# Basic Engineering Circuit Analysis 电子电路启蒙教程

 $\boldsymbol{T}^T\boldsymbol{T}$ 

## 2024年6月16日

目录								4.2.3	BJT 直流分析	7
								4.2.4	BJT 交流分析	7
4	非线性器	<b>岸线性器件</b>		2	4.3	金属-	-氧化物—半导体场效应晶体管			
	4.1 pn	4.1 pn 结与二极管		 2		( MOS	SFET)	8		
	4.1	1.1	p 型半导	体与n型	世导体 .	 2		4.3.1	MOSFET 的结构与原理	8
	4.1	1.2	pn 结			 3		4.3.2	MOSFET 的端口特性	8
	4.1	1.3	pn 结二板	及管		 3		4.3.3	MOSFET 的交流增益	9
	4.1	1.4	特殊的二	极管 .		 4		4.3.4	MOSFET 的频率响应	10
	4.2 双	极结	式晶体管	(BJT)		 4	4.4	晶体管	育模块实例	12
	4.2	2.1	BJT 的结	构与原理	<u>!</u>	 4		4.4.1	电流镜	12
	4.2	2.2	BJT 的端	口特性		 6		4.4.2	差分对	13

## 4 非线性器件

#### 4.1 pn 结与二极管

#### 4.1.1 p型半导体与 n型半导体

硅晶体中,在 0 K 下每个硅原子周边成 4 根共价键,价电子全部约束在共价键内,称为**本征硅**;温度升高,电子逃逸成为**自由电子**(n),在其母原子周围留下**空穴**(p)。当加上电场时,自由电子将定向移动,空穴临近位置的约束电子也可能填补空穴,在其原位置产生新的空穴,形成空穴的「移动」。因此,在半导体中有两种载流子:带一个单位负电荷的自由电子,和带一个单位正电荷的空穴。其中含量多的称为多数载流子,简称多子;含量少的称为少数载流子,简称少子。

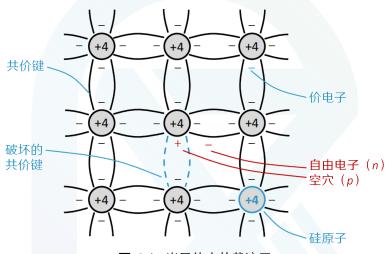


图 4.1: 半导体中的载流子

但纯硅晶体中载流子的浓度太低, 无法传导明显的电流。为提高载流子的浓度, 往往对硅晶体**掺杂**, 即引入价电子数不同的杂质原子。

- •引入5价原子(如P),每个杂质原子可额外贡献一个自由电子,会使自由电子浓度增大,形成**n型半导体**。n型半导体中,多子为自由电子,少子为空穴。
- 引入 3 价原子(如 B),每个杂质原子可从临近原子接受一个电子,从而额外产生一个空穴,形成 p 型 半导体。p 型半导体中,多子为空穴,少子为自由电子。

半导体中载流子(自由电子和空穴)的运动产生电流。由电场作用产生的电流称为**漂移电**流,其电流密度与载流子的电荷量、浓度、迁移率成正比,即有

漂移电流 drift current

$$J_p = q_e p \mu_p E, \qquad J_n = q_e n \mu_n E$$

其中p 和n 就分别是空穴和自由电子的浓度, $\mu_p$  和 $\mu_n$  分别是空穴和自由电子的迁移率,而总电流密度就是

$$J = J_p + J_n = q_e(p\mu_p + n\mu_n)E$$

即电导率为  $\sigma = \frac{J}{E} = q_e(p\mu_p + n\mu_n)$ 。

由载流子顺浓度梯度的扩散产生的电流称为**扩散电**流,其电流密度与载流子的电荷量、扩散常数和浓度 梯度成正比,即有

$$J_p = -q_e D_p \nabla p, \qquad J_n = -q_e D_n \nabla n$$

其中  $D_p$  和  $D_n$  分别是空穴和自由电子的扩散常数,满足  $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = V_T$ ,这个比值称为**热电压**,其值为  $V_T = \frac{kT}{q_e}$ ,其中  $k \approx 1.3806488 \times 10^{-23}$  J/K 为 Boltzmann 常数。温度取 300 K 时,热电压的值为 2.585×10<sup>-2</sup> V。

#### 4.1.2 pn 结

将 p 型半导体与 n 型半导体靠在一起,接触位置会发生两种载流子的扩散:空穴向 n 型半导体扩散,自由电子向 p 型半导体扩散,使得 n 型半导体一侧电势稍高于 p 型半导体一侧,形成耗尽层并建立起电场。该电场会在耗尽层产生**势全电压**,其值为

$$V_0 = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$$

其中  $N_A$  和  $N_D$  分别是 p 型半导体与 n 型半导体中的掺杂浓度。该电压会阻碍空穴和自由电子的扩散,因此需要加上直流偏压。

- **A) 正向偏置电**压 外加电场的方向与内建电场的方向相反。此时,外加电压将使得耗尽层 n 侧正电荷减少,p 侧负电荷减少,耗尽层变薄。同时,p 型半导体中空穴增多,n 型半导体中自由电子增多,因而顺外加电压方向可以产生较大的扩散电流。
  - B) 反向偏置电压 外加电场的方向与内建电场的方向相同。

#### 4.1.3 pn 结二极管

#### 元件 4.1. 二极管 (diode)

记号 —— (Do)

特性 具有单向导通性,伏安特性为  $i=I_S\left(\mathrm{e}^{\frac{v}{V_T}}-1\right)$  (  $v\geq 0$  )。

这个伏安特性近似也可以写成  $v\approx V_T\ln\frac{i}{I_S}$   $(i\geq 0)$ 。在基尔霍夫定律方程中出现这样的项,往往会将线性方程变为没有解析解的超越方程。因而,需要对二极管进行线性建模。

- **A)** 恒压降模型 认为导通后电流随电压变化极快,各电流对应电压视作常量  $v_D$ 。则导通后,二极管可视为一个顺导通方向恒有  $v_D$  压降的直流恒压源。
  - B) 小信号模型 1

#### 元件 4.2. 齐纳二极管

记号 —— (zDo)

特性 在反向「breakdown」区工作。

#### 4.1.4 特殊的二极管

### 元件 4.3. 发光二极管(LED)

记号 \_\_\_\_(leDo)

特性 具有二极管的一般特性,同时导通时将电信号转化为光信号。

#### 元件 4.4. 光电二极管 (photodiode)

记号 \_\_\_\_(pDo)

特性

#### 4.2 双极结式晶体管(BJT)



#### 4.2.1 BJT 的结构与原理

如图 4.2, npn 型 BJT 由三个半导体区域组成:发射极区(E, n 型)、基极区(B, p 型)和集电极区(C, n 型)。pnp 型 BJT 各区域的半导体材料相反。相邻两个区域相接构成 pn 结,即形成发射结(EBJ)和集电结(CBJ)。

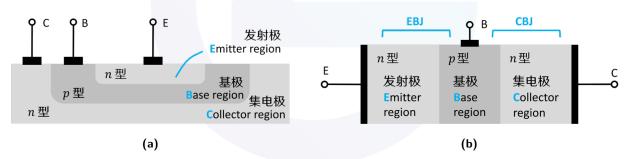


图 4.2: npn 型 BJT 的横截面结构示意图

按照两个 pn 结的通断特性,BJT 有如表 4.1 所示的四种工作模式。下面以 npn 型 BJT 为例,对它的各模式电路进行分析。

A) 正激活 Active 模式 EBJ 上有正向偏压, CBJ 上有反向偏压, 即  $v_{BE} > 0$ ,  $v_{BC} < 0$ 。其集电极电流  $i_C$ 、基极电流  $i_B$ 、发射极电流  $i_E$  分别为

表 4.1: BJT 的工作模式

模式	EBJ	СВЈ	
截止 Cutoff	反偏电压	反偏电压	
饱和 Saturation	正偏电压	正偏电压	
正激活 Active	正偏电压	反偏电压	
反激活 Reverse active	反偏电压	正偏电压	

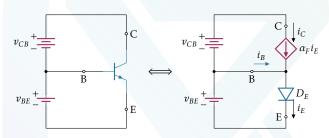
$$i_{C} = I_{S} e^{\frac{v_{BE}}{V_{T}}}, \qquad \qquad \sharp + I_{S} = \frac{A_{E}qD_{n}n_{i}^{2}}{N_{A}W}$$

$$i_{B} = \frac{i_{C}}{\beta_{F}} = \frac{I_{S}}{\beta_{F}} e^{\frac{v_{BE}}{V_{T}}}$$

$$i_{E} = \frac{i_{C}}{\alpha_{F}} = \frac{I_{S}}{\alpha_{F}} e^{\frac{v_{BE}}{V_{T}}}, \qquad \qquad \sharp + \alpha_{F} = \frac{\beta_{F}}{\beta_{F} + 1}$$

$$(4.1)$$

其电路可有等效替代如下:



公式中,  $\beta_F$  的典型值在 50 ~ 200 之间, 则  $\alpha_F \approx 1$ .

B) 反激活 Reverse active 模式 EBJ 上有反向偏压,CBJ 上有正向偏压,即  $v_{BE} < 0$ , $v_{BC} > 0$ 。其集电极电流  $i_C$ 、基极电流  $i_B$ 、发射极电流  $i_E$  的关系与上面类似,即

$$i_{E} = I_{S}e^{\frac{v_{BC}}{V_{T}}}, \qquad \qquad \sharp \Rightarrow I_{S} = \frac{A_{E}qD_{n}n_{i}^{2}}{N_{A}W}$$

$$i_{B} = \frac{i_{E}}{\beta_{R}} = \frac{I_{S}}{\beta_{R}}e^{\frac{v_{BC}}{V_{T}}}$$

$$i_{C} = \frac{i_{E}}{\alpha_{R}} = \frac{I_{S}}{\alpha_{R}}e^{\frac{v_{BC}}{V_{T}}}, \qquad \qquad \sharp \Rightarrow \alpha_{R} = \frac{\beta_{R}}{\beta_{R}+1}$$

$$(4.2)$$

不同的是,  $\alpha_R$  约为  $0.01 \sim 0.05$ 。

C) **饱和 Saturation 模式** EBJ、CBJ 上均是正向偏压, 即  $v_{BE} > 0$ ,  $v_{BC} > 0$ 。此时有

$$i_C = \left(\alpha_F - \frac{1}{\alpha_R}\right) I_S \left(e^{\frac{v_{BC}}{V_T}} - 1\right) + \alpha_F i_E \tag{4.3}$$

可见当  $v_{BC}$  增大时,由  $\alpha_F - \frac{1}{\alpha_R} < 0$ ,知  $i_C$  减小。

#### 4.2.2 BJT 的端口特性

**A) BJT 的伏安特性** 显见其服从基尔霍夫定律。此外,由上面分析可知三个端口电流的关系,以下即仅分析  $i_C$ 。

 $i_C - v_{BE}$  特性 由  $i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T}$  可直接得出。

 $i_C - v_{CB}$  特性 固定  $i_E$ , Active 模式下,  $i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T}$  与  $v_{CB}$  无直接关系,  $i_C - v_{CB}$  曲线是一条与  $i_C$  轴交于  $\alpha_F i_E$  处的水平线;反号后  $v_{BC}$  继续增大进入 Saturation 模式,当  $v_{BC}$  增大时,由  $\alpha_F - \frac{1}{\alpha_R} < 0$ ,知  $i_C = \left(\alpha_F - \frac{1}{\alpha_R}\right)I_S\left(e^{v_{BC}/V_T} - 1\right) + \alpha_F i_E$  减小。此外,当  $v_{CB}$  过大致使反偏 pn 结击穿时, $i_C$  即随  $v_{CB}$  增大。  $i_C - v_{CE}$  特性 固定  $i_E$  (也即固定  $v_{BE}$ ),由  $v_{CE} = v_{BE} + v_{CE}$ ,容易得到  $i_C - v_{CE}$  特性曲线与  $i_C - v_{CB}$  曲线的关系。

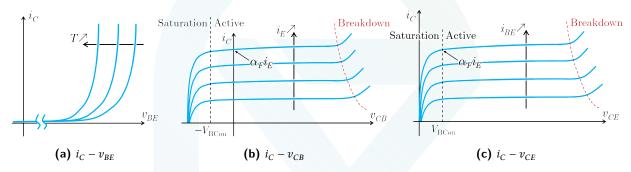


图 4.3: npn 型 BJT 的伏安特性曲线

实际上, npn 型 BJT 的  $i_C - v_{CE}$  特性曲线没有上面那么完美, 在 Active 模式区域其并不水平, 而是有轻微的上翘, 即 Active 模式下  $i_C$  仍是与  $v_{CE}$  有关的:

$$i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \left( 1 + \frac{v_{CE}}{V_A} \right) \tag{4.4}$$

式中 $V_A$ 称为 Early 电压,这个现象称为 Early 效应。

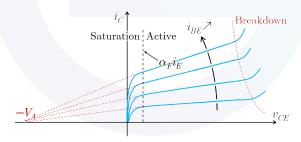


图 4.4: 考虑 Early 效应时 npn 型 BJT 的  $i_C - v_{CE}$  特性曲线

Early 效应产生自 Active 模式下**从集电极看去的电阻不为无穷**, 即集电极的流控流源上并联有电阻  $r_0$ 。 对  $i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T} \left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A}\right)$ 求导,有

$$r_0 = \left(\frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}}\Big|_{v_{RF}}\right)^{-1} = \frac{V_A + V_{CE}}{I_C} \approx \frac{V_A}{I_C}$$

npn 型 BJT 的  $i_C - v_{CE}$  上, Saturation 区域中更靠近  $v_{CE} = 0$  的区域中曲线斜率会有明显的增大, 这块区

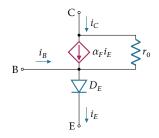


图 4.5: 考虑 Early 效应的 npn 型 BJT 的 Active 模式模型

域称为 Deeper Saturation 区(深度饱和区)。此区域中,不同于先前的**大信号**  $\beta$  (  $\beta_{DC} = \frac{I_C}{I_B} = \beta_F$  ),定义**小** 信号  $\beta$  为  $\beta_{AC} = \frac{\Delta i_C}{\Delta i_B}\Big|_{ver}$ 、强制  $\beta$  为  $\beta_{forced} = \frac{i_C}{i_B}\Big|_{ver}$ , 这两个  $\beta$  比大信号  $\beta$  小不少。

此外,深度饱和区中,可以近似有  $v_{CEsat} = v_{CEoff} + I_{Csat} R_{CEsat}$ ,其中  $R_{CEsat} = \frac{\partial v_{CE}}{\partial i_C} \Big|_{i_B = I_B}$  。

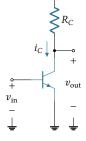
一般取临界饱和区  $V_{CEsat} = 0.3 \, \text{V}$ , 深度饱和区  $V_{CEsat} = 0.2 \, \text{V}$ 。

- B) BJT 的传递特性 npn 型 BJT 的传递特性,一般考虑的是  $v_{CE} v_{BE}$  传递特性。在 Cutoff 模式, $v_{BE}$  <  $v_{BEon}$ ; 在 Saturation 模式,  $v_{BE} > v_{BEon}$ ,  $v_{BC} = v_{BE} - v_{CE} > v_{BCon}$ ,  $v_{CE}$  电压也呈水平, 电压值下降至  $v_{CEsat}$ ; 在 Active 模式下,  $v_{BE} > v_{BEon}$ ,  $v_{BC} = v_{BE} - v_{CE} < v_{BCon}$ 。一般取这两个阈值电压  $v_{BEon} = 0.5 \, \text{V}$ ,  $v_{BCon} = 0.4 \, \text{V}$ . 考虑在如右电路中进行定量分析:

  - $v_{BE} < v_{BEon}$  时,BJT 工作在 Cutoff 模式, $i_C = 0$ , $v_{out} = v_{CE} = V_{dd}$ ;

      $v_{BE} > v_{BEon}$ , $v_{BC} = v_{BE} v_{CE} < v_{BCon}$  时,BJT 工作在 Active 模式下,有  $i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T}$ ,则  $v_{out} = V_{dd} i_C R_C = V_{dd} R_C I_S e^{v_{in}/V_T}$ ;

      $v_{BC} = v_{BE} v_{CE} = v_{in} v_{out} > v_{BCon}$  时,即  $v_{out} < v_{in} v_{BCon}$  时,BJT 工作在 Saturation 模式, $v_{out} = V_{CEsat}$ , $I_{Csat} = \frac{V_{dd} V_{CEsat}}{R_C}$ 。



#### 4.2.3 BJT 直流分析

BJT 工作在 Cutoff 模式下和 Saturation 模式下时, 其通断行为为一个受  $v_{\rm in}$  控制的开关。

BJT 工作在 Active 模式时, 若直接解 KVL、KCL 方程, 由于有  $I_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}}$  等超越式, 方程一般没有解析 解。一般取  $|V_{BE}| = 0.7 \, \text{V}$ ,替代超越式列方程求解。

#### 4.2.4 BJT 交流分析

在  $v_{BE}$   $-v_{CE}$  传递曲线中,Active 模式区域中有一段斜率变化不大的曲线。加直流偏置电压  $V_{BE}$  偏置到该 区域中静态工作点 Q, 然后加交流小信号, 则输出的交流成分是交流小信号依 Q 处斜率的放大信号, 增益可 有估计

$$A_{v} = \frac{\mathrm{d}v_{o}}{\mathrm{d}v_{in}}\bigg|_{v_{in} = V_{DE}} = -\frac{1}{V_{T}}R_{C}I_{S}e^{v_{BE}/V_{T}} = -\frac{I_{C}R_{C}}{V_{T}} = -\frac{V_{dd} - V_{CE}}{V_{T}} > -\frac{V_{dd} - V_{CE\mathrm{sat}}}{V_{T}}$$

偏置点 Q 的选取,或者说偏置电压  $V_{BE}$  的取值,对上面所述的放大过程十分重要。

定量分析 设 BE 上输入电压  $v_{in} = V_{BE} + v_{be} \sin(\omega t + \varphi)$ , 则由 Active 模式电流关系即有

$$\begin{split} i_C &= I_S \mathrm{e}^{V_T^{-1} v_{BE}} = I_S \mathrm{e}^{V_T^{-1} (V_{BE} + v_{be} \sin(\omega t + \varphi))} \xrightarrow{\underline{I_C = I_S \mathrm{e}^{V_T^{-1} V_{BE}}}} I_C \mathrm{e}^{V_T^{-1} v_{be} \sin(\omega t + \varphi)} \\ \xrightarrow{\underline{v_{be} \ll V_T}} I_C \left( 1 + \frac{1}{V_T} v_{be} \sin(\omega t + \varphi) \right) = I_C + \frac{I_C}{V_T} v_{be} \sin(\omega t + \varphi) \end{split}$$

定义电路的跨导值

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \left. \frac{\partial i_C}{\partial v_{BE}} \right|_{i_C = I_C} \tag{4.5}$$

进一步,代入可求

$$v_o = V_{dd} - i_C R_C = V_{dd} - I_C R_C - \frac{I_C}{V_T} R_C v_{be} \sin(\omega t + \varphi) = V_{CE} - g_m R_C v_{be} \sin(\omega t + \varphi)$$

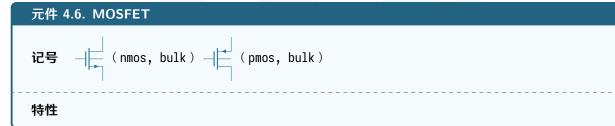
于是

$$A_v = \frac{v_o\big|_{AC}}{v_{in}\big|_{AC}} = -g_m R_C \tag{4.6}$$

考虑自输入端(基极)看去的输入阻值,其为  $R_{\rm in}=\frac{\Delta v_{\rm in}}{\Delta i_{\rm in}}=\frac{\Delta v_{\rm BE}}{\Delta i_{\rm B}}$ 。由  $i_{\rm B}=\frac{i_{\rm C}}{\beta}=\frac{I_{\rm C}}{\beta}+\frac{1}{\beta}\frac{I_{\rm C}}{V_{\rm T}}v_{\rm in,AC}$ ,知  $\Delta i_{\rm B}=\frac{1}{\beta}\frac{I_{\rm C}}{V_{\rm T}}v_{\rm in,AC}=\frac{1}{\beta}g_{m}v_{\rm AC}$ ,进而有

$$R_{in} = \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta i_B} = \frac{v_{\text{in,AC}}}{\Delta i_B} = \frac{V_T}{I_B} = \frac{\beta}{g_m}$$
 (4.7)

#### 4.3 金属—氧化物—半导体场效应晶体管(MOSFET)



#### 4.3.1 MOSFET 的结构与原理

#### 4.3.2 MOSFET 的端口特性

A)  $i_D - v_{DS}$  特性 随  $v_{DS}$  增大,在沟道夹断之前  $i_D$  不断增大,直到  $v_{GS} - v_{DS} = V_{th}$  后沟道夹断, $i_D$  不再变化。达到  $v_{GS} - v_{DS} = V_{th}$  之前,称该 NMOS 管工作在 **Triode 区**(「三极管区」);达到  $v_{GS} - v_{DS} = V_{th}$  之后,称该 NMOS 管工作在 **Saturation 区**(「饱和区」)。

在 Triode 区,有

$$i_D = \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L} \left[ (v_{GS} - V_{th}) v_{DS} - \frac{1}{2} v_{DS}^2 \right]$$
 (4.8)

其中  $\frac{W}{L}$  即沟道的宽高比;基于这个式子,定义**过驱动电**压  $v_{\rm OV}=v_{GS}-V_{th}$ ,**跨导参数**  $k_n=\mu_n C_{\rm ox}\frac{W}{L}$ 。 当  $v_{DS}\to 0$  时,略去高次小项,上式变为  $i_D=\mu_n C_{\rm ox}\frac{W}{L}(v_{GS}-V_{th})v_{DS}=k_n(v_{GS}-V_{th})v_{DS}$ ,于是可以定义此时 NMOS 管的等效电阻  $r_{DS}=\frac{1}{k_n(v_{GS}-V_{th})}$ 。

在 Saturation 区,  $i_D$  将保持两区交界处的饱和值, 即向4.8式代人  $v_{DS} = v_{DSsat} = v_{GS} - V_{th}$ , 有

$$i_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_{th})^2$$
 (4.9)

实际上, Saturation 区沟道夹断之后还会随  $v_{DS}$  增大继续缩短, 即会有

$$\begin{split} i_D &= \frac{1}{2} \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L - \Delta L} (v_{GS} - V_{th})^2 = \frac{1}{2} \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L \left(1 - \frac{\Delta L}{L}\right)} (v_{GS} - V_{th})^2 \\ &\stackrel{\Delta L \ll L}{=} \frac{1}{2} \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L} \left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right) (v_{GS} - V_{th})^2 \end{split}$$

而  $\Delta L \propto v_{DS}$ , 设比例系数为  $\frac{1}{V_A}$ , 则

$$i_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{\text{ox}} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_{th})^2 \left( 1 + \frac{v_{DS}}{V_A} \right)$$
 (4.10)

这称为<mark>沟道长度调制效应</mark>,也沿用 BJT 中的名词称为 **Early 效应**,其中  $V_A$  称为 **Early 电压**。考虑 Early 效应时,Saturation 区各  $v_{GS}$  下的  $i_D - v_{DS}$  曲线(直线)相交于  $v_{DS} = -V_A$  处。

B)  $i_D - v_{GS}$  特性 固定  $v_{DS}$ , 则由上知  $i_D - v_{GS}$  关系为

$$i_D = \begin{cases} 0, & v_{GS} < V_{th}, \\ \frac{1}{2} k_n (v_{GS} - V_{th})^2, & V_{th} < v_{GS} < V_{th} + v_{DS}, \\ k_n \left[ (v_{GS} - V_{th}) v_{DS} - \frac{1}{2} v_{DS}^2 \right], & v_{GS} > V_{th} + v_{DS} \,. \end{cases}$$

其中, 通常更重要的是  $v_{GS} < V_{th} + v_{DS}$ , 即在 Saturation 区中的部分。

C)  $v_{DS}$ - $v_{GS}$  特性 基于图 4.6a 所示电路,由前面的伏安特性容易得到  $v_{DS}$ - $v_{GS}$  关系,其可分为 Cutoff、Saturation、Triode 三个区,如图 4.6b 所示。

#### 4.3.3 MOSFET 的交流增益

在  $v_{DS} - v_{GS}$  传递曲线中,Saturation 区域中有一段斜率变化不大的曲线。加直流偏置电压  $V_{GS}$  偏置到该区域中静态工作点 Q,然后加交流小信号,则输出的交流成分是交流小信号依 Q 处斜率的放大信号。

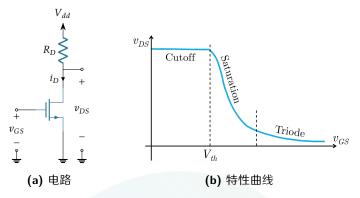


图 4.6: NMOS 管的  $v_{DS} - v_{GS}$  特性

在 Saturation 区内, 据晶体管的特性有

$$\begin{split} i_D &= \frac{1}{2} k_n (V_{GS} + v_{\text{in,AC}} - V_{th})^2 = \frac{1}{2} k_n (V_{GS} - V_{th})^2 + k_n (V_{GS} - V_{th}) v_{\text{in,AC}} + \frac{1}{2} k_n v_{\text{in,AC}}^2 \\ &= \frac{\frac{1}{2} v_{\text{in,AC}} \ll V_{GS} - V_{th}}{2} I_D + k_n (V_{GS} - V_{th}) v_{\text{in,AC}} \end{split}$$

其中定义跨导参数为

$$g_m = k_n(v_{\rm in} - V_{th}) \tag{4.11}$$

基于图 4.6a 所示电路,由  $v_{\text{out}} = V_{dd} - \frac{1}{2} k_n (v_{\text{in}} - V_{th})^2 R_D$ ,即有电压增益

$$A_v = \frac{\mathrm{d}v_{\text{out}}}{\mathrm{d}v_{\text{in}}}\Big|_{v_{\text{in}} = V_{GS}} = -k_n(v_{\text{in}} - V_{th})R_D = -g_m R_D$$

NMOS 管的小信号混合  $\pi$  模型如图 4.7。

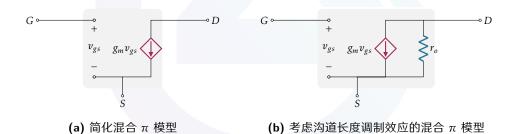


图 4.7: 小信号混合  $\pi$  模型

#### 4.3.4 MOSFET 的频率响应

如图 4.8 所示是一个典型的 CS 放大电路, 其中  $C_1$ ,  $C_2$  称为**耦合电容**,  $C_S$  称为**旁路电容**, 它们起到为交流输入信号「隔直」的作用。但对低频交流信号,隔直电容并不能完全看作导线,从而对低频增益造成影响。

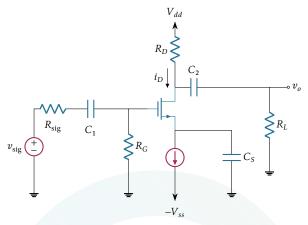


图 4.8: 一个典型的 CS 放大电路

• 考虑  $C_1$  的作用,有

$$v_G = \frac{R_G}{R_{sig} + \frac{1}{sC_1} + R_G} v_{sig} = v_{sig} \frac{R_G}{R_{sig} + R_G} \frac{s}{s + \frac{1}{C_1(R_{sig} + R_G)}}$$

其向电路传函贡献了一个高通项,零点  $\omega_{L1} = \frac{1}{C_1(R_{sig} + R_G)}$ 。

• 考虑 C<sub>2</sub> 的作用, 有

$$v_{out} = -i_d \frac{R_D R_L}{R_D + R_L + \frac{1}{sC_2}} = -i_d R_L \frac{s}{s + \frac{1}{C_2(R_D + R_L)}}$$

其也向电路传函贡献了一个高通项,零点  $\omega_{L2} = \frac{1}{C_2(R_D + R_L)}$ 。

• 考虑  $C_S$  的作用, 有

$$v_G - g_m v_{gs} \frac{1}{sC_S} = v_{gs} \implies v_{gs} = v_G \frac{s}{s + \frac{g_m}{C_S}}$$

其也向电路传函贡献了一个高通项,零点 $\omega_{L3} = \frac{g_m}{C_S}$ 。

在高频部分,MOS 管栅极和衬底极之间的氧化物电容将导通,不再有  $i_G=0$ ,此时 NMOS 管的高频小信号模型如图 4.9 所示,其中相比于一般小信号模型所多出的两个电容  $C_{gs}$ 、 $C_{gd}$  将对高频增益造成影响。将图 4.8 改写为高频交流形式如图 4.10,注意到

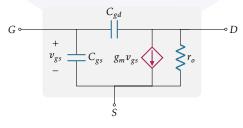


图 4.9: 高频小信号混合  $\pi$  模型

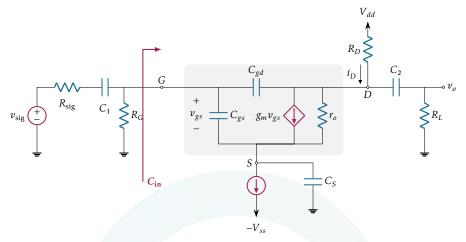


图 4.10: 图 4.8 中 CS 放大电路的高频交流等效形式

$$\begin{aligned} v_{\text{out}} &= (-g_{m}v_{gs} + i_{gd}) \cdot (R_{L} \parallel R_{D} \parallel r_{o}) \frac{g_{m}v_{gs} \gg i_{gd}}{R'_{L} := R_{L} \parallel R_{D} \parallel r_{o}} - g_{m}v_{gs}R'_{L} \\ \implies i_{gd} &= (v_{gs} - v_{\text{out}})sC_{gd} = (1 + g_{m}R'_{L})sC_{gd}v_{gs} \\ \implies i_{\text{in}} &= i_{gs} + i_{gd} = \left(C_{gs} + C_{gd}(1 + g_{m}R'_{L})\right)sv_{gs} \end{aligned}$$

即可定义  $C_{in} = C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R_L^{\prime})$ , 进而

$$G_{v} = \frac{v_{o}}{v_{\rm sig}} = \frac{-g_{m}v_{gs}R'_{L}}{v_{\rm sig}} = \frac{-g_{m}R'_{L}}{v_{\rm sig}} \frac{v_{G\_TH}}{1 + sR_{G\_TH}C_{\rm in}} = -\frac{g_{m}R'_{L}R_{G}}{R_{\rm sig} + R_{G}} \frac{1}{1 + sR_{G\_TH}C_{\rm in}}$$

其中  $R_{G\_TH} = R_{\text{sig}} \parallel R_B$ ,  $v_{G\_TH} = \frac{R_B}{R_{\text{sig}} + R_B} v_{\text{sig}}$ , 标红项  $\frac{1}{1 + sR_{G\_TH}C_{\text{in}}}$  即是向电路增益贡献的低通项,极点  $\omega_{H1} = \frac{1}{R_{G\_TH}C_{\text{in}}}$ 。

#### 4.4 晶体管模块实例

#### 4.4.1 电流镜

最简单的电流镜形式如图 4.11a 所示。其中,不考虑 Early 效应,若做到两个 BJT 完全相同,即  $\beta_{Q_1}=\beta_{Q_2}=\beta$ ,就有

$$I_{\text{ref}} = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2} = I_{C1} + \frac{I_{C1}}{\beta} + \frac{I_{C2}}{\beta} \xrightarrow{I_{\text{out}} = I_{\text{Se}} \frac{v_{BE}}{V_T}} \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) I_{\text{out}} \implies \frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{ref}}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta}} \xrightarrow{\beta \to \infty} 1$$

若  $Q_2$  的发射结面积是  $Q_1$  的 m 倍, 即  $I_{S2}=mI_{S1}$ , 则有

$$I_{\mathrm{ref}} = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2} = I_{C1} + \frac{I_{C1}}{\beta} + \frac{I_{C2}}{\beta} \xrightarrow{I_{\mathrm{out}} = I_{S2} \mathrm{e}^{\frac{v_{BE}}{V_T}}} \left(1 + \frac{1}{m\beta} + \frac{1}{\beta}\right) I_{\mathrm{out}} \quad \Longrightarrow \quad \frac{I_{\mathrm{out}}}{I_{\mathrm{ref}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{m\beta} + \frac{1}{\beta}} \xrightarrow{\beta \to \infty} m$$

此即一个根据  $I_{\text{ref}}$  和 m 确定的电流源。写出小信号模型可知,其输出等效电阻即为  $r_{o2}$ ,不考虑 Early 效应时可视为  $R_{\text{out}} = \infty$ 。事实上,即使考虑 Early 效应,也可算出  $\frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{ref}}} = \frac{m}{1 + \frac{1 + m}{\beta}} \left(1 + \frac{V_{\text{out}} - V_{BE}}{V_{A2}}\right)$ ,只需控制

 $V_{\text{out}} = V_{BE}$  即可在电流大小上与无 Early 效应时一致。

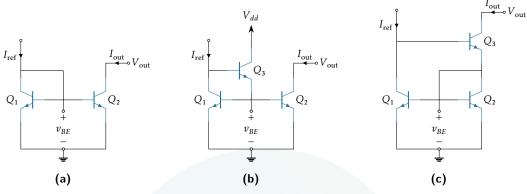


图 4.11: BJT 电流镜

## 4.4.2 差分对



x

