Métodos Numéricos (M2039) — 2025/2026

Folha de Exercícios 1 - Erros. Propagação de erros.

1. Diga qual o número de casas decimais e de algarismos significativos dos seguintes números: 0.012300 123.0501 3. 3.000

2. Escreva com 4 algarismos significativos, por arredondamento, os seguintes números:

   29.63243 81.9773 4.4985001 11.63489 48.365
   67.495 53908 0.0900038 8.2396 2345234

3. Escreva com 6,5,4,3,2,1,0 algarismos significativos o número 21.03452

4. Dadas as expressões equivalentes:

$$\frac{1}{(3+\sqrt{8})^3} \quad , \qquad (3-\sqrt{8})^3 \quad \text{e} \qquad 99 - 35\sqrt{8}$$

   calcule os seus valores usando $\sqrt{8} \approx 2.83$. Interprete os resultados.

5. Calcule o valor de $0.12^{3.1}$ sabendo que os dados foram obtidos por arredondamento.

6. Seja

$$f(x) = \frac{1.34^2}{4.02x - 3.22}.$$

   Determine estimativas dos erros absoluto e relativo que se cometem ao calcular $f(x)$ para $x = 1.5$ (valor exato), supondo que os coeficientes 1.34, 4.02 e 3.22 foram obtidos por arredondamento.

7. Calcule o valor de $z = \ln(3.01 + \sqrt{4.12})$ sabendo que os dados foram obtidos por arredondamento.

8. Seja $f(x) = 0.814^{0.98x}$.

   Determine estimativas dos erros absoluto e relativo que se cometem ao calcular $f(x)$ para $x = 2.01$ (valor exato), supondo que os coeficientes 0.814 e 0.98 foram obtidos por arredondamento.

9. Dada a função $z = \sin x + 0.13^y$, com x expresso em radianos, discuta o cálculo do seu valor com erro absoluto não superior a 10^{-4}, sendo $x = 26^o35'40.2''$ e $y = 1.25106$. Considere os casos:

   (a) 0.13 é exato; (b) 0.13 é arredondado.

10. Escreva um algoritmo que, a partir de um valor de x lido em radianos, permita o cálculo de $y = \cos(x)$ com erro inferior a ϵ através do seu desenvolvimento em série de Taylor. Implemente-o, e calcule o valor de $\cos(\pi/6)$ com erro absoluto inferior a 10^{-5}.

11. Sabendo que

$$e^{-x^2} = 1 - x^2 + x^4/2! - x^6/3! + \cdots + (-1)^n x^{2n}/n! + \cdots$$

proponha um algoritmo que permita o cálculo de e^{-x^2} com erro absoluto inferior a 10^{-9} e aplique-o ao cálculo de $e^{-0.25}$.

12. Calcule, com erro absoluto inferior a 5×10^{-4}, o valor das seguintes séries numéricas:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{k}{5^k + 10}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^n}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)...(2n)}$

13. Explique como calcular

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n^4+1)}$$

com erro absoluto inferior a 5×10^{-5}.

14. Escreva um programa que permita calcular um valor aproximado de

$$\pi^2 = 6 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$

com erro absoluto majorado inferior a $\epsilon = 10^{-7}$. O programa deve imprimir o número n de termos somados na série, o valor aproximado de π^2 e o erro absoluto efetivamente cometido $E_n = |\pi^2 - S_n|$.

15. Explique como calcular um valor aproximado de $\cos 1.1$ com erro absoluto inferior a 10^{-4} utilizando as seguintes relações:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sin x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} x^{2n-1}/(2n-1)!, \quad x \in \mathbb{R}.$$

16. Resolva pelo método de Gauss o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$$

(a) sem realizar pivotagem (b) com pivotagem parcial.

17. Resolva o seguinte sistema

$$\begin{cases} 1.133\,x_1 & + & 5.281\,x_2 = & 6.414 \\ 24.14\,x_1 & - & 1.210\,x_2 = & 22.93 \end{cases}$$

num sistema de vírgula flutuante com 4 algarismos significativos por eliminação gaussiana

(a) sem realizar pivotagem (b) com pivotagem parcial.

18. A solução exata do sistema $\begin{pmatrix} 0.03 & 58.9 \\ 5.31 & -6.10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 59.2 \\ 47.0 \end{pmatrix}$ é $x = (10, 1)^T$.

Resolva este sistema numa aritmética de 3 algarismos significativos com lei de arredondamento, usando eliminação gaussiana sem realizar pivotagem. Justifique o resultado e explique como obter um resultado mais preciso.