文章编号:1672-3961(2021)05-0016-16

DOI: 10.6040/j.issn.1672-3961.0.2021.168

同步定位与建图技术发展综述

吴建清,宋修广*

(山东大学齐鲁交通学院, 山东 济南 250002)



摘要:同步定位与建图(simultaneous localization and mapping, SLAM)技术作为智慧交通领域研究的热点,是无人驾驶车辆自主规划路径的关键。围绕 SLAM 技术相关传感器类型、定位、制图、多传感器融合四方面,从优缺点、适用范围、概率算法、地图类型及融合方式出发,介绍 SLAM 技术实现过程中的各个环节,系统阐述了国内外相关的研究成果。基于多传感器融合SLAM,分析了目前常见的融合 SLAM 技术难题,对 SLAM 技术的未来发展趋势及实际工程应用做出展望。

关键词:SLAM:定位:建图:多传感器融合:深度学习:相机:激光雷达

中图分类号:TQ028 文献标志码:A

引用格式:吴建清,宋修广. 同步定位与建图技术发展综述[J].山东大学学报(工学版),2021,51(5):16-31.

WU Jianqing, SONG Xiuguang. Review on development of simultaneous localization and mapping technology [J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2021, 51(5):16-31.

Review on development of simultaneous localization and mapping technology

WU Jianqing, SONG Xiuguang*

(School of Qilu Transportation, Shandong University, Jinan 250002, Shandong, China)

Abstract: As a hot spot in the field of intelligent transportation, simultaneous localization and mapping (SLAM) technology is the key to autonomous path planning for self-driving vehicles. This review focused on four parts with introduction of sensors related to SLAM technology, localization, mapping, and multi-sensor integration. Each step of realization for SLAM technology was introduced from advantages and disadvantages, range of application, probability algorithm, types of map, and integration methods. Based on the investigation of relevant researches about multi-sensor integration, common problems of SLAM technology were analyzed, future development trend and practical engineering application of SLAM technology were prospected.

Key words: SLAM; localization; mapping; multi-sensor fusion; deep learning; camera; lidar



吴建清,1988年11月出生,工学博士,教授,博士生导师,齐鲁青年学者。美国交通工程师协会(ITE)会员,美国土木工程师学会(ASCE)会员,电气和电子工程师协会(IEEE)会员。专业方向为交通信息系统及控制。开发了世界上首个基于路侧激光雷达的车路协同系统,在AAP、IEEE ITSM、JSR、TRR、TRC、TRF等著名期刊发表科技论文30余篇。担任交通及智能监测领域内15个知名期刊的审稿专家。先后获ITE科技进步一等奖5项,TRB杰出论文奖1项,美国联邦公路管理局科技奖1项。

收稿日期:2021-04-12;网络首发时间:2021-09-06 14:45:45

网络首发地址:https://kns.cnki.net/kcms/detail/37.1391.T.20210906.1409.014.html

第一作者简介:吴建清(1988—),男,山东烟台人,教授,博士,博士生导师,主要研究方向为智能交通系统. E-mail:jianqingwusdu@sdu.edu.cn

*通信作者简介:宋修广(1966—),男,山东威海人,教授,博士,博士生导师,主要研究方向为岩土支档结构.

E-mail: songxiuguang@ sdu.edu.cn

0 引言

交通运输作为拉动我国经济快速增长的重要 领域,其发展直接关系到国民生活水平及生活质量 的提高。为响应我国大力推行智慧交通发展的号 召,无人驾驶技术逐渐成为近几年研究工作的热 点[1]。支撑自动驾驶车辆安全行驶的一大关键技 术便是定位,目前使用 GPS 作为车辆定位的基础工 具难以满足自动驾驶技术的需求。GPS 存在易受 大气环境影响、室内定位准确度低等限制,仅靠其 支撑车辆定位与导航技术容易出现误差[2]。道路 基础设施作为一种参照物也可以应用于车辆定位 技术,比如车道标记及车辆探测器。最新的驾驶员 辅助系统已经可以通过识别车道线和车道标记对 车辆进行引导,但该方法的使用场景极受限制[3]。 当车辆行驶在道路标记较少的高动态复杂场景下, 仅靠识别道路标记难以实现高精度定位。因此,需 要一种能够实现车辆高精度定位与导航的方法。 同步定位与建图技术(simultinous localization and mapping, SLAM) 突破传统定位方法的局限,能够实 现车辆高精定位并构建动态更新地图,提高了自动 驾驶车辆行驶的轨迹精度与安全性。

SLAM 作为一种集成概念,其系统由多个架构组成,如图 1 所示,包括传感器数据感知、前端、后端

优化、回环检测与建图,通过提取特征进行数据关联与状态估计,实现状态及特征的及时更新^[4]。这一概念最早于 1986 年由 Smith Self 和 Cheeseman 共同提出,其发展历史已有 30 余年^[5]。



图 1 SLAM 架构图 Fig.1 Process of SLAM

如图 2 所示,早期的 SLAM 时代被称为传统时代,通过扩展卡尔曼滤波、粒子滤波及最大似然估计等手段对 SLAM 问题进行求解,依据 SLAM 基本框架对其收敛性进行验证; SLAM 发展到第二阶段主要集中在算法分析,针对 SLAM 的基本特性展开研究,包括一致性、可观测性、稀疏性和收敛性;第三阶段可以概括为预测性-鲁棒性时期,基于已经优化的算法资源,针对更高级别的场景进行环境感知,定位与建图能力均得到进一步提升[3]。

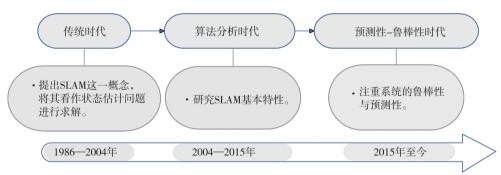


图 2 SLAM 技术历经的三个时代 Fig.2 Three eras of development of SLAM

SLAM 的关键技术是构建机器人在未知环境中的位姿与环境地图,根据位姿与地图信息估计自身运动的位置并伴随运动过程构建增量式地图,实现车辆自动寻航与避障功能。SLAM 关注的核心问题在于怎样获得环境信息、怎样将环境信息可视化并根据环境信息更新地图、环境地图的表示方法,即"我在哪"、"这是哪"及"我怎样到达指定地点",SLAM 正是为了解决这些核心问题所提出的多项技术的总和^[6]。

作为智慧交通发展的基础支撑,SLAM 技术已

步入各国竞相研究的前沿科技领域,成为突破我国智能交通领域无人驾驶技术瓶颈问题的关键一环。首先,本研究针对 SLAM 技术所涉及的各种传感器类型,并对各传感器的功能及优缺点做出详细介绍;第2节介绍了 SLAM 技术中的定位问题,阐述了基础定位方法-概率定位法,将卡尔曼滤波算法、扩展卡尔曼滤波算法、无迹卡尔曼滤波算法以及粒子滤波算法4部分展开,对概率定位法的起源、数学方法及发展进行了简单介绍;SLAM 技术中的制图部分是第3节关注的重点,本节对建图的意义做出

阐述,对拓扑地图、几何特征地图以及栅格地图 3 种地图表示类型的特征及优缺点进行展开;第 4 节的重点是各传感器在 SLAM 技术中的应用,通过视觉与惯导融合 SLAM、激光与惯导融合 SLAM、视觉与激光融合 SLAM 以及其他传感器融合 SLAM 进行展开;基于多传感器融合 SLAM,第 5 节对融合过程面临的难题做出介绍;目前 SLAM 技术的理论基础已经较为成熟,第 6 节针对其在工程应用中的未来发展导向与应用前景做出展望;第 7 节对全文做出总结,为 SLAM 技术在智慧交通无人驾驶领域的科研工作提供理论参考。

1 SLAM 传感器

SLAM 传感器包含多种类型:摄像头、激光雷达、毫米波雷达、超声波雷达、红外热成像仪及惯性测量单元,其中摄像头与激光雷达是该领域研究的核心传感器。

1.1 视觉 SLAM 传感器

视觉 SLAM 传感器主要分为 3 类: 单目相机、双目相机及深度相机。

单目相机是指使用单个相机来获取数据信息。使用单目相机的优点在于操作简单、成本较低,因此单目相机的流行程度较高。由于单目相机无法采集到地图的实际尺度与机器人的运动轨迹,便无法获得物体的绝对深度信息,只能估计环境的相对深度信息^[7]。

双目相机一般由左眼相机和右眼相机水平放置构成,即由 2 个单目相机组合而成。不同于单目相机,双目相机在运动与静止状态下均可通过定标、校正、匹配与计算估计物体的深度信息。但其标定过程相对复杂、计算过程较为繁琐且计算负荷大[8]。

深度相机能够获得物体的色彩与深度信息^[9]。深度相机通常采用结构光或飞行时间法的物理方法获取信息,其信息采集速度较单目相机与双目相机快,采集的数据量也更丰富^[10]。但深度相机受小视场角与低分辨率的限制,目前主要用于室内定位与建图^[11-12]。

1.2 激光 SLAM 传感器

激光 SLAM 传感器主要有 2 种:单线束激光雷达与多线束激光雷达。

单线束激光雷达也称 2D 激光雷达,主流 2D 激光雷达能够识别并扫描平面内的障碍物,非常适用于平面运动的机器人进行自定位与建图^[13]。由于

2D 激光雷达的扫描范围固定在平面内,其数据因缺乏高度信息难以成像。因此,2D 激光雷达的使用范围较为受限,常见于扫地机器人。

多线束激光雷达也称 3D 激光雷达,3D 激光雷达能够采集带有角度和距离的三维点云信息,信息准确度更高且信息量更为丰富,采集到的信息能够实时显示并按比例还原目标形状大小。激光雷达点云信息的数据处理与计算过程较图像更为简单。激光雷达相较于相机,其最突出的一个特点就是不受光照的影响,白天与黑夜的表现能力俱佳。但 3D 激光雷达易受天气影响,穿透雨、灰尘等障碍物的能力较差,其制作成本较单线束激光雷达也更昂贵[14]。

1.3 惯性测量单元

惯性测量单元 (inertial measurement unit, IMU)能够测量物体的加速度与姿态角,其高频的传输速率能够为先验位姿估计提供基础。IMU 的工作原理是对加速度的积分、初始速度、位置进行叠加运算,运算过程中易产生累积误差,累积误差会随时间增加^[15]。因此,IMU 很少作为单一传感器支撑定位与建图功能,常与相机或激光雷达配合使用。

1.4 其他类型传感器

毫米波雷达、超声波雷达与红外热成像仪在 SLAM 技术中的应用较少,但考虑到不同领域的功能需求,毫米波雷达等传感器在性能上也表现出许 多优势。本小节主要阐述毫米波雷达、超声波雷达 与红外热成像仪的优缺点。

毫米波雷达能够测量物体的距离、方位角及多普勒速度,同时毫米波雷达与激光雷达相比,其对于雾、霾、灰尘等天气的穿透能力更强,探测范围更广且价格便宜^[16]。但毫米波雷达精度较低,在多重波段环境下其工作能力将会大幅下降。

超声波雷达具备耗能缓慢、在介质中传播距离远、价格便宜等优点,但超声波传输的速度极易受到天气影响,当目标高速行驶时,超声波由于其本身速度的限制,无法跟上目标的实时速度变化,从而丢失目标信息^[17]。当目标距离较远时,回波信号强度较差会大幅影响测量准确度。

红外热成像仪能够直观地感受到物体的温度场,且其工作不受电磁影响,作用距离也相对较远,能够实现全天候环境感知。但红外热成像技术存在物体间温度差较小导致的图像分辨率差与对比度低等问题,红外热成像仪不能穿透透明障碍物对目标进行识别,且其制作成本也较为昂贵[18]。

各传感器的优缺点如表1所示。

表 1 各传感器优缺点分析表
Table 1 Table of advantages and disadvantages for each sensor

		Table 1 Table of advantages and disadvantages 10	i cacii sciisoi
传感器类型		优点	缺点
相机	单目相机	操作简单、成本较低	无法采集深度信息
	多目相机	可获取运动与静止状态下目标的深度信息	标定与计算过程相对复杂、计算量较大
	深度相机	可获取物体的色彩与深度信息、数据采集速度 快、数据量更丰富	易受视场角与分辨率影响
激光雷达	2D 激光雷达	适用于平面信息采集	感知数据缺乏高度信息,难以成像
	3D 激光雷达	感知数据具备目标的高度、距离信息,能够还 原物体形状,可实现全天候工作	价格昂贵、易受雨雪雾霾等天气影响
惯性测量单元		采集目标加速度、姿态角信息	易产生累积误差
毫米波雷达		对于雨雪雾霾等穿透力强	数据精度低、多冲波段下工作性能会大 幅降低
超声波雷达		耗能缓慢、在介质中传播距离远、价格便宜	传输速度极易受天气影响、传输速度相 对较慢
红外热成像仪		信息感受更直观、不受电磁影响、作用距离相对较远、全天候环境感知	成本高、不能穿透玻璃制品、存在图片 分辨率低与信息对比度小的问题

2 SLAM 关键技术——定位

智能车自定位与环境建模密不可分。在未知 环境中,智能车依靠构建的环境地图进行自定位, 环境地图的准确性又依赖于定位精度。智能车处 于陌生环境时,往往由于缺乏参照物难以自定位。 基于定位的环境建模与基于地图的定位都是比较 容易实现的,但二者抛开其一单独进行都会提高实 现 SLAM 技术的难度。目前,专家学者针对定位问 题提出了许多解决方法,主要可以分为4大类:概率 定位法[19]、信标定位法[19]、图形匹配定位法[20]与 全球定位系统。其中概率定位法作为 SLAM 技术 的基础方法,发展到现在已形成多种成熟的算法框 架,由于其对定位过程中各种不确定因素的应对能 力更强、更易与其他各类定位方法配合使用,且具 备较强的自主探索能力,所以广泛应用于智能车定 位系统[20]。在概率定位法中,比较常见的算法有基 于卡尔曼滤波(Kalman filtering, KF)的 SLAM 算 法、基于扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF) 的 SLAM 算法、基于无迹卡尔曼滤波 (unscented Kalman filter, UKF)的 SLAM 算法以及 基于粒子滤波(particle filter, PF)的 SLAM 算法。

2.1 基于 KF 的 SLAM 算法

通过多种内部传感器感知信息,将获得的数据进行融合以减少定位误差是进行建图的重要手段之一^[21],使用该方法进行数据融合多基于卡尔曼滤波算法。卡尔曼滤波通过利用线性系统状态方程,

根据系统输入的观测数据与输出的分析数据,对系统的状态进行最优估计。SLAM 算法在早期利用卡尔曼滤波的方法进行位姿与环境特征估计,卡尔曼滤波最早由 Stanley^[22]于 1958 年提出,这一方法虽已提出半个世纪,仍是各个领域专家学者们研究的热门对象。

卡尔曼滤波算法可分为预测与更新 2 个过程,该算法的核心思想是递归求解^[23]。卡尔曼滤波适用于线性系统,然而智能车导航定位与制图大多属于非线性、非高斯系统,基于卡尔曼滤波的 SLAM 算法在位姿估计时存在很大的误差,且该方法受环境噪声影响较大^[24]。为解决以上问题,研究学者们相继提出基于扩展卡尔曼滤波的 SLAM 算法、基于无迹卡尔曼滤波的 SLAM 算法和基于粒子滤波的 SLAM 算法^[25]。

2.2 基于 EKF 的 SLAM 算法

EKF 首次由 Mcelhoe 等^[26]提出。Smith 等^[27]提出将 EKF 应用于地图创建。Yavuz 等^[28]提出基于 EKF 的 SLAM 算法,随后该方法成为 SLAM 定位问题研究中的基础理论。EKF 算法进行定位与地图创建主要分为 3 部分:状态预测、过程更新以及状态增广。在 EKF 算法中,位姿估计与环境地图构建均由高维状态向量表示,通过泰勒公式将非线性输入与输出方程线性化,同时对状态向量的均值与方差进行估计和优化。

在非线性系统中 EKF 比 KF 表现更佳,但在强非线性系统中使用 EKF 算法会使运行效率降低。同时 EKF 未考虑泰勒展开式的高阶项,估计过程中

存在大量累积误差。采用扩展卡尔曼滤波算法需要在每次迭代过程中重复计算协方差矩阵,导致系统计算量增大。为了解决上述问题,国内外研究学者提出了改进方法。

王盼盼等[29] 基于 EKF-SLAM 算法,通过引入 时变调节因子决定滤波增益,提高了状态估计精度 并提供最优规划路径,对 EKF-SLAM 算法做出优 化。付强等[30]提出一种基于最优平滑滤波理论的 改进 SLAM 算法,通过仿真试验与实地测试,提高 了 SLAM 算法的精确度与抗干扰能力,解决了传统 EKF 算法计算量较大的问题。刘沛丰等[31] 基于粗 差对 EKF 算法的影响,提出一种抗差 EKF-SLAM 算法,通过判断测量数据中是否存在粗差,选择是 否进行抗差迭代计算,通过对比引入粗差前后的 EKF 模型试验结果,可知该方法能够极大提高 SLAM 模型计算效率。程璐等[32] 基于 Sage-Husa 的自适应滤波算法,通过对扩展卡尔曼滤波 SLAM 算法中存在的后验协方差估计矩阵进行 Cholesky 分解,极大提高了系统的运行效率与估计精确度。 Chatterjee 等[33] 根据粒子群优化提出了一种基于模 糊自适应的扩展卡尔曼滤波 SLAM 算法,利用自适 应模糊系统对观测噪声做出调整,维持系统噪声不 变,模糊系统的参数通过粒子群优化算法计算得 到,免除了人工选择的过程,难以对模糊系统参量 进行选择的难题得到解决。

2.3 基于 UKF 的 SLAM 算法

无迹卡尔曼滤波又称无损卡尔曼滤波,其核心思想是通过无损变换计算均值与协方差,通过确定样本点对新时刻的状态进行预测,该方法属于递归式贝叶斯估计法^[34]。确定性样本点即 Sigma 点,通过非线性函数的映射能够得到每个点的权重^[35]。由于 UKF 算法将整个系统看做"黑匣子",摆脱了系统运行时对非线性函数具体形式的依赖性。UKF算法于 1990 年由 Julier 等提出,试验证明该算法能够改善非线性系统的滤波效果,广泛应用于 GPS-IMU 组合导航系统。

虽然 UKF 的计算复杂度较 EKF 并未降低,但 UKF 符合具有特殊要求的非线性滤波,在技术方面 更易实现,且适合处理强非线性状态方程。因此, UKF 也逐渐成为 SLAM 技术研究的热门。Liu 等[36]基于无迹卡尔曼滤波,提出一种自适应的平方根无迹卡尔曼滤波算法,该方法能够突破 UKF 原本限制的范围,可以应用于高斯回归过程。Chen 等[37] 首次将 UKF 算法引入人脸识别问题中,由于 UKF 具

备较高的鲁棒性且能够规避粒子退化现象,极大提高了目标跟踪的效果。刘艳等^[38]为解决复杂环境下的噪声干扰即轨迹预测误差等问题,提出一种基于鲁棒自适应的无迹卡尔曼滤波 SLAM 算法,该算法将自适应估计理论与鲁棒控制准则引入传统 UKF,通过自适应理论实现粗差分离,利用鲁棒控制准则提高抗干扰性,从而降低运动轨迹的误差。

2.4 基于 PF 的 SLAM 算法

PF 算法为每个粒子赋予一个权值,其中每个粒子分别代表某一时刻的状态,通过对这些具备一定权重的粒子进行求和以逼近系统的后验概率分布^[39]。PF 算法能够降低高斯噪声与非线性误差对系统模型带来的影响,计算复杂度大幅降低。粒子滤波的流程如图 3 所示。

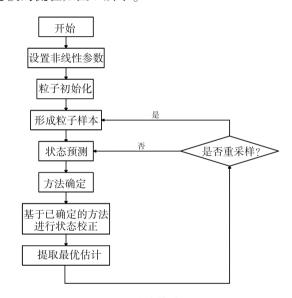


图 3 粒子滤波估计流程图 Fig.3 Flow chart of estimation for particle filter

Murphy 和 Doucet 首次提出将粒子滤波用于 SLAM 算法。粒子滤波这一概念刚提出时,由于其存在粒子退化问题并没有立刻应用到定位与建图 领域。1993 年 Gordon 等^[40]提出一种非线性滤波方法,通过序列显著性采样克服粒子早期退化效应,粒子滤波算法得到改进。此后,针对粒子滤波算法的改进逐渐成为专家学者们研究的热门。

周武等^[41]提出一种改进的边缘粒子滤波定位与建图方法,该方法结合了 Marginal-SLAM 算法与遗传算法,通过最新观测信息对粒子集进行优化,保留了粒子集多样性的特点,提高了算法的运行效率与综合性能。吴培良等^[42]基于提议分布选择,对粒子滤波算法做出改进,通过对更接近状态后验密度函数进行推导求出其提议分布,将单个粒子提议分布的权值与最新观测信息进行融合,提高了改进

边缘粒子滤波的估计准确度,有效抑制了粒子退化 现象。为解决各类非线性问题, Dellaert 等[43]提出 蒙特卡罗粒子滤波定位算法,该方法基于 PF 算法, 利用里程计与传感器进行定位,将散乱粒子集表示 为概率,通过搜索散乱粒子得到相应的概率密度函 数。石雪军等[44]基于接收信号强度指示直接构建 非线性状态空间模型,通过马尔科夫链蒙特卡洛移 动步骤对重采样系统进行改进,该方法能够提高粒 子多样性、跟踪精度及滤波性能。武斌等[45]针对室 内 SLAM 算法易受噪声干扰的问题,提出一种改进 无迹粒子滤波的室内移动目标定位算法,通过多项 式拟合修正信号观测强度,利用价权函数抑制异常 噪声的影响,该方法能够有效提高系统的抗干扰能 力与室内定位精度。Montemerlo 等[46]、Thrun 等[47] 以前人研究为基础,对基于粒子滤波的 SLAM 算法 框架做出完善,提出 Fast SLAM 算法。Fast SLAM 算法的核心思想是通过 EKF 算法估计路标的实际 位置,通过 PF 算法估计移动机器人的运动轨迹,该 算法能够有效提高定位精度。

3 SLAM 关键技术——环境地图建模

智能车周边的环境信息通过构建地图进行表示,环境地图是智能车进行自定位与导航的依据。首先对周边环境进行感知并构建环境地图,智能车基于已存储的环境模型,通过内部及外部传感器对环境信息进行感知并与已经完成创建的环境地图进行匹配,根据匹配结果进行自定位。当感知的环境信息与环境地图匹配成功时,通过标定目标点并参考环境地图中的障碍物,可以基于智能车当前位置对其进行路径规划。目前常用的环境地图表示形式可分为3种:栅格地图、拓扑地图与几何信息地图「48」。选取环境地图种类时,要充分考虑地图精度与机器人感知目标的精度、地图所展现的特征应与传感器感知的数据类型相匹配。下面对拓扑地图、几何信息地图以及栅格地图做出详细介绍。

3.1 拓扑地图

拓扑地图是一种统计地图,能够保持点与线之间正确的相对位置关系,但原图的形状、距离、方向等信息的准确性不能保证,拓扑地图也属于抽象地图的一种。拓扑地图由 Brooks 等提出,为其后的研究奠定了一套理论基础^[49]。拓扑地图由于其较高的抽象度,非常适用于范围较广且障碍物类型较少的场景,同时拓扑地图具备占用内存小、计算效率高、对路径的规划更为高效以及支持许多已经发展

的较为成熟的算法等优点^[50]。由于拓扑图的识别 匹配功能以形成的拓扑节点为基础,当环境中存在 2个相似物体时,通过拓扑图很难对其进行区分辨 认,同时拓扑地图会忽略各节点之间的最短可行路 径,从而大大降低了智能车路径规划的最优性。针 对传感器感知信息存在模糊的情形,很难根据模糊 信息构建大型环境下的拓扑地图。

3.2 几何信息地图

几何信息地图也称特征地图,智能车通过传感 器对周边环境进行感知,从获取的环境信息中提取 有用信息并以几何特征的形式展示到地图中,几何 特征信息有多种表示形式,例如线段、曲线等。几 何特征能够简化环境中各物体的信息,从而更直观 地观测地图中障碍物的信息,便于进行位姿估计、 目标识别与提取[51]。同时定位与建图功能涉及到 局部地图与全局地图,智能车需要将局部地图与全 局地图进行比对,以便进行环境特征的关联。几何 信息地图在局部区域中表现出目标高精度识别与 计算量较小等优点,但在广域环境内难以保持高精 度的坐标信息[52]。同时基于特征地图进行数据关 联的挑战性极大,数据关联的准确性也难以得到保 障。对几何信息进行提取需要额外处理感知信息, 并且处理过程需要大量数据支撑才能获得较为理 想的提取结果。考虑到上述几何信息地图在特征 提取与数据关联方面存在误差,在目前的研究中, 几何信息地图的使用较少。

3.3 栅格地图

栅格地图将环境信息切分成一个个栅格,其中给每块栅格赋予一个可能值,代表此栅格被占据的概率,初始化状态下每个栅格被占据的概率为50%。

栅格地图由 Moravec 和 Elfes 等首次提出,随后 Elfes 对栅格地图表示法进行了更深入研究。栅格 地图的创建不受环境地形影响,环境的感知数据易于保存与维护,方便移动智能车进行自定位与路径规划,且现实环境的目标信息精确度随地图分辨率增大而增大。因此,栅格地图更适用于超声波传感器和激光雷达^[53]。当环境范围较大、环境中包含的信息较多时,栅格地图会保存几乎所有的障碍物信息,信息维护和更新的难度加大,目标识别的效果也会变差。考虑到定位的过程中存在很大的搜索空间,实现实时应用需要较为成熟的简化算法进行支撑。但目前栅格地图表示法仍是建图技术中常用方法之一。

各种地图表示类型的特点如表 2 所示。

表 2 各类型地图优缺点总结表

Table 2 Table of advantages and disadvantages for each map

- 110-12 = - 110-12 = 110-12 = 110-12 = 110-12 = 110-12 = 110-12 = 110-12 = 110-12 = 110-12 = 110-12 = 110-12				
地图表示类型	优点	缺点		
拓扑地图	适用于范围广且障碍物类型较少的场景、占用内存小、计算效率高、路径规划高效	路径规划最优性差、相似物体分辨准确度低		
几何信息地图	简化环境信息、障碍物辨识更直观、目标提取更方便	广域环境中数据精度低、计算量大		
栅格地图	不受环境地形影响、感知数据易保存与维护	保存数据过多会导致信息更新难度加大、目 标识别效果变差		

4 多传感器融合在 SLAM 算法中的 应用

依靠单一传感器进行同时定位与建图,系统鲁棒性较差,采用多传感器融合的方式能够提高系统的鲁棒性。将相机、激光雷达、IMU、GPS等多个传感器融合使用,能够极大提高智能车位姿与建图的估计精度。常见的多传感器融合方式有视觉与IMU融合、激光雷达与IMU融合、视觉与激光融合。

4.1 视觉与 IMU 融合 SLAM

视觉 SLAM 常与 IMU 配合使用以提高估计精度。IMU 短时间内对快速运动的准确估计能够弥补相机对于快速运动物体识别的短板,从而更好地处理运动物体高速行驶和旋转等情况。目前针对 IMU 与相机结合的 SLAM 研究已有不少^[54-58]。潘林豪等^[59]融合了双目视觉与惯导信息,提出了一种高效的视觉里程计算法,通过惯导信息辅助光流法进行帧间特征点跟踪,采用最小化图像光度误差获取局部地图点与像素点的关系,后端局部地图优化提取关键帧特征,通过光束平差法对关键帧位姿、陀螺仪、地图点位置等信息进行滑窗优化,较大程度上提高了位姿跟踪的实时性。种一帆等^[60]通过

结合惯导数据与双目相机视觉信息进行高精度地 图的构建,简化的双目模型与选择性地删除部分图 像帧信息,减少了多余测量值的计算量,提高了系 统的工作效率。Bloesch 等[61]提出了一种基于直接 法并利用迭代扩展卡尔曼滤波器的单目视觉惯性 里程计,考虑光度误差与图像块,提高了系统的鲁 棒性与跟踪性能。Schneider等[62]提出了Maplab 框 架,完善了 SLAM 框架,具备回环检测与重定位的 功能。视觉里程计的关键技术在于特征的相应操 作、帧间位姿估计及降低漂移。特征模块中包含特 征检测和特征匹配,其中进行特征检测的算法主要 有 SUSAN、Moravee、SIFT、Harris、FAST 等,特征匹 配则基于 SIFT 或 SURF 等算法运行[63]。帧间位姿 估计通常采用外点排除与运动估计2种方法,外点 排除的经典算法是 RANSAC 算法,运动估计则基于 特征点的维度特征对应选取 3D-2D、2D-2D 算 法[63]。系统减小漂移通常采用滤波器法或非线性 优化法。

4.2 激光雷达与 IMU 融合 SLAM

激光雷达能够准确感知目标的距离与速度等信息,IMU 能够获得运动物体的角度与姿态信息, 二者结合能够解决激光 SLAM 更新速率低、由运动引起的失真以及垂直分辨率低等问题,如图 4 所示。



(a) 基于激光雷达、IMU与GPS的智能车



(b) 点云环境地图

图 4 基于激光雷达 SLAM 的建图效果图 Fig.4 Map based on LiDAR-SLAM

因此,基于激光雷达与 IMU 的融合 SLAM 也是目前研究的热点,激光 SLAM 主要包括前端的激光里程计和后端非线性优化,常用的方法有滤波器

算法与图优化算法。

Ye 等^[64]采用基于图优化的算法,将激光雷达与 IMU 进行数据融合,提高了建图与定位的精度,

但经实际测试,该算法计算量过大,耗时过久。庞帆等[65]突破动态障碍物对实时定位和建图的影响,增设动态障碍物提取与提出功能,基于特征点划分类别,按照设定的步骤进行点云匹配和求解位姿,减少系统的计算耗时,同时利用 EKF 将点云帧间匹配与 IMU 的积分信息进行融合,提高了定位的精度。张艳国等[66]通过融合 IMU 与激光雷达点云数据,基于有效历史点云及其检测结果获得更完善的环境感知信息,有效解决了机关雷达点云数据稀疏的问题,提高了激光 SLAM 系统的目标检测性能。Geneva等[67]基于 IMU 与激光雷达开发了一套新的系统,该系统能够基于图优化功能完成惯性预积分测量值与 3D 点云数据的融合,实现了厘米级的室内移动机器人高精度定位与导航。除此之外,还有不少学者对多激光雷达的融合进行研究[68-70]。

4.3 视觉与激光雷达融合 SLAM

作为 SLAM 技术中两大核心传感器,激光雷达 与相机的融合使用逐渐成为当前研究的热点及难 点问题。目前已有专家学者将相机数据与激光雷 达数据进行融合[71-74]。文献[75]提出一种基于直 接法的 SLAM 系统,通过基于滑动窗口的跟踪方法 将单目相机与激光雷达数据结合,集成深度信息后 通过帧间匹配,提高运动估计精度保障实时性能。 Chen 等[76] 将 2D 激光雷达垂直安装在机器人上并 配以深度相机进行数据采集,构建出高精度地图, 但该方法定位准确度较低。Huang 等[77] 采用相机 信息并通过帧间匹配对点云之间的数据关联进行 约束,通过迭代最近点法提高了运动轨迹估计的准 确性,但所构建的地图精度较低。Ding 等[78] 采用 混合光束法提高地图构建的精度,但该方法计算负 荷较大,严重制约系统运行的效率。Zhang 等[79]结 合激光雷达、摄像头与惯导,提出一种耦合的 SLAM 方案,经过实地验证,该方案的位姿估计与地图精 度较高,实现了高精度的里程计。肖军浩等[80]创新 性地提出相机-激光雷达外参标定方法与遮挡识别 算法,基于重投影与光度的图像特征与三维点云数 据,构建基于特征点的混合残差位姿优化系统,该 方法避免了初始值问题,同时标定与建图精度得到 提高。

4.4 其他类型传感器融合 SLAM

除了常见的激光雷达、相机与 IMU 之间的相互融合,在一些特殊领域还需要与其他类型传感器进行融合使用,比如毫米波雷达、地磁传感器、GPS等。郭安等[81]利用气压计、GPS、空速计与 IMU 并

基于卡尔曼滤波器,依靠三级串联对无人机姿态、 速度等信息进行状态估计。罗荣华等[82]采用相机 与声纳融合的方式进行 SLAM 技术的研究。崔巍 杰[83] 基于松耦合方法,通过融合激光雷达栅格地图 的定位信息与毫米波雷达点云信息,实现机器人自 主定位与导航。王泽华等[84]提出一种基于单目相 机、IMU 与磁力传感器融合的 SLAM 系统,创造性 地开发了一套模糊自适应的九轴姿态融合算法,实 现了基于磁力传感器与 IMU 的航向角估计,解决了 相机运动时数据感知精度较低的问题。Hertzberg 等[85] 基于无迹卡尔曼滤波并结合 IMU 与 GPS 感知 信号,实现了高精度 SLAM 算法。Ko 等[86] 通过融 合气压计、GPS 以及姿态航向测量系统感知数据, 并结合不变扩展卡尔曼滤波器,实现了高精度无人 机速度、高度、位姿等估计,该多传感器融合系统的 精度较传统 EKF 算法有所提高。

多传感器融合能够为定位与建图提供更好的 数据支撑,但其实现难度较单一传感器大大增加, 因此基于多传感器融合的 SLAM 技术依旧面临很 多的问题与挑战。

5 SLAM 技术面临的挑战

目前,视觉 SLAM、激光 SLAM 以及多传感器信息融合 SLAM 的相关理论已经发展比较成熟,但在实际应用中,实现 SLAM 技术由理论到实践的过程中依旧存在很多问题。

5.1 不确定性信息

在陌生环境中智能车需要通过自身携带的传感器对周边环境进行感知并依靠感知数据建立环境模型,环境模型是智能车进行自定位与自主导航的关键基础^[87]。陌生环境是指智能车对所处环境不具备任何先验信息,如障碍物位置形状、环境总体布局等信息^[88]。

不确定性信息是智能车创建地图过程中对目标的模糊识别,主要包括2种类型:(1)由于智能车携带的传感器自身性能限制,比如激光雷达规定有效检测范围,超出有效检测范围的点很有可能在扫描过程中产生误差;(2)环境本身存在各种不确定因素,比如路面不平整或形状较为复杂的物体,这种情况不利于进行特征提取,容易产生测量误差^[89]。不确定性信息的存在将严重影响地图创建的精确度,从而影响智能车定位与导航的效果。

5.2 数据关联

不同传感器存在数据类型、坐标表达方式、时间戳类型不同等特点,需要对感知数据统一处理。数据关联由数据融合技术兴起,在 SLAM 技术中用于对比已有环境地图特征与不同时间的感测数据特征的对应关系^[89]。数据关联的核心思想是提取传感器在不同位置与时间下测得的 2 个环境信息的关键特征,通过算法检验与关键特征匹配结果,判断其同属为一个物体的可能性大小,即关键特征提取-特征匹配-地图匹配^[88]。

目前数据关联在多传感器融合与目标跟踪方面的应用较多,且相关算法较为成熟^[90-91]。由于环境信息数据库较大,该方法应用于 SLAM 技术时会产生大量复杂计算,严重影响系统运行效率。当智能车自定位过程出现累积误差时,数据关联的应用难度会随之增大。

5.3 累积误差

累积误差主要源自3个方面:里程计误差、观测误差以及数据关联误差引起的误差^[92]。

里程计参数通过智能车双轮的转动距离测得,然而车轮制作过程产生的机械误差以及环境路面不平整性都会给里程计参数的测量带来影响,从而影响智能车自定位准确性。同时里程计测量误差会随智能车运动距离的增加而增大且较难对该误差进行补偿。观测误差与不确定性信息有密切联系,此外,各类传感器的内部构造及工作性能也与观测误差密不可分。观测误差会进一步提高移动智能车位姿估计的不准确性,而位姿估计误差又会影响数据关联的准确性,同时增加了确定路标特征位置的难度。以上3种误差之间的相互影响会极大降低环境地图的精确度,导致创建的地图严重偏离实际地图,从而影响智能车自主定位与导航的效果。

6 SLAM 技术的未来

现如今,社会已经步入科技时代,大众对于智能建造的追求从未止步,SLAM 技术作为人工智能领域的基础支撑,其发展对多个领域都至关重要,本章对 SLAM 技术未来的发展做出总结。

6.1 轻量级、小型化

目前,高分辨率的激光雷达、高精度 IMU、差分 GPS 等传感器价格较为昂贵,将 SLAM 技术应用大 众化较为困难。因此,实现 SLAM 技术嵌入式或在

手机等小型设备上稳定运行,提高其应用对象的大众化与普遍化,是未来 SLAM 技术发展的一个强烈需求。同时,研究 SLAM 技术的真正目的是为了实现其作为底层功能的应用,比如导航、教学、运动、娱乐等,而 SLAM 技术为上层应用提供定位与建图功能时,并不希望其占用大量计算资源。因此,追求 SLAM 技术应用的轻量级与小型化是其发展过程中不可避免的一个导向。

6.2 SLAM 技术与深度学习结合

SLAM 技术在实践过程中暴露出许多难题及不足,为更好地解决其在实际工程中的应用,并考虑到深度学习具备学习能力强、使用领域覆盖范围广、适应性强以及可移植性好等优点,目前有不少研究者尝试将深度学习融入 SLAM 技术,对已有的 SLAM 技术框架进行重构优化。将深度学习与 SLAM 结合已逐渐成为各领域竞相研究的热点 [93-96]。现阶段将深度学习融入定位与建图技术的方法有三个:(1)利用深度学习代替 SLAM 环节中的一环或几环;(2)在定位与建图过程中加入语义信息;(3)端到端的 SLAM 技术。

6.2.1 深度学习下的 SLAM

深度学习取代传统定位与建图技术中的部分 环节时,往往从特征点、深度估计、位姿估计、重定 位等方面出发。Li 等[97]提出了一套基于无监督深 度学习的鲁棒单目 SLAM 系统,该系统不需要标注 地面真实姿态,通过立体图像实现完全无人监督, 能够同时生成姿态估计以及深度图像,该方法在姿 态估计精度方面表现良好。Li 等[98] 基于多任务特 征提取网络和自监督特征点,提出了一种深度学习 实时视觉 SLAM 方法,通过设计一种简易的卷积神 经网络对特征点进行探测,使用描述符代替传统的 特征提取方式,该方法在精度和效率两方面均表现 良好。Memon等[99]基于有监督和无监督深度神经 网络,提出一种单目 SLAM 闭环检测方法,该方法 不需要生成词汇表,信息存储效率更高,同时采用 两种深度神经网络进行闭环检测,能够避免移动物 体对闭环检测准确性的影响。

由于定位与建图过程中涉及大量数学公式,而深度学习在处理数学问题方面存在弊端,同时使用深度学习做相关训练的数据较少,该方法较传统SLAM框架并未体现出明显优势,目前尚不能成为SLAM技术的主流算法。在今后的发展中,SLAM技术将会逐渐吸收深度学习方法,不断完善训练数据集,用以提高定位与制图的精度和鲁棒性。

6.2.2 语义 SLAM

语义信息能够提高传统 SLAM 建图与道路信 息识别的效率,将语义信息添加到定位与建图技 术,可以进行图像语义分割以及语义地图构建。目 前语义 SLAM 已经成为各专家学者研究的热点。 Zhao 等[100]考虑到移动物体难以进行地图匹配的难 题,提出了一种针对室内动态环境的视觉语义 SLAM,通过 Mask-RCNN 算法对潜在移动物体进行 探测,利用光流法检测动态特征点,基于二者对无 用特征点进行剔除,并将语义标签映射到点云数 据,最终得到场景的静态及语义信息。Mostafa 等[101]提出了一种基于图像语义信息与相机运动参 数融合的三维位置和速度估计方法,该方法以扩展 卡尔曼滤波为基础,在相机运动参数中的连续帧中 提取融合语义信息与汽车模型,估计同一场景不同 车辆的 3D 位置与速度,该方法的位置与速度估计 误差较低。

语义 SLAM 目前较多应用于室内场景,使用范围比较受限,并且利用语义分割与语义地图构建结果促进 SLAM 定位精度方面的研究较少。语义信息的不断发展能够为深度学习下的 SLAM 技术提供便捷,且语义 SLAM 较传统 SLAM 具备一定优势。因此,将语义信息融入 SLAM 技术将是未来研究的重要方向。

6.3 SLAM 技术与新型传感器结合

基于已有传感器的 SLAM 技术的发展已较为成熟,但各传感器性能的不同以及多传感器融合的难题导致 SLAM 技术在定位、制图与导航方面依旧存在很多目前难以解决的问题^[102]。新型传感器的出现能够为 SLAM 技术的进一步发展不断注入新的活力,当通过新型传感器获取的数据质量较高或者不需做太多处理时,SLAM 系统的计算压力与运行效率均会得到改善。比如 Event Camera 以低功耗、高帧率等优点也开始在 SLAM 领域得到应用^[103-104],新型传感器的广泛使用将对 SLAM 的技术格局产生巨大影响。

6.4 SLAM 技术的应用前景

除了应用于无人驾驶技术的开发, SLAM 技术 在其他领域也具备较好的发展前景。目前 SLAM 技术在机器人、无人机、AR 等领域的使用较为广 泛,未来 SLAM 技术可以更加注重底层服务功能的 开发,比如消防安全、VR 实景、工程测绘、地下空间 建设等。

SLAM 技术已经经历了提出问题、找寻算法两

个阶段,如今正处在完善算法这一新阶段。无论未来的 SLAM 技术发展如何,为实现各领域的大规模功能性应用,都需要对现有算法做出改进与完善,完全实现这一步还需要更多研究者的不断努力。

7 结语

本研究综述了以 SLAM 技术为主的六大方面内容,首先,从 SLAM 定义出发,对其发展历程及意义做出简要阐述。然后对支撑 SLAM 技术的各类型传感器的性能及优缺点进行分析,提出了 SLAM 技术的关键问题——定位,并对目前常用的概率定位法展开描述。对于 SLAM 技术的另一关键问题——制图,介绍了栅格地图、几何信息地图、拓扑地图 3 种常见地图的特点与优缺点。其次,以激光雷达与相机为主要传感器,对多种类型传感器融合方案进行阐述。最后对多传感器融合的难题与SLAM 技术的未来发展做出总结与展望。

总体而言,尽管 SLAM 技术相关基础理论框架已经比较完善,各传感器的融合使用也较为成熟。但考虑到实际工程需求,为实现 SLAM 技术多领域、广覆盖的底层功能应用,SLAM 技术仍需不断吸收新的理论方法与传感技术,形成更为完善、稳定、可靠的系统框架,为响应国家对智慧交通的号召,更好地服务我国智慧交通发展提供更安全、更可靠的技术保障[105]。

参考文献:

- [1] 赵光辉. 我国"互联网+"交通服务的演进与政策[J]. 中国流通经济, 2016, 30(3): 39-48.

 ZHAO Guanghui. Evolution and policy of "Internet+" transportation service in China[J]. China's Circulation Economy, 2016, 30(3): 39-48.
- [2] ILGEN Elke, KARFICH Natascga, LEVSEN Karsten, et al. Aromatic hydrocarbons in the atmospheric environment: part I:indoor versus outdoor sources, the influence of traffic [J]. Atmospheric Environment, 2001, 35(7): 1235-1252.
- [3] CADENA Cesar, CARLONE Luca, CARRILLO Henry, et al. Past, present, and future of simultaneous localization and mapping: toward the robust-perception age [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2016, 32(6):1309-1332.
- [4] 周彦,李雅芳,王冬丽,等. 视觉同时定位与地图创建综述[J]. 智能系统学报, 2018, 13(1): 97-106. ZHOU Yan, LI Yafang, WANG Dongli, et al. Overview of visual simultaneous positioning with map creation[J].

- Journal of Intelligent Systems, 2018, 13(1): 97-106.
- [5]《中国公路学报》编辑部. 中国交通工程学术研究综述 · 2016[J]. 中国公路学报, 2016, 29(6): 1-161. Editorial Department of China Journal of Highway. Review of traffic engineering research in China 2016[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(6): 1-161.
- [6] 曹风魁,庄严,闫飞,等. 移动机器人长期自主环境适应研究进展和展望[J]. 自动化学报, 2020, 46(2): 205-221.

 CAO Fengkui, ZHUANG Yan, YAN Fei, et al. Research progress and prospect of long-term autonomous environmental adaptation of mobile robots[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(2):205-221.
- [7] 祝朝政,何明,杨晟,等. 单目视觉里程计研究综述[J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(7): 20-28. ZHU Chaozheng, HE Ming, YANG Sheng, et al. A review of monocular vision odometer research [J]. Computer Engineering and Applications, 2018, 54(7): 20-28.
- [8] 谭静,赵健康,崔超. 基于双目视觉与 IMU 的组合导航 算法[J]. 计算机工程与设计, 2021, 42(2):442-448.

 TAN Jing, ZHAO Jiankang, CUI Chao. Integrated navigation algorithm based on binocular vision and IMU[J]. Computer Engineering and Design, 2021, 42(2): 442-448.
- [9] ESSMAEEL Kyis, GALLO Luigi, DAMIANI Ernesto, et al. Temporal denoising of kinect depth data [C]//Proceedings of 8th International Conference on Signal Image Technology & Internet Based Systems. Sorrento, Italy: IEEE, 2013: 47-52.
- [10] LIAO Ziwei, WANG Wei, QI Xianyu, et al. RGBD object SLAM using quadrics for indoor environments [J]. Sensors, 2020, 20(18): 1-34.
- [11] HENRY Peter, KRAININ Michael, HERBST Evan, et al. RGBD mapping: using depth cameras for dense 3D modeling of indoor environments [J]. The International Journal of Robotics Research, 2012, 31(5):647-663.
- [12] DRYANOVSKI Ivan, VALENTI Roberto G, XIAO Jizhong. Fast visual odometry and mapping from RGBD data[C]//Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Karlsruhe, Germany: IEEE, 2013;2305-2310.
- [13] 杨明,王宏,何克忠,等. 基于激光雷达的移动机器人环境建模与避障[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2000, 40(7): 112-116.

 YANG Ming, WANG Hong, HE Kezhong, et al. Environment modeling and obstacle avoidance of mobile robot

- based on LiDAR [J]. Journal of Tsinghua University (Natural Science), 2000, 40(7):112-116.
- [14] WU Jianqing, XU Hao, ZHENG Jianying. Automatic background filtering and lane identification with roadside LiDAR data[C]//Proceedings of 2017 IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems. Yokohama, Japan: IEEE, 2017:6.
- [15] PATERNAIN Santiago, TAILANIAN Matias, CANETTI Rafael. Calibration of an inertial measurement unit [J]. International Applied Mechanics, 2017, 53(2): 1-6.
- [16] 秦志斌,王慧娟. 智慧高速毫米波雷达应用浅析[J]. 中国交通信息化, 2021(3): 130-131.

 QIN Zhibin, WANG Huijuan. Application analysis of intelligent high speed millimeter wave radar[J]. Traffic Informatization in China, 2021(3): 130-131.
- [17] 魏琴,谷谢天,陈平易. 智能汽车技术及环境感知传感器初探[J]. 内燃机与配件, 2019(2): 174-175. WEI Qin, GU Xietian, CHEN Pingyi. A preliminary study on intelligent vehicle technology and environmental sensing sensor[J]. Internal Combustion Engine and Accessories, 2019(2):174-175.
- [18] 蔡毅,王岭雪. 红外成像技术中的 9 个问题[J]. 红外技术, 2013, 35(11): 671-682.

 CAI Yi, WANG Lingxue. Nine problems in infrared imaging technology [J]. Infrared Technology, 2013, 35 (11): 671-682.
- [19] 张本法,孟祥萍,岳华. 移动机器人定位方法概述[J]. 山东工业技术, 2014(22): 250. ZHANG Benfa, MENG Xiangping, YUE Hua, Overview of localization methods for mobile robots[J]. Shandong Industrial Technology, 2014(22): 250.
- [20] 高云峰,周伦,吕明睿,等. 自主移动机器人室内定位方法研究综述[J]. 传感器与微系统, 2013,32(12): 1-5. GAO Yunfeng, ZHOU Lun, LÜMingrui, et al. A review of indoor positioning methods forautonomous mobile robots [J]. Sensors and Microsystems, 2013, 32 (12): 1-5.
- [21] 纪嘉文,杨明欣. 一种基于多传感融合的室内建图和定位算法[J]. 成都信息工程学院学报,2018,33(4):400-407.

 JI Jiawen, YANG Mingxin. An indoor mapping and positioning algorithm based on multi-sensor fusion [J].

 Journal of Chengdu Institute of Information Engineering,2018,33(4):400-407.
- [22] MEINLSCHMIDT Thomas, ASCHEMANN Harald, BUTT Saif. Cascaded backstepping control of a Duocopter including disturbance compensation by unscented Kalman filtering [C]// Proceedings of 2014 Inter-

- national Conference on Control, Decision and Information Technologies. Metz, France: IEEE, 2014: 315-320.
- [23] 中国科学院电子学研究所,中国科学院文献情报中心. 自动化技术、计算机技术[J].中国无线电电子学文摘, 2011, 27(1): 161-238. Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Literature and Information Center of Chinese Academy of Sciences. Automation technology, computer technology [J]. China Radio Electronics Abstracts, 2011, 27(1): 161-238.
- [24] 熊敏君, 卢惠民, 熊丹, 等.基于单目视觉与惯导融合的无人机位姿估计[J]. 计算机应用, 2017, 37(增刊2): 127-133.

 XIONG Minjun, LU Huimin, XIONG Dan, et al. UAV pose estimation based on monocular vision and inertial navigation fusion[J]. Computer Application, 2017, 37 (Suppl.2): 127-133.
- [25] 吕太之,周武,赵春霞. 一种改进的 UKF-SIAM 算法 [J]. 中北大学学报(自然科学版), 2018, 39(6): 717-725.

 LÜ Taizhi, ZHOU Wu, ZHAO Chunxia. An improved UKF-SLAM algorithm [J]. Journal of North University of China (Natural Science Edition), 2018, 39(6): 717-725.
- [26] KIMURA Aritoshi, ARIZONO Ikuo, OHTA Hiroshi. A back-propagation algorithm based on the extended Kalman filter [C]//Proceedings of 1993 International Joint Conference on Neural Networks. Nagoya, Japan: IJC, 1993: 1669-1672.
- [27] SMITH Randall, SELF Matthew, CHEESEMAN Peter.
 Estimating uncertain spatial relationships in robotics [J].
 Machine Intelligence & Pattern Recognition, 1988, 5
 (5): 435-461.
- [28] YAVUZ SIrma, KURT Zeyneb, BICER M Serdar.Simultaneous localization and mapping using extended Kalman filter[C]//Proceedings of 2009 IEEE 17th Signal Processing and Communications Applications Conference. Antalya, Turkey: IEEE, 2009: 7000-7033.

[29] 王盼盼, 黄宜庆. 基于时变调节因子的移动机器人

- EKF-SLAM 算法[J]. 安徽工程大学学报, 2017, 32 (5): 46-50.
 WANG Panpan, HUANG Yiqing. EKF-SLAM algorithm for mobile robots based on time-varying regulator[J].
 Journal of Anhui Engineering University, 2017, 32(5):
- [30] 付强,张宏静,赵建伟,等. 移动机器人 SLAM 改进算 法的分析与实现[J]. 兵工自动化, 2018, 37(9):

46-50.

- 86-89.
- FU Qiang, ZHANG Hongjing, ZHAO Jianwei, et al. Analysis and implementation of improved SLAM algorithm for mobile robots [J]. Ordnance Automation, 2018, 37 (9): 86-89.
- [31] 刘沛丰,王坚. 一种基于抗差 EKF 的移动机器人定位技术[J]. 计算机科学, 2017, 44(增刊 1): 115-118. LIU Peifeng, WANG Jian. A mobile robot localization technology based on robust EKF[J]. Computer Science, 2017, 44(Suppl.1): 115-118.
- [32] 程璐,黄宜庆. 基于 Cholesky 分解的改进自适应 EKF-SLAM 算法[J]. 安徽工程大学学报, 2020, 35(2): 11-20.

 CHENG Lu, HUANG Yiqing. Improved adaptive EKF-SLAM algorithm based on cholesky decomposition[J]. Journal of Anhui Engineering University, 2020, 35(2): 11-20.
- [33] CHATTERJEE Amitava, MATSUNO Fumitoshi. A neuro-fuzzy assisted extended Kalman filter-based approach for simultaneous localization and mapping (SLAM) problems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2007, 15(5): 984-997.
- [34] PIGA Nicola A., BOTTAREL Fabrizio, FANTACCI Claudio. MaskUKF: an instance segmentation aided unscented Kalman filter for 6D object pose and velocitytracking[J]. Frontiers in Robotics and AI, 2021, 8 (38):1-17.
- [35] 孙海波,童紫原,唐守锋,等. 基于卡尔曼滤波与粒子滤波的 SLAM 研究综述[J]. 软件导刊, 2018, 17(12): 1-3.
 - SUN Haibo, TONG Ziyuan, TANG Shoufeng, et al. Review of SLAM research based on Kalman filter and particle filter[J]. Software Guide, 2018, 17(12): 1-3.
- [36] LIU Qin, LIU Zheng, LIU Yunfo. Nonorthogonal problem in iterated unscented Kalman filter for passive tracking[J]. IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering, 2013, 8(4): 415-419.
- [37] CHEN Yunqiang, HUANG Thomas, RUI Yong. Parametric contour tracking using unscented Kalmanfilter [C]//Proceedings of 2002 International Conference on Image Processing: Vol III. Beijing: IEEE, 2002: 613-616.
- [38] 刘艳,程诚,裴少婧. 鲁棒自适应无迹卡尔曼滤波的 SLAM 算法[J]. 电光与控制, 2019, 26(8): 12-16. LIU Yan, CHENG Cheng, PEI Shaojing. A SLAM algorithm for robust adaptive untraced Kalman filter[J]. Electro-Optical and Control, 2019, 26(8): 12-16.
- [39] QI Ming. An improved particle filter SLAM algorithm

- for AGVs [C]//Proceedings of 20 IEEE 6th International Conference on Control Science and Systems Engineering. Beijing; IEEE, 2020; 27-31.
- [40] GORDON N J, SALMONDD J, SMITHA F M. Novel-approach to nonlinear non-gaussian Bayesian state estimation [J]. IEEE Proceedings: F Radar and Signal Processing, 1993, 140(2):107-113.
- [41] 周武,赵春霞. 一种改进的边缘粒子滤波 slam 方法 [J].华中科技大学学报(自然科学版), 2008(增刊1): 181-185.

 ZHOU Wu, ZHAO Chunxia. An improved edge particle filtering SLAM method [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edi-

tion), 2008(Suppl.1): 181-185.

- [42] 吴培良,孔亮,段亮亮,等. 一种基于提议分布选择的改进边缘粒子滤波算法[J]. 小型微型计算机系统, 2016, 37(2): 381-384.

 WU Peiliang, KONG Liang, DUAN Liangliang, et al. An improved edge particle filtering algorithm based on proposed distribution selection[J]. Journal of Small and Micro Computer Systems, 2016, 37(2): 381-384.
- [43] DELLAERT Frank, FOX Dieter, BURGARD Wolfram, et al. Monte Carlo localization for mobile robots [C]// Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation. New York, USA: IEEE, 1999: 1322-1328.
- [44] 石雪军,纪志成. 基于改进粒子滤波的射频识别室内跟踪算法[J].计算机工程,2015,41(11):308-313. SHI Xuejun, JI Zhicheng. Indoor tracking algorithm of radio frequency identification based on improved particle filter [J]. Computer Engineering, 2015, 41(11):308-313.
- [45] 武斌,田清. 改进无迹粒子滤波的室内移动目标定位 [J].传感器与微系统,2021,40(3):153-156. WU Bin, TIAN Qing. Indoor moving target localization algorithm based on improved untraceable particle filtering [J]. Transducers and Microsystems, 2021, 40(3): 153-156.
- [46] MONTEMERLO Michael, THRUN Sebastian. Simultaneous localization and mapping with unknown data association using Fast SLAM [C]//Proceedings of 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Taipei, China: IEEE, 2003: 1985-1991.
- [47] THRUN Sebastian, MONTEMARLO Michael, KOLLER Daphne, et al. Fast SLAM: a factored solution to the simultaneous localization and mapping problem [C]// Proceedings of AAAI National Conference on Artificial Intelligence. Edmonton, Canada: IEEE, 2002: 240-248.

- [48] BEESON Patrick, MODAYIL Joseph, KUIPERS Benjamin. Factoring the apping problem: mobile robot mapbuilding in the hybrid spatial semantic hierarchy[J]. International Journal of Robotics Research, 2010, 29(4): 428-459.
- [49] 崔杨.智能移动机器人同步定位与地图构建算法研究 [J].电子世界,2013(23): 113-114.

 CUI Yang. Review on synchronous localization and map construction algorithm of intelligent mobile robot [J]. Electronic World, 2013(23): 113-114.
- [50] KOLHATKAR Chinmay, WAGLE Kranti. Review of SLAM algorithms for indoor mobile robot with LIDAR and RGBD camera technology [C]//Proceedings of ICEEE 2020. Antalya, Turkey: IEEE, 2021: 397-409.
- [51] 李万莉,王文佳. 基于 Hough 变换的激光几何特征地 图提取方法[J].机电一体化, 2018, 24(7): 3-7. LI Wanli, WANG Wenjia. Geometric feature map extraction for laser SLAM based on hough transform[J]. Mechatronics, 2018, 24(7): 3-7.
- [52] ARSHAD Saba, KIM Gon-Woo. Role of deep learning in loop closure detection for visual and lidar SLAM: a survey[J]. Sensors, 2021, 21(4): 17.
- [53] DINH Nam, KIM Gon-Woo. Solid-state LiDAR based-SLAM; a concise review and application [C]//Proceedings of 2021 IEEE International Conference on Big Data and Smart Computing. Jeju, Korea: IEEE, 2021: 302-305.
- [54] NUTZI Gabriel, WEISS Stephan, SCARAMUZZA Davide. Fusion of IMU and vision for absolute scale estimation in monocular SLAM [J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2011, 61(1/2/3/4); 287-299.
- [55] NIKOLIC Janosch, REHDER Joern, BURRI Michael. A synchronized visual-inertial sensor system with FPGA pre-processing for accurate real-time SLAM [C]//Proceedings of 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Hong Kong, China: IEEE, 2014: 431-437.
- [56] CONCHA Alejo, LOIANNO Giuseppe, KUMAR Vijay, et al. Visual-inertial direct SLAM [C]//Proceedings of 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Stockholm, Sweden: IEEE, 2016: 1331-1338.
- [57] RAUL Mur-Artal, TARDOS Juan D. Visual-inertial monocular SLAM with map reuse [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2017, 2(2): 796-803.
- [58] QIN Tong, LI Peiliang, SHEN Shaojie. Relocalization, global optimization and map merging for monocular visual-inertial SLAM [C]//Proceedings of 2018 IEEE In-

- ternational Conference on Robotics and Automation. Brisbane, Australia: IEEE, 2018: 1197-1204.
- [59] 潘林豪,田福庆,应文健,等.融合双目视觉与惯导信息的高效视觉里程计算法[J].计算机应用研究,2021,38 (6):1739-1743.

 PAN Linhao TIAN Fuging YING Wenijan et al. An
 - PAN Linhao, TIAN Fuqing, YING Wenjian, et al. An efficient vision odometry method based on binocular vision and IMU information [J]. Application Research of Computers, 2021, 38(6): 1739-1743.
- [60] 种一帆,冀杰,宫铭钱,等. 半直接法与 IMU 融合的双目视觉里程计[J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 2021, 46(2): 112-120.

 ZHONG Yifan, JI Jie, GONG Mingqian, et al. Binocular vision odometer with semi-direct method and IMU fusion[J]. Journal of Southwest Normal University (Natural Science Edition), 2021, 46(2): 112-120.
- [61] BLOESCH Michael, OMARI Sammy, HUTTER Marco, et al. Robust visual inertial odometry using a direct EKF-based approach [C]//Proceedings of 2015 IEEE/RSI International Conference on Intelligent Robots and Systems. Hamburg, Germany: IEEE, 2015: 298-304.
- [62] SCHNEIDER Thomas, DYMCZYK Marcin, FEHR Marius, et al. Maplab: an open framework for research in visual-inertial mapping and localization[J]. 2017, 3(3): 1418-1425.
- [63] 慈文彦,黄影平,胡兴. 视觉里程计算法研究综述[J]. 计算机应用研究, 2019, 36(9): 2561-2568. CI Wenyan, HUANG Yingping, HU Xing. Review of visual mileage calculation[J]. Application Research of Computers, 2019, 36(9): 2561-2568.
- [64] YE Haoyang, CHEN Yuying, LIU Ming. Tightly coupled 3D Lidar inertial odometry and mapping [C]// Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics and Automation. Montreal, Canada: ICRA, 2019:3144-3150.
- [65] 庞帆,危双丰,师现杰,等. 激光雷达惯导耦合的里程计与建图方法[J]. 计算机应用研究, 2021, 38(6): 1-7. PANG Fan, WEI Shuangfeng, SHI Xianjie, et al. Odometer and mapping method for lidar inertial navigation coupling[J]. Computer Application Research, 2021, 38(6): 1-7.
- [66] 张艳国,李擎. 基于惯性测量单元的激光雷达点云融合方法[J].系统仿真学报, 2018, 30(11): 4334-4339. ZHANG Yanguo, LI Qing. LiDAR point cloud fusion method based on inertial measurement unit[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(11): 4334-4339.
- [67] GENEVA Patrick, ECKENHOFF Kevin, YANG Yulin,

- et al. LIPS: LiDAR-inertial 3D plane SLAM[C]//Proceedings of 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Madrid, Spain: IEEE, 2018:123-130.
- [68] LÜ Bin, XU Hao, WU Jianqing, et al. Revolution and rotation-based method for roadside LiDAR data integration [J]. Optics & Laser Technology, 2019, 119: 105571.
- [69] WU Jianqing, XU Hao, LIU Wei. Points registration for roadside LiDAR sensors [J]. Transportation Research Record, 2019, 2673(9): 627-639.
- [70] YUE Rui, XU Hao, WU Jianqing, et al. Data registration with ground points for roadside LiDAR sensors[J]. Remote Sensing, 2019, 11(11): 16.
- [71] NEWMAN P, COLE D, HO K. Outdoor SLAM using visual appearance and laser ranging [C]//Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Orlando, USA: IEEE, 2006: 1180-1187.
- [72] LIN Kuenhan, CHANG Chunhua, DOPFER Andreas, et al. Mapping and localization in 3D environments using a 2D laser scanner and a stereo camera[J]. Journal of Information Science and Engineering, 2012, 28 (1): 131-144.
- [73] WEN Chenglu, QIN Ling, ZHU Qingyuan, et al. Three-dimensional indoor mobile mapping with fusion of two-dimensional laser scanner and RGBD camera data [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, 11 (4): 843-847.
- [74] SHIN Y S, PARK Y S, KIM Ayoung. Direct visual SLAM using sparse depth for camera-LiDAR system [C]// Proceedings of 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Brisbane, Australia; IEEE, 2018;5144-5151.
- [75] ZHANG Ji, SINGH Sanjiv. Low-drift and real-time lidar odometry and mapping [J]. Autonomous Robots, 2017, 41(2): 401-416.
- [76] CHEN Mengxiao, YANG Shaowu, YI Xiaodong, et al. Real-time 3D mapping using a 2D laser scanner and IMU-aided visual SLAM [C]//Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics. Okinawa, Japan; IEEE, 2017;207-302.
- [77] HUANG Kaihong, STACHNISS Cyrill. Joint ego-motion estimation using a laser scanner and a monocular camera through relative orientation estimation and 1-DoF ICP [C]//Proceedings of 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Madrid, Spain; IEEE, 2018;671-676.
- [78] DING Xiaqing, WANG Yue, LI Dongxuan, et al. Laser map aided visual inertial localization in changing envi-

- ronment[C]// Proceedings of 25th IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Madrid, Spain: IEEE, 2018: 4794-4801.
- [79] ZHANG Ji, SINGH Sanjiv. Laser-visual-inertial odometry and mapping with high robustness and low drift [J]. Journal of Field Robotics, 2018, 35 (8): 1242-1264.
- [80] 肖军浩,施成浩,黄开宏,等. 单目相机-3 维激光雷达的外参标定及融合里程计研究[J]. 机器人, 2021, 43 (1): 17-28.

 XIAO Junhao, SHI Chenghao, HUANG Kaihong, et al. Study on external reference calibration and fusion odometer of monocular camera-3D lidar[J]. The Robot, 2021, 43(1): 17-28.
- [81] 郭安,周洲,视小平,等. 基于 EKF 算法的太阳能无人机低成本飞控状态估计[J]. 控制与决策, 2020, 35 (10): 2415-2423.

 GUO An, ZHOU Zhou, ZHU Xiaoping, et al. Low-cost flight control state estimation of solar unmanned aerial vehicle based on EKF algorithm [J]. Control and Decision Making, 2020, 35(10): 2415-2423.
- [82] 罗荣华,洪炳镕. 基于信息融合的同时定位与地图创建研究[J].哈尔滨工业大学学报,2004 (5):566-569. LUO Ronghua, HONG Bingrong. Research on simultaneous localization and map creation based oninformation fusion[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2004(5): 566-569.
- [83] 崔巍杰. 毫米波和激光雷达数据融合的 SLAM 算法研究[D]. 成都:电子科技大学机械工程系, 2019. CUI Weijie. SLAM algorithm for millimeter wave and LiDAR data fusion[D]. Chengdu: Department of Mechanical, Engineering University of Electronic Science and Technology, 2019.
- [84] 王泽华,梁冬泰,梁丹,等. 基于惯性/磁力传感器与单目视觉融合的 slam 方法[J]. 机器人, 2018, 40(6): 933-941.

 WANG Zehua, LIANG Dongtai, LIANG Dan, et al. SLAM method based on inertial/magnetic sensor and monocular vision fusion[J]. The Robot, 2018, 40(6): 933-941.
- [85] HERTZBERG Christoph, WAGNER Rene, FRESE UdO, et al. Integrating generic sensor fusion algorithms with sound state representations through encapsulation of manifolds [J]. Information Fusion, 2011, 14(1): 57-77.
- [86] KO N Y, YOUN Wonkeun, CHOI I H, et al. Features of invariant extended Kalman filter applied to unmanned aerial vehicle navigation[J]. Sensors, 2018,

- 18(9): 2855.
- [87] 陈梦园,任玥. 环境感知传感器在车辆智能化中的应用 [C]//重庆汽车工程学会 2019 年论文汇编.重庆:重庆汽车工程学会, 2019: 33-38. CHEN Mengyuan, REN Yue. Application of environ
 - mental sensing sensor in vehicle intelligence [C]//Proceedings of Chongqing Automotive Engineering Society. Chongqing: CAES, 2019: 33-38.
- [88] 杨雪梦,姚敏茹,曹凯. 移动机器人 SLAM 关键问题和解决方法综述[J]. 计算机系统应用, 2018, 27(7): 1-10.
 - YANG Xuemeng, YAO Minru, CAO Kai. Review on key problems and solutions for mobile robot SLAM[J]. Application of Computer Systems, 2018, 27(7): 1-10.
- [89] 李小玲. SLAM 问题中的数据关联方法研究[J]. 计算机产品与流通, 2019(8): 114.

 LI Xiaoling. Research on data association method for SLAM problem[J]. Computer Products & Circulation, 2019(8): 114.
- [90] BAR-SHALOM Yaakov, DAUM Fred, HUANG Jim.

 The probabilistic data association filter [J]. IEEE

 Control Systems, 2010. 29(6); 82-100.
- [91] BAILEY T, NEBOT E M, ROSENBLATT J K, et al. Data association for mobile robot navigation: a graph theoretic approach [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Francisco, USA: IEEE, 2000:2512-2517.
- [92] 张铁. 移动机器人里程计系统误差的校正方法[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2014, 42(9): 7-11.

 ZHANG Tie. Calibration method of mobile robot odometer system error[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2014, 42(9): 7-11.
- [93] 余字, 胡峰. 基于深度学习的视觉 SLAM 回环检测方法[J]. 计算机工程与设计, 2020, 41(2): 529-536. YU Yu, HU Feng. A Loop detection method for visual SLAM based on deep learning [J]. Computer Engineering and Design, 2020, 41(2): 529-536.
- [94] 房立金,刘博,万应才. 基于深度学习的动态场景语 SLAM[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2020, 48(1): 121-126. FANG Lijin LIU Bo WAN Yingcai Semantic SLAM
 - FANG Lijin, LIU Bo, WAN Yingcai. Semantic SLAM for dynamic scenes based on deep learning [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(1): 121-126.
- [95] 张凯,阳杰.深度学习下的视觉 SLAM 回环检测及其算 法[J]. 微处理机, 2021, 42(1): 43-46.

 ZHANG Kai, YANG Jie. Loop detection and algorithm

- for visual SLAM based on deep learning [J]. Microprocessor, 2021, 42(1): 43-46.
- [96] 张国栋. 基于深度学习的视觉 SLAM 系统[J]. 电子制作, 2019(1): 62-64.

 ZHANG Guodong. A visual SLAM system based on deep learning[J]. Electronic Manufacturing, 2019(1): 62-64.
- [97] LI Ruihao, WANG Sen, GU Dongbing. Deep SLAM: a robust monocular SLAM system with unsupervised deeplearning[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(4): 3577-3587.
- [98] LI Guangqiang, YU Lei, FEI Shumin. A deep-learning real-time visual SLAM system based on multi-task featureextraction network and self-supervised feature points [J]. Measurement, 2021, 168(4/5): 108403.
- [99] MEMON A R, WANG Hesheng, HUSSAINAbid. Loop closure detection using supervised and unsupervised deepneural networks for monocular SLAM systems [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2020,126: 103470.
- [100] ZHAO Xinyang, WANG Changhong, ANG M H. Real-time visual-inertial localization using semantic-segmentation towards dynamic environments[J]. IEEE Access, 2020, 8: 155047-155059.
- [101] MANSOUR Mostafa, DAVIDSON Pavel, STEPANOV Oleg. Towards semantic SLAM; 3D position and ve-

- locity estimation by fusing image semantic information with camera motion parameters for traffic scene analysis [J]. Remote Sensing, 2021, 13(3): 17.
- [102] 吴凡,宗艳桃,汤霞清. 视觉 SLAM 的研究现状与展望[J]. 计算机应用研究, 2020, 37(8): 2248-2254. WU Fan, ZONG Yantao, TANG Xiaqing. Application Research of Computers [J]. 2020, 37(8): 2248-2254.
- [103] KIM Hanme, LEUTENEGGER Stefan, DAVISONA J. Real-time 3D reconstruction and 6-DoF tracking with an event camera [C]//Proceedings of Computer Vision-Eccv 2016. Amsterdam, the Netherlands: ECCV, 2016:349-364.
- 建图算法:综述[J]. 自动化学报, 2021, 47(7): 1484-1494.

 MA Yanyang, YE Zihao, LIU Kunhua, et al. Event camera based localization and mapping algorithms: a review[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(7):

[104] 马艳阳,叶梓豪,刘坤华,等. 基于事件相机的定位与

[105] 吴建清,宋修广. 智慧公路关键技术发展综述[J]. 山东大学学报(工学版), 2020, 50(4): 52-69.
WU Jianqing, SONG Xiuguang. Review on smart highways critical technology[J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2020, 50(4): 52-69.
(编辑:郭少华)

1484-1494.

(上接第15页)

- [29] HO T Y K, JARDINE RJ, ANH-MINH N. Large-displacement interface shearbetween steel and granular media[J]. Geotechnique, 2011, 61(3): 221-234.
- [30] LECHANE BM, GAUDIN C, SCHNEIDER JA. Scale effects on tension capacity forrough piles buried in dense sand[J]. Geotechnique, 2005, 55(10); 709-719.
- [31] TEHRAANI FS, HAN F, SALGADO R, et al. Effect of surface roughness on the shaft resistance of non-displacement piles embedded in sand [J]. Geotechnique, 2016, 66(5): 386-400.
- [32] YANGZ, JARDINE RJ, ZHU B, et al. Sand grain crushing and interface shearing during displacement pile installation in sand [J]. Geotechnique, 2010, 60 (6): 469-482.
- [33] FORAY P, BALACHOWSKI L, RAULT G. Scale effect in shaft friction due to the localisation of deforma-

- tions [C]//Proceedings of the International Conference Centrifuge. Tokyo, Japan: A. A. Balkema, 1998: 211-216.
- [34] GARNIER J, KONIG D. Scale effects in piles and nails loading tests in sand [C]//Proceedings of the International Conference Centrifuge. Tokyo, Japan: A. A. Balkema, 1998: 205-210.
- [35] LAST N. Cone penetration tests on samples of dry Hokksund sand in a rigid walled chamber [R]. Norwegian Geotechnical Institute, 1979.
- [36] BOLTON M D, GUI M W, GARNIER J, et al. Centrifuge cone penetration tests in sand [J]. Géotechnique, 1999, 49(4): 543-552.
- [37] SCHNEIDER J A. Analbnysis of piezocone data for displacement pile design [D]. Western Australia: University of Western Australia, 2007.

(编辑,陈丽萍)