

Lista 4 – Funções de Várias Variáveis

- 1) Determine as derivadas parciais de primeira ordem da função:
 - a) $f(r, s) = r \ln(r^2 + s^2)$
 - b) $f(x, y) = x^5 + 3x^3y^2 + 3xy^4$
 - c) $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$

- 2) Considere as funções dadas abaixo e verifique que $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$
 - a) $z = x \operatorname{sen}\left(\frac{x}{y}\right)$
 - b) $z = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$

- 3) Seja $f(x, y, z) = \frac{x}{x^2+y^2+z^2}$ Verifique que $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = -f$

- 4) Seja $s = f(x, y, z, w) = e^{\frac{x}{y} - \frac{z}{w}}$ Verifique que $x \frac{\partial s}{\partial x} + y \frac{\partial s}{\partial y} + z \frac{\partial s}{\partial z} + w \frac{\partial s}{\partial w} = 0$

- 5) Nos itens a seguir, determine os pontos críticos das funções e classifique como pontos de máximo, mínimo ou se sela:
 - a) $f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$
 - b) $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{y^2-x^2}$
 - c) $f(x, y) = x^5 + y^5 - 5x - 5y$
 - d) $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + 27y$
 - e) $f(x, y) = x^3 + 2xy + y^2 - 5$
 - f) $f(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
 - g) $f(x, y) = xy^2 + x^2y - xy$
 - h) $f(x, y) = x^4 + y^3 + 32x - 9y$
 - i) $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}y^3 - 3x - 4y - 3$
 - j) $f(x, y) = \ln(xy) - 2x - 3y$

Lista 4 – Respostas

1) Derivadas parciais:

a) $f_r(r, s) = \ln(r^2 + s^2) + \frac{2r^2}{r^2 + s^2}$ e $f_s(r, s) = \frac{2rs}{r^2 + s^2}$

b) $f_x(x, y) = 5x^4 + 9x^2y^2 + 3y^2$ e $f_y(x, y) = 2x^3y + 12xy^3$

c) $f_x(x, y) = \frac{2y}{(x+y)^2}$ e $f_y(x, y) = -\frac{2x}{(x+y)^2}$

2) Demonstrações

3) Demonstrações

4) Demonstrações

5) Pontos extremos:

a) $(0,0)$: ponto de sela, $(2,1)$: ponto de mínimo

b) $(0,0)$: ponto de mínimo, $(1,0)$ e $(-1,0)$: ponto de sela

c) $(1,1)$: ponto de mínimo, $(-1,-1)$: Ponto de máximo, $(1,-1)$ e $(-1,1)$: pontos de sela

d) $\left(3, \frac{3}{2}\right)$ e $\left(-3, -\frac{3}{2}\right)$: pontos de sela

e) $\left(\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right)$: ponto de mínimo, $(-1,1)$: ponto de sela

f) $(1,1)$: ponto de mínimo

g) $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,1)$: pontos de sela e $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$: ponto de mínimo

h) $(-2, \sqrt{3})$: ponto de mínimo e $(-2, -\sqrt{3})$: ponto de sela

i) $(\sqrt{3}, 1)$: pontos de mínimo, $(\sqrt{3}, -1)$ e $(-\sqrt{3}, 1)$: pontos de sela e $(-\sqrt{3}, -1)$: ponto de máximo

j) $(0,0)$, $(4, -8)$ e $(-1, 2)$: pontos de máximo