

Grafos: Unidade 1

▣ Conceituação e Definições

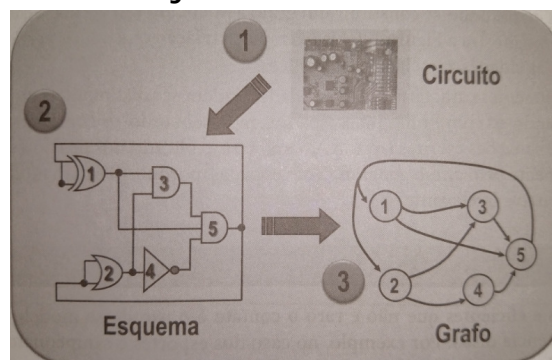
Utilize sempre os livros recomendados
para complementar seus estudos
(plano de ensino)



2019/1

O que é um grafo?

- ▣ Estrutura de abstração
- ▣ Matematicamente, formaliza relações de interdependência existentes entre os elementos de um conjunto



2019/1

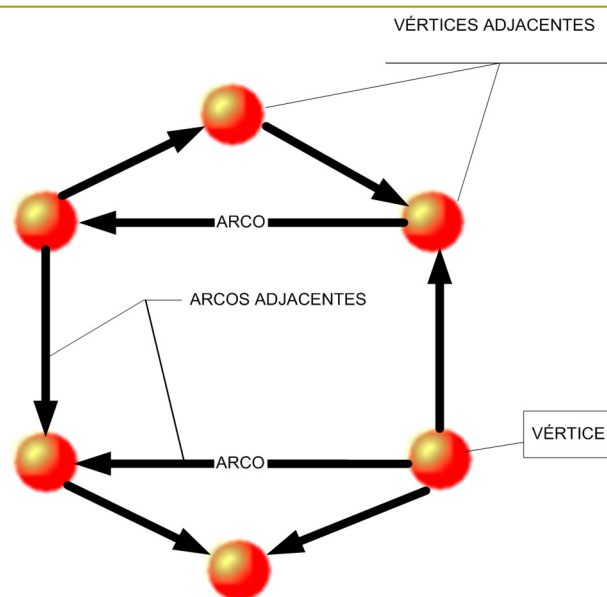
Conceitos e Definições

<u>Vértices</u> (nós)	São os pontos entre dois arcos ou arestas. Ex. Na representação de um mapa os vértices seriam as cidades.
<u>Arco</u>	Ligação orientada (setas) entre dois vértices.
<u>Aresta</u>	Ligação não orientada (linhas) entre dois vértices.
<u>Lazo</u>	Arco em que as extremidades inicial e final são coincidentes.
<u>Adjacência</u> (vizinho de)	Dois <u>vértices são Adjacentes</u> (vizinhos) se são extremos do mesmo arco ou aresta.
	Duas <u>arestas são Adjacentes</u> (vizinhos) se têm um extremo (vértice) comum.
	Dois <u>arcos são Adjacentes</u> (vizinhos) se têm um extremo (vértice) comum.



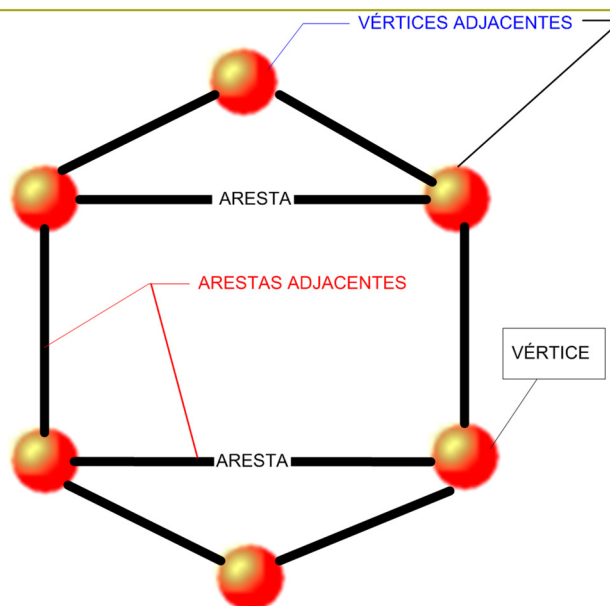
2019/1

Vértice – Arco – Adjacência



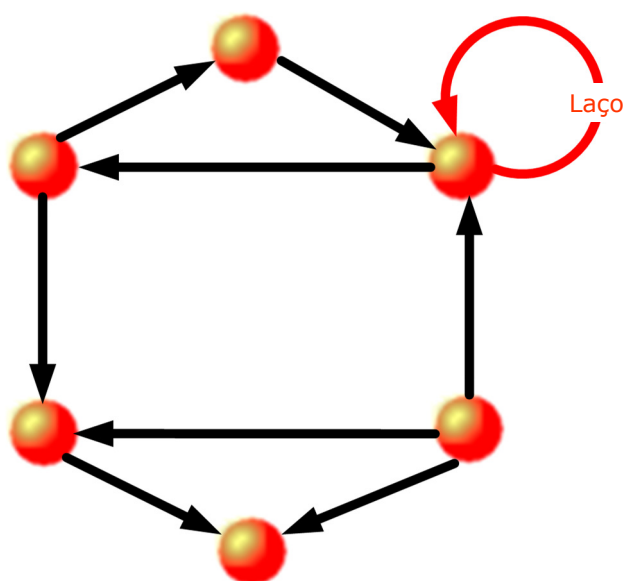
2019/1

Vértice – Aresta – Adjacência



2019/1

Laço



2019/1

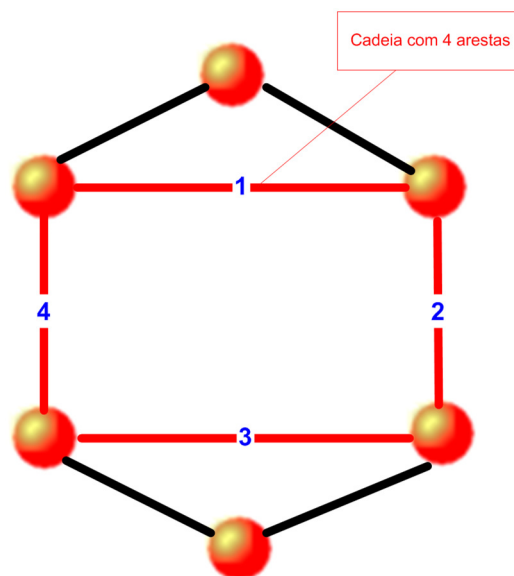
Conceitos e Definições

<u>Cadeia</u>	É uma sucessão de arestas (a_1, a_2, \dots) em que a aresta a_k está ligada à aresta a_{k-1} por um extremo e à aresta a_{k+1} pelo outro extremo.
<u>Caminho</u>	É uma sucessão de arcos em que a extremidade final de um arco é a extremidade inicial do arco seguinte. Pode ser finito ou infinito sendo indicado pela sucessão de arcos ou pelos vértices que liga.
<u>Caminho Simples</u>	Caminho em que não há repetição de arcos.
<u>Caminho Elementar</u>	Caminho em que não há repetição de vértices (exceto o vértice inicial e final do circuito porque são coincidentes)
<u>Árvore</u>	Grafo onde há um e somente um caminho entre qualquer par de vértices – não há ciclos. É um grafo conexo sem ciclos.



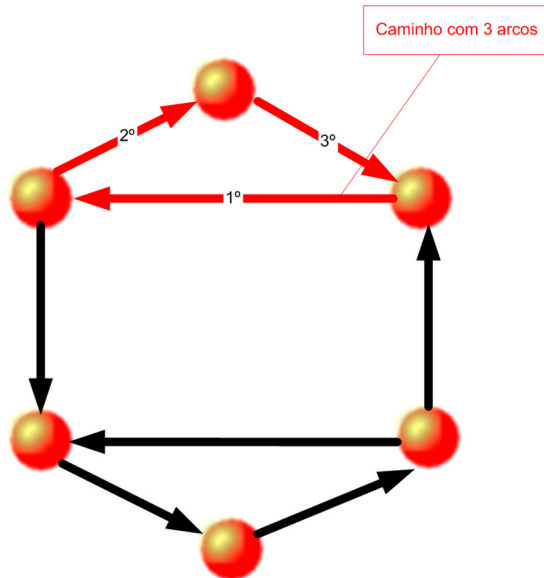
2019/1

Cadeia



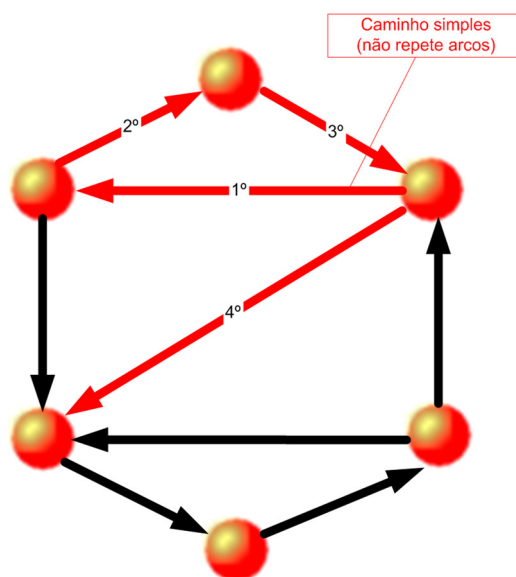
2019/1

Caminho



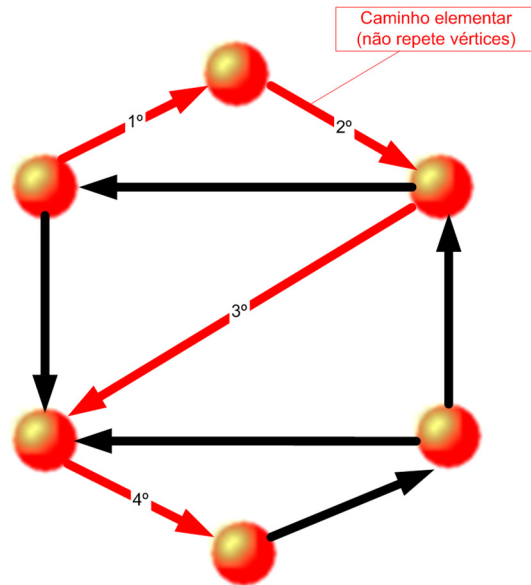
2019/1

Caminho Simples



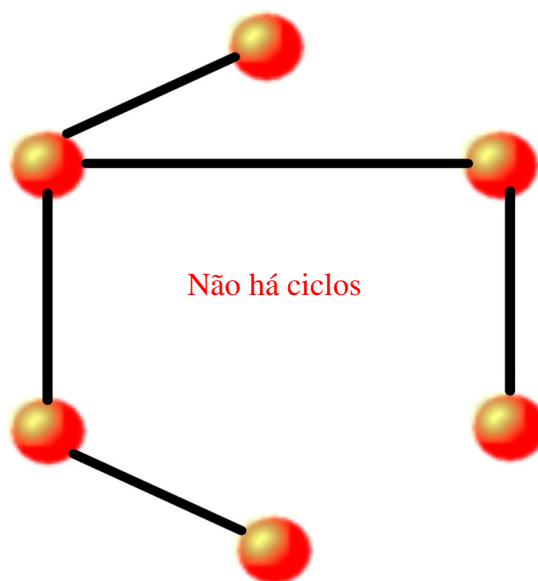
2019/1

Caminho Elementar



2019/1

Árvore



2019/1

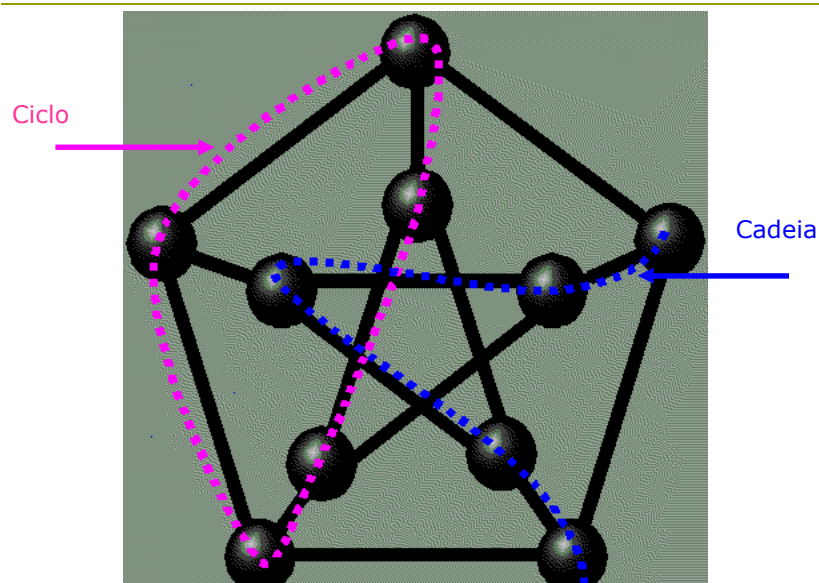
Conceitos e Definições

<u>Ciclo</u>	É uma cadeia finita que tem início e fim no mesmo vértice. (arestas)
<u>Ciclo simples</u>	Ciclo sem repetir arestas.
<u>Ciclo elementar</u>	Ciclo sem repetir vértices (exceto inicial e final).
<u>Ciclo de Euler</u>	Ciclo simples contendo todas as arestas do grafo.
<u>Ciclo de Hamilton</u>	Ciclo elementar contendo todos os vértices do grafo.



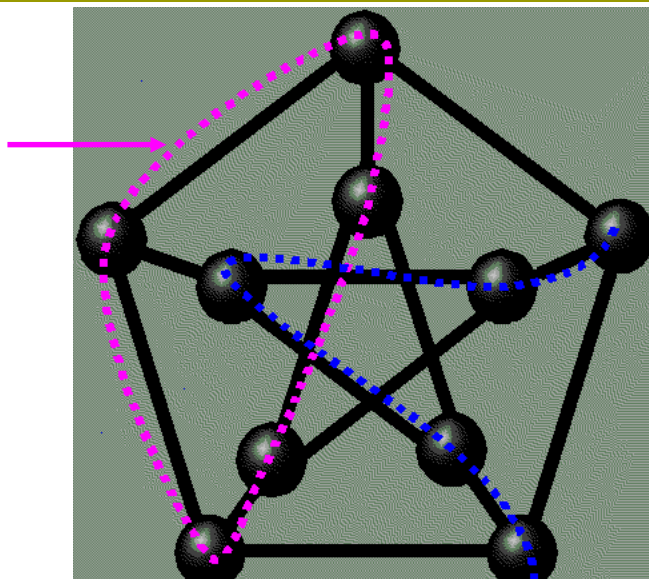
2019/1

Ciclo e Cadeia



2019/1

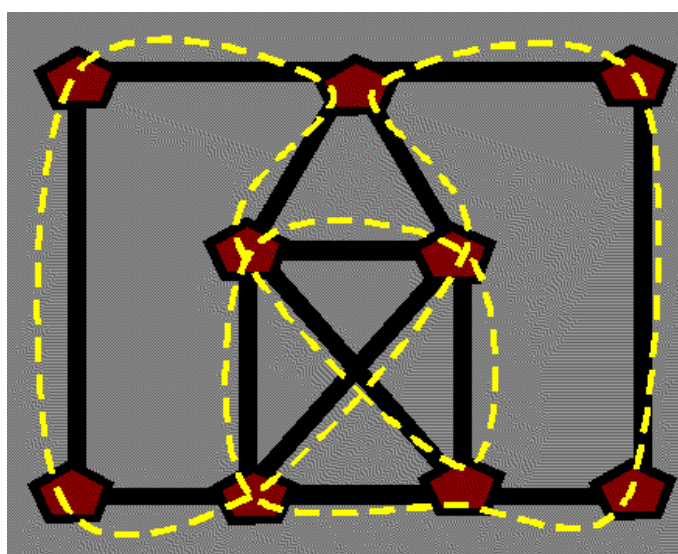
Ciclo simples (e também é elementar)



2019/1

Ciclo de Euler

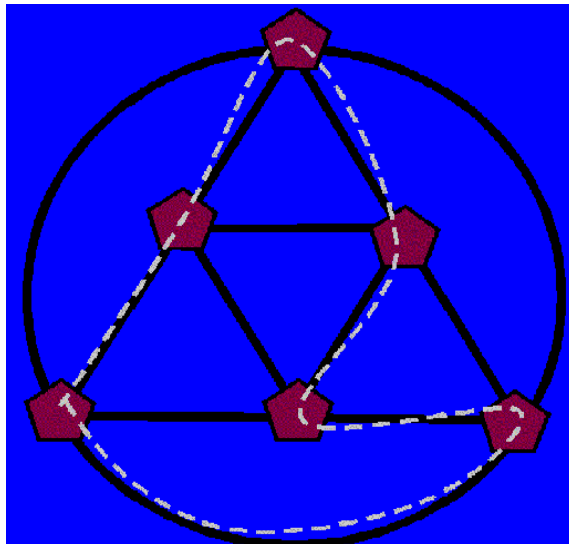
Percorre todas as arestas uma e somente uma vez



2019/1

Ciclo de Hamilton

Percorre todos os vértices uma e somente uma vez (caixeiro viajante)



2019/1

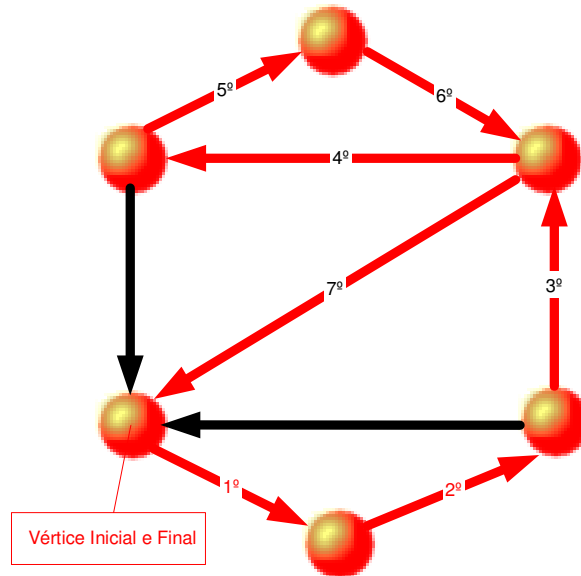
Conceitos e Definições

<u>Circuito</u>	É um caminho_finito em que as extremidades inicial e final coincidem.
Circuito simples	Circuito sem repetir arcos.
Circuito elementar	Circuito sem repetir vértices (exceto inicial e final).
<u>Circuito de Euler</u>	Circuito simples contendo todos os arcos do grafo (ver ciclo de Euler).
<u>Circuito de Hamilton</u>	Circuito elementar contendo todos os vértices do grafo (ver ciclo de Hamilton).
<u>Comprimento do caminho</u>	É o número de arcos do caminho.



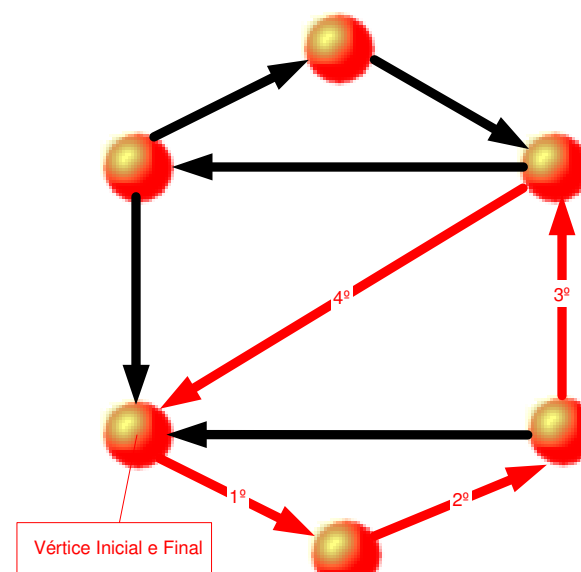
2019/1

Circuito



2019/1

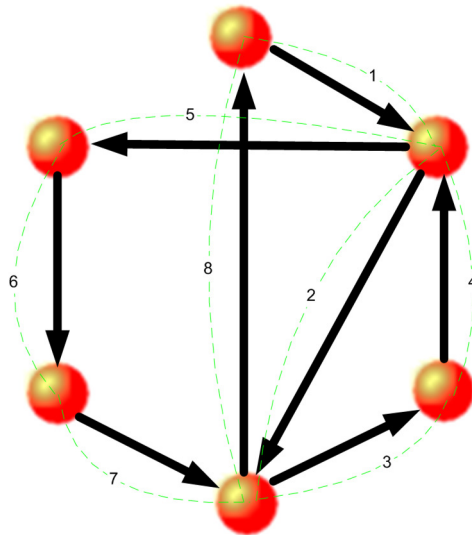
Circuito Elementar



2019/1

Circuito de Euler

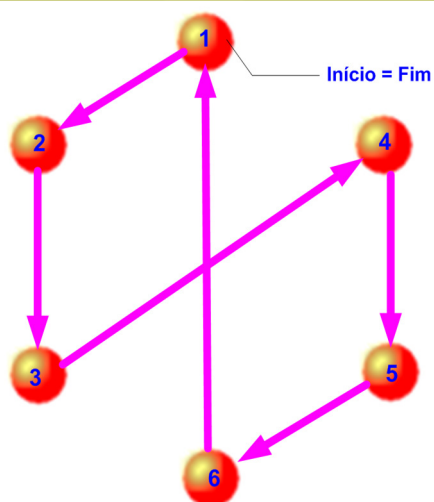
Percorre todos os arcos uma e somente uma vez



2019/1

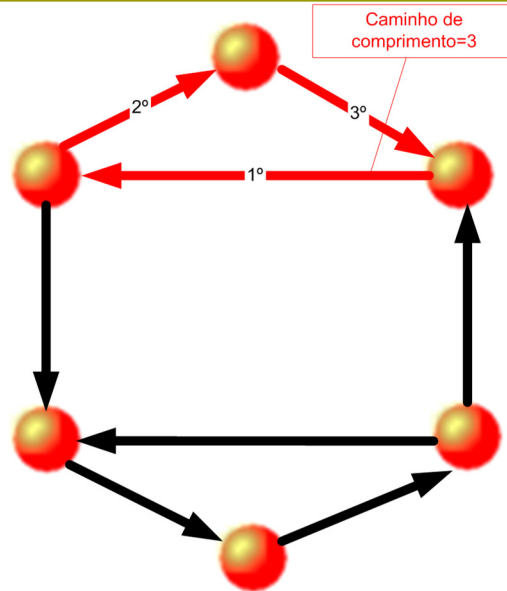
Circuito de Hamilton

Percorre todos os vértices uma e somente uma vez (caixeiro viajante)



2019/1

Comprimento do Caminho



2019/1

Conceitos e Definições

<u>Grafo</u>	Um grafo $G=(V,A)$ é uma coleção de nós ligados entre si no todo ou em parte. Os nós chamam-se <u>vértices</u> (conjunto V) e as ligações (conjunto A) são chamadas <u>arestas</u> (ligação sem sentido) ou <u>arcos</u> (ligação com sentido)
<u>Grafo completo</u>	Todos os pares de vértices são adjacentes
<u>Grafo Conexo</u>	Há <u>cadeia</u> (grafo não orientado) entre qualquer par de vertices.
<u>Grafo fortemente conexo</u>	Há <u>caminho</u> (grafo orientado) entre qualquer par de vértices.
<u>Grafo Orientado</u>	Os vértices estão ligados exclusivamente por arcos.
<u>Grafo não orientado</u>	Os vértices estão ligados exclusivamente por arestas.



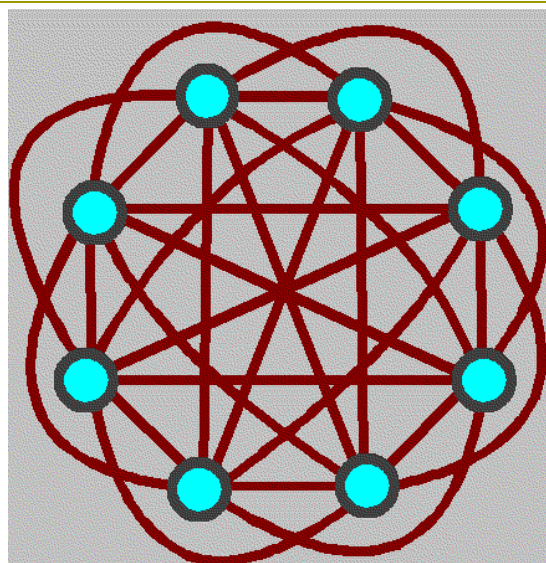
2019/1

Grafo



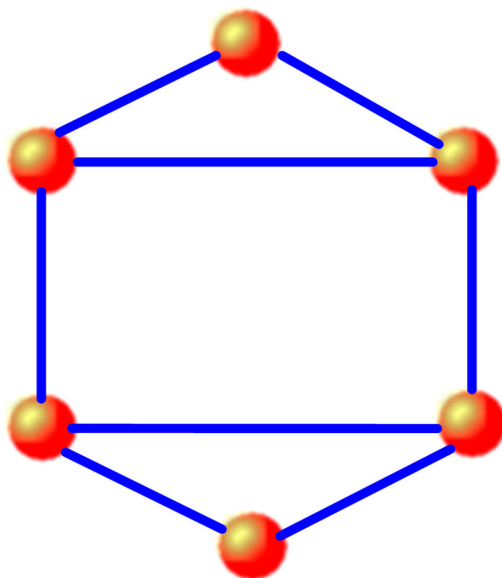
2019/1

Grafo completo



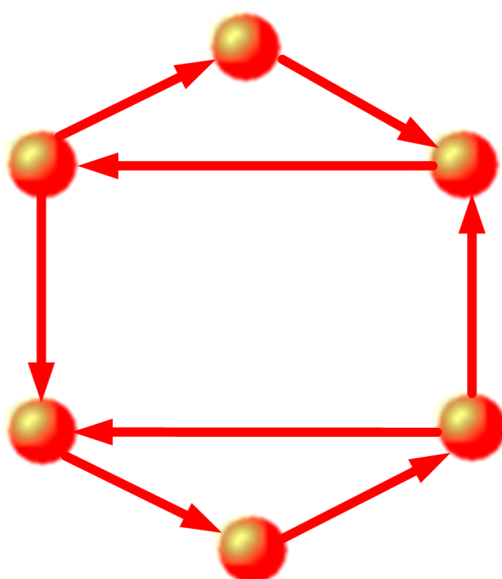
2019/1

Grafo conexo



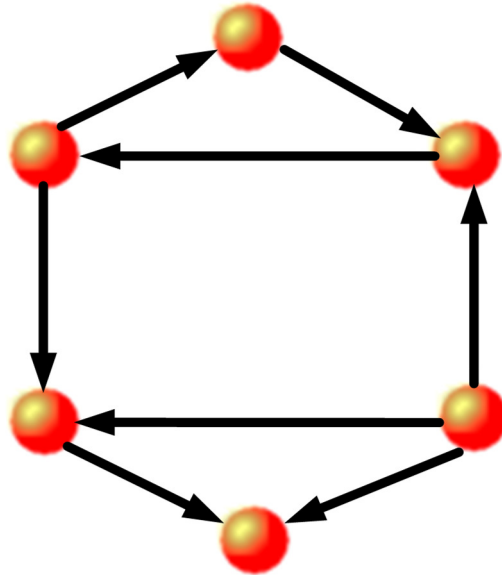
2019/1

Grafo fortemente conexo



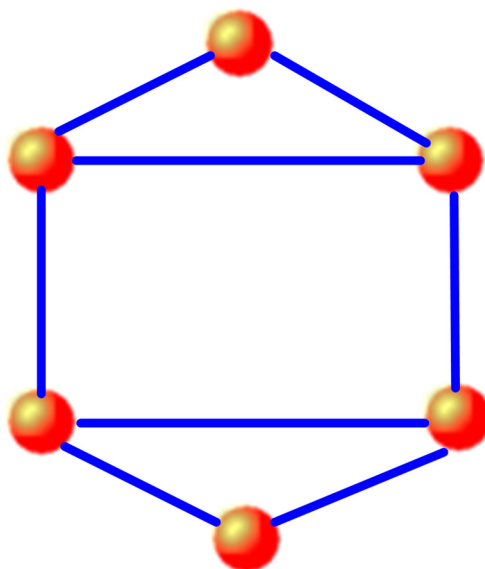
2019/1

Grafo orientado



2019/1

Grafo não orientado



2019/1

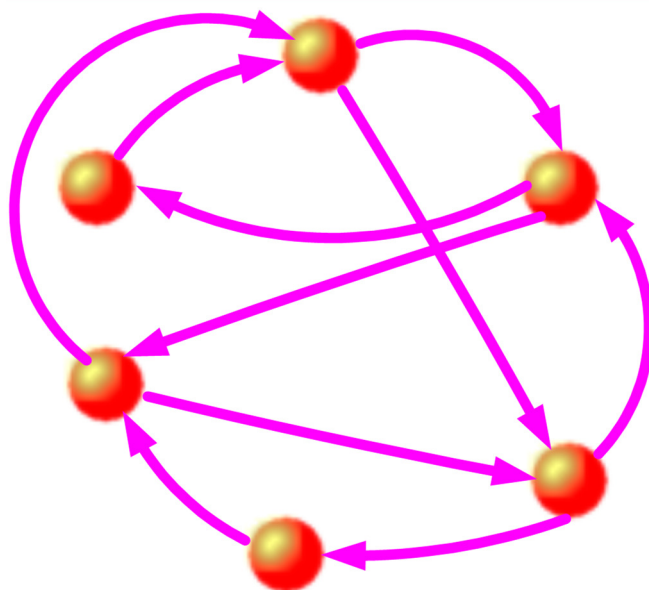
Conceitos e Definições

<u>Grafo Pseudo-simétrico</u>	Em todos os vértices são iguais os <u>semigraus</u> interior e exterior.
<u>Grafo Simétrico</u>	Se existe o arco (v_i, v_j) existe o arco (v_j, v_i) . Um grafo <i>não orientado</i> é sempre simétrico.
<u>Grafo anti-simétrico</u>	Se existe o arco (v_i, v_j) não existe o arco (v_j, v_i) .
<u>Grafo Bipartido</u>	Quando existe conjunto de vértices V que pode ser particionado em dois subconjuntos V_1 e V_2 , tais que toda aresta de G une um vértice de V_1 a outro de V_2 .
<u>Grafo Regular</u>	Todos os vértices têm o mesmo grau.
<u>Número Cromático</u>	Número mínimo de cores para pintar todos os vértices adjacentes com cor diferente.



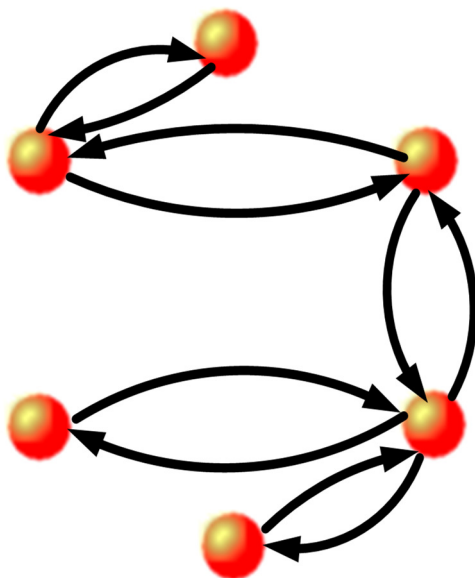
2019/1

Grafo pseudo-simétrico



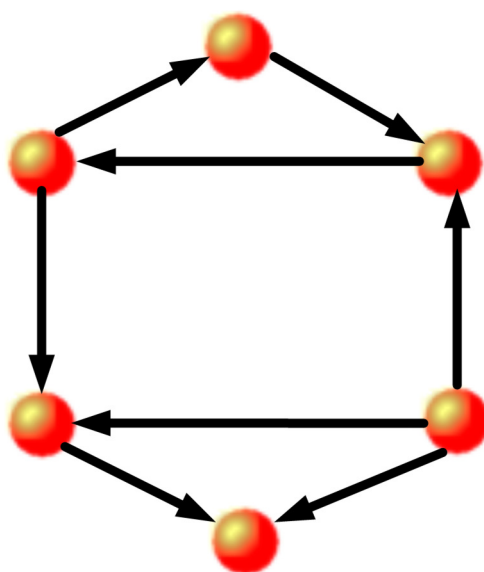
2019/1

Grafo simétrico



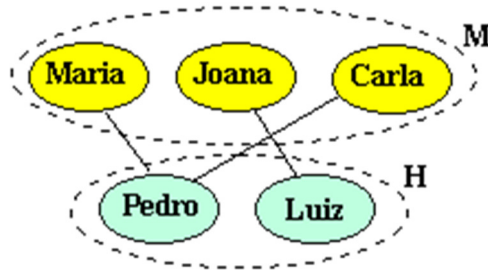
2019/1

Grafo anti-simétrico



2019/1

Grafo bipartido



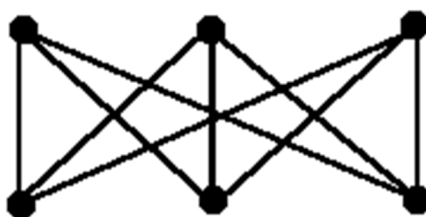
Sejam os conjuntos $H=\{h \mid h \text{ é um homem}\}$ e $M=\{m \mid m \text{ é um mulher}\}$ e o grafo $G(V,A)$ acima onde:

$$V = H \cup M$$

$$A = \{(v,w) \mid (v \in H \text{ e } w \in M) \text{ ou } (v \in M \text{ e } w \in H) \text{ e } \langle v \text{ foi namorado de } w \rangle\}$$

2019/1

Grafo bipartido completo



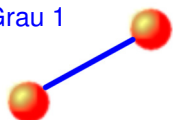
O grafo acima é um grafo **bipartido completo** que contém duas partições de 3 vértices cada.

Ele é completo pois todos os vértices de uma partição estão ligados a todos os vértices da outra partição.

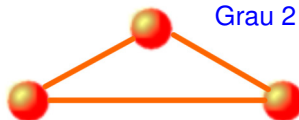
2019/1

Grafo regular

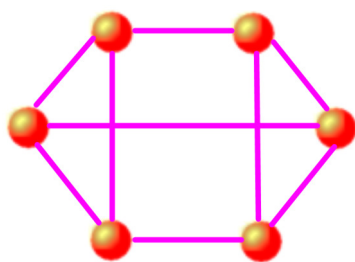
Grau 1



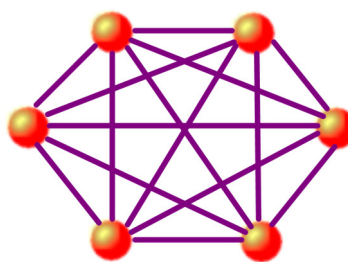
Grau 2



Grau 3

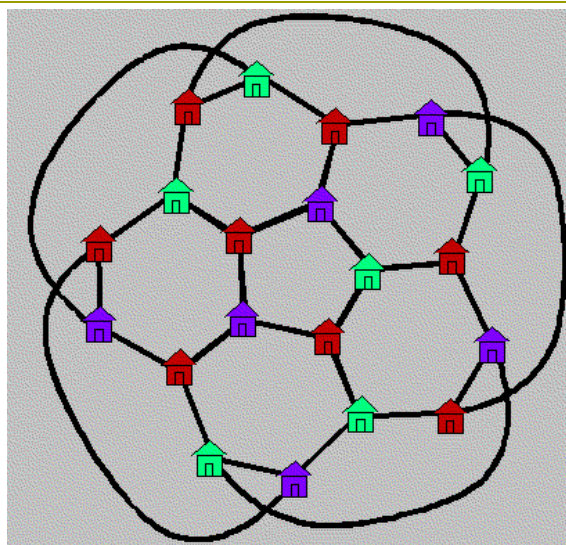


Grau 5



2019/1

Número Cromático = 3



2019/1

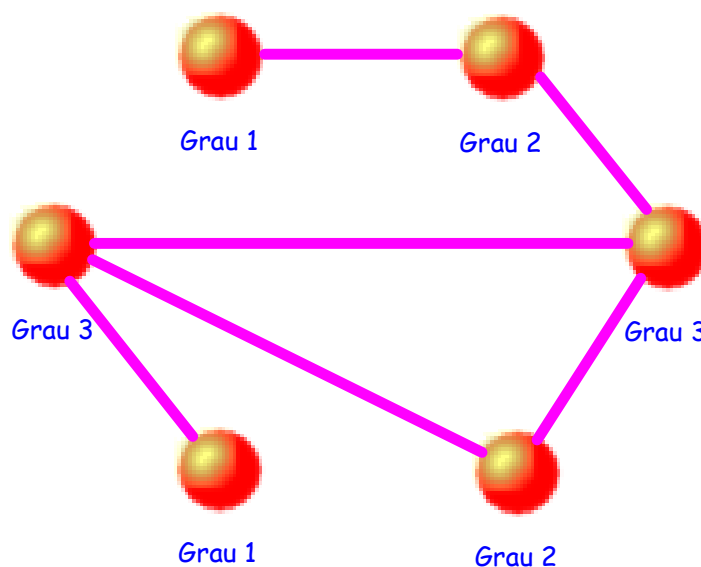
Conceitos e Definições

<u>Grau do vértice</u>	Número de arestas de que o vértice é extremo.
<u>Semigrau exterior do vértice (v+)</u>	Número de arcos de que o vértice é extremo inicial (tb conhecido como grau de saída).
<u>Semigrau interior do vértice (v-)</u>	Número de arcos de que o vértice é extremo final (também conhecido como grau de entrada).
<u>Subgrafo</u>	É um subconjunto de vértices do grafo com todos os arcos (arestas) do grafo que ligam estes vértices.
<u>Subgrafo fortemente conexo máximo</u>	É um subgrafo em que há ligação (caminho ou cadeia) entre qualquer par dos seus vértices. É máximo quando engloba todos os vértices que partilham desta condição.
<u>Vértice Isolado</u>	Um vértice diz-se <i>Isolado</i> quando não é extremo de arco ou aresta.
<u>Vértice Suspenso</u>	Um vértice diz-se <i>Suspenso</i> se não é extremo inicial de um arco.



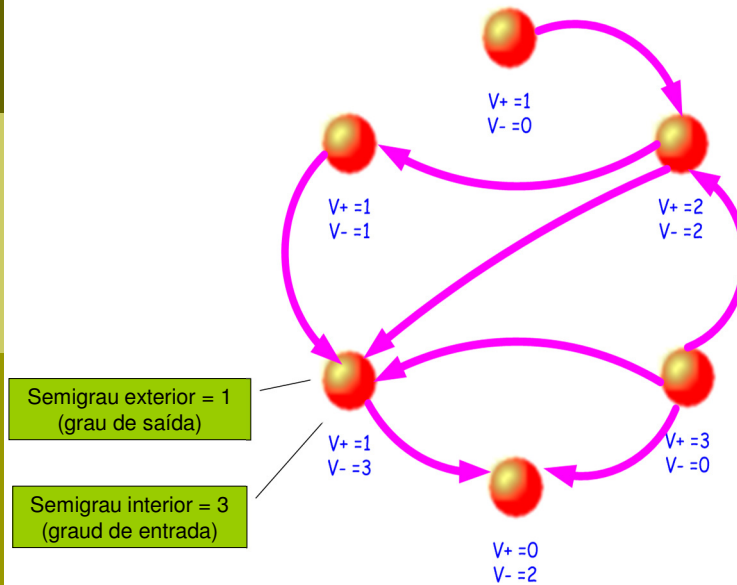
2019/1

Grau do vértice (grafo não orientado)



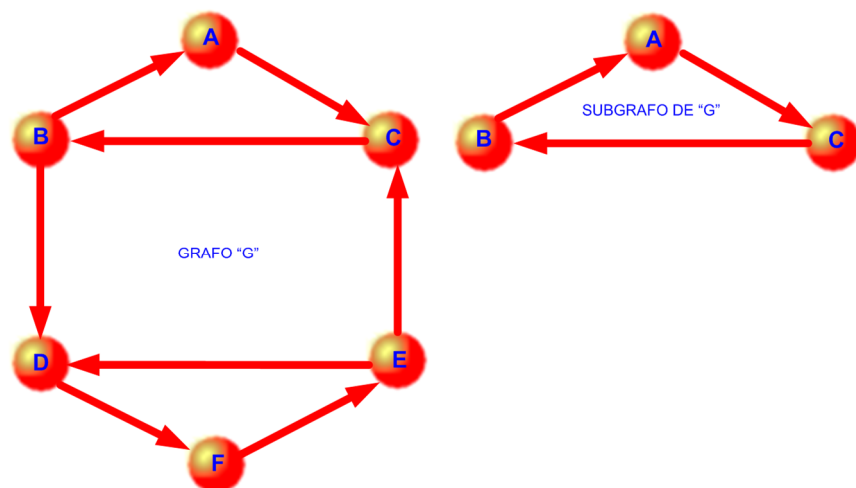
2019/1

Semigraus do vértice (grafo orientado)



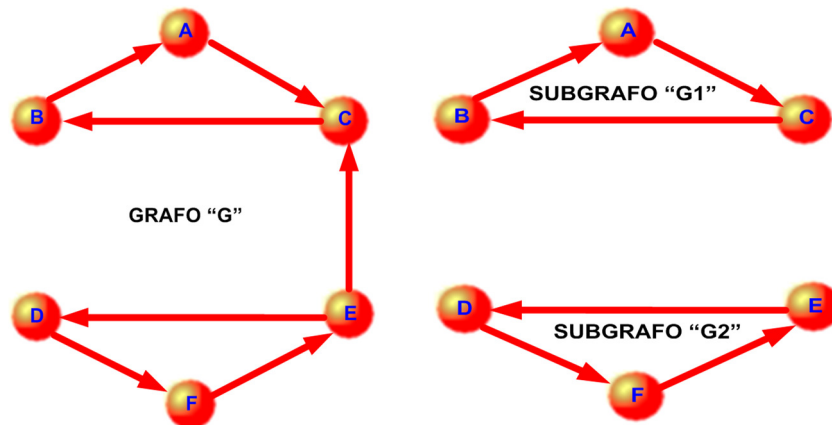
2019/1

Subgrafo de um Grafo " $G(V,A)$ "



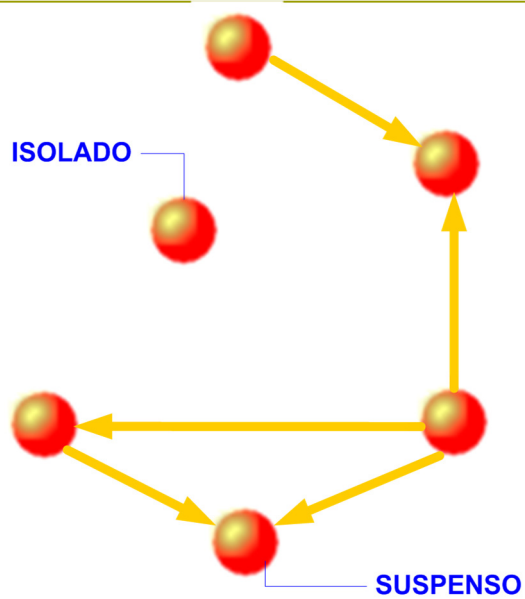
2019/1

Subgrafo fortemente conexo máximo



2019/1

Vértice Isolado ou Suspenso



2019/1

Conceitos e Definições

Sucessor de um nó	Sucessor de um nó x_i é todo x_j que seja extremidade final de um arco que parte de x_i x_j <i>sucessor de</i> $x_i \Leftrightarrow \exists (x_i, x_j)$
Antecessor (Predecessor) de um nó	Antecessor x_i é todo x_j que seja extremidade inicial de um arco que termina em x_i x_j <i>antecessor de</i> $x_i \Leftrightarrow \exists (x_j, x_i)$
Sucessores de um conjunto de nós	Seja $X_n = \{ x_1, x_2, \dots, x_z \}$, então $\Gamma(X_z) = \bigcup_{x_i \in X_n} \Gamma(x_i)$
Antecessores de um conjunto de nós	Seja $X_n = \{ x_1, x_2, \dots, x_z \}$, então $\Gamma^{-1}(X_z) = \bigcup_{x_i \in X_n} \Gamma^{-1}(x_i)$

