

৫ম অধ্যায় বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

মূল বিষয়

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

যদি m ও n দুইটি বীজগণিতীয় রাশি হয়, তবে $\frac{m}{n}$ একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ, যেখানে $n \neq 0$ । এখানে $\frac{m}{n}$ ভগ্নাংশটির m কে **লব** ও n কে **হর** বলা হয়।

উদাহরণস্বরূপ, $\frac{a}{b}$, $\frac{x+y}{y}$, $\frac{x^2+a^2}{x+a}$ ইত্যাদি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ

কোনো বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের লব ও হরের সাধারণ গুণনীয়ক থাকলে, ভগ্নাংশটির লব ও হরের গ.সা.গু. দিয়ে লব ও হরকে ভাগ করলে, লব ও হরের ভাগফল দ্বারা গঠিত নতুন ভগ্নাংশটিই হবে প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠকরণ।

$$\frac{a^3b^2 - a^2b^3}{a^3b - ab^3} = \frac{a^2b^2(a - b)}{ab(a^2 - b^2)} = \frac{a^2b^2(a - b)}{ab(a + b)(a - b)} = \frac{ab}{a + b}$$

এখানে লব ও হরের গ.সা.গু. $ab(a - b)$ দ্বারা লব ও হরকে ভাগ করে লঘিষ্ঠকরণ করা হয়েছে।



ভগ্নাংশকে সাধারণ হ্রবিশিষ্টকরণ

দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশকে সাধারণ হ্রবিশিষ্ট করতে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে :

- ১। হ্রগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে।
- ২। ভগ্নাংশের হ্র দিয়ে ল.সা.গু.কে ভাগ করতে হবে।
- ৩। হ্র দিয়ে ল.সা.গু.কে ভাগ করা হলে যে ভাগফল পাওয়া যাবে, সেই ভাগফল দ্বারা ঐ ভগ্নাংশের লব ও হ্রকে গুণ করতে হবে।

যেমন, $\frac{x}{y}, \frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ তিনটি ভগ্নাংশ, এদের একই হ্রবিশিষ্ট করতে হবে।

এখানে তিনটি ভগ্নাংশের হ্র যথাক্রমে y, b ও n এদের ল.সা.গু. = ybn

১ম ভগ্নাংশ $\frac{x}{y}$ এর হ্র y, y দ্বারা ল.সা.গু. ybn কে ভাগ করলে ভাগফল bn , এখন bn দ্বারা $\frac{x}{y}$ ভগ্নাংশে লব ও হ্রকে গুণ করতে হবে।

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{x \times bn}{y \times bn} = \frac{xbn}{ybn}$$

একইভাবে, ২য় ভগ্নাংশ $\frac{a}{b}$ এর হ্র b, b দ্বারা ল.সা.গু. ybn কে ভাগ করলে ভাগফল yn

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{a \times yn}{b \times yn} = \frac{ayn}{ybn}$$

৩য় ভগ্নাংশ $\frac{m}{n}$ এর হ্র n, n দ্বারা ল.সা.গু. ybn কে ভাগ করলে ভাগফল yb

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{m \times yb}{n \times yb} = \frac{myb}{ybn}$$

অতএব, $\frac{x}{y}, \frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ এর সাধারণ হ্রবিশিষ্ট ভগ্নাংশ যথাক্রমে $\frac{xbn}{ybn}, \frac{ayn}{ybn}, \frac{myb}{ybn}$

Type-1

লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ

সমস্যা-১। $\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$

এখানে, 16 ও 8 -এর গ.সা.গু. হলো 8

a^2 ও a^3 এর গ.সা.গু. হলো a^2

b^3 ও b^2 এর গ.সা.গু. হলো b^2

c^4 ও c^5 এর গ.সা.গু. হলো c^4

y ও x এর গ.সা.গু. হলো 1

$\therefore 16a^2b^3c^4y$ ও $8a^3b^2c^5x$ এর গ.সা.গু. হল $8a^2b^2c^4$

$\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$ এর লব ও হরকে $8a^2b^2c^4$ দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া যায় $\frac{2by}{acx}$

$\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{2by}{acx}$

সমস্যা-২। $\frac{a(a^2+2ab+b^2)(a^3-b^3)}{(a^3+b^3)(a^4b-b^5)}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\frac{a(a^2+2ab+b^2)(a^3-b^3)}{(a^3+b^3)(a^4b-b^5)}$

এখানে লব = $a(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3)$

= $a(a + b)^2(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

হর = $(a^3 + b^3)(a^4b - b^5)$

= $(a + b)(a^2 - ab + b^2)\{b(a^4 - b^4)\}$

= $b(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

= $b(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$

= $b(a + b)^2(a - b)(a^2 + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(a + b)^2(a - b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লব ও হরকে $(a + b)^2(a - b)$ দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া যায়

$\frac{a(a^2+ab+b^2)}{b(a^2+b^2)(a^2-ab+b^2)}$

∴ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ রূপ $\frac{a(a^2+ab+b^2)}{b(a^2+b^2)(a^2-ab+b^2)}$

সমস্যা-৩। $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

সমাধানঃ

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

এখানে 4 ও 9 এর গ.সা.গু হলো 1

x^2 ও x^5 এর গ.সা.গু হলো x^2

y^3 ও y^2 এর গ.সা.গু হলো y^2

z^5 ও z^3 এর গ.সা.গু হলো z^3

$4x^2y^3z^3$ ও $9x^5y^2z^5$ এর গ.সা.গু হলো $x^2y^2z^3$

$\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লব ও হরকে $x^2y^2z^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{4yz^2}{9x^3}$

$\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{4yz^2}{9x^3}$

সমস্যা-৪। $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশ } & \frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6} \\ &= \frac{2^4 \times 2^4 \times 3^5 \times x^4 y^5}{3^3 \times 2^6 \times x^3 y^6} \\ &= \frac{2^8 3^5 x^4 y^5}{3^3 2^6 x^3 y^6}\end{aligned}$$

এখানে 2^8 ও 2^6 এর গ.সা.গু হলো 2^6

3^5 ও 3^3 এর গ.সা.গু হলো 3^3

x^4 ও x^3 এর গ.সা.গু হলো x^3

y^5 ও y^6 এর গ.সা.গু হলো y^5

$\therefore 16(2x)^4(3y)^5$ ও $(3x)^3.(2y)^6$ এর গ.সা.গু হলো $2^6 3^3 x^3 y^5$

এখন প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $2^6 3^3 x^3 y^5$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়।

$$\frac{2^2 3^2 x}{y} = \frac{4 \times 9x}{y} = \frac{36x}{y}$$

ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{36x}{y}$

সমস্যা-৫। $\frac{x^3y+xy^3}{x^2y^3+x^3y^2}$

সমাধানঃ

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^3y+xy^3}{x^2y^3+x^3y^2}$

এখানে, লব $x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2)$

হর $x^2y^3 + x^3y^2 = x^2y^2(x + y)$

∴ লব ও হর এর গ.সা.গু xy

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে xy দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(x^2+y^2)}{xy(x+y)}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x^2+y^2)}{xy(x+y)}$

সমস্যা-৬। $\frac{(a+b)(a-b)}{a^3-b^3}$

সমাধানঃ

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(a+b)(a-b)}{a^3-b^3}$

$= \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

∴ লব ও হর এর গ.সা.গু $(a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(a+b)}{(a^2+ab+b^2)}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a+b)}{(a^2+ab+b^2)}$

সমস্যা-৭। $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশ } & \frac{x^2-6x+5}{x^2-25} \\ &= \frac{x^2-5x-5+5}{x^2-5^2} = \frac{x(x-5)-1(x-5)}{(x-5)(x+5)} \\ &= \frac{(x-5)(x-1)}{(x-5)(x+5)}\end{aligned}$$

∴ লব ও হর এর গ.সা.গু = $(x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $= \frac{(x-1)}{(x+5)}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $= \frac{(x-1)}{(x+5)}$



সমস্যা-৮। $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশ} & \frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20} \\ &= \frac{x^2-3x-4x+12}{x^2-4x-5x+20} \\ &= \frac{x(x-3)-4(x-3)}{x(x-4)-5(x-4)} \\ &= \frac{(x-3)(x-4)}{(x-4)(x-5)}\end{aligned}$$

∴ লব ও হর এর গ.সা.গু = $(x-4)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-4)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $= \frac{x-3}{x-5}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-3}{x-5}$

সমস্যা-৯। $\frac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশ} &= \frac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)} \\ &= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)x^2-xy+y^2}{(x+y)(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)} \end{aligned}$$

∴ লব ও হর এর গ.সা.গু $(x-y)(x^2-xy+y^2)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-y)(x^2-xy+y^2)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{x^2+xy+y^2}{(x+y)^2}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x^2+xy+y^2}{(x+y)^2}$

সমস্যা-১০। $\frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশ} &= \frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)} \\ &= \frac{(a^2) - (b^2 + 2bc + c^2)}{(a^2 + 2ab + b^2) - c^2} \\ &= \frac{(a^2) - (b+c)^2}{(a+b)^2 + (c)^2} \\ &= \frac{(a+b+c)(a-b-c)}{(a+b+c)(a+b-c)} \end{aligned}$$

∴ লব ও হর এর গ.সা.গু $= (a+b+c)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a+b+c)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $= \frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

Type-2

সাধারণ হরবিশিষ্ট বা সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ

সমস্যা-১। $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

সমাধানঃ

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. = xyz

$$xyz \div xy = z \therefore \frac{x^2}{xy} = \frac{x^2 \times z}{xy \times z} = \frac{x^2 z}{xyz}$$

$$xyz \div yz = x \therefore \frac{y^2}{yz} = \frac{y^2 \times x}{yz \times x} = \frac{xy^2}{xyz}$$

$$xyz \div zx = y \therefore \frac{z^2}{zx} = \frac{z^2 \times y}{zx \times y} = \frac{yz^2}{xyz}$$

\therefore সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2 z}{xyz}, \frac{xy^2}{xyz}, \frac{yz^2}{xyz}$

সমস্যা-২। $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

সমাধানঃ

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. = xyz

$$\frac{x-y}{xy} = \frac{(x-y)z}{xyz} = \frac{xz-yz}{xyz}$$

$$\frac{y-z}{yz} = \frac{(y-z)x}{xyz} = \frac{xy-xz}{xyz}$$

$$\frac{z-x}{zx} = \frac{(z-x)y}{xyz} = \frac{yz-xy}{xyz}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{xz-yz}{xyz}, \frac{xy-xz}{xyz}, \frac{yz-xy}{xyz}$

সমস্যা-৩। $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

সমাধানঃ

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু = $x(x+y)(x-y)$

$$\therefore \frac{x}{x-y} = \frac{x \cdot x(x+y)}{(x-y)x \cdot (x+y)} = \frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{y}{x+y} = \frac{y \cdot x(x-y)}{(x+y)x \cdot (x-y)} = \frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{z}{x(x+y)} = \frac{z(x-y)}{x(x+y)(x-y)} = \frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো } \frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}, \frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}, \frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

সমস্যা-৪। $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3-y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

সমাধানঃ

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3-y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

১ম ভগ্নাংশের হর = $(x-y)^2 = (x-y)(x-y)$

২য় ভগ্নাংশের হর = $x^3-y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর = $x^2-y^2 = (x-y)(x+y)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু = $(x-y)(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)$
 $= (x-y)^2(x^3+y^3)$

$\therefore \frac{x+y}{(x-y)^2} = \frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)} = \frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$

$\therefore \frac{x-y}{(x^3-y^3)} = \frac{(x-y)(x-y)^2}{(x-y)^2(x^3+y^3)} = \frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$

$\therefore \frac{y-z}{(x^2-y^2)} = \frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)} = \frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$

\therefore সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$\frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}, \frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3+y^3)}, \frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$

সমস্যা-৫। $\frac{a}{a^3 + b^3}, \frac{b}{a^2 + ab + b^2}, \frac{c}{a^3 - b^3}$

সমাধানঃ

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a}{a^3 + b^3}, \frac{b}{a^2 + ab + b^2}, \frac{c}{a^3 - b^3}$

১ম ভগ্নাংশের হর $= a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= (a^2 + ab + b^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু $= (a + b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$
 $= (a^3 - b^3)(a^3 + b^3)$

$\therefore \frac{a}{a^3 + b^3} = \frac{a(a^3 - b^3)}{(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)} = \frac{a(a^3 - b^3)}{(a^6 - b^6)}$

$\therefore \frac{b}{a^2 + ab + b^2} = \frac{b(a - b)(a^3 + b^3)}{(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)} = \frac{b(a - b)(a^3 + b^3)}{(a^6 - b^6)}$

$\therefore \frac{c}{a^3 - b^3} = \frac{c(a^3 + b^3)}{(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)} = \frac{c(a^3 - b^3)}{(a^6 - b^6)}$

\therefore সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$\frac{a(a^3 - b^3)}{(a^6 - b^6)}, \frac{b(a - b)(a^3 + b^3)}{(a^6 - b^6)}, \frac{c(a^3 - b^3)}{(a^6 - b^6)}$

সমস্যা-৬। $\frac{1}{x^2 - 5x + 6} + \frac{1}{x^2 - 7x + 12} + \frac{1}{x^2 - 9x + 20}$

সমাধানঃ

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{1}{x^2 - 5x + 6}, \frac{1}{x^2 - 7x + 12}, \frac{1}{x^2 - 9x + 20}$

১ম ভগ্নাংশের হর = $x^2 - 5x + 6$
 $= x^2 - 2x - 3x + 6$
 $= (x - 2)(x - 3)$

২য় ভগ্নাংশের হর = $x^2 - 7x + 12$
 $= x^2 - 3x - 4x + 12$
 $= (x - 3)(x - 4)$

৩য় ভগ্নাংশের হর = $x^2 - 9x + 20$
 $= x^2 - 4x - 5x + 20$
 $= (x - 4)(x - 5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু = $(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$

এখন,

$$\therefore \frac{1}{(x - 2)(x - 3)} = \frac{1(x - 4)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)} = \frac{(x - 4)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)}$$

$$\therefore \frac{1}{(x - 3)(x - 4)} = \frac{1(x - 2)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)} = \frac{(x - 2)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)}$$

$$\therefore \frac{1}{(x - 4)(x - 5)} = \frac{1(x - 2)(x - 3)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)} = \frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x - 4)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)} + \frac{(x - 2)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)} + \frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)}$$

সমস্যা-৭। $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

সমাধানঃ

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু = $a^2 b^2 c^2$

$$\frac{a-b}{a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{c^2a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{b-c}{b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2} = \frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{c-a}{c^2a^2} = \frac{b^2(c-a)}{b^2a^2c^2} = \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}, \frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}, \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$

সমস্যা-৮। $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

সমাধানঃ

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু = $(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y) \cdot (y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)} = \frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{y-z}{y+z} = \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(y+z)(x+y)(z+x)} = \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{z-x}{z+x} = \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(z+x)(x+y)(y+z)} = \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

সমস্যা-৯। $\frac{x}{x^3y-xy^3}, \frac{a}{xy(a^2-b^2)}, \frac{m}{m^3n-mn^3}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত কর।

সমাধানঃ এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{x}{x^3y-xy^3}, \frac{a}{xy(a^2-b^2)}, \frac{m}{m^3n-mn^3}$$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= xy(a^2 - b^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= m^3n - mn^3 = mn(m^2 - n^2)$

\therefore হরগুলোর ল.সা.গু. $= xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn$

অতএব $\frac{x}{x^3y - xy^3} = \frac{x(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$

$\frac{a}{xy(a^2 - b^2)} = \frac{a(x^2 - y^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$

এবং $\frac{m}{m^3n - mn^3} = \frac{xym(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$

\therefore নির্ণেয় ভগ্নাংশগুলো:

$$\frac{x(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}, \frac{a(x^2 - y^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}, \frac{xym(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$$

সমস্যা-১০। $\frac{x^2+xy}{x^2y}$ এবং $\frac{x^2-xy}{xy^2}$

সমাধান- এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর = x^2y

২য় ভগ্নাংশের হর = xy^2

∴ হরগুলোর ল.সা.গু = x^2y^2

$$\therefore \frac{x^2+xy}{x^2y} = \frac{(x^2+xy)y}{x^2y^2} = \frac{x(x+y)y}{x^2y^2} = \frac{xy(x+y)}{x^2y^2}$$

$$\text{এবং } \frac{x^2-xy}{xy^2} = \frac{(x^2-xy)x}{x^2y^2} = \frac{x(x-y)x}{x^2y^2} = \frac{x^2(x-y)}{x^2y^2}$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশগুলোঃ $\frac{xy(x+y)}{x^2y^2}$ এবং $\frac{x^2(x-y)}{x^2y^2}$

সমস্যা-১১। $\frac{a-b}{a+2b}$ এবং $\frac{2a+b}{a^2-4b}$

সমাধান- এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর = $a + 2b$

২য় ভগ্নাংশের হর = $a^2 - 4b$

হরগুলোর ল.সা. গু = $(a + 2b)(a^2 - 4b)$

$$\frac{a-b}{a+2b} = \frac{(a-b)(a^2-4b)}{(a+2b)(a^2-4b)}$$

$$\text{এবং } \frac{2a+b}{a^2-4b} = \frac{(2a+b)(a+2b)}{(a+2b)(a^2-4b)}$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশগুলো $\frac{(a-b)(a^2-4b)}{(a+2b)(a^2-4b)}$, $\frac{(2a+b)(a+2b)}{(a+2b)(a^2-4b)}$

Type-3

ভগ্নাংশের যোগফল নির্ণয়

ভগ্নাংশের যোগ

দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশের যোগ করতে হলে, ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ হরবিশিষ্ট করে লবগুলোকে যোগ করলে যোগফল হবে একটি নতুন ভগ্নাংশ, যার লব হবে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণকৃত ভগ্নাংশগুলোর লবের যোগফল এবং হর হবে ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু.।

$$\begin{aligned} \text{যেমন, } \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{b}{z} \\ = \frac{ayz}{xyz} + \frac{bxz}{xyz} + \frac{bxy}{xyz} = \frac{ayz + bxz + bxy}{xyz} \end{aligned}$$

সমস্যা-১। ভগ্নাংশ তিনটি যোগ কর : $\frac{1}{x-y}, \frac{x}{x^2+xy+y^2}, \frac{y^2}{x^3-y^3}$

$$\text{এখানে, ১ম ভগ্নাংশ} = \frac{1}{x-y}$$

$$\text{২য় ভগ্নাংশ} = \frac{x}{x^2+xy+y^2}$$

$$\text{৩য় ভগ্নাংশ} = \frac{y^2}{x^3-y^3} = \frac{y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$\therefore \text{হরগুলোর ল.সা.গু.} = (x-y)(x^2+xy+y^2) = (x^3-y^3)$$

সুতরাং, $\frac{1}{x-y}$, $\frac{x}{x^2+xy+y^2}$, $\frac{y^2}{x^3-y^3}$ এর যোগফল

$$= \frac{1}{x-y} + \frac{x}{x^2+xy+y^2} + \frac{y^2}{x^3-y^3}$$

$$= \frac{(x^2+xy+y^2)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} + \frac{x(x-y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} + \frac{y^2}{x^3-y^3}$$

$$= \frac{(x^2+xy+y^2)}{x^3-y^3} + \frac{x^2-xy}{x^3-y^3} + \frac{y^2}{x^3-y^3}$$

$$= \frac{x^2+xy+y^2+x^2-xy+y^2}{x^3-y^3}$$

$$= \frac{2(x^2+y^2)}{x^3-y^3}$$

নির্ণেয় যোগফলঃ $\frac{2(x^2+y^2)}{x^3-y^3}$

সমস্যা-২। $\frac{a-b}{bc} + \frac{b-c}{ca} + \frac{c-a}{ab}$

$$= \frac{a^2 - ab + b^2 - bc + c^2 - ca}{abc}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}{abc}$$

সমস্যা-৩। $\frac{1}{a^2-5a+6} + \frac{1}{a^2-9} + \frac{1}{a^2+4a+3}$

$$= \frac{1}{a^2 - 2a - 3a + 6} + \frac{1}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{a^2 + 3a + a + 3}$$

$$= \frac{1}{a(a-2) - 3(a-2)} + \frac{1}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{a(a+3) + 1(a+3)}$$

$$= \frac{1}{(a-2)(a-3)} + \frac{1}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{(a+3)(a+1)}$$

$$= \frac{(a+1)(a+3) + (a+1)(a-2) + (a-2)(a-3)}{(a+1)(a-2)(a+3)(a-3)}$$

$$= \frac{a^2 + 4a + 3 + a^2 - a - 2 + a^2 - 5a + 6}{(a+1)(a-2)(a+3)(a-3)}$$

$$= \frac{3a^2 - 2a + 7}{(a+1)(a-2)(a^2 - 9)}$$



সমস্যা-৪। $\frac{1}{a-2} + \frac{a+2}{a^2+2a+4}$

$$\begin{aligned} &= \frac{a^2 + 2a + 4 + (a-2)(a+2)}{(a-2)(a^2+2a+4)} \\ &= \frac{a^2 + 2a + 4 + a^2 - 4}{a^3 - 8} \\ &= \frac{2a^2 + 2a}{a^3 - 8} \\ &= \frac{2a(a+1)}{a^3 - 8} \end{aligned}$$

সমস্যা-৫। $\frac{3a}{a^2+3a-4} + \frac{2a}{a^2-1} + \frac{a}{a^2+5a+4}$

সমাধানঃ প্রদত্ত রাশি $= \frac{3a}{a^2+3a-4} + \frac{2a}{a^2-1} + \frac{a}{a^2+5a+4}$

$$\begin{aligned} &= \frac{3a}{a^2+4a-a-4} + \frac{2a}{(a+1)(a-1)} + \frac{a}{a^2+5a+4} \\ &= \frac{3a}{(a+4)(a-1)} + \frac{2a}{(a+1)(a-1)} + \frac{a}{(a+1)(a+4)} \\ &= \frac{3a(a+1) + 2a(a+4) + a(a-1)}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{3a^2 + 3a + 2a^2 + 8a + a^2 - a}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{6a^2 + 10a}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{2a(3a+5)}{(a+4)(a^2-1)} \end{aligned}$$

সমস্যা-৬। $\frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy}$

সমাধান- $\frac{2a}{3x^2y} + \frac{3b}{2xy^2} + \frac{a+b}{xy}$

$$= \frac{4ay+9bx+6axy+6bxy}{6x^2y^2}$$

[এখানে হরগুলোর ল.সা.গু = $6x^2y^2$]

∴ নির্ণেয় যোগফল- $\frac{4ay+9bx+6axy+6bxy}{6x^2y^2}$

সমস্যা-৭। $\frac{2}{x^2y-xy^2}, \frac{3}{xy(x^2-y^2)}, \frac{1}{x^2-y^2}$

সমাধান- $\frac{2}{x^2y-xy^2} + \frac{3}{xy(x^2-y^2)} + \frac{1}{x^2-y^2}$

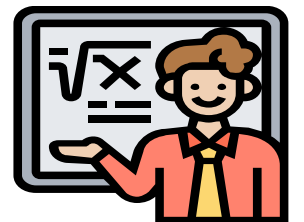
$$= \frac{2}{xy(x-y)} + \frac{3}{xy(x+y)(x-y)} + \frac{1}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{2(x+y)+3+xy}{xy(x+y)(x-y)}$$

[এখানে হরগুলোর ল.সা.গু = $xy(x+y)(x-y)$]

$$= \frac{2x+2y+3+xy}{xy(x^2-y^2)}$$

∴ নির্ণেয় যোগফল $\frac{2x+2y+3+xy}{xy(x^2-y^2)}$



সমস্যা-৮। $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি, } \frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b} \\ = \frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b} = \frac{b(a-b) + a(a+b)}{ab} \\ = \frac{ab - b^2 + a^2 + ab}{ab} = \frac{a^2 + 2ab - b^2}{ab} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2 + 2ab - b^2}{ab}$

সমস্যা-৯। $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি, } \frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} \\ = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$

সমস্যা-১০। $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} - \frac{z-x}{z}$

সমাধানঃ

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} - \frac{z-x}{z}$

$$= \frac{yz(x-y) + zx(y-z) + xy(z-x)}{xyz}$$

$$= \frac{xyz - zy^2 + xyz - xz^2 + xyz - x^2y}{xyz}$$

$$= \frac{3xyz - x^2y - y^2z + xyz - z^2x}{xyz}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3xyz - x^2y - y^2z + xyz - z^2x}{xyz}$

সমস্যা-১১। $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

সমাধানঃ

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

$$= \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xy + y^2 - 2xy + y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{2x^2 + 2y^2}{(x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{2(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{2(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)}$

সমস্যা-১২। $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{x^2 - 5x + 4}$

সমাধানঃ

প্রদত্ত রাশি,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{x^2 - 5x + 4} \\ &= \frac{1}{x^2 - 2x - x + 2} + \frac{1}{x^2 - 3x - x + 3} + \frac{1}{x^2 - 4x - x + 4} \\ &= \frac{1}{(x - 2)(x - 1)} + \frac{1}{(x - 3)(x - 1)} + \frac{1}{(x - 4)(x - 1)} \\ &= \frac{1 \cdot (x - 3)(x - 4) + 1(x - 2)(x - 4) + 1 \cdot (x - 3)(x - 2)}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)} \\ &= \frac{x^2 - 7x + 12 + x^2 - 6x + 8 + x^2 - 5x + 6}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)} \\ &= \frac{3x^2 - 18x + 26}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3x^2 - 18x + 26}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)}$

সমস্যা-১৩। $\frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$

সমাধানঃ

প্রদত্ত রাশি,

$$\frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$$

$$= \frac{1}{(a-b)(a+b)} + \frac{1}{(a^2+ab+b^2)} + \frac{1}{(a^2-ab+b^2)}$$

$$= \frac{(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2) + (a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2) + (a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}$$

$$= \frac{a^4 - a^3b + a^2b^2 + a^3b - a^2b^2 + ab^3 + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + (a-b)(a^3+b^3) + (a+b)(a^3-b^3)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+b)(a^2-ab+b^2)}$$

$$= \frac{a^4 + a^2b^2 + b^4 + a^4 + ab^3 - a^3b - b^4 + a^4 - ab^3 + a^3b - b^4}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}$$

$$= \frac{3a^4 + a^2b^2 - b^4}{(a^6 - b^6)}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3a^4 + a^2b^2 - b^4}{(a^6 - b^6)}$

সমস্যা-১৪। $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি, } & \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} \\ &= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-2^2} \\ &= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{1 \cdot (x+2) - 1 \cdot (x-2) + 4}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x+2-x+2+4}{(x^2-4)} \\ &= \frac{8}{(x^2-4)} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{8}{(x^2-4)}$

সমস্যা-১৫। $\frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}
 &\text{প্রদত্ত রাশি, } \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1} \\
 &= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2)^2-1^2} + \frac{4}{(x^4)^2-1^2} \\
 &= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)} + \frac{4}{(x^4-1)(x^4+1)} \\
 &= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)} + \frac{4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)} \\
 &= \frac{1 \cdot (x^2+1)(x^4+1) + 1 \cdot (x^4+1) + 4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)} \\
 &= \frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1 + x^4 + 1 + 4}{(x^4-1)(x^4+1)} \\
 &= \frac{x^6 + 2x^4 + x^2 + 6}{(x^8-1)}
 \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{x^6 + 2x^4 + x^2 + 6}{(x^8-1)}$

Type-4

ভগ্নাংশের বিয়োগ

ভগ্নাংশের বিয়োগ

দুইটি ভগ্নাংশের বিয়োগ করতে হলে, ভগ্নাংশ দুইটিকে সাধারণ হরবিশিষ্ট করে লব দুইটিকে বিয়োগ করলে বিয়োগফল হবে একটি নতুন ভগ্নাংশ, যার লব হবে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণকৃত ভগ্নাংশ দুইটির লবের বিয়োগফল এবং হর হবে ভগ্নাংশ দুইটির হরের ল.সা.গু.।

যেমন,

$$\begin{aligned} & \frac{a}{xy} - \frac{b}{yz} \\ &= \frac{az}{xyz} - \frac{bx}{xyz} \\ &= \frac{az - bx}{xyz} \end{aligned}$$

সমস্যা-১। $\frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3}$

সমাধান :

এখানে, হর $4a^2bc^2$ ও $9ab^2c^3$ এর ল.সা.গু. $36a^2b^2c^3$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3} \\ &= \frac{9xbc - 4ya}{36a^2b^2c^3} \end{aligned}$$

সমস্যা-২। $\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2}$

সমাধান :

এখানে, হর $(x-y)^2$ ও x^2-y^2 এর ল.সা.গু. $(x-y)^2(x+y)$

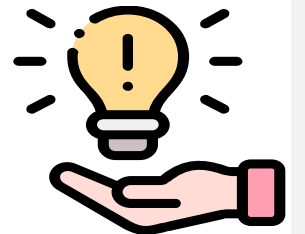
$$\begin{aligned} & \therefore \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2} \\ &= \frac{x(x+y) - (x+y)(x-y)}{(x-y)^2(x+y)} \\ &= \frac{x^2 + xy - x^2 + y^2}{(x-y)^2(x+y)} \\ &= \frac{xy + y^2}{(x-y)^2(x+y)} \\ &= \frac{y(x+y)}{(x-y)^2(x+y)} \\ &= \frac{y}{(x-y)^2} \end{aligned}$$

সমস্যা-৩। $\frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y}$

সমাধান :

এখানে, হর $a^2 - 9y^2$ ও $a + 3y$ এর ল.সা.গু. $a^2 - 9y^2$

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 + 9y^2}{a^2 - 9y^2} - \frac{a - 3y}{a + 3y} \\ &= \frac{a^2 + 9y^2 - (a - 3y)(a - 3y)}{a^2 - 9y^2} \\ &= \frac{a^2 + 9y^2 - (a^2 - 6ay + 9y^2)}{a^2 - 9y^2} \\ &= \frac{a^2 + 9y^2 - a^2 + 6ay - 9y^2}{a^2 - 9y^2} \\ &= \frac{6ay}{a^2 - 9y^2} \end{aligned}$$



সমস্যা-৪। $\frac{x}{x^2+xy+y^2}$ থেকে $\frac{xy}{x^3-y^3}$

সমাধান- $\frac{x}{x^2+xy+y^2} - \frac{xy}{x^3-y^3}$

$$= \frac{x}{x^2+xy+y^2} - \frac{xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{x(x-y)-xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

[এখানে, হরগুলোর ল.সা.গু = $(x-y)(x^2+xy+y^2)$]

$$= \frac{x^2-xy-xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{x^2-2xy}{x^3-y^3}$$

$$= \frac{x(x-2y)}{x^3-y^3}$$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল: $\frac{x(x-2y)}{x^3-y^3}$

সমস্যা-৫। $\frac{1}{1+a+a^2}$ থেকে $\frac{2a}{1+a^2+a^4}$

সমাধান- $\frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$

$$= \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{(1)^2+2 \cdot 1 \cdot a^2+(a^2)^2-a^2}$$

$$= \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{(1+a^2)^2-(a)^2}$$

$$= \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)}$$

$$= \frac{1(1-a+a^2)-2a}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)}$$

[এখানে, হরগুলোর ল.সা.গু = $(1+a+a^2)(1-a+a^2)$]

$$= \frac{1-a+a^2-2a}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)}$$

$$= \frac{1-3a+a^2}{1+a^2+a^4}$$

∴ নির্ণেয় বিয়োগফল: $\frac{1-3a+a^2}{1+a^2+a^4}$

সমস্যা-৬। $\frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9}$

সমাধানঃ

এখানে, হর, $x-3$ ও x^2-9 এর ল.সা.গু $= x^2-9$

$$\therefore \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9}$$

$$= \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{ax + 3a - a^2}{(x-3)(x+3)}$$

সুতরাং, নির্ণয়ে বিয়োগফল $\frac{ax + 3a - a^2}{(x-3)(x+3)}$

সমস্যা-৭। $\frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)}$

সমাধানঃ

এখানে, হর, $y(x-y)$ ও $x(x+y)$ এর ল.সা.গু $= xy(x-y)(x+y)$

$$\begin{aligned} &\therefore \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)} \\ &= \frac{1 \cdot x(x+y) - 1 \cdot y(x-y)}{xy(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{xy(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)}{xy(x^2 - y^2)} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণয়ে বিয়োগফল $\frac{(x^2 + y^2)}{xy(x^2 - y^2)}$



সমস্যা-৮। $\frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2}$

সমাধানঃ

এখানে, হর, $(1+x+x^2)$ ও $(1-x+x^2)$ এর ল.সা.গু $(1+x+x^2)(1-x+x^2)$

$$\therefore \frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2}$$

$$= \frac{(x+1)(1-x+x^2) - (x-1)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)}$$

$$= \frac{(x+1)(1-x+x^2) - (x-1)(1+x+x^2)}{\{(1+x^2) + (x)\}\{(1+x^2) - (-x)\}}$$

$$= \frac{(x^3+1)(x^3-1)}{(1+x^2)^2-x^2}$$

$$= \frac{x^3+1-x^3+1}{(1+2x^2+x^4-x^2)}$$

$$= \frac{2}{1+x^2+x^4}$$

সুতরাং, নির্ণয়ে বিয়োগফল $\frac{2}{1+x^2+x^4}$

সমস্যা-৯। $\frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b}$

সমাধানঃ

$$\therefore \frac{a^2 + 16b^2}{a^2 - 16b^2} - \frac{a - 4b}{a + 4b}$$

$$= \frac{a^2 + 16b^2}{(a - 4b)(a + 4b)} - \frac{a - 4b}{a + 4b}$$

এখানে, হর, $(a - 4b)(a + 4b) \div (a + 4b)$ এর ল.সা.গু $= (a - 4b)(a + 4b)$

$$= \frac{a^2 + 16b^2 - (a - 4b)(a - 4b)}{(a - 4b)(a + 4b)}$$

$$= \frac{a^2 + 16b^2 - (a - 4b)^2}{(a)^2 - (4b)^2}$$

$$= \frac{a^2 + 16b^2 - \{(a)^2 - 2 \cdot a \cdot 4b + (4b)^2\}}{(a)^2 - (4b)^2}$$

$$= \frac{a^2 + 16b^2 - a^2 + 8ab - 16b^2}{(a^2 - 16b^2)}$$

$$= \frac{8ab}{(a^2 - 16b^2)}$$

সুতরাং, নির্ণয়ে বিয়োগফল $\frac{8ab}{(a^2 - 16b^2)}$

সমস্যা-১০। $\frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3} \\ &= \frac{1}{x-y} - \frac{(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \\ &= \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} \end{aligned}$$

এখানে, হর,

$$\begin{aligned} & (x-y) \text{ ও } (x+y) \text{ এর ল.সা.গু } (x-y)(x+y) \\ &= \frac{x+y-x+y}{(x+y)(x-y)} \\ &= \frac{2y}{x^2-y^2} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণয়ে বিয়োগফল $\frac{2y}{(x^2-y^2)}$

লক্ষণীয়ঃ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ করার সময় প্রয়োজন হলে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করে নিতে হবে। যেমন,

$$\begin{aligned} & \frac{a^2bc}{ab^2c} + \frac{ab^2c}{abc^2} + \frac{abc^2}{a^2bc} \\ &= \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \\ &= \frac{a \times ca}{b \times ca} + \frac{b \times ab}{c \times ab} + \frac{c \times bc}{a \times bc} \\ &= \frac{ca^2}{abc} + \frac{ab^2}{abc} + \frac{bc^2}{abc} \quad [\text{হর } b, c, a \text{ এর ল.সা.গু. } abc] \\ &= \frac{ca^2 + ab^2 + bc^2}{abc} \end{aligned}$$

Type-5

সরল কর

সমস্যা-১। $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$

সমাধানঃ

$$\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$$

এখানে, হর, xy, yz, zx এর ল.সা.গু = xyz

$$\therefore \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$$

$$= \frac{z(x-y) + x(y-z) + y(z-x)}{xyz}$$

$$= \frac{xz - yz + xy - zx + yz - xy}{xyz}$$

$$= 0$$

সমস্যা-২। $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$

সমাধানঃ

$$\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

এখানে, হর, $(x+y)$, $(y+z)$ ও $(z+x)$ এর ল.সা.গু = $(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

$$= \frac{(x-y)(z+x) + (y-z)(x+y) + (z-x)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{xz + x^2 - yz - xy + xy - xz + y^2 - yz + yz - xy + z^2 - xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

সমস্যা-৩। $\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(x-z)}$

সমাধানঃ $\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(x-z)}$

এখানে, হর, $(x-y)$, $(y-z)$ ও $(z-x)$ এর ল.সা.গু = $(x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{y(z-x) + x(y-z) + z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{yz - xy + xy - zx + zx - yz}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{0}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= 0$$

সমস্যা-৪। $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$

সমাধানঃ $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$

এখানে, $x^2 - 9y^2$

$$= x^2 - (3y)^2$$

$$= (x - 3y)(x + 3y)$$

হর, $(x + 3y), (x - 3y)$ ও $(x - 3y)(x + 3y)$ এর ল.সা.গু $= (x - 3y)(x + 3y)$

$$\therefore \frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{1 \cdot (x - 3y) + 1 \cdot (x + 3y) + 2x}{(x - 3y)(x + 3y)}$$

$$= \frac{x - 3y + x + 3y + 2x}{(x - 3y)(x + 3y)}$$

$$= \frac{0}{(x + 3y)(x - 3y)}$$

$$= 0$$

সমস্যা-৫। $\frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$

সমাধানঃ

$$\frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$$

এখানে, হর, $x-y, (2x+y), x+y$ ও $(2x-y)$ এর ল.সা.গু $= (x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)$

$$\therefore \frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$$

$$= \left\{ \frac{1 \cdot (x+y) + 1 \cdot (x-y)}{(x-y)(x+y)} \right\} - 2 \left\{ \frac{1}{(2x+y)} + \frac{1}{(2x-y)} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)} \right\} - 2 \left\{ \frac{2x-y+2x+y}{(2x+y)(2x-y)} \right\}$$

$$= \frac{2x}{(x^2 - y^2)} - \frac{2 \cdot 4x}{(4x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{2x(4x^2 - y^2) - 8x(x^2 - y^2)}{(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{8x^3 - 2xy^2 - 8x^3 + 8xy^2}{(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{6xy^2}{(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)}$$

সমস্যা-৬। $\frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$

সমাধানঃ

$$\frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

এখানে, হর, $(x-2)$, (x^2+2x+4) ও (x^3+8) এর ল.সা.গু

$$= (x-2), (x^2+2x+4) (x^3+8)$$

$$= (x^3-2^3)(x^3+8)$$

$$= (x^3-8)(x^3+8)$$

$$= (x^3)^2 - 8^2$$

$$= x^6 - 64$$

$$\therefore \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{1 \cdot (x^2+2x+4) - (x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{x^2+2x+4 - (x^2-4x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{x^2+2x+4 - x^2+4x-4}{(x^3-2^3)} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{6x}{x^3-8} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{6x(x^3+8) + 6x(x^3-8)}{(x^3-8)(x^3+8)}$$

$$= \frac{6x^4 + 48x + 6x^4 - 48x}{(x^3)^2 - 8^2}$$

$$= \frac{12x^4}{x^6 - 64}$$

সমস্যা-৭। $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$

সমাধানঃ

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

এখানে, হর, $x-1, x+1, x^2+1$ ও x^4+1 এর ল.সা.গু $= x^8-1$

$$\therefore \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{1 \cdot (x+1) - 1 \cdot (x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{x+1-x+1}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{2}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{2(x^2+1) - 2(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{2x^2+2-2x^2+2}{x^4-1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{4}{x^4-1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{4(x^4+1) + 4(x^4-1)}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$= \frac{4x^4+4+4x^4-4}{(x^4)^2-(1)^2}$$

$$= \frac{8x^4}{x^8-1}$$

সমস্যা-৮। $\frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$

সমাধানঃ

$$\frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

এখানে, হর, $y-z, z-x$ ও $x-y$ এর ল.সা.গু $= (x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

$$= \frac{(x-y)^2 + (y-z)^2 - (z-x)(y-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 - (zy - z^2 - xy + zx)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 - yz + z^2 + xy - zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 + 2y^2 + 2z^2 - xy - 3yz - zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

সমস্যা-৯। $\frac{1}{a-b-b} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

সমাধানঃ $\frac{1}{a-b-b} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

এখানে, $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

$$= (a-b)^2 - c^2$$

$$= (a-b-c)(a-b+c)$$

হর, $a-b-c, a-b+c$ ও $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

এর ল.সা.গু $= a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

$$\therefore \frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$= \frac{a-b+c+a-b-c}{(a-b-c)(a-b+c)} + \frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$= \frac{2a-2b}{(a-b-c)(a-b+c)} + \frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$= \frac{2a-2b+a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$= \frac{3a-2b}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

সমস্যা-১০। $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

সমাধানঃ

$$\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$$

এখানে,

$$(a^2+b^2-c^2+2ab) = (a+b)^2-c^2 = (a+b-c)(a+b+c)$$

$$(b^2+c^2-a^2+2bc) = (b+c)^2-a^2 = (b+c-a)(b+c+a)$$

$$(c^2+a^2-b^2+2ca) = (c+a)^2-b^2 = (c+a-b)(c+a+b)$$

হর, $(a+b-c)(a+b+c)$, $(b+c-a)(b+c+a)$ ও $(c+a-b)(c+a+b)$

$$\text{এর ল.সা.গু} = (a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)$$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{1}{(a+b+c)(a+b-c)} + \frac{1}{(a+b+c)(b+c-a)} + \frac{1}{(a+b+c)(c+a-b)} \\ &= \frac{(a-b+c)(b+c-a) + (a-b+c)(a+b-c) + (a+b-c)(b+c-a)}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)} \\ &= \frac{ca+bc-c^2+bc+ca-a^2+b^2+bc-ab-bc-c^2+ca}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)} \\ &= \frac{2ab+2bc+2ca-a^2-b^2-c^2}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)} \end{aligned}$$

সমস্যা-১১। $\frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$

সমাধানঃ

এখানে হর

$= (y+z)(z+x), (x+y)(z+x)$ ও $(x+y)(y+z)$ এর ল.সা.গু $(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)} \\ &= \frac{(x-y)(x+y) + (y-z)(y+z) + (z-x)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\ &= \frac{x^2 - y^2 + y^2 - z^2 + z^2 - x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\ &= \frac{0}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

সমস্যা-১২। $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4}$

$$= \frac{x+2-x+2}{(x-2)(x+2)} - \frac{4}{x^2+4}$$

$$= \frac{4}{x^2-4} - \frac{4}{x^2+4}$$

$$= 4 \left[\frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2+4} \right]$$

$$= 4 \left[\frac{x^2+4-x^2+4}{(x^2-4)(x^2+4)} \right]$$

$$= \frac{4 \times 8}{(x^2-4)(x^2+4)}$$

$$= \frac{32}{x^4-16}$$

সমস্যা-১৩। $\frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$

এখানে

$$1+a^2+a^4 = 1+2a^2+a^4-a^2$$

$$= (1+a^2)^2 - a^2$$

$$= (1+a^2+a)(1+a^2-a)$$

$$= (a^2+a+1)(a^2-a+1)$$

হর, $1-a+a^2, 1+a+a^2, 1+a^2+a^4$ এর ল.সা. = $(1+a+a^2)(1-a^2+a^4)$

$$= 1+a^2+a^4$$

$$\therefore \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$= \frac{1+a+a^2-1+a-a^2-2a}{1+a^2+a^4}$$

$$= \frac{0}{1+a^2+a^4}$$

$$= 0$$

Type-6

ভগ্নাংশের গুণ

সমস্যা-১। $\frac{a^2b^2}{cd}$ কে $\frac{ab}{c^2d^2}$ দ্বারা

সমাধানঃ $\frac{a^2b^2}{cd} \times \frac{ab}{c^2d^2}$

$$= \frac{a^2b^2 \times ab}{cd \times c^2d^2}$$

∴ নির্ণেয় গুণফল = $\frac{a^3b^3}{c^3d^3}$

সমস্যা-২। $\frac{x^2y^3}{xy^2}$ কে $\frac{x^3b}{ay^3}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\frac{x^2y^3}{xy^2} \times \frac{x^3b}{ay^3}$$

$$= \frac{x^2y^3 \times x^3b}{xy^2 \times ay^3}$$

$$= \frac{x^5y^3b}{xy^5a}$$

∴ নির্ণেয় গুণফল = $\frac{x^4b}{y^2a}$

সমস্যা-৩। $\frac{10x^5b^4z^3}{3x^2b^2z}$ কে $\frac{15y^5b^2z^2}{2y^2a^2x}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\frac{10x^5b^4z^3}{3x^2b^2z} \times \frac{15y^5b^2z^2}{2y^2a^2x}$$

$$= \frac{10x^5b^4z^3 \times 15y^5b^2z^2}{3x^2b^2z \times 2y^2a^2x}$$

$$= \frac{25x^5y^5z^5b^6}{x^3y^2za^2b^2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গুণফল} = \frac{25b^4x^2y^3z^4}{a^2}$$

সমস্যা-৪। $\frac{x^2-y^2}{x^3+y^3}$ কে $\frac{x^2-xy+y^2}{x^3-y^3}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\frac{x^2-y^2}{x^3+y^3} \times \frac{x^2-xy+y^2}{x^3-y^3}$$

$$= \frac{(x+y)(x-y) \times (x^2-xy+y^2)}{(x+y) \times (x^2-xy+y^2)(x-y) \times (x^2+xy+y^2)}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গুণফল} = \frac{1}{x^2+xy+y^2}$$

সমস্যা-৫। $\frac{x^2-5x+6}{x^2-9x+20}$ কে $\frac{x-5}{x-3}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 20} \times \frac{x - 5}{x - 3} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 3x + 6}{x^2 - 4x - 5x + 20} \times \frac{x - 5}{x - 3} \\ &= \frac{x(x - 2) - 3(x - 2)}{x(x - 4) - 5(x - 4)} \times \frac{x - 5}{x - 3} \\ &= \frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 4)(x - 5)} \times \frac{x - 5}{x - 3} \\ &= \frac{(x - 2)(x - 3)(x - 5)}{(x - 4)(x - 5)(x - 3)} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গুণফল} = \frac{x-2}{x-4}$$



সমস্যা-৬। $\frac{7a^2b}{36a^3b^2}$ কে $\frac{24ab^2}{35a^4b^5}$ দ্বারা

$$\text{নির্ণেয় গুণফল} = \frac{7a^2b}{36a^3b^2} \times \frac{24ab^2}{35a^4b^5} = \frac{2a^3b^3}{15a^7b^7} = \frac{2}{15a^4b^4}$$

সমস্যা-৭। $\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-16}$ দ্বারা

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \times \frac{x^2 - 9}{x^2 - 16} \\ &= \frac{x^2 + 4x - x - 4}{x^2 - 3x - 4x + 12} \times \frac{x^2 - 3^2}{x^2 - 4^2} \\ &= \frac{(x+4)(x-1)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-3)(x+3)}{(x-4)(x+4)} \\ &= \frac{(x+4)(x-1)(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-4)(x-4)(x+4)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{(x-4)^2} \end{aligned}$$

সমস্যা-৮। $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$

সমাধানঃ $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$ এর গুণফল

$$= \frac{9x^2y^2}{7y^2z^2} \times \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \times \frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$$

$$= \frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$

সমস্যা-৯। $\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$

সমাধানঃ $\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$ এর গুণফল

$$= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{28z^4}{9x^3y^4} \times \frac{3y^7z}{10x}$$

$$= \frac{32a^2b^2y^3z^3}{45x^4}$$

সমস্যা-১০। $\frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$

সমাধানঃ $\frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$ এর গুণফল

$$= \frac{yz}{x^2} \times \frac{xz}{y^2} \times \frac{xy}{z^2}$$

$$= 1$$

নির্ণেয় গুণফল 1

সমস্যা-১১। $\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$

সমাধানঃ $\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$ এর গুণফল

$$= \frac{x-1}{x+1} \times \frac{(x-1)(x-1)}{x(x+1)} \times \frac{x^2}{x^2-4x+5}$$

$$= \frac{(x-1)(x-1)(x-1)}{(x+1)x(x+1)} \times \frac{x \times x}{(x^2-4x+5)}$$

$$= \frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$

সমস্যা-১২। $\frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2}, \frac{x - y}{x^3 + y^3}$ এবং $\frac{x + y}{x^3 + y^3}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2}, \frac{x - y}{x^3 + y^3} \text{ এবং } \frac{x + y}{x^3 + y^3} \text{ এর গুণফল} \\ &= \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x - y)(x + y)}{(x - y)^2(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)^2} \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)^2}$

সমস্যা-১৩। $\frac{1 - b^2}{1 + x}, \frac{1 - x^2}{b + b^2}$ এবং $\left(1 + \frac{1 - x}{x}\right)$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{1 - b^2}{1 + x}, \frac{1 - x^2}{b + b^2} \text{ এবং } \left(1 + \frac{1 - x}{x}\right) \text{ এর গুণফল} \\ &= \frac{1 - b^2}{1 + x} \times \frac{1 - x^2}{b + b^2} \times \left(1 + \frac{1 - x}{x}\right) \\ &= \frac{(1 - b)(1 + b)(1 - x)(1 + x)}{(1 + x)b(1 + b)} \times \left(\frac{x + 1 - x}{x}\right) \\ &= \frac{(1 - b)(1 - x)}{bx} \\ &= \frac{(1 - b)(1 - x)}{bx} \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{(1 - b)(1 - x)}{bx}$

সমস্যা-১৪। $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}, \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$ এবং $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 9}$

সমাধানঃ

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}, \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} \text{ এবং } \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} \times \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} \times \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9}$$

$$= \frac{x^2 - x - 2x + 2}{x^2 - x - 3x + 3} \times \frac{x^2 - 2x - 3x + 6}{x^2 - 3x - 4x + 12} \times \frac{x^2 - 4^2}{x^2 - 3^2}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)} \times \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-4)(x+4)}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)(x-2)(x-3)(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-3)(x-3)(x-4)(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-2)(x+4)}{(x-3)(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$

সমস্যা-১৫। $\frac{x^3 + y^3}{a^2b + ab^2 + b^3}, \frac{a^3 - b^3}{x^2 - xy + y^2}$ এবং $\frac{ab}{x + y}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 + y^3}{a^2b + ab^2 + b^3}, \frac{a^3 - b^3}{x^2 - xy + y^2} \text{ এবং } \frac{ab}{x + y} \text{ এর গুণফল} \\ &= \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{b(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{(x^2 - xy + y^2)} \times \frac{ab}{(x + y)} \\ &= \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)(a - b)(a^2 + ab + b^2) ab}{b(a^2 + ab + b^2)(x^2 - xy + y^2)(x + y)} \\ &= a(a - b) \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $a(a - b)$

সমস্যা-১৬। $\frac{x^3 + y^3 + 3xy(x + y)}{(a + b)^3}, \frac{a^3 + b^3 + 3ab(a + b)}{x^2 - y^2}$ এবং $\frac{(x - y)^2}{(x + y)^2}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x + y)}{(a + b)^3}, \frac{a^3 + b^3 + 3ab(a + b)}{x^2 - y^2} \text{ এবং } \frac{(x - y)^2}{(x + y)^2} \text{ এর গুণফল} \\ &= \frac{(x + y)^3}{(a + b)^3} \times \frac{(a + b)^3}{(x - y)(x + y)} \times \frac{(x - y)^2}{(x + y)^2} \\ &= \frac{(x + y)^3(a + b)^3(x - y)^2}{(a + b)^3(x - y)(x + y)(x + y)^2} \\ &= x - y \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $x - y$

Type-7

ভগ্নাংশের ভাগ

সমস্যা-১। $\frac{a^3b^2}{c^2d}$ কে $\frac{a^2b^3}{cd^3}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$১ম ভগ্নাংশ = \frac{a^3b^2}{c^2d}$$

$$২য় ভগ্নাংশ = \frac{a^2b^3}{cd^3}$$

২য় ভগ্নাংশের গুণাত্মক বিপরীত হলো $\frac{cd^3}{a^2b^3}$

$$\begin{aligned} & \frac{a^3b^2}{c^2d} \div \frac{a^2b^3}{cd^3} \\ &= \frac{a^3b^2}{c^2d} \times \frac{cd^3}{a^2b^3} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভাগফল} = \frac{a^3b^2cd^3}{a^2b^3c^2d} = \frac{ad^2}{bc}$$

সমস্যা-২। $\frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2}$ কে $\frac{6a^3b^2c}{5x^2y^2z^2}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2} \div \frac{6a^3b^2c}{5x^2y^2z^2} \\ &= \frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2} \times \frac{5x^2y^2z^2}{6a^3b^2c} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভাগফল} = \frac{axy}{b^2c}$$

সমস্যা-৩। $\frac{a^2-b^2}{a^2+ab+b^2}$ কে $\frac{a+b}{a^3-b^3}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{a^2-b^2}{a^2+ab+b^2} \div \frac{a+b}{a^3-b^3} \\ &= \frac{(a+b)(a-b)}{(a^2+ab+b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a+b} \\ &= (a-b)(a-b) \end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় ভাগফল $= (a-b)^2$

সমস্যা-৪। $\frac{x^3-27}{x^2-7x+6}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-36}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^3-27}{x^2-7x+6} \div \frac{x^2-9}{x^2-36} \\ &= \frac{x^3-3^3}{x^2-6x-x+6} \times \frac{x^2-6^2}{x^2-3^2} \\ &= \frac{(x-3)(x^2+3x+3^2)}{(x-6)(x-1)} \times \frac{(x+6)(x-6)}{(x+3)(x-3)} \end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{(x^2+3x+9)(x+6)}{(x-1)(x+3)}$

সমস্যা-৫। $\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}$ কে $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^3-y^3}{x^3+y^3} \div \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2} \\ &= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \times \frac{(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} \end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{(x^2+xy+y^2)}{(x^2-xy+y^2)}$

সমস্যা-৬। $\frac{16a^2b^2}{21z^2}$ কে $\frac{28ab^4}{35xyz}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \div \frac{28ab^4}{35xyz} \\ &= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{35xyz}{28ab^4} \\ &= \frac{20axy}{21zb^2}\end{aligned}$$

সমস্যা-৭। $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}$ কে $\frac{x^3+y^3}{x-y}$ দ্বারা

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \div \frac{x^3+y^3}{x-y} \\ &= \frac{(x^2+y^2)(x^2-y^2)}{(x-y)^2} \times \frac{x-y}{x^3+y^3} \\ &= \frac{(x-y)(x+y)(x^2+y^2)}{(x-y)(x-y)} \times \frac{(x-y)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \\ &= \frac{(x^2+y^2)}{(x^2-xy+y^2)}\end{aligned}$$

সমস্যা-৮। $\frac{3x^2}{2a}, \frac{4y^2}{15zx}$

সমাধানঃ $\frac{3x^2}{2a} \div \frac{4y^2}{15zx}$

$$= \frac{3x^2}{2a} \times \frac{15zx}{4y^2}$$

$$= \frac{45x^3z}{8ay^2}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{15x^2z}{8ay^2}$

সমস্যা-৯। $\frac{9a^2b^2}{4c^2}, \frac{16a^3b}{3c^3}$

সমাধানঃ $\frac{9a^2b^2}{4c^2} \div \frac{16a^3b}{3c^3}$

$$= \frac{9a^2b^2}{4c^2} \times \frac{3c^3}{16a^3b}$$

$$= \frac{27bc}{64a}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{27bc}{64a}$

সমস্যা-১০। $\frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3}, \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$

সমাধানঃ $\frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3} \div \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$

$$= \frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3} \times \frac{12xyz}{7a^2b^2c^2}$$

$$= \frac{3a^2b^2c^2 \times 3xyz}{x^3y^3z^3}$$

$$= \frac{9a^2b^2b^2}{x^2y^2z^2}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{9a^2b^2b^2}{x^2y^2z^2}$

সমস্যা-১১। $\frac{x}{y}, \frac{x+y}{y}$

সমাধানঃ $\frac{x}{y} \div \frac{x+y}{y}$

$$= \frac{x}{y} \times \frac{y}{x+y}$$

$$= \frac{x}{x+y}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{x}{x+y}$



সমস্যা-১২। $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a+b}$

সমাধানঃ $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \div \frac{a^2-b^2}{a+b}$

$$= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \times \frac{a+b}{a^2-b^2}$$
$$= \frac{(a+b)(a+b)(a+b)}{(a-b)(a-b)(a-b)(a+b)}$$
$$= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}$

সমস্যা-১৩। $\frac{x^3 - y^3}{x + y}, \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - y^2}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 - y^3}{x + y} \div \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - y^2} \\ &= \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{(x + y)} \times \frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy + y^2} \\ &= \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{(x + y)} \times \frac{(x - y)(x + y)}{x^2 + xy + y^2} \\ &= (x - y)(x - y) \\ &= (x - y)^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $(x - y)^2$

সমস্যা-১৪। $\frac{a^3 + b^3}{a - b}, \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - b^2}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{a^3 + b^3}{a - b} \div \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{(a - b)} \times \frac{(a - b)(a + b)}{(a^2 - ab + b^2)} \\ &= (a + b)(a + b) \\ &= (a + b)^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $(a + b)^2$

সমস্যা-১৫। $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}, \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2} \\ &= \frac{x^2 - 3x - 4x + 12}{x^2 - 2^2} \times \frac{x^2 - 2x - x + 2}{x^2 - 4^2} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 4)}{(x - 2)(x + 2)} \times \frac{(x - 2)(x - 1)}{(x - 4)(x + 4)} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x + 2)(x + 4)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(x - 3)(x - 1)}{(x + 2)(x + 4)}$

সমস্যা-১৬। $\frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36} \div \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36} \div \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56} \\ &= \frac{x^2 - 6x + 5x - 30}{x^2 - 6^2} \div \frac{x^2 + 8x + 5x + 40}{x^2 + 8x - 7x - 56} \\ &= \frac{(x - 6)(x + 5)}{(x - 6)(x + 6)} \times \frac{(x + 8)(x - 7)}{(x + 8)(x + 5)} \\ &= \frac{(x - 7)}{(x + 6)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(x - 7)}{(x + 6)}$



Type-8

ভাগ ও গুণের মাধ্যমে সরল

সমস্যা-১। $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

সমাধানঃ

$$= \frac{(x+1)}{x} \div \frac{x^2-1}{x^2}$$

$$= \frac{(x+1)}{x} \times \frac{x^2}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x}{x-1}$$

সমস্যা-২। $\left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)$

$$= \frac{x^2 - xy + xy + y^2}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \div \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \times \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$= 1$$

সমস্যা-৩। $\frac{a^3 + b^3}{(a - b)^2 + 3ab} \div \frac{(a + b)^2 - 3ab}{a^3 - b^3} \times \frac{a + b}{a - b}$

$$= \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - 2ab + b^2 + 3ab} \div \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 3ab}{(a - b)(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{a + b}{a - b}$$

$$= \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 - ab + b^2)} \times \frac{a + b}{a - b}$$

$$= (a + b)(a + b)$$

$$= (a + b)^2$$

সমস্যা-৪। $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \times \frac{(x - 4)^2}{(x - 1)^2}$

$$= \frac{x^2 + 4x - x - 4}{x^2 - 3x - 4x + 12} \times \frac{x^2 - 3^2}{x^2 - 4^2} \times \frac{(x - 4)^2}{(x - 1)^2}$$

$$= \frac{(x + 4)(x - 1)}{(x - 3)(x - 4)} \times \frac{(x + 3)(x - 3)}{(x + 4)(x - 4)} \times \frac{(x - 4)^2}{(x - 1)^2}$$

$$= \frac{x + 3}{x - 1}$$

সমস্যা-৫। $\frac{x^3 + y^3 + 3xy(x + y)}{(x + y)^2 - 4xy} \div \frac{(x - y)^2 + 4xy}{x^3 - y^3 - 3xy(x - y)}$

$$= \frac{(x + y)^3}{(x - y)^2} \div \frac{(x + y)^2}{(x - y)^3}$$

$$= \frac{(x + y)^3}{(x - y)^2} \times \frac{(x - y)^3}{(x + y)^2}$$

$$= (x + y)(x - y)$$

$$= x^2 - y^2$$

সমস্যা-৬। $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$

সমাধানঃ

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$$

$$= \frac{y + x}{xy} \times \frac{y - x}{xy}$$

$$= \frac{y^2 - x^2}{x^2y^2}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{y^2 - x^2}{x^2y^2}$

সমস্যা-৭। $\left(\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{1-x^2}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{1-x^2}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) \\ &= \left\{\frac{1-x+2x}{(1-x)(1+x)}\right\}\left(\frac{x-1}{x^2}\right) \\ &= \frac{(1+x)}{(1-x)(1+x)} \times \frac{(x-1)}{x^2} \\ &= \frac{-(1-x)}{(1-x)x^2} \\ &= -\frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $-\frac{1}{x^2}$

সমস্যা-৮। $\left(1 - \frac{c}{a+b}\right)\left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c}\right)$

সমাধানঃ $\left(1 - \frac{c}{a+b}\right)\left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c}\right)$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{a+b-c}{a+b}\right)\left\{\frac{a(a+b-c) - a(a+b+c)}{(a+b+c)(a+b-c)}\right\} \\ &= \frac{(a+b-c)}{a+b} \times \frac{a^2 + ab - ca - a^2 - ab - ca}{(a+b+c)(a+b-c)} \\ &= \frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)}$

সমস্যা-৯। $\left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a}\right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}\right)$

সমাধানঃ $\left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a}\right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}\right)$

$$= \frac{1(1-a) + a(1+a)}{(1+a)(1-a)} \times \frac{1(1+a+a^2) - 1(1+a^2)}{(1+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$= \frac{1-a+a+a^2}{(1+a)(1-a)} \times \frac{1+a+a^2-1-a^2}{(1+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$= \frac{\cancel{1+a^2}}{(1+a)(1-a)} \times \frac{a}{(\cancel{1+a^2})(1+a+a^2)}$$

$$= \frac{a}{(1+a)(1-a)(1+a+a^2)}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{a}{(1+a)(1-a)(1+a+a^2)}$

সমস্যা-১০। $\left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y}\right)\left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2}\right)$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y}\right)\left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2}\right) \\ &= \frac{x(2x+y) + x(2x-y)}{(2x-y)(2x+y)} \times \frac{4(x^2-y^2) + 3y^2}{x^2-y^2} \\ &= \frac{4x^2}{(4x^2-y^2)} \times \frac{(4x^2-y^2)}{(x^2-y^2)} \\ &= \frac{4x^2}{(x^2-y^2)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{4x^2}{(x^2-y^2)}$

সমস্যা-১১। $\left(\frac{2x+y}{x+y} - 1\right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y}\right)$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1\right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y}\right) \\ &= \frac{2x+y-1(x+y)}{x+y} \div \frac{1(x+y)-y}{x+y} \\ &= \frac{2x+y-x-y}{(x+y)} \times \frac{(x+y)}{x+y-y} \\ &= \frac{x}{1} \times \frac{1}{x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল 1

সমস্যা-১২। $\left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right)$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right) \\ &= \frac{a(a-b) + b(a+b)}{(a-b)(a+b)} \div \frac{a(a+b) - b(a-b)}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{a^2 - ab + ab + b^2}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a-b)(a+b)}{a^2 + ab - ab + b^2} \\ &= \frac{(a^2 + b^2)}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a-b)(a+b)}{(a^2 + b^2)} \\ &= \frac{(a^2 - b^2)}{(a^2 - b^2)} \\ &= 1 \quad \text{নির্ণেয় সরলফল 1} \end{aligned}$$

সমস্যা-১৩। $\left(\frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1\right) \div \left(\frac{a^3 - b^3}{a-b} - 3ab\right)$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1\right) \div \left(\frac{a^3 - b^3}{a-b} - 3ab\right) \\ &= \left(\frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2ab}\right) \div \left(\frac{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}{a-b}\right) \\ &= \frac{(a-b)^2}{2ab} \times \frac{(a-b)}{(a-b)^3} \\ &= \frac{1}{2ab} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{1}{2ab}$

সমস্যা-১৪। $\frac{(x+y)^2-4xy}{(a+b)^2-4ab} \div \frac{x^3-y^3-3xy(x-y)}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{(x+y)^2-4xy}{(a+b)^2-4ab} \div \frac{x^3-y^3-3xy(x-y)}{a^3-b^3-3ab(a-b)} \\ &= \frac{(x-y)^2}{(a-b)^2} \div \frac{(x-y)^3}{(a-b)^3} \quad [\because (a-b)^2 \\ &= \frac{(x-y)^2}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^3}{(x-y)^3} \quad = (a+b)^2 - 4ab \text{ সূত্র মতে}] \\ &= \frac{a-b}{x-y} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{a-b}{x-y}$

সমস্যা-১৫। $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1\right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1\right)$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1\right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1\right) \\ &= \left(\frac{a^2 + b^2 + ab}{ab}\right) \div \left(\frac{a^2 + ab + b^2}{b^2}\right) \\ &= \frac{(a^2 + b^2 + ab)}{ab} \times \frac{b^2}{(a^2 + b^2 + ab)} \\ &= \frac{b}{a} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{b}{a}$

সমস্যা-১৬। $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6} \\ &= \frac{x^2 + 5x - 3x - 15}{x^2 + 4x - 3x - 12} \div \frac{x^2 - 5^2}{x^2 - 5x + 4x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 3x - 2x + 6} \\ &= \frac{(x + 5)(x - 3)}{(x + 4)(x - 3)} \div \frac{(x - 5)(x + 5)}{(x - 5)(x + 4)} \times \frac{(x - 2)}{(x - 3)(x - 2)} \\ &= \frac{(x + 5)(x - 3)}{(x + 4)(x - 3)} \times \frac{(x - 5)(x + 4)}{(x - 5)(x + 5)} \times \frac{(x - 2)}{(x - 3)(x - 2)} \\ &= \frac{1}{(x - 3)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{1}{(x - 3)}$

সমস্যা-১৭। $\left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y}\right) \div \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}\right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right)$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y}\right) \div \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}\right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) \\ &= \frac{x(x+y) - x(x-y)}{(x-y)(x+y)} \div \frac{y(x+y) - y(x-y)}{(x-y)(x+y)} \\ &+ \frac{(x+y)(x+y) + (x-y)(x-y)}{(x-y)(x+y)} \div \frac{(x+y)(x+y) - (x-y)(x-y)}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2 + xy - x^2 + xy}{(x-y)(x+y)} \div \frac{xy + y^2 - xy + y^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{2x^2 + 2y^2}{(x-y)(x+y)} \div \frac{4xy}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{2xy}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{2y^2} + \frac{2(x^2 + y^2)}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{4xy} \\ &= \frac{x}{y} + \frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{2x^2 + x^2 + y^2}{2xy} \\ &= \frac{3x^2 + y^2}{2xy} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{3x^2 + y^2}{2xy}$

সমস্যা-১৮। $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} \\ &= \frac{x^2 + 3x - x - 3}{x^2 + 2x - x - 2} \div \frac{x^2 + 3x - 2x - 6}{x^2 - 2^2} \\ &= \frac{(x + 3)(x - 1)}{(x + 2)(x - 1)} \times \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x + 3)(x - 2)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল: 1

সমস্যা-১৯। $\frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} \times \frac{(a + b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} \div \frac{a + b}{a^2 + ab + b^2}$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} \times \frac{(a + b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} \div \frac{a + b}{a^2 + ab + b^2} \\ &= \frac{(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)}{(a - b)^2} \times \frac{(a - b)^2}{(a - b)(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a^2 + ab + b^2)}{(a + b)} \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল: $a^2 + b^2$

সৃজনশীল প্রশ্ন

১. $P = 1 - x + x^2$, $Q = 1 + x + x^2$, $R = 1 + x^2 + x^4$ তিনটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. R কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

খ. $\frac{1}{P} - \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. সরল করঃ $\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R}\right) \times \frac{Q}{2x}$

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} R &= 1 + x^2 + x^4 \\ &= 1 + 2x^2 + x^4 - x^2 \\ &= (1 + x^2)^2 - (x)^2 \\ &= (1 + x + x^2)(1 - x + x^2) \text{ (Ans)} \end{aligned}$$

খ. এখন, $\frac{1}{P} - \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(1 - x + x^2)} - \frac{1}{(1 + x + x^2)} - \frac{2x}{(1 + x + x^2)(1 - x + x^2)} \\ &= \frac{1 + x + x^2 - (1 - x + x^2) - 2x}{(1 + x + x^2)(1 - x + x^2)} \\ &= \frac{1 + x + x^2 - 1 + x - x^2 - 2x}{(1 + x + x^2)(1 - x + x^2)} \\ &= \frac{0}{(1 + x + x^2)(1 - x + x^2)} \\ &= 0 \text{ (Ans)} \end{aligned}$$

গ. $\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{Q} - \frac{2x}{R}\right) \times \frac{Q}{2x}$

$$= \left\{ \frac{1}{(1-x+x^2)} + \frac{1}{(1+x+x^2)} - \frac{2x}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \right\} \times \frac{Q}{2x}$$

$$= \left\{ \frac{1+x+x^2+1-x+x^2-2x}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \right\} \times \frac{Q}{2x}$$

$$= \left\{ \frac{2x^2-2x+2}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \right\} \times \frac{1+x+x^2}{2x}$$

$$= \left\{ \frac{2(x^2-x+1)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \right\} \times \frac{1+x+x^2}{2x}$$

$$= \frac{1}{x} \text{ (Ans)}$$



২. $A = \frac{3x}{x^2+3x-4}, B = \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x}{x^2+5x+4}, C = 3a^2 + a - 10, D = a^3 + 8, E = 2a^2 + 9a + 10$

পাঁচটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. $\frac{x^3-1}{x^3+x^2+x}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

খ. সরল করঃ $A + B$

গ. $\frac{1}{C}, \frac{1}{D}, \frac{1}{E}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\frac{x^3-1}{x^3+x^2+x} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x(x^2+x+1)} = \frac{x-1}{x}$ (Ans)

খ. দেওয়া আছে, $A = \frac{3x}{x^2+3x-4}$

$$B = \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x}{x^2+5x+4}$$

$$A + B = \frac{3x}{x^2+3x-4} + \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x}{x^2+5x+4}$$

$$= \frac{3x}{x^2+4x-x-4} + \frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{x}{x^2+4x+x+4}$$

$$= \frac{3x}{x(x+4)-1(x+4)} + \frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{x}{x(x+4)+1(x+4)}$$

$$= \frac{3x}{(x-1)(x+4)} + \frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{x}{(x+1)(x+4)}$$

$$= \frac{3x(x+1) + (x+4)2x + x(x-1)}{(x-1)(x+4)(x+1)}$$

$$= \frac{3x^2 + 3x + 2x^2 + 8x + x^2 - x}{(x-1)(x+4)(x+1)}$$

$$= \frac{6x^2 + 10x}{(x-1)(x+4)(x+1)} = \frac{2x(3x+5)}{(x-1)(x+4)(x+1)} \quad (\text{Ans})$$

গ. দেওয়া আছে,

$$C = 3a^2 + a - 10,$$

$$D = a^3 + 8$$

$$E = 2a^2 + 9a + 10$$

অতএব, $\frac{1}{C}, \frac{1}{D}, \frac{1}{E}$ ভগ্নাংশরূপে $\frac{1}{3a^2+a-10}, \frac{1}{a^3+8}, \frac{1}{2a^2+9a+10}$

$$\begin{aligned}\text{এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর} &= 3a^2 + a - 10 \\ &= 3a^2 + 6a - 5a - 10 \\ &= 3a(a + 2) - 5(a + 2) \\ &= (a + 2)(3a - 5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{২য় ভগ্নাংশের হর} &= a^3 + 8 \\ &= (a + 2)(a^2 - 2a + 2^2) \\ &= (a + 2)(a^2 - 2a + 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{৩য় ভগ্নাংশের হর } E &= 2a^2 + 9a + 10 \\ &= 2a^2 + 5a + 4a + 10 \\ &= a(2a + 5) + 2(2a + 5) \\ &= (2a + 5)(a + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{হরগুলোর ল.সা.গু} = (2a + 5)(a + 2)(3a - 5)(a^2 - 2a + 4)$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{C} = \frac{1}{(a+2)(3a-5)}$$

$$= \frac{(2a + 5)(a^2 - 2a + 4)}{(a + 2)(3a - 5)(2a + 5)(a^2 - 2a + 4)}$$

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{(a + 2)(a^2 - 2a + 4)}$$

$$= \frac{(3a - 5)(2a + 5)}{(a + 2)(3a - 5)(2a + 5)(a^2 - 2a + 4)}$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{(2a + 5)(a + 2)}$$

$$= \frac{(3a - 5)(a^2 - 2a + 4)}{(a + 2)(3a - 5)(2a + 5)(a^2 - 2a + 4)}$$

∴ নির্ণেয় সম হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশসমূহ :

$$\frac{(2a+5)(a^2-2a+4)}{(a+2)(3a-5)(2a+5)(a^2-2a+4)}$$

$$\frac{(3a-5)(2a+5)}{(a+2)(3a-5)(2a+5)(a^2-2a+4)}$$

$$\frac{(3a-5)(a^2-2a+4)}{(a+2)(3a-5)(2a+5)(a^2-2a+4)}$$

৩. $A = x^2 - 5x + 6, B = x^2 - 9, C = x^2 + 4x + 3$ তিনটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. $\frac{C}{x^2+x}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

খ. সরল করঃ $\frac{1}{A} + \frac{1}{B}$

গ. $(\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C})$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $C = x^2 + 4x + 3$

$$\begin{aligned}\text{এখন, } \frac{C}{x^2+x} &= \frac{x^2+4x+3}{x(x+1)} = \frac{x^2+3x+x+3}{x(x+1)} \\ &= \frac{x(x+3)+1(x+3)}{x(x+1)} \\ &= \frac{(x+3)(x+1)}{x(x+1)} \\ &= \frac{(x+3)}{x} \quad (\text{Ans})\end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$A = x^2 - 5x + 6$$

$$B = x^2 - 9$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{x^2 - 5x + 6} + \frac{1}{x^2 - 9}$$

$$= \frac{1}{x^2 - 3x - 2x + 6} + \frac{1}{x^2 - 3^2}$$

$$= \frac{1}{(x-3)(x-2)} + \frac{1}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{x + 3 + x - 2}{(x-3)(x-2)(x+3)}$$

$$= \frac{2x + 1}{(x-3)(x-2)(x+3)}$$

$$= \frac{2x + 1}{(x^2 - 9)(x - 2)} \quad (\text{Ans})$$

গ. দেওয়া আছে,

$$A = x^2 - 5x + 6$$

$$B = x^2 - 9$$

$$C = x^2 + 4x + 3$$

অতএব, $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ ভগ্নাংশগুলো $\frac{1}{x^2 - 5x + 6}, \frac{1}{x^2 - 9}, \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - 5x + 6 \\ &= x^2 - 3x - 2x + 6 \\ &= (x - 3)(x - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{২য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - 9 \\ &= (x + 3)(x - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2 + 4x + 3 \\ &= x^2 + 3x + x + 3 \\ &= (x + 1)(x + 3)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{হরগুলোর ল.সা.গু} = (x + 3)(x - 3)(x + 1)(x - 2)$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{A} = \frac{1}{(x-3)(x-2)}$$

$$= \frac{(x + 1)(x + 3)}{(x - 3)(x - 2)(x + 3)(x + 1)}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{B} &= \frac{1}{(x + 3)(x - 3)} \\ &= \frac{(x + 1)(x - 2)}{(x + 3)(x - 3)(x + 1)(x - 2)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{C} &= \frac{1}{(x + 1)(x + 3)} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 2)}{(x + 1)(x + 3)(x - 3)(x - 2)}\end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশসমূহ :

$$\frac{(x + 1)(x + 3)}{(x - 3)(x - 2)(x + 3)(x + 1)}$$

$$\frac{(x + 1)(x - 2)}{(x + 3)(x - 3)(x + 1)(x - 2)}$$

$$\frac{(x - 3)(x - 2)}{(x + 1)(x + 3)(x - 3)(x - 2)}$$

৪. $\frac{2}{x^2-x-2}$, $\frac{3}{x^2+x-6}$ এবং $\frac{2}{x^2+6x+9}$ তিনটি ভগ্নাংশ।

ক. ২য় ভগ্নাংশের হরের উৎপাদক নির্ণয় কর।

খ. ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

গ. ১ম দুটি ভগ্নাংশের যোগফল থেকে $\frac{4x-8}{(x-2)(x-1)(x+3)}$ বিয়োগ কর।

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ২য় ভগ্নাংশের হর $= x^2+x-6 = x^2+3x-2x-6$
 $= x(x+3)-2(x+3)$
 $= (x+3)(x-2)$

খ. ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^2-x-2 = x^2-2x+x-2$
 $= x(x-2)-2(x+3)$
 $= (x+1)(x-2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= x^2+x-6 = x^2+3x-2x-6$
 $= x(x+3)-2(x+3)$
 $= (x+3)(x-2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= x^2+6x+9$
 $= x^2+2 \cdot x \cdot 3+3^2$
 $= (x+3)^2$
 $= (x+3)(x+3)$

\therefore ভগ্নাংশ তিনটির হরের ল সা গু $= (x-2)(x+1)(x+3)(x+3)$

১ম ভগ্নাংশ $= \frac{2}{x^2-x-2} = \frac{2}{(x-2)(x+1)} \times \frac{(x+3)(x+3)}{(x+3)(x+3)}$
 $= \frac{2(x+3)^2}{(x-2)(x+1)(x+3)^2}$

২য় ভগ্নাংশ $= \frac{3}{x^2+x-6} = \frac{3}{(x-2)(x+3)} \times \frac{(x+1)(x+3)}{(x+1)(x+3)}$
 $= \frac{3(x+1)(x+3)}{(x-2)(x+1)(x+3)^2}$

৩য় ভগ্নাংশ $= \frac{2}{x^2+x+9} = \frac{2}{(x+3)(x+3)} \times \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+1)}$
 $= \frac{2(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+1)(x+3)^2}$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভগ্নাংশসমূহ} \frac{2(x+3)^2}{(x-2)(x+1)(x+3)(x+3)}$$

$$\frac{3(x+1)(x+3)}{(x-2)(x+1)(x+3)(x+3)}$$

$$\frac{3(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+1)(x+3)(x+3)} \quad (\text{Ans})$$

গ. ১ম ভগ্নাংশ = $\frac{2}{x^2-x-2} = \frac{2}{(x-2)(x+1)}$

২য় ভগ্নাংশ = $\frac{3}{x^2+x-6} = \frac{3}{(x-2)(x+3)}$

$$\text{১ম দুটি ভগ্নাংশের যোগফল} = \frac{3}{(x-2)(x+3)} + \frac{2}{(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{3x+3+2x+6}{(x-2)(x+1)(x+3)} = \frac{5x+9}{(x-2)(x+1)(x+3)}$$

এখন, $\frac{5x+9}{(x-2)(x+1)(x+3)} - \frac{4x-8}{(x-2)(x-1)(x+3)}$

$$= \frac{5x^2 + 9x - 5x - 9 - (4x^2 - 8x + 4x - 8)}{(x-2)(x+1)(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{5x^2 + 4x - 9 - 4x^2 + 4x + 8}{(x-2)(x+1)(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{x^2+8x-1}{(x-2)(x+1)(x+3)(x-1)} \quad (\text{Ans})$$

৫. $A = x^2 - 11x + 28, B = x^2 - 9x + 18, C = x^2 - 7x + 12, D = x^2 - 11x - 12$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. ১ম তিনটি রাশির ধ্রুবক পদত্রয়ের ল.সা.গু নির্ণয় কর।

খ. $\frac{1}{D} + \frac{1}{12}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

গ. $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ১ম রাশির ধ্রুবক পদ = $28 = 2 \times 2 \times 7$

২য় রাশির ধ্রুবক পদ = $18 = 2 \times 3 \times 3$

৩য় রাশির ধ্রুবক পদ = $12 = 2 \times 2 \times 3$

ধ্রুবক পদগুলোর ল.সা.গু = $12 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 252$ (Ans)

খ. দেওয়া আছে, $D = x^2 - 11x - 12$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{D} + \frac{1}{12} &= \frac{1}{x^2 - 11x - 12} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{12 + x^2 - 11x - 12}{12(x^2 - 11x - 12)} \\ &= \frac{x^2 - 11x}{12(x^2 - 12x + x - 12)} \\ &= \frac{x^2 - 11x}{12\{x(x - 12) + 1(x - 12)\}} \\ &= \frac{x^2 - 11x}{12(x - 12)(x + 1)} \\ &= \frac{x(x-11)}{12(x-12)(x+1)} \text{ (Ans)} \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$A = x^2 - 11x + 28$$

$$B = x^2 - 9x + 18$$

$$C = x^2 - 7x + 12$$

অতএব, $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ ভগ্নাংশরূপে $\frac{1}{x^2-11x+28}, \frac{1}{x^2-9x+18}, \frac{1}{x^2-7x+12}$

$$\begin{aligned} ১ম \text{ ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - 11x + 28 \\ &= x^2 - 7x - 4x + 28 \\ &= (x - 4)(x - 7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ২য় \text{ ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - 9x + 18 \\ &= x^2 - 6x - 3x + 18 \\ &= (x - 3)(x - 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ৩য় \text{ ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - 7x + 12 \\ &= x^2 - 4x - 3x + 12 \\ &= (x - 3)(x - 4) \end{aligned}$$

$$\text{ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু} = (x - 3)(x - 4)(x - 6)(x - 7)$$

এখন,

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} &= \frac{1}{(x - 4)(x - 7)} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 6)}{(x - 3)(x - 6)(x - 4)(x - 7)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{B} &= \frac{1}{(x - 6)(x - 3)} \\ &= \frac{(x - 4)(x - 7)}{(x - 6)(x - 3)(x - 4)(x - 7)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{(x - 3)(x - 4)} \\ &= \frac{(x - 6)(x - 7)}{(x - 3)(x - 4)(x - 6)(x - 7)} \end{aligned}$$

∴ নির্ণেয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশসমূহ

$$\frac{1}{A} = \frac{(x-3)(x-6)}{(x-3)(x-4)(x-6)(x-7)}$$

$$\frac{1}{B} = \frac{(x-4)(x-7)}{(x-3)(x-4)(x-6)(x-7)}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{(x-6)(x-7)}{(x-3)(x-4)(x-6)(x-7)}$$

10 MINUTE
SCHOOL



$$৬. A = \frac{1}{1-x+x^2}, B = \frac{1}{1+x+x^2}, C = \frac{2x}{1+x^2+x^4}, D = \frac{1}{x+y} + \frac{x}{x^2-xy+y^2} + \frac{y^2}{x^3+y^3}$$

ক. বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ বলতে কী বোঝ?

খ. D কে সরল কর।

গ. A, B, C কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যদি m ও n দুইটি বীজগণিতীয় রাশি হয়। তবে $\frac{m}{n}$ একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ, যেখানে $n \neq$

০। যেমন : $\frac{x+y}{y}$ একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

$$\begin{aligned} \text{খ. দেওয়া আছে, } D &= \frac{1}{x+y} + \frac{x}{x^2-xy+y^2} + \frac{y^2}{x^3+y^3} \\ &= \frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} + \frac{x(x+y)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} + \frac{y^2}{x^3+y^3} \\ &= \frac{x^2-xy+y^2+x^2+xy+y^2}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \\ &= \frac{2x^2+2y^2}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \\ &= \frac{2(x^2+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \\ &= \frac{2(x^2+y^2)}{(x^3+y^3)} \quad (\text{Ans}) \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$A = \frac{1}{1-x+x^2}$$

$$B = \frac{1}{1+x+x^2}$$

$$C = \frac{2x}{1+x^2+x^4}$$

$$= \frac{2x}{1+2x^2+x^4-x^2}$$

$$= \frac{2x}{(1+x^2)^2-x^2}$$

$$= \frac{2x}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)}$$

∴ হরগুলোর ল.সা.গু,

$$= (1+x+x^2)(1-x+x^2)$$

$$= 1+x^2+x^4$$

$$\text{এখন, } A = \frac{1}{1-x+x^2} \times \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2}$$

$$= \frac{1+x+x^2}{1+x^2+x^4}$$

$$B = \frac{1}{1+x+x^2} \times \frac{1-x+x^2}{1-x+x^2}$$

$$= \frac{1-x+x^2}{1+x^2+x^4}$$

$$C = \frac{2x}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \times \frac{1}{1}$$

$$= \frac{2x}{1+x^2+x^4} \quad (\text{Ans})$$

৭। $\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}, \frac{a-b}{a^3+b^3}, \frac{a+b}{a^3+b^3}$ তিনটি বীজগণিতিক রাশি।

ক) প্রথম রাশিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো।

খ) দেখাও যে, রাশি তিনটির গুণফল $\frac{a^2-b^2}{(a^2-ab+b^2)^2}$ ।

গ) ১ম রাশিকে $\frac{a^3+a^2b+ab^2+b^3}{(a+b)^2-4ab}$ দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের সাথে $\frac{a^2}{a+b}$ যোগ করো।

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\begin{aligned} \text{ক. ১ম রাশি} &= \frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2} = \frac{(a^2)^2-(b^2)^2}{(a-b)^2} = \frac{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}{(a-b)^2} \\ &= \frac{(a^2+b^2)(a+b)(a-b)}{(a-b)^2} = \frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{খ. রাশি তিনটির গুণফল, } &\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2} \times \frac{a-b}{a^3+b^3} \times \frac{a+b}{a^3+b^3} \\ &= \frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)} \times \frac{(a-b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \times \frac{(a+b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \\ &= \frac{a^2+b^2}{(a^2-ab+b^2)^2} \quad (\text{দেখানো হলো}) \end{aligned}$$

গ.
$$\frac{a^4 - b^4}{a^2 - 2ab + b^2} \div \frac{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}{(a + b)^2 - 4ab}$$

$$= \frac{(a^2 + b^2)(a + b)}{(a - b)} \div \frac{a^2(a + b) + b^2(a + b)}{(a - b)^2}$$

$$= \frac{(a^2 + b^2)(a + b)}{(a - b)} \div \frac{(a^2 + b^2)(a + b)}{(a - b)^2}$$

$$= \frac{(a^2 + b^2)(a + b)}{(a - b)} \times \frac{(a - b)^2}{(a^2 + b^2)(a + b)} = a - b$$

এখন, প্রাপ্ত ভাগফলের সাথে $\frac{a^2}{a+b}$ যোগ করলে হয়, $a - b + \frac{a^2}{a+b} = \frac{(a-b)(a+b)+a^2}{a+b}$

$$= \frac{a^2 - b^2 + a^2}{a+b} = \frac{2a^2 - b^2}{a+b} \quad (\text{Ans.})$$



৮. $A = x^2 - 5x + 6, B = x^2 - 7x + 12, C = x^2 - 9x + 20$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. $\frac{x}{y}$ এবং $\frac{x+y}{y}$ এর বিয়োগফল নির্ণয় করো।

খ. $\frac{1}{B} + \frac{1}{C}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো।

গ. $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ কে সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $\frac{x}{y}$ এবং $\frac{x+y}{y}$ এর বিয়োগফল :

$$\frac{x}{y} - \frac{x+y}{y} = \frac{x-x-y}{y} = \frac{-y}{y} = -1 \quad (\text{Ans.})$$

খ. দেওয়া আছে, $B = x^2 - 7x + 12$ এবং $C = x^2 - 9x + 20$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{1}{B} + \frac{1}{C} &= \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{1}{x^2-9x+20} \\ &= \frac{1}{x^2-4x-3x+12} + \frac{1}{x^2-5x-4x+20} \\ &= \frac{1}{x(x-4)-3(x-4)} + \frac{1}{x(x-5)-4(x-5)} \\ &= \frac{1}{(x-4)(x-3)} + \frac{1}{(x-4)(x-5)} \\ &= \frac{x-5+x-3}{(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{2x-8}{(x-3)(x-4)(x-5)} \\ &= \frac{2}{(x-3)(x-5)} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ. ৩য় ভগ্নাংশের হর $= x^2 - 9x + 20 = x^2 - 5x - 4x + 20$

$$= x(x - 5) - 4(x - 5) = (x - 4)(x - 5)$$

\therefore ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= (x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$

$$\therefore \frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{1}{(x - 2)(x - 3)} = \frac{1 \times (x - 4)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3) \times (x - 4)(x - 5)}$$

$$= \frac{(x - 4)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)}$$

$$\frac{1}{x^2 - 7x + 12} = \frac{1}{(x - 3)(x - 4)} = \frac{1 \times (x - 2)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)}$$

$$= \frac{(x - 2)(x - 5)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)}$$

এবং $\frac{1}{x^2 - 9x + 20} = \frac{1}{(x - 4)(x - 5)} = \frac{1 \times (x - 2)(x - 3)}{(x - 4)(x - 5) \times (x - 2)(x - 3)} = \frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)}$

(Ans.)

৯. $A = x - 2, B = x^2 + 2x + 4, C = x^3 - 8$ তিনটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. যোগফল নির্ণয় কর : $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} + \frac{a-b}{ac}$

খ. সরল কর : $\frac{1}{A} \times \frac{x-2}{B} + \frac{6x}{C}$

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{A} \times \frac{x+2}{B} \div \frac{x+2}{C} = 1$

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\begin{aligned} \text{ক. } \frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} + \frac{a-b}{ac} &= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + b(a-b)}{abc} \\ &= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + ab - b^2}{abc} = \frac{a^2 + c^2 + ab}{abc} \\ &= \frac{a^2 + ab + c^2}{abc} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $A = x - 2; B = x^2 + 2x + 4$

$$\text{এবং } C = x^3 - 8 = x^3 - 2^3$$

$$= (x - 2)(x^2 + x \cdot 2 + 2^2) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{A} \times \frac{x-2}{B} + \frac{6x}{C} &= \frac{1}{x-2} \times \frac{x-2}{x^2 + 2x + 4} + \frac{6x}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} \\ &= \frac{1}{x^2 + 2x + 4} + \frac{6x}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} \\ &= \frac{x - 2 + 6x}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} \\ &= \frac{7x - 2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ. “খ” হতে পাই, $C = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

$$A = x - 2; B = x^2 + 2x + 4$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{1}{A} \times \frac{x+2}{B} \div \frac{x+2}{C} \\ &= \frac{1}{x-2} \times \frac{x+2}{x^2+2x+4} \div \frac{x+2}{(x-2)(x^2+2x+4)} \\ &= \frac{x+2}{(x-2)(x^2+2x+4)} \div \frac{(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)} \\ &= \frac{(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)} \times \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+2)} \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \\ \therefore \frac{1}{A} \times \frac{x+2}{B} \div \frac{x+2}{C} &= 1 \quad (\text{প্রমাণিত}) \end{aligned}$$

১০. $A = \frac{x^2+3x-4}{x^2+7x+12}$, $B = \frac{x^2+2x-3}{x^2+6x-7}$, $C = \frac{x^2+12x+35}{x^2+4x-5}$ তিনটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. A কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

খ. $A + B$ কে সরল কর।

গ. দেখাও যে, $B \times C \div \frac{x^2-9}{x-1} = \frac{1}{x-3}$

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A = \frac{x^2+3x-4}{x^2+7x+12} = \frac{x^2+4x-x-4}{x^2+4x+3x+12}$

$$\begin{aligned} &= \frac{x(x+4) - 1(x+4)}{x(x+4) + 3(x+4)} \\ &= \frac{(x-1)(x+4)}{(x+3)(x+4)} = \frac{x-1}{x+3} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ. 'ক' থেকে পাই, $A = \frac{x-1}{x+3}$

$$\begin{aligned} \text{এবং } B &= \frac{x^2+2x-3}{x^2+6x-7} = \frac{x^2+3x-x-3}{x^2+7x-x-7} \\ &= \frac{x(x+3) - 1(x+3)}{x(x+7) - 1(x+7)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+7)} = \frac{(x+3)}{(x+7)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } A + B &= \frac{x-1}{x+3} + \frac{x+3}{x+7} \\ &= \frac{(x-1)(x+7) + (x+3)^2}{(x+3)(x+7)} \\ &= \frac{x^2 - x + 7x - 7 + x^2 + 6x + 9}{(x+3)(x+7)} \\ &= \frac{2x^2 + 12x + 2}{(x+3)(x+7)} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $C = \frac{x^2+12x+35}{x^2+4x-5} = \frac{x^2+7x+5x+35}{x^2+5x-x-5}$

$$= \frac{x(x+7)+5(x+7)}{x(x+5)-1(x+5)}$$

$$= \frac{(x+5)(x+7)}{(x-1)(x+5)} = \frac{(x+7)}{(x-1)}$$

‘খ’ থেকে পাই, $B = \frac{x+3}{x+7}$

বামপক্ষ = $B \times C \div \frac{x^2-9}{x-1} = \frac{x+3}{x+7} \times \frac{x+7}{x-1} \div \frac{x^2-3^2}{x-1}$

$$= \frac{x+3}{x-1} \div \frac{(x+3)(x-3)}{(x-1)} = \frac{(x+3)}{(x-1)} \times \frac{(x-1)}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{1}{x-3} = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore B \times C \div \frac{x^2-9}{x-1} = \frac{1}{x-3}$ (দেখানো হলো)

১১. $A = x - 3, B = x^2 + 3x + 9, C = x^3 - 27$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. $\frac{y^2x^3 - x^2y^3}{x^3y - xy^3}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{A} \times \frac{x+3}{B} \div \frac{x+3}{C} = 1$

গ. $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} \frac{y^2x^3 - x^2y^3}{x^3y - xy^3} &= \frac{y^2x^2(x - y)}{xy(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{xy(x - y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{xy}{x + y} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} A &= x - 3 \\ B &= x^2 + 3x + 9 \\ C &= x^3 - 27 \end{aligned}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{1}{A} \times \frac{x+3}{B} \div \frac{x+3}{C}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(x-3)} \times \frac{x+3}{x^2+3x+9} \div \frac{x+3}{x^3-27} \\ &= \frac{1}{(x-3)} \times \frac{x+3}{x^2+3x+9} \div \frac{x+3}{(x-3)(x^2+3x+9)} \\ &= \frac{1}{(x-3)} \times \frac{x+3}{x^2+3x+9} \times \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x+3} \\ &= 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} A &= x - 3 \\ B &= x^2 + 3x + 9 \\ C &= x^3 - 27 \end{aligned}$$

অতএব, $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ ভগ্নাংশরূপে $\frac{1}{x-3}, \frac{1}{x^2+3x+9}, \frac{1}{x^3-27}$

১ম ভগ্নাংশের হর $= x - 3$

২য় ভগ্নাংশের হর $= x^2 + 3x + 9$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= x^3 - 27$
 $= (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

এদের ল.সা.গু $= (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$
 $= x^3 - 27$

এখন, $\frac{1}{A} = \frac{1}{x-3} \times \frac{(x^2 + 3x + 9)}{x^2 + 3x + 9}$ [$\because (x^3 - 27) \div (x - 3) = x^2 + 3x + 9$]
 $= \frac{x^2 + 3x + 9}{x^3 - 27}$

$\frac{1}{B} = \frac{1}{x^2 + 3x + 9} \times \frac{x - 3}{x - 3}$ [$\because (x^3 - 27) \div (x^2 + 3x + 9) = (x - 3)$]
 $= \frac{x - 3}{x^3 - 27}$

$\frac{1}{C} = \frac{1}{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)} \times \frac{1}{1}$ [$\because (x^3 - 27) \div (x^3 - 27) = 1$]
 $= \frac{1}{x^3 - 27}$

\therefore নির্ণয়ে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশসমূহ $\frac{x^2 + 3x + 9}{x^3 - 27}, \frac{x - 3}{x^3 - 27}, \frac{1}{x^3 - 27}$ (Ans.)

১২. $A = 2x^2 + 3x - 2, B = x^2 - 2x - 8, C = 2x^2 + x - 3, D = 2x^2 + 7x + 6$
এবং $E = 2x^2 - 3x - 9$ পাঁচটি বীজগণিতিক রাশি।

ক. যোগফল নির্ণয় করঃ $\frac{1}{a^2-2} + \frac{1}{a^4-4}$

খ. $\frac{1}{C} + \frac{1}{E}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

গ. $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{D}$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত রাশি

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{a^2-2} + \frac{1}{a^4-4} \\ &= \frac{1}{a^2-2} + \frac{1}{(a^2+2)((a^2-2))} \\ &= \frac{a^2+2+1}{(a^2+2)((a^2-2))} \\ &= \frac{a^2+3}{a^4-4} \end{aligned}$$

(Ans)

খ. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} C &= 2x^2 + x - 3 \\ E &= 2x^2 - 3x - 9 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{1}{C} + \frac{1}{E}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2x^2 + x - 3} + \frac{1}{2x^2 - 3x - 9} \\ &= \frac{1}{2x^2 + 3x - 2x - 3} + \frac{1}{2x^2 - 6x + 3x - 9} \\ &= \frac{1}{x(2x+3) - 1(2x+3)} + \frac{1}{2x(x-3) + 3(x-3)} \\ &= \frac{1}{(2x+3)(x-1)} + \frac{1}{(2x+3)(x-3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x-3+x-1}{(2x+3)(x-1)(x-3)} \\
 &= \frac{2x-4}{(2x+3)(x-1)(x-3)} \\
 &= \frac{2(x-2)}{(2x+3)(x-1)(x-3)} \quad (\text{Ans})
 \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned}
 A &= 2x^2 + 3x - 2 \\
 B &= x^2 - 2x - 8 \\
 \text{এবং } D &= 2x^2 + 7x + 6
 \end{aligned}$$

অতএব, $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{D}$ ভগ্নাংশরূপে $\frac{1}{2x^2+3x-2}, \frac{1}{x^2-2x-8}, \frac{1}{2x^2+7x+6}$

$$\begin{aligned}
 \text{১ম ভগ্নাংশের হর} &= 2x^2 + 3x - 2 \\
 &= 2x^2 + 4x - x - 2 \\
 &= 2x(x+2) - 1(x+2) \\
 &= (2x-1)(x+2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{২য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - 2x - 8 \\
 &= x^2 - 4x + 2x - 8 \\
 &= x(x-4) + 2(x-4) \\
 &= (x-4)(x+2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= 2x^2 + 7x + 6 \\
 &= 2x^2 + 4x + 3x + 6 \\
 &= 2x(x+2) + 3(x+2) \\
 &= (2x+3)(x+2)
 \end{aligned}$$

$$A, B, \text{ ও } D \text{ এর ল.সা.গু} = (2x+3)(x+2)(x-4)(2x-1)$$

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{(2x-1)(x+2)} \times \frac{(x-4)(2x+3)}{(x-4)(2x+3)}$$

$$= \frac{(x-4)(2x+3)}{(2x-1)(x+2)(x-4)(2x+3)}$$

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{(x-4)(x+2)} \times \frac{(2x-1)(2x+3)}{(2x-1)(2x+3)}$$

$$= \frac{(2x-1)(2x+3)}{(x+2)(2x-1)(x-4)(2x+3)}$$

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{(x+2)(2x+3)} \times \frac{(x-4)(2x-1)}{(x-4)(2x-1)}$$

$$= \frac{(x-4)(2x-1)}{(2x-1)(x+2)(x-4)(2x+3)}$$

$$\therefore \text{নির্ণয়ে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশসমূহ} \frac{(x-4)(2x+3)}{(2x-1)(x+2)(x-4)(2x+3)}$$

$$, \frac{(2x-1)(2x+3)}{(x+2)(2x-1)(x-4)(2x+3)}$$

$$, \frac{(x-4)(2x-1)}{(2x-1)(x+2)(x-4)(2x+3)}$$

Ans.

১৩. $A = 4x^2 - 9$, $B = 2x^2 - 7x + 6$, $C = x^3 - 1$, $D = x^3 + 1$ এবং $E = 1 + x^2 + x^4$ পাঁচটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. যোগফল নির্ণয় করঃ $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$

খ. সরল করঃ $\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B}\right) \div \frac{6x+2}{(4x^2-9)(x-2)}$

গ. $\frac{1}{C}, \frac{1}{D}, \frac{1}{E}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} & \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx} \\ &= \frac{z(x-y) + x(y-z) + y(z-x)}{xyz} \\ &= \frac{zx - zy + xy - zx + zy - xy}{xyz} = \frac{0}{xyz} \\ &= 0 \text{ (Ans)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} A &= 4x^2 - 9 \\ &= (2x)^2 - 3^2 \\ &= (2x + 3)(2x - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } B &= 2x^2 - 7x + 6 \\ &= 2x^2 - 4x - 3x + 6 \\ &= (x - 2)(2x - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{প্রদত্ত রাশি} &= \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} \right) \div \frac{6x+2}{(4x^2-9)(x-2)} \\
 &= \left\{ \frac{1}{(2x+3)(2x-3)} + \frac{1}{(x-2)(2x-3)} \right\} \div \frac{2(3x+1)}{\{(2x)^2-(3)^2\}(x-2)} \\
 &= \frac{x-2+2x+3}{(2x+3)(2x-3)(x-2)} \times \frac{(2x+3)(2x-3)(x-2)}{2(3x+1)} \\
 &= \frac{(3x+1)}{2(3x+1)} \\
 &= \frac{1}{2} \quad (\text{Ans})
 \end{aligned}$$

গা. দেওয়া আছে,

$$C = x^3 - 1$$

$$D = x^3 + 1$$

$$E = 1 + x^2 + x^4$$

অতএব, $\frac{1}{C}, \frac{1}{D}, \frac{1}{E}$ ভগ্নাংশরূপে $\frac{1}{x^3-1}, \frac{1}{x^3+1}, \frac{1}{1+x^2+x^4}$

$$১ম \text{ ভগ্নাংশের হর} = x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+1)$$

$$২য় \text{ ভগ্নাংশের হর} = x^3 + 1 = (x+1)(x^2-x+1)$$

$$\begin{aligned}
 ৩য় \text{ ভগ্নাংশের হর} &= 1 + x^2 + x^4 \\
 &= 1 + 2x^2 + (x^2)^2 - x^2 \\
 &= (x^2 + 1)^2 - x^2 \\
 &= (x^2+x+1)(x^2-x+1)
 \end{aligned}$$

$$C, D, E \text{ এর ল.সা.গু} = x^6 - 1$$

নিচে $\frac{1}{C}$, $\frac{1}{D}$ ও $\frac{1}{E}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করা হলোঃ

$$\begin{aligned}\frac{1}{C} &= \frac{1}{x^3 - 1} \times \frac{x^3 + 1}{x^3 + 1} & [\because (x^6 - 1) \div (x^3 - 1) = (x^3 + 1)] \\ &= \frac{x^3 + 1}{x^6 - 1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{D} &= \frac{1}{x^3 + 1} \times \frac{x^3 - 1}{x^3 - 1} & [\because (x^6 - 1) \div (x^3 + 1) = (x^3 - 1)] \\ &= \frac{x^3 - 1}{x^6 - 1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E} &= \frac{1}{1 + x^2 + x^4} \times \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} & [\because (x^6 - 1) \div (1 + x^2 + x^4) = (x + 1)(x - 1)] \\ &= \frac{x^2 - 1}{x^6 - 1}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশসমূহ} \quad \frac{x^3 + 1}{x^6 - 1} \quad \frac{x^3 - 1}{x^6 - 1} \quad \frac{x^2 - 1}{x^6 - 1}$$

১৪. $P = \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab}$, $Q = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3}$, $R = \frac{a+b}{a^2 + b^2 + ab}$ তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করঃ $x^2 - x - (m-1)(m-2)$

খ. সরল করঃ $\left[\frac{(a-b)}{a^2+b^2} \times P + (a^2 + ab + b^2) \times Q \right] \frac{1}{2a}$

গ. দেখাও যে, $P \div [(a^2 + b^2) \times R] \times Q = 1$

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $x^2 - x - (m-1)(m-2)$
 $= x^2 - \{(m-1) - (m-2)\}x - (m-1)(m-2)[m-1 - (m-2) = m-1 - m+2]$
 $= x^2 - (m-1)x + [(m-2)\{x - (m-1)\}]$
 $= x(x - m + 1) + (m-2)(x - m + 1)$
 $= (x - m + 1)(x + m - 2) \quad \text{(Ans)}$

খ. দেওয়া আছে,

$$P = \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} = \frac{(a^2)^2 - (b^2)^2}{(a-b)^2} = \frac{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)}{(a-b)^2}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b)(a^2 + b^2)}{(a-b)^2}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2 + b^2)}{(a-b)}$$

$$Q = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} = \frac{a-b}{a^2 + ab + b^2}$$

এবং $R = \frac{a+b}{a^2 + b^2 + ab}$

$$\begin{aligned}
 \text{প্রদত্ত রাশি} &= \left[\frac{(a-b)}{a^2+b^2} \times P + (a^2 + ab + b^2) \times Q \right] \frac{1}{2a} \\
 &= \left[\frac{(a-b)}{a^2+b^2} \times \frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)} + (a^2 + ab + b^2) \times \frac{(a-b)}{(a^2+ab+b^2)} \right] \frac{1}{2a} \\
 &= [a + b + a - b] \frac{1}{2a} \\
 &= 2a \cdot \frac{1}{2a} \\
 &= 1 \quad \text{(Ans)}
 \end{aligned}$$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত

$$P = \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)}$$

$$Q = \frac{a-b}{a^2+ab+b^2}$$

$$R = \frac{a+b}{a^2+b^2+ab}$$

$$\therefore P \div [(a^2 + b^2) \times R] \times Q$$

$$= \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)} \div \left[(a^2 + b^2) \times \frac{a+b}{a^2+b^2+ab} \right] \times \frac{a-b}{a^2+ab+b^2}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{a-b} \times \frac{a^2+b^2+ab}{(a^2+b^2)(a+b)} \times \frac{a-b}{a^2+ab+b^2}$$

$$= 1$$

$$\therefore P \div [(a^2 + b^2) \times R] \times Q = 1 \quad \text{(দেখানো হলো)}$$

১৫. $M = p^2 - pq + q^2$, $N = p^2 + pq + q^2$, $R = p^4 + p^2q^2 + q^4$ এবং $S = p^6 - q^6$

ক. $\frac{a^2 + 4a - 21}{a^2 + 5a - 14}$ এর লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের আলোকে সরল কর: $\frac{1}{M} - \frac{1}{N} - \frac{2pq}{R}$

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\left(\frac{1}{N} - \frac{1}{M}\right) \div \frac{p^2q^2}{S}$ এর মান নির্ণয় কর।

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত ভগ্নাংশ
$$\begin{aligned} &= \frac{a^2 + 4a - 21}{a^2 + 5a - 14} \\ &= \frac{a^2 + 7a - 3a - 21}{a^2 + 7a - 2a - 14} \\ &= \frac{a(a + 7) - 3(a + 7)}{a(a + 7) - 2(a + 7)} \\ &= \frac{(a - 3)(a + 7)}{(a - 2)(a + 7)} \\ &= \frac{a - 3}{a - 2} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} M &= p^2 - pq + q^2 \\ N &= p^2 + pq + q^2 \\ R &= p^4 + p^2q^2 + q^4 \end{aligned}$$

প্রদত্ত ভগ্নাংশ
$$\begin{aligned} &= \frac{1}{M} - \frac{1}{N} - \frac{2pq}{R} \\ &= \frac{1}{p^2 - pq + q^2} - \frac{1}{p^2 + pq + q^2} - \frac{2pq}{R} \\ &= \frac{p^2 + pq + q^2 - p^2 + pq - q^2}{(p^2 - pq + q^2)(p^2 + pq + q^2)} - \frac{2pq}{R} \\ &= \frac{2pq}{(p^2 - pq + q^2)(p^2 + pq + q^2)} - \frac{2pq}{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2pq}{p^4 + q^4 + 2p^2q^2 - p^2q^2} - \frac{2pq}{R} \\
 &= \frac{2pq}{p^4 + q^4 + p^2q^2} - \frac{2pq}{p^4 + q^4 + p^2q^2} \quad [R \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
 &= 0 \text{ (Ans)}
 \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned}
 M &= p^2 - pq + q^2 \\
 N &= p^2 + pq + q^2 \\
 S &= p^6 - q^6
 \end{aligned}$$

এখন,

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{N} - \frac{1}{M} \\
 &= \frac{1}{p^2 + pq + q^2} - \frac{1}{p^2 - pq + q^2} \\
 &= \frac{p^2 - pq + q^2 - p^2 - pq - q^2}{(p^2 - pq + q^2)(p^2 + pq + q^2)} \\
 &= \frac{-2pq}{(p^2 - pq + q^2)(p^2 + pq + q^2)} \\
 &= \frac{-2pq}{p^4 + p^2q^2 + q^4}
 \end{aligned}$$

আবার,

$$\begin{aligned}
 S &= p^6 - q^6 \\
 &= (p^2)^3 - (q^2)^3 \\
 &= (p^2 - q^2)\{(p^2)^2 + p^2q^2 + (q^2)^2\} \\
 &= (p^2 - q^2)(p^4 + p^2q^2 + q^4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{প্রদত্ত রাশি} &= \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{M}\right) \div \frac{p^2q^2}{S} \\
 &= \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{M}\right) \times \frac{S}{p^2q^2} \\
 &= \frac{-2pq}{p^4 + p^2q^2 + q^4} \times \frac{(p^2 - q^2)(p^4 + p^2q^2 + q^4)}{p^2q^2} = \frac{-2(p^2 - q^2)}{pq} \text{ (Ans)}
 \end{aligned}$$

১৬. $S = x + 3$, $T = x - 3$, ও $V = x^2 - 9$

ক. $\frac{y^4 - 1}{y^3 + y}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর।

খ. $\frac{x}{S} + \frac{x}{T} + \frac{6x}{V}$ এর সরলফল নির্ণয় কর।

গ. $\frac{S}{x^2 - 6x + 5}$, $\frac{T}{x^2 + 2x - 3}$ এবং $\frac{V}{x^2 - 2x - 15}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত রাশি $= \frac{y^4 - 1}{y^3 + y}$

$$= \frac{(y^2)^2 - 1^2}{y(y^2 + 1)}$$

$$= \frac{(y^2 + 1)(y^2 - 1)}{y(y^2 + 1)}$$

$$= \frac{(y^2 - 1)}{y} \text{ (Ans)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$S = x + 3$$

$$T = x - 3$$

$$V = x^2 - 9$$

$$= (x - 3)(x + 3)$$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{x}{S} + \frac{x}{T} + \frac{6x}{V}$

$$= \frac{x}{x + 3} + \frac{x}{x - 3} + \frac{6x}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{x^2 - 3x + x^2 + 3x + 6x}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{2x^2 + 6x}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{2x(x + 3)}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{2x}{(x - 3)} \text{ (Ans)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$S = x + 3$$

$$T = x - 3$$

$$V = x^2 - 9$$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো,

$$\begin{aligned} & \frac{S}{x^2 - 6x + 5} \\ &= \frac{x + 3}{x^2 - 5x - x + 5} \\ &= \frac{x(x - 5) - 1(x - 5)}{x + 3} \\ &= \frac{(x - 1)(x - 5)}{(x - 1)(x - 5)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{T}{x^2 + 2x - 3} \\ &= \frac{x - 3}{x^2 + 3x - x - 3} \\ &= \frac{x(x + 3) - 1(x + 3)}{x - 3} \\ &= \frac{(x - 1)(x + 3)}{(x - 1)(x + 3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{V}{x^2 - 2x - 15} \\ &= \frac{x^2 - 5x + 3x - 15}{x^2 - 9} \\ &= \frac{x(x - 5) + 3(x - 5)}{x^2 - 9} \\ &= \frac{(x - 5)(x + 3)}{(x - 5)(x + 3)} \end{aligned}$$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু = $(x - 5)(x + 3)(x - 1)$

ভগ্নাংশগুলোকে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে নিচে প্রকাশ করা হলো -

$$\begin{aligned} \frac{S}{x^2 - 6x + 5} &= \frac{x + 3}{(x - 1)(x - 5)} \times \frac{x + 3}{x + 3} \\ &= \frac{(x + 3)^2}{(x - 5)(x + 3)(x - 1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{T}{x^2 + 2x - 3} &= \frac{x + 3}{(x - 1)(x + 3)} \times \frac{x - 5}{x - 5} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 5)}{(x - 5)(x + 3)(x - 1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{V}{x^2 - 2x - 15} &= \frac{x^2 - 9}{(x - 5)(x + 3)} \times \frac{x - 1}{x - 1} \\ &= \frac{(x^2 - 9)(x - 1)}{(x - 5)(x + 3)(x - 1)} \text{ (Ans)}\end{aligned}$$

10 MINUTE
SCHOOL



বহুনির্বাচনী প্রশ্ন

১. $\frac{x^3-49x}{x^2+7x}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?

✓ ক. $(x-7)$

খ. $(x+7)$

গ. $(x-7)(x+7)$

ঘ. $(x-7)x$

২. $\frac{5x+x^2-14}{3x+x^2-28}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{x+7}{x+4}$

খ. $\frac{x+7}{x-4}$

গ. $\frac{x+2}{x-7}$

✓ ঘ. $\frac{x-2}{x-4}$

৩. $\frac{x^2-x-6}{x^2-4}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি?

✓ ক. $\frac{x-3}{x-2}$

খ. $\frac{x+2}{x-3}$

গ. $\frac{x+2}{x+3}$

ঘ. $\frac{x-2}{x-3}$

৪. $\frac{a^2+6a+5}{a^2+10a+25}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি?

✓ ক. $\frac{a+1}{a+5}$

খ. $\frac{x+2}{x-3}$

গ. $\frac{x+2}{x+5}$

ঘ. $\frac{x-2}{x-5}$

৫. $\left(\frac{2x}{y} + \frac{1}{y}\right)$ এর মান কোনটি?

ক. $\frac{2x+y}{y}$

✓ ঘ. $\frac{2x+1}{y}$

গ. $\frac{2x+1}{2y}$

ঘ. $\frac{2xy+1}{y}$

৬. $\frac{a}{a-5} - \frac{a^2}{a^2-25}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{5a}{a-5}$

খ. $\frac{a^2-25}{5a}$

গ. $\frac{a-5}{a+5}$

✓ ঘ. $\frac{5a}{a^2-25}$

৭. $\frac{x^2-x-12}{x^2-16}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{x+3}{x-4}$

খ. $\frac{x-3}{x-4}$

গ. $\frac{x-3}{x+4}$

✓ ঘ. $\frac{x+3}{x+4}$

৮. $\frac{x^3+3x^4}{x+3x^2}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?

✓ ব. x^2

খ. $x+1$

গ. x

ঘ. x^3

৯. $\frac{x^2-x-6}{x^2-5x+6}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?

ক. $\frac{x-3}{x+2}$

খ. $\frac{x-2}{x-3}$

✓ গ. $\frac{x+2}{x-2}$

ঘ. $\frac{x-2}{x+3}$

১০. $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} - \frac{6}{x^2-9} =$ কত?

✓ ব. 0

খ. 6

গ. $\frac{12}{x^2-9}$

ঘ. $\frac{2x}{x^2-9}$

১১. $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?

✓ ব. $\frac{x-3}{x+3}$

খ. $\frac{(x-3)^2}{x^2-9}$

গ. $\frac{x+3}{x-3}$

ঘ. $\frac{(x+3)^2}{x^2-9}$

১২. $\frac{y}{y+1} - \frac{y}{1-y}$ এর মান কত?

ক. $\frac{2y}{y+1}$

খ. $\frac{2y}{y^2-1}$

গ. $\frac{-2y}{y^2-1}$

ঘ. $\frac{-2y^2}{1-y^2}$

১৩. $\frac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{x-4}{x-3}$

খ. $\frac{x+4}{x-3}$

গ. $\frac{x-4}{x+3}$

ঘ. $\frac{x+4}{x+3}$

১৪. $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z+x}{zx}$ কত?

ক. $\frac{2x}{yz}$

খ. $\frac{2}{xyz}$

গ. $\frac{z}{2}$

ঘ. $\frac{2}{z}$

১৫. $\frac{x-y}{x} - \frac{x+y}{y}$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{-(x^2+y^2)}{xy}$

খ. $\frac{-(x^2-y^2)}{xy}$

গ. $\frac{(x+y)^2}{xy}$

ঘ. $\frac{(x-y)^2}{xy}$

১৬. $\frac{x^3+3x^2}{x^2-9}$ এর লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{x^2}{x-3}$

খ. $\frac{x^2}{x+3}$

গ. $\frac{x}{x-3}$

ঘ. $\frac{x+3}{x-3}$

১৭. $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{2x}{x^2-y^2}$

খ. $\frac{y}{x^2-y^2}$

গ. $\frac{x}{x^2-y^2}$

ঘ. $\frac{2y}{x^2-y^2}$

১৮. $\frac{x^2}{x^2-16} - \frac{x}{x+4} =$ কত?

ক. $\frac{2x^2}{x^2-16}$

খ. $\frac{4x}{x^2-16}$

গ. $\frac{2x(x-2)}{x^2-16}$

ঘ. $\frac{-4x}{x^2-16}$

১৯. কোনটি $\frac{x}{y}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ?

ক. $\frac{x^2}{xy}$

খ. $\frac{x^3}{y^3}$

গ. $\frac{x^2}{y^3}$

ঘ. $\frac{xy}{xy^3}$

২০. $\frac{a^4b^2c}{a^3bc}$ এর লঘিষ্ঠ আকার কোনটি?

ক. ab^2

খ. $\frac{a^2b}{c}$

গ. $\frac{ab}{c}$

ঘ. ab

২১. $\frac{a}{bc} + \frac{c}{ab} + \frac{b}{ac} =$ কত?

ক. $\frac{b^2+2ac}{abc}$

খ. $\frac{a^2+2bc}{abc}$

গ. $\frac{c^2+2ab}{abc}$

ঘ. $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$

২২. $\frac{a}{a+b} + \frac{ab}{a^2-b^2}$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{ab}{a^2-b^2}$

খ. $\frac{a^2b}{a^2-b^2}$

গ. $\frac{a+ab}{a^2-b^2}$

ঘ. $\frac{a^2}{a^2-b^2}$

২৩. $\frac{1}{a+2} - \frac{1}{a-2} + \frac{4}{a^2+4}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $-\frac{32}{2a^3-8}$

খ. $-\frac{32}{a^4-16}$

গ. $\frac{32}{a^4-16}$

ঘ. $\frac{32}{a^4+16}$

২৪. $\frac{m}{n} - \frac{n}{m}$ = কত?

ক. $\frac{m-n}{mn}$

খ. $\frac{m^2-n^2}{mn}$

গ. $\frac{n^2-m^2}{mn}$

ঘ. $\frac{n-m}{mn}$

২৫. $\frac{x^2-6x+5}{x^2+4x-45}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?

ক. $\frac{x+1}{x+9}$

খ. $\frac{x-1}{x+9}$

গ. $\frac{x+9}{x-1}$

ঘ. $\frac{x-1}{x-9}$

২৬. $\frac{x^2y-xy^2}{x^2y^3-x^3y^2}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?

ক. $-\frac{1}{xy}$

খ. $\frac{x-y}{xy}$

গ. $\frac{x+y}{xy}$

ঘ. $\frac{xy+y}{xy}$

২৭. $\frac{x^2-6x+5}{x^2-1}$ এর লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত রূপ নিচের কোনটি?

ক. $\frac{x-5}{x+1}$

খ. $\frac{x+1}{x-5}$

গ. $\frac{x-1}{x+1}$

ঘ. $\frac{x-5}{x-1}$

২৮. $\frac{x^2-x-30}{x^2-36}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?

ক. $\frac{x-5}{x-6}$

খ. $\frac{x+5}{x+6}$

গ. $\frac{x-5}{x+1}$

ঘ. $\frac{x-5}{x-1}$

২৯. $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ কোনটি?

ক. $\frac{x+2}{x-2}$

খ. $\frac{x-2}{x+2}$

গ. $\frac{x^2+4x+4}{x-2}$

ঘ. $\frac{x^2+4x+4}{x+2}$

৩০. $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}, \frac{p}{q}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট করলে নিচের কোনটি সঠিক ?

✓) $\frac{ayzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyz}{xyzq}$

খ) $\frac{axy}{xyzq}, \frac{byz}{xyzq}, \frac{czx}{xyzq}, \frac{pxy}{xyzq}$

গ) $\frac{a}{xyzq}, \frac{b}{xyzq}, \frac{c}{xyzq}, \frac{p}{xyzq}$

ঘ) $\frac{axyzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyzq}{xyzq}$

৩১. $\frac{x^2y^2}{ab}$ ও $\frac{c^3d^2}{x^5y^3}$ এর গুণফল কত হবে?

ক) $\frac{x^2y^2c^3d^2}{abx^3y^2}$ ✓) $\frac{c^3d^2}{abx^3y}$

গ) $\frac{x^2y^2c^3}{x^3y}$ ঘ) $\frac{xyd^3}{ab}$

৩২. $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1}$ কে $\frac{x-1}{a-1}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?

ক) $\frac{x+1}{a-1}$ ✓) $\frac{x-1}{a-1}$ গ) $\frac{x-1}{a+1}$ ঘ) $\frac{x-1}{a-1}$

সমাধান : $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1} \div \frac{x-1}{a-1} = \frac{(x-1)^2}{(a-1)^2} \times \frac{a-1}{x-1} = \frac{x-1}{a-1}$

৩৩. $\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{b}$ এর সরল মান নিচের কোনটি ?

(ক) $\frac{a^2-2ab-b^2}{ab}$

(খ) $\frac{a^2-2ab-b^2}{ab}$

(গ) $\frac{-a^2-b^2}{ab}$

(ঘ) $\frac{a^2-2ab-b^2}{ab}$

সমাধান : $\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{b} = \frac{b(a-b) - a(a+b)}{ab} = \frac{ab - b^2 - a^2 - ab}{ab} = \frac{-a^2 - b^2}{ab}$

৩৪. $\frac{p+x}{p-x} \div \frac{(p+x)^2}{p^2-x^2}$ এর সরল মান নিচের কোনটি ?

(ক) 1

(খ) $p - x$

(গ) $p + x$

(ঘ) $\frac{p-x}{p+x}$

সমাধান : $\frac{p+x}{p-x} \div \frac{(p+x)^2}{p^2-x^2} = \frac{p+x}{p-x} \times \frac{(p+x)(p-x)}{(p+x)^2} = 1$

৩৫. $\frac{x+y}{x-y}$ ও $\frac{x-y}{x+y}$ কে সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে ?

(ক) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}, \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$

(খ) $\frac{(x+y)^2}{x-y}, \frac{(x-y)^2}{x+y}$

(গ) $\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} - \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$

(ঘ) $\frac{x-y}{(x+y)^2} - \frac{x+y}{(x-y)^2}$

সমাধান : এখানে, হর $(x-y)$ ও $(x+y)$ এর ল.সা.গু. = $(x+y)(x-y)$

১ম ভগ্নাংশ = $\frac{x+y}{x-y} = \frac{(x+y) \times (x+y)}{(x-y) \times (x+y)} = \frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}$

২য় ভগ্নাংশ = $\frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y) \times (x-y)}{(x+y) \times (x-y)} = \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৩৬-৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

$\frac{x^2+4x-21}{x^2+5x-14}$ একটি বীজগাণিতিক ভগ্নাংশ

৩৬. লবের উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি ?

(ক) $(x+7)(x-3)$

(গ) $(x-3)(x-7)$

(খ) $(x-1)(x+21)$

(ঘ) $(x+3)(x-7)$

৩৭. ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি ?

(ক) $\frac{x-7}{x+7}$

(খ) $\frac{x-3}{x+2}$

(গ) $\frac{x+7}{x-2}$

(ঘ) $\frac{x-3}{x-2}$

সমাধান :
$$\begin{aligned} \frac{x^2+4x-21}{x^2+5x-14} &= \frac{x^2+7x-3x-21}{x^2+7x-2x-14} \\ &= \frac{x(x+7)-3(x+7)}{x(x+7)-2(x+7)} \\ &= \frac{(x+7)(x-3)}{(x+7)(x-2)} = \frac{(x-3)}{(x-2)} \end{aligned}$$

৩৮. লঘিষ্ঠ মানের সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{2-x}$ হবে ?

(ক) -1

(খ) 1

(গ) $x-2$

(ঘ) $x-3$

সমাধান :
$$\frac{x-3}{x-2} + ? = \frac{1}{2-x} \Rightarrow ? = \frac{1}{2-x} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{1}{2-x} + \frac{x-3}{2-x} = \frac{1+x-3}{(2-x)} = -1$$

৩৯. $\frac{x^2+6x+5}{x^2+10x+25}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ হবে -

i. $\frac{x+1}{x+5}$

ii. $\frac{x^2-2x-3}{x^2+2x-15}$

iii. $\frac{x^2+2x+1}{x^2-3x-10}$

নিচের কোনটি ঠিক ?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

সমাধান :

(i) সঠিক; $\frac{x^2+6x+5}{x^2+10x+25} = \frac{x^2+5x+x+5}{x^2+2x+5x+5^2}$

$$= \frac{x(x+5) + 1(x+5)}{(x+5)^2} = \frac{(x+1)(x+5)}{(x+5)(x+5)} = \frac{x+1}{x+5}$$

(ii) সঠিক; $\frac{x^2-2x-3}{x^2+2x-15} = \frac{x^2-3x+x-3}{x^2+5x-3x-15}$

$$= \frac{x(x-3) + 1(x-3)}{x(x+5) - 3(x+5)} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-3)(x+5)} = \frac{x+1}{x+5}$$

(iii) সঠিক নয়; $\frac{x^2+2x+1}{x^2-3x-10} = \frac{x^2+2x+1^2}{x^2-5x+2x-10}$

$$= \frac{(x+1)^2}{x(x-5) + 2(x-5)} = \frac{(x+1)(x+1)}{(x+2)(x-5)}$$

৪০. $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}$ ও $\frac{x^2+x-6}{x^2-4}$ এর ভাগফল নিচের কোনটি ?

(ক) $\frac{x+3}{x+2}$

(খ) $\frac{x-1}{x+3}$

(গ) 1

(ঘ) 0

সমাধান :
$$= \frac{x(x+3) - 1(x+3)}{x(x+2) - 1(x+2)} \div \frac{x(x+3) - 2(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+2)} \div \frac{(x-2)(x+3)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+2)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)}$$

$$= 1$$

৪১. $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4}$ এর সরল মান নিচের কোনটি ?

(ক) $\frac{8}{x^2-4}$

(খ) $\frac{2x}{x^2-4}$

(গ) 1

(ঘ) 0

সমাধান :
$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-2^2}$$

$$= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x+2) - (x-2) - 4}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x+2-x+2-4}{(x+2)(x-2)} = \frac{4-4}{(x+2)(x-2)} = \frac{0}{(x+2)(x-2)}$$

৪২. $\frac{1-x^2}{b+b^2} \times \frac{1-b^2}{1+x} =$ কত?

ক. $\frac{(1+x)(1-b)}{b}$

খ. $\frac{(1-x)(1+b)}{b}$

গ. $\frac{(1-x)(1-b)}{b}$

ঘ. $\frac{(1+x)(1+b)}{b}$

ব্যাখ্যা. $\frac{1+x^2}{b+b^2} \times \frac{1-b^2}{1+x} = \frac{(1-x)(1+x)(1-b)1+b)}{b(1+b)(1+x)} = \frac{(1-b)(1-b)}{b}$

৪৩. $\left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{y}\right) \div \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{2x}\right)$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{2x+y^2}{4xy}$

খ. $\frac{4x^2+y^2}{4x^2y^2}$

গ. $\frac{2x+y}{2x-y}$

ঘ. $\frac{(2x+y)^2}{4x^2y^2}$

৪৪. $\frac{2}{a} + \frac{3}{a} - \frac{4}{a}$ এর সরল ফল কত ?

ক. $\frac{4}{a}$

খ. $\frac{3}{a}$

গ. $\frac{2}{a}$

ঘ. $\frac{1}{a}$

৪৫. $\frac{1}{a-2} - \frac{a}{a^2-4}$ এর সরল ফল কত ?

ক. $\frac{2}{a-2}$

খ. $\frac{-2}{a+2}$

গ. $\frac{-2}{a^2+4}$

ঘ. $\frac{2}{a^2-4}$

৪৬. $\frac{a^2+2a+1}{a^2-2a+1} \div \frac{a+1}{a-1}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{a+1}{a^2-1}$

খ. $\frac{a^2-1}{a+1}$

গ. $\frac{a-1}{a+1}$

ঘ. $\frac{a+1}{a-1}$

৪৭. $\frac{a-p}{a+p} + \frac{(a-p)^2}{a^2-p^2} = ?$

ক. 1

খ. $\left(\frac{a-p}{a+p}\right)^2$

গ. $(a+p)$

ঘ. $\left(\frac{a+p}{a-p}\right)^2$

৪৮. $\frac{3x^2}{2a} \div \frac{4y^2}{15zx} =$ কত?

ক. $\frac{45zx^3}{8ay^2}$

খ. $\frac{45zx^3}{8ay}$

গ. $\frac{2xy^2}{5az}$

ঘ. $\frac{2xy}{5az^2}$

৪৯. $\frac{a+b}{a-b} \div \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. 0

খ. 1

গ. $(a+b)$

ঘ. $(a-b)$

৫০. $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1\right) \div \left(\frac{x^2}{y^2} - \frac{x}{y} + 1\right)$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{x}{y}$

খ. $\frac{y}{x}$

গ. $\frac{y^2}{x}$

ঘ. $\frac{2}{x}$

৫১. $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(x+y)^2-4xy} \div \frac{(x+y)^2}{(x-y)^3} =$ কত?

ক. $x^2 - y^2$

খ. $x^2 + y^2$

গ. $(x-y)^2$

ঘ. $(x+y)^2$

৫২. $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2 - 2mn} \div \frac{(m-n)^2}{(m+n)^2 - 4mn}$ এর সরলকৃত মান নিচের কোনটি?

ক. $m + n$

খ. $m - n$

গ. $\frac{m-n}{m+n}$

ঘ. $\frac{m+n}{m-n}$

৫৩. $\left(\frac{2a}{(a+b)} - 2\right) \div \left(4 - \frac{4a}{(a+b)}\right) =$ কত?

ক. $\frac{3}{2}$

খ. $\frac{2}{3}$

গ. $\frac{1}{2}$

ঘ. $-\frac{1}{2}$

৫৪. $\frac{4a}{1+a^2} \div \frac{8a^2}{1-a^4} =$ কত?

ক. $\frac{1-a^2}{2a^2}$

খ. $\frac{2a^2}{1+a^2}$

গ. $\frac{1+a^2}{2a^2}$

ঘ. $\frac{4a}{1+a^2}$

৫৫. $\left(1 + \frac{1}{a}\right) \div \left(1 - \frac{1}{a^2}\right)$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{a-1}{a}$

খ. $\frac{a}{a-1}$

গ. $\frac{a^2}{a-1}$

ঘ. $\frac{a^2}{a^2-1}$

৫৬. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-9x+20}$ ভগ্নাংশটিকে $(x-4)(x-5)$ দ্বারা গুণ করলে গুণফল কত হবে?

ক. $x^2 - 9x + 20$

খ. $x^2 - 6x + 5$

গ. $x^2 - 5x + 6$

ঘ. $x^2 - 8x + 180$

৫৭. $\frac{a^2-6a+5}{a^2-25}$ এর লগিষ্ঠ রূপ কোনটি?

ক. $\frac{a-1}{a+5}$

খ. $\frac{a+5}{a-1}$

গ. $\frac{a-5}{a+5}$

ঘ. $\frac{a-3}{a+5}$

৫৮. $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. $\frac{x-3}{x-5}$

খ. $\frac{x-3}{x^2-5}$

গ. $\frac{x-3}{x+5}$

ঘ. $\frac{x+3}{x-5}$

৫৯. $\frac{x^2-y^2}{x^3+y^3} \times \frac{x^2-xy+y^2}{x^3-y^3} =$ কত ?

ক. $x^2 - xy + y^2$

খ. $\frac{1}{x^2+xy+y^2}$

গ. $x^2 + xy + y^2$

ঘ. $x^2 - xy - y^2$

৬০. $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) =$ কত?

ক. $\frac{x^2-y^2}{x^2y^2}$

খ. $\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$

গ. $\frac{x^2-y^2}{xy}$

ঘ. 1

৬১. $\frac{a^2}{ab} \times \frac{b^2}{bc} \times \frac{c^2}{ca} =$ কত?

ক. $a^2b^2c^2$

খ. $\frac{1}{a^2b^2c^2}$

গ. 1

ঘ. $a^4b^4c^2$

৬২. $\frac{x^2y^2}{ab}$ ও $\frac{c^3d^2}{x^5y^3}$ এর গুণফল কত হবে?

ক. $\frac{c^2d^2c^2d^2}{abx^2y^2}$

খ. $\frac{c^2d^2}{abx^3y}$

গ. $\frac{c^2d^2c^2}{abx^2y^2}$

ঘ. 1

৬৩. $\frac{2a^3b^2c^4}{3a^2b^2c^2} \times \frac{9abc}{4b^2c^2} =$ কত?

ক. $\frac{3a^2c}{2b}$

খ. $\frac{3a^2bc}{2bc}$

গ. $\frac{ab}{abc}$

ঘ. 1

৬৪. $\frac{a^2}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{a} =$ কত?

ক. 1

খ. a

গ. $\frac{a-1}{a+1}$

ঘ. a^2

৬৫. $\frac{x}{by} \times \frac{ya}{z} \times \frac{z}{x} =$ কত?

ক. $\frac{z}{x}$

খ. $\frac{a}{b}$

গ. $\frac{a}{x}$

ঘ. $\frac{b}{a}$

৬৬. $\frac{2p^2q^3}{3r} \times \frac{6r^2}{4p^2q^2} =$ কত?

ক. pq

খ. qr

গ. pr

ঘ. pqr

৬৭. $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2} \div \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}$

খ. $\frac{a^3+b^3}{a^3-b^3}$

গ. (a+b)

ঘ. (a - b)

৬৮. $\frac{(a+b)^2-4ab}{a^2+ab+b^2} \div \frac{1}{a^3-b^3} =$ কত?

ক. a - b

খ. (a - b)²

গ. (a - b)³

ঘ. a²-2a + 1

৬৯. $\frac{x+y}{x^2-y^2} \div \frac{1}{x-y}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $\frac{x+y}{x-y}$

খ. $\frac{x^2-1}{x+1}$

গ. $\frac{1}{x+y}$

ঘ. 1