু BP ও DQ পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

$\therefore BPDQ$ একটি সামান্তরিক। **(প্রমাণিত)**

অনুশীলনী – ৮.১

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১. যে চতুর্ভুজের দুই জোড়া সন্নিহিত বাহু সমান তাকে কী বলে?

ক. আয়ত

খ. বর্গ

গ. সামন্তরিক

ঘ. ঘুড়ি

২. চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি কত?

ক. 300^0

খ. 360^0

গ. 270^0

ঘ. 180^0

৩. ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 সে. মি. এবং 8 সে.মি.। সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব 4 সে.মি. হলে ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল কত?

ক. 42 বর্গ সে.মি.

খ. 52 বর্গ সে.মি.

গ. 84 বর্গ সে.মি.

ঘ. 101 বর্গ সে.মি.

৪. সামান্তরিকের একটি কোণ 90^0 হলে তাকে কী বলে?

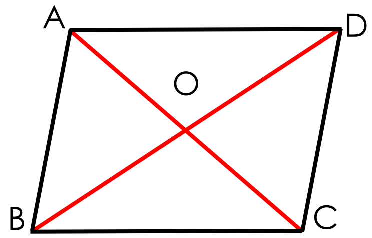
ক. আয়ত

খ. বর্গ

গ. রম্বস

ঘ. ঘুড়ি

৫.



চিত্রে ABCD একটি রম্বস। AC = 6 সে.মি. এবং BD = 8 সে.মি. হলে AB বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

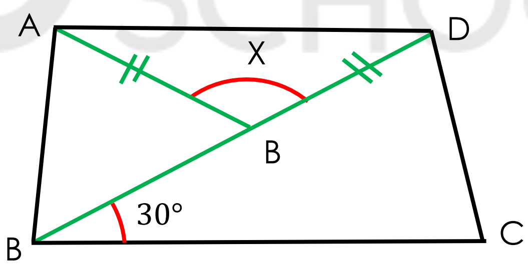
ক. 5 সে.মি.

খ. 7 সে.মি.

গ. 14 সে.মি.

ঘ. 25 সে.মি.

৬.



চিত্রে ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম হলে x এর মান কত?

ক. 120^0

খ. 70^0

গ. 150^0

ঘ. 60^0

৭. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 cm এবং ক্ষেত্রফল 40 বর্গ সে.মি. এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি কত?

ক. 8 সে.মি.

খ. 13 সে.মি.

গ. 16 সে.মি.

ঘ. 21 সে.মি.

৮. ঘুড়ির চার কোনের সমষ্টি কত?

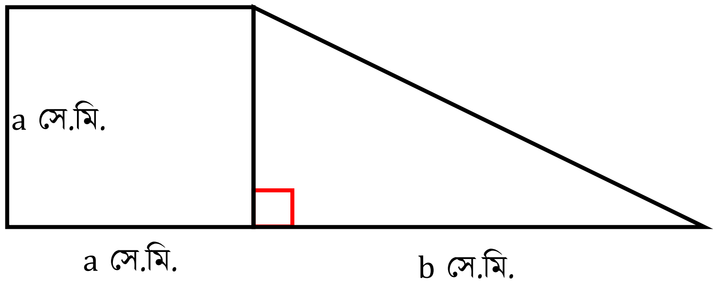
ক. 270°

খ. 180°

গ. 300°

ঘ. 360°

৯. নিচের চিত্রে বর্গের ক্ষেত্রফল 16 বর্গ মি এবং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 16 বর্গ মিটার হলে $b =$ কত?



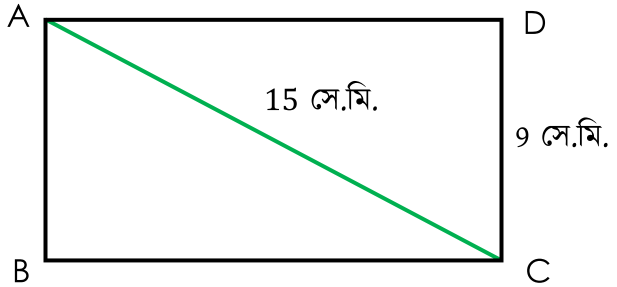
ক. 1 মিটার

খ. 4 মিটার

গ. 2 মিটার

ঘ. 8 মিটার

১০. নিচের $ABCD$ আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?



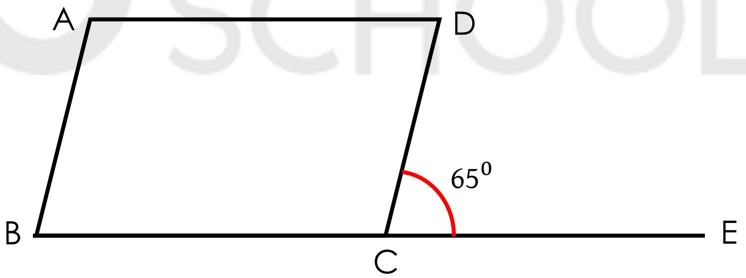
ক. 108 বর্গ সে.মি.

খ. 180 বর্গ সে.মি.

গ. 104 বর্গ সে.মি.

ঘ. 135 বর্গ সে.মি.

১১. ABCD সামন্তরিকে $\angle DCE = 65^0$, হলে $\angle BAD =$ কত?



ক. 35^0.

খ. 65^0

গ. 115^0

ঘ. 130^0

১২. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর ধার কয়টি

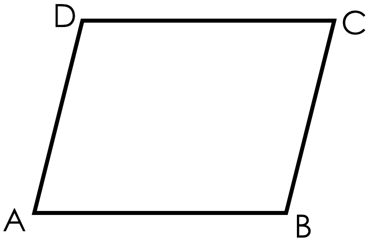
ক. ১২টি

খ. ৮টি

গ. ৬টি

ঘ. ৪টি

১৩. চিত্রে ABCD একটি সামান্তরিক। $\angle ABC = 100^0$ হলে, $\angle BAD$ এর মান কত?



ক. 100^0.

খ. 90^0

গ. 80^0

ঘ. 180^0

১৪. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. ও 6 সে.মি. হলে , রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত?

ক. 48 সে. মি.

খ. 28 সে. মি.

গ. 24 সে. মি.

ঘ. 72 সে. মি.

১৫. একটি ঘনকের ধার 5 একক হলে, ঘনকের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

ক. 150

খ. 125

গ. 750

ঘ. 30

১৬. কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহু সমান এবং কর্ণদ্বয় অসমান হলে, চতুর্ভুজটিকে কি বলে?

ক. বর্গ

খ. আয়ত

গ. রম্বস

ঘ. ট্রাপিজিয়াম

১৭. একটি আয়াতাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 5 সে. মি., প্রস্থ 3 সে. মি. এবং উচ্চতা 2 সে. মি.। ঘনবস্তুটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.?

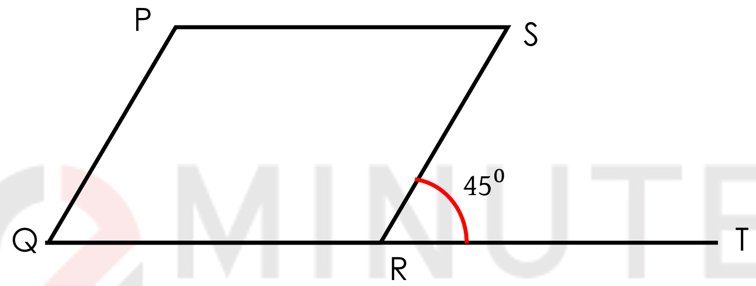
ক. 30

খ. 31

গ. 62

ঘ. 76

১৮. PQRS সামন্তরিকের $\angle P + \angle R =$ কত?



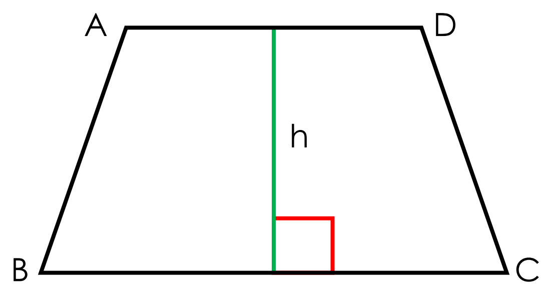
ক. 270^0

খ. 135^0

গ. 90^0

ঘ. 315^0

১৯. ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি?



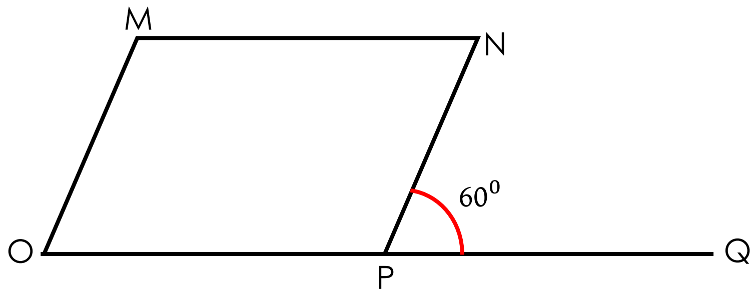
ক. $\frac{1}{2}(AD + BC)$ বর্গ একক

খ. $\frac{1}{2}h(AD + BC)$ বর্গ একক

গ. $\frac{1}{2}(AB + CD)$ বর্গ একক

ঘ. $\frac{1}{2}$ x AC x BD বর্গ একক

২০. MNOP একটি সামান্তরিক। $\angle MOP + \angle MNP =$ কত?



ক. 120^0

খ. 180^0

গ. 240^0

ঘ. 300^0

২১. 3 সে. মি. বাহুবিশিষ্ট ঘনকের সম্পুর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

ক. 54 বর্গ সে. মি.

খ. 27 বর্গ সে. মি.

গ. 18 বর্গ সে. মি.

ঘ. 9 বর্গ সে. মি.

২২. ABCD চতুর্ভুজের কর্ণ AC = কর্ণ BD হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. সামন্তরিক

খ. আয়ত

গ. রম্বস

ঘ. ট্রাপিজিয়াম

২৩. নিচের কোন ক্ষেত্রটির কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান?

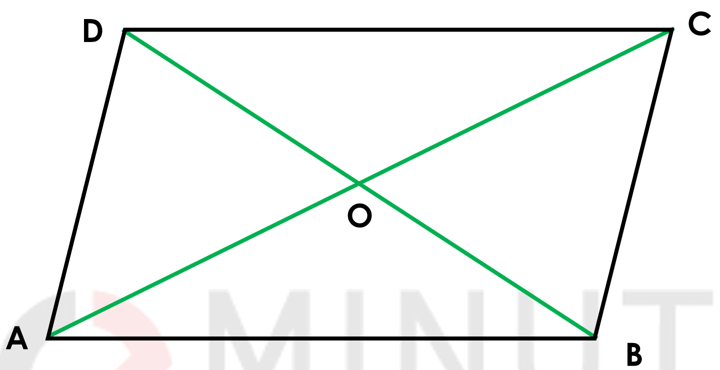
ক. সামন্তরিক

খ. আয়ত

গ. রম্বস

ঘ. ট্রাপিজিয়াম

২৪.



চিত্রে $\angle BAD = 60^0$ থলে, $\angle ADC =$ কত?

ক. 120^0

খ. 180^0

গ. 100^0

ঘ. 90^0

২৫. $\sqrt{5}$ মিটার ধারবিশিষ্ট ঘনকের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

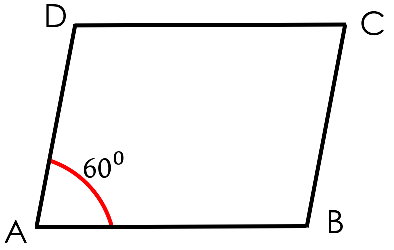
ক. 5

খ. 30

গ. 20

ঘ. 150

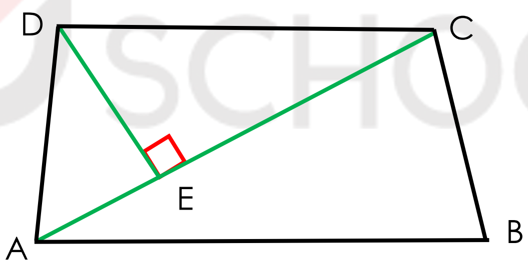
২৬.



ABCD সামান্তরিক হলে $\angle B + \angle D =$ কত?

ক. 240^0 খ. 180^0 গ. 300^0 ঘ. 90^0

২৭. ABCD সামন্তরিকের AC = 10 মিটার, DE = 4 মিটার হলে ABCD এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার ?



ক. 40 খ. 20 গ. 28 ঘ. 80

২৮. যদি ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা ৬ সে. মি. এবং সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ১০ সে. মি. এবং ৬ সে. মি. হয়, তাহলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.?

ক. 42
খ. 48
গ. 54
ঘ. 63

২৯. বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

ক. 4a

খ. $\sqrt{2}a$

গ. $\sqrt{2a}$

ঘ. a^2

৩০. ABCD $\angle B = 60°$ হলে $\angle C$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. 90°

খ. 120°

গ. 60°

ঘ. 240°

৩১. $ABCD$ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা a একক হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক. $\frac{a^2}{2}$

খ. $\frac{a^2}{4}$

গ. $\frac{a^2}{8}$

ঘ. $\frac{a^2}{16}$

৩২. কোনো সামান্তরিকের একটি কোন 80° হলে এর বিপরীত কোণটি কত?

ক. 90°

খ. 120°

গ. 60°

ঘ. 80°

৩৩. একটি ঘুড়ির পরিসীমা 18 সে.মি. এবং অসমান বাহুদ্বয়ের অনুপাত 2 : 1 হলে এর বৃহত্তর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

ক. 8

খ. 10

গ. 6

ঘ. 12

৩৪. ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটি কি?

ক. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের গড় × উচ্চতা

খ. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের গুণফল × উচ্চতা

গ. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি × উচ্চতা

ঘ. সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের গড় × উচ্চতার সমষ্টি

৩৫. একটি ঘণকের ধার 3.5 সে.মি. হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

ক. 60 বর্গ সে.মি.

খ. 65.5 বর্গ সে.মি.

গ. 70 বর্গ সে.মি.

ঘ. 73.5 বর্গ সে.মি.

৩৬. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় a ও b এবং উহাদের লম্ব দুরত্ব h একক হলে, ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক।

ক. abh

খ. $\frac{1}{2}(a+b)h$

গ. $(a+b+c)$

ঘ. $\sqrt{a^2+b^2+h^2}$

৩৭. একটি আয়তকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে $6, 5$ এবং 4 সে.মি.। এর সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ক. 148
খ. 74
গ. 120
ঘ. 15

৩৮. $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র হলে, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D =$ কত?

ক. 90°
খ. 120°
গ. 60°
ঘ. 360°

৩৯. রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. প্রস্থ 3 সে.মি. এবং উচ্চতা 2 সে.মি. হলে এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

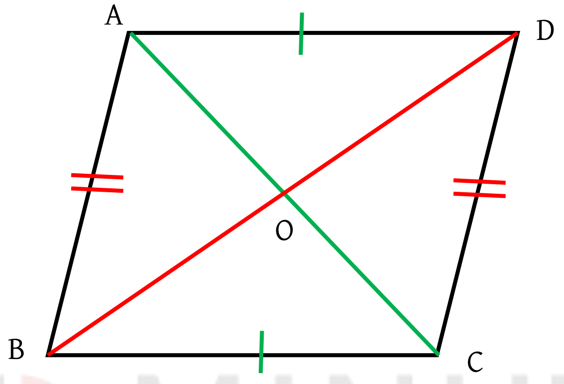
ক. 26
খ. 13
গ. 25
ঘ. 52

৪০. একটি ঘণকের ধার 4 সে.মি. হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

ক. 60 বর্গ সে.মি.
খ. 96 বর্গ সে.মি.
গ. 70 বর্গ সে.মি.
ঘ. 188 বর্গ সে.মি.

সৃজনশীল প্রশ্ন

১. চিত্রে ABCD সামান্তরিকের AC ও BD দুইটি কর্ণ।



(ক) 4 সে. মি. ধারবিশিষ্ট একটি ঘনকের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) প্রমাণ কর যে, $\angle ABC + \angle BCD + \angle ADC + \angle BAD =$ সমকোণ।

(গ) প্রমাণ কর যে, $AO = OC$ এবং $BO = OD$

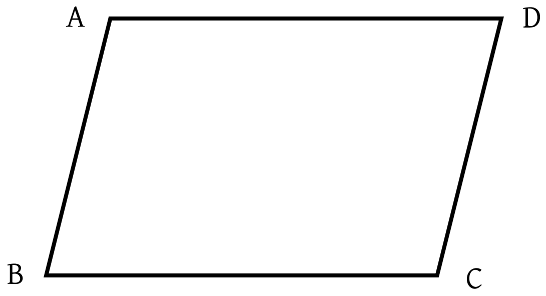
সমাধান

(ক) আমরা জানি, ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$

$\therefore$ 4 সে. মি. ধারবিশিষ্ট ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 6 \times 4^2$ বর্গ সে. মি. $= 96$ বর্গ সে. মি. (Ans)

(খ)



বিশেষ নির্বাচনঃ দেওয়া আছে, ABCD একটি সামান্তরিক। প্রমাণ করতে হবে যে,
$\angle ABC + \angle BCD + \angle ADC + \angle BAD =$ চার সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ

(১) AD ∥ BC এবং ছেদক
$\therefore \angle BAD + \angle ABC =$ দুই সমকোণ

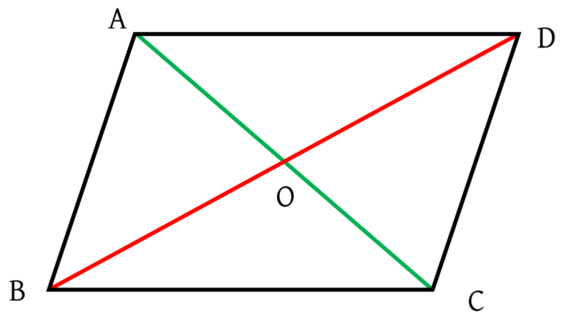
[ABCD সামান্তরিক)
[দুইটি সমান্তরাল রেখার একটি ছেদক দ্বারা ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টিদুই সমকোণের সমান।]

(২) তদ্রুপ, $\angle ADC + \angle BDC =$ দুই সমকোণ

(৩)$\therefore \angle BAD + \angle ABC + \angle ADC + \angle BCD =$ দুই সমকোণ + দুই সমকোণ

$\therefore \angle BAD + \angle ABC + \angle ADC + \angle BCD =$ চার সমকোণ (প্রমাণিত)

(গ)



বিশেষ নির্বাচনঃ মনে করি ABCD সামান্তরিকের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AO = OC, BO = OD

প্রমাণ :

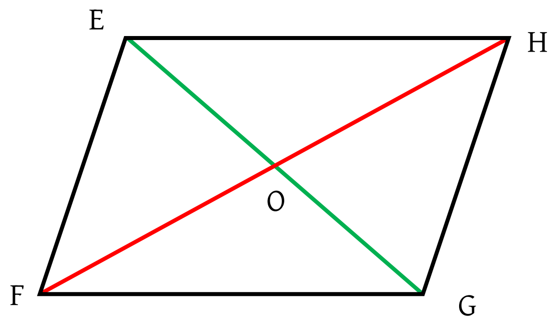
ধাপ

(১) AB ও DC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং AC ছেদক।
অতএব, $\angle BAC =$ একান্তর $\angle ACD$ [একান্তর কোণ সমান]

(২) AB ও DC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং BD ছেদক।
সুতরাং, $\angle BDC =$ একান্তর $\angle ABD$ [একান্তর কোণ সমান]

(৩) এখন ΔAOB ও ΔCOD এ $\angle OAB = \angle OCD, \angle OBA = \angle ODC$ এবং $AB = DC$ $\because \angle BAC = \angle ACD, \angle BDC = \angle ABD$
সুতরাং, $\Delta AOB \cong \Delta COD$ [ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]
AO -= OC এবং BO = OD (প্রমাণিত)

২.



একটি সামান্তরিক

(ক) রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে 12 সে.মি. ও 15 সে.মি.। রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

(খ) প্রমাণ কর যে, EO = GO এবং FO = HO ৪

(গ) প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের ∠F ও ∠G কোণের সমদ্বিখন্ডক পরস্পর লম্ব। ৪

সমাধান

(ক) রম্বসের ক্ষেত্রফল = কর্ণদ্বয়ের গুণফল

∴ 4 সে. মি. ধারবিশিষ্ট ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= 6 x 4^2 বর্গ সে. মি. = 96 বর্গ সে. মি. (Ans)

(খ) **সাধারণ নির্বচন :** সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $FO = HO, GO = EO.$

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, FGHE সামান্তরিকের এবং FH ও GE কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O নিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $FO = HO, GO = EO.$

প্রমাণ :

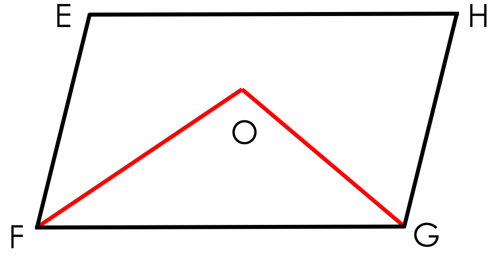
FE ও HG রেখাংশ সমান্তরাল এবং EG তাদের ছেদক। [একান্তর কোণ সমান]
অতএব, $\angle FAG =$ একান্তর $\angle EGH$.

FE ও GH রেখাংশ সমান্তরাল এবং FH এদের ছেদক।
সুতরাং, $\angle EFH =$ একান্তর $\angle FHG$. [একান্তর কোণ সমান]

এখন, ΔFOE ও ΔGOH এ $\angle FEO = \angle OGH$,
$\angle EFO = \angle OHG$ এবং $\mathrm{FE} = GE$. [ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

সুতরাং, $\Delta FOE \cong \Delta GOH$.
অতএব, $\mathrm{FO} = HO$, এবং $\mathrm{GO} = EO$.
(প্রমাণিত)

(গ) সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করেত হবে যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখন্ডক পরস্পরের ওপর লম্ব।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, FEGH একটি সামান্তরিক। এর সন্নিহিত $\angle EFG$ ও $\angle FGH$ এর সমদ্বিখন্ডদ্বয় FO এবং GO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, FO এবং GO পরস্পর ওপর লম্ব। অর্থাৎ $\angle FOG =$ এক সমকোণ।

প্রমাণ :

$EFGH$ সামান্তরিকের $FE \parallel GH$ এবং FG ছেদক।

$\therefore \angle EFG + \angle FGH = 180°$ [সামান্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ]

$\therefore \frac{1}{2}\angle EFG + \frac{1}{2}\angle FGH = 90°$

অর্থাৎ, $\angle OFG + \angle OGF = 90°$ [$\therefore FO$ ও GO যথাক্রমে $\angle EFG$ ও $\angle FGH$ এর সমদ্বিখন্ডক]

এখন, ΔOFG এ, $\angle OFG + \angle OGF + \angle OGF = 180°$

বা, $\angle FOG = 180 - (\angle OFG + \angle OGF)$ [$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি $180°$ বা দুই সমকোণ]

বা, $\angle FOG = 180° - 90°$

$\therefore \angle BOC = 90$

$\therefore FO$ এবং GO পরস্পরের অপর লম্ব। [(১) হতে]

(প্রমাণিত)

৩. ABCD সামান্তরিকের কর্ণ AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

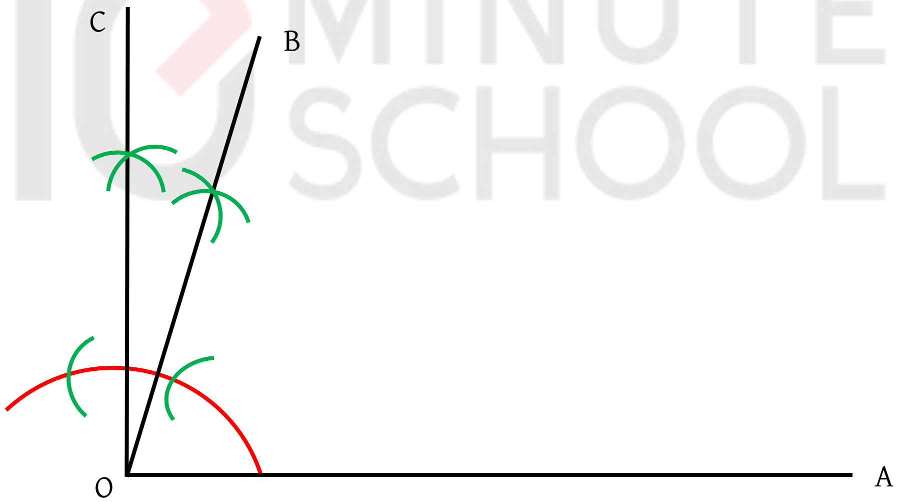
(ক) পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে কোণ অঙ্কন কর।

(খ) $AB = BC = CD = DA$ এবং $AC > BD$ প্রমাণ কর যে, $\angle AOB = \angle DOC = 90°$

(গ) $AB = CD, BC = AD$ এবং $AB \perp BC$ প্রমাণ কর যে, $AC = BD$

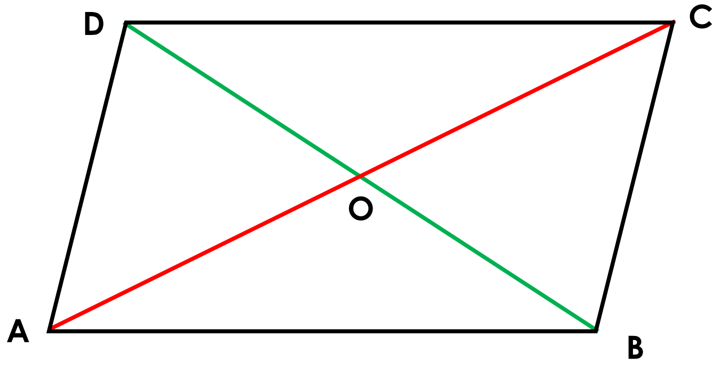
সমাধান

(ক)



চিত্রে $\angle AOB = 75°$

(খ) **সাধারণ নির্বচন :** রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD রম্বসের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 1$ সমকোণ

প্রমাণ :

রম্বস একটি সামান্তরিক। সুতরাং,	[সামান্তরিক কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
$AO = CO, BO = DO.$	[রম্বসের বাহুগুলো সমান]
এখন ΔAOB ও ΔBOC এ	
$AB = BC$	[সাধারণ বাহু]
$AO = CO$	[ত্রিভুজের বাহু-বাহু উপপাদ্য]
এবং $OB = OB$	

অতএব, $\Delta AOB \cong \Delta BOC.$

সুতরাং $\angle AOB = \angle BOC.$

$\angle AOB + \angle BOC = 1$ সরলকোণ $= 2$ সমকোণ।

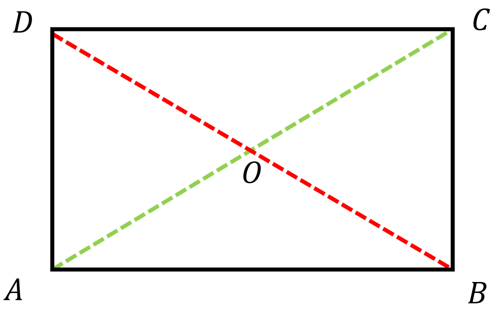
$\angle AOB = \angle BOC = 1$ সমকোণ।

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে,

$\angle COD = \angle DOA = 1$ সমকোণ।

$\angle AOB = \angle COD = 90°$ **(প্রমাণিত)**

(গ) **সাধারণ নির্বচন :** আয়তের কর্ণদ্বয় সমান ও পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD আয়তের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$AC = BD,$

প্রমাণ :

আয়ত একটি সামান্তরিক। সুতরাং,

$AO = CO, BO = DO.$ [সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

এখন ΔABD ও ΔACD এ

$AB = DC$

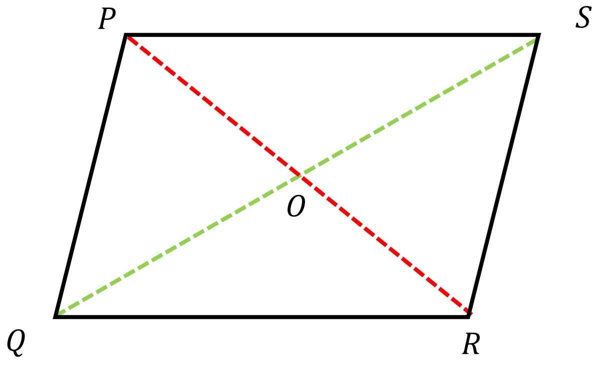
এবং $AD = AD.$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]

অন্তর্ভুক্ত $\angle DAB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ADC$ [সাধারণ বাহু প্রত্যেকে সমকোণ]

সুতরাং, $\Delta ABD \cong \Delta ACD.$

অতএব, $AC = BD$ **(প্রমাণিত)** [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

৪. $PQRS$ সামন্তরিকের কর্ণ PR ও QS পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



(ক) রম্বসের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. ও 9 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) প্রমাণ কর যে, $\mathrm{PO = OR, OQ = OS}$.

(গ) যদি, $PQ = QS$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $PQRS$ একটি আয়ত।

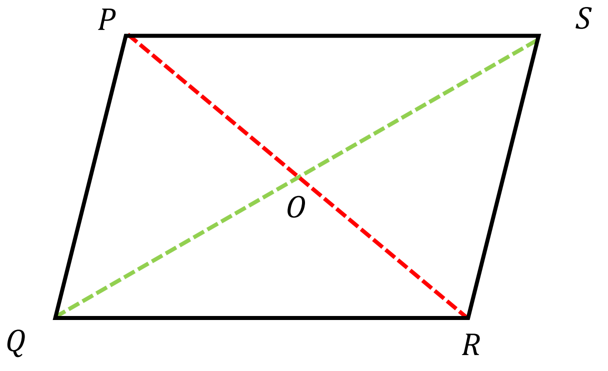
সমাধান

(ক) দেওয়া আছে রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8 সে.মি. ও 9 সে.মি.।

$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 9 = 36$ বর্গ সে. মি. (Ans)

(খ) **সাধারণ নির্বচন :** সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $PQRS$ সামান্তরিকের এবং PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\mathrm{P}O = OR, OQ = OS.$

প্রমাণ :

PS ও QR রেখাংশ সমান্তরাল এবং QS তাদের ছেদক। [একান্তর কোণ সমান]

অতএব, $\angle RQS =$ একান্তর $\angle QSP.$

SQ ও RP রেখাংশ সমান্তরাল এবং PR এদের ছেদক। [একান্তর কোণ সমান]

সুতরাং, $\angle RPS =$ একান্তর $\angle QRP.$

এখন, ΔQOR ও ΔSOP এ $\angle OQR = \angle OSP,$

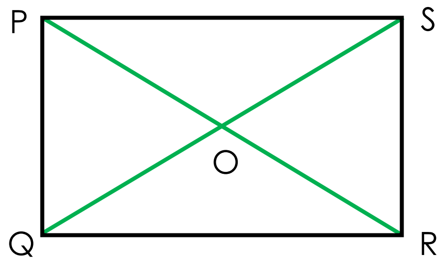
$\angle ORQ = \angle OPS$ এবং $\mathrm{QR} = PS.$ [ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

সুতরাং, $\Delta QOR \cong \Delta SOP.$

অতএব, $\mathrm{P}O = OR,$ এবং $OQ = OS.$

(প্রমাণিত)

(গ) **সাধারণ নির্বচন :** প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $PQRS$ একটি সামান্তরিক এবং PR ও QS এর দুইটি কর্ণ যেখানে PR $= QS$ প্রমাণ করতে হবে যে, $PQRS$ একটি আয়ত।

প্রমাণ :

ΔPQR এবং ΔQRS-এ [$\because$ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

PQ = RS; [দেওয়া আছে]

PR = QS;

এবং QR সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta PQR \cong \Delta QRS$ [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle PQR = \angle QRS$

$PQRS$ সামান্তরিক, PQ $\parallel RS$; QR

এদের ছেদক যার একই পার্শ্বে অবস্থিত দুইটি অন্তঃস্থ কোণ $\angle PQR$ ও $\angle QRS$ [দুইটি সমান্তরাল রেখার ছেদকের একই পার্শ্বের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]

$\therefore \angle PQR + \angle QRS = 180°$;

বা, $\angle PQR + \angle QBS = 180°$; [$\because \angle PQR = \angle QRS$]

বা, $2\angle PQR = 180°$

$\therefore \angle PQR = 90°$

আমরা জানি, সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে তা একটি আয়ত হয়।

$\therefore PQRS$ একটি আয়ত। **(প্রমাণিত)**

৫. $ABCD$ চুর্ভূজের AC ও BD কর্ণদ্বয় অসমান এবং পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(ক) একটি আয়তাকার ঘনবস্তু দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 8 সে.মি. 6 সে.মি. ও 4 সে.মি. হলে এর সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ

(গ) $AO = CO, BO = DO$.এবং $AB \perp BC$ প্রমাণ কর যে, $CDEF$ একটি সামন্তরিক ।

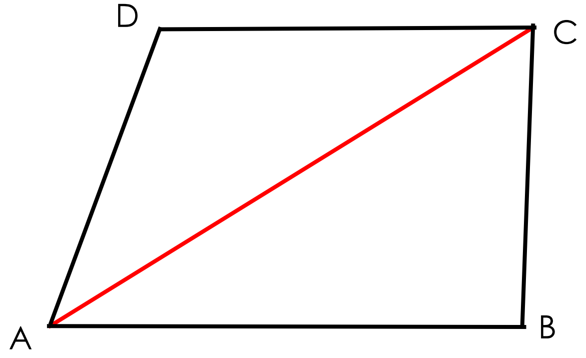
সমাধান

(ক) দেওয়া আছে, একটি আয়তাকার ঘনবস্তু দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 8 সে.মি. 6 সে.মি. ও 4 সে.মি.

$\therefore$ ঘনবস্তুর সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2(8\times6 + 6\times4 + 8\times4)$

$= 208$ বর্গ সে. মি. (Ans)

(খ) **সাধারণ নির্বচন :** চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ।

প্রমাণ

ΔABC এ

$\angle BAC + \angle ACB + \angle B = 2$ সমকোণ। [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোন]

অনুরূপভাবে, ΔDAC এ

$\angle DAC + \angle ACD + \angle D = 2$ সমকোণ। [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

অতএব, $\angle DAC + \angle ACD + \angle D +$

$\angle BAC + \angle ACB + \angle B = (2+2)$

সমকোণ।

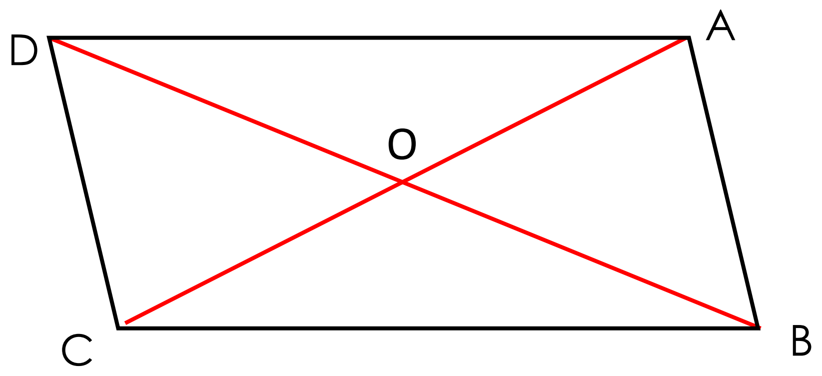
$\angle DAC + \angle BAC = \angle A$ এবং $\angle ACD +$ [সন্নিহিত কোণের যোগফল]

$\angle ACB = \angle C.$ [সন্নিহিত কোণের যোগফল]

সুতরাং, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$

সমকোণ **(প্রমাণিত)**

(গ)



প্রমাণ :

ΔCOD ও ΔAOB এর মধ্যে $CO = OA; OD =$ [$\because \Delta ABC$ এর মধ্যমা OB]

OB এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle COD =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$; [দেওয়া আছে]

$\therefore \Delta COD \cong \Delta AOB$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore CD = AB$ এবং $\angle DCO = \angle BAO$ [একান্তর কোণ হওয়ায় পরস্পর সমান]

$\therefore \angle DCA = \angle BAC$

$\therefore CD \parallel AB$

এখন, চতুর্ভুজ ABCD এর দুই বিপরীত বাহু CD ও AB পরস্পর সমান ও সমান্তরাল। [কোন চতুর্ভুজের বিপরীত যেকোনো দুই বাহু পরস্পর ও সমান্তরাল হলে চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক

$\therefore ABCD$ একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)

৬. $ABCD$ চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় অসমান এবং পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

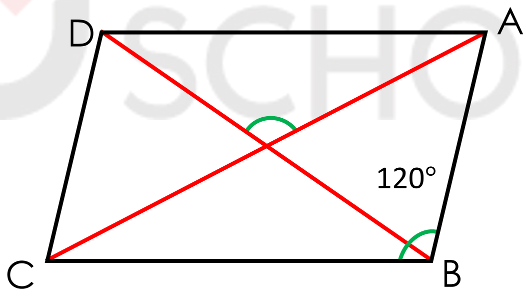
(ক) $\angle CBD = 120°$ হলে, $\angle BCD$ এর পূরক কোণের মান নির্ণয় কর।

(খ) প্রমাণ কর যে, $AO = CO, BO = DO$

(গ) $\angle CBA = 90°$ হলে, প্রমাণ কর যে, $AC = BD$

সমাধান

(ক)



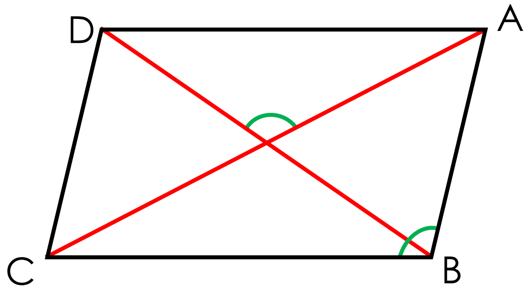
দেওয়া আছে, $\angle CBD = 120°$

এখন, $\angle CBA + \angle BCD = 180°$

$$\therefore \angle QPS = 60°$$

$\therefore \angle QPS$ এর পূরক কোণ $= (90° - 60°) = 30°$ $Ans.$

(খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD সামান্তরিকের এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AO = CO, BO = DO$

প্রমাণ :

AB ও DC রেখাংশ সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক।

অতএব, $\angle BAC =$ একান্তর $\angle ACD$. [একান্তর কোণ সমান]

AB ও DC রেখাংশ সমান্তরাল এবং BD এদের ছেদক।

সুতরাং, $\angle BDC =$ একান্তর $\angle ABD$.

এখন, ΔAOB ও ΔCOD এ $\angle OAB = \angle OCD,$ [একান্তর কোণ সমান]

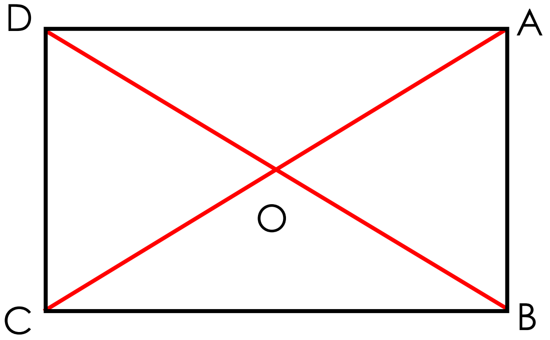
$\angle OBA = \angle ODC$ এবং $AB = DC$.

$\therefore \angle BAC = \angle ACD; \angle BDC = \angle ABD$

সুতরাং, $\Delta AOB \cong \Delta COD$.

অতএব, $AO = CO$ এবং $BO = DO$. **(প্রমাণিত)** [ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

(গ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD আয়তের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$AC = BD,$$

প্রমাণ :

আয়ত একটি সামান্তরিক। সুতরাং,

$AO = CO, BO = DO.$ [সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

এখন ΔABD ও ΔACD এ

$AB = DC$

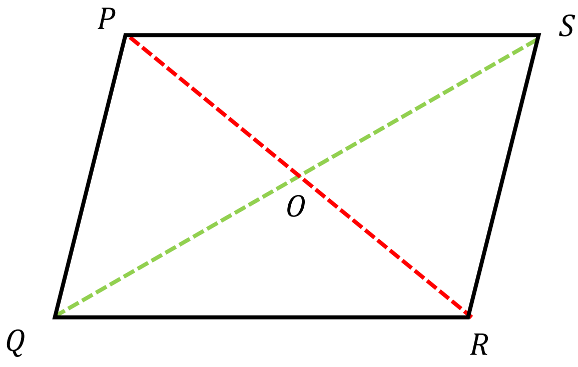
এবং $AD = AD.$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]

অন্তর্ভুক্ত $\angle DAB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ADC$ [সাধারণ বাহু প্রত্যেক সমকোণ]

সুতরাং, $\Delta ABD \cong \Delta ACD.$

অতএব, $AC = BD$ **(প্রমাণিত)** [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

৭. চিত্রে $PQ \parallel SR$ এবং $SP \parallel RQ$



(ক) রম্বসের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. ও 24 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) প্রমাণ কর যে, $PO = OR, OQ = OS$.

(গ) যদি, $PQ = QS$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $PQRS$ একটি আয়ত।

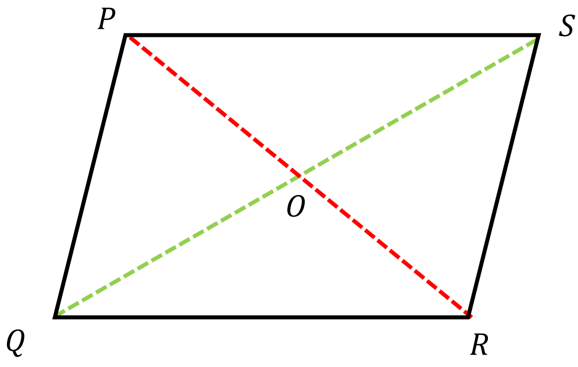
সমাধান

(ক) দেওয়া আছে রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সে.মি. ও 24 সে.মি.।

$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120$ বর্গ সে. মি. (Ans)

(খ) **সাধারণ নির্বচন :** সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $PQRS$ সামান্তরিকের এবং PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PO = OR, OQ = OS$.

প্রমাণ :

PS ও QR রেখাংশ সমান্তরাল এবং QS তাদের ছেদক। [একান্তর কোণ সমান]

অতএব, $\angle RQS =$ একান্তর $\angle QSP$.

SQ ও RP রেখাংশ সমান্তরাল এবং PR এদের ছেদক। [একান্তর কোণ সমান]

সুতরাং, $\angle RPS =$ একান্তর $\angle QRP$.

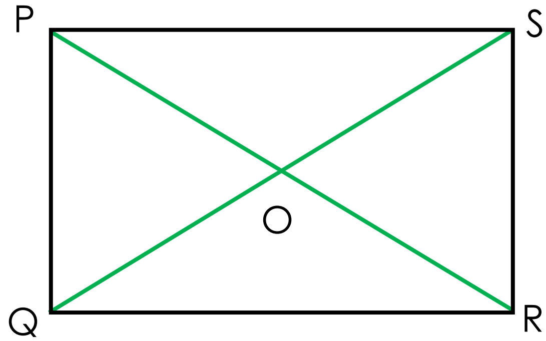
এখন, ΔQOR ও ΔSOP এ $\angle OQR = \angle OSP$,

$\angle ORQ = \angle OPS$ **এবং** $QR = PS$.

সুতরাং, $\Delta QOR \cong \Delta SOP$. **[ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]**

অতএব, $PO = OR$, **এবং** $OQ = OS$. **(প্রমাণিত)**

(গ) **সাধারণ নির্বচন :** প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $PQRS$ একটি সামান্তরিক এবং PR ও QS এর দুইটি কর্ণ যেখানে PR $= QS$ প্রমাণ করতে হবে যে, $PQRS$ একটি আয়ত।

প্রমাণ :

ΔPQR এবং ΔQRS-এ [∵ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

PQ = RS; [দেওয়া আছে]

PR = QS;

এবং QR সাধারণ বাহু।

∴ ΔPQR ≅ ΔQRS [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

∴ ∠PQR = ∠QRS

$PQRS$ সামান্তরিক, PQ ∥ RS ; QR এদের ছেদক যার একই পার্শ্বে অবস্থিত দুইটি অন্তঃস্থ কোণ $\angle PQR$ ও $\angle QRS$ [দুইটি সমান্তরাল রেখার ছেদকের একই পার্শ্বের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]

$\therefore \angle PQR + \angle QRS = 180°$;

বা, $\angle PQR + \angle QBS = 180°$; [$\because \angle PQR = \angle QRS$]

;

বা, $2\angle PQR = 180°$

$\therefore \angle PQR = 90°$

আমরা জানি, সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে তা একটি আয়ত হয়।

$\therefore PQRS$ একটি আয়ত।

(প্রমাণিত)

চতুর্ভূজ অংকন

আমরা কিন্তু ছোট কালে ত্রিভুজ আঁকা শিখেছিলাম।

চতুর্ভুজের জন্য প্রয়োজন

1) চারটি কোন

2) চারটি বাহু

3) দুটি কর্ণ

মোট ১০ টি উপাত্ত

নিম্নোক্ত পাঁচটি উপাত্ত জানা থাকলে, নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকা যায়।

(ক) চারটি বাহু ও একটি কোণ

(খ) চারটি বাহু ও একটি কর্ণ

(গ) তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণ

(ঘ) তিনটি বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ

(ঙ) দুইটি বাহু ও তিনটি কোণ।

❑ অনেক সময় কম উপাত্ত দেওয়া থাকলেও বিশেষ চতুর্ভুজ আঁকা যায়। এক্ষেত্রে যুক্তি দ্বারা পাঁচটি উপাত্ত পাওয়া যায়।

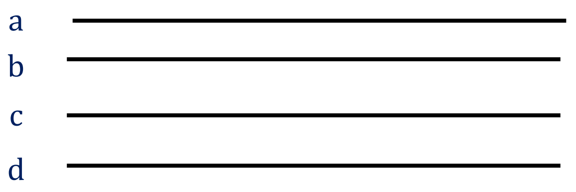
- একটি বাহু দেওয়া থাকলে, বর্গ আঁকা যায়। এখানে চারটি বাহুই সমান এবং একটি কোণ সমকোণ।
- দুইটি সন্নিহিত বাহু দেওয়া থাকলে, আয়ত আঁকা যায়। এখানে বিপরীত বাহু দুইটি পরস্পর সমান এবং একটি কোণ সমকোণ।
- একটি বাহু এবং একটি কোণ দেওয়া থাকলে রম্বস আঁকা যায়। এখানে চারটি বাহুই সমান।
- দুইটি সন্নিহিত বাহু এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে, সামান্তরিক আঁকা যায়। এখানে বিপরীত বাহু দুইটি পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

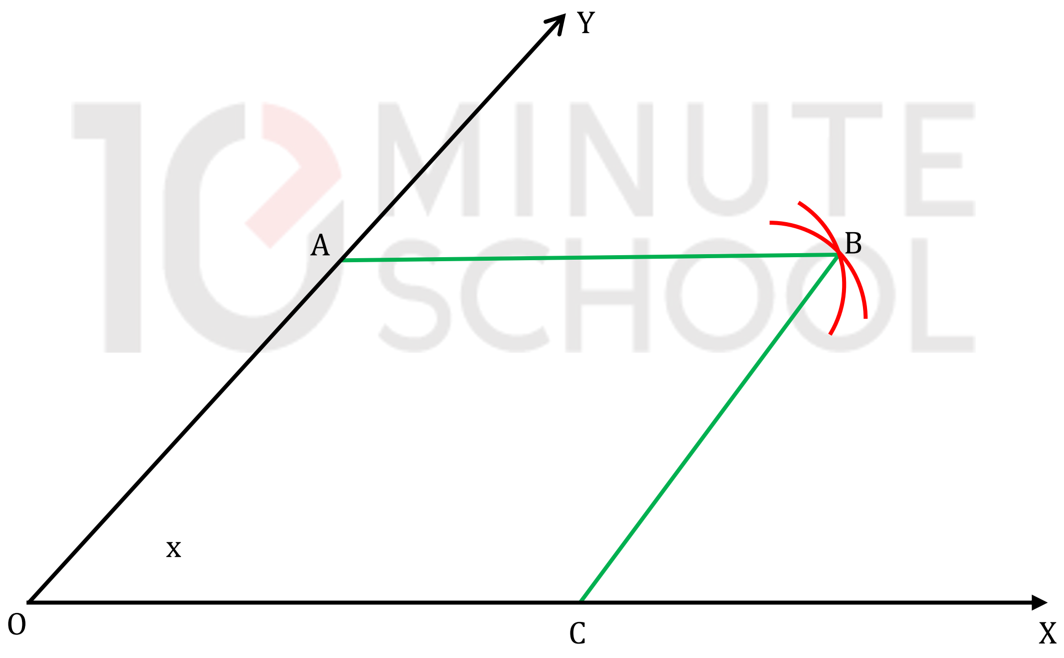
Type-7

চতুর্ভুজের সম্পাদ্য সংক্রান্ত

❑ সম্পাদ্য ১

কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।





অঙ্কনের বিবরণ :

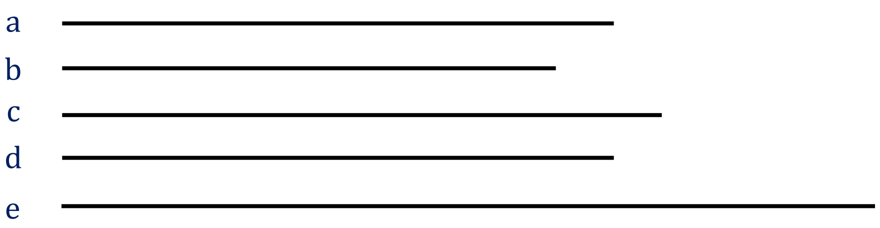
(১) যেকোনো রশ্মি OX থেকে $OC = a$ নিই। O বিন্দুতে $\angle YOC = \angle x$ আঁকি।

(২) OY থেকে $OA = b$ নিই। A ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle AOC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পর B বিন্দুতে ছেদ করে।

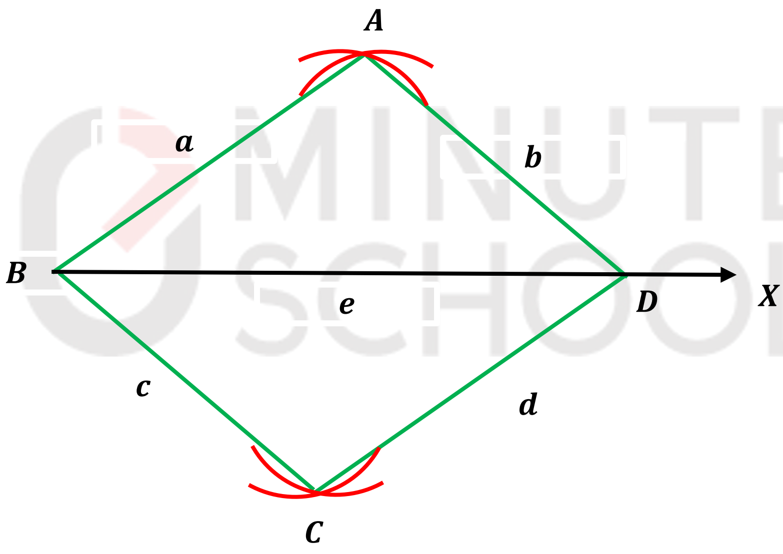
(৩) A ও B এবং C ও B যোগ করি।

❑ সম্পাদ্য ২

কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c, d এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e দেওয়া আছে। যেখানে $a + b > e$ এবং $c + d > e$ চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মির BX থেকে $BD = e$ নিই। B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় A বিন্দুতে ছেদ করে।

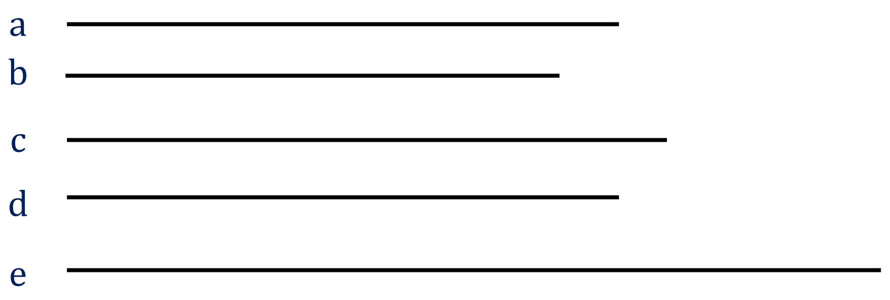
(২) আবার, B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেদিকে A আছে তার বিপরীত দিকে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A ও B, A ও D, B ও C এবং C ও D যোগ করি।

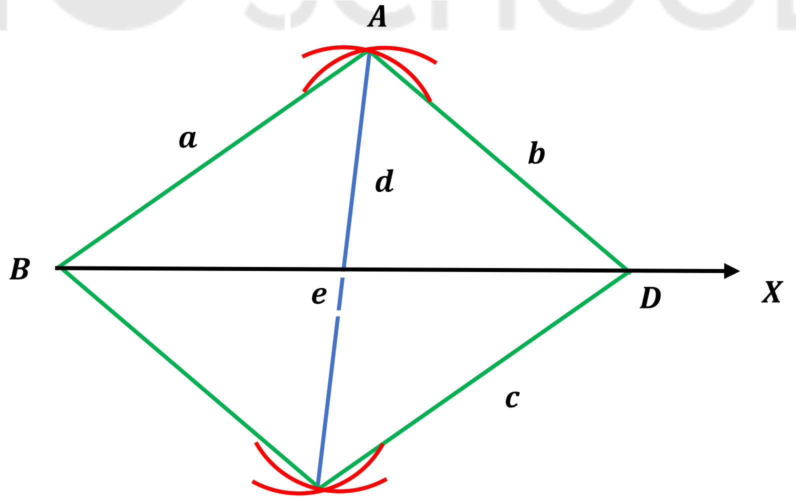
তাহলে, $ABCD$ ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

❑ সম্পাদ্য ৩

কোনো চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য d, e দেওয়া আছে, যেখানে $a + b > e$। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BX থেকে $BD = e$ নিই। B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) আবার, D ও A কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যসার্ধ্য নিয়ে BD এর যেদিকে A রয়েছে এর বিপরীত দিকে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A ও B, A ও D, B ও C এবং C ও D যোগ করি।

তাহলে, $ABCD$ ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

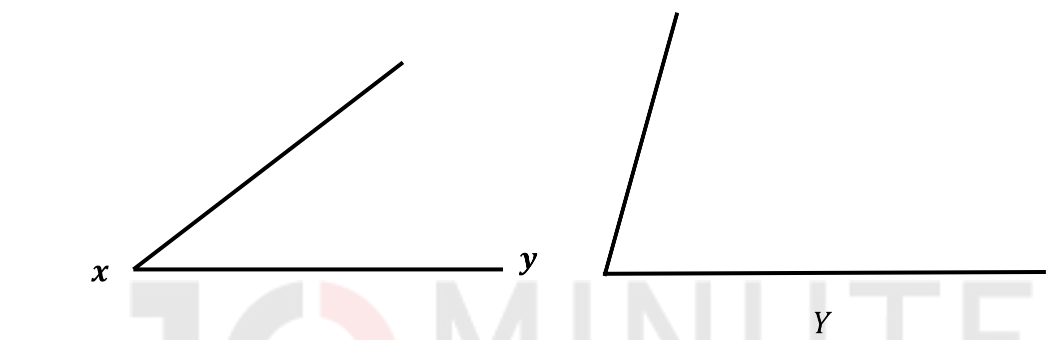
প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে,

$AB = a,\ AD = b, CD = c$ এবং কর্ণ $BD = e$ ও $AC = d$

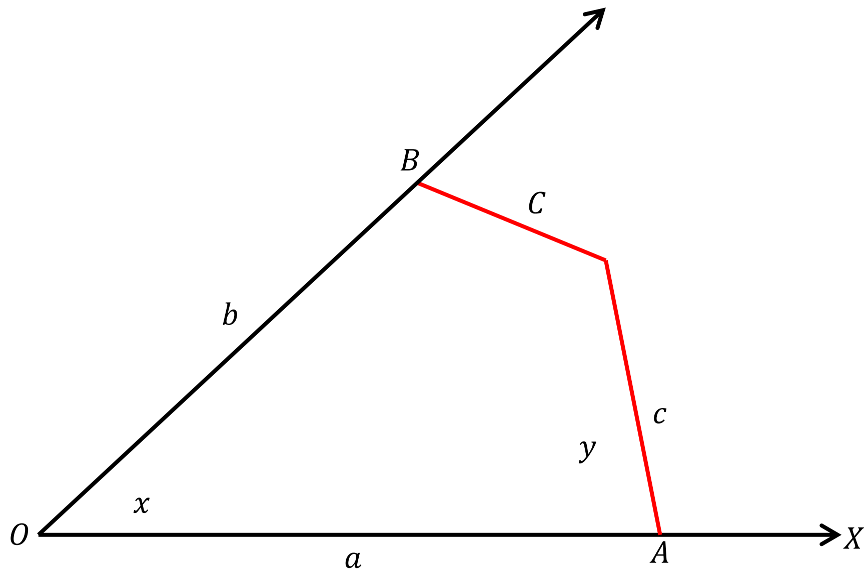
সুতরাং, $ABCD$ ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

❑ সম্পাদ্য ৪

কোনো চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও দুইটি অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a, b, c এবং a ও b বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ এবং a ও c বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি OX থেকে OA= a নিই। O ও A বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle YOA$ ও $\angle OAG$ অঙ্কন করি। OY থেকে OB= b এবং AG থেকে AC= c নিই। B, C যোগ করি।

তাহলে, $AOBC$ ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

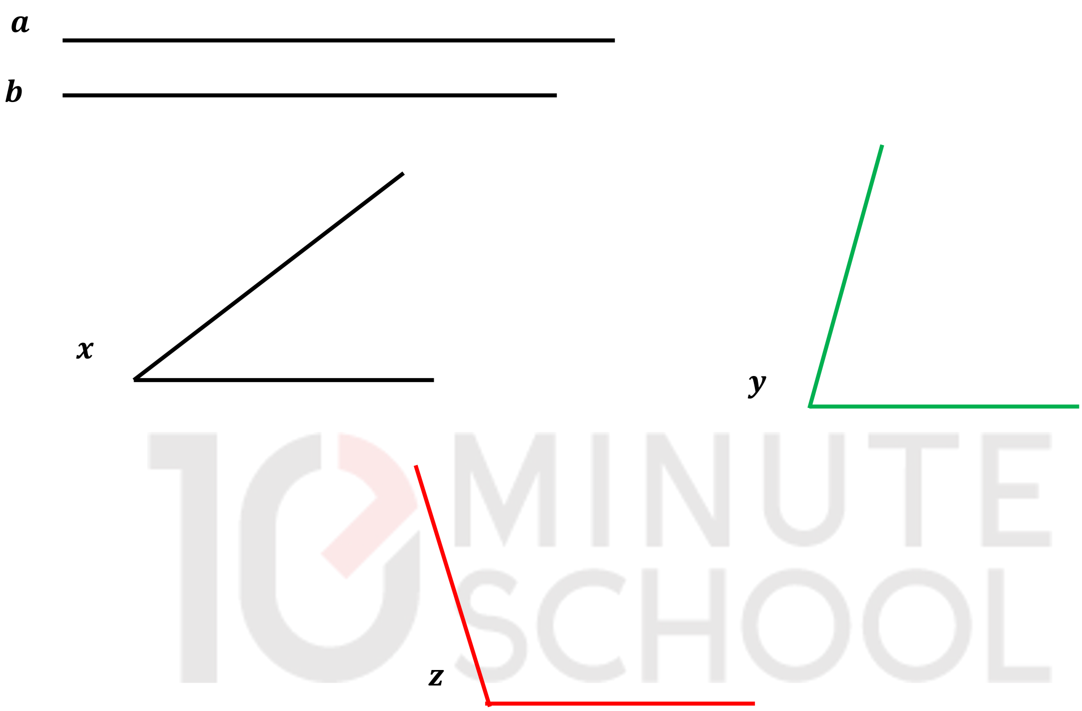
প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে,

$OB = b,\ OA = a, AC = c$ এবং কর্ণ $\angle BOA = \angle x$ ও $\angle CAO = \angle y$.

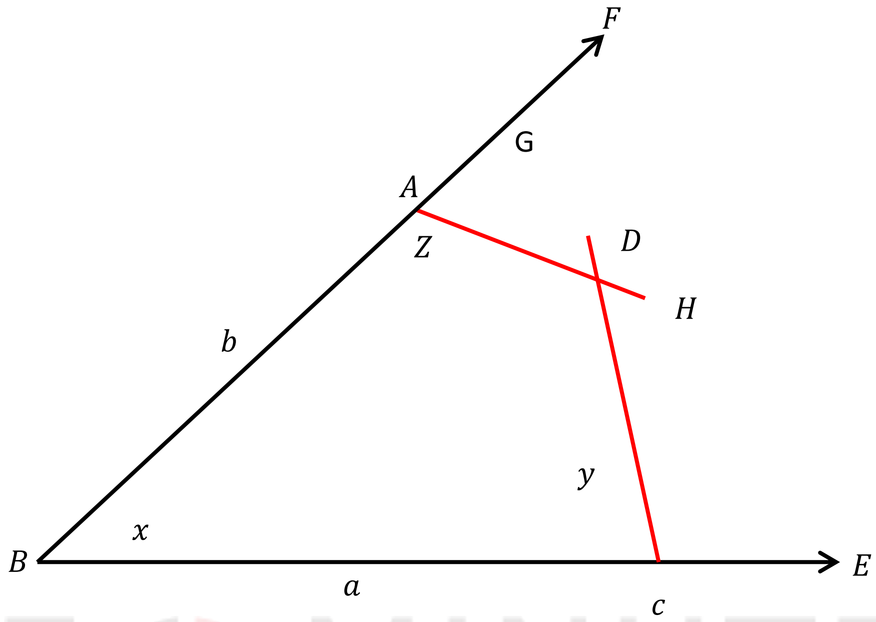
সুতরাং, $AOBC$ ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

❑ সম্পাদ্য ৫

কোনো চতুর্ভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য ও তিনটি কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



মনে করি, একটি চতুর্ভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহু $a.b$ এবং তিনটি কোণ $\angle x, \angle y, \angle z$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি। BF থেকে $BA = b$ নিই। A বিন্দুতে $\angle z$ এর সমান করে $\angle BAH$ অঙ্কন করি। AH ও CG পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে করে।

তাহলে, $ABCD$ ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কন অনুসারে,

$AB = b, BC = a, \angle ABC = \angle x$ $\angle DCB = \angle y$ ও $\angle BAD = \angle z$.

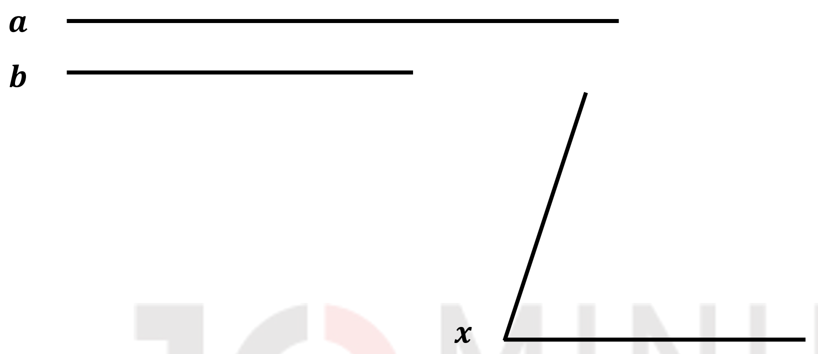
সুতরাং, $ABCD$ ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

Type-8

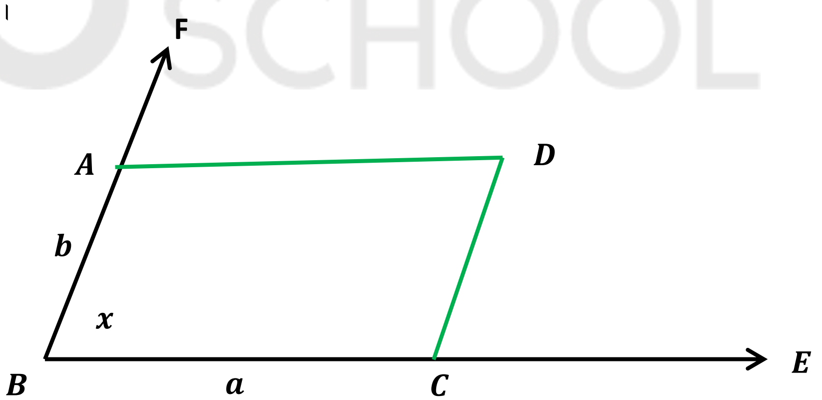
সামান্তরিকের সম্পাদ্য সংক্রান্ত

❑ সম্পাদ্য ৬

কোনো সামান্তরিকের সন্নিহিত দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু a ও b এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

যে কোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ অঙ্কন করি। BF থেকে b এর সমান BA নিই। A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। A, B ও C, D যোগ করে। তাহলে, $ABCD$-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ :

A, C যোগ করি। ΔABC ও ΔADC এ $AB = CD = b, AD = BC = a$ এবং AC বাহু সাধারণ।

$$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC.$$

অতএব, $\angle BAC = \angle DCA$। কিন্তু কোণ দুইটি একান্তর কোণ।

$$\therefore AB \parallel CD.$$

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, $BC \parallel AD.$

সুতরাং, $ABCD$ একটি সামান্তরিক।

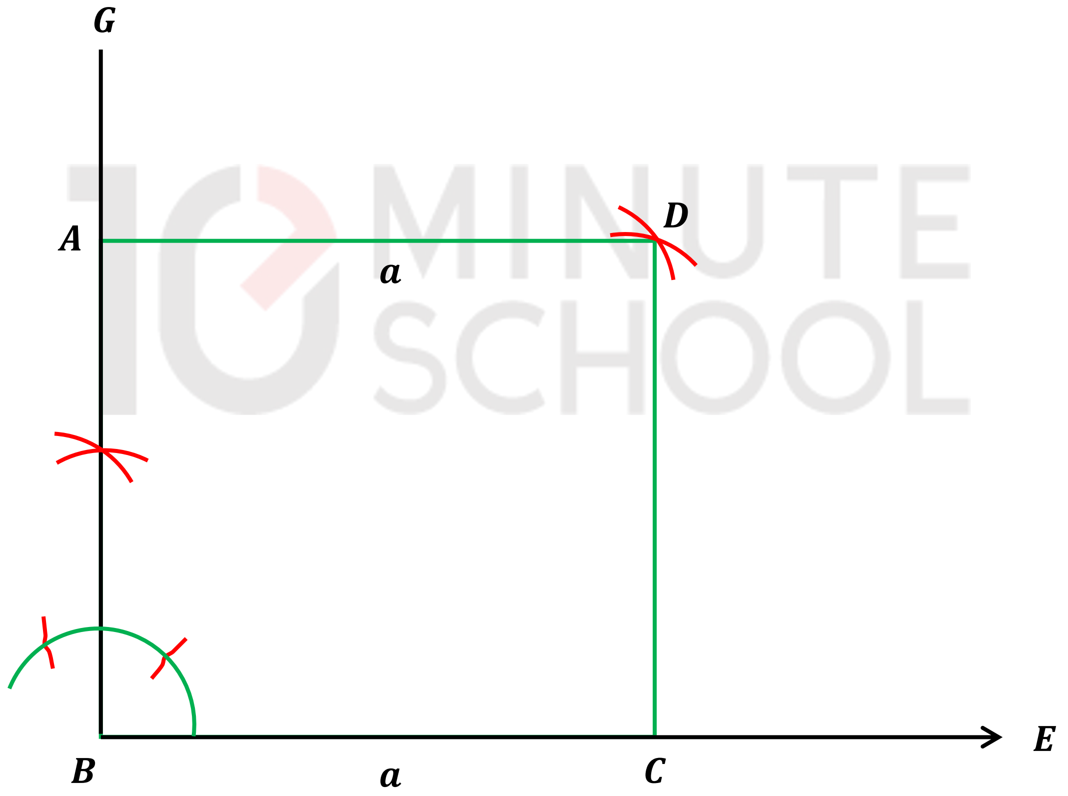
আবার অঙ্কন অনুসারে $\angle ABC = \angle x.$

অতএব, $ABCD$ ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

❑ সম্পাদ্য ৭

কোনো বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। বর্গটির আঁকতে হবে।

মনে করি, a কোনো বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য। বর্গটি আকঁতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

যে কোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B বিন্দুতে $BG \perp BC$ আঁকি।

BG থেকে $BA = a$ নিই। A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। A ও D এবং C ও D যোগ করি।

তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

প্রমাণ : $ABCD$ চতুর্ভুজের $AB = BC = CD = DA = a$ এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ।

সুতরাং, এটি একটি বর্গ।

অতএব, ABCD-ই নির্ণেয় বর্গ।

Type-9

অংকন যোগ্যতা সংক্রান্ত

১। একটি চতুর্ভুজ আঁকতে চারটি বাহু ও একটি কোণের পরিমাপের প্রয়োজন। এই পাঁচটি যেকোনো পরিমাপের হলে কি চতুর্ভুজটি আঁকা যাবে ?

সমাধান : না, আঁকা যাবে না। কোণটি অবশ্যই ১৮০° অপেক্ষা কম হতে হবে এবং বাহুগুলো যে কোনো দৈর্ঘ্যের হলেই হবেনা। চতুর্ভূজটির যে কোনো দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি ঐ সন্নিহিত বাহুদ্বয় যে কর্ণকে ধারণ করবে সেই কর্ণের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বেশি হতে হবে।

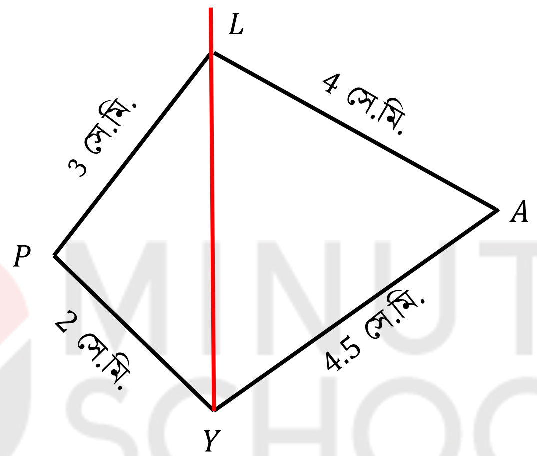
২। একটি চতুর্ভুজ আঁকতে চারটি বাহু ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য পরিমাপের প্রয়োজন। এই পাঁচটি যেকোনো পরিমাপের হলে কি চতুর্ভুজটি আঁকা যাবে ? তোমার উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও।

সমাধান : না, যে কোনো পরিমাপের জন্য আঁকা যাবে না। যদি কর্ণের দৈর্ঘ্য যে কোনো দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা বেশি হয় তাহলে চতুর্ভূজটি আঁকা যাবে না।

কারণ, আমরা জানি, কর্ণটি চতুর্ভূজটিকে দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করবে এবং ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

৩। একজন শিক্ষার্থী একটি চতুর্ভুজ $PLAY$ আঁকতে চেষ্টা করল, যার $PL = 3$ সে.মি., $LA = 4$ সে.মি., $AY = 4.5$ সে.মি., $PY = 2$ সে.মি., $LY = 6$ সে.মি.। সেচতুর্ভুজটি আঁকতে পারলো না। কেন ?

সমাধান : শিক্ষার্থীর চতুর্ভূজ আঁকতে না পারার কারণ পাশের চিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা হলো। প্রথমে প্রশ্নে উল্লেখিত ক্রমে ও বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য ঠিক রেখে চতুর্ভূজটি আঁকি।



উল্লেখিত ক্রমে চতুর্ভূজটি আঁকলে দেখা যাচ্ছে যে, LY হয় $PLAY$ চতুরভূজের কর্ণ। দেওয়া আছে, $LY = 6$ সে.মি.

কিন্তু, $PL + PY = 3$ সে.মি. 2 সে.মি. 5 সে.মি.

অর্থাৎ,$LY > PL + PY$

কিন্তু এটা অসম্ভব।

কারণ ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি ৩য় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর তাই PLY ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, $PL + PY > LY$ সর্বদা সত্য হবে।

আবার, কোন চতুর্ভূজের দুই বাহুর সমষ্টি অপেক্ষা কর্ণের দৈর্ঘ্য বড় নেওয়ায় চতুর্ভূজটি আঁকতে পারলো না।

৪। একটি চতুর্ভুজের সন্নিহিত নয় এরূপ দুই বাহুর দৈর্ঘ্য ও তিনটি কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি কি আঁকা যাবে ?

সমাধান : না, আঁকা যাবে না। বাহুদ্বয় সন্নিহিত হলে উক্ত তথ্যগুলো নিয়ে চতুর্ভূজটি আঁকা যাবে।

৫। একজন শিক্ষার্থী একটি চতুর্ভুজ $STOP$ আঁকতে চাইলো যার, যার $ST = 5$ সে.মি., $TO = 4$ সে.মি., $\angle S = 20°$, $\angle T = 30°$, $\angle O = 40°$। সে চতুর্ভুজটি কেন আঁকতে পারলো না ?

সমাধান : সে চতুর্ভূজটি আঁকতে না পারার কারণ নিম্নরূপ :

আমরা জানি, চতুর্ভূজের চার কোণের সমষ্টি চার সমকোণ বা $360°$

এখানে, $\angle S + \angle T + \angle O = 20° + 30° + 40° = 90°$।

অর্থাৎ, চতুর্থ কোণটি হবে, $360° - 90° = 270°$। যা অসম্ভব। কারণ কোনো চতুর্ভূজের অন্তঃস্থ কোণ অবশ্যই $180°$ অপেক্ষা ছোট হবে।

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১. একটি চতুর্ভুজ আঁকতে কয়টি অনন্য নিরপেক্ষ উপাত্তের প্রয়োজন ?

ক. 3 টি খ. 4 টি

গ. 5 টি ঘ. 6 টি

২. নিচের কোনগুলোতে কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে ?

ক. বর্গ ও আয়তন

খ. রম্বস ও সামান্তরিক

গ. আয়তন ও ঘুড়ি

ঘ. রম্বস ও ঘুড়ি

৩. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় 6 সে.মি. এবং ৪ সে.মি. হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য কত ?

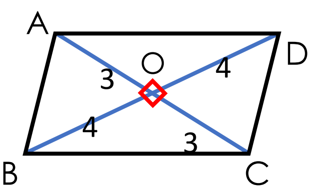
ক. 4.9 সে.মি. (প্রায়) খ. 5 সে.মি. (প্রায়)

গ. 6.9 সে.মি. (প্রায়) ঘ. 7 সে.মি. (প্রায়)

সমাধান : ΔBOC এ $BC = \sqrt{BO^2 + CO^2}$

$= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9}$

$= \sqrt{25} = 5$ সে.মি.



৪. একটি ঘুড়ির পরিসীমা 24 সে.মি. এবং অসমান বাহুদ্বয়ের অনুপাত 2: 1 হলে এর ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

ক. 8

খ. 6

গ. 4

ঘ. 3

সমাধান : $2(2x + x) = 24$ বা, $3x = 12 \therefore x = 4$

৫. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব 3 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গ সে.মি.। এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের গড় কত সে.মি.?

ক. 8

খ. 16

গ. 24

ঘ. 32

সমাধান : আমরা জানি, ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(a+b)\times h$

বা, $48 = \frac{1}{2}(a+b)\times 3$ বা, $\frac{1}{2}(a+b) = \frac{48}{3}$ $\therefore \frac{1}{2}(a+b) = 16$

৬. সকল সামান্তরিকের—

i. বিপরীত বাহুগুলো সমান ও সমান্তরাল

ii. বিপরীত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল

iii. ক্ষেত্রফল = সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের গুণফল

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii

খ. i ও iii

গ. ii ও iii

ঘ. i, ii ও iii

৭. একটি আয়তের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. ও 3 সে.মি হলে এর-

i. অর্ধপরিসীমা 7 সে.মি.

ii. কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.

iii. ক্ষেত্রফল 12 বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii   খ. i ও iii   গ. ii ও iii   ঘ. i, ii ও iii

সমাধান : (i) সঠিক; অর্ধপরিসীমা $= \frac{2(4+3)}{2}$ সে.মি. $= 7$ সে.মি.

(ii) সঠিক; কর্ণ $= \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = 5$ সে.মি.

(iii) সঠিক; আয়তের ক্ষেত্রফল $= (4\times3)$ বর্গ সে.মি. $= 12$ বর্গ সে.মি.

৮. নিচের কোন বাক্য টি সঠিক ?

i. দুইটি সন্নিহিত বাহু দেওয়া থাকলে আয়ত আঁকা যায়।

ii. চারটি কোণ দেওয়া একটি চতুর্ভুজ আঁকা যায়।

iii. বর্গের একটি বাহু দেওয়া থাকলে বর্গ আঁকা যায়।

নিচের কোনটি সঠিক ?

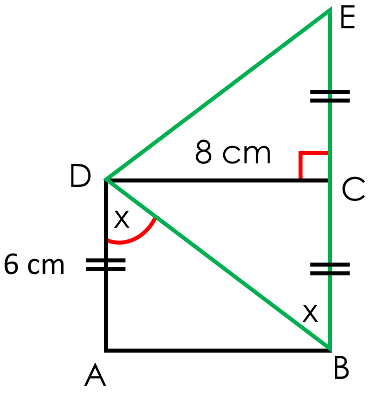
ক. i ও ii

খ. i ও iii

গ. ii ও iii

ঘ. i, ii ও iii

নীচের চিত্রের আলোকে ৯,১০,১১ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৯. $BD =$ কত সে.মি. ?

ক. 7   খ. 8

গ. 10   ঘ. 12

সমাধান : ΔABD –এ $BD^2 = AD^2 + AD^2$

$= 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \therefore BD = 10$

১০. চতুর্ভুজ $ABED$ এর পরিসীমা কত সে.মি. ?

ক. 24   খ. 26   গ. 30   ঘ. 36

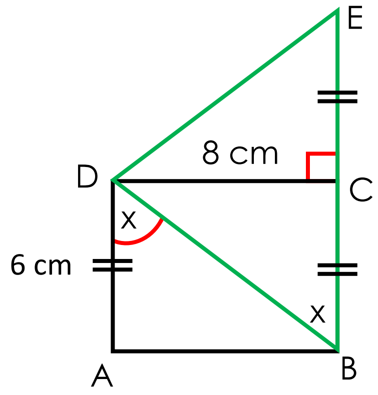
সমাধান : $AB = 8\ cm, CD = 8\ cm, AD = 6\ cm, BC = 6\ cm, CE = 6\ cm$

$DE^2 = CD^2 + EC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

$\therefore DE = 10$

$BE = BC + EC = (6 + 6)cm = 12\ cm$

$ABED$ এর পরিসীমা $= AB + BE + DE + AD = (8 + 12 + 10 + 6)cm = 36\ cm$



১১. ΔBDE এর ক্ষেত্রফল = কত সে.মি. ?

ক. 48 খ. 36 গ. 28 ঘ. 24

সমাধান : $\Delta BDE = \Delta BCD + \Delta CDE$

$$= \left(\frac{1}{2} \times BC \times CD\right) + \left(\frac{1}{2} \times CE \times CD\right) = \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8\right) + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8\right)$$

$= 24 + 24 = 48$ বর্গ সে.মি.

১২. $ABED$ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ক. 48 খ. 64 গ. 72 ঘ. 96

সমাধান : ΔABD এর ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2} \times AD \times AB = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ বর্গ সে.মি.

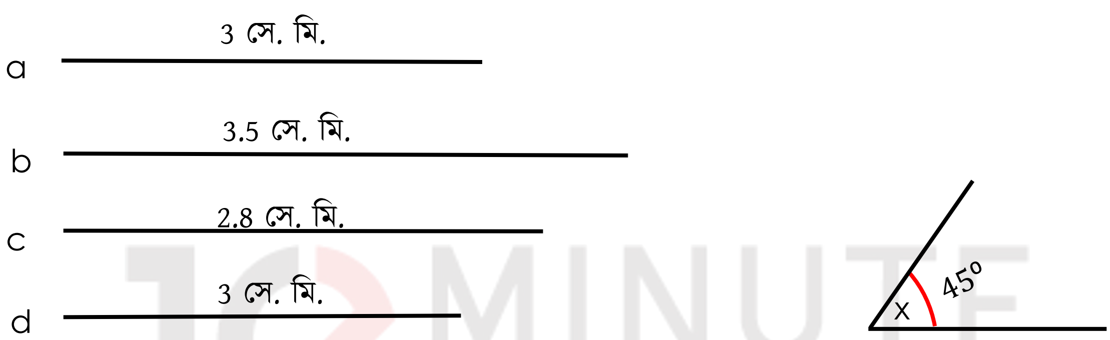
$ABED$ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \Delta ABD$ এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta BDE$ এর ক্ষেত্রফল

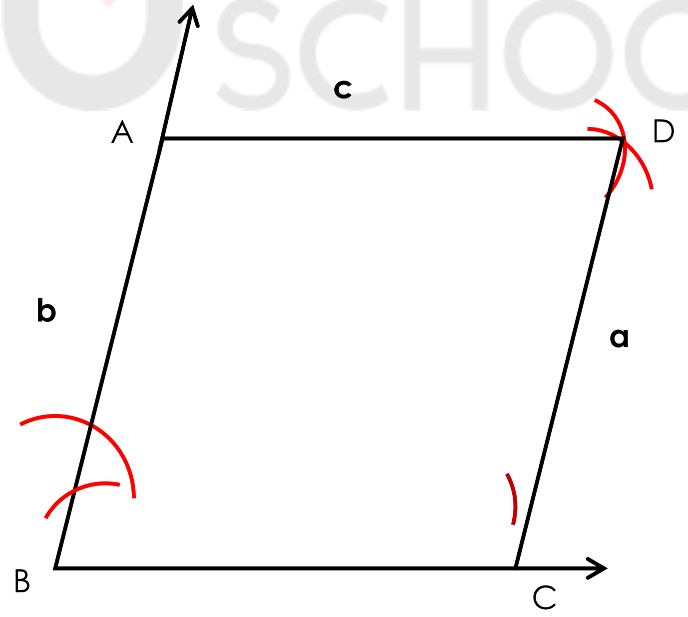
$= (24 + 48)$ বর্গ সে.মি. $= 72$ বর্গ সে.মি.

Type-10

চতুর্ভুজের অংকন সংক্রান্ত

(ক) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.8 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং কোণ 45°।





বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু $a = 3$ সে.মি., $b = 3.5$ সে.মি., $c = 2.8$ সে.মি., $d = 3$ সে.মি. এবং এর একটি কোণ $\angle x = 45°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

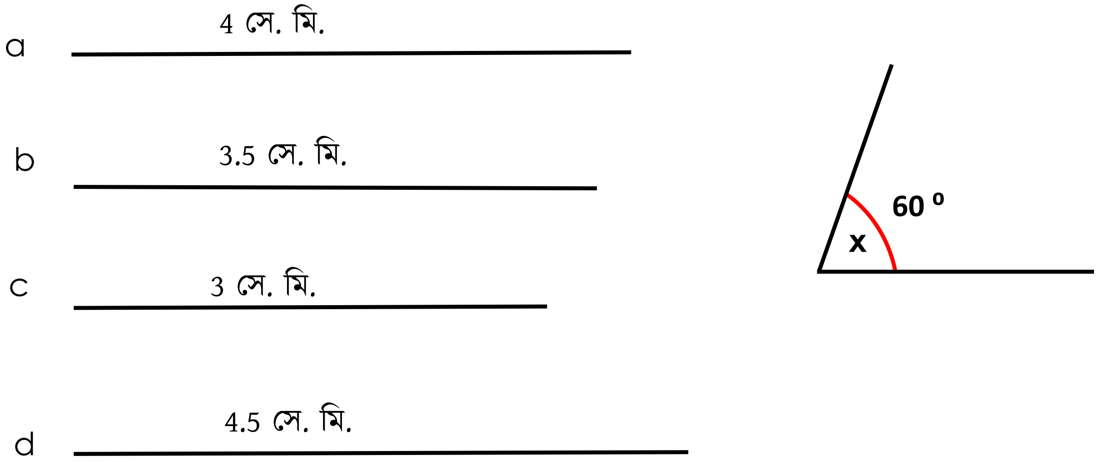
(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = d$ অংশ কেটে নিই। এবার B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি।

(২) BF থেকে $BA = b$ অংশ কেটে নিই। অতঃপর C ও A বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও c এ সমান ব্যসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ –এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং মনে করি, তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, ΔBCD –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $CD = a = 3$ সে.মি., $AB = b = 3.5$ সে.মি., $AD = c = 2.8$ সে.মি., $BC = d = 3$ সে.মি. এবং $\angle ABC = \angle x = 45°$। অতএব, $ABCD$ –ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(খ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি.,3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 4.5 সে.মি. এবং একটি কোণ 60°।



বিশেষ নির্বচন :

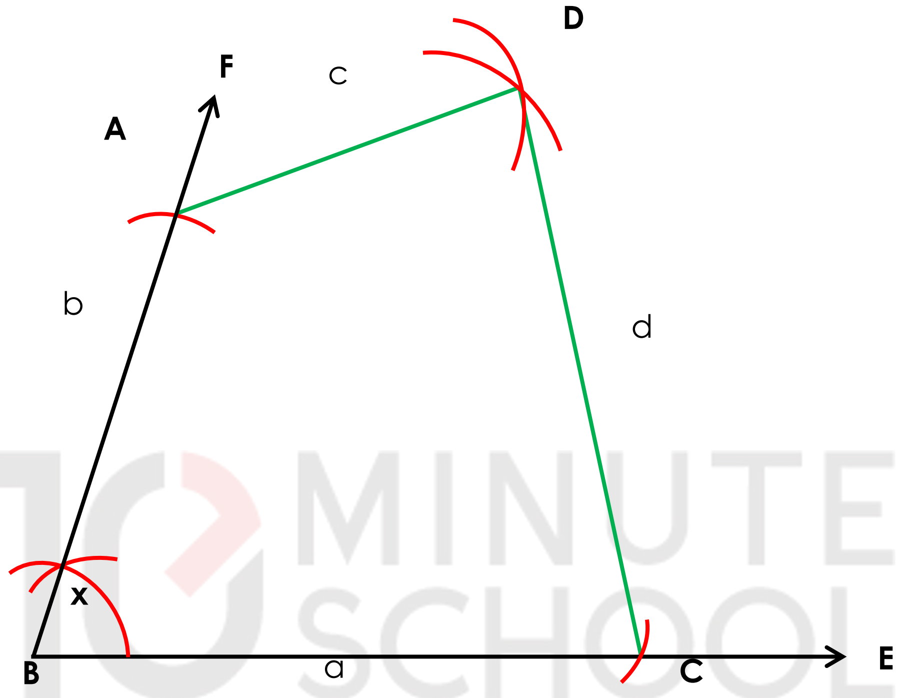
মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু $a = 4$ সে.মি., $b = 3.5$ সে.মি., $c = 3$ সে.মি., $d = 4.5$ সে.মি. এবং এর একটি কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ অংশ কেটে নিই। এবার B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি।

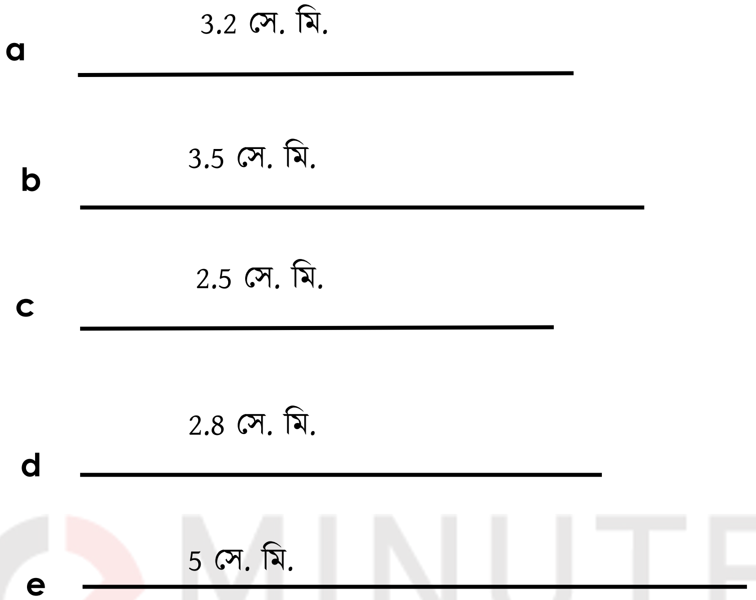
(২) BF থেকে $BA = b$ অংশ কেটে নিই। অতঃপর A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ –এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং মনে করি, তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।



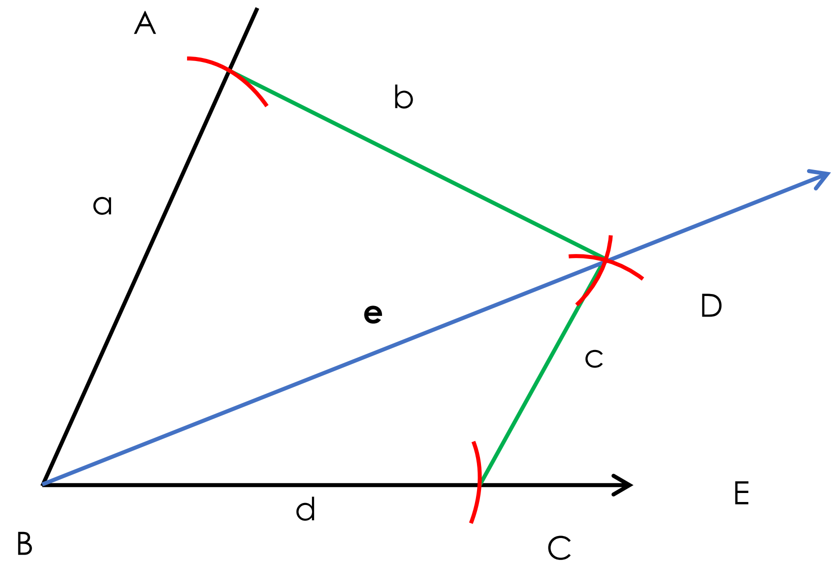
প্রমাণ : • অঙ্কানানুসারে, $BC = a = 4$ সে.মি., $AB = b = 3.5$ সে.মি., $AD = c = 3$ সে.মি., $DC = d = 3$ সে.মি. এবং $\angle ABC = \angle x = 60°$। অতএব, $ABCD$ –ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(গ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি. ও 2.8 সে.মি. এবং একটি কর্ণ 5 সে.মি.।



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু $a = 3.2$ সে.মি., $b = 3.5$ সে.মি., $c = 2.5$ সে.মি., $d = 2.8$ সে.মি. এবং এর একটি কর্ণ $e = 5$ সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

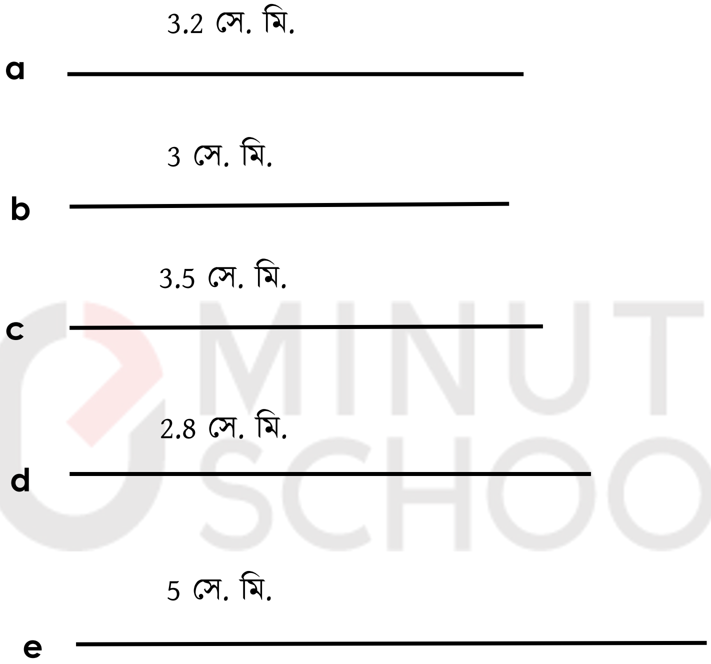
(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ নিই। এবার B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেকোনো একপাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) অতঃপর B ও D –কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD –এর যেপাশে A অবস্থিত তার বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) $A, B; A, D; B, C$ এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

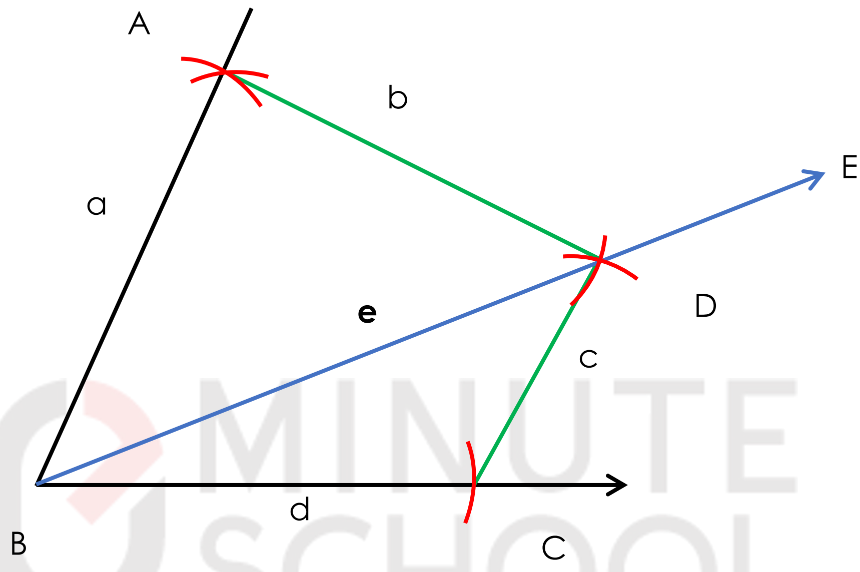
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $ABC = a = 3.2$ সে.মি., $AD = b = 3.5$ সে.মি., $BC = c = 2.5$ সে.মি., $CD = d = 2.8$ সে.মি. এবং কর্ণ BD = e = 5 সে.মি.। সুতরাং, $ABCD$ – ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(ঘ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি. ও 2.8 সে.মি. এবং একটি কর্ণ 5 সে.মি.।



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু $a = 3.2$ সে.মি., $b = 3$ সে.মি., $c = 3.5$ সে.মি., $d = 2.8$ সে.মি. এবং এর একটি কর্ণ $e = 5$ সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আকঁতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

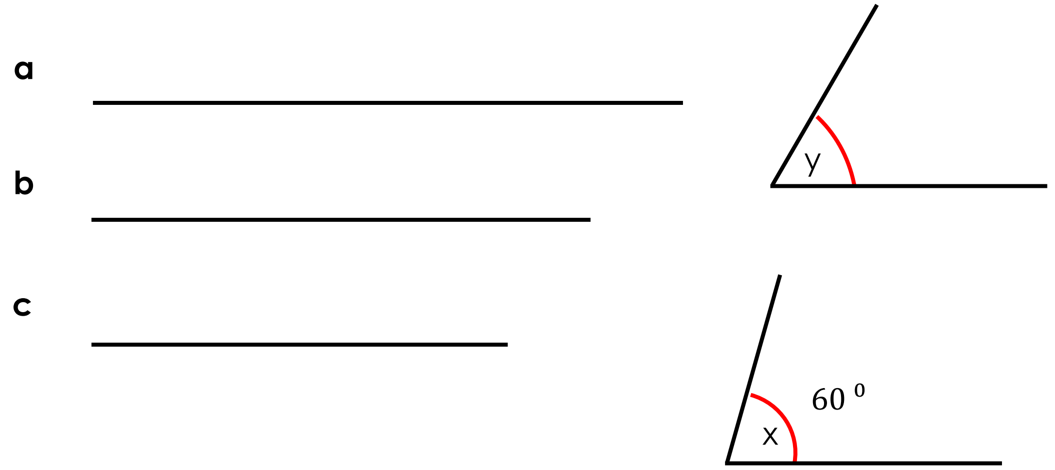
(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ নিই। এবার B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b –এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD এর যেকোনো একপাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) অতঃপর B ও D –কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD –এর যেপাশে A অবস্থিত তার বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) $A, B; A, D; B, C$ এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

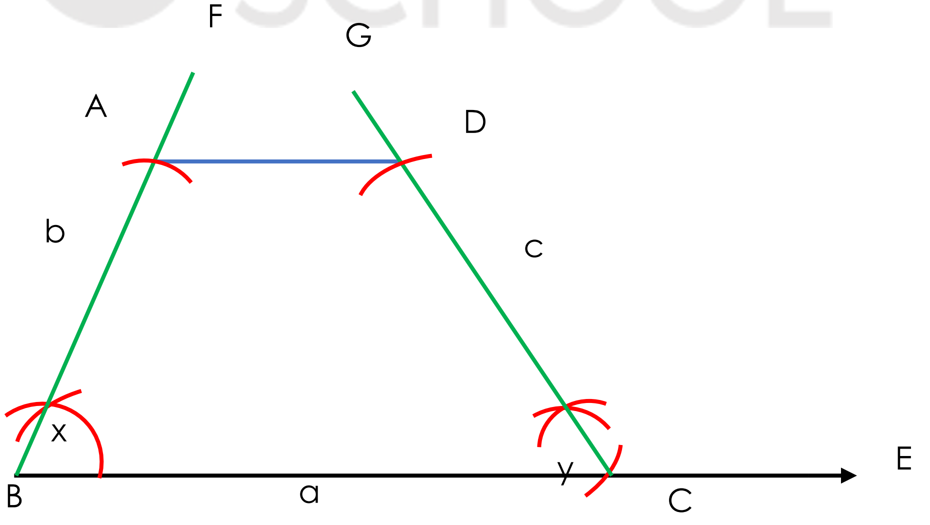
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $AB = a = 3.2$ সে.মি., $AD = b = 3$ সে.মি., $BC = c = 3.5$ সে.মি., $CD = d = 2.8$ সে.মি. এবং কর্ণ $BD = e = 5$ সে.মি.। সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(ঙ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° ও 45°।



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু। $a = 3.5$ সে.মি., $b = 3$ সে.মি., $c = 2.5$ সে.মি. এবং এর দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আকঁতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই।

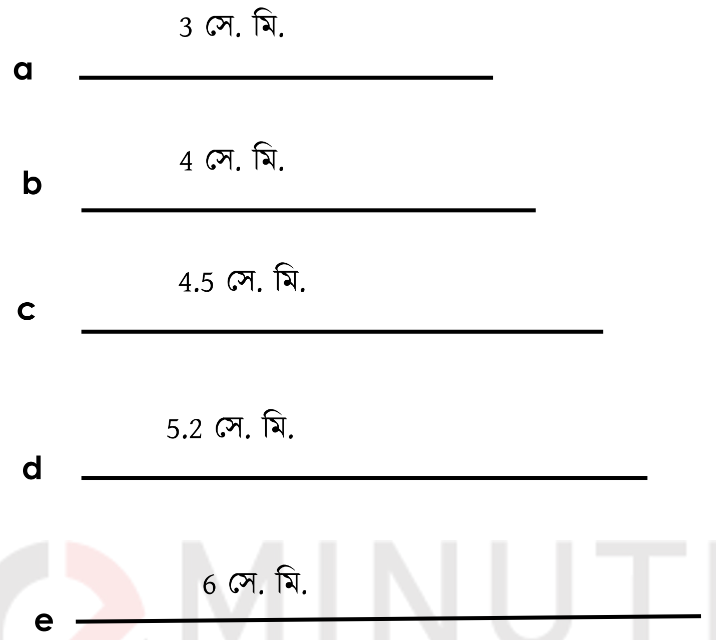
(২) এবার B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ –এর সমান যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি।

(৩) অতঃপর BF থেকে $BA = b$ এবং CG থেকে $CD = c$ অংশ কেটে নিই। A, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $BA = b = 3$ সে.মি., $BC = a = 3.5$ সে.মি., $CD = c = 2.5$ সে.মি., $\angle ABC = \angle x = 60^\circ$ $\angle DCB = \angle y = 45^\circ$।

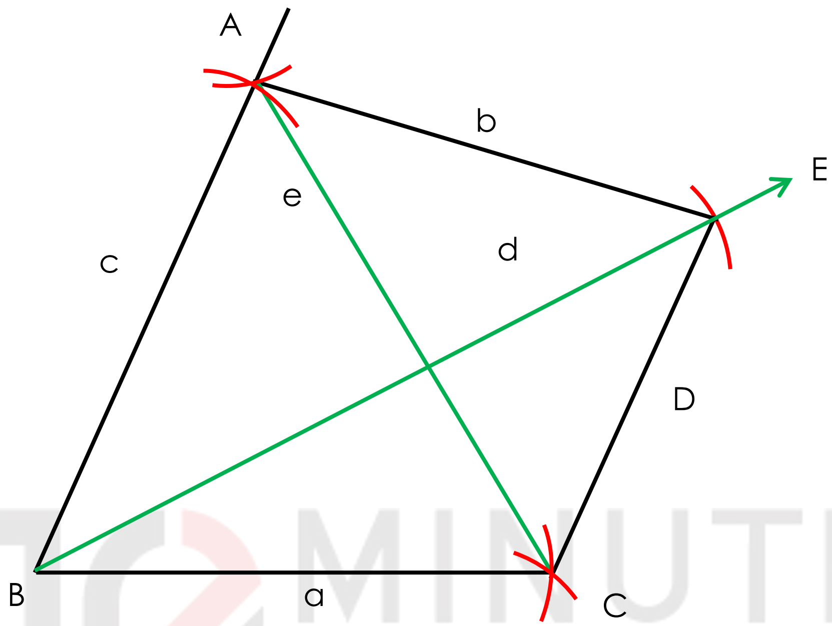
সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(চ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি., 4.5 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণ 5.2 সে.মি. ও 6 সে.মি.।



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু $a = 3$ সে.মি., $b = 4$ সে.মি., $c = 4.5$ সে.মি. এবং এর দুইটি কোণ $d = 5.2$ সে.মি. $e = 6$ সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আকঁতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ নিই। এবার B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও b –এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেকোনো একপাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) অতঃপর B ও A –কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও e এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD –এর যেপাশে A অবস্থিত তার বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

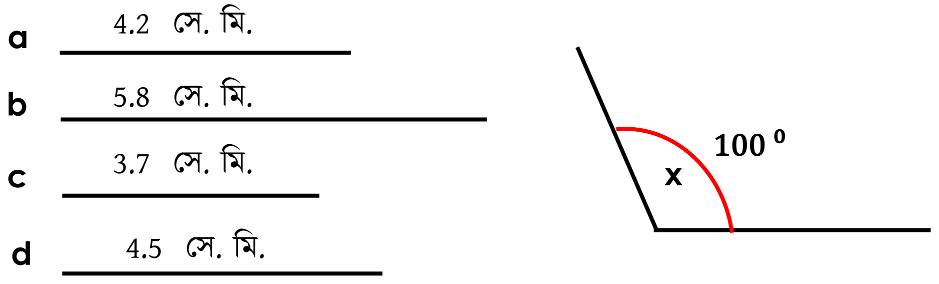
(৩) $A, B; A, D; B, C; C, D$ এবং A, C যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $CB = a = 3$ সে.মি., $\mathrm{AD} = b = 4$ সে.মি., $\mathrm{BA} = c = 4.5$ সে.মি. এবং কর্ণ $\mathrm{BD} = \mathrm{d} = 5.2$ সে.মি., $AC = e = 6$ সে.মি.।

সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

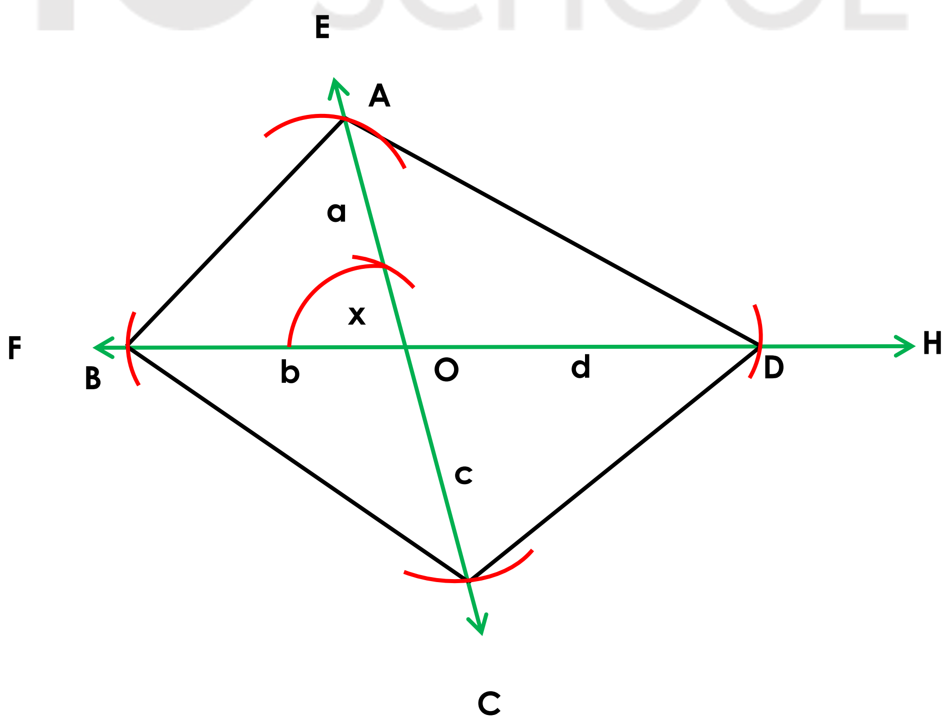
(ছ) $ABCD$ চতুর্ভুজের কর্ণ AC ও BD, O বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যেন $OA = 4.2$ সে.মি., $OB = 5.8$ সে.মি., $OC = 3.7$ সে.মি., $OD = 4.5$ সে.মি. ও $\angle AOB = 100°$। চতুর্ভুজটি আঁক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, একটি চতুর্ভুজের দুই কর্ণের ছেদ বিন্দু হতে কর্ণ দুইটির চারটি খন্ডিত অংশ $a = OA = 4.2$ সে.মি., $c = OC = 3.7$ সে.মি., $d = OD = 4.5$ সে.মি. এবং কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দুতে উৎপন্ন একটি কোণ $\angle x = \angle AOB = 100°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা FH –এর অন্তঃস্থ একটি বিন্দু O নিই এবং O বিন্দুতে $\angle FOE = \angle x = 100°$ আঁকি।

(২) এবার, FH রেখার O বিন্দুর দুই পাশে B ও D বিন্দু নিই যেন $OB = b, OD = d$ হয় এবং OE রেখা হতে $OA = a$ অংশ কেটে নিই।

(৩) অতঃপর বর্ধিত AO হতে $OC = c$ অংশ কেটে নিই। $A, B; B, C; C, D$ এবং D, A যোগ করি।
তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $ABCD$ চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি $a = 4.2$ সে.মি., $c = 3.7$ সে.মি. এবং $b = 4.5$ সে.মি. অংশে বিভক্ত হয়েছে এবং কর্ণ দুইটির অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ, $\angle AOB = \angle x = 100°$।

সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

130

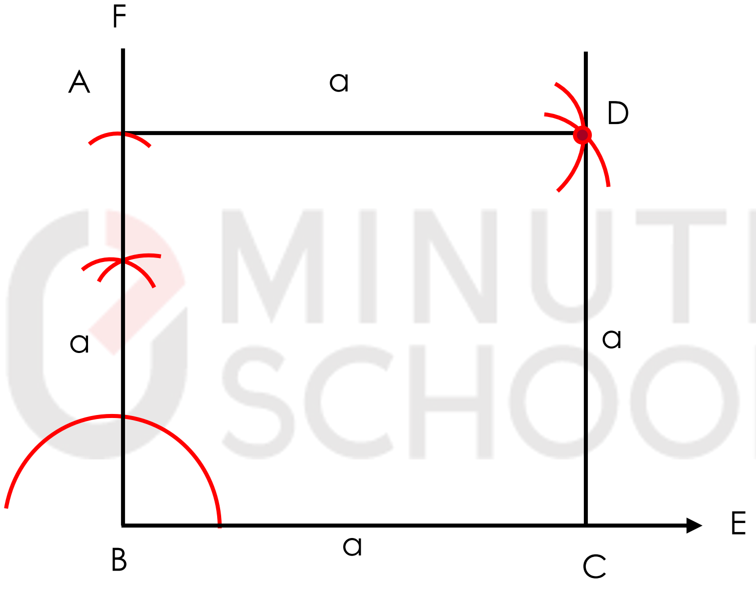
Type-11

সামান্তরিক অংকন সংক্রান্তঃ

১. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. বর্গটি আঁক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি বর্গের বাহু $a = 4$ সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। এবার, B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি এবং BF থেকে $BA = a$ অংশ কেটে নিই।

(২) অতঃপর A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে $\angle ABD$ –এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

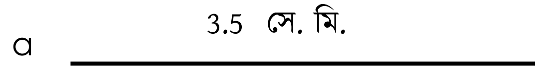
(৩) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

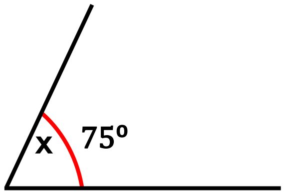
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $ABCD$ চতুর্ভুজের $AB = BC = CD = DA = a = 4$ সে.মি., এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ।

সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

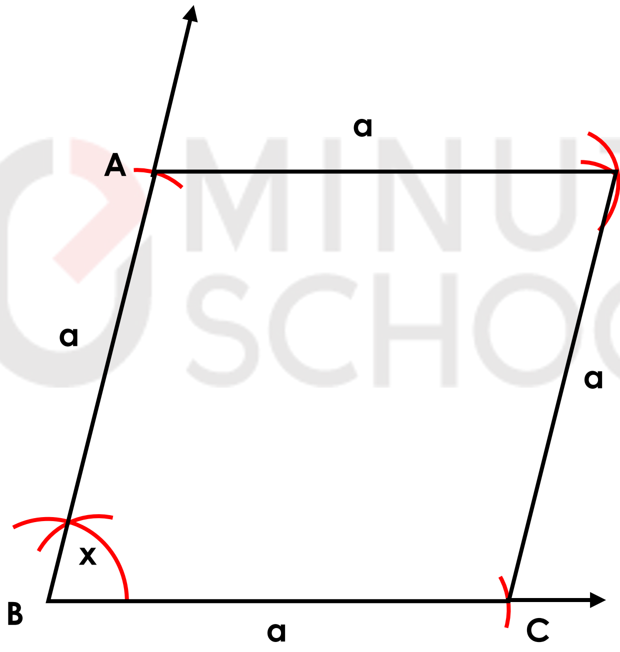
২. রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি. ও একটি কোণ 75° রম্বসটি আঁক।

সমাধান :





বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি রম্বসের বাহু $a = 3.5$ সে.মি. এবং একটি কোণ, $\angle x = 75°$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। এবার, B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি এবং BF থেকে $BA = a$ অংশ কেটে নিই।

(২) অতঃপর A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ –এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

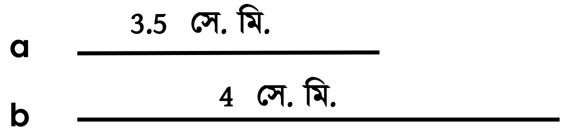
(৩) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $AB = BC = CD = DA = 3.5$ সে.মি., $\angle ABC = \angle x = 75°$

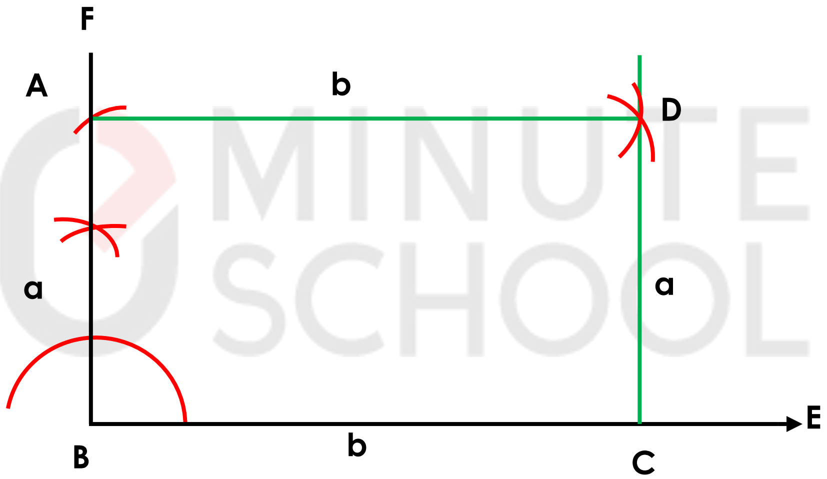
সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় রম্বস।

৩. আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. ও 4 সে.মি. আয়তটি আঁক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সন্নিহিত বাহু $a = 3$ সে.মি. ও $b = 4$ সে.মি. দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = b$ নিই। এবার, B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি এবং BF থেকে $BA = a$ অংশ কেটে নিই।

(২) অতঃপর A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে b ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ –এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $AB = BC = a = 3$ সে.মি., $AD = BC = b = 4$ সে.মি. এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ।

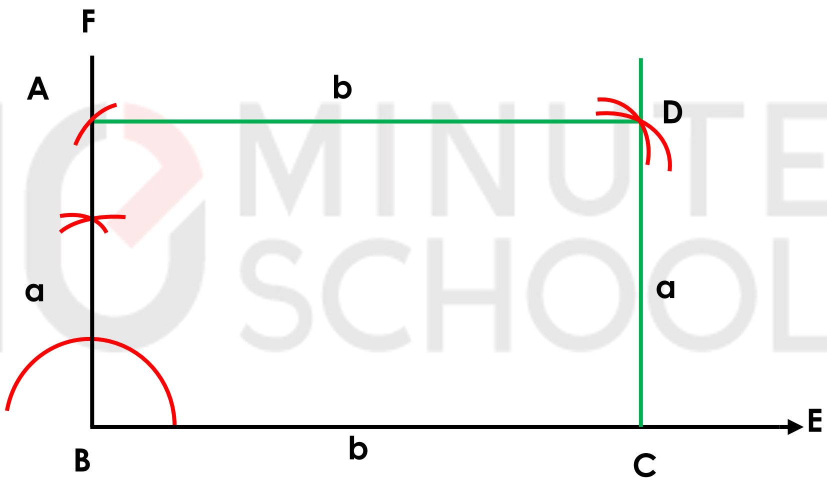
সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় রম্বস।

৪. দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। আয়তটি আঁক।

সমাধান : a

b

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a ও b দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = b$ নিই। এবার, B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি এবং BF থেকে $BA = a$ অংশ কেটে নিই।

(২) অতঃপর A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও a এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ –এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $AB = CD = a$, $AD = BC = b$ এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ।

সুতরাং, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

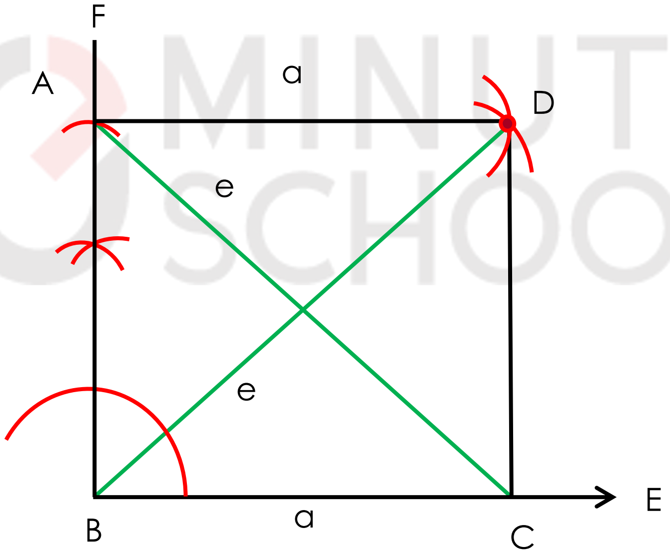
৫. কর্ণ এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

সমাধান :

a ______________________

e ____________________________

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে e ও a দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। এবার, B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি এবং C বিন্দুকে কেন্দ্র করে e-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BF-এ একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা BF –কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) অতঃপর A ও B বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও e এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ – এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

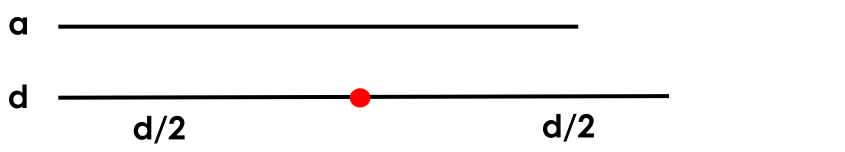
(৩) $A, D; C, D; B, D$ এবং C, A যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট আয়ত হবে।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, চতুর্ভুজ $ABCD$ –এ, $BC = AD = a; BD = AC = e$ এবং $\angle ABC = 90°$

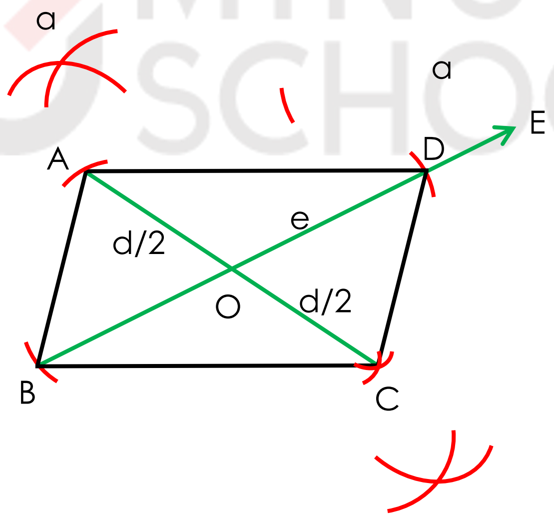
সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় আয়ত।

৬. একটি বাহু এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সামান্তরিকের একটি বাহু a এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য d ও e দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ নিই এবং BD- এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

(২) এখন, B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে a –এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD –এর উভয় পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) আবার, O –বিন্দুকে কেন্দ্র করে d –এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD –এর উভয় পার্শ্বে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, এই চাপদ্বয় পূর্বের চাপদ্বয়কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) $A, B; A, D; B, C$ এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, চতুর্ভুজ $ABCD$ –এ, $AB = CD = a; BC = AD$

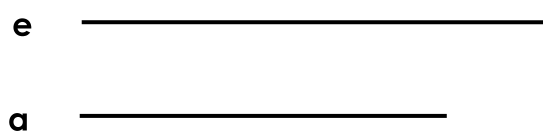
$\therefore$ $ABCD$ একটি সামান্তরিক।

সামান্তরিকটির কর্ণদ্বয় $BD = e$ ও $AC = d$

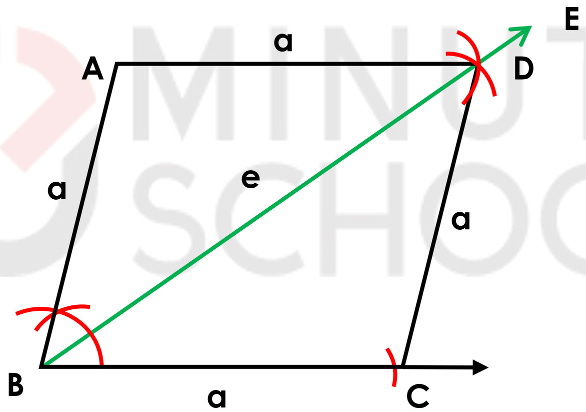
সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

৭. একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি রম্বসের একটি বাহু a ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ নিই ।

(২) এবার, B-বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD –এর উভয় পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) আবার, D-বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD –এর উভয় পার্শ্বে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, এই চাপদ্বয় পূর্বের চাপদ্বয়কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

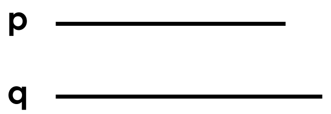
(৪) A ও B, B ও C, C ও C এবং D ও A যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

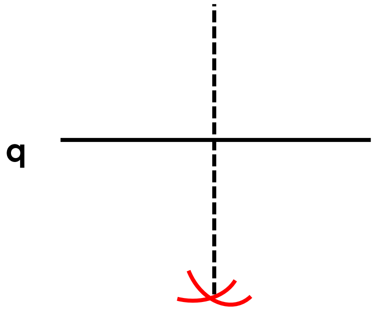
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $AB = BC = CD = AD = a$ এবং $BD = e$

সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় রম্বস।

৮. দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

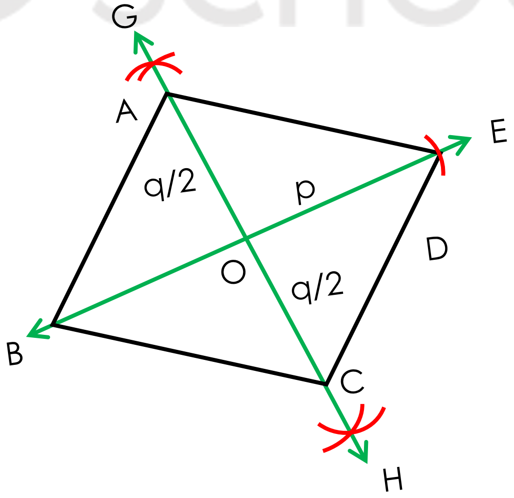
সমাধান :





বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, একটি রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য p ও q দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = p$ নিই । BD কে O বিন্দুতে GH রেখা দ্বারা সমদ্বিখন্ডিত করি।

(২) এবার O- বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে q-এর অর্ধেকের সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD –এর যে উভয় পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, এই চাপদ্বয় GH রেখাকে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) $A, B; B, C; C, D$ এবং D, A যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $BO = OD, OA = OC$ এবং $AC \perp BD$ হওয়ায় ABCD চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করেছে।

$\therefore ABCD$ একটি সামান্তরিক।

এখন, রম্বসটির কর্ণদ্বয় $AC = q$ ও $BD = p$

সুতরাং, $ABCD$ –ই নির্ণেয় রম্বস।

৯. একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু 4 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°.

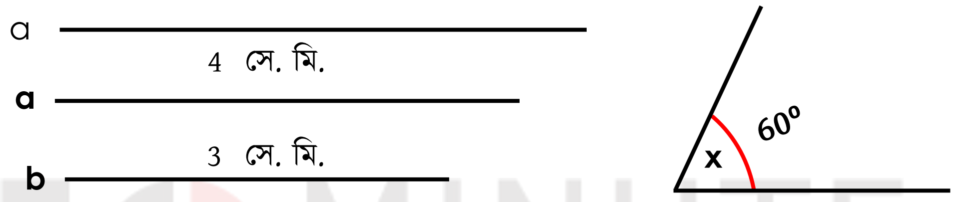
(ক) প্রদত্ত তথ্য গুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) অঙ্কনের বিবরণসহ সামান্তরিকটি আঁক।

(গ) অঙ্কনের বিবরণসহ সামান্তরিকটির বৃহত্তম কর্ণের সমান কর্ণবিশিষ্ট একটি বর্গ আঁক।

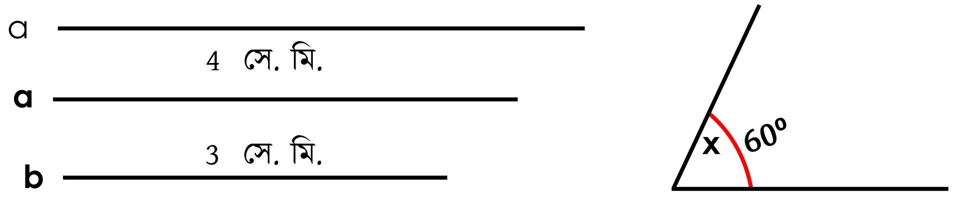
সমাধান

(ক)

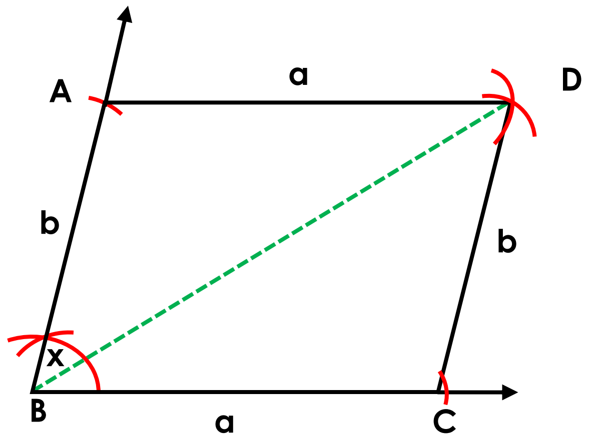


প্রদত্ত তথ্য গুলো ওপরে চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো।

(খ)



মনে করি, একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত দুইটি বাহু $a = 4$ সে.মি. ও $b = 3$ সে.মি. এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 60°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



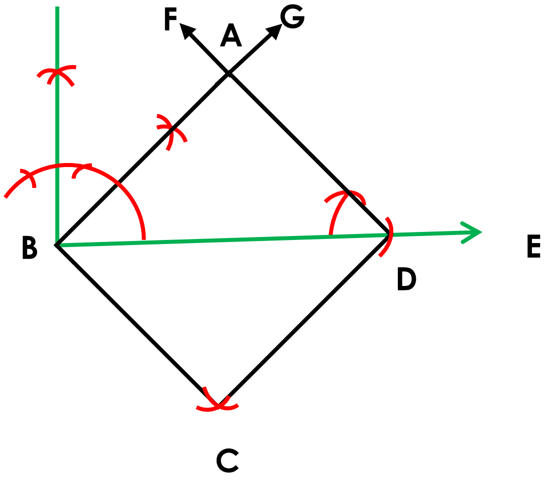
অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যে-কোনো রশ্মি BE থেকে $BD = p$ নিই । B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ অঙ্কন করি।

(২) BF থেকে $BA = b$ নিই। A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

(গ) a



মনে করি, 'খ' তে প্রাপ্ত সামান্তরিকের বৃহত্তম কর্ণ BD এর দৈর্ঘ্য a এওয়া আছে। এমন একটি বর্গ আঁকতে হবে যার কর্ণ a এর সমান।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) প্রথমে যে-কোনো রশ্মি BE থেকে $BD = a$ নিই। এবার B বিন্দুতে $\angle EBF = 45°$ আঁকি এবং D বিন্দুতে $\angle BDG = \angle DBF$ আঁকি। BF ও DG পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) অতঃপর B ও D কে কেন্দ্র করে BA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD-এর যে পাশে A বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) পরিশেষে C, B এবং C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট কর্ণ।

Type-12

মিশ্র অংকন সংক্রান্ত

১. দুইটি নির্দিষ্ট রেখাংশ $a = 6$ সে.মি., $b = 4.5$ সে.মি., এবং দুইটি কোণ $\angle x = 75°$ ও $\angle y = 85°$.

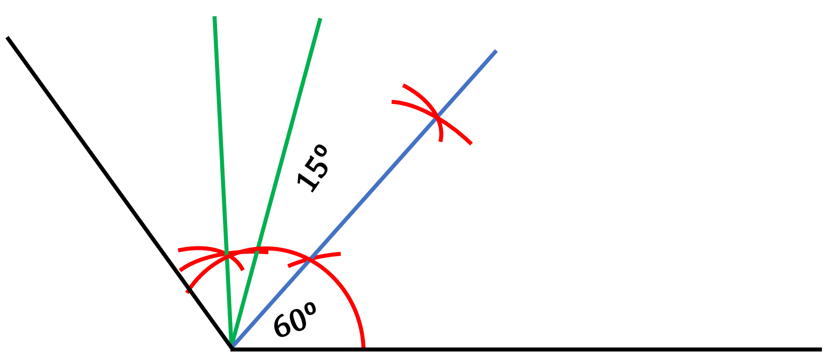
(ক) পেন্সিল কম্পাসে $\angle x$ আঁক।

(খ) রেখাংশ দু'টিকে সন্নিহিত বাহু বিবেচনা করে একটি আয়ত আঁক।

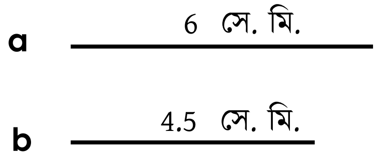
(গ) a ও b কে সমান্তরাল বাহু এবং প্রদত্ত কোণ দু'টিকে a বাহু সংলগ্ন কোণ বিবেচনা করে ট্রাপিজিয়াম আঁক। (অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)

সমাধান

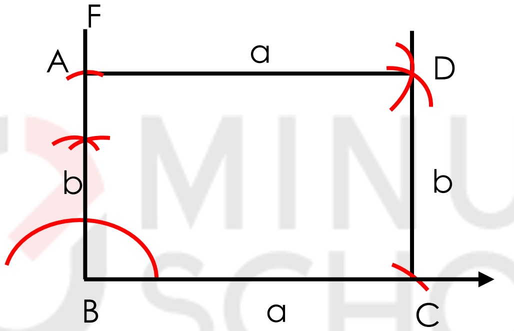
(ক)



(খ) রেখাংশ দু'টিকে সন্নিহিত বাহু বিবেচনা করে একটি আয়ত আঁক।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি আয়তের সন্নিহিত বাহু $a = 6$ সে.মি. ও $b = 4.5$ সে.মি. দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।



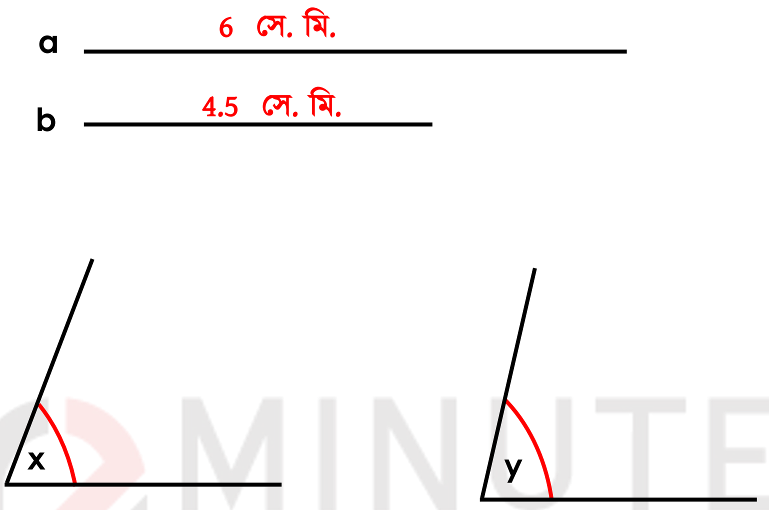
অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। এবার, B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি এবং BF থেকে $BA = b$ অংশ কেটে নিই।

(১) অতঃপর A ও C বিন্দদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, এই চাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

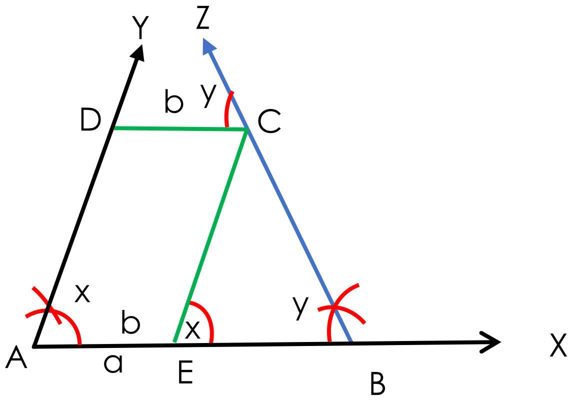
(৩) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট কর্ণ।

(গ) a ও b কে সমান্তরাল বাহু এবং প্রদত্ত কোণ দু'টিকে a বাহু সংলগ্ন কোণ বিবেচনা করে ট্রাপিজিয়াম আঁক। (অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় $a = 6$ সে.মি. ও $b = 4.5$ সে.মি., যেখানে, $a > b$ এবং বৃহত্তম বাহু a সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x$ ও $\angle y$। ট্রাপিজিয়ামটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি AX থেকে $AB = a$ নিই। AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle BAY$ এবং B বিন্দুতে $\angle y$ এর সমান $\angle ABZ$ আঁকি।

(২) এবার AB রেখাংশ থেকে $AE = b$ কেটে নিই। E বিন্দুতে $EC \parallel AY$ আঁকি যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এবার $CD \parallel BA$ আঁকি। CD আঁকি। CD রেখাংশের AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

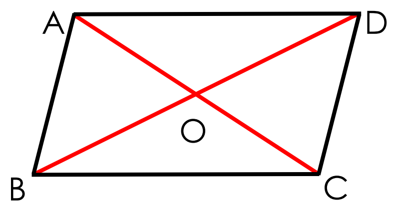
অনুশীলনী – ৮.২

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১. একটি রম্বস অঙ্কনের জন্য কয়টি উপাত্তের প্রয়োজন?

ক. ১টি খ. ২টি গ. ৩টি ঘ. ৪টি

২.



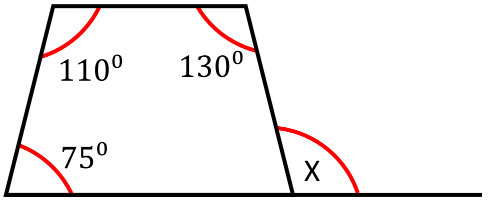
চিত্রে ABCD সামন্তরিকের $\angle ABC = 65^0$ $\angle BAD = ?$

ক. 50^0 খ. 65^0 গ. 115^0 ঘ. 130^0

৩. দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি অংকন করা যায়?

ক. আয়ত খ. বর্গ গ. রম্বস ঘ. ঘুড়ি

৪.



চতুর্ভুজটিতে $\angle x =$ কত?

ক. 45^0 খ. 75^0 গ. 85^0 ঘ. 135^0

৫. একটি ট্রাপিজিয়াম আঁকতে অনন্য কয়টি উপাত্তের প্রয়োজন?

ক. ৫

খ. ৪

গ. ৩

ঘ. ২

৬. একটি চতুর্ভুজ অংকনের জন্য কয়টি উপাত্তের প্রয়োজন?

ক. ১টি

খ. ৫টি

গ. ৬টি

ঘ. ৭টি

৭. ট্রাপিজিয়ামের চার কোণের সমষ্টি কত?

ক. 90^0

খ. 120^0

গ. 360^0

ঘ. 180^0

৮. নিচের কোনটি জানা থাকলে একটি নির্দিষ্ট চতর্ভুজ অংকন করা সম্ভব?

ক. তিনটি বাহু ও দুইটি কোণ

খ. তিনটি বাহু ও একটি কোণ

গ. তিনটি বাহু ও একটি কর্ণ

ঘ. একটি বাহু ও দুইটি কোণ

৯. দুইটি সন্নিহিত বাহু দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা যায়?

ক. বর্গ

খ. সামন্তরিক

গ. রম্বস

ঘ. আয়ত

১০. একটি কর্ণ ও দুইজোড়া সন্নিহিত বাহু সমান দেওয়া থাকলে, কোনটি আঁকা যাবে?

ক. বর্গ

খ. সামন্তরিক

গ. রম্বস

ঘ. ঘুড়ি

১১. একটি কর্ণ দেওয়া থাকলে নিচের কোনটি আঁকা যাবে?

ক. বর্গ

খ. সামন্তরিক

গ. রম্বস

ঘ. আয়তক্ষেত্র

১২. আয়তের সন্নিহিত বাহু সমান হলে তাকে কী বলে?

ক. বর্গ

খ. সামন্তরিক

গ. রম্বস

ঘ. ট্রাপিজিয়াম

১৩. বর্গ অংকনের জন্য কয়টি উপাত্তের প্রয়োজন?

ক. ১টি খ. ২টি

গ. ৩টি ঘ. ৪টি

১৪. একটি বাহু ও একটি কোণ দেওয়া থাকলে কি আঁকা যায়?

ক. বর্গ

খ. সামন্তরিক

গ. রম্বস

ঘ. ট্রাপিজিয়াম

১৫. কোন তিনটি বাহু দ্বারা ত্রিভুজ অংকন করা যায়?

ক. 2,3,4

খ. 3,4,7

গ. 3,5,9

ঘ. 4,5,9

১৬. জ্যামিতিক চিত্র অংকনের ক্ষেত্রে-

i. একটি বাহু এবং একটি কোণ দেওয়া থাকলে রম্বস আঁকা যায়।
ii. দুইটি সন্নিহিত বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে সামান্তরিক আঁকা যায়।
iii. চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তা একটি সামান্তরিক হবে।

নিচের কোনটি সঠিক?

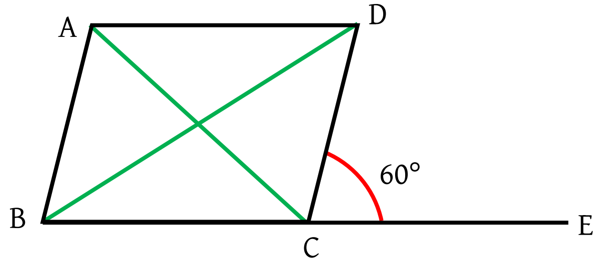
ক. i ও ii

খ. i ও iii

গ. ii ও iii

ঘ. i, ii ও iii

১৭.



ABCD একটি রম্বস । AC = 4 একক এবং BD = 7একক হলে-

i. রম্বসের ক্ষেত্রফল = 14 বর্গ একক

ii. $\angle A + \angle C = 240^0$

iii. ΔABC এর ক্ষেত্রফল = 8বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii

খ. i ও iii

গ. ii ও iii

ঘ. i, ii ও iii

১৮. একটি ত্রিভুজ অংকন করা সম্ভব যদি -

i. তিনটি বাহু এবং যে কোনো দুইটি কোণ জানা থাকে।

ii. চারটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য জানা থাকে।

iii. তিনটি বাহু এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য জানা থাকে।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii

খ. i ও iii

গ. ii ও iii

ঘ. i, ii ও iii

১৯. সামান্তরিকের ক্ষেত্রে -

i. সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান।

ii. কর্ণ, সামন্তরিককে দুই সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

iii. বিপরীত কোণগুলো সমান।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii

খ. i ও iii

গ. ii ও iii

ঘ. i, ii ও iii

২০. শুধুমাত্র একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেয়া থাকলে আঁকা যায় -

i. রম্বস

ii. বর্গ

iii. সমবাহু ত্রিভুজ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii

খ. i ও iii

গ. ii ও iii

ঘ. i, ii ও iii

অনুশীলনী – ৮.২

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। একটি চতুর্ভূজের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 5$ সে.মি. $B = 4$ সে.মি. এবং তিনটি কোণ $\angle x = 80°, \angle y = 85°, \angle y = 110°$।

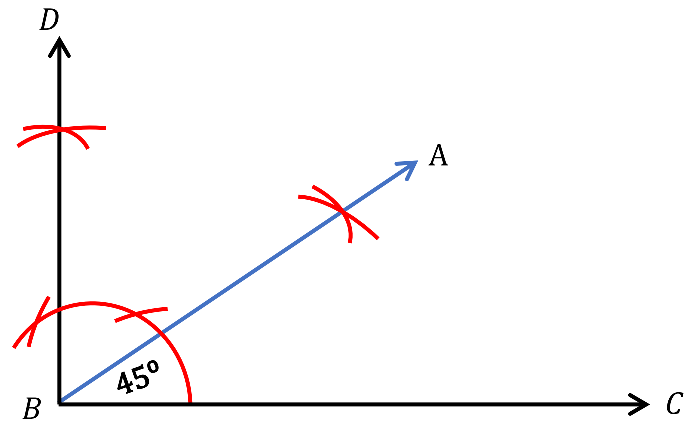
ক. পেন্সিল ও কম্পাস ব্যবহার করে কোণ অংকন কর।

খ. অংকনের চিহ্ন ও বিবরণসহ চতুর্ভূজটি অংকন কর।

গ. এমন একটি রম্বস অংকন কর যায় একটি বাহুর দৈর্ঘ্য এর সমান এবং একটি কোণ এর সমান। [অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

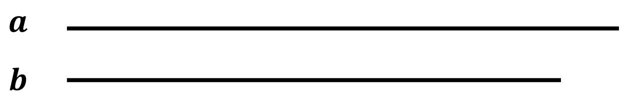
সমাধান

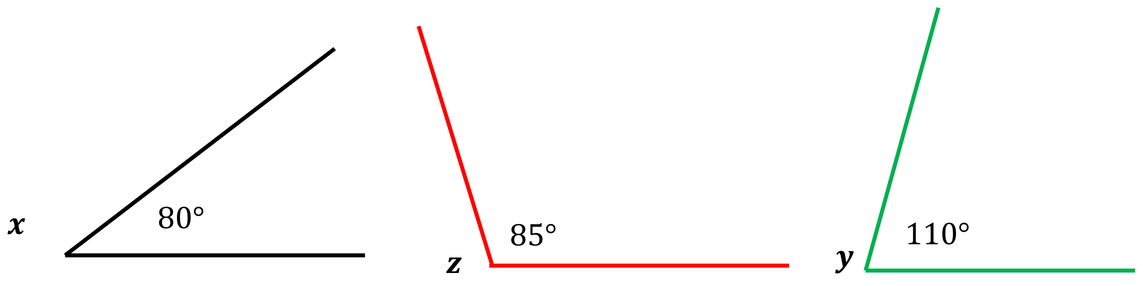
ক)

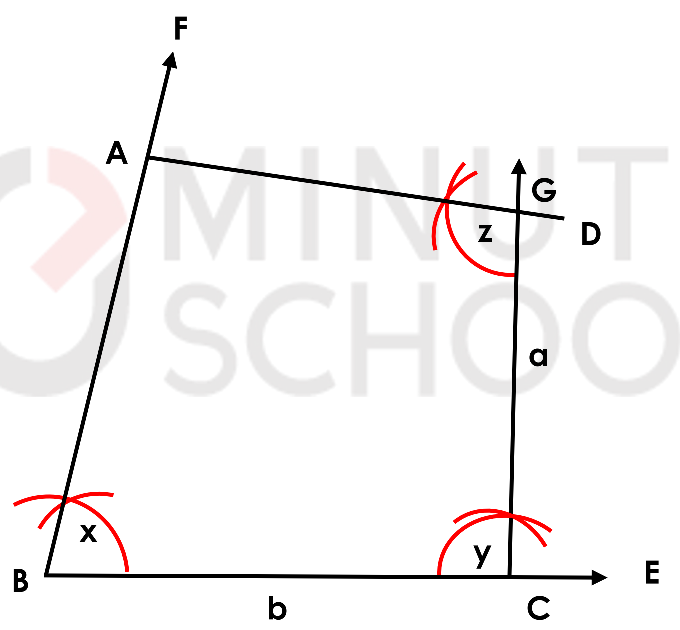


প্রদত্ত চিত্রে $\angle ABC = 45°$

খ)







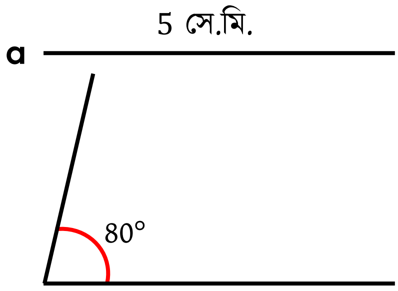
মনে করি, একটি চতুর্ভূজের দুটি সন্নিহিত বাহু $a = 5$ সে.মি. $B = 4$ সে.মি. এবং তিনটি কোণ $\angle x = 80°, \angle y = 85°, \angle y = 110°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভূজটি আঁকতে হবে।

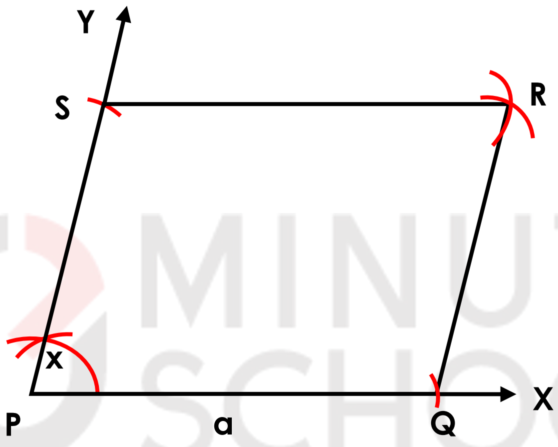
অংকনের বর্ননা

যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি। BF থেকে $BA = b$ নিই। A বিন্দুতে $\angle z$ এর সমান করে $\angle BAH$ অঙ্কন করি। AH ও CG পরস্পরকে D বিন্দুতে ছদ করে করে।

তাহলে, $ABCD$ ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ)





মনে করি, রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 5$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 80°$ রম্বসটি আঁকতে হবে।

অংকনের বর্ননা

1) যেকোনো রশ্মি PX থেকে $PQ = a$ কেটে নিই।

2) P বিন্দুতে $\angle QPY = \angle x$ আঁকি।

3) PY রশ্মি থেকে PQ এর সমান করে PS কেটে নিই।

4) Q ও S বিন্দু থেকে PQ এর সমান ব্যাসার্ধ্য নিয়ে $\angle SPQ$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

5) S, R, Q, R যোগ করি।

তাহলে $PQRS$ ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

২। একটি চতুর্ভূজের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 6$ সে.মি. b = 7 সে.মি. c = 7.5 সে.মি

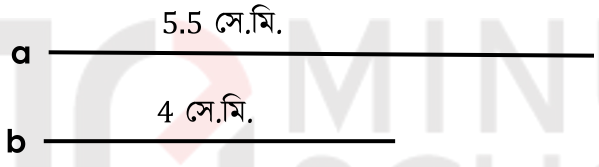
ক. রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. একটি কর্ণ 5.5 সে.মি. রম্বসটি আঁক।

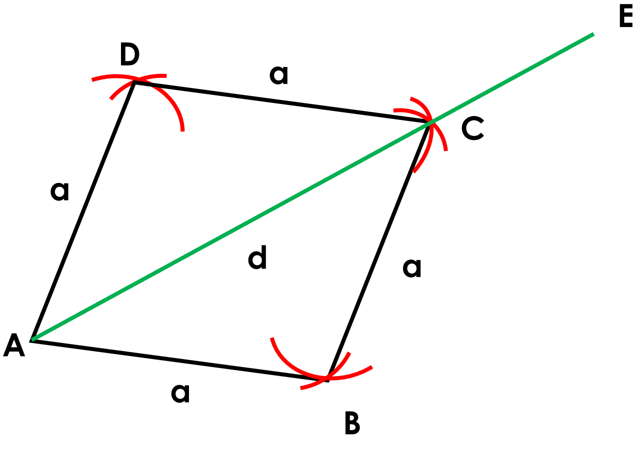
খ. উদ্দীপকের $'a'$ বাহুকে কর্ণ ধরে একটি বর্গ অংকন কর।

গ. একটি সামান্তরিক অংকন কর যার একটি বাহু a এবং দুইটি কর্ণ b ও c [অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

সমাধান

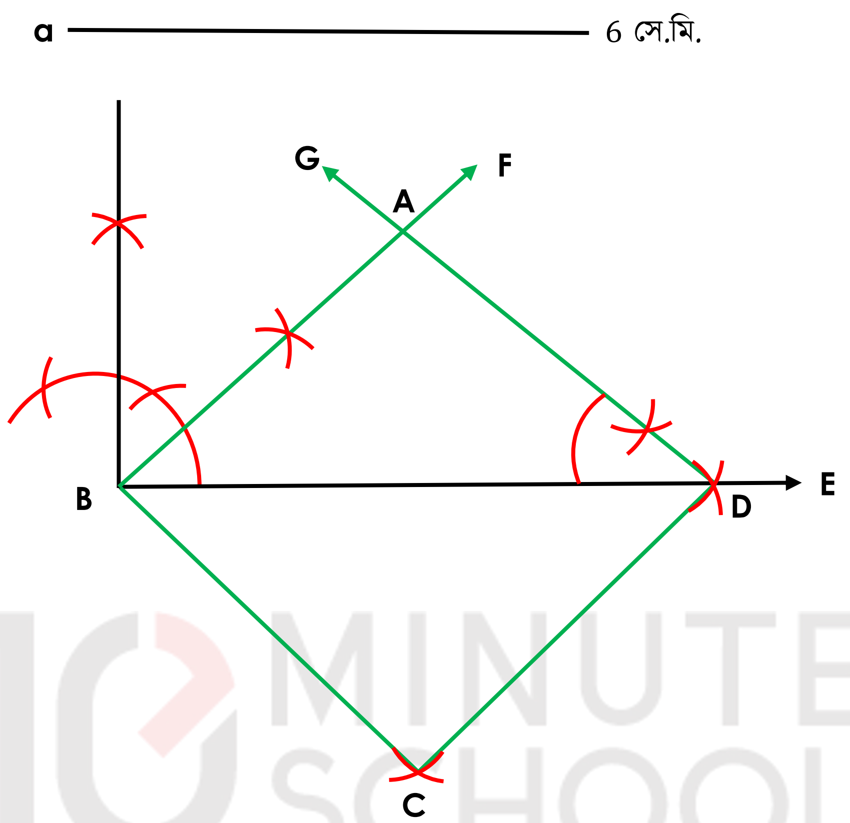
ক)





$ABCD$ ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

খ)



দেওয়া আছে, $a = 6$ সে.মি.। এমন একটি বর্গ আঁকতে হবে যার কর্ণ a এর সমান

অংকনের বর্ননা

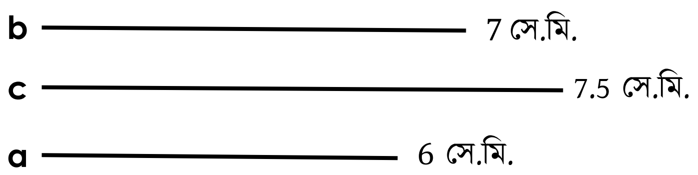
1) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $\mathrm{BD} = \mathrm{a}$ কেটে নিই। আবার B বিন্দুতে $\angle EBF = 45°$ আঁকি এবং D বিন্দুতে $\angle \mathrm{B}DG = \angle DBF$ আঁকি। BF ও DG পরষ্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

2) অতঃপর B ও D কে কেন্দ্র করে BA এর সমান ব্যাসার্ধ্য নিয়ে BD এর যে পাশে A বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

3) পরিশোধে C, B এবং C, D যোগ করি।

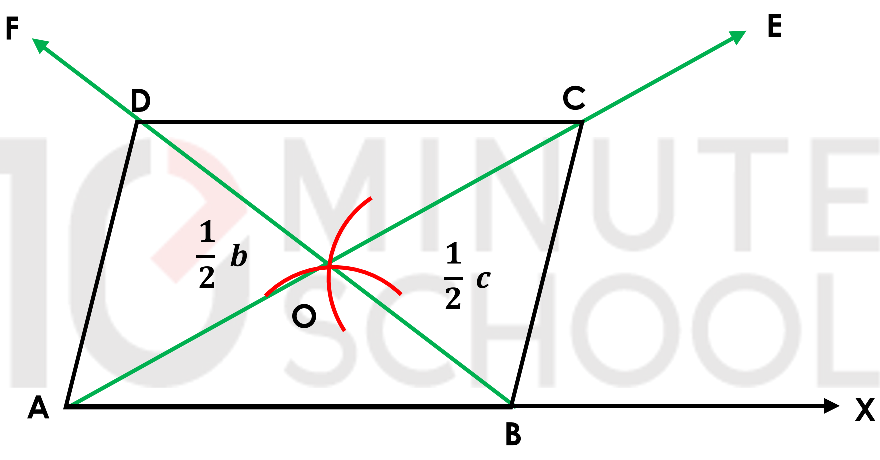
তাহলে ABCD ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

গ)



মনে করি, সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ $b = 7$ সে.মি. ও $c = 7.5$ সে.মি. এবং একটি বাহু $a = 6$ সে.মি. দেওয়া আছে।

সামন্তরিকটি আঁকতে হবে



অংকনের বর্ননা

1) যেকোনো রশ্মি AX থেকে AB = a কেটে নিই।

2) A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে $\frac{b}{2}$ ও $\frac{c}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

3) A, O ও B, O যোগ করি। AO কে AE বরাবর এবং BO কে BF বরাবর বর্ধিত করি।

4) OE থেকে $\frac{b}{2} = OC$ ও OF থেকে $\frac{c}{2} = OD$ নিই।

5) A, D, D, C ও B, C যোগ করি।

তাহলে ABCD ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

৩। ABCD একটি সামন্তরিক। $\angle B$ এর সমদ্বিখন্ডক BP, AD কে P বিন্দুতে, $\angle D$ এর সমদ্বিখন্ডক DQ, BC কে Q বিন্দুতে এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডক CR,DQ কে R বিন্দুতে ছেদ করে।

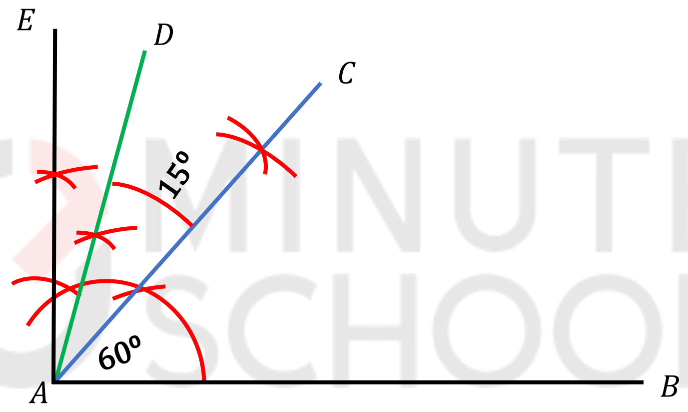
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $75°$ কোণ অংকন কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle CRD = 90°$

গ. প্রমাণ কর যে, $BP \parallel DQ$

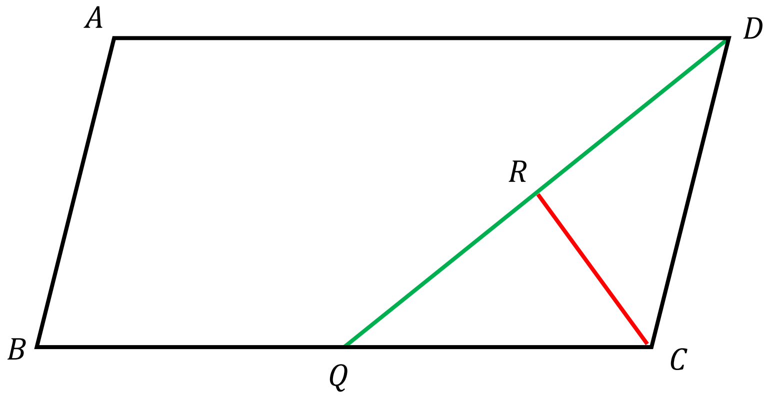
সমাধান

ক)



চিত্রে $\angle BAD = 75°$

খ)



দেওয়া আছে, $ABCD$ একটি সামন্তরিক। $\angle D$ এর সমদ্বিখন্ডক DQ, BC কে Q বিন্দুতে এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডক CR,DQ কে R বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

$ABCD$ একটি সামন্তরিকের $AD \parallel BC$ এবং DC ছেদক।

$\angle ADC + \angle BCD = 180°$ [$\therefore$ সামন্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ]

$\therefore \frac{1}{2}\angle ADC + \frac{1}{2}\angle BCD = 90°$

অর্থাৎ, $\angle RDC + \angle RCD = 90°$ [RD ও CR যথাক্রমে $\angle ADC$ ও $\angle BCD$ এর সমদ্বিখন্ডক]

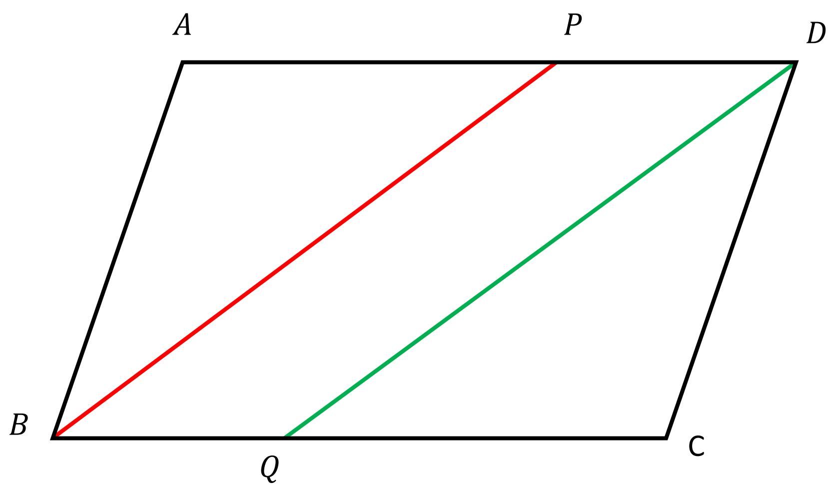
এখন, এ [$\therefore$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি $180°$ বা দুই সমকোণ]

বা, $\angle DRC - 180° = \angle RDC + \angle RCD$

বা, $\angle DRC = 180° - 90°$

$\therefore \angle DRC = 90°$

গ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামন্তরিক। এর দুইটি বিপরীত কোণ $\angle ABC$ ও $\angle ADC$ এর সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে DQ ও BP প্রমাণ করতে হবে যে, $BP \parallel DQ$.

প্রমান :

$ABCD$ সামান্তরিকের $\angle ABC = \angle ADC$

$\therefore \angle PBQ = \angle PDQ$

[যেহেতু বিপরীত কোণগুলো সমান]

এখন, $AD \parallel BC$ –এবং DQ এদের ছেদক

$\therefore \angle PDQ = \angle DQC;$

$\therefore \angle PBQ = \angle PDQ = \angle DQC$ [একান্তর কোণ বলে]

অর্থাৎ, $\angle PBQ = \angle DQC$ [(১) হতে]

কিন্তু এরা অনুরূপ কোণ।

$\therefore BP \parallel DQ$. (প্রমাণিত)

৪। কোনো চতুর্ভূজের তিনটি কোণ $\angle x = 75°$, $\angle y = 80°$ এবং $\angle x = 100°$ এবং দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 5\ cm, b = 3.8\ cm.$

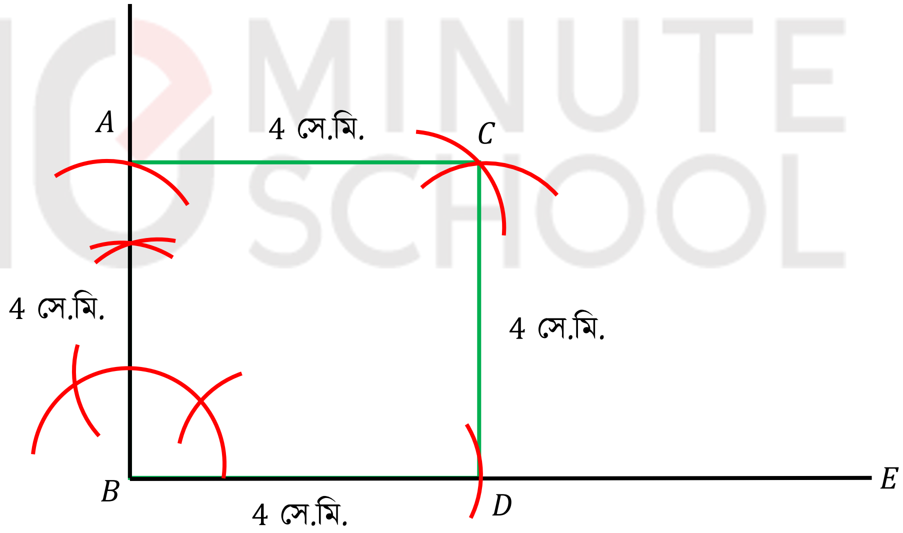
ক. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ আঁক।

খ. চতুর্ভূজটি অংকন কর।

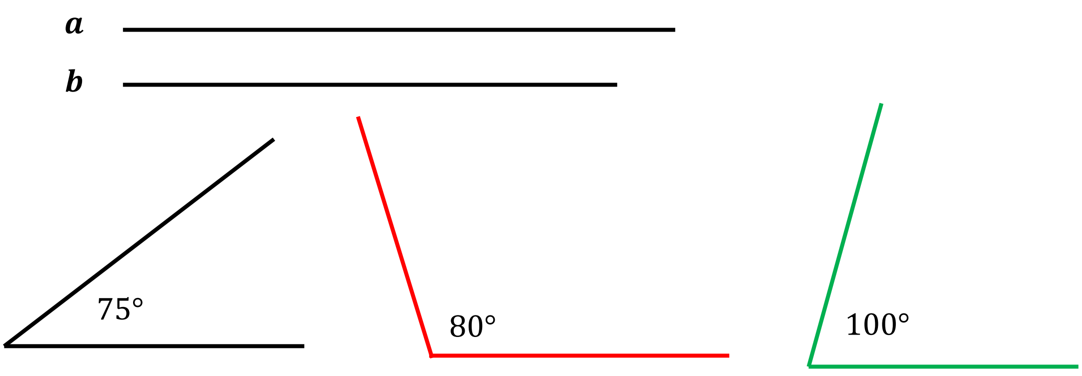
গ. একটি সামান্তরিক আঁক যার সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য a ও b এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভূক্ত কোণ $\angle x$ [অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

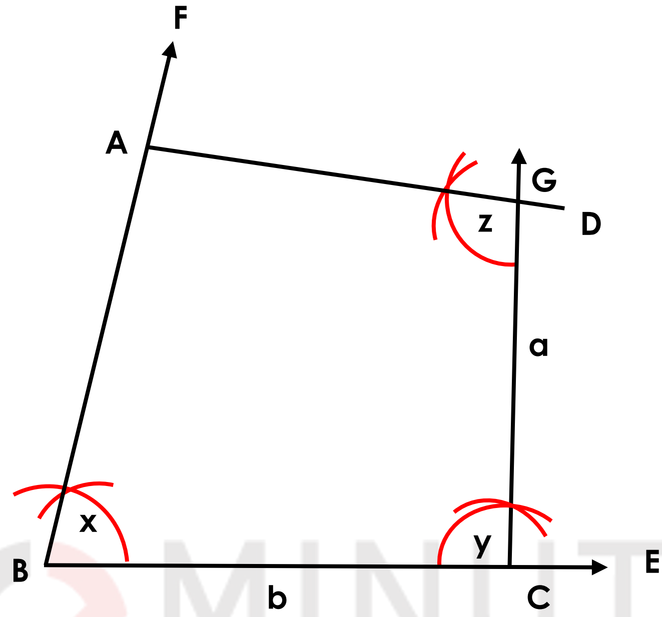
সমাধান

ক)



খ)





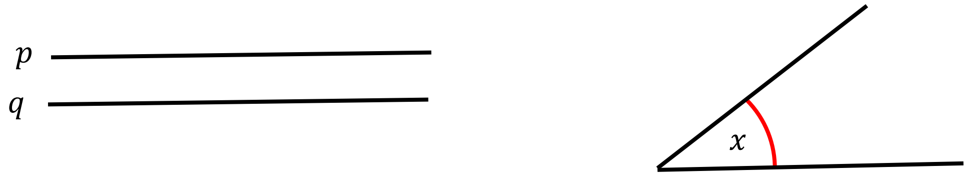
মনে করি, একটি চতুর্ভূজের দুটি সন্নিহিত বাহু $a = 5$ সে.মি. $B = 3.8$ সে.মি. এবং তিনটি কোণ $\angle x = 80°, \angle y = 85°, \angle y = 110°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভূজটি আঁকতে হবে।

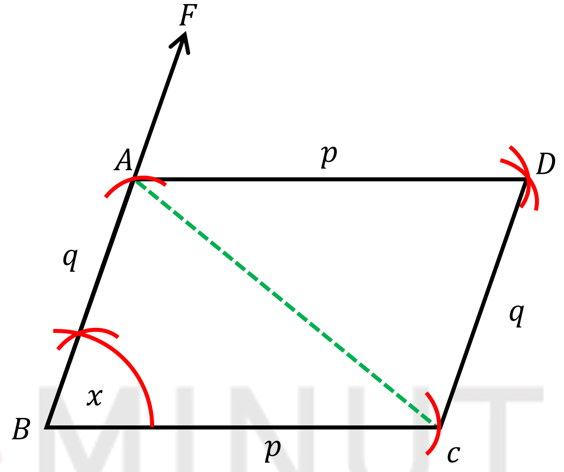
অংকনের বর্ননা

যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি। BF থেকে $BA = b$ নিই। A বিন্দুতে $\angle z$ এর সমান করে $\angle BAH$ অঙ্কন করি। AH ও CG পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে করে।

তাহলে, $ABCD$ ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ)





মনে করি, একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত দুইটি বাহু $a = 5$ সে.মি. ও b = 3.8 সে.মি. এবং তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণ $\angle x = 75°$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অংকনের বর্ননা

1) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a কেটে নিই। আবার B বিন্দুতে $\angle EBF = x$ আঁকি

2) BF থেকে $BA = b$ নিই। A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

3) A, D এবং C, D যোগ করি।

তাহলে ABCD ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

৫। কোনো চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. 4 সে.মি. ও 4.5 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. ও 7 সে.মি.।

ক. কোনো বর্গের পরিসীমা $= 16$ সে.মি. হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

খ. চতুর্ভূজটি অংকন কর।

গ. একটি রম্বস অংকন কর যার দুইটি কর্ণ চতুর্ভূজের কর্ণ দুটির সমান [অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

সমাধান

ক) দেওয়া আছে, বর্গের পরিসীমা $= 16$ সে.মি.

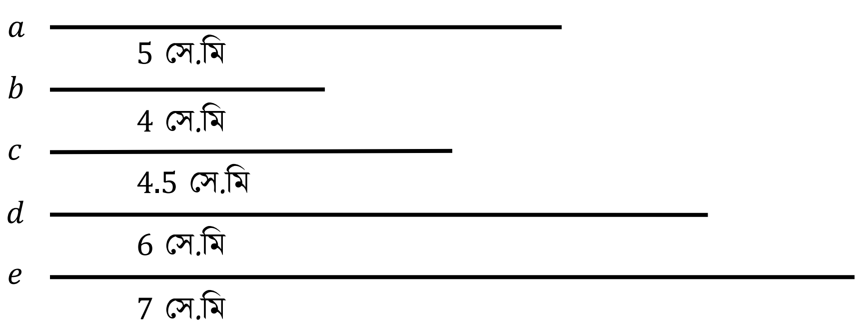
বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে,

শর্তমতে, $4a = 16$

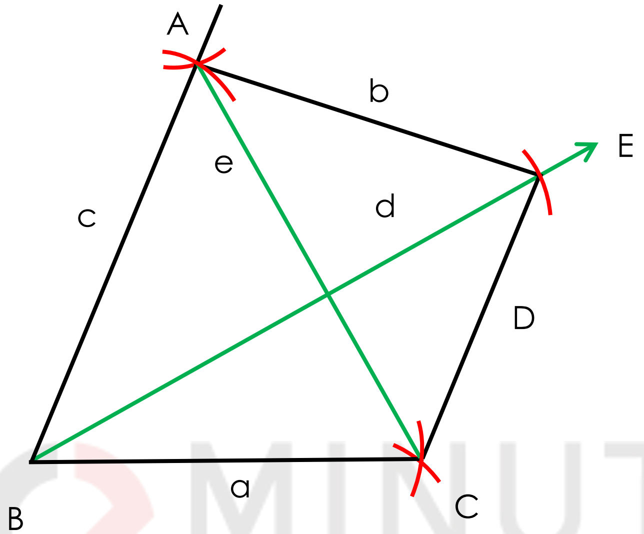
$\therefore a = 4$ সে.মি.

$\therefore$ বর্গের কর্নের দৈর্ঘ্য $= a \times \sqrt{2}$ সে.মি. $= 4\sqrt{2}$ সে.মি. *Ans.*

খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু $a = 5$ সে.মি., $b = 4$ সে.মি., $c = 4.5$ সে.মি., এবং এর দুটি কর্ণ $d = 6$ সে.মি. $e = 7$ সে.মি. দেওয়া আছে। দেওয়া আছে, যেখানে $a + b > c$। চতুর্ভুজটি আকঁতে হবে।



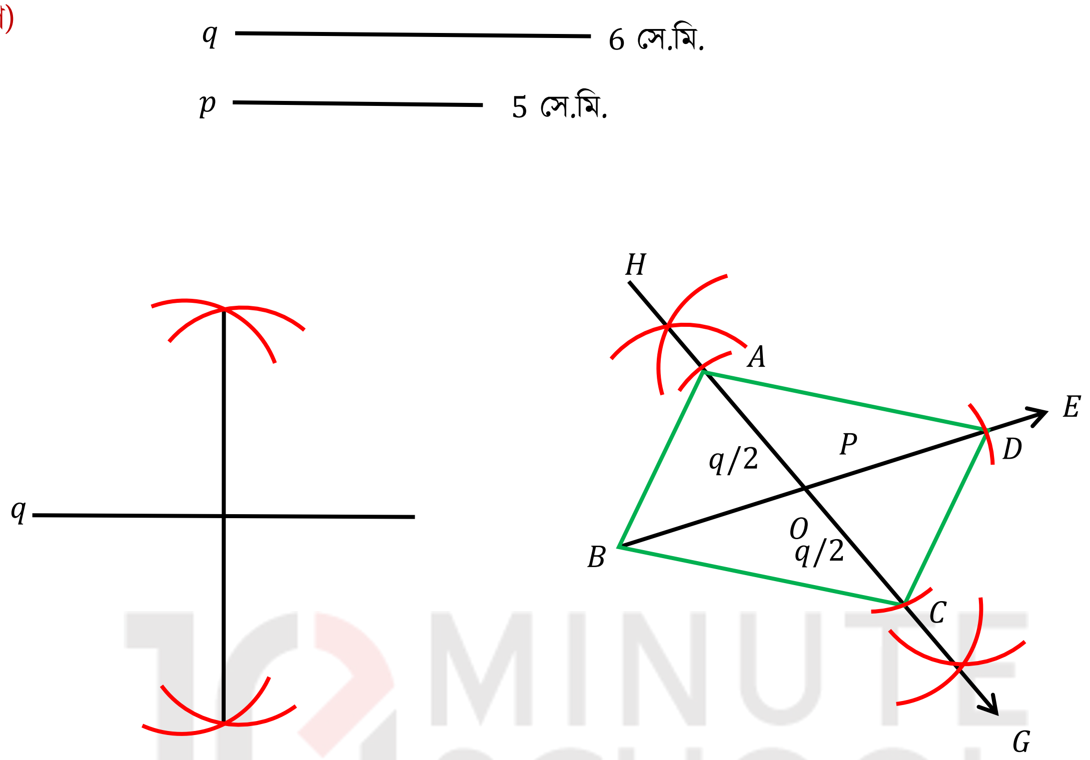
অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ নিই। এবার B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও b –এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD এর যেকোনো একপাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) অতঃপর B ও A –কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও e এর সমান ব্যসার্ধ নিয়ে BD –এর যেপাশে A অবস্থিত তার বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) $A, B; A, D; B, C; C, D$ এবং A, C যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য $p = 6$ সে.মি. ও $q = 5$ সে.মি. দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অংকনের বর্ননা

1) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $\mathrm{BD} = \mathrm{p}$ কেটে নিই। BD কে O বিন্দুতে GH রেখা দ্বারা সমদ্বিখন্ডিত করি।

2) এবার O কে কেন্দ্র করে কর্ন q এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পার্শে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, এই চাপদ্বয় GH রেখাকে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

3) $\mathrm{A, B, B, C, C, D}$ ও D, A যোগ করি।

তাহলে ABCD ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

৬। একটি চতুর্ভূজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4\ cm, b = 5\ cm, c = 5.9\ cm$ এবং দুটি কর্ণ $d = 6.5\ cm, c = 7\ cm$

ক. d এর সমান ব্যাসার্ধ্যবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. চতুর্ভূজটি অংকন কর।

গ. এমন একটি রম্বস অংকন কর যার একটি বাহু c এর সমান এবং একটি কোণ $65°$ [অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

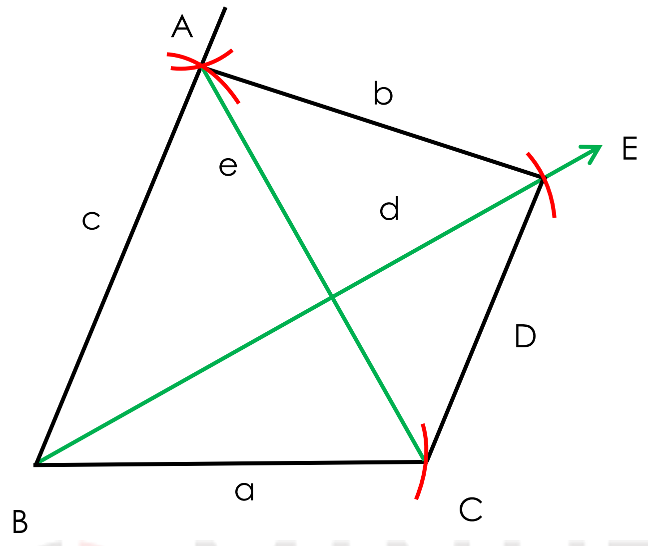
সমাধান

ক) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ্য d = 6.5 সে.মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল$= \pi d^2 = 3.1416 \times (6.5)^2$ সে.মি.

$\therefore$ বর্গের কর্নের দৈর্ঘ্য $= a \times \sqrt{2}$ সে.মি. $= 4\sqrt{2}$ সে.মি. *Ans.*

খ) **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু $a = 4$ সে.মি., $b = 5$ সে.মি., $c = 5.9$ সে.মি., এবং এর দুটি কর্ণ $d = 6.5$ সে.মি. $e = 7$ সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আকঁতে হবে।



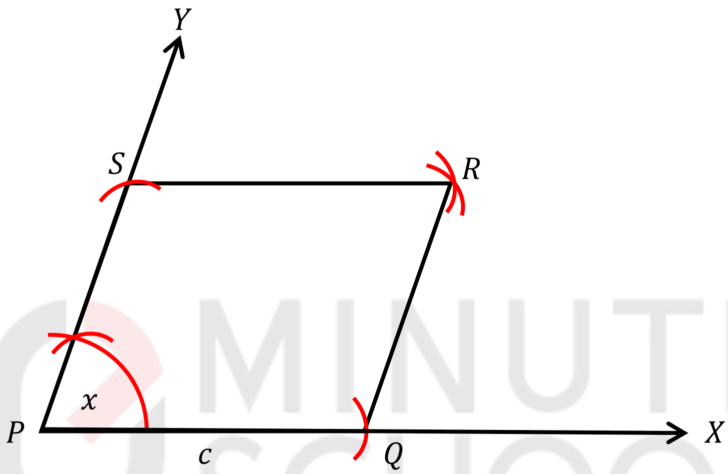
অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ নিই। এবার B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও b –এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেকোনো একপাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং মনে করি, বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) অতঃপর B ও A –কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও e এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD –এর যেপাশে A অবস্থিত তার বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) $A, B; A, D; B, C; C, D$ এবং A, C যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই
উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ)



মনে করি, রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য $c = 5.9$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 65°$ রম্বসটি আঁকতে হবে।

অংকনের বর্ননা

1) যেকোনো রশ্মি PX থেকে $PQ = c$ কেটে নিই।

2) P বিন্দুতে $\angle QPY = \angle x$ আঁকি।

3) PY রশ্মি থেকে PQ এর সমান করে PS কেটে নিই।

4) Q ও S বিন্দু থেকে PQ এর সমান ব্যাসার্ধ্য নিয়ে $\angle SPQ$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

5) S, R, Q, R যোগ করি।

তাহলে $PQRS$ ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

৭। একটি চতুর্ভূজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি. 4 সে.মি. 3 সে.মি. এবং দুটি অন্তর্ভূক্ত কোণ 60° ও 75°

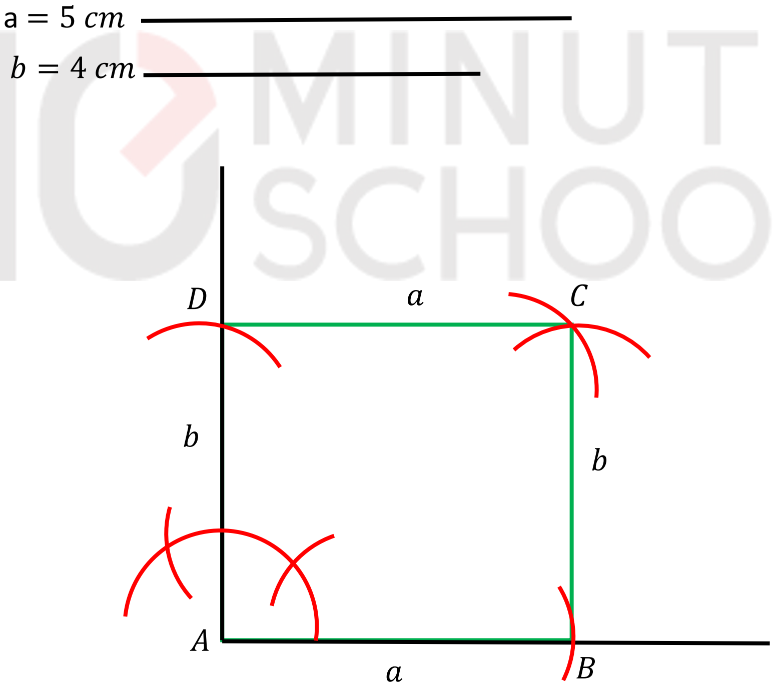
ক. একটি আয়তের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. 4 সে.মি আয়তটি অংকন কর।

খ. চতুর্ভূজটি অংকন কর।

গ. উদ্দীপকের চতুর্ভূজের তিন বাহুর সমষ্টি ও ক্ষুদ্রতম কোণকে যথাক্রমে একটি রম্বসের পরিসীমা ও একটি কোণ ধরে রম্বসটি অংকন কর। [অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

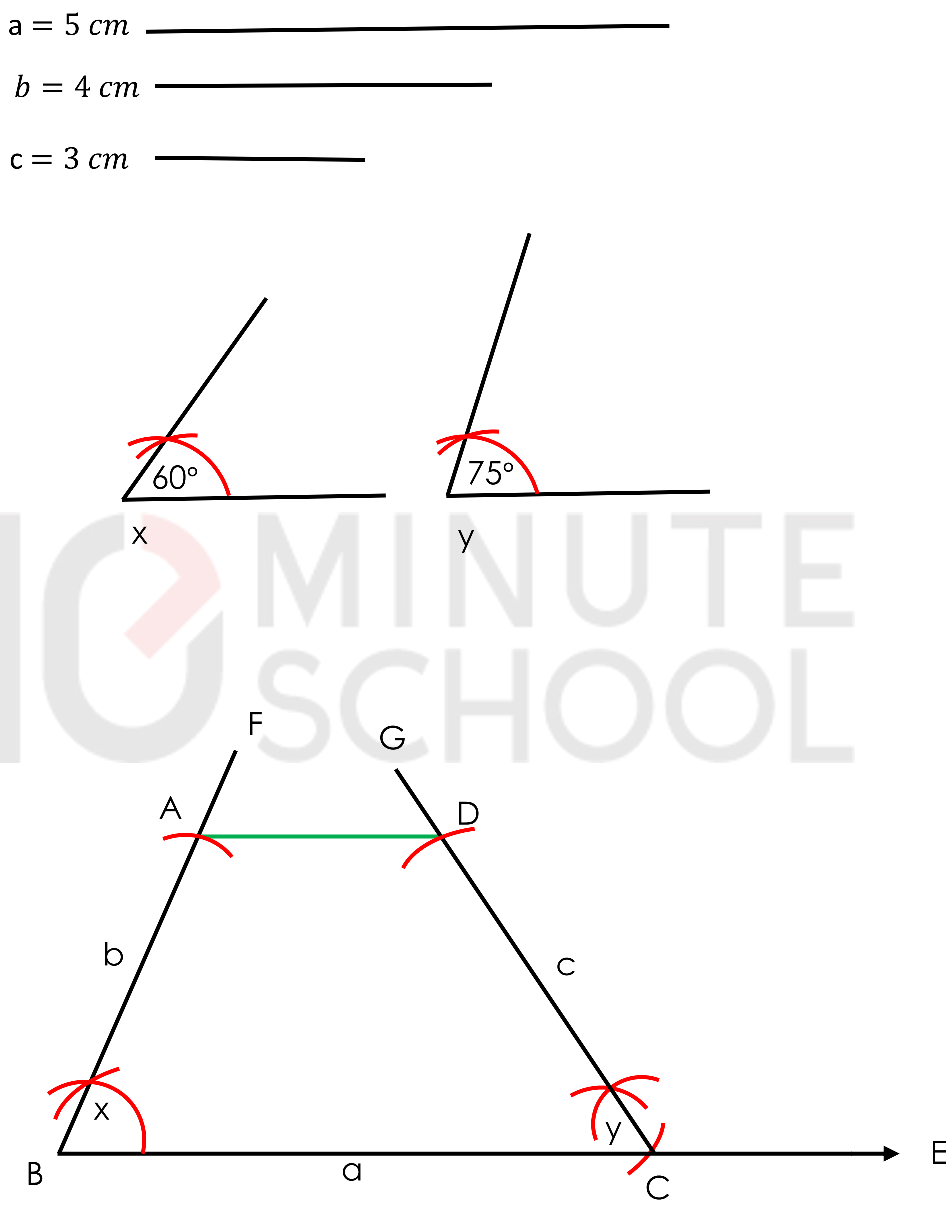
সমাধান

ক)

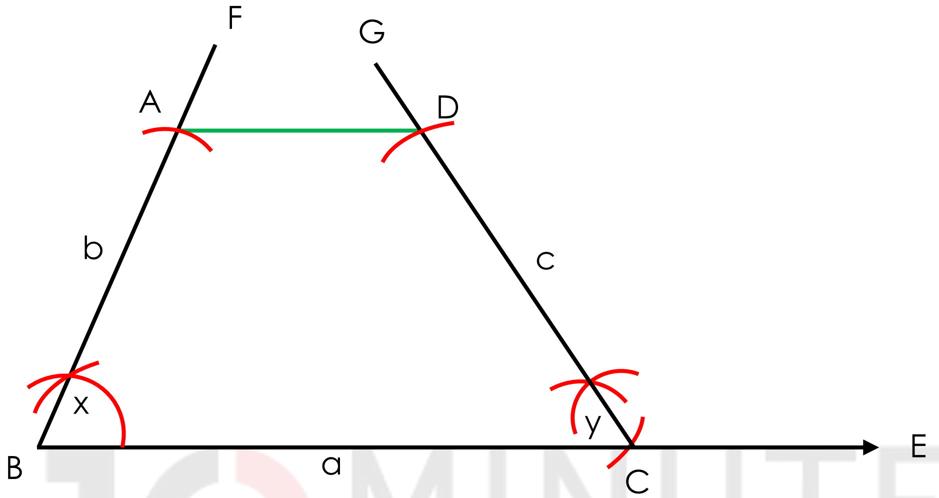


চিত্রে $ABCD$ আয়তের $AB = CD$ 5 সে.মি. এবং $BC = AD$ 4 সে.মি.

খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু। $a = 5$ সে.মি., $b = 4$ সে.মি., $c = 3$ সে.মি. এবং এর দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 75°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আকঁতে হবে।



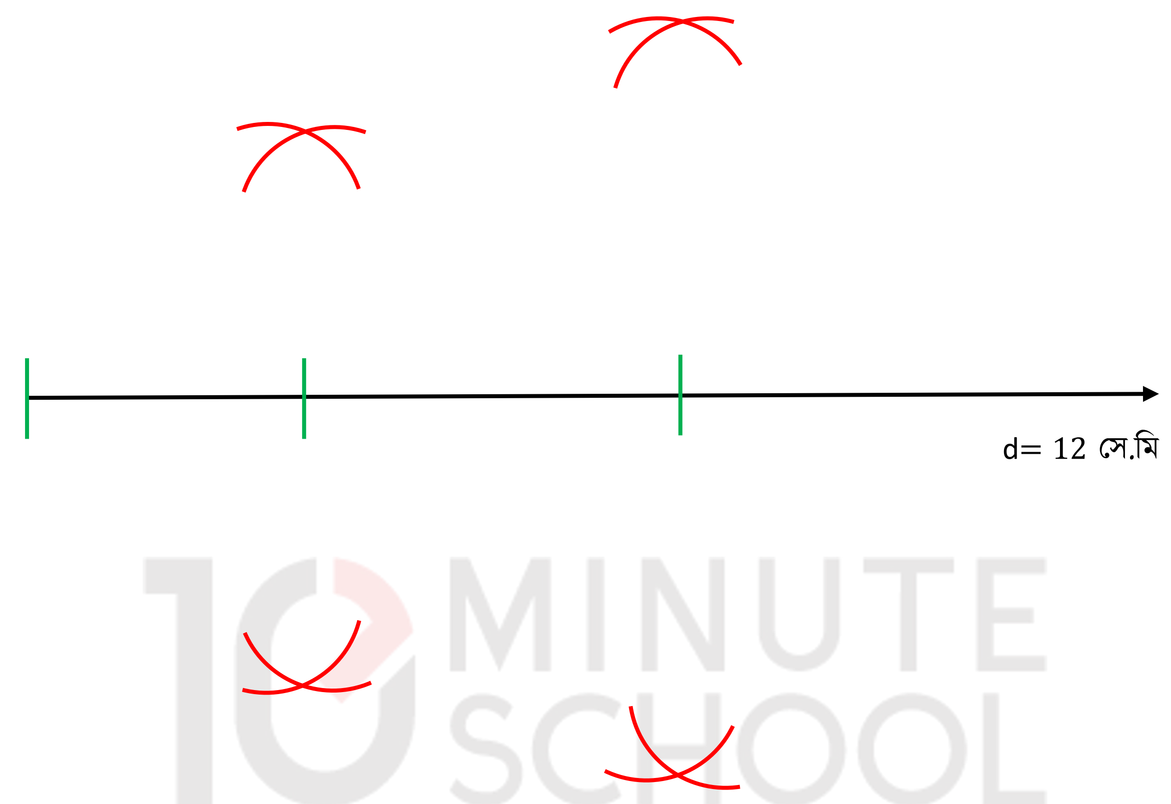
অঙ্কনের বিবরণ :

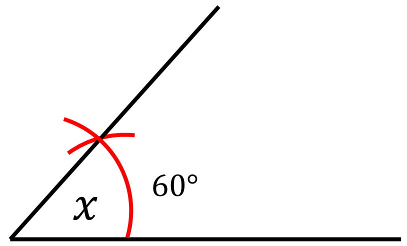
(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই।

(২) এবার B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ –এর সমান যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি।

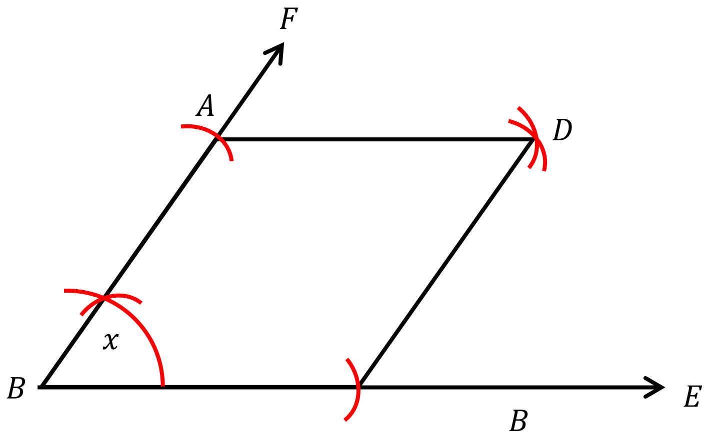
(৩) অতঃপর BF থেকে $BA = b$ এবং CG থেকে $CD = c$ অংশ কেটে নিই। A, D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ –ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ)





বিশেষ নির্বচন : মনে করি, রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য $c = 5.9$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 65°$। রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি PX থেকে $\mathrm{PQ} = c$ নিই।

(২) P বিন্দুতে $\angle QPY = \angle x$ আঁকি।

(৩) PY রশ্মি থেকে PQ এর সমান করে PS কেটে নিই।

(৪) Q ও S বিন্দু থেকে PQ এর সমান ব্যাসার্ধ্য নিয়ে $\angle SPQ$ এর অভ্যন্তরে দুইটি ব্ররুত্তচাপ একই। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

(৫) Q, S ; Q, R যোগ করি।

তাহলে, $PQRS$ ই উদ্দিষ্ট রম্বস।