UNITÀ 1 – QUESITI APPLICATIVI
da G. Tonzig, *Fondamenti di Meccanica classica*

(A) – GRANDEZZE FISICHE

1 Sulla superficie della Terra, a 45° di latitudine e a livello del mare, il valore dell'accelerazione di gravità è circa 9,81 m/s^2.
(*a*) Come varierebbe tale valore se si usassero le unità del sistema CGS?
(*b*) Come varierebbe invece se volessimo esprimere le lunghezze in kilometri e i tempi in minuti?

2 L'unità di forza del vecchio sistema CGS era la *dina* (simbolo dyn), definita come la forza che applicata a un ipotetico punto di massa 1 g produrrebbe l'accelerazione di 1 cm/s^2. Sapendo che una forza corrisponde a una massa per un'accelerazione, si trovi la relazione tra la dina e la corrispondente unità internazionale, il *newton*.

3 Se due grandezze hanno uguali dimensioni, il loro rapporto
(*a*) è uguale a 1 (*b*) è una grandezza dello stesso tipo (*c*) .....

4 Lo studente A deve calcolare l'area del cerchio, ma non ricorda con sicurezza se occorre usare la formula πR^2, oppure la formula $4\pi R^2$, oppure la formula $(4/3)\pi R^3$. Si spieghi se l'analisi dimensionale lo può aiutare a individuare la formula giusta.

5 Le tre grandezze x, y, z sono legate dalla relazione $y = 3x - z/y^2$. Sapendo che x ha le dimensioni di una lunghezza, determinare le dimensioni di y e z.

6 Le grandezze x, y, z, k sono legate dalla relazione $(x - 5z^3)/9yk = 48$ m^3/s. Sapendo che $z = 18$ m e che $y = 16$ m/s, determinare le dimensioni di x e di k.

7 In una vecchia edizione di un diffusissimo manuale universitario di Fisica, un problema di statica statica richiedeva che si determinasse il valore di una data forza. La soluzione proposta dal testo era $F = P\,[\sqrt{h\,(2-h)}\,]\,/\,(r-h)$ dove P indicava un peso mentre h ed r rappresentavano lunghezze. Era davvero accettabile tale soluzione?

8 Nel caso di oscillazioni angolarmente piccole, il periodo di oscillazione di un pendolo fisico[1] è $T = 2\pi\sqrt{J/mgd}$, dove m è la massa del pendolo, g l'accelerazione di gravità, d la distanza del baricentro del corpo K oscillante dall'asse di rotazione. Determinare le dimensioni della grandezza J (*momento d'inerzia* di K rispetto all'asse di rotazione).

9. Sapendo che la «capacità equivalente» di due condensatori in serie, rispettivamente di capacità C_1 e C_2, è $C_e = C_1 C_2/(C_1+C_2)$, cioè il prodotto delle capacità diviso la somma, potremmo dedurne che se i condensatori sono tre la capacità equivalente è $C_e = C_1 C_2 C_3/(C_1+C_2+C_3)$. Un semplice controllo dimensionale ci avvertirebbe però subito dell'errore: spiegare.

(B) – CALCOLO VETTORIALE

1 Il modulo del vettore $\vec{p}$ è 5. Qual è il modulo del vettore $-\vec{p}$?

2 Tre vettori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ di modulo uguale sono disposti in modo da formare un triangolo equilatero come mostrato in fig. 1. Si chiarisca quanto vale l'angolo formato da $\vec{a}$ con $\vec{b}$, da $\vec{b}$ con $\vec{c}$, da $\vec{c}$ con $\vec{a}$.

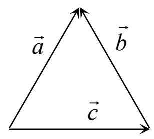

Fig.1

3 Sapendo che i punti P_1 e P_2 hanno rispettivamente coordinate cartesiane $x_1 = 3$, $y_1 = 2$, $z_1 = -5$ e $x_2 = -3$, $y_2 = 9$, $z_2 = 0$, si esprima il vettore $\overrightarrow{P_1P_2}$ in funzione delle sue componenti cartesiane.

---

[1] È un corpo rigido che oscilla per effetto della gravità attorno a un asse orizzontale. La durata espressa dalla formula è solo teorica perché presuppone che il pendolo oscilli liberamente all'infinito, in assenza quindi di qualsiasi forma di dispersione energetica (resistenza dell'aria, attriti nel punto di sospensione, altro).

4 Con riferimento alla fig. 2, stabilire se risulta

(a) $\vec{c} = \vec{h} + \vec{k}$ (b) $\vec{k} = \vec{c} + \vec{h}$

(c) $\vec{k} + \vec{c} + \vec{h} = 0$ (d) $\vec{h} = \vec{c} + \vec{k}$.

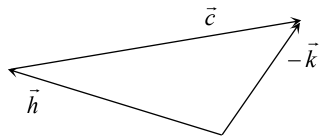

Fig. 2

5 Con riferimento al quesito precedente: in quale modo elementare (senza cioè ricorrere alle formule della trigonometria), noto il modulo di $\vec{c}$, si potrebbe ricavare direttamente dal disegno il modulo degli altri due vettori?

6 Sapendo che i vettori $\vec{p}$, $\vec{q}$ e $\vec{p} + \vec{q}$ hanno modulo uguale, determinare l'angolo tra $\vec{p}$ e $\vec{q}$.

7 Sapendo che i vettori $\vec{p}$, $\vec{q}$ e $\vec{p} - \vec{q}$ hanno modulo uguale, determinare l'angolo tra $\vec{p}$ e $\vec{q}$.

8 Si chiarisca se è possibile che, per un vettore $\vec{p}$ variabile nel tempo, risulti a un dato istante

$$\frac{\mathrm{d}|\vec{p}|}{\mathrm{d}t} \neq \left|\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\right| .$$

9 Dato il vettore $\vec{p} = At\vec{u}_x + Bt^2\vec{u}_y + C(\cos\omega t)\vec{u}_z$, si trovi il vettore $\vec{q} = \mathrm{d}\vec{p}\,/\,\mathrm{d}t$.

10 La relazione $\vec{p} \cdot \vec{p}$ non ha senso (*vero*/*falso*).

11 La relazione $(\vec{k} \cdot \vec{c})\,\vec{q}$ non ha senso (*vero*/*falso*).

12 La relazione $\vec{p} \cdot (\vec{c} \cdot \vec{q})$ non ha senso (*vero*/*falso*).

13 Per la proprietà distributiva, la relazione $\vec{p} \cdot (\vec{q} \times \vec{k})$ equivale alla relazione $(\vec{p} \cdot \vec{q}) \times (\vec{p} \cdot \vec{k})$ (*vero*/*falso*).

14 Il vettore $\vec{p}$ (modulo 6) è diretto verticalmente verso l'alto: determinare $\vec{m}$ in modo che risulti $\vec{p} \cdot \vec{m} = -12$.

(a) una e una sola soluzione (b) nessuna soluzione (c) infinite soluzioni.

15 L'angolo tra $\vec{p}$ (modulo 6) e $\vec{q}$ (modulo 18) è 60°. Determinare $\vec{m}$ in modo che risulti $\vec{m} \times \vec{p} = \vec{q}$.

(a) una e una sola soluzione (b) nessuna soluzione (c) infinite soluzioni.

16 Il vettore $\vec{p}$ (modulo 6) è diretto orizzontalmente verso destra, il vettore $\vec{q}$ (modulo 24) è diretto verticalmente verso il basso. Determinare $\vec{c}$ in modo che risulti $\vec{c} \cdot \vec{p} = 0$ e $\vec{p} \times \vec{c} = \vec{q}$.

(a) una e una sola soluzione (b) infinite soluzioni (c) nessuna soluzione.

17 Moltiplicando scalarmente due grandezze vettoriali si ottiene un puro numero (*vero*/*falso*).

18 Il prodotto tra due grandezze si può effettuare (*vero*/*falso*) solo se hanno entrambe carattere vettoriale, perché altrimenti non si può utilizzare né la regola del prodotto scalare né la regola del prodotto vettoriale.