অধ্যায় - ১০

Circle (বৃত্ত)

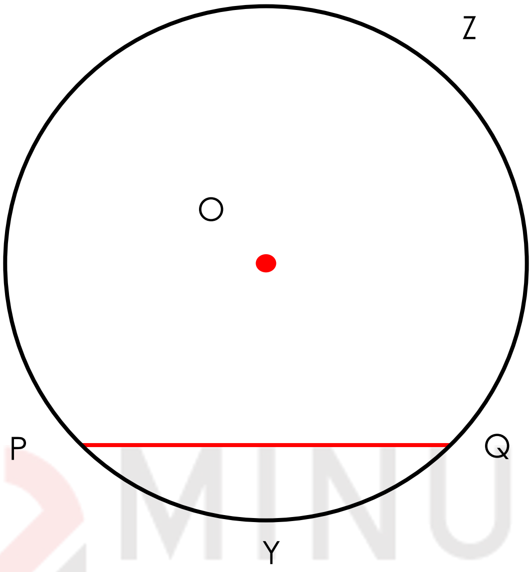
মূল বিষয়

আমরা সবাই আমাদের প্রত্যেকদিন জীবনে বৃত্ত দেখতে পাই। টাকার কয়েন, সাইকেল এর চাকা, গোল ঘড়ি, সবকিছুই বৃত্ত আকার।

এখন বৃত্ত আঁকার একটিসহজ উপায় হলো একটি মুদ্রা নিয়ে সাদা কাগজের উপর রেখে মুদ্রাটিকে মাঝ বরাবর বাম হাতের তর্জনি দিয়ে চেপে ধরি। এই অবস্থায় ডান হাতে সরু পেন্সিল নিয়ে মুদ্রাটির গাঁ ঘেষে চারদিকে ঘুরিয়ে আনি। মুদ্রাটি সরিয়ে কাগজে একটি গোলাকার আবদ্ধ বক্ররেখা দেখা যাবে এটি একটি বৃত্ত।

নিখুঁত ভাবে বৃত্ত আঁকার জন্য পেন্সিল ও কম্পাস ব্যবহার করা হয়।

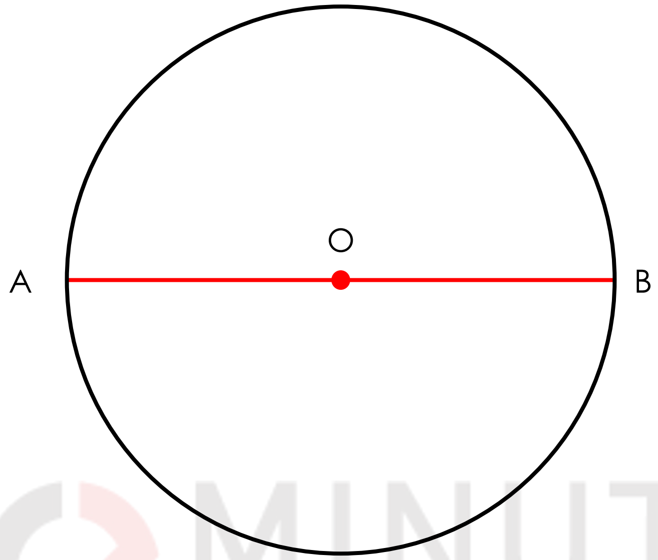
বৃত্তের জ্যা ও চাপ



চিত্রে, একটি বৃত্ত দেখানো হয়েছে, যার কেন্দ্র O। বৃত্তের উপর যেকোনো বিন্দু P, Q নিয়ে এদের সংযোজক রেখাংশ PQ টানি। PQ রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা। জ্যা বৃত্তটি দুইটি অংশে বিভক্ত হয়েছে। জ্যাটির দুই পাশের দুই অংশে বৃত্তটির উপর দুইটি বিন্দু Y, Z নিলে অই দুইটি অংশের নাম PYQ ও PZQ। জ্যা দ্বারা বিভক্ত বৃত্তের প্রত্যেক অংশকে বৃত্তচাপ, বা সংক্ষেপে চাপ বলে। চিত্রে PQ জ্যা দ্বারা সৃষ্ট চাপ দুইটি হচ্ছে PYQ ও PZQ।

বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা। প্রত্যেক জ্যা বৃত্তকে দুইটি চাপে বিভক্ত করে।

ব্যাস ও পরিধি



চিত্রে, AB এমন একটি জ্যা, যা বৃত্তের কেন্দ্র O দিয়ে গেছে। এরূপ ক্ষেত্রে আমরা বলি, জ্যাটি বৃত্তের একটি ব্যাস। ব্যাসের দৈর্ঘ্যকেও ব্যাস বলা হয়। AB ব্যাসটি দ্বারা সৃষ্ট চাপ দুইটি সমান; এরা প্রত্যেকে একটি অর্ধবৃত্ত। বৃত্তের কেন্দ্রগামী যেকোনো জ্যা, বৃত্তের একটি ব্যাস।প্রত্যেক ব্যাস বৃত্তকে দুইটি অর্ধবৃত্তে বিভক্ত করে। ব্যাসের অর্ধেক দৈর্ঘ্যকে ব্যাসার্ধ বলে। ব্যাস ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।

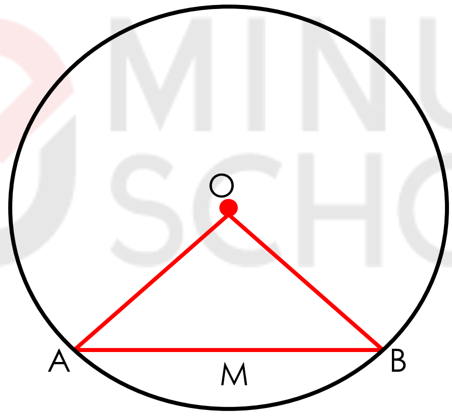
Type-1

বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য

উপপাদ্য ১

সাধারণ নির্বচন :

বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা-এর উপর লম্ব।



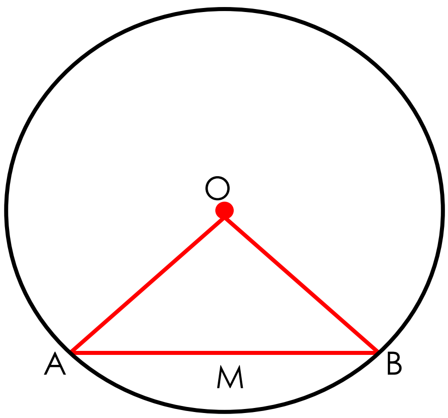
বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং M এই জ্যা-এর মধ্যবিন্দু। O, M যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে, OM রেখাংশ AB জ্যা-এর উপর লম্ব।

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :



ΔOAM এবং ΔOBM এ

$AM = BM$	[M, AB এর মধ্যবিন্দু]
$OA = OB$	[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং $OM = OM$	[সাধারণ বাহু]
সুতরাং $\Delta OAM \cong \Delta OBM$	[বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle OMA = \angle OMB$	

যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান,

সুতরাং, $\angle OMA = \angle OMB =$ ১ সমকোণ।

অতএব, $OM \perp AB$. **(প্রমাণিত)**

অনুসিদ্ধান্ত ১।

বৃত্তের যেকোনো জ্যা-এর লম্বসম-দ্বিখন্ডক কেন্দ্রগামী।

অনুসিদ্ধান্ত ২।

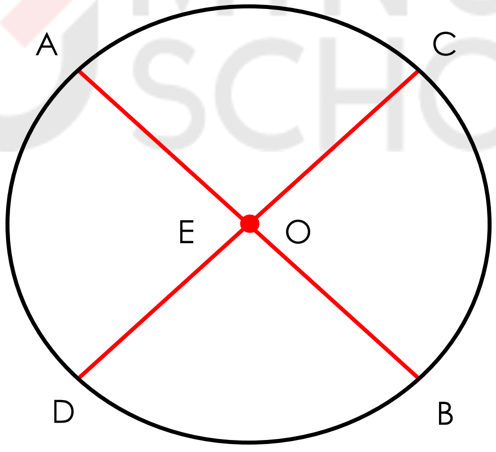
যেকোনো সরলরেখা একটি বৃত্তকে দুইয়ের অধিক বিন্দুতে ছেদ করতে পারে না।

উপপাদ্য ২

প্রমান করে যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু কেন্দ্র হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের AB অ CD জ্যাদ্বয় পরস্পরকে E বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করেছে। প্রমাণ কর যে, E,A,B,C,D বৃত্তের কেন্দ্র।

অঙ্কন: বৃত্তের কেন্দ্র E না ধরে O ধরি এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু E.

$$\therefore OE \perp CD$$

অর্থাৎ $\angle OEA =$ এক সমকোণ। [বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]

আবার, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং CD জ্যা-এর মধ্যবিন্দু E

$$\therefore OE \perp CD$$

অর্থাৎ $\angle OEC =$ এক সমকোণ। [একই কারণে]

যেহেতু AB এবং CD দুটি পরস্পরছেদী সরলরেখা।

$\therefore \angle OEA$ এবং $\angle OEC$ উভয়ই এক সমকোণ হতে পারে না।

সুতরাং, E ব্যতীত অন্যকোনো বিন্দু বৃত্তের কেন্দ্র হতে পারে না।

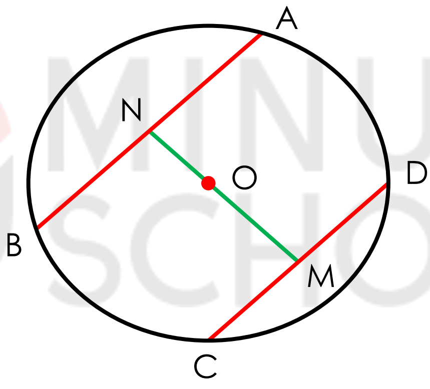
$\therefore E$ বিন্দুটি ABCD বৃত্তের কেন্দ্র। **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য ৩

প্রমান করে যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা এর মধ্যবিন্দু সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা এর মধ্যবিন্দু সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। এর AB ও CD সমান্তরাল জ্যা-দ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও M। M, N যোগ করা হল।

প্রমাণ করতে হবে যে, MN কেন্দ্রগামী এবং AB ও CD জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব।

অঙ্কন: O, N এবং O, M যোগ করি।

প্রমাণ :

O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু N.

$\therefore ON \perp AB.$

আবার, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং CD জ্যা এর মধ্যবিন্দু M. [বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]

$\therefore OM \perp CD.$

অর্থাৎ ON ও OM, O বিন্দু হতে যথাক্রমে AB ও CD সমান্তরাল জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব। [একই কারণে]

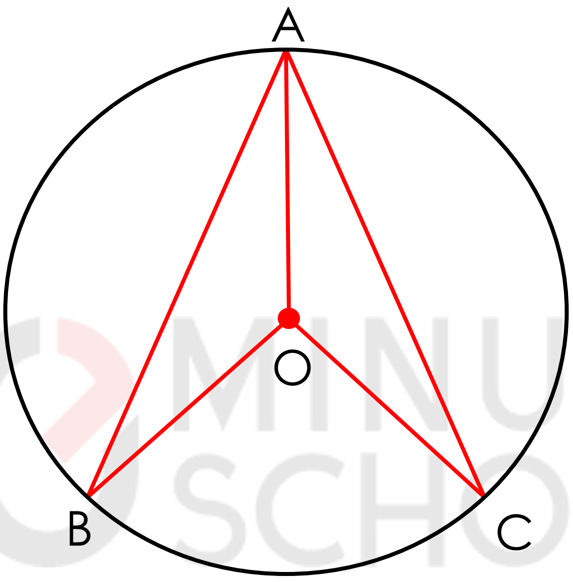
সুতরাং ON এবং OM একই সরলরেখায় অবস্থিত। অর্থাৎ MN কেন্দ্রগামী এবং AB ও CD জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

(প্রমাণিত)

উপপাদ্য ৪

কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে, $AB = AC$.

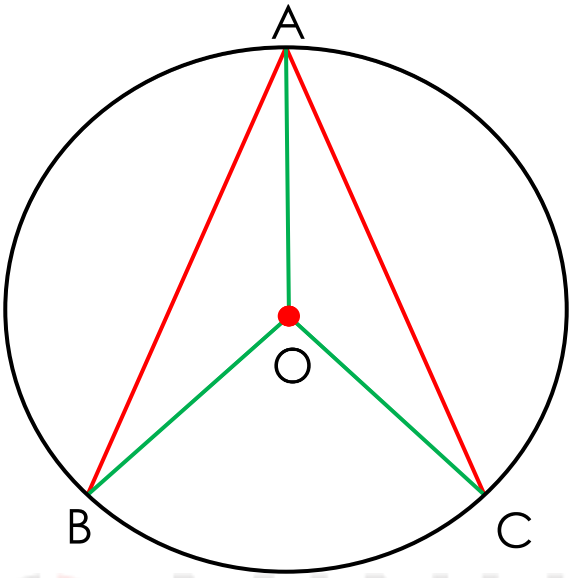
সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের AB ও AC দুইটি জ্যা। O, A যোগ করা হল। AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুতে অঙ্কিত ব্যাসার্ধ OA-এর সাথে সমান কোণ $\angle OAB$ ও $\angle OAC$ উৎপন্ন করে অর্থাৎ $\angle OAB = \angle OAC$। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$.

অঙ্কন: O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :



ΔAOB এ

$OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle OBA = \angle OAB$ [একই ত্রিভুজের সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

আবার, ΔAOC-এ

$OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle OCA = \angle OAC$ [একই ত্রিভুজের সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

এখন, $\angle OAB = \angle OAC$ [দেওয়া আছে]

$\therefore \angle OBA = \angle OCA$ [$\therefore \angle OCA = \angle OAC$]

এখন, ΔAOB ও ΔAOC-এর মধ্যে

$OB = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\angle OAB = \angle OAC$

এবং $\angle OBA = \angle OCA$

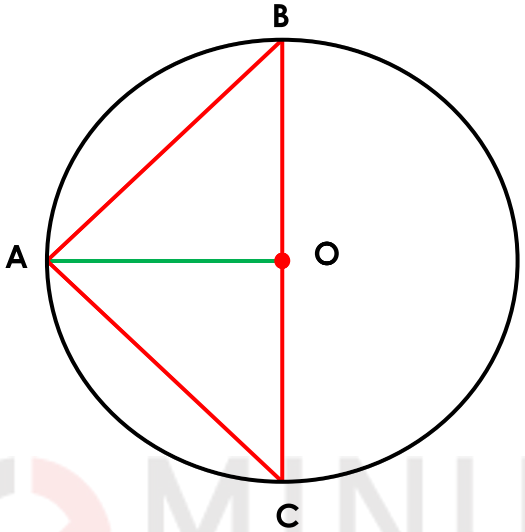
$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$

সুতরাং, $AB = AC$. **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য ৫

চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা $AB =$জ্যা AC, প্রমাণ কর যে, $\angle BAO = \angle CAO$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং জ্যা $AB =$জ্যা AC। O, A যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAO = \angle CAO$.

অঙ্কন: O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ΔAOB এ ΔAOC-এ $AB = AC$, [দেওয়া আছে]

$OB = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OA সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta AOB = \Delta AOC$

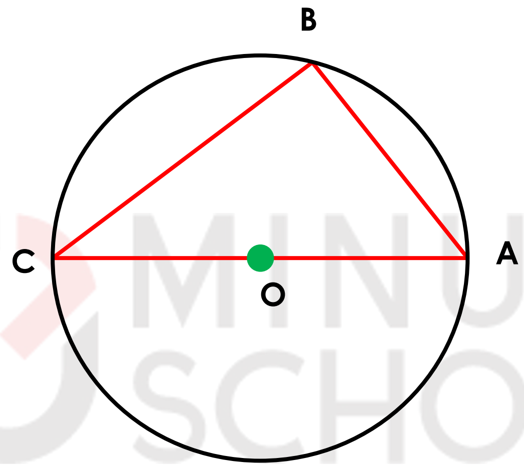
$\therefore \angle BAO = \angle CAO$. **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য ৬

কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দগুলো দিয়ে যায়। দেখাতে হবে যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সমকোণী ΔABC-এর $\angle ABC =$ এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ। শীর্ষবিন্দু A, B, C দিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হলো। মনে করি, এই বৃত্তের কেন্দ্র O. প্রমাণ করতে হবে যে, O, AC-এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ :

$\Delta ABC =$ এক সমকোণ [কল্পনা অনুসারে]

$\therefore \angle ABC, O$ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অর্ধবৃত্তস্থ কোণ হবে। [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

$\therefore A, B, C$ বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাস AC .

সুতরাং বৃত্তের কেন্দ্র O ব্যাস AC এর ওপর অবস্থিত এবং

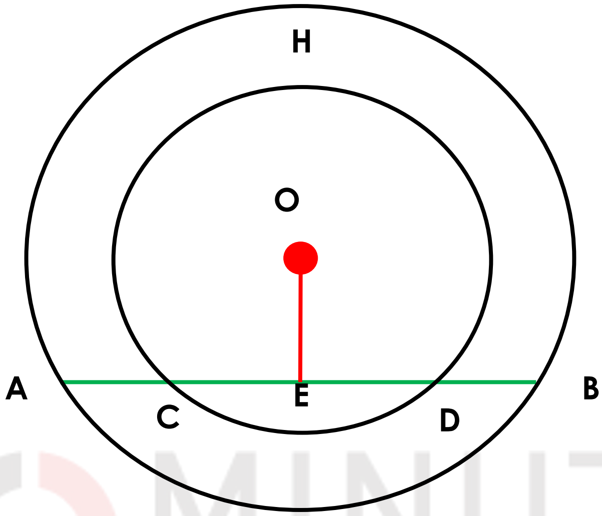
$OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore O$ একটি AC এর মধ্যবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য ৭

দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $AC = BD$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AFB ও CHD উভয় বৃত্তের কেন্দ্র O, AFB বৃত্তের জ্যা AB, বৃত্ত CHD কে C এবং D বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = BD$.

অঙ্কন: $OE \perp AB$ টানি।

প্রমাণ :

(১)AFB বৃত্তের কেন্দ্র O এবং $OE \perp$ জ্যা AB.

$\therefore AE = BE$

(২) আবার, CHD বৃত্তের কেন্দ্র O এবং $OE \perp$ জ্যা CD.

$\therefore CE = DE$ [বৃত্তের কেন্দ্র হতে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যা-কে সমদ্বিখন্ডিত করে]

ধাপ (১) ও ধাপ (২) হতে পাই,

$AE - CE = BE - DE$

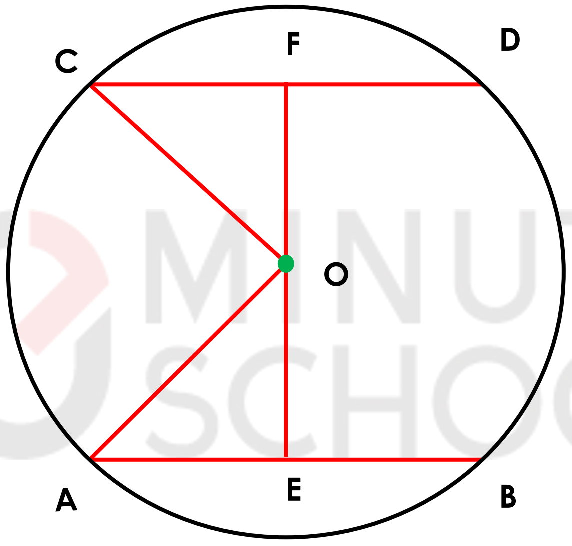
বা, $AC = BD$ [$\because AE - CE = AC$ এবং $BE - DE = BD$]

$\therefore AC = BD.$ **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য ৮

সাধারণ নির্বচন :

বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।



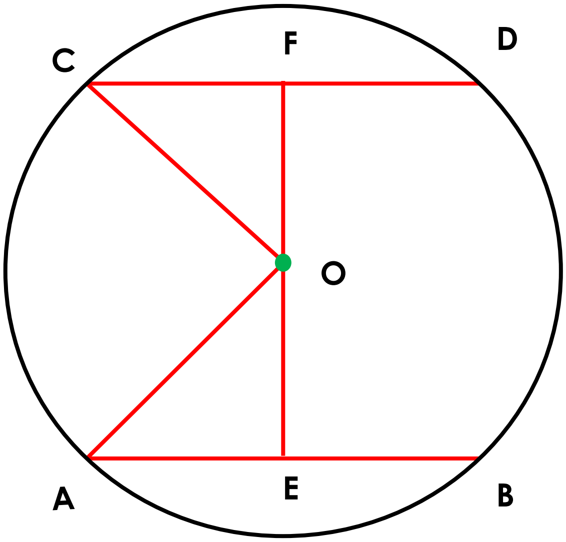
বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে AB এবং CD জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।

অঙ্কন:

O থেকে AB এবং CD জ্যা -এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব রেখাংশ আঁকি। O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :



$OE \perp AB$ ও $OF \perp CD$

সুতরাং, $AE = BE$ এবং $CF = DF$

$\therefore AE = \frac{1}{2}AB$ এবং $CF = \frac{1}{2}CD$. [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

কিন্তু, $AB = CD$ বা, $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$

$\therefore AE = CF$

এখন ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী

ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OA = অতিভুজ OC [উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $AE = CF$.

$\therefore \Delta OAE \cong \Delta OCF$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্মসমতা উপপাদ্য]

$\therefore OE = OF$.

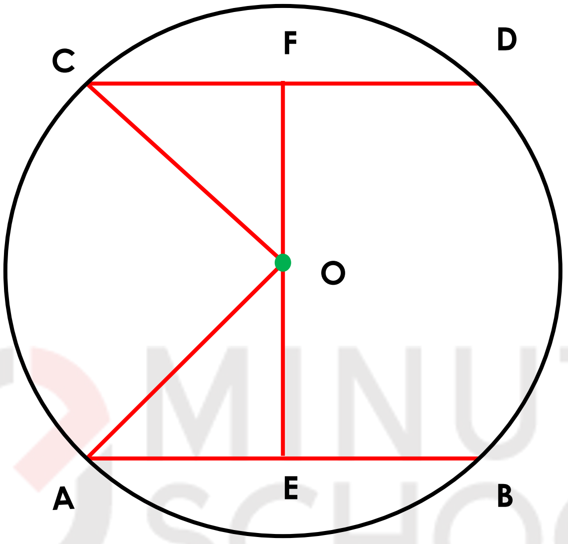
কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB জ্যা এবং CD জ্যা-এর দূরত্ব।

সুতরাং, AB এবং CD জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য ৯

সাধারণ নির্বচন :

বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।



বিশেষ নির্বচন :

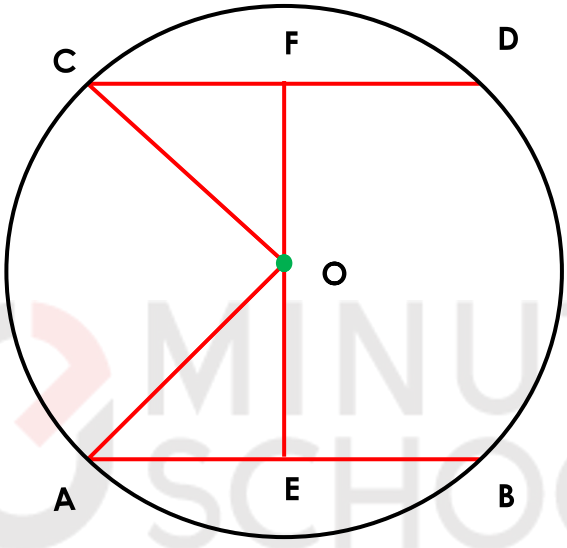
মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যা এর দূরত্ব নির্দেশ করে। $OE = OF$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = CD$.

অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$.

সুতরাং, $\angle OEA = \angle OFC =$এক সমকোণ [সমকোণ]



এখন, ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী

ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ

OC এবং $OE = OF$ [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta OAE \cong \Delta OCF$ [কল্পনা]

$\therefore AE = CF$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$AE = \frac{1}{2}AB$ এবং $CF = \frac{1}{2}CD$

[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

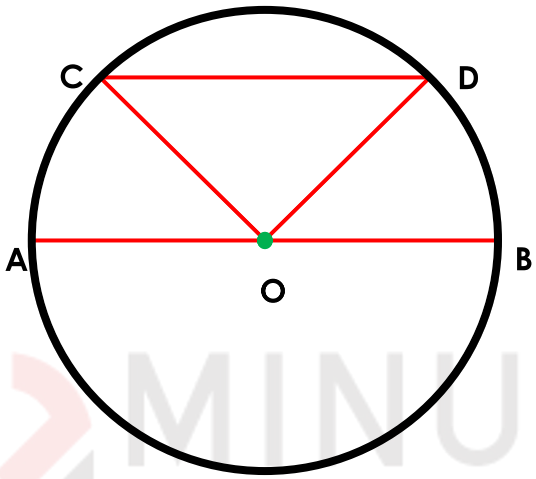
সুতরাং $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$

অর্থাৎ, $AB = CD$

উপপাদ্য ১০

প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

সাধারণ নির্বচন : বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB > CD$.

অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ: $OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন, ΔOCD এ $OC + OD > CD$

বা, $OA + OB > CD$

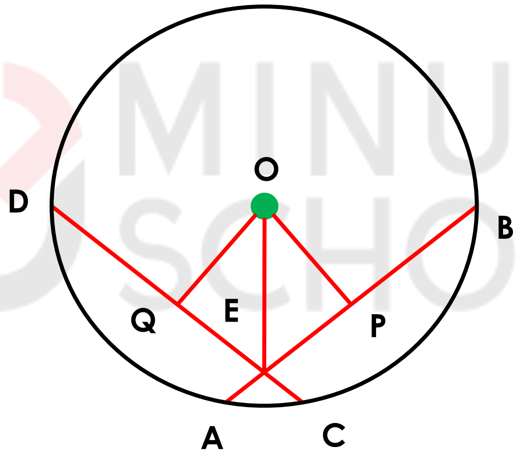
অর্থাৎ, $AB > CD$. [$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহু তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

উপপাদ্য ১১

বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, তাদের একটি অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : বৃত্তের দুটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে, দেখাতে হবে তাদের একটি অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

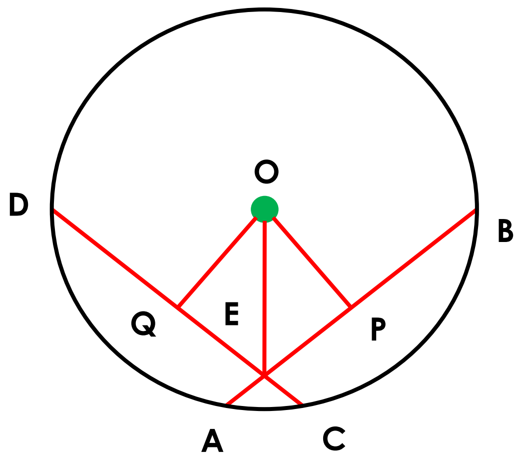


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। তারা পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

দেখাতে হবে যে, $AE = CE$ এবং $BE = DE$.

অঙ্কন: কেন্দ্র O থেকে AB এবং CD এর উপর যথাক্রমে OP এবং OQ লম্ব আঁকি এবং O, E যোগ করি।

প্রমাণ :



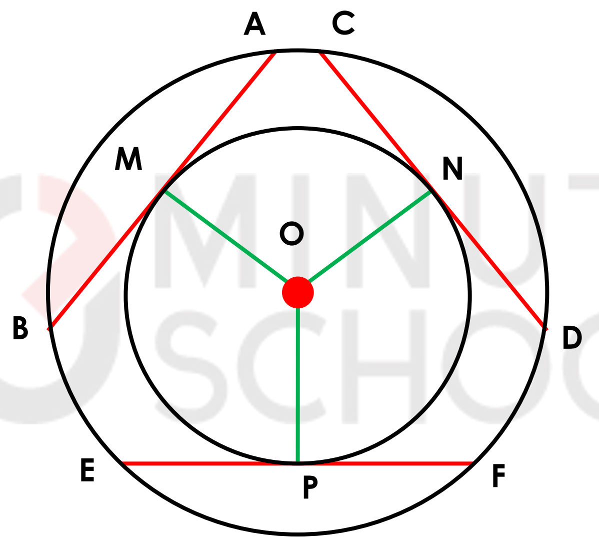
ΔOPE ও ΔOQE সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যে	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
$OP = OQ$ এবং $OE = OE$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta OPE \cong \Delta OQE$	[অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore PE = QE$	
OP, AB এর উপর লম্ব হওয়ায় $AP = \frac{1}{2}AB$	[কেন্দ্র থেকে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
এবং OQ, CD এর উপর লম্ব হওয়ায়, $CQ = \frac{1}{2}CD$	
এখন, $AB = CD$	[কল্পনা]
বা, $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$	
বা, $AP = CQ$ বা, $AE + PE = CE + QE$	[ধাপ-২]
সুতরাং, $AE = CE$	[$\because PE = QE$]
আবার, $AB = CD$	[ধাপ-৩]
বা, $AB - AE = CD - CE$ $\therefore BE = DE$	
সুতরাং $AE = CE$ এবং $BE = DE$ **(প্রমাণিত)**	

উপপাদ্য ১২

প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

সমাধান :

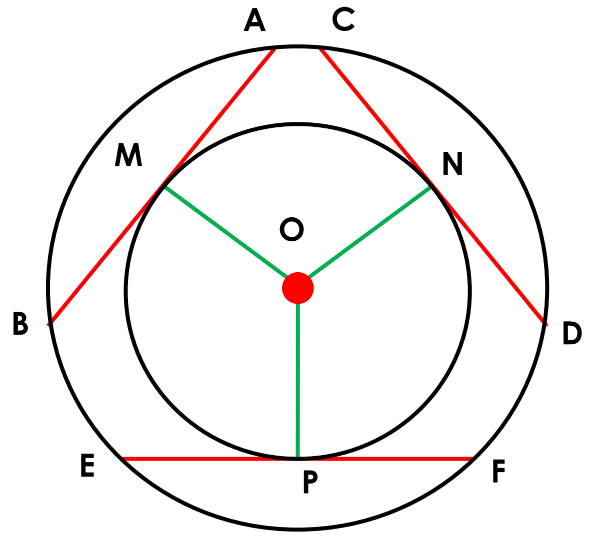
সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে, বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O, AB, CD ও EF বৃত্তের সমান সমান তিনটি জ্যা যাদের মধ্যবিন্দুগুলো হলো যথাক্রমে M, N ও P।
প্রমাণ করতে হবে যে, M, N ও P সমৃবৃত্ত।

অঙ্কন: O, M ; O, N এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :



M, AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore OM \perp AB$ [বৃত্তের জ্যা-এর মধ্যবিন্দু ও কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা-এর ওপর লম্ব।]

তদ্রুপ $ON \perp CD$ এবং $OP \perp EF$ [একই কারণে]

কেন্দ্র O হতে AB, CD ও EF জ্যা-এর লম্বদূরত্ব যথাক্রমে OM, ON ও OP.

যেহেতু $AB = EF = CD$ [দেওয়া আছে]

$\therefore OM = ON = OP$ [সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী]

সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OM বা ON বা OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে বৃত্তটি M, N ও P বিন্দু দিয়ে যাবে।

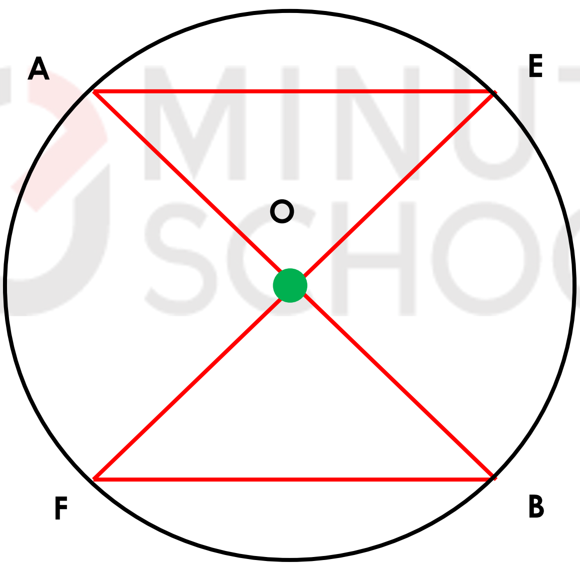
অতএব, M, N ও P সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**

উপপাদ্য ১৩

দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে এরা সমান্তরাল হয়।

সমাধান :

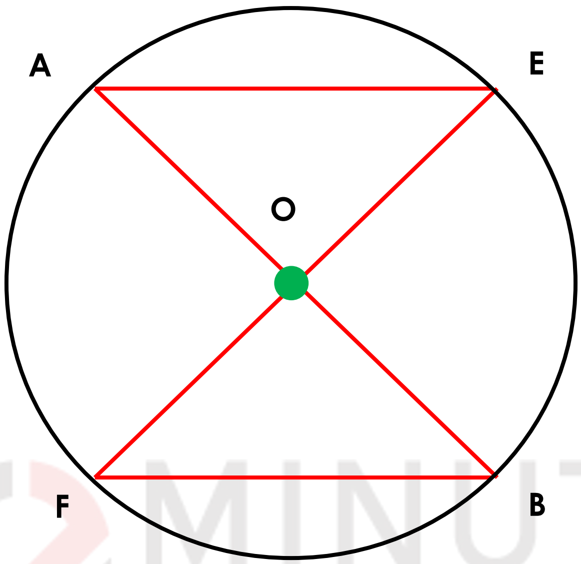
সাধারণ নির্বচন : দেখাতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB তার ব্যাস। AB এর দুই প্রান্ত হতে এর বিপরীত দিকে AE এবং BF দুটি জ্যা অঙ্কন করা হলো যেন $AE = BF$ হয়। দেখাতে হবে যে, $AE \parallel BF$.

অঙ্কন: O, E এবং O, F যোগ করি।

প্রমাণ :



ΔAOE এবং ΔBOF-এর মধ্যে, $OA = OB$. [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$OF = OE$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $AE = BF$ [কল্পনা]

$\therefore \Delta AOE \cong \Delta BOF$

$\therefore \angle OAE = \angle OBF$ অর্থাৎ $\angle BAE = \angle ABF$

কিন্তু এরা AE এবং BF রেখার ছেদক AB এর বিপরীত পাশের একান্তর কোণ।

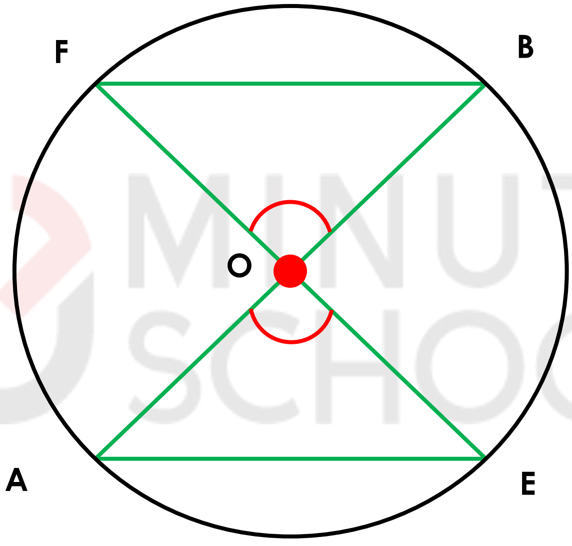
$\therefore AE \parallel BF$ **(দেখানো হলো)**

উপপাদ্য ১৪

দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে এরা সমান হয়।

সমাধান :

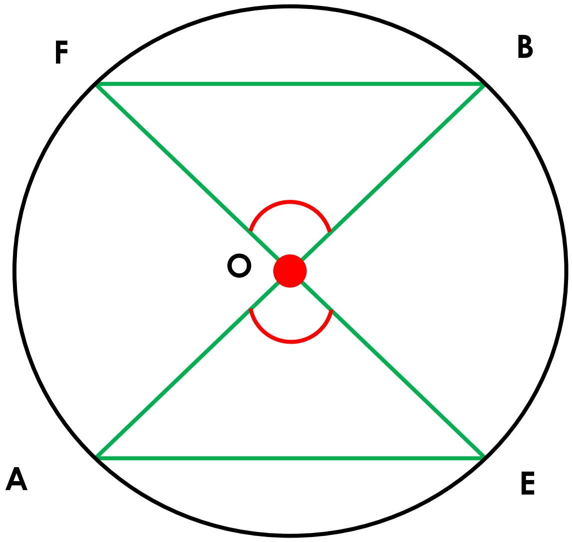
সাধারণ নির্বচন : দেখাতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে তারা সমান হয়।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AEBF বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ব্যাস। AB ব্যাসের প্রান্তদ্বয় A ও B হতে এর বিপরীত দিকে অঙ্কিত AE ও BF জ্যা-দ্বয় পরস্পর সমান্তরাল। দেখাতে হবে যে, $AE = BF$.

অঙ্কন: O, E এবং O, F যোগ করি।

প্রমাণ :



$AE \parallel BF$ এবং AB ছেদক।

$\therefore \angle BAE = \angle ABF$ [একই কোণ]

$\therefore \angle OAE = \angle OBF$

ΔOAE-এ $OA = OE$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle OEA = \angle OAE$ এবং ΔOBF-এ $OB = OF$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle OFB = \angle OBF$

যেহেতু, $\angle OAE = \angle OBF$

সুতরাং, $\angle OEA = \angle OFB$ এবং $\angle AOE = \angle BOF$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

ΔOAE ও ΔOBF এ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$OA = OB$

$OE = OF$

এবং $\angle AOE = \angle BOF$

$\therefore \Delta OAE \cong \Delta OBF$

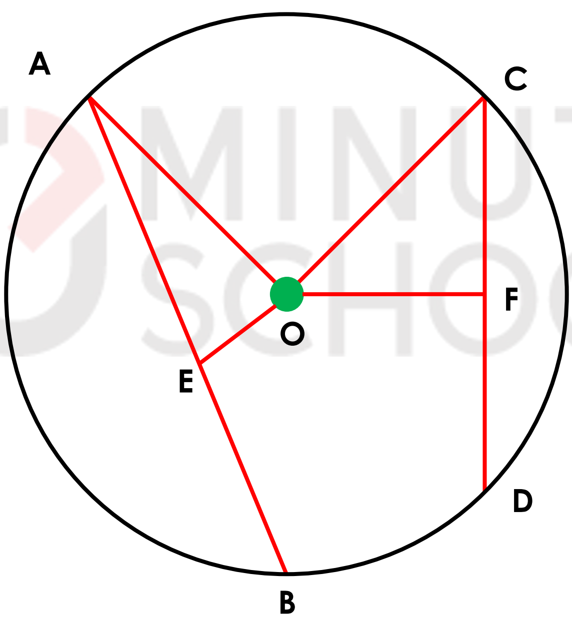
$\therefore AE = BF$ **(দেখানো হলো)**

উপপাদ্য ১৫

দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

সমাধান :

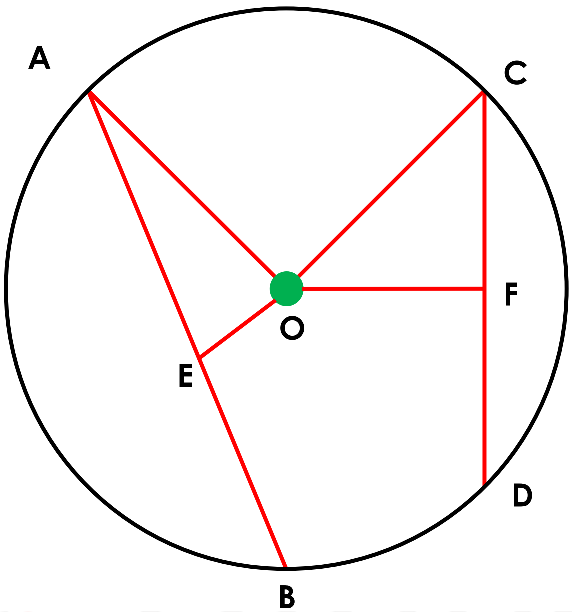
সাধারণ নির্বচন : দেখাতে হবে যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ও CD এর দুইটি জ্যা এবং $AB > CD$. OE এবং OF কেন্দ্র O হতে যথাক্রমে AB ও CD এর ওপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $OE < OF$.

অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :



O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $OE \perp AB$

$\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB.$ [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখন্ডিত করে]

$CE = DF = \frac{1}{2}CD$ [একই কারণে]

এখন, কল্পনা অনুসারে, $AB > CD$

বা, $\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}CD$ [উভয় পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $AE > CF$

$\therefore AE^2 > CF^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

এখন, সমকোণী ΔOAE এবং সমকোণী ΔOCF

অতিভুজ যথাক্রমে OA এবং OC.

তাহলে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$OA^2 = OE^2 + AE^2$ এবং $OC^2 = OF^2 + CF^2$

কিন্তু, $OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

তাহলে, $OA^2 = OC^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

অর্থাৎ, $OE^2 + AE^2 = OF^2 + CF^2$

বা, $AE^2 - CF^2 = OF^2 - OE^2$

যেহেতু, $AE^2 > CF^2$

বা, $AE^2 - CF^2 > 0$

বা, $OF^2 - OE^2 > 0$

বা, $OF^2 > OE^2$

বা, $OF > OE$

$\therefore OE < OF$.

Type-2

বৃত্ত পরিধি নির্ণয়

সমস্যা-১। 10 সে.মি. ব্যাসের বৃত্তের পরিধি কত ? ($\pi \approx 3.14$ ধর)

সমাধান : বৃত্তের ব্যাস $d = 10$সে.মি.

বৃত্তের পরিধি $= \pi d$

$\approx 3.14 \times 10$ সে.মি. $= 31.4$ সে.মি.

অতএব, 10 সে.মি. ব্যাসের পরিধি 31.4 সে.মি. (প্রায়)।

সমস্যা-২। 14 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি কত ? $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right.$ ধর $\left.\right)$

সমাধান : বৃত্তের ব্যাসার্ধ$(r) = 14$ সে.মি.

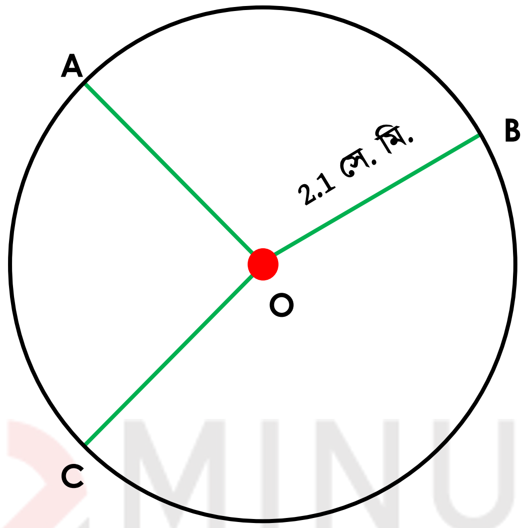
বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

$\approx 2 \times \frac{22}{7} \times 14$ সে.মি. $= 88$ সে.মি.

অতএব, 14 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি 88 সে.মি. (প্রায়)।

সমস্যা-৩। পছন্দমতো কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নিয়ে পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে একটি বৃত্ত আঁক। বৃত্তের উপর কয়েকটি ব্যাসার্ধ আঁক। মেপে দেখ সবগুলো ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান কি-না।

সমাধান :



পছন্দ মতো কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নিয়ে পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACB বৃত্তটি আঁকা হলো। মেপে দেখা গেল ব্যাসার্ধ $OA = OC = OB = 2.1$ সে.মি.। অর্থাৎ সবগুলো ব্যাসার্ধ সমান।

সমস্যা-৪। নিম্নবর্ণিত ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি নির্ণয় কর :

(ক) 10 সে.মি.

সমাধান : দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 10$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $2\pi r = 2\times3.14\times10$ সে.মি.

$= 62.8$ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

(খ) 14 সে.মি.

সমাধান : দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 14$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $2\pi r = 2 \times 3.14 \times 14$ সে.মি.

$= 87.92$ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

(গ) 21 সে.মি.

সমাধান : দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 21$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $2\pi r = 2 \times 3.14 \times 21$ সে.মি.

$= 131.88$ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

Type-3

বৃত্তের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সমস্যাবলি

সমস্যা-১। । 9.8 মি. ব্যাসের বৃত্তাকার একটি বাগানের ক্ষেত্রফল কত ?

সমাধান : বৃত্তাকার বাগানটির ব্যাস $d = 9.8$ মি.

বৃত্তাকার বাগানটির ব্যাসার্ধ $r = \frac{9.8}{2}$ মি. $= 4.9$ মি.

বৃত্তাকার বাগানটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$\approx 3.14 \times 4.9^2$ মিটার $= 75.39$ বর্গমিটার

সমস্যা-২। ব্যাসার্ধ $= 12$ সে.মি.

সমাধান : দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 12$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $\pi r^2 = 2 \times 3.14 \times (12)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 452.16$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

সমস্যা-৩। ব্যাসার্ধ $= 34$ সে.মি.

সমাধান : দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 34$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $r = \frac{34}{2}$ সে.মি. $= 17$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = 3.14 \times (17)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 452.16$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

সমস্যা-৪। ব্যাসার্ধ $= 21$ সে.মি.

সমাধান : দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 21$ সে.মি.

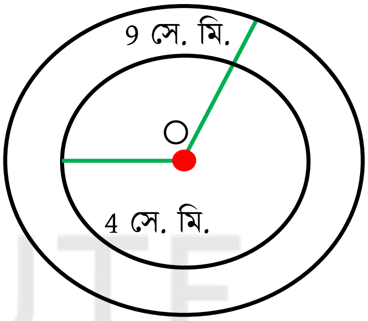
$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = 3.14 \times (21)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 1384.74$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

Type-4

গাণিতিক সমস্যাবলি

সমস্যা-১। পাশের চিত্রে দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্ত প্রদর্শিত হয়েছে। বৃত্ত দুইটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 9 সে.মি. ও 4 সে.মি.। বৃত্তদ্বয়ের পরিধির মধ্যবর্তী এলাকার ক্ষেত্রফল কত ?



সমাধান :

বৃহত্তর বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 9$ সে.মি.

বৃহত্তর বৃত্তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ সেন্টিমিটার

$\approx 3.14 \times 9^2$ বর্গ সেন্টিমিটার $= 254.34$ বর্গসেন্টিমিটার

ক্ষুদ্রতর বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 4$ সে.মি.

ক্ষুদ্রতর বৃত্তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ সেন্টিমিটার

$\approx 3.14 \times 4^2$ বর্গ সেন্টিমিটার $= 50.24$ বর্গ সেন্টিমিটার (প্রায়)

বৃত্তদ্বয়ের মধ্যবর্তী এলাকার ক্ষেত্রফল $= (254.34 - 50.24)$ বর্গ সেন্টিমিটার

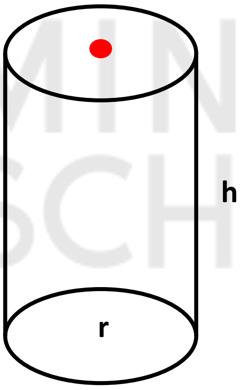
$= 204.10$ বর্গ সেন্টিমিটার

সমস্যা-২। একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের ব্যাসার্ধ 4.5 সে.মি. ও উচ্চতা 6 সে.মি.। বেলনটির বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ($\pi = 3.14$)।

সমাধান : প্রদত্ত সমবৃত্তভূমিক বেলনটির ব্যাসার্ধ $r = 4.5$ সে.মি. ও $h = 60$ সে.মি.।

$\therefore$বেলনটির বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh = 2\times3.14\times4.5\times6$ বর্গ সে.মি.

$= 6.28\times27$ বর্গ সে.মি. $= 169.56$ বর্গ সে.মি.



সমস্যা-৩। একটি বৃত্তাকার শিটের পরিধি 154 সে.মি. হলে, এর ব্যাসার্ধ কত ? শিটের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, বৃত্তাকার শিটের ব্যাসার্ধ $= r$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তাকার শিটের পরিধি $= 2\pi r$ সে.মি.

প্রশ্নমতে,

$2\pi r = 154$ বা, $r = \frac{154}{2\pi}$ বা, $r = \frac{154}{2\times\frac{22}{7}}$ $\quad \therefore r = 24.5$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $= 24.5$ সে.মি. (প্রায়)

এবং বৃত্তাকার শিটের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \frac{22}{7}\times(24.5)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 1886.5$ বর্গ সে.মি.

উত্তর : বৃত্তাকার শিটের ব্যাসার্ধ 24.5 সে.মি. (প্রায়) এবং ক্ষেত্রফল 1886.5 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

সমস্যা-৪। একজন মালী 21 মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার বাগানের চারদিকে দুইবার ঘুরিয়ে দড়ির বেড়া দিতে চায়। প্রতি মিটার দড়ির মূল্য 18 টাকা হলে, তাকে কত টাকার দড়ি কিনতে হবে ?

সমাধান : দেওয়া আছে, বৃত্তাকার বাগানের ব্যাসার্ধ, $r = 21$ মি.২

$\therefore$ বৃত্তাকার বাগানের পরিধি $= 2\pi r = 2\times\frac{22}{7}\times 21$ মি.

$= 132$ মি. (প্রায়)

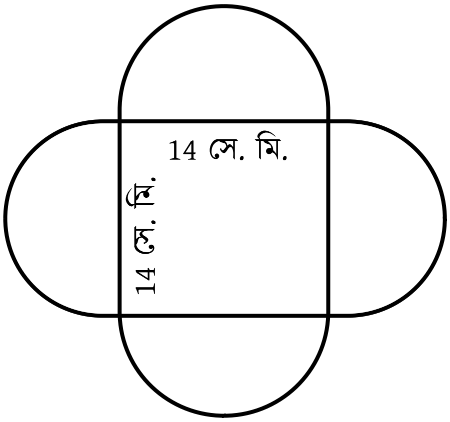
$\therefore$ বৃত্তাকার বাগানটির চারদিকে দুইবার ঘুরিয়ে দড়ির বেড়া দিতে দড়ি প্রয়োজন $=$ (132×2) মি. $= 264$ মি.

1 মিটার দড়ির মূল্য $= 18$ টাকা

264 মি. দড়ির মূল্য $= (18\times264)$ টাকা

$= 4752$ টাকা **(উত্তর)**

সমস্যা-৫। পাশের চিত্রের ক্ষেত্রটির পরিসীমা নির্ণয় কর।



সমাধান : এখানে, অর্ধবৃত্তের ব্যাস, $d = 14$ সে.মি.

$\therefore$ অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{14}{2}$ সে.মি. $= 7$ সে.মি.

একটি অর্ধবৃত্তের পরিসীমা $= \frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

অর্ধবৃত্তের সংখ্যা, $n = 4$

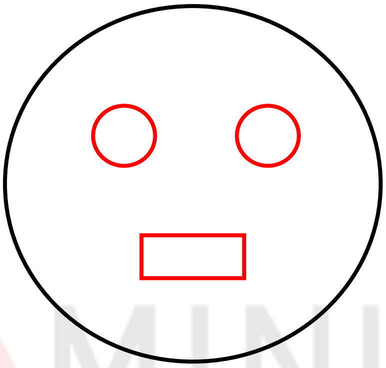
$\therefore$ 4টি অর্ধবৃত্তের পরিসীমা $= 4 \times \pi r = 4 \times \frac{22}{7} \times 7$ সে.মি.

$= 88$ সে.মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রটির পরিসীমা 88 সে.মি. **(উত্তর)**

সমস্যা-৬। 14 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার বোর্ড থেকে 1.5 সে.মি. ব্যাসার্ধের দুইটি বৃত্তাকার অংশ এবং 3 সে,মি. দৈর্ঘ্য ও 1 সে.মি. প্রস্থের একটি আয়তাকার অংশ কেটে নেওয়া হলো। বোর্ডের বাকি অংশের ক্ষেত্রফল বের কর।

সমাধান :



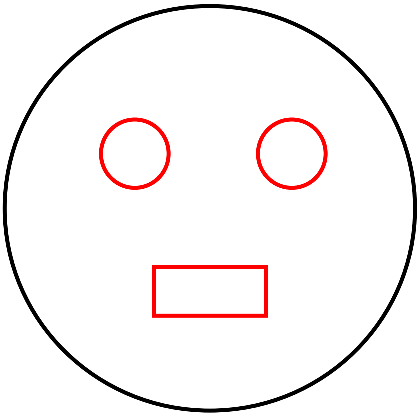
কেটে নেওয়া বৃত্তাকার অংশের ব্যাসার্ধ, $r = 1.5$ সে.মি.

বৃত্তাকার বোর্ডের ব্যাসার্ধ $r = 14$ সে.মি.

কেটে নেওয়া আয়তাকার অংশের দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. এবং প্রস্থ 1 সে.মি.

তাহলে বৃত্তাকার বোর্ডের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times (14)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 616$ বর্গ সে.মি.



কেটে নেওয়া বৃত্তকার অংশদ্বয়ের ক্ষেত্রফল $= 2\times\pi r^2 = 2\times\frac{22}{7}\times(1.5)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 14.14$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং কেটে নেওয়া আয়তাকার অংশে ক্ষেত্রফল $= 3\times1$ বর্গ সে.মি.

$= 3$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বোর্ড থেকে কেটে নেওয়া অংশগুলোর ক্ষেত্রফল $= (14.14 + 3)$ বর্গ সে.মি. $= 17.14$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বোর্ডের বাকি অংশের ক্ষেত্রফল $= (616 - 17.14)$ বর্গ সে.মি. $= 598.86$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

সমস্যা-৭। 5.5 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট সমবৃত্তিক বেলনের উচ্চতা 8 সে.মি.। বেলনটির সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ($\pi = 3.14$)।

সমাধান : প্রদত্ত সমবৃত্তভূমিক বেলনের ব্যাসার্ধ, $r = 5.5$ সে.মি. ও উচ্চতা, $h = 8$ সে.মি.

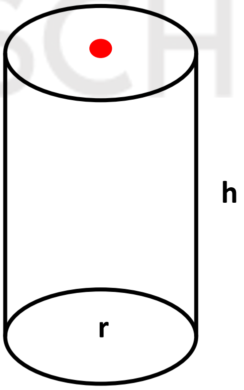
আমরা জানি, সমবৃত্তভূমিক বলনের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গ একক

$= 2\times3.14\times5.5(5.5 + 8)$ বর্গ সে.মি.

$= (2\times3.14\times5.5\times13.5)$ বর্গ সে.মি.

$= 466.29$ বর্গ সে.মি.

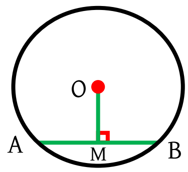
$\therefore$ বেলনটির সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 466.29 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**



Type-6

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১।



OM = 6 সে. মি., AB = 16 সে. মি., হলে OA এর দৈর্ঘ্য কত?

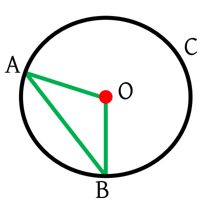
(ক) 10 সে. মি. (খ) 14 সে. মি. (গ) 96 সে. মি. (ঘ) 10 সে. মি.

২।

চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র হলে CD এর দৈর্ঘ্য কত সে. মি.?

(ক) 4 সে. মি. (খ) 6 সে. মি. (গ) 8 সে. মি. (ঘ) 10 সে. মি.

৩। চিত্রে O কেন্দ্র এবং $\angle AOB = 100^0$ হলে $\angle OAB$ = কত?



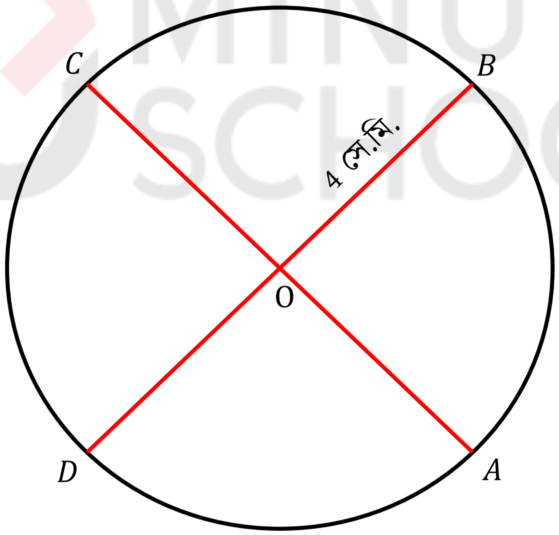
(ক) 80^0 (খ) 60^0 (গ) 50^0 (ঘ) 40^0

Type-5

আরো কিছু গাণিতিক সমস্যাবলি

সমস্যা-১। পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে O কেন্দ্রবিশিষ্ট 4 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁক। বৃত্তের উপরে বিভিন্ন জায়গায় কয়েকটি বিন্দু A, B, C, D নিয়ে কেন্দ্রদ থেকে বিন্দুগুলো পর্যন্ত রেখাংশগুলো আঁক। রেখাংশগুলোর দৈর্ঘ্য পরিমাপ কর। কী লক্ষ কর ?

সমাধান : পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে 4 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তটি আঁকি।



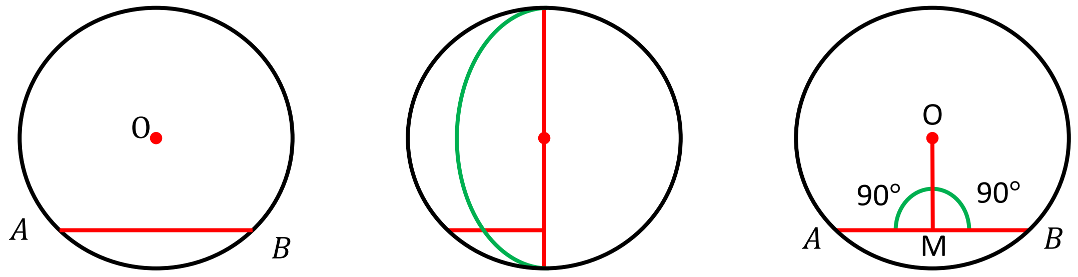
এখন বৃত্তের উপর বিভিন্ন জায়গায় কয়েকটি বিন্দু A, B, C, D নিয়ে কেন্দ্র থেকে বিন্দুগুলোর দৈর্ঘ্য স্কেল দিয়ে পরিমাপ করে দেখা যায় যে সবগুলো রেখাংশের দৈর্ঘ্যেই 4 সে.মি.

মন্তব্য : একই বৃত্তের সকল ব্যাসার্ধ্য পরস্পর সমান।

সমস্যা-২। ট্রেসিং কাগজে যেকোনো ব্যাসার্ধ্যের একটি বৃত্ত আঁক। O, বৃত্তের কেন্দ্র নাও। ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা AB আঁক। O বিন্দুর মধ্য দিয়ে কাগজটি এমনভাবে ভাজ করও যেন, জ্যা-এর প্রান্তবিন্দুদ্বয় A ও B মিলে যায়। ভাঁজ বরাবর রেখাংশ OM আঁক যা জ্যাকে M বিন্দুতে ছেদ করে। তা হলে M জ্যা এর মধ্যবিন্দু। $\angle OMA$ ও $\angle OMB$ কোণ্গুলো পরিমাপ কর। এরা প্রত্যেকে কি এক সমকোণের সমান?

সমাধান : ট্রেসিং কাগজে যে কোণ ব্যাসার্ধ্যের একটি বৃত্ত আঁকি। O, বৃত্তের কেন্দ্র। ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা AB আঁকি। O বিন্দুর মধ্য দিয়ে কাগজটি এমনভাবে ভাঁজ করি যেন জ্যা এর প্রান্তবিন্দুদ্বয় A ও B মিলে যায়। ভাঁজ বরাবর রেখাংশ OM আঁকি। যা জ্যাকে M বিন্দুতে ছেদ করে। এখন চাঁদা এর সাহায্যে কোণ $\angle OMA$ ও $\angle OMB$ পরিপাপ করি। মেপে দেখা যাচ্ছে যে,

$\angle OMA = \angle OMB =$ এক সমকোণ।



বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত

$d =$ ব্যাস

$c =$ পরিধি

হলে,

এদের অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা যাকে গ্রীক অক্ষের π (পাই) দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

অর্থাৎ, বৃত্তের পরিধি c ও ব্যাস d হলে অনুপাত $\frac{c}{d} = \pi$

বা, $c = \pi d$

এবং আমরা যদি বৃত্তের ব্যাসার্ধ r ধরি

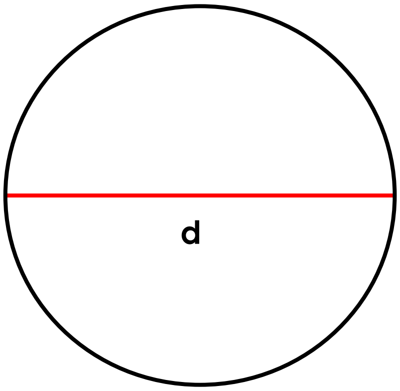
তাহলে $d = 2r$

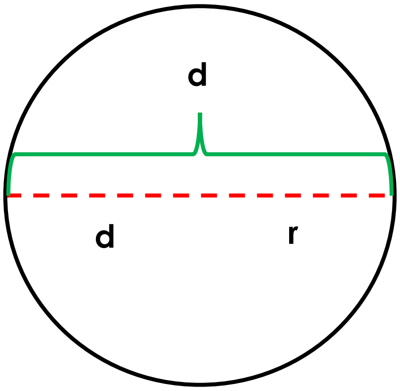
সুতরাং

$$c = \pi d$$

বা, $c = 2\pi r \quad [d = 2r]$

তাহলে পরিধির সূত্র দাঁড়ায় $c = 2\pi r$

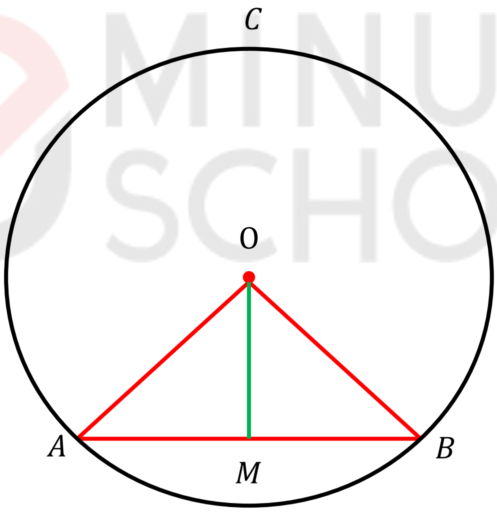




সমস্যা-৩। প্রমাণ করও যে, বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা-এর উপর অংকিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

সমাধান : সাধারণ নির্বাচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোন জ্যা এর উপর অংকিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত। AB ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা। OM, AB এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, M বিন্দু AB জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে অর্থাৎ



অংকন : O, A ও O, B যোগ করি।

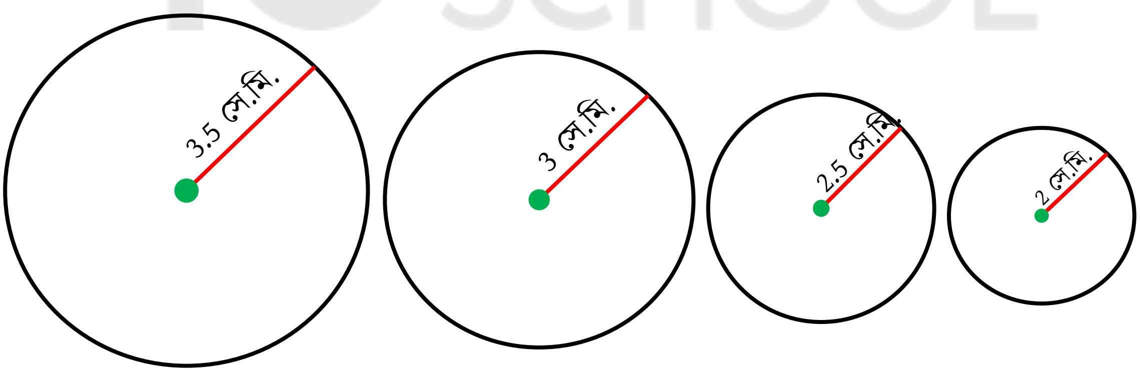
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১। যেহেতু $OM \perp AB$	
$\therefore \angle OMA = \angle OMB =$ এক সমকোণ।	
২। এখন, ΔOMA ও ΔOMB-এ	
$OA = OB$	একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ্য বলে
OM সাধারন বাহু	
এবং $\angle OMA = \angle OMB$	ধাপ ১ হতে
$\therefore \Delta OMA = \Delta OMB$	বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য
$\therefore AM = BM$ (প্রমাণিত)	

সমস্যা-৪। তোমরা পছন্দমতো ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধ্যের তিনটি করে বৃত্ত আঁক এবং ব্যাসার্ধ্য ও পরিধি পরিমাপ করে নিচের সারণিটি পূরণ কর। পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত কি ধ্রুবক বলে মনে হয়?

সমাধান – এখন নিচের ছকে তথ্যগুলো স্থাপন করি -

বৃত্ত	ব্যাসার্ধ – সে.মি.	পরিধি – সে.মি.	ব্যাস – সে.মি.	পরিধি/ব্যাস
1	3.5	22.0	7.0	22.0/7.0 = 3.42
2	3.0	18.8	6.0	18.8/6.0 = 3.13
3	2.5	15.7	5.0	15.7/5.0 = 3.14
4	2.5	12.5	4.0	12.5/4.0 = 3.125

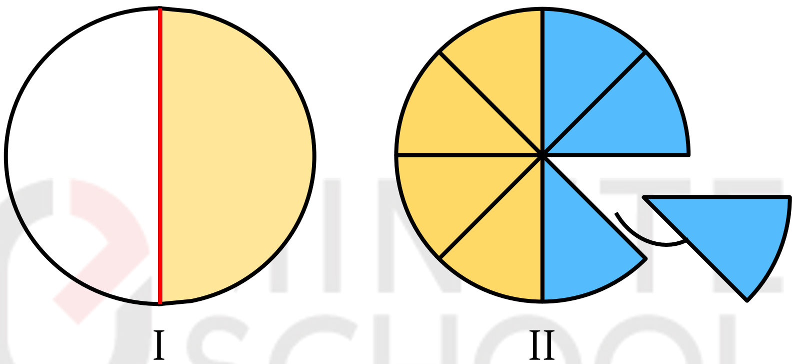


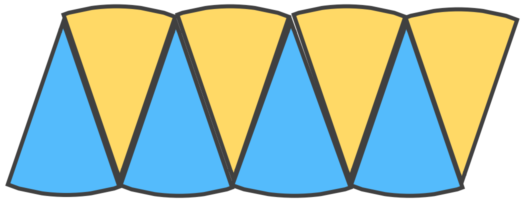
3.0 সে.মি., 2.5 সে.মি. ও 2.0 সে.মি. ব্যাসার্ধের তিনটি বৃত্ত আঁকি। পরে সুতা দিয়ে তাদের পরিধি যথাক্রমে 18.8 সে.মি., 15.7 সে.মি. ও 12.5 সে.মি.।

মন্তব্যঃ পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যার মত মনে হচ্ছে। হয়তো আমাদের আমাদের পরিমাপের ভূলের জন্য ধ্রুবক মানটি ভিন্ন হচ্ছে।

সমস্যা-৫।

(ক) কাগজে চিত্রের ন্যায় একটি বৃত্ত এঁকে এর অর্ধাংশ রঙ কর। এবার বৃত্তটি মাঝ বরাবর প্রর়যায়ক্রমে তিনবার ভাঁজ কর এবং ভাঁজ বরাবর কেটে নাও। বৃত্তটি সমান আটটি অংশে বিভক্ত হলো। বৃত্তের টুকরোগুলোকে চিত্রের ন্যায় সাজালে কী পাওয়া যায়? একটি সামন্ততরিকের মতো নয় কি?

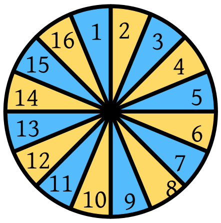


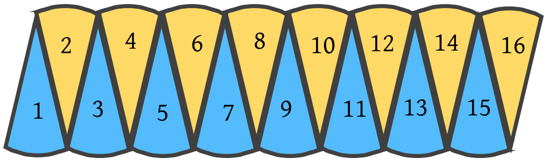


সমাধানঃ চিত্রের কাজগুলো নিজে করি।

প্রশ্নের মতো করে ভাঁজ করে কেটে নিয়ে পাশাপাশি করে সাজালে একটি সামন্তরিকের মত আকৃতি পাওয়া যায়।

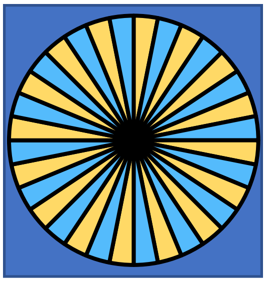
(খ) বৃত্তটি সমান ষোলটি অংশে বিভক্ত করে একইভাবে সাজাও। সাজানোর ফলে কী পেয়েছো?

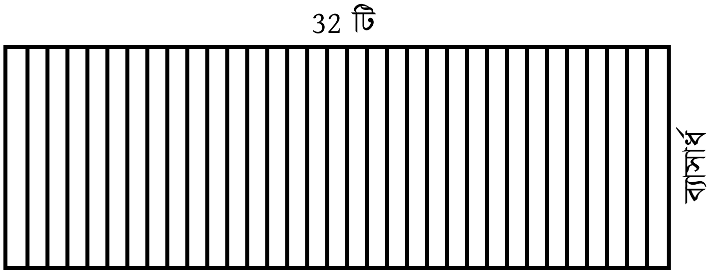




সমাধানঃ ষোলটি অংশে বিভক্ত করে পাশাপাশি সাজালে এবার ও একটি সামন্তরিক পাওয়া যায়। তবে আগের চেয়ে আরো ভালো আকৃতির সামন্তরিক তৈরি হয়।

(গ) বৃত্তটি সমান চৌষট্টি অংশে বিভক্ত করে একইভাবে সাজাও। সাজানোর ফলে কী পেয়েছো? প্রায় একটি আয়তক্ষেত্র কী?





সমাধানঃ চৌষট্টি অংশে বিভক্ত করে অনুরূপভাবে সাজালে যে আকৃতি হবে তাকে মোটামুটিভাবে আয়তক্ষেত্র ধরা যাবে।

(ঘ) আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত? ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান: বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল

= দৈর্ঘ্য X প্রস্থ = পরিধির অর্ধেক X ব্যাসার্ধ = $\frac{1}{2}$ X $2\pi r\ X\ r = \pi r^2$

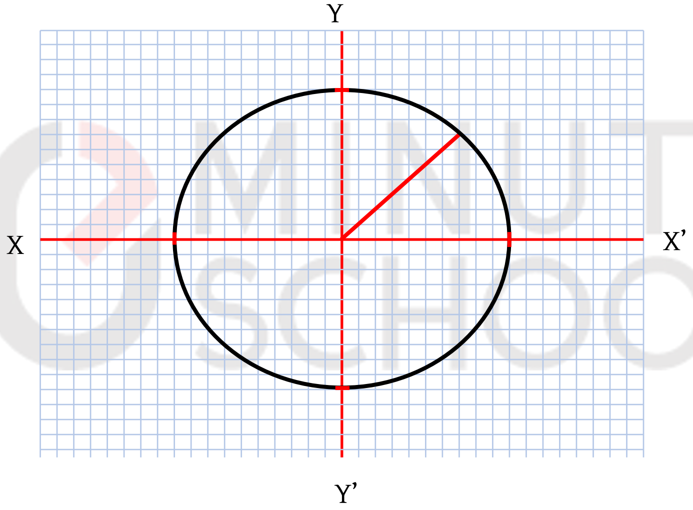
সুতরাং বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr^2

∴ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য হবে, বৃত্তটির পরিধির অর্ধেক এবং প্রস্থ হবে বৃত্তটির ব্যাসের সমান।

সমস্যা-৬।

(ক) গ্রাফ কাগজে 5 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অংকন কর। ক্ষুদ্রতম বর্গগুলো গণনা করে বৃত্তক্ষেত্রটির আনুমানিক ক্ষেত্রফল বের কর।

সমাধান: 5 সে.মি. ব্যাসার্ধ ধরে গ্রাফ কাগজে বৃত্তটি আঁকা হলো। গণনা করে দেখা গেল বৃত্তক্ষেত্রটির মধ্যে মোট 706 টি ক্ষুদ্র বর্গ ঘর আছে এবং ক্ষুদ্র বর্গগুলোর বাহুর দৈর্ঘ্য মেপে পাওয়া গেল $\frac{1}{3}$ সে.মি.।



$\therefore$ প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{1}{9}$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ 706 টি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 706 \times \frac{1}{9}$ বর্গ সে.মি.

$= 78.44$ বর্গ সে.মি.

(খ) একই বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর। নির্ণীত ক্ষেত্রফল ও আনুমানিক ক্ষেত্রফলের পার্থক্য বের কর।

সমাধান: অংকিত বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $r = 5$ সে.মি.

$\therefore$ সুত্রের সাহায্যে বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ সে.মি.

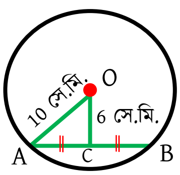
$= 3.1416 \times 5^2$ বর্গ সে.মি.

$= 78.54$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ সূত্রের সাহায্যে প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল ও আনুমানিক ক্ষেত্রফলের পার্থক্য $= (78.54 - 78.44)$ বর্গ সে.মি.

$= 0.10$ বর্গ সে.মি.

৪। চিত্রে AB এর দৈর্ঘ্য কত সে. মি.?



(ক) 4 সে. মি. (খ) 6 সে. মি. (গ) 16 সে. মি. (ঘ) 20 সে. মি.

৫। বৃত্তের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্যকে কি বলে?

(ক) জ্যা

(খ) ব্যাস

(গ) চাপ

(ঘ) পরিধি

৬। একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে কয়টি চাপে বিবক্ত করে?

(ক) ১

(খ) ২

(গ) ৩

(ঘ) অসংখ্য

৭। কোনো জ্যা বৃত্তেকে কয়টি চাপে বিভক্ত করে?

(ক) একটি

(খ) দুইটি

(গ) তিন্টি

(ঘ) চারটি

৮। কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তাদের ছেদ বিন্দু বৃত্তটির -

(ক) জ্যা

(খ) কেন্দ্র

(গ) চাপ

(ঘ) পরিধি

৯। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে বিন্দু AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু হলে ∠ODB = কত?

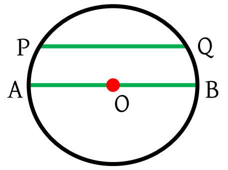
(ক) ৪৫^0

(খ) ৬০^0

(গ) ৯০^0

(ঘ) ১৮০^0

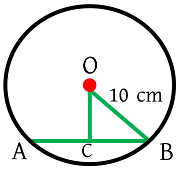
১০।



উপরের বৃত্তটির কেন্দ্র ‘O’ এবং ব্যাস -

(ক) PQ (খ) AO (গ) AB (ঘ) ABPQ

১১।



চিত্রে OC ⊥ AB এবং AB = 16 cm হলে OC =কত?

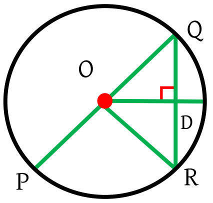
(ক) 2cm

(খ) 5cm

(গ) 6cm

(ঘ) 8cm

১২। চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র, OD ⊥ QR OP = 5 cm, OD = 3 cm হলে -



i. PQ = 10 cm

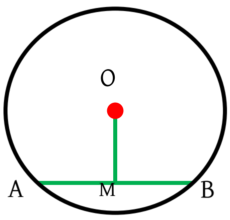
ii. QR = 8 cm

iii. OR = 4 cm

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) I, ii ও iii

১৩। চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OM ⊥ AB হলে -



i. বৃত্তটির ব্যাস AB

ii. $\angle OMA = \angle OMB = 1$ সমকোণ

iii. AM = BM

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) I, ii ও iii

১৪। বৃত্তের ব্যাস হলো-

i. বৃত্তের জ্যা

ii. ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ

iii. কেন্দ্রগামী জ্যা

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

(খ) ii ও iii

(গ) i ও iii

(ঘ) I, ii ও iii

১৫। বৃত্তের -

i. যে কনো জ্যা – এর লম্বদ্বিখন্ডক কেন্দ্রগামী

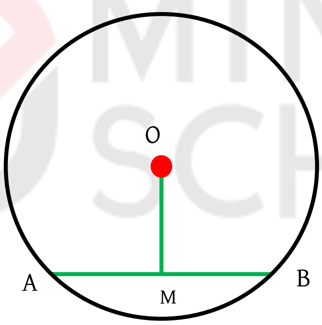
ii. ব্যাস ব্যাসার্ধের অর্ধেক

iii. কোনো ছেদক বৃত্তকে দুইটির বাশি বিন্দুতে ছেদ করতে পারে না

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) I, ii ও iii

১৬। OM ⊥ AB হলে -



i. OB = OM

ii. AM = BM

iii. $\angle OMA = \angle OMB$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii

(গ) i ও iii (ঘ) I, ii ও iii

১৭। বৃত্তের -

i. কেন্দ্র থেকে জ্যা-এর উপর লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে

ii. যে কোনো সরলরেখা দুয়ের অধিক বিন্দুতে ছেদ করতে পারে

iii. ব্যাস ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) I, ii ও iii

১৮। ছোট বৃত্তের -

i. ব্যাস ছোট

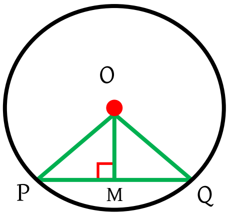
ii. ব্যাসার্ধ বড়

iii. পরিধি ছোট

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) I, ii ও iii

■ চিত্রে PQ = 10 সে.মি. OM = 6 সে. মি.



১৯। MQ এর মান কত?

(ক) 2cm (খ) 5cm (গ) 6cm (ঘ) 8cm

বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে $OM \perp PQ$

সুতরাং M, PQ এর মধ্যবিন্দু

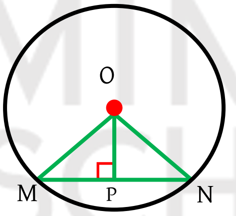
$\therefore MQ = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} \times 10$ সে.মি. = 5 সে.মি.

২০। ΔOPM এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 15 বর্গ সে.মি.
(খ) 30 বর্গ সে.মি.
(গ) 60 বর্গ সে.মি.
(ঘ) 120 বর্গ সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে (২১ ও ২২) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

চিত্রে $MN = 12$ সে.মি.
এবং $OP = 8$ সে.মি.



২১। PN এর মান কত ?

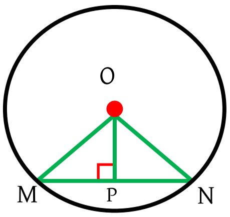
(ক) 6 বর্গ সে.মি.
(খ) 3 বর্গ সে.মি.
(গ) 5 বর্গ সে.মি.
(ঘ) 12 বর্গ সে.মি.

২২। ΔOPM এর ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 96 বর্গ সে.মি.
(খ) 24 বর্গ সে.মি.
(গ) 48 বর্গ সে.মি.
(ঘ) 20 বর্গ সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে (২৩ ও ২৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $OE \perp AB$.



২৩। ∠OEA এর মান কত ?

(ক) 0° (খ) 45°

(গ) 90° (ঘ) 180°

২৪। বৃত্তের ব্যাসর্ধ্য --

i. ব্যাস ছোট
ii. ব্যাসার্ধ বড়
iii. পরিধি ছোট

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

(খ) ii ও iii

(গ) i ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

২৫। 'O' কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। OM ⊥ AB, ON ⊥ CD হলে নিচের কোনটি সঠিক ?

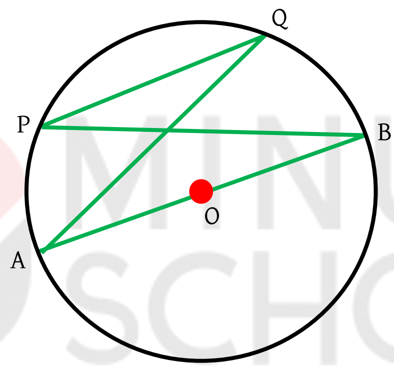
(ক) $\mathrm{OM} < ON$

(খ) $\mathrm{OM} = ON$

(গ) $\mathrm{AM} = ON$

(ঘ) $\mathrm{OM} = AN$

২৬।



চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র ।

বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা কোনটি?

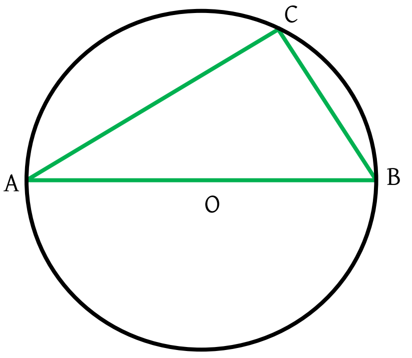
(ক) PQ

(খ) BP

(গ) AQ

(ঘ) AB

২৭।



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস এবং AC ও BC জ্যা হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $AB > AC + BC$

(খ) $AB < AC$

(গ) $AB < BC$

(ঘ) $AB > AC$

২৮। AB বৃত্তের ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা হলে নিচের কোনটি সঠিক ?

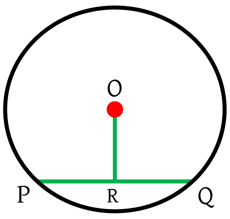
(ক) $AC = BC$

(খ) $AB = AC$

(গ) $AB = BC$

(ঘ) $AB > CD$

২৯।



চিত্রে $OR \perp PQ$ ও $PQ = 10$ সে.মি. হলে,

$QR =$ কত সে.মি.?

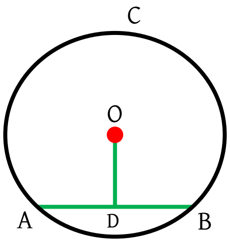
(ক) 5

(খ) 8

(গ) 9

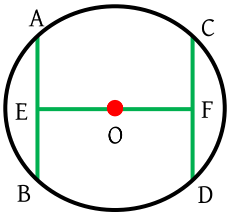
(ঘ) 10

৩০। O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে $OD \perp$AB ও AB $= 16$ সে.মি. এবং $OD = 6$ সে.মি. হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ্য কত সে.মি.?



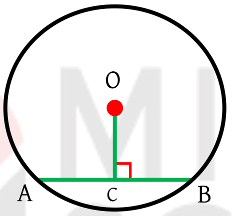
(ক) 10 (খ) 14 (গ) 17 (ঘ) 22

৩১। OE=OF, AB=6 সে.মি. হলে, CF= কত?



(ক) 3 (খ) 4 (গ) 7 (ঘ) 22

৩২। পাশের চিত্রে $OC \perp AB$ হলে AC ও BC এর সম্পর্ক কোনটি?

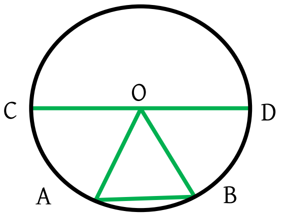


(ক) $AC = BC$ (খ) $AC > BC$

(গ) $AC < BC$ (ঘ) $AC \neq BC$

৩৩। চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে-

i. AB ব্যাস
ii. OA = OD
iii. CD > AB



নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) I, ii ও iii

৩৪। বৃত্তের ক্ষেত্রে -

i. দুইটি সমান্তরাল জ্যা –এর মধ্যবিন্দু সংযোজক সরল রেখা কেন্দ্রগামী
ii. দুইটি সমান্তরাল জ্যা –এর মধ্যবিন্দু সংযোজক সরল রেখা জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব
iii. বৃত্তের সকল জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii
(খ) ii ও iii
(গ) i ও iii
(ঘ) I, ii ও iii

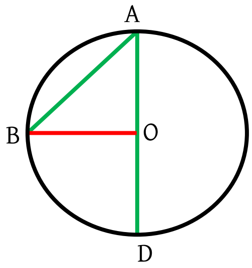
৩৫। বৃত্তের জন্য -

i. সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরব্ররতী
ii. কেন্দ্র হতে লম্ব আঁকলে জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে
iii. সমান সমান জ্যা গুলোর মধ্যবিন্দু সমবৃত্তীয়

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii
(খ) ii ও iii
(গ) i ও iii
(ঘ) I, ii ও iii

৩৬। চিত্রে -



i. $\angle BOD = \angle OAB + \angle OBA$

ii. $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$

iii. $\angle OAB = \angle OBA$

নিচের কোনটি সঠিক?

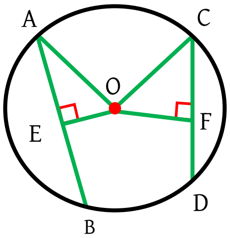
(ক) i ও ii

(খ) ii ও iii

(গ) i ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

৩৭। চিত্রে বৃত্তে OE = OF হলে



i. $AB = CD$

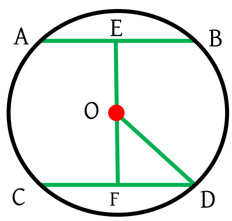
ii. $AE = CF$

iii. $\Delta OAE = \Delta OCF$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের চিত্রের আলোকে (৩৮ – ৪০) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ



চিত্রে AB = CD = 6 সে.মি., OE = 4 সে.মি. এবং F, CD এর মধ্যবিন্দু। O বৃত্তের কেন্দ্র।

৩৮। BE এর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 6 সে.মি

(খ) 3 সে.মি

(গ) 10 সে.মি

(ঘ) 12 সে.মি

৩৯। বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেন্টিমিটার?

(ক) 78.5

(খ) 28.27

(গ) 50.27

(ঘ) 113.10

৪০। বৃত্তের ব্যাস কত?

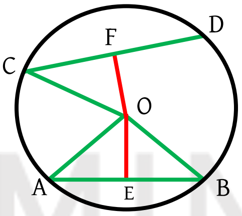
(ক) 6 সে.মি

(খ) 8 সে.মি

(গ) 10 সে.মি

(ঘ) 12 সে.মি

নিচের চিত্রের আলোকে (৪১ – ৪২) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ



চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র, AB = CD, OE ⊥ AB এবং OF ⊥ CD

৪১। OE ও OF এর মধ্যে সম্পর্ক কোনটি?

(ক) অসমান

(খ) সমান

(গ) ব্যাসার্ধ

(ঘ) পরিধি

৪২। ∠BEO = কত ডিগ্রী?

(ক) 0^0

(খ) 45^0

(গ) 90^0

(ঘ) 100^0

৪৩। বৃত্তে ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অংকন করলে এরা পরস্পর কীরূপ হয়য়?

(ক) সরল রেখা

(খ) ব্যাস হয়

(গ) সমান্তরাল

(ঘ) অসমান্তরাল হয়

৪৪। ABC বৃত্তের কেন্দ্র O, AB ব্যাস ভিন্ন জ্যা এবং $OM \perp AB$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

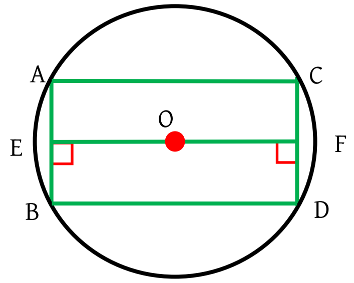
(ক) $OM \parallel AB$

(খ) $OM = \frac{1}{2}AB$

(গ) $OM = AB$

(ঘ) $AM = BM$

৪৫। চিত্রে $OE = OF$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?



(ক) $AB > CD$

(খ) $AB \geq CD$

(গ) $AB = CD$

(ঘ) $AB \leq CD$

৪৬। O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB জ্যা এর দৈর্ঘ্য 16 সে.মি. এবং $OM \perp AB$ হলে BM এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি. হবে?

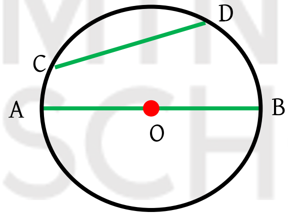
(ক) 8

(খ) 16

(গ) 32

(ঘ) 64

৪৭। বৃত্তটি O কেন্দ্র বিশিষ্ট হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?



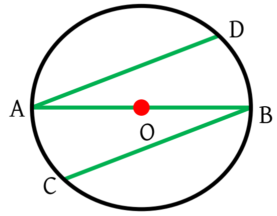
(ক) $AB = CD$

(খ) $AB < CD$

(গ) $CD < AB$

(ঘ) $AC = BD$

৪৮। চিত্রে AB ব্যাস এবং $AD \parallel CB$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?



(ক) $AD \perp CB$

(খ) $AD = BC$

(গ) $AD > BC$

(ঘ) $AD < BC$

৪৯। একটি গাড়ির চাকার পরিধি 5.15 মিটার হলে, চাকাটির ব্যাস কত?

(ক) 0.82 মিটার

(খ) 0.96 মিটার

(গ) 1.28 মিটার

(ঘ) 1.64 মিটার

৫০। একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি., উচ্চতা 6 সে.মি.। বেলনটির বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 75.36 বর্গ সে.মি.

(খ) 150.72 বর্গ সে.মি.

(গ) 226.08 বর্গ সে.মি.

(ঘ) 301.11 বর্গ সে.মি.

৫১। একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি., উচ্চতা 7 সে.মি. বেলনটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 25π

(খ) 50π

(গ) 70π

(ঘ) 120π

৫২। 12 সে.মি. ব্যাসের বৃত্তের পরিধি কত?

(ক) 18.84 সে.মি.

(খ) 37.68 সে.মি.

(গ) 113.76 সে.মি.

(ঘ) 452.16 সে.মি.

৫৩। একটি বৃত্তের ব্যাস 2 সে.মি. হলে তার পরিধি কত?

(ক) 3.14 সে.মি.

(খ) 6.28 সে.মি.

(গ) 12.57 সে.মি.

(ঘ) 25.13 সে.মি.

৫৪। 1256 বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাস কত সে.মি.?

(ক) 400.

(খ) 40

(গ) 20

(ঘ) 10

৫৫। 6 সে.মি. ব্যাসাবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 6π বর্গ সে.মি.

(খ) 9π বর্গ সে.মি.

(গ) 12π বর্গ সে.মি.

(ঘ) 36π বর্গ সে.মি.

৫৬। 1760 সে.মি. ব্যাসের একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কোনটি?

(ক) 112.7 বর্গ মিটার

(খ) 1500.26 বর্গ মিটার

(গ) 160.79 বর্গ মিটার

(ঘ) 243.16 বর্গ মিটার

৫৭। 6 সে.মি. ব্যাসাবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি কত?

(ক) 18.84 সে.মি.

(খ) 37.69 সে.মি.

(গ) 113.09 সে.মি.

(ঘ) 226.19 সে.মি.

৫৮। একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি., উচ্চতা 7 সে.মি.। বেলন্টির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 75.36 বর্গ সে.মি.

(খ) 150.72 বর্গ সে.মি.

(গ) 226.08 বর্গ সে.মি.

(ঘ) 301.11 বর্গ সে.মি.

৫৯। বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2r হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) $2\pi r$

(খ) $4\pi r$

(গ) πr^2

(ঘ) $4\pi r^2$

৬০। কোন বৃত্তের ব্যাস 2r হলে বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) $2\pi r$

(খ) $4\pi r$

(গ) πr^2

(ঘ) $4\pi r^2$

৬১। একটি বৃত্তের ব্যাস সে. মি. হলে এর পরিধি কত সে. মি.?

(ক) 3.14

(খ) 31.4

(গ) 62.8

(ঘ) 314

৬২। একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের উচ্চতা 5 সে.মি. ভুমির ব্যাসার্ধ 2 সে.মি.। বেলন্টির বক্রতলের ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি?

(ক) 10.2 বর্গ সে.মি.

(খ) 31.4 বর্গ সে.মি.

(গ) 40.3 বর্গ সে.মি.

(ঘ) 62.8 বর্গ সে.মি.

৬৩। বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সূত্র নিচের কোনটি?

(ক) πr^2 বর্গ একক

(খ) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ বর্গ একক

(গ) $2\pi r h$ বর্গ একক

(ঘ) $\pi r h$ বর্গ একক

৬৪। একটি বৃত্তাকার বাগানের ব্যাস 20 ফুট । বাগানটির বাইরে চতুর্দিকে 3 ফুট চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত ব্ররগ ফুট?

(ক) 9π

(খ) 51π

(গ) 60π

(ঘ) 69π

৬৫। একটি বৃত্তের ও ব্যাসের অনুপাত কত?

(ক) $2\pi r$

(খ) 2r

(গ) r

(ঘ) π

৬৬। বৃত্তের কেন্দ্রে সৃস্ট কোণের পরিমাপ কত?

(ক) 90^0

(খ) 180^0

(গ) 270^0

(ঘ) 360^0

৬৭। π (পাই) এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) মূলদ সংখ্যা

(খ) অমূলদ সংখ্যা

(গ) স্বাভাবিক সংখ্যা

(ঘ) পূর্ণ সংখ্যা

৬৮। বৃত্তের বৃহত্তম জ্যাকে কি বলে?

(ক) ব্যাসার্ধ

(খ) ব্যাস

(গ) স্পর্শক

(ঘ) পরিধি

৬৯। বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাতকে π (পাই) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(ক) মূলদ সংখ্যা

(খ) অমূলদ সংখ্যা

(গ) স্বাভাবিক সংখ্যা

(ঘ) পূর্ণ সংখ্যা

৭০। π (পাই) এর মান কত?

(ক) 0.31416

(খ) 3.1416

(গ) 3.1516

(ঘ) 31.416

৭১। 6 সে. মি. ব্যাসের বৃত্তের পরিধি কত?

(ক) 9.42 সে.মি.
(খ) 28.26 সে.মি.
(গ) 18.84 সে.মি.
(ঘ) 113.04 সে.মি.

৭২। বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 সে. মি. হলে পরিধি কত সে. মি.?

(ক) 9.42 সে.মি.
(খ) 28.26 সে.মি.
(গ) 18.84 সে.মি.
(ঘ) 113.04 সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৩ ও ৭৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

8 সে. মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভুমিক বেলনের উচ্চতা 12 সে. মি.।

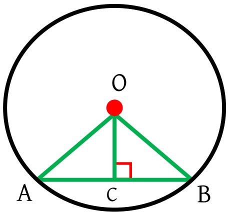
৭৩। বেলনের প্রান্ততলের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 25.12 বর্গ সে.মি.
(খ) 50.24 বর্গ সে.মি.
(গ) 64.00 বর্গ সে.মি.
(ঘ) 200.96 বর্গ সে.মি.

৭৪। বেলনটির বক্রপৃষ্টের ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 96 বর্গ সে.মি.
(খ) 192 বর্গ সে.মি.
(গ) 301.44 বর্গ সে.মি.
(ঘ) 602.88 বর্গ সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৫ ও ৭৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ



চিত্রে OA = 13 সে.মি. এবং OC = 5 সে.মি.।

৭৫। AB এর মান কত?

(ক) 12

(খ) 24

(গ) 65

(ঘ) 194

৭৬। $\angle OAB = 60^0$ হলে AOB কী ধরনের ত্রিভুজ?

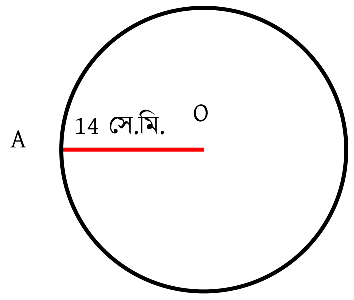
(ক) সমবাহু

(খ) বিসমবাহু

(গ) সমকোণী

(ঘ) সুক্ষকোণী

নিচের তথ্যের আলোকে (৭৭ ও ৭৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ



৭৭। বৃত্তটির পরিধি কত সে.মি.?

(ক) 44

(খ) 88

(গ) 176

(ঘ) 616

৭৮। বৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 616 বর্গ সে. মি.

(খ) 176 বর্গ সে. মি.

(গ) 88 বর্গ সে. মি.

(ঘ) 44 বর্গ সে. মি.

৭৯। কোন সমতলে -

i. দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে অসংখ্য বৃত্ত আঁকা যায়

ii. সমরেখ নয় এমন তিনটি বিন্দু দিয়ে কেবল একটিই বৃত্ত আঁকা যায়

iii. একটি সরলরেখা কোন বৃত্তকে দুইটির বেশি বিন্দুতে ছেদ করতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii, iii

৮০। $2r$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের -

i. পরিধি $4\pi r$ একক

ii. ব্যাস $4r$ একক

iii. ক্ষেত্রফল $= 2\pi r^2$ বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii, iii

সমাধান :

(i) সঠিক ; আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ একক $= 2\pi \times 2r$ একক $[\because r = 2r]$
$= 4\pi r$ একক

(ii) সঠিক ; বৃত্তের ব্যাস $= 2(2r)$ একক $= 2\times 2r$ একক $=$ $4r$

(iii) সঠিক নয় ; বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গএকক $=$ $\pi\times(2r)^2$ বর্গএকক $=$
$4\pi r^2$ বর্গ একক

৮১।। 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 6 সে.মি. দৈর্ঘ্যের জ্যা এর দূরত্ব কত সে.মি. ?

ক. 6 খ. 3 গ. 2 ঘ. 0

সমাধান :

বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 3$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাস, $2r = (2\times3)$ সে.মি. $= 6$ সে.মি.

বৃত্তের জ্যা এর দৈর্ঘ্য $= 6$ সে.মি. অতএব, দূরত্ব $= 0$ সে.মি.

৮২। একক ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল -

ক. 1 বর্গ একক খ. 2 বর্গ একক গ. π বর্গ একক ঘ. π^2 বর্গ একক

সমাধান :

আমরা জানি,

বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক $= \pi.1^2$ বর্গএকক $= \pi$ বর্গএকক

৮৩। কোন বৃত্তের পরিধি 23 সে.মি. হলে এর ব্যাসার্ধ কত ?

ক. 2.33 সে.মি. (প্রায়) খ. 3.66 সে.মি. (প্রায়)

গ. 7.32 সে.মি. (প্রায়) ঘ. 11.5 সে.মি. (প্রায়)

সমাধান : প্রশ্নমতে, $2\pi r = 23$ বা, $r = \frac{23}{2\times3.1416}$

$\therefore r = 3.66$ সে.মি. (প্রায়)

৮৪। 3 সে.মি. এবং 2 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এক কেন্দ্রিক দু'টি বৃত্তক্ষেত্রের পরিধিদ্বয়ের মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. ?

ক. π খ. 3π গ. 4π ঘ. 5π

সমাধান :

3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi.3^2$ বর্গ সে.মি. $= 9\pi$ বর্গ সে.মি.

এবং 2 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi.2^2$ বর্গ সে.মি. $= 4\pi$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তক্ষেত্রের পরিধিদ্বয়ের মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল $= (9\pi - 4\pi)$ বর্গ সে.মি. $= 5\pi$ বর্গ সে.মি.

৮৫। 3 সে.মি. এবং 2 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এক কেন্দ্রিক দু'টি বৃত্তক্ষেত্রের পরিধিদ্বয়ের মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. ?

ক. π

খ. 3π

গ. 4π

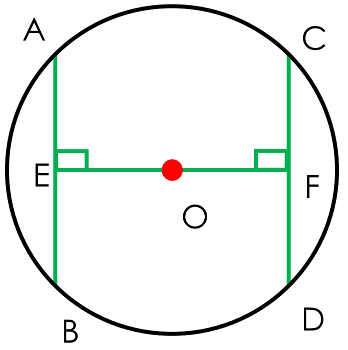
ঘ. 5π

সমাধান :

3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi.3^2$ বর্গ সে.মি. $= 9\pi$ বর্গ সে.মি.

এবং 2 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi.2^2$ বর্গ সে.মি. $= 4\pi$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তক্ষেত্রের পরিধিদ্বয়ের মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল $= (9\pi - 4\pi)$ বর্গ সে.মি. $= 5\pi$ বর্গ সে.মি.



চিত্রের আলোকে ৮৬-৮৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

চিত্রে O বৃত্তটির কেন্দ্র। $BE = 4\ cm$

৮৬। $OE = OF$ হলে, $CD =$ কত সে.মি. ?

ক. $3\ cm$

খ. $4\ cm$

গ. $6\ cm$

ঘ. $8\ cm$

৮৭। $AB = CD$ এবং $OE = 3$ সে.মি. হলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত সে.মি. ?

ক. 3

খ. 4

গ. 5

ঘ. 6

৮৮। $AB > CD$ হলে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. $CF < BE$

খ. $OE > OF$

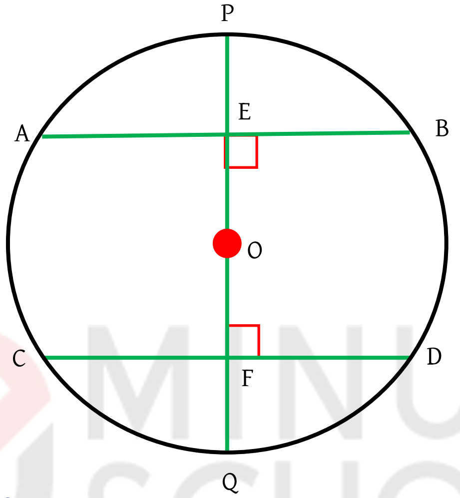
গ. $OE < OF$

ঘ. $OE = OF$

Type-7

সৃজনশীল প্রশ্ন

১।



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PQ ব্যাস।

ক) বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে এর পরিধি নির্ণয় কর।

খ) প্রমাণ কর যে, $PQ > CD$

গ) $AB > CD$ হলে, প্রমাণ কর যে, $OE < OF$

সমাধান

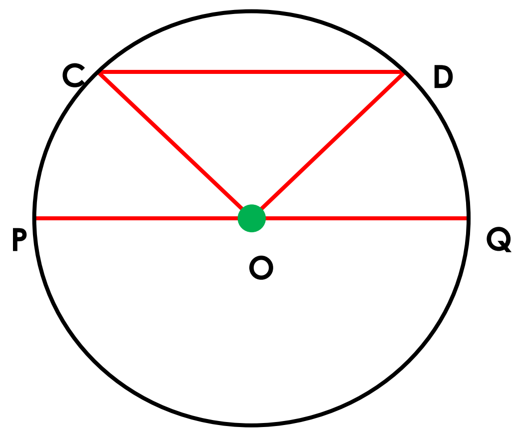
ক) বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে পরিধি $= 2\pi r$

বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 হলে পরিধি $= 2\pi \times 4$ সে.মি.

$= 2 \times \pi \times 4$

$= 25.1328$ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $PDQC$ একটি বৃত্ত। PQ ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, PQ $> CD$.

অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ: $OP = OQ = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

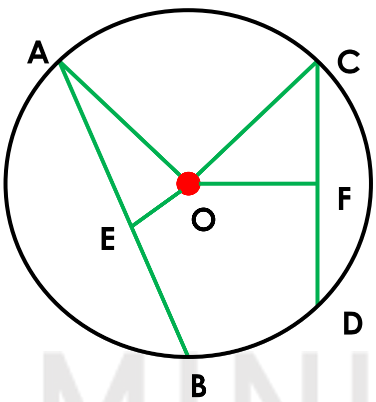
এখন, ΔOCD এ $OC + OD > CD$

বা, $OP + OQ > CD$ [$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহু তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

অর্থাৎ, PQ $> CD$. **(প্রমাণিত)**

গ) **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ও CD এর দুইটি জ্যা এবং $AB > CD$. OE এবং OF কেন্দ্র O হতে যথাক্রমে AB ও CD এর ওপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $OE < OF$.

অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।



প্রমাণ :

O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $OE \perp AB$

$$\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB.$$ [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$$CE = DF = \frac{1}{2}CD$$ [একই কারণে]

এখন, কল্পনা অনুসারে, $AB > CD$

বা, $\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}CD$ [উভয় পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $AE > CF$

$\therefore AE^2 > CF^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

এখন, সমকোণী ΔOAE এবং সমকোণী ΔOCF অতিভুজ যথাক্রমে OA এবং OC.

তাহলে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$OA^2 = OE^2 + AE^2$ এবং $OC^2 = OF^2 + CF^2$

কিন্তু, $OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

তাহলে, $OA^2 = OC^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

অর্থাৎ, $OE^2 + AE^2 = OF^2 +$

CF^2

বা, $AE^2 - CF^2 = OF^2 - OE^2$

যেহেতু, $AE^2 > CF^2$

বা, $AE^2 - CF^2 > 0$

বা, $OF^2 - OE^2 > 0$

বা, $OF^2 > OE^2$

বা, $OF > OE$

$\therefore OE < OF.$

২। O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে জ্যা $PQ =$ জ্যা RS

ক) $OP = 3$ সে.মি. , হলে বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ) প্রমাণ কর যে, PQ ও RS জ্যাদ্বয় কেন্দ্র O থেকে সমদূরবর্তী।

গ) $PQ > RS$ হলে প্রমাণ কর যে, PQ জ্যাটি RS জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

সমাধান

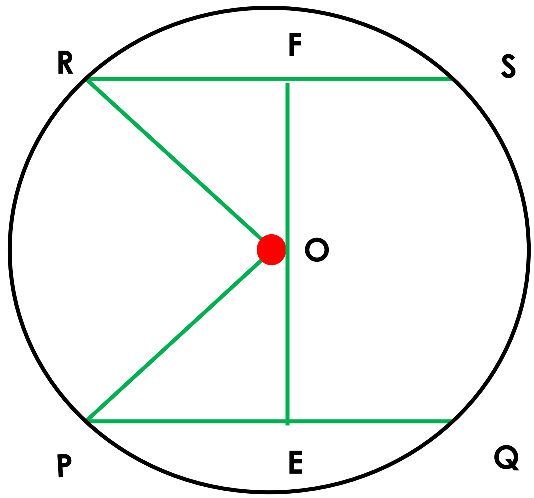
ক) যেহেতু O কেন্দ্র এবং P বৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু তাই OP বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান

বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \times OP^2$ বর্গ সে.মি.

$= \pi \times 3^2$

$= 28.27$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) (উত্তর)

খ)



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PQ ও RS বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে PQ এবং RS জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।

অঙ্কন:

O থেকে PQ এবং RS জ্যা -এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব রেখাংশ আঁকি। O, P এবং O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

$OE \perp PQ$ ও $OF \perp RS$

সুতরাং, $PE = QE$ এবং $RF = SF$

$\therefore PE = \frac{1}{2}PQ$ এবং $RF = \frac{1}{2}RS.$

কিন্তু, $PQ = RS$ বা, $\frac{1}{2}PQ = \frac{1}{2}RS$

$\therefore PE = RF$

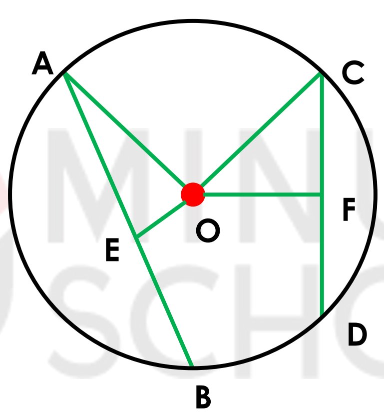
এখন ΔOPE এবং ΔORF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OP = অতিভুজ OR [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

এবং $PE = RF$. [উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta OPE \cong \Delta ORF$

$\therefore OE = OF$. **(প্রমাণিত)**

গ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS একটি বৃত্ত। PQ ও RS এর দুইটি জ্যা এবং $PQ > RS$. OE এবং OF কেন্দ্র O হতে যথাক্রমে PQ ও RS এর ওপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $OE < OF$.

অঙ্কন: O, P এবং O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $OE \perp PQ$

$\therefore PE = QE = \frac{1}{2}PQ$ [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

$RE = SF = \frac{1}{2}RS$ [একই কারণে]

এখন, কল্পনা অনুসারে, $PQ > RS$

বা, $\frac{1}{2}PQ > \frac{1}{2}RS$ [উভয় পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $PE > RF$

$\therefore PE^2 > RF^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

এখন, সমকোণী ΔOPE এবং সমকোণী ΔORF অতিভুজ যথাক্রমে OP এবং OR.

তাহলে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$OP^2 = OE^2 + PE^2$ এবং $OR^2 = OF^2 + RF^2$

কিন্তু, $OP = OR$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

তাহলে, $OP^2 = OC^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

অর্থাৎ, $OE^2 + PE^2 = OF^2 + RF^2$

বা, $PE^2 - RF^2 = OF^2 - OE^2$

যেহেতু, $PE^2 > RF^2$

বা, $PE^2 - RF^2 > 0$

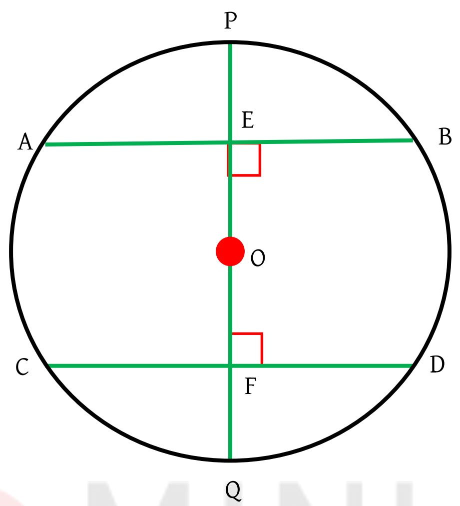
বা, $OF^2 - OE^2 > 0$

বা, $OF^2 > OE^2$

বা, $OF > OE$

$\therefore OE < OF.$ **(প্রমাণিত)**

৩।



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PQ ব্যাস।

ক) বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে এর পরিধি নির্ণয় কর।

খ) প্রমাণ কর যে, $PQ > CD$

গ) $AB > CD$ হলে, প্রমাণ কর যে, $OE < OF$

সমাধান

ক) বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে পরিধি $= 2\pi r$

বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 হলে পরিধি $= 2\pi \times 4$ সে.মি.

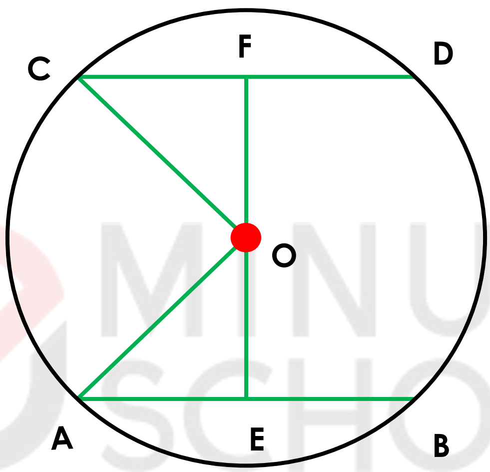
$= 2 \times \pi \times 4$

$= 25.1328$ সে.মি. (প্রায়) **(উত্তর)**

খ) **বিশেষ নির্বচন :**

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যা এর দূরত্ব নির্দেশ করে। $OE = OF$ হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = CD$.

অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।



প্রমাণ :

যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$.

সুতরাং, $\angle OEA = \angle OFC =$এক সমকোণ [সমকোণ]

এখন, ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ $OA =$ অতিভুজ OC এবং $OE = OF$ [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta OAE \cong \Delta OCF$ [কল্পনা]

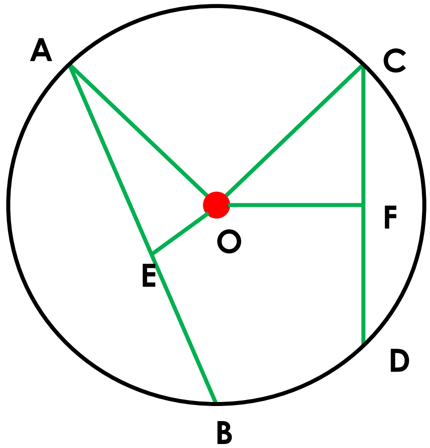
$\therefore AE = CF$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$AE = \frac{1}{2}AB$ এবং $CF = \frac{1}{2}CD$ [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

সুতরাং $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$

অর্থাৎ, $AB = CD$

গ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ও CD এর দুইটি জ্যা এবং $AB > CD$. OE এবং OF কেন্দ্র O হতে যথাক্রমে AB ও CD এর ওপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $OE < OF$.

অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $OE \perp AB$

$\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB.$ [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখন্ডিত করে]

$CE = DF = \frac{1}{2}CD$ [একই কারণে]

এখন, কল্পনা অনুসারে, $AB > CD$

বা, $\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}CD$ [উভয় পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $AE > CF$

$\therefore AE^2 > CF^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

এখন, সমকোণী ΔOAE এবং সমকোণী ΔOCF

অতিভুজ যথাক্রমে OA এবং OC.

তাহলে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$OA^2 = OE^2 + AE^2$ এবং $OC^2 = OF^2 + CF^2$

কিন্তু, $OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

তাহলে, $OA^2 = OC^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

অর্থাৎ, $OE^2 + AE^2 = OF^2 +$

CF^2

বা, $AE^2 - CF^2 = OF^2 - OE^2$

যেহেতু, $AE^2 > CF^2$

বা, $AE^2 - CF^2 > 0$

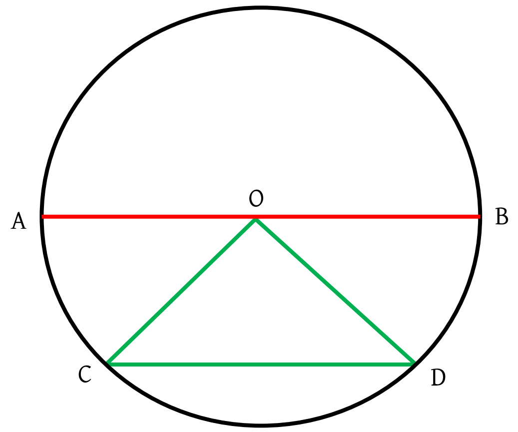
বা, $OF^2 - OE^2 > 0$

বা, $OF^2 > OE^2$

বা, $OF > OE$

$\therefore OE < OF.$

৪।



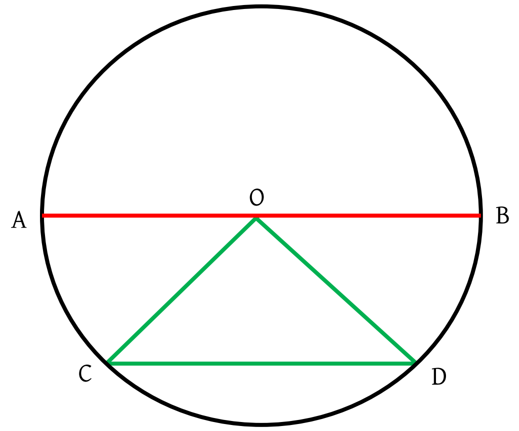
চিত্রে, $\text{OC} = OD = CD$ এবং $AB \parallel CD, O$ বৃত্তের কেন্দ্র।

ক) $\angle AOC$ এর মান নির্ণয় কর।

খ) প্রমাণ কর যে, $AB > CD$

গ) ΔOCD এ $OE \perp CD$ প্রমাণ কর যে, $OC^2 + CD^2 + OD^2 = 4OE^2$

ক)



$\Delta\text{OCD} -\quad \text{OC} = \text{OD} = \text{CD}$

সুতরাং ΔOCD সমবাহু ত্রিভুজ

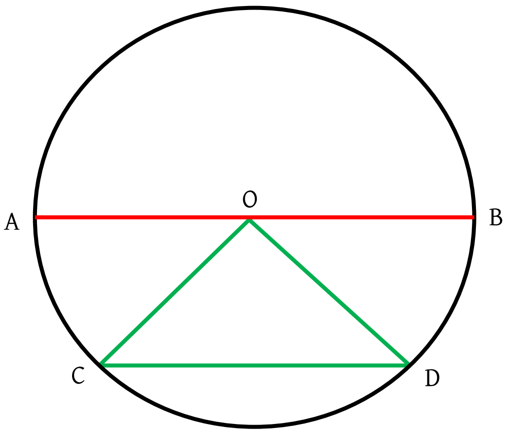
$\angle\text{OCD} = 60°$

আবার, $\text{AB} \parallel \text{CD}$ এবং OC ছেদক।

$\therefore \angle\text{AOC} =$ একান্তর $\angle\text{OCD} = 60°$

$\therefore \angle\text{AOC} = 60°\quad$ (Ans)

খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB > CD$.

অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।

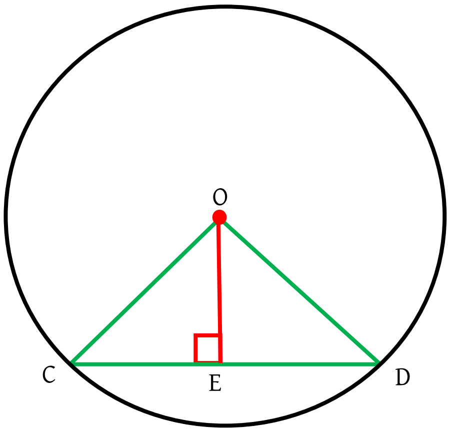
প্রমাণ: $OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন, ΔOCD এ $OC + OD > CD$

বা, $OA + OB > CD$

অর্থাৎ, $AB > CD$. [$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহু তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

গ)



দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC বৃত্তে OA = OD = CD এবং ΔOCD –এ $OE \perp CD$

প্রমাণ করতে হবে যে, $OC^2 + CD^2 + OD^2 = 4OE^2$

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
১) ΔOEC-এ	[$\because \angle OEC = 90^0$]
$OC^2 = OE^2 + CE^2$	
২) ΔOED-এ	[$\because \angle OEC = 90^0$]
$OD^2 = OE^2 + DE^2$	
৩) অতএব,	
$OC^2 + OD^2 = 2OE^2 + CE^2 + DE^2$	[(১) ও (২) থেকে
বা, $OC^2 + OD^2 + CD^2 = 2OE^2 + CE^2 + DE^2 + CD^2$	[উভয় পক্ষে CD^2 যোগ করে]
বা, $OC^2 + OD^2 + CD^2 = 2OE^2 + CE^2 + CE^2 + (2CE)^2$	[$\because CE = DE = \frac{1}{2} CD$]
বা, $OC^2 + OD^2 + CD^2 = 2OE^2 + 6CE^2$	[কেন্দ্র থেকে জ্যার উপর লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

৫) O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে।

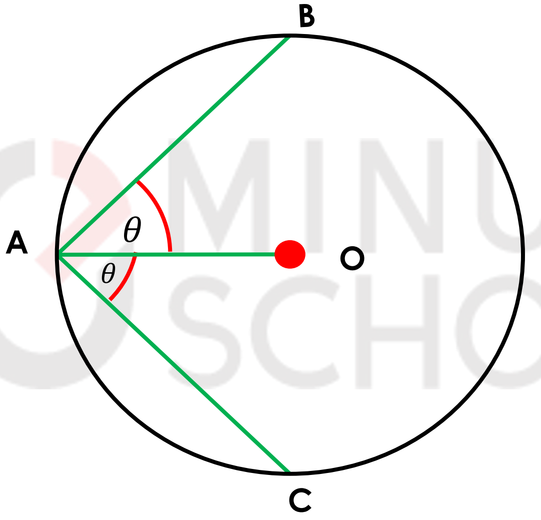
ক) তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি আঁক।

খ) প্রমাণ কর যে, AB = AC

গ) D, AB এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, OD ⊥ AB

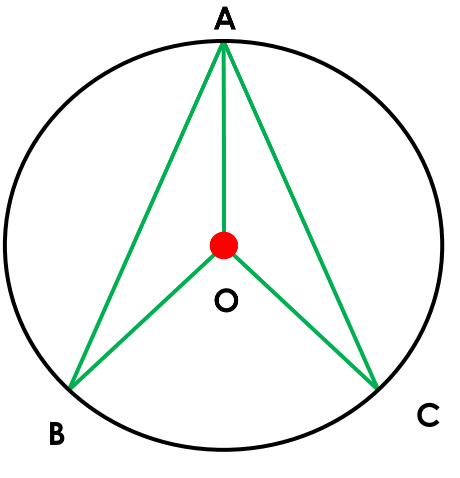
সমাধান

ক)



এখানে, $\angle BAO = \angle CAO = \theta$

খ)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের AB ও AC দুইটি জ্যা। O, A যোগ করা হল। AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুতে অঙ্কিত ব্যাসার্ধ OA-এর সাথে সমান কোণ $\angle OAB$ ও $\angle OAC$ উৎপন্ন করে অর্থাৎ $\angle OAB = \angle OAC$। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$.

অঙ্কন: O, B এবং O, C যোগ করি।

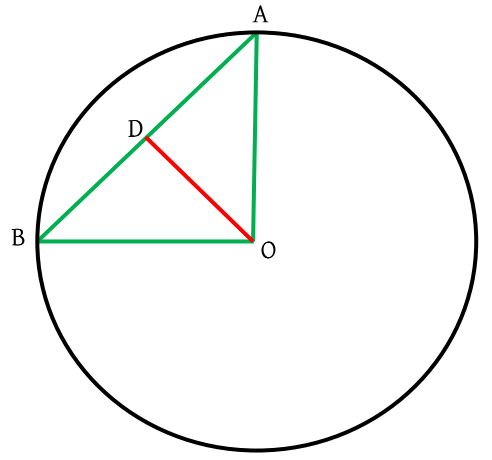
প্রমাণ :

ΔAOB এ

$OA = OB$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \angle OBA = \angle OAB$	[একই ত্রিভুজের সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]
আবার, ΔAOC-এ	
$OA = OC$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \angle OCA = \angle OAC$	[একই ত্রিভুজের সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]
এখন, $\angle OAB = \angle OAC$	[দেওয়া আছে]
$\therefore \angle OBA = \angle OCA$	[$\therefore \angle OCA = \angle OAC$]
এখন, ΔAOB ও ΔAOC-এর মধ্যে	
$OB = OC$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\angle OAB = \angle OAC$	
এবং $\angle OBA = \angle OCA$	
$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$	

সুতরাং, $AB = AC$. (প্রমাণিত)

গ)



বিশেষ নির্বচন: O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের জ্যা এর মধ্যবিন্দু D। O, D যোগ করি।

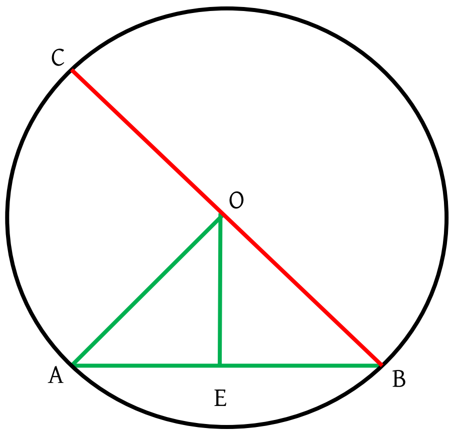
প্রমাণ করতে হবে যে, OD ⊥ AB

অংকন: O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
1) এখানে, ΔOAD এবং ΔOBD এ	[D, AB এর মধ্যবিন্দু]
$AD = BD$	[উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$OA = OB$ এবং $OD = OD$	[সাধারন বাহু]
$\therefore \Delta OAD \cong \Delta OAB$	[বাহু = বাহু = বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle ODA = \angle ODB$	
$\angle ODA = \angle ODB =$	
যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান।	
সুতরাং $\angle ODA = \angle ODB =$ ১ সমকোণ।	
$\therefore OD \perp AB$ (প্রমাণিত)	

৬।



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা। E, AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু।

ক) $BC = 5$ সে.মি., হলে, বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় কর।

খ) প্রমাণ কর যে, OE রেখাংশ AB জ্যা এর উপর লম্ব।

খ) প্রমাণ কর যে, $BC > AB$.

সমাধান

ক) দেওয়া আছে,

বৃত্তের ব্যাস $= BC = 5$ সে.মি.

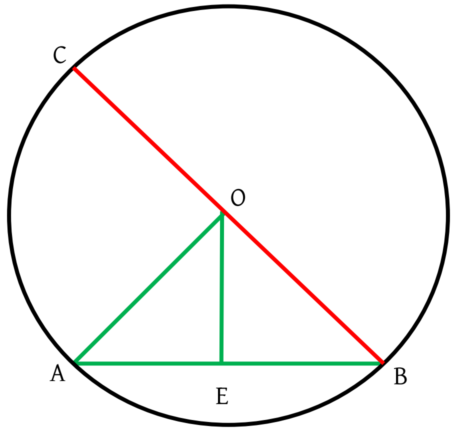
ব্যাসার্ধ, $r = \frac{5}{2} = 2.5$ সে.মি.

আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ একক

$= 2\times3.1416\times2.5$ সে.মি.

$= 15.708$ সে.মি. (প্রায়)

খ)



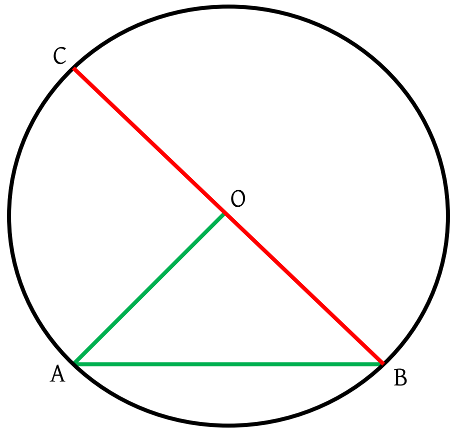
বিশেষ নির্বচন: O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের জ্যা এর মধ্যবিন্দু E। O, E যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, $OE \perp AB$

অংকন: O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
1) এখানে, ΔOAE এবং ΔOBE এ	
$AE = BE$	[E, AB এর মধ্যবিন্দু]
$OA = OB$ এবং $OE = OE$	[উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \Delta OAE \cong \Delta OAE$	[সাধারন বাহু]
$\therefore \angle OEA = \angle OEB$	[বাহু = বাহু = বাহু উপপাদ্য]
$\angle OEA = \angle OEB =$	
যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান।	
সুতরাং $\angle OEA = \angle OEB =$ ১ সমকোণ।	
$\therefore OE \perp AB$ (প্রমাণিত)	

গ)



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট BC ব্যাস এবং AB ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BC > AB$

অংকন : O, A যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
1. $OA = OB = OC$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ্য]
2. এখন ΔOAB এ	
$OA + OB > AB$	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি
বা, $OC + OB > AB$	তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহতরও]
$\therefore BC > AB$ (প্রমাণিত)	[$\because OA = OC$]