Lista 6 – Funções de Várias Variáveis

1) Calcule as integrais duplas e triplas a seguir:

   a) $\int_1^4 \int_1^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) dy\, dx$

   b) $\int_0^2 \int_{3y^2-6y}^{2y-y^2} 3y\, dx\, dy$

   c) $\iint_R (2x + y)\, dxdy$ onde R é a região delimitada por: $x = y^2 - 1; x = 5; y = -1$ e $y = 2$

   d) $\int_0^2 \int_{\sqrt{y}}^1 \int_{z^2}^y xy^2z^3 dx\, dz\, dy$

   e) $\int_0^\pi \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} ysen\, x\, dz\, dy\, dx$

   f) $\iiint_E yz \cos x^5\, dV$ onde E é a região dada por: $\{(x, y, z) | 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq x; x \leq z \leq 2x\}$

2) Calcular a integral $\iint_D (x^3 + 3y)\, dA$, onde D é a região delimitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = 2x$. (Fig. 1).

3) Calcular o volume do tetraedro delimitado pelo plano $x + y + z = 1$ e pelos eixos coordenados (Fig. 2).

4) Calcular, por integral dupla, a área da região D delimitada pelas curvas $x^2 + 2y = 16$ e $x + 2y = 4$ (Fig. 3).

5) Uma lâmina tem a forma de um retângulo cujos vértices são $(0,0), (4,0), (0,2)\ e\ (4,2)$. Determine a massa da lâmina, medida em gramas, sabendo que a densidade de massa por área num ponto P é $\delta(x, y) = 3xy$.

6) Uma carga elétrica é distribuída sobre uma região D delimitada pelo retângulo de vértices $(3,2), (0,2), (3,0)\ e\ (0,0)$ de modo que a densidade de carga num ponto (x, y) seja $\delta(x, y) = x^2y$, medida em Coulomb por metro quadrado (C/m^2). Determine sua carga total.

7) Determine a massa de uma lâmina triangular com vértices $(0,0), (1,0)\ e\ (0,2)$, sabendo que a função densidade é $\delta(x, y) = 1 + 3x + y$.

8) Calcule, por integral dupla, a área da região D do plano xy delimitada pelas curvas indicadas $y = x^3; x + y = 2; y = 0$. (Figura 4).

9) Determinar o volume da região R limitada pelo cilindro e pelo plano xy, que é limitado pelos planos $x = 1; x = 0; y = -1$ e $y = 1$. (Figura 5).

10) Determinar o volume da região delimitada pelas curvas apresentadas na Figura 6.

11) Calcule, por integral dupla, a área da região D do plano xy delimitada pelas curvas indicadas na Figura 7: $x - y = 1; y = x^2; x = -1\ e\ x = 1$.

12) Determine o volume do sólido delimitado pelos planos $z = 0; y = 0; x = 0\ e\ 2x + 4y + z = 8$, ilustrado na Figura 8.

13) Utilizando integrais triplas, calcule o volume das regiões delimitadas pelas curvas nas Figuras 9, 10 e 11.

Figura 1

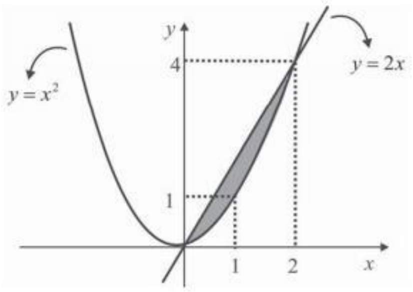


Figura 2

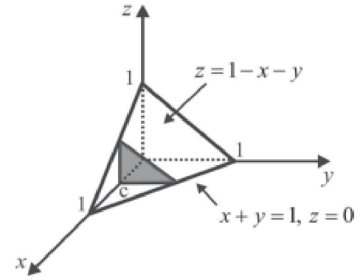


Figura 3

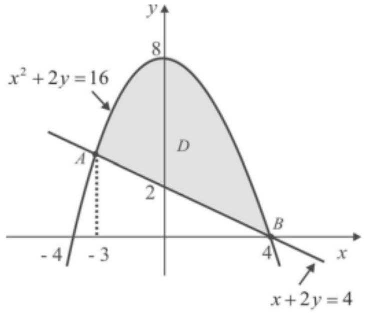


Figura 4

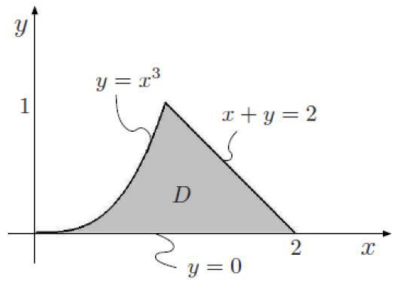


Figura 5

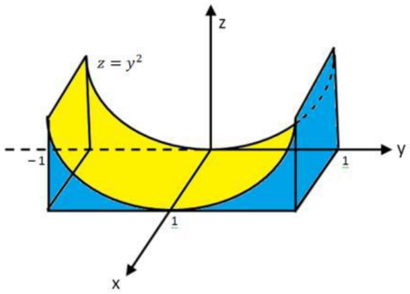


Figura 6

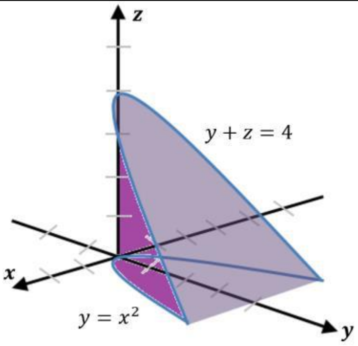


Figura 6

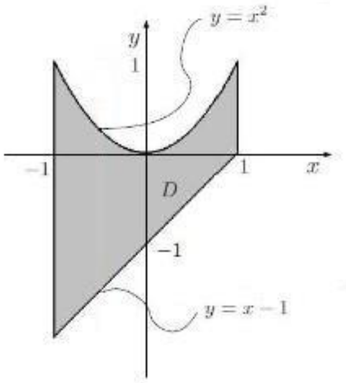


Figura 8

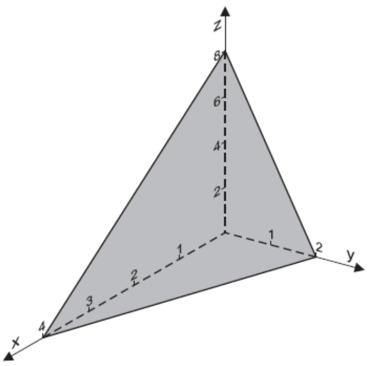


Figura 9

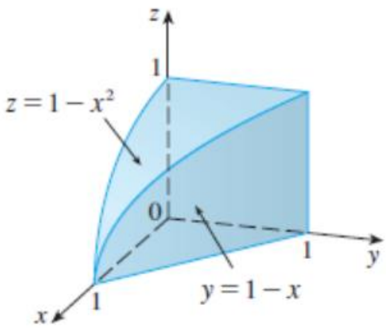


Figura 10

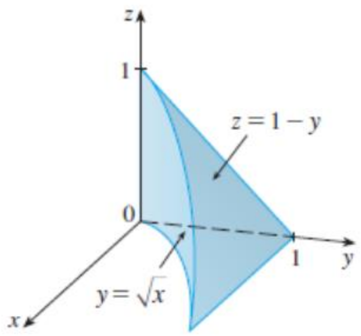
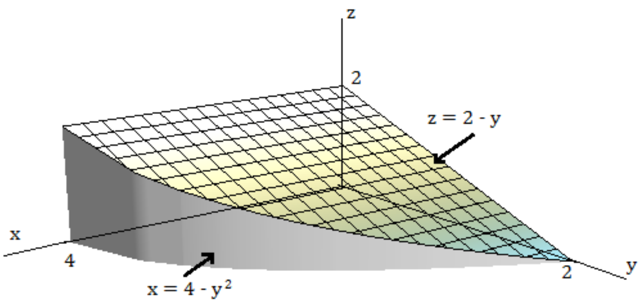


Figura 11



Lista 6 – Respostas

a) $R.: \approx 7{,}28$

b) $R.: 16$

c) $R.: \approx 76{,}65$

d) $R.: \approx -0{,}51$

e) $R.: \approx 0{,}66$

f) $R.: \approx 0{,}126$

2) $R.: \approx 8{,}53$

3) $R.: \approx 0{,}16$

4) $R.: \approx 28{,}58$

5) $R.: 48$ gramas

6) $R.: 18$ Coulombs

7) $R.: 2{,}66$ gramas

8) $R.: 0{,}75$

9) $R.: 0{,}66$

10) $R.: 17{,}07$

11) $R.: 2{,}67$

12) $R.: 10{,}67$

13) $R.: 0{,}4166$
$R.: 0{,}0833$
$R.: 6{,}6667$