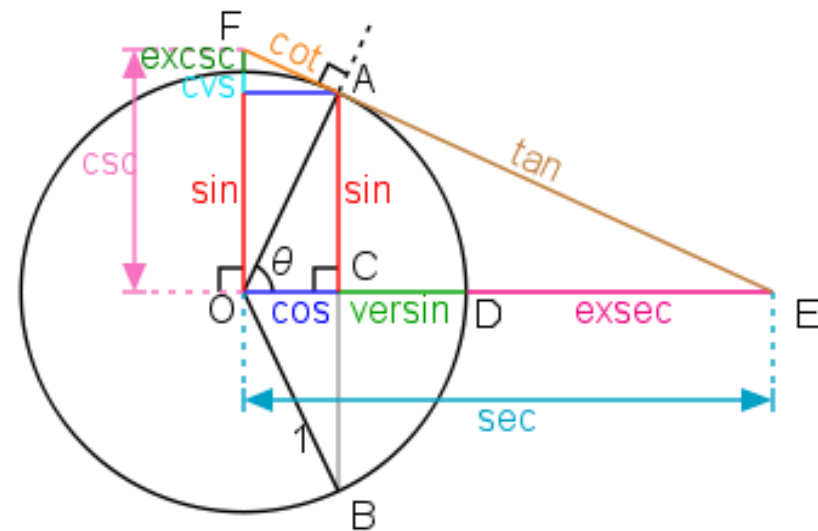


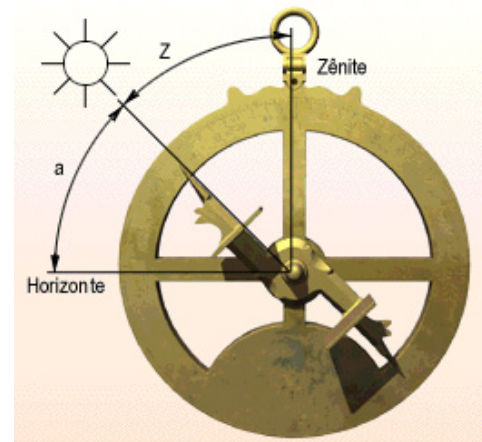
## Funções Trigonométricas



# Funções Trigonométricas

## Trigonometria

- *trigōnon* "triângulo" + *metron* "medida".
- Etimologicamente: medida de triângulos, particularmente retângulos.
- Também estuda as relações entre lados e os ângulos, e funções trigonométricas.
- Aplicações em medição de terrenos e sobre a superfície da terra.
- Na área científica, impossível separar a trigonometria da astronomia:
  - prever eclipses;
  - medições astronômicas;
  - calendários;
  - navegações;



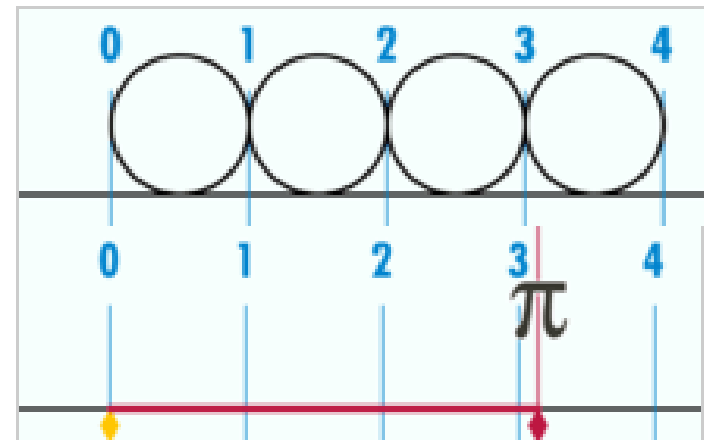
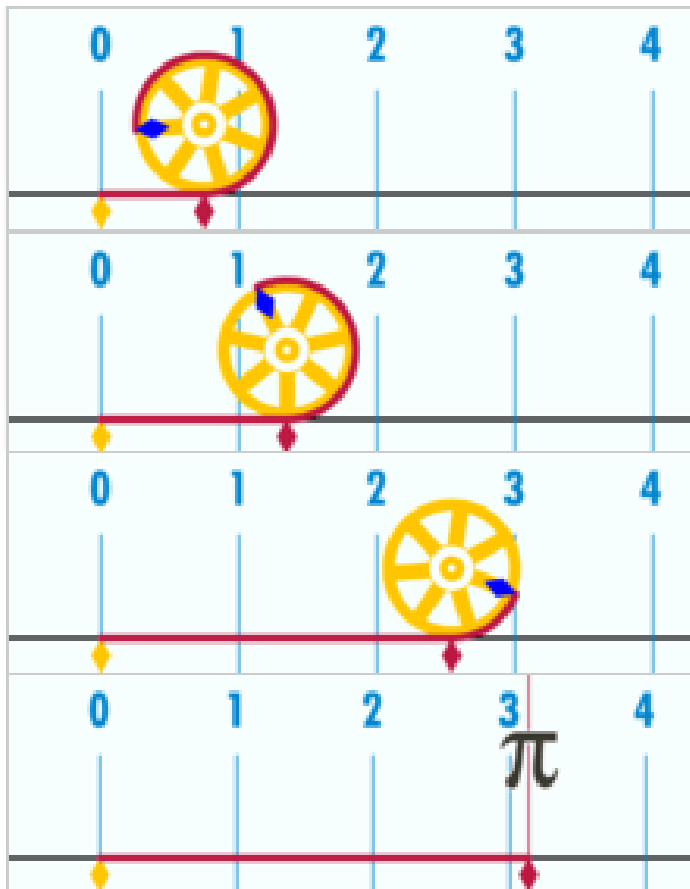
# Funções Trigonométricas

# Buscando um início...

### 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940611056330285214909

**π**

**Diâmetro = 1**



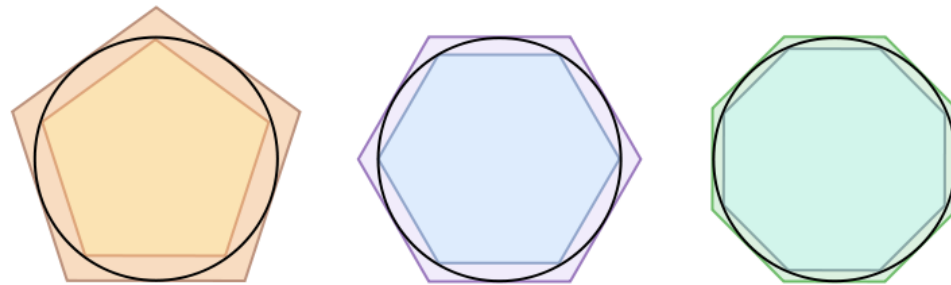
O perímetro da circunferência é 3,1416... vezes maior que o diâmetro, sendo a razão perímetro/diâmetro o ( $\pi$ )

# Funções Trigonométricas

# Buscando um início...

### 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940611056330285214909

**π**



- **Arquimedes:** polígonos inscritos e circunscritos de 96 lados  
PI está entre  $223/71$  e  $22/7$
- **Ptolomeu**, III dc: 720 lados em um raio de 60 unidades  
PI está entre 3,1416
- **Liu Hui:** 3,14159
- Matemático hindu **Aryabhatta:**

"Some-se 4 a 100, multiplique-se por 8 e some-se 62.000. O resultado é aproximadamente uma circunferência de diâmetro 20.000".

# Funções Trigonométricas

Séries infinitas...

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550582231725359406120048382876603762875659811263354079140625

$\pi$

- François Viète  $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdots = \frac{2}{\pi}$
- John Wallis  $\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdots = \frac{\pi}{2}$
- Leibniz  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \cdots = \frac{\pi}{4}$
- Johann Heinrich Lambert

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1^2}{3 + \frac{2^2}{5 + \frac{3^2}{7 + \frac{4^2}{9 + \frac{5^2}{11 + \cdots}}}}}$$

# Funções Trigonométricas

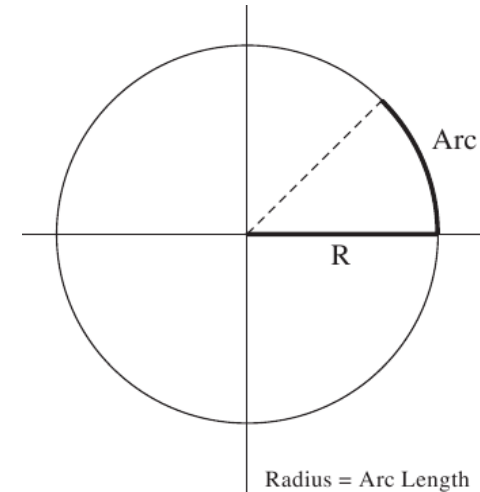
## Conceitos preliminares:

- **Graus**

- Corresponde a 1/360 da circunferência

- **Radianos:**

relação entre o ângulo (de um círculo) e comprimento do arco.



**<math.h> do C++ sempre usa radianos**

## **COS**

---

```
double cos (    double x );
float cos (    float x );
long double cos ( long double x );
```

### **Compute cosine**

Returns the cosine of an angle of x radians.

# Funções Trigonométricas

## Medida do arco em Radianos:

- Conversão **graus** ↔ **radianos**

$$\text{Radians} = \frac{\text{Degrees} * \pi}{180}$$

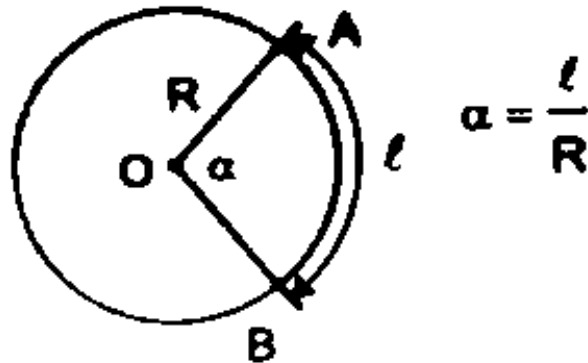
$$\text{Degrees} = \frac{\text{Radians} * 180}{\pi}$$

```
float radians = angle*PI/180;  
float cosAngle = cos(radians);
```

Trigonometric	C++ Function
cosine	cos
sine	sin
tangent	tan


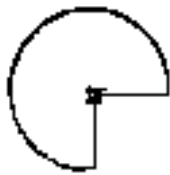
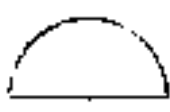
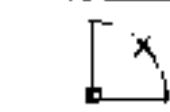
# Funções Trigonômétricas

## Medida do arco em Radianos:



Sendo  $l$  = Comprimento do arco  $\widehat{AB}$   
 $R$  = Raio da Circunferência

## Valores Notáveis

Arco	Graus	Radianos
	$360^\circ$	$2\pi \cong 6,28\text{rad}$
	$270^\circ$	$\frac{3\pi}{2} \cong 4,71\text{rad}$
	$180^\circ$	$\pi \cong 3,14\text{rad}$
	$90^\circ$	$\frac{\pi}{2} \cong 1,57\text{rad}$

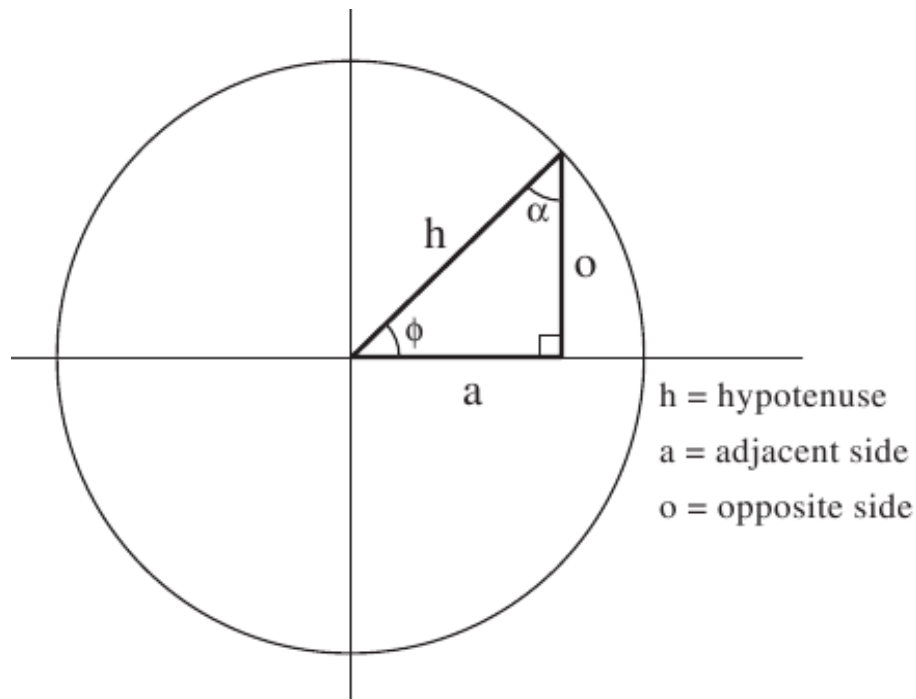
$R = 10\text{cm}$	$k = \frac{L}{R}$	$R = 8\text{cm}$	$k = \frac{L}{R}$	$R = 5\text{cm}$	$k = \frac{L}{R}$
$L = 62,8\text{cm}$	$\approx 6,28$	$L = 50,4\text{ cm}$	$\approx 6,28$	$L = 31,4\text{cm}$	$\approx 6,28$



# Funções Trigonômétricas

## Relação de raio e triângulo

- Coseno, Seno e Tangente



$$\text{cosine}(\phi) = \frac{\text{Adjacent Side}}{\text{Hypotenuse}}$$

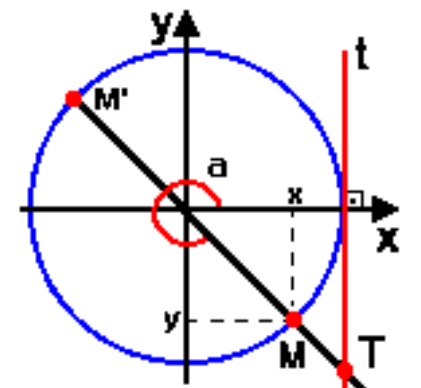
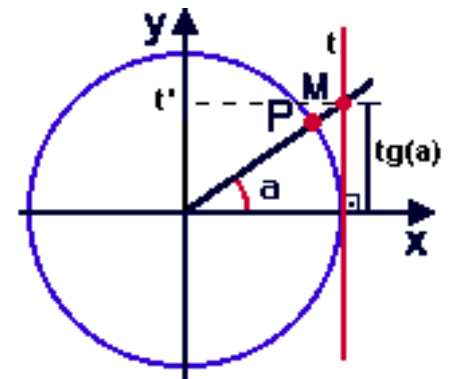
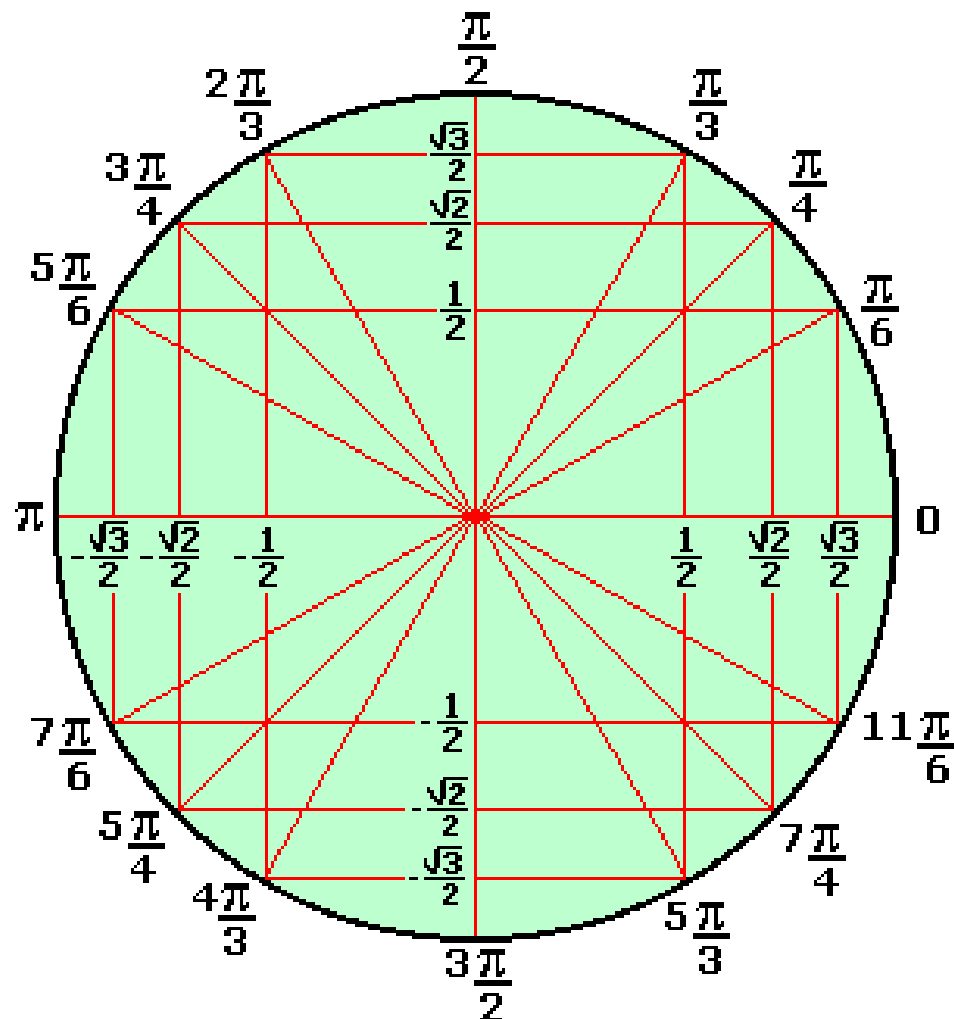
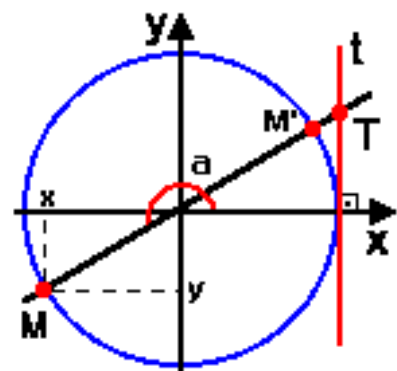
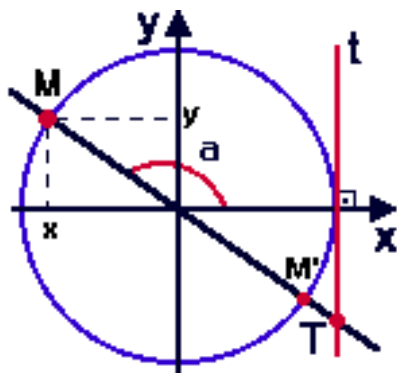
$$\text{sine}(\phi) = \frac{\text{Opposite Side}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{tangent}(\phi) = \frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{\text{Opposite Side}}{\text{Adjacent Side}}$$

# Funções Trigonométricas

## Ângulos Notáveis

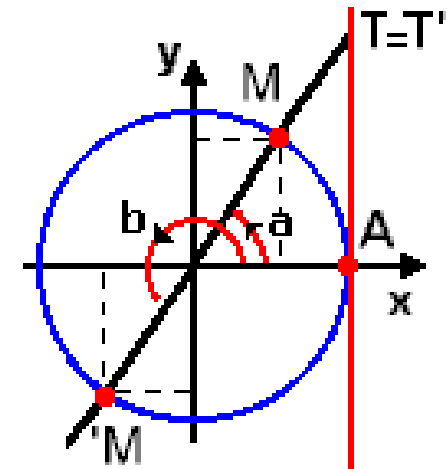
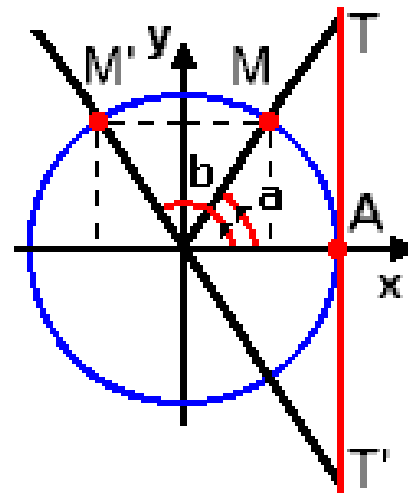
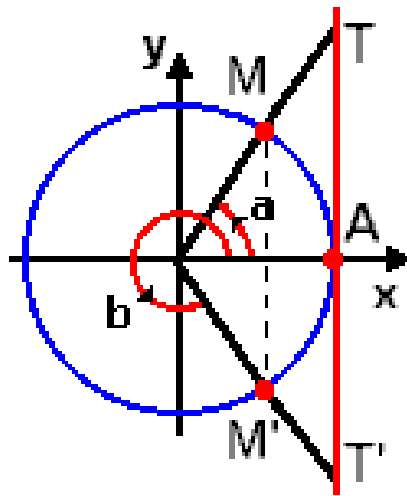
Razão dos valores de seno e cosseno...



# Funções Trigonômicas

## Ângulos Notáveis

Simetrias OX, OY e origem



# Funções Trigonométricas

## Relações de ângulos

- **Relações Gerais**

$$\underline{\sin^2(\phi) + \cos^2(\phi) = 1}$$

$$\sin(2\phi) = 2 \sin(\phi) * \cos(\phi)$$

$$\cos(2\phi) = \cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)$$

$$\tan(2\phi) = \frac{2 \tan(\phi)}{1 - \tan^2(\phi)}$$

- **Ângulos Notáveis**

Ângulos	0°	30°	45°	60°	90°
seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$

# Funções Trigonométricas

## Outras relações fundamentais gerais

$$\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$$



$$\text{sen}^2 x = 1 - \text{cos}^2 x$$

$$\text{cos}^2 x = 1 - \text{sen}^2 x$$

$$\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x}$$

$$\text{sec } x = \frac{1}{\text{cos } x}$$

$$\text{sen}^2 x = 1 + \text{tg}^2 x$$

$$\text{cotg } x = \frac{1}{\text{tg } x} = \frac{\text{cos } x}{\text{sen } x}$$

$$\text{cossec } x = \frac{1}{\text{sen } x}$$

$$\text{cossec}^2 x = 1 + \text{cotg}^2 x$$

# Funções Trigonométricas

## Relações com a `<math.h>`

- Inversas de Coseno, Seno e Tangente

$$\cos(\phi) = \frac{\text{AdjacentSide}}{\text{Hypotenuse}} \Leftrightarrow$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{\text{AdjacentSide}}{\text{CircleRadius}}\right)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{OppositeSide}}{\text{Hypotenuse}} \Leftrightarrow$$

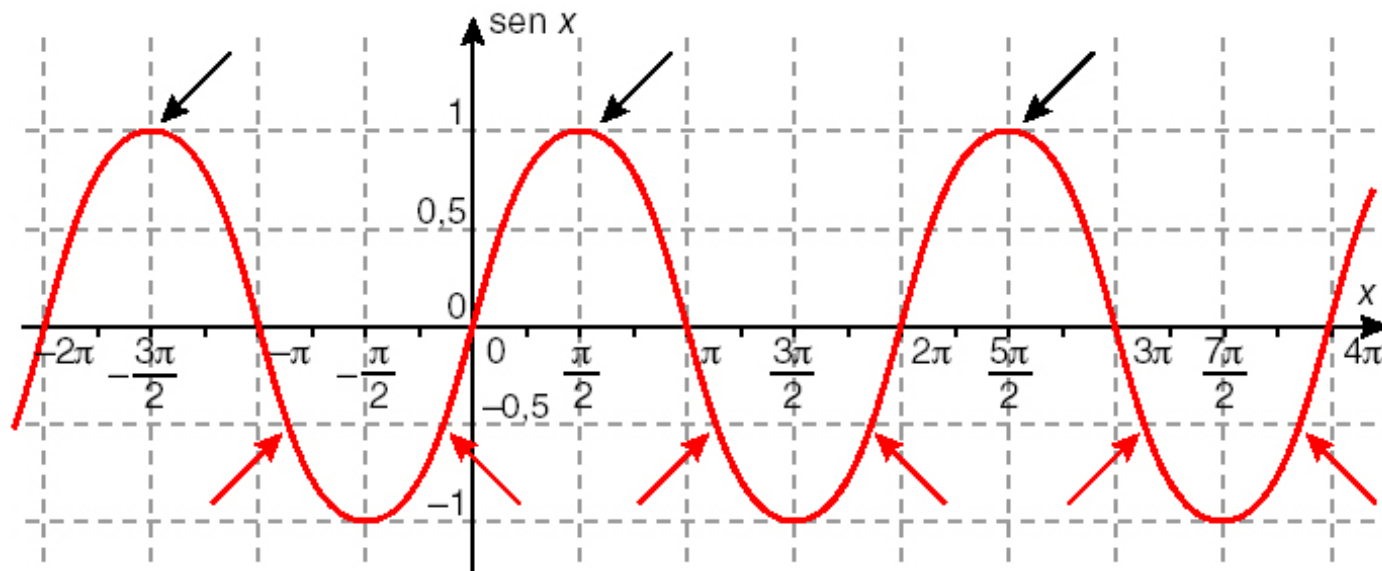
$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\text{OppositeSide}}{\text{CircleRadius}}\right)$$

Trigonometric	C++ Function	C++ Function Inversed
cosine	cos	acos
sine	sin	asin
tangent	tan	atan/atan2

# Funções Trigonômétricas

## Gráficos de Funções Trigonômétricas

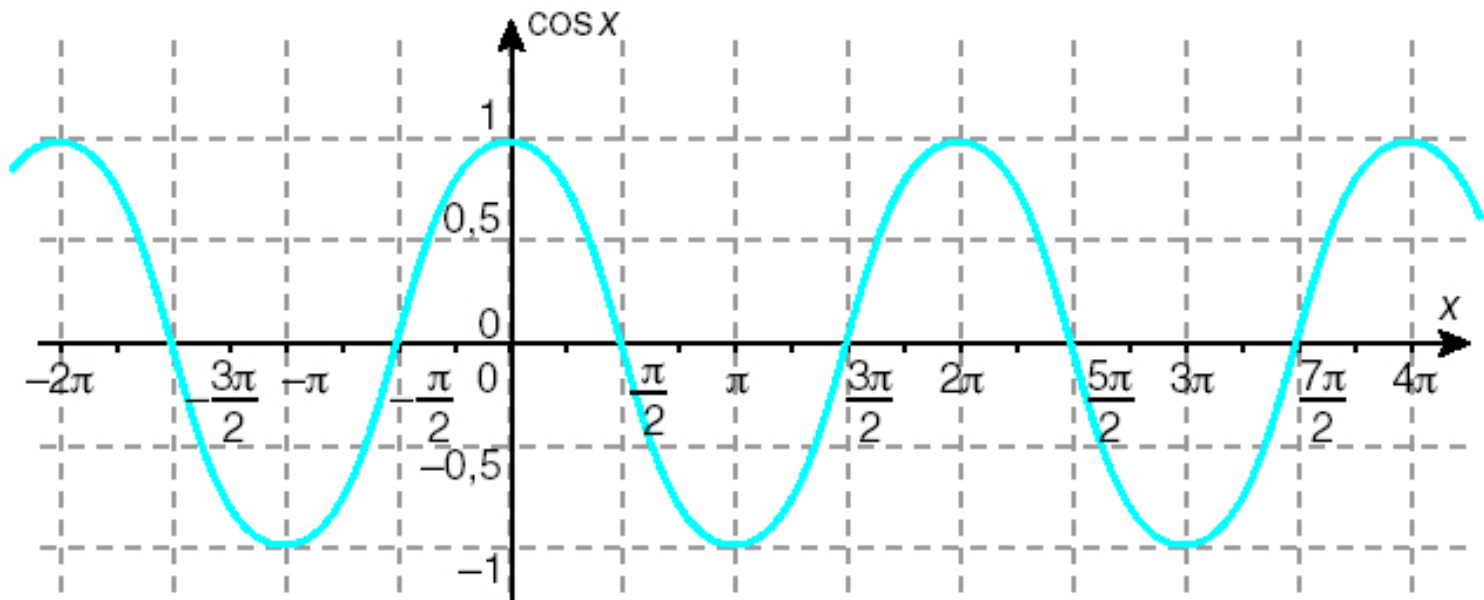
- Seno



# Funções Trigonométricas

## Gráficos de Funções Trigonométricas

- Coseno

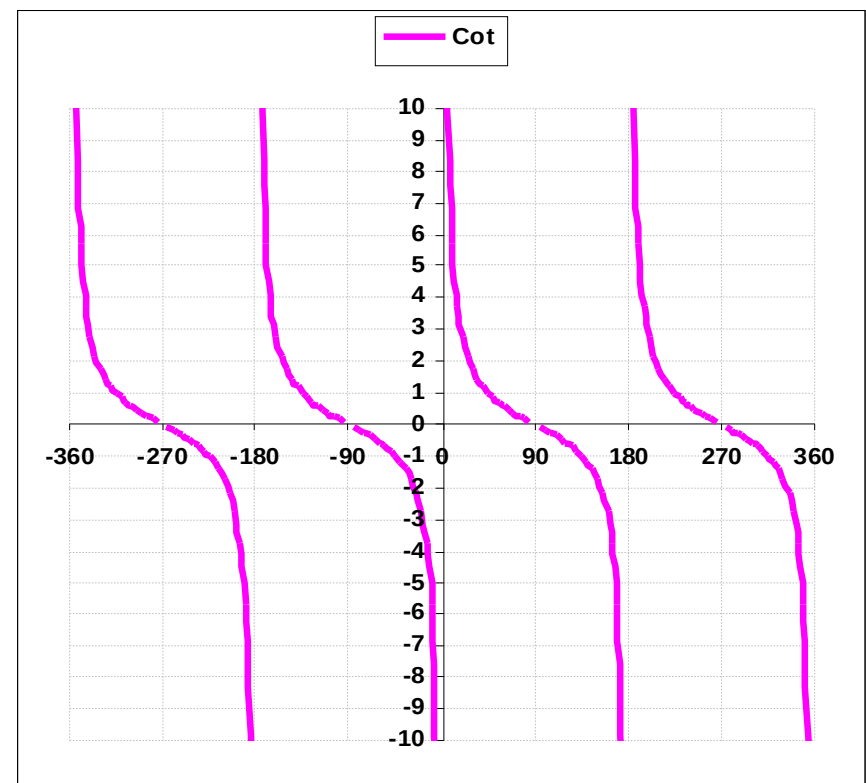
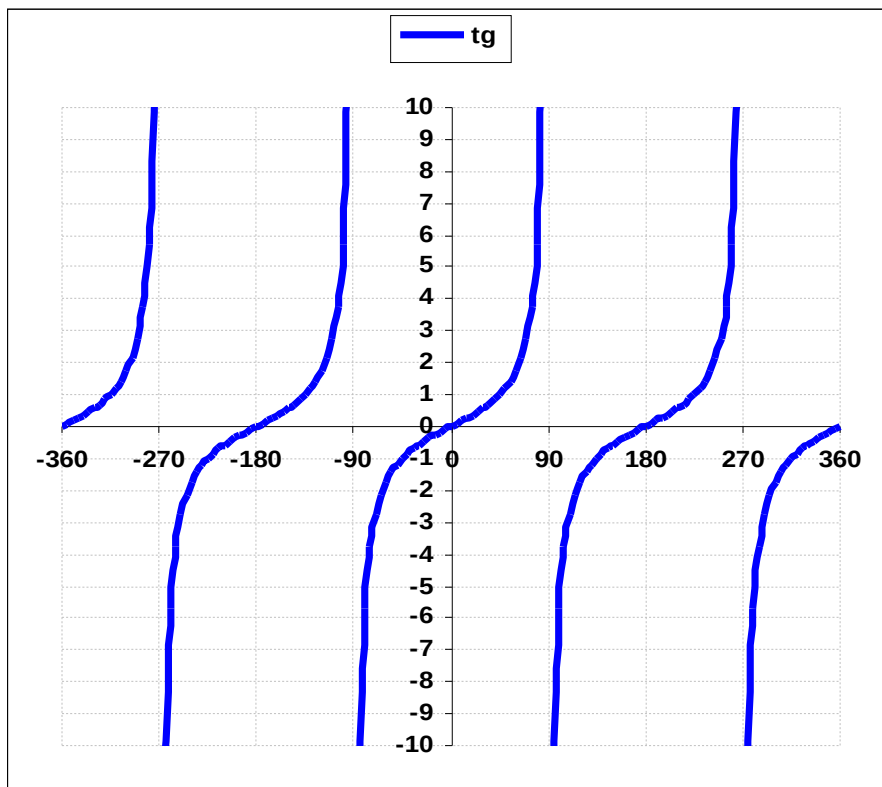




# Funções Trigonométricas

## Gráficos de Funções Trigonométricas

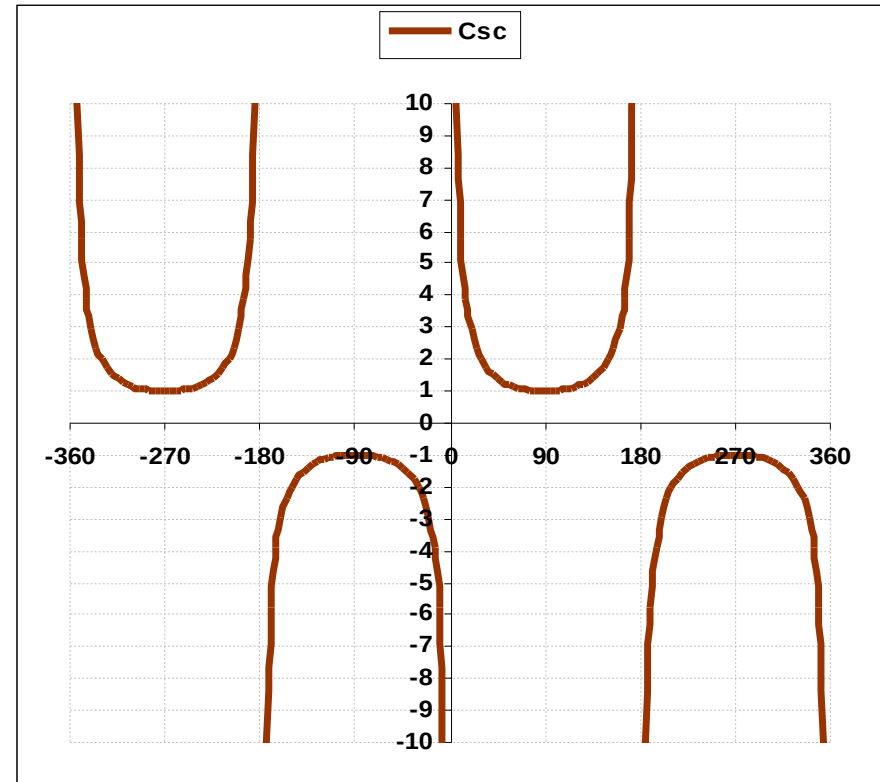
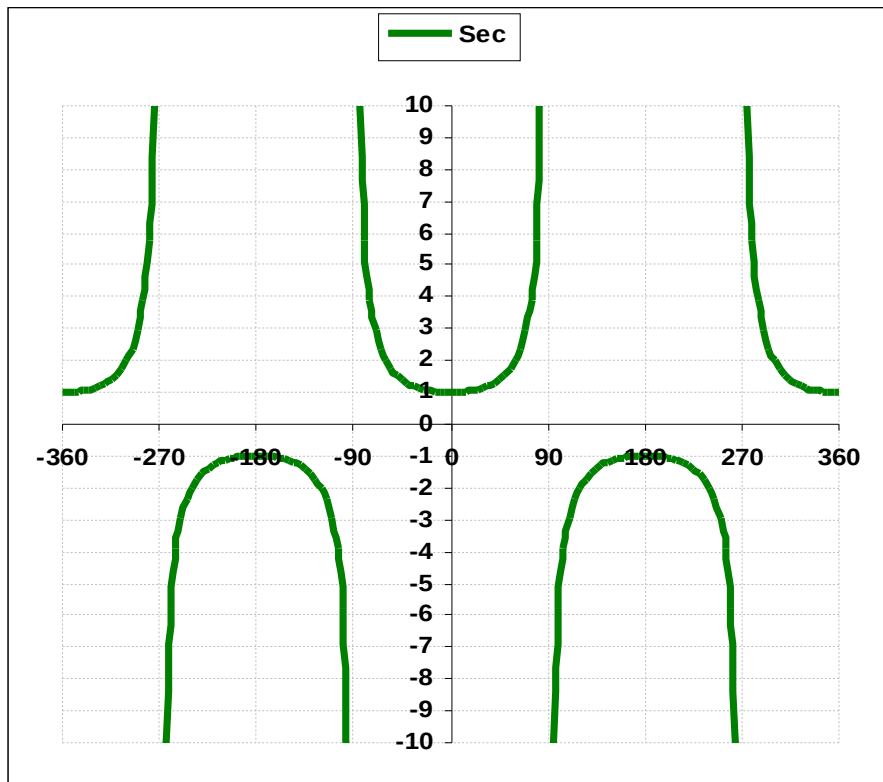
- Tangente e Cotangente



# Funções Trigonométricas

## Gráficos de Funções Trigonométricas

- Secante e Cossecante

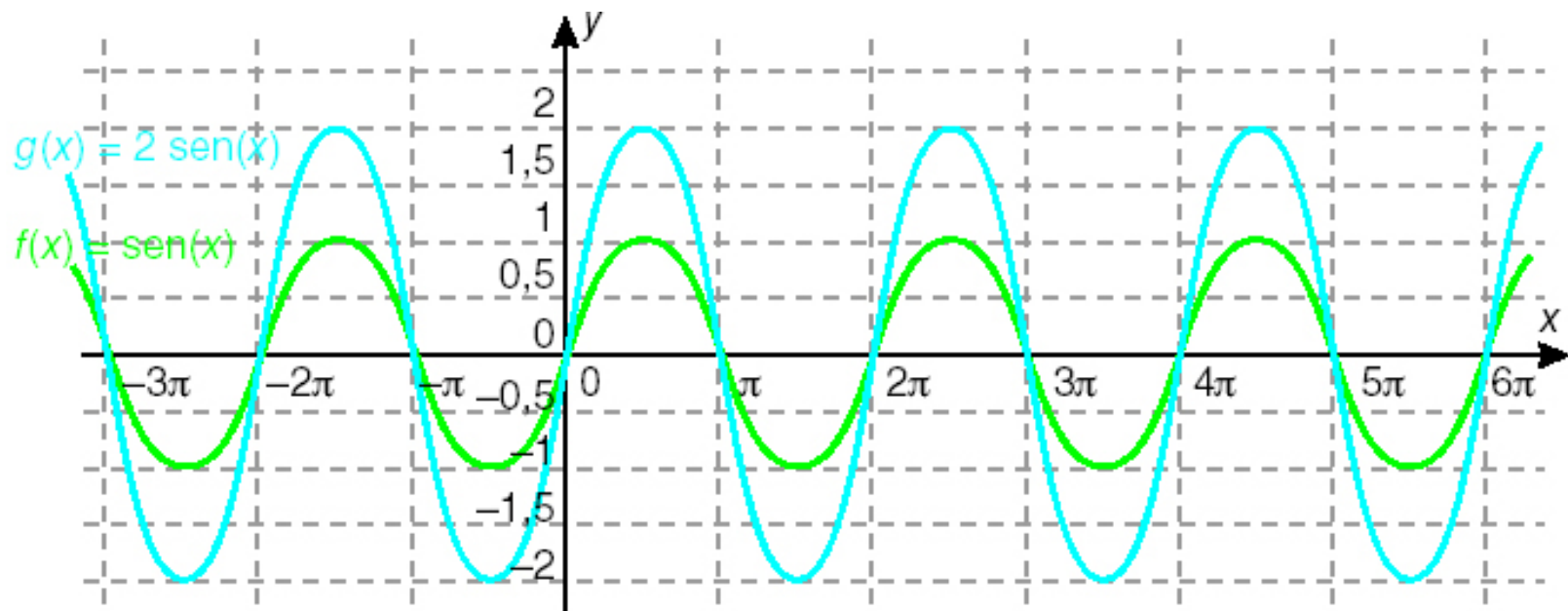


# Funções Trigonométricas

## Introdução de parâmetros nas funções trigonométricas

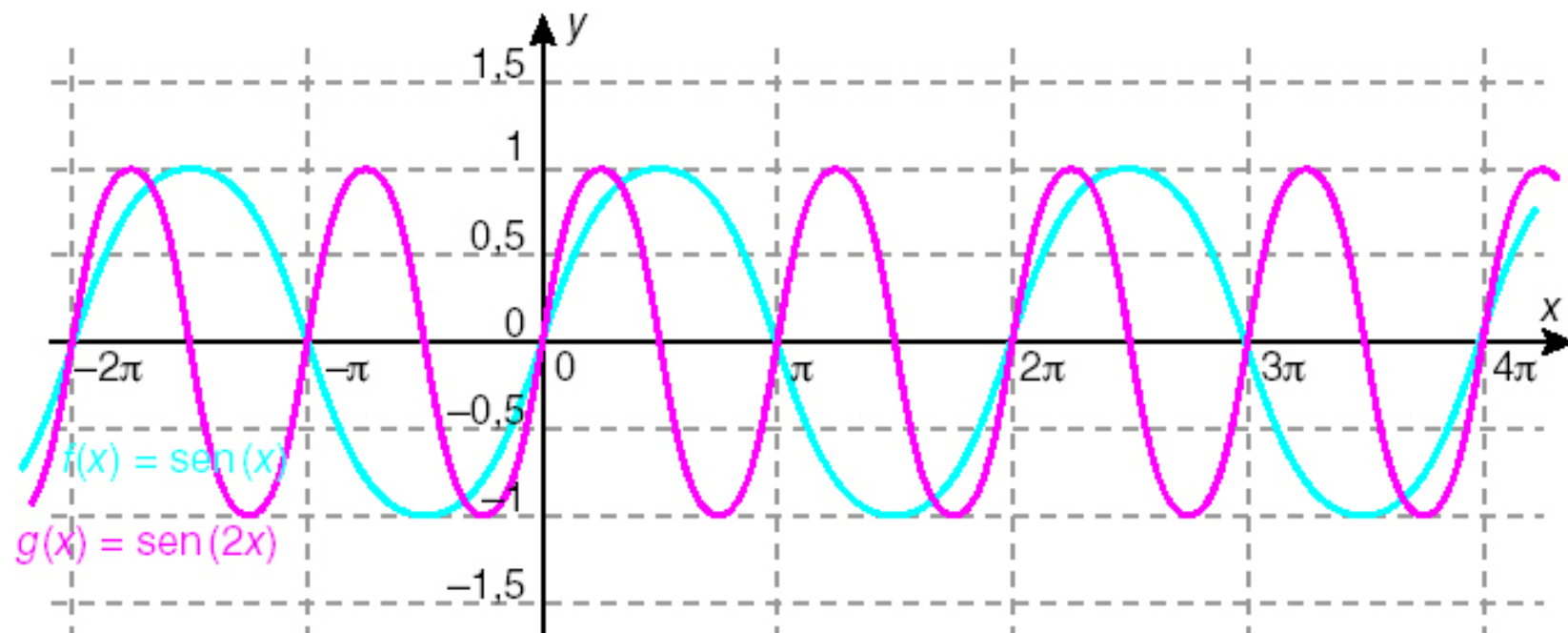
A função geral tem o formato:  $y = a \operatorname{sen}(bx + c) + d$

Gráficos de  $y = \operatorname{sen} x$  e  $y = 2 \cdot \operatorname{sen} x$  ( $a = 2$ ;  $b = c = d = 0$ )



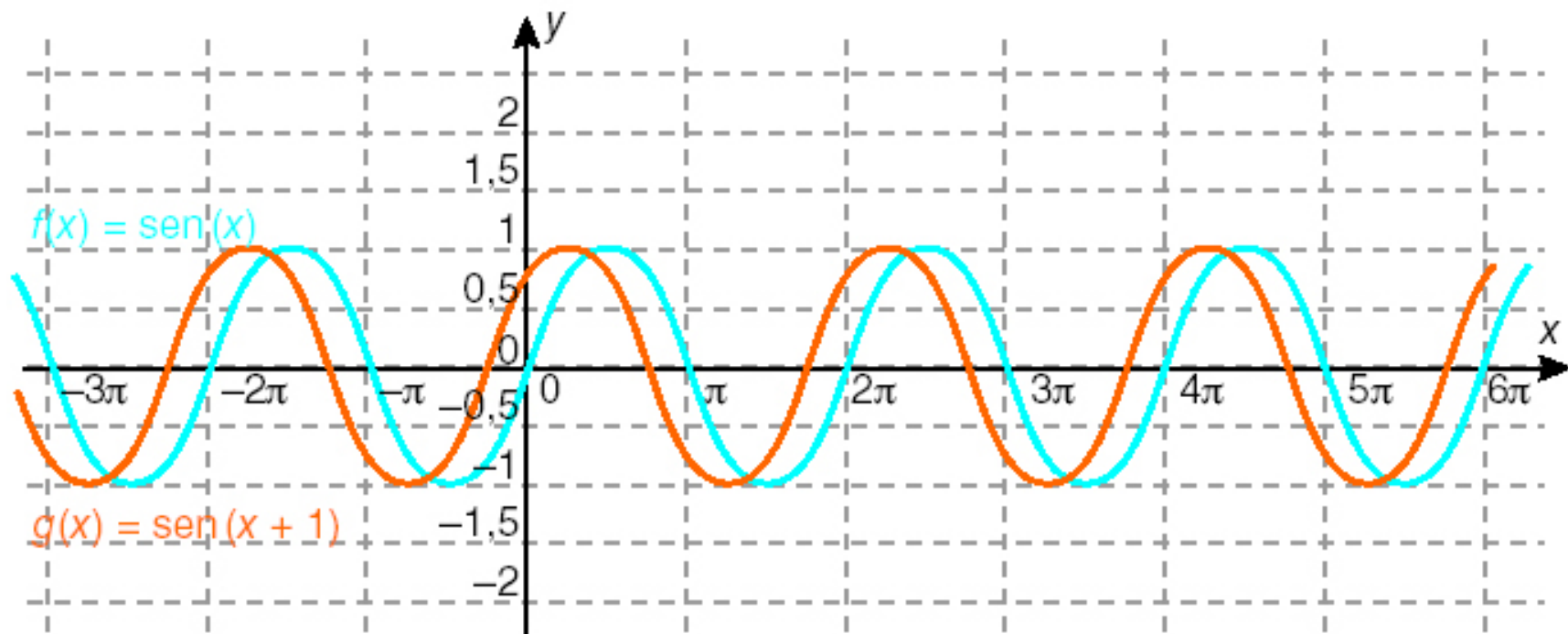
# Funções Trigonométricas

## Introdução de parâmetros nas funções trigonométricas



# Funções Trigonométricas

## Introdução de parâmetros nas funções trigonométricas



# Funções Trigonômicas

## Introdução de parâmetros nas funções trigonométricas

