Lista 7 – Mudança de Variáveis

1) Calcule a integral de $f(x,y) = (x+y)^2 sen^2(x-y)$ sobre a região $D: |x| + |y| \leq \pi$ utilizando a mudança de variável $u = x + y$ e $v = x - y$. O esboço da região D está representado na figura 1.

   Dica: Utilize a relação trigonométrica $sen^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$.

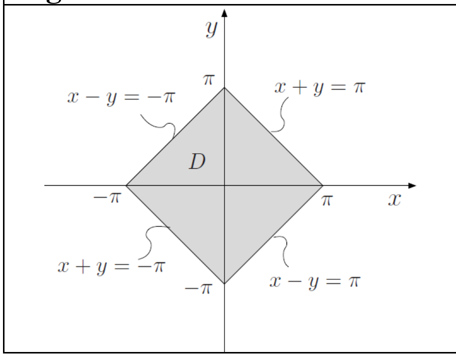
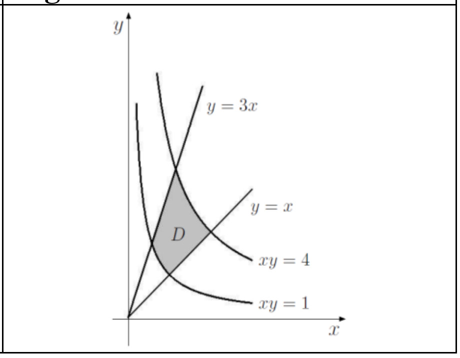
   R.: $\pi^4/3$.

2) Use a mudança de variáveis $u = xy$ e $v = y/x$, e calcule a integral dupla $\iint_D (x^2 + 2y^2)\, dA$, sendo D a região do plano xy no primeiro quadrante, delimitada pelas curvas $xy = 1;\ xy = 2;\ y = x\ e\ y = 2x$.

   R.: $15/8$.

3) Calcule $\iint_D xy^3\, dA$ da região D do primeiro quadrante, limitada por $y = x;\ y = 3x; xy = 1\ e\ xy = 4$. O esboço da região D está representado na figura 2. Use a mudança de variáveis $u = y/x$ e $v = xy$.

   R.: 21.

Figura 1.	Figura 2.
	

4) Use coordenadas polares para calcular as seguintes integrais duplas:

   a) $\iint_D (x^2 + y^2)^2\, dA$, onde D é a região dada por $x^2 + y^2 \leq 4$, com $x \geq 0$; **R.: $\frac{32\pi}{3}$.**

   b) $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dA$, sendo $D: 1 \leq x \leq 3$ e $0 \leq y \leq x$. **R.: $3ln(\sqrt{2} + 1)$.**

5) Determinar a integral dupla $\iint_D f(x,y) dxdy$ onde $D = \{(x,y) | x \geq 0; y \geq 0\ e\ x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$. **R.: $\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$.**

6) Calcule $\iint_D \frac{y^2 \cos(xy)}{x} dA$, onde D é a região limitada pelas parábolas $\frac{x^2}{y} = 1;\ \frac{y^2}{x} = 1;\ \ x^2 = 4y\ e\ y^2 = 4x$. Utilize $u = \frac{x^2}{y}\ e\ v = \frac{y^2}{x}$. **R.: $\frac{1}{12}(5\, cos\, 4 - 4\, cos\, 1 - cos\, 16)$**