

# Basic Engineering Circuit Analysis

## 电子电路启蒙教程

T<sup>T</sup>T

2024 年 5 月 10 日

### 目录

4 非线性器件	2	4.2.3 BJT 直流分析	7
4.1 $pn$ 结与二极管	2	4.2.4 BJT 交流分析	7
4.1.1 $p$ 型半导体与 $n$ 型半导体	2	4.3 金属—氧化物—半导体场效应晶体管 (MOSFET)	8
4.1.2 $pn$ 结	3	4.3.1 MOSFET 的结构与原理	8
4.1.3 $pn$ 结二极管	3	4.3.2 MOSFET 的端口特性	8
4.1.4 特殊的二极管	4	4.3.3 MOSFET 的交流增益	9
4.2 双极结式晶体管 (BJT)	4	4.3.4 MOSFET 的频率响应	10
4.2.1 BJT 的结构与原理	4	4.4 晶体管模块实例	12
4.2.2 BJT 的端口特性	6	4.4.1 电流镜	12
		4.4.2 差分对	13

## 4 非线性器件

### 4.1 $pn$ 结与二极管

#### 4.1.1 $p$ 型半导体与 $n$ 型半导体

硅晶体中, 在 0 K 下每个硅原子周边成 4 根共价键, 价电子全部约束在共价键内, 称为**本征硅**; 温度升高, 电子逃逸成为**自由电子** ( $n$ ), 在其母原子周围留下**空穴** ( $p$ )。当加上电场时, 自由电子将定向移动, 空穴临近位置的约束电子也可能填补空穴, 在其原位置产生新的空穴, 形成空穴的「移动」。因此, 在半导体中有两种**载流子**: 带一个单位负电荷的自由电子, 和带一个单位正电荷的空穴。其中含量多的称为**多数载流子**, 简称**多子**; 含量少的称为**少数载流子**, 简称**少子**。

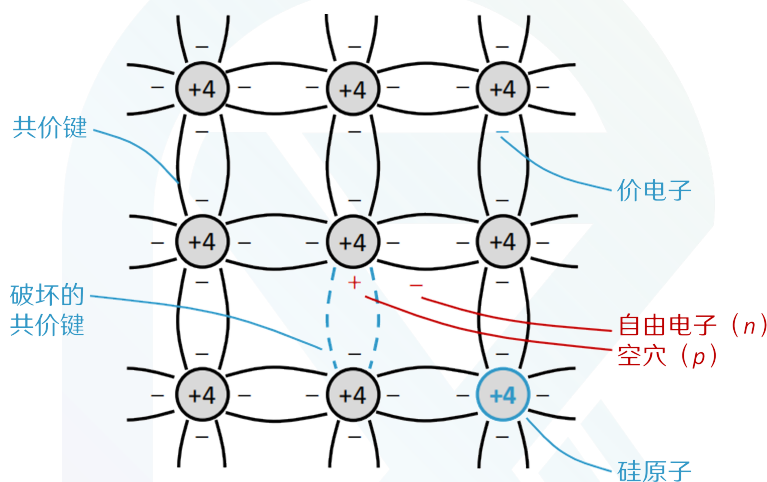


图 4.1: 半导体中的载流子

但纯硅晶体中载流子的浓度太低, 无法传导明显的电流。为提高载流子的浓度, 往往对硅晶体**掺杂**, 即引入价电子数不同的杂质原子。

- 引入 5 价原子 (如 P), 每个杂质原子可额外贡献一个自由电子, 会使自由电子浓度增大, 形成  **$n$  型半导体**。 $n$  型半导体中, 多子为自由电子, 少子为空穴。
- 引入 3 价原子 (如 B), 每个杂质原子可从临近原子接受一个电子, 从而额外产生一个空穴, 形成  **$p$  型半导体**。 $p$  型半导体中, 多子为空穴, 少子为自由电子。

半导体中载流子 (自由电子和空穴) 的运动产生电流。由电场作用产生的电流称为**漂移电流**, 其电流密度与载流子的电荷量、浓度、迁移率成正比, 即有

漂移电流

drift current

$$J_p = q_e p \mu_p E, \quad J_n = q_e n \mu_n E$$

其中  $p$  和  $n$  就分别是空穴和自由电子的浓度,  $\mu_p$  和  $\mu_n$  分别是空穴和自由电子的迁移率, 而总电流密度就是

$$J = J_p + J_n = q_e (p \mu_p + n \mu_n) E$$

即电导率为  $\sigma = \frac{J}{E} = q_e (p \mu_p + n \mu_n)$ 。

由载流子顺浓度梯度的扩散产生的电流称为**扩散电流**, 其电流密度与载流子的电荷量、扩散常数和浓度梯度成正比, 即有

$$J_p = -q_e D_p \nabla p, \quad J_n = -q_e D_n \nabla n$$

其中  $D_p$  和  $D_n$  分别是空穴和自由电子的扩散常数, 满足  $\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = V_T$ , 这个比值称为**热电压**, 其值为  $V_T = \frac{kT}{q_e}$ , 其中  $k \approx 1.3806488 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  为 Boltzmann 常数。温度取 300 K 时, 热电压的值为  $2.585 \times 10^{-2} \text{ V}$ 。

#### 4.1.2 pn 结

将  $p$  型半导体与  $n$  型半导体靠在一起, 接触位置会发生两种载流子的扩散: 空穴向  $n$  型半导体扩散, 自由电子向  $p$  型半导体扩散, 使得  $n$  型半导体一侧电势稍高于  $p$  型半导体一侧, 形成**耗尽层**并建立起电场。该电场会在耗尽层产生**势垒电压**, 其值为

$$V_0 = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$$

其中  $N_A$  和  $N_D$  分别是  $p$  型半导体与  $n$  型半导体中的掺杂浓度。该电压会阻碍空穴和自由电子的扩散, 因此需要加上直流偏压。

**A) 正向偏置电压** 外加电场的方向与内建电场的方向相反。此时, 外加电压将使得耗尽层  $n$  侧正电荷减少,  $p$  侧负电荷减少, 耗尽层变薄。同时,  $p$  型半导体中空穴增多,  $n$  型半导体中自由电子增多, 因而顺外加电压方向可以产生较大的扩散电流。

**B) 反向偏置电压** 外加电场的方向与内建电场的方向相同。

#### 4.1.3 pn 结二极管

##### 元件 4.1. 二极管 (diode)

记号  (Do)

特性 具有单向导通性, 伏安特性为  $i = I_S (e^{\frac{v}{V_T}} - 1)$  ( $v \geq 0$ )。

这个伏安特性近似也可以写成  $v \approx V_T \ln \frac{i}{I_S}$  ( $i \geq 0$ )。在基尔霍夫定律方程中出现这样的项, 往往会将线性方程变为没有解析解的超越方程。因而, 需要对二极管进行线性建模。

**A) 恒压降模型** 认为导通后电流随电压变化极快, 各电流对应电压视作常量  $v_D$ 。则导通后, 二极管可视为一个顺导通方向恒有  $v_D$  压降的直流恒压源。

**B) 小信号模型** 1

##### 元件 4.2. 齐纳二极管

记号  (zDo)

特性 在反向「breakdown」区工作。

## 4.1.4 特殊的二极管

## 元件 4.3. 发光二极管 (LED)

记号  (leDo)

特性 具有二极管的一般特性, 同时导通时将电信号转化为光信号。



## 元件 4.4. 光电二极管 (photodiode)

记号  (pDo)

特性

## 4.2 双极结式晶体管 (BJT)

## 元件 4.5. BJT

记号  $nnp$  型 BJT 记为  ( $nnp$ ),  $pnnp$  型 BJT 记为  ( $pnnp$ )。

特性 见 4.2.2 节。

## 4.2.1 BJT 的结构与原理

如图 4.2,  $nnp$  型 BJT 由三个半导体区域组成: **发射极区** (E,  $n$  型)、**基极区** (B,  $p$  型) 和 **集电极区** (C,  $n$  型)。 $pnnp$  型 BJT 各区域的半导体材料相反。相邻两个区域相接构成  $pn$  结, 即形成**发射结** (EBJ) 和**集电结** (CBJ)。

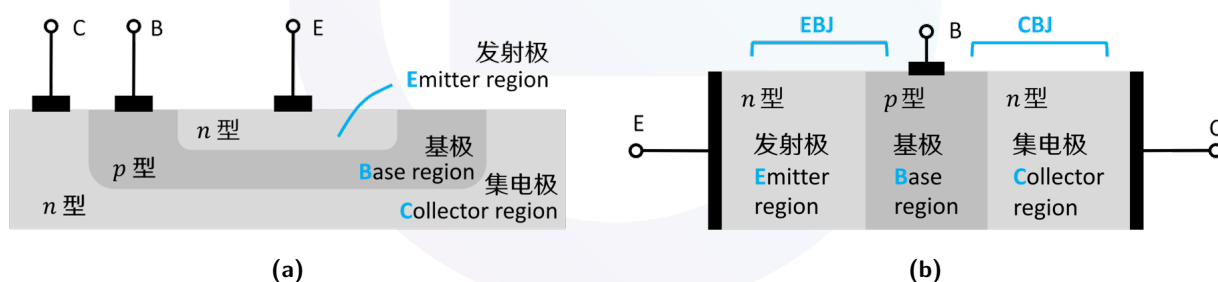


图 4.2:  $nnp$  型 BJT 的横截面结构示意图

按照两个  $pn$  结的通断特性, BJT 有如表 4.1 所示的四种工作模式。下面以  $nnp$  型 BJT 为例, 对它的各模式电路进行分析。

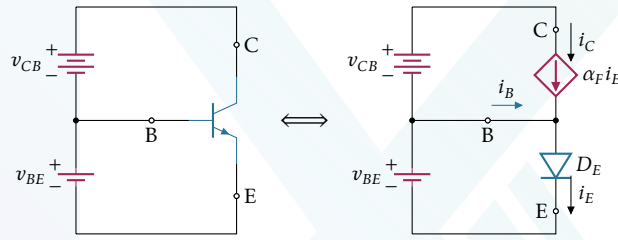
**A) 正激活 Active 模式** EBJ 上有正向偏压, CBJ 上有反向偏压, 即  $v_{BE} > 0$ ,  $v_{BC} < 0$ 。其集电极电流  $i_C$ 、基极电流  $i_B$ 、发射极电流  $i_E$  分别为

表 4.1: BJT 的工作模式

模式	EBJ	CBJ
截止 Cutoff	反偏电压	反偏电压
饱和 Saturation	正偏电压	正偏电压
正激活 Active	正偏电压	反偏电压
反激活 Reverse active	反偏电压	正偏电压

$$\begin{aligned}
 i_C &= I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}}, & \text{其中 } I_S &= \frac{A_E q D_n n_i^2}{N_A W} \\
 i_B &= \frac{i_C}{\beta_F} = \frac{I_S}{\beta_F} e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \\
 i_E &= \frac{i_C}{\alpha_F} = \frac{I_S}{\alpha_F} e^{\frac{v_{BE}}{V_T}}, & \text{其中 } \alpha_F &= \frac{\beta_F}{\beta_F + 1}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

其电路可有等效替代如下:



公式中,  $\beta_F$  的典型值在 50 ~ 200 之间, 则  $\alpha_F \approx 1$ 。

**B) 反激活 Reverse active 模式** EBJ 上有反向偏压, CBJ 上有正向偏压, 即  $v_{BE} < 0$ ,  $v_{BC} > 0$ 。其集电极电流  $i_C$ 、基极电流  $i_B$ 、发射极电流  $i_E$  的关系与上面类似, 即

$$\begin{aligned}
 i_E &= I_S e^{\frac{v_{BC}}{V_T}}, & \text{其中 } I_S &= \frac{A_E q D_n n_i^2}{N_A W} \\
 i_B &= \frac{i_E}{\beta_R} = \frac{I_S}{\beta_R} e^{\frac{v_{BC}}{V_T}} \\
 i_C &= \frac{i_E}{\alpha_R} = \frac{I_S}{\alpha_R} e^{\frac{v_{BC}}{V_T}}, & \text{其中 } \alpha_R &= \frac{\beta_R}{\beta_R + 1}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

不同的是,  $\alpha_R$  约为 0.01 ~ 0.05。

**C) 饱和 Saturation 模式** EBJ、CBJ 上均是正向偏压, 即  $v_{BE} > 0$ ,  $v_{BC} > 0$ 。此时有

$$i_C = \left( \alpha_F - \frac{1}{\alpha_R} \right) I_S \left( e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + \alpha_F i_E \tag{4.3}$$

可见当  $v_{BC}$  增大时, 由  $\alpha_F - \frac{1}{\alpha_R} < 0$ , 知  $i_C$  减小。

### 4.2.2 BJT 的端口特性

**A) BJT 的伏安特性** 显见其服从基尔霍夫定律。此外, 由上面分析可知三个端口电流的关系, 以下即仅分析  $i_C$ 。

**$i_C - v_{BE}$  特性** 由  $i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T}$  可直接得出。

**$i_C - v_{CB}$  特性** 固定  $i_E$ , Active 模式下,  $i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T}$  与  $v_{CB}$  无直接关系,  $i_C - v_{CB}$  曲线是一条与  $i_C$  轴交于  $\alpha_F i_E$  处的水平线; 反号后  $v_{BC}$  继续增大进入 Saturation 模式, 当  $v_{BC}$  增大时, 由  $\alpha_F - \frac{1}{\alpha_R} < 0$ , 知

$i_C = \left(\alpha_F - \frac{1}{\alpha_R}\right) I_S \left(e^{v_{BC}/V_T} - 1\right) + \alpha_F i_E$  减小。此外, 当  $v_{CB}$  过大致使反偏  $pn$  结击穿时,  $i_C$  即随  $v_{CB}$  增大。

**$i_C - v_{CE}$  特性** 固定  $i_E$  (也即固定  $v_{BE}$ ), 由  $v_{CE} = v_{BE} + v_{CB}$ , 容易得到  $i_C - v_{CE}$  特性曲线与  $i_C - v_{CB}$  曲线的关系。

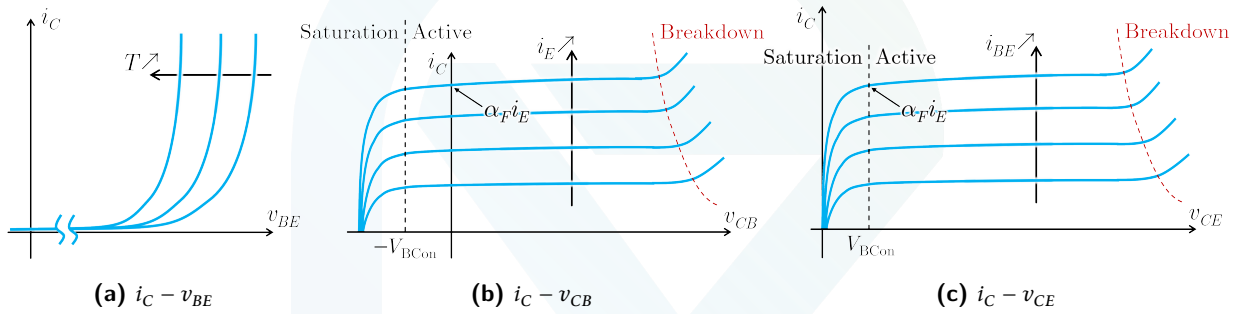


图 4.3: npn 型 BJT 的伏安特性曲线

实际上, npn 型 BJT 的  $i_C - v_{CE}$  特性曲线没有上面那么完美, 在 Active 模式区域其并不水平, 而是有轻微的上翘, 即 Active 模式下  $i_C$  仍是与  $v_{CE}$  有关的:

$$i_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}} \left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A}\right) \quad (4.4)$$

式中  $V_A$  称为 **Early 电压**, 这个现象称为 **Early 效应**。

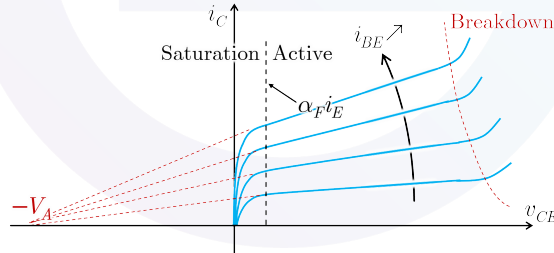


图 4.4: 考虑 Early 效应时 npn 型 BJT 的  $i_C - v_{CE}$  特性曲线

Early 效应产生自 Active 模式下从集电极看去的电阻不为无穷, 即集电极的流控流源上并联有电阻  $r_0$ 。

对  $i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T} \left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A}\right)$  求导, 有

$$r_0 = \left( \frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}} \bigg|_{v_{BE}} \right)^{-1} = \frac{V_A + V_{CE}}{I_C} \approx \frac{V_A}{I_C}$$

nnp 型 BJT 的  $i_C - v_{CE}$  上, Saturation 区域中更靠近  $v_{CE} = 0$  的区域中曲线斜率会有明显的增大, 这块区

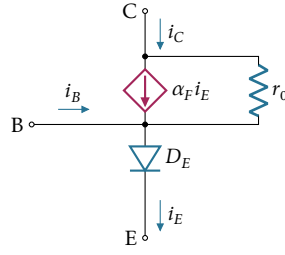


图 4.5: 考虑 Early 效应的 npn 型 BJT 的 Active 模式模型

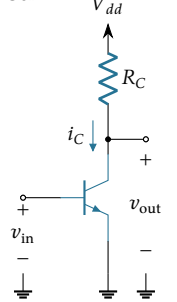
域称为 Deeper Saturation 区（深度饱和区）。此区域中，不同于先前的大信号  $\beta$  ( $\beta_{DC} = \frac{I_C}{I_B} = \beta_F$ )，定义小信号  $\beta$  为  $\beta_{AC} = \frac{\Delta i_C}{\Delta i_B} \Big|_{v_{CE}}$ 、强制  $\beta$  为  $\beta_{forced} = \frac{i_C}{i_B} \Big|_{v_{CE}}$ ，这两个  $\beta$  比大信号  $\beta$  小不少。

此外，深度饱和区中，可以近似有  $v_{CEsat} = v_{CEoff} + I_{Csat} R_{CEsat}$ ，其中  $R_{CEsat} = \frac{\partial v_{CE}}{\partial i_C} \Big|_{i_B=I_B, i_C=I_{Csat}}$ 。

一般取临界饱和区  $V_{CEsat} = 0.3 \text{ V}$ ，深度饱和区  $V_{CEsat} = 0.2 \text{ V}$ 。

**B) BJT 的传递特性** npn 型 BJT 的传递特性，一般考虑的是  $v_{CE}-v_{BE}$  传递特性。在 Cutoff 模式， $v_{BE} < v_{BEon}$ ；在 Saturation 模式， $v_{BE} > v_{BEon}$ ， $v_{BC} = v_{BE} - v_{CE} > v_{BCon}$ ， $v_{CE}$  电压也呈水平，电压值下降至  $v_{CEsat}$ ；在 Active 模式下， $v_{BE} > v_{BEon}$ ， $v_{BC} = v_{BE} - v_{CE} < v_{BCon}$ 。一般取这两个阈值电压  $v_{BEon} = 0.5 \text{ V}$ ， $v_{BCon} = 0.4 \text{ V}$ 。考虑在如右电路中进行定量分析：

- $v_{BE} < v_{BEon}$  时，BJT 工作在 Cutoff 模式， $i_C = 0$ ， $v_{out} = v_{CE} = V_{dd}$ ；
- $v_{BE} > v_{BEon}$ ， $v_{BC} = v_{BE} - v_{CE} < v_{BCon}$  时，BJT 工作在 Active 模式下，有  $i_C = I_S e^{v_{BE}/V_T}$ ，则  $v_{out} = V_{dd} - i_C R_C = V_{dd} - R_C I_S e^{v_{in}/V_T}$ ；
- $v_{BC} = v_{BE} - v_{CE} = v_{in} - v_{out} > v_{BCon}$  时，即  $v_{out} < v_{in} - v_{BCon}$  时，BJT 工作在 Saturation 模式， $v_{out} = V_{CEsat}$ ， $I_{Csat} = \frac{V_{dd} - V_{CEsat}}{R_C}$ 。



#### 4.2.3 BJT 直流分析

BJT 工作在 Cutoff 模式下和 Saturation 模式下时，其通断行为为一个受  $v_{in}$  控制的开关。

BJT 工作在 Active 模式时，若直接解 KVL、KCL 方程，由于有  $I_C = I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_T}}$  等超越式，方程一般没有解析解。一般取  $|V_{BE}| = 0.7 \text{ V}$ ，替代超越式列方程求解。

#### 4.2.4 BJT 交流分析

在  $v_{BE}-v_{CE}$  传递曲线中，Active 模式区域中有一段斜率变化不大的曲线。加直流偏置电压  $V_{BE}$  偏置到该区域中静态工作点 Q，然后加交流小信号，则输出的交流成分是交流小信号依 Q 处斜率的放大信号，增益可有估计

$$A_v = \frac{dv_o}{dv_{in}} \Big|_{v_{in}=V_{BE}} = -\frac{1}{V_T} R_C I_S e^{v_{BE}/V_T} = -\frac{I_C R_C}{V_T} = -\frac{V_{dd} - V_{CE}}{V_T} > -\frac{V_{dd} - V_{CEsat}}{V_T}$$

偏置点 Q 的选取，或者说偏置电压  $V_{BE}$  的取值，对上面所述的放大过程十分重要。

**定量分析** 设 BE 上输入电压  $v_{in} = V_{BE} + v_{be} \sin(\omega t + \varphi)$ , 则由 Active 模式电流关系即有

$$i_C = I_S e^{V_T^{-1} v_{BE}} = I_S e^{V_T^{-1} (V_{BE} + v_{be} \sin(\omega t + \varphi))} \stackrel{I_C = I_S e^{V_T^{-1} V_{BE}}}{=} I_C e^{V_T^{-1} v_{be} \sin(\omega t + \varphi)}$$

$$\stackrel{v_{be} \ll V_T}{=} I_C \left( 1 + \frac{1}{V_T} v_{be} \sin(\omega t + \varphi) \right) = I_C + \frac{I_C}{V_T} v_{be} \sin(\omega t + \varphi)$$

定义电路的**跨导值**

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \left. \frac{\partial i_C}{\partial v_{BE}} \right|_{i_C = I_C} \quad (4.5)$$

进一步, 代入可求

$$v_o = V_{dd} - i_C R_C = V_{dd} - I_C R_C - \frac{I_C}{V_T} R_C v_{be} \sin(\omega t + \varphi) = V_{CE} - g_m R_C v_{be} \sin(\omega t + \varphi)$$

于是

$$A_v = \frac{v_o|_{AC}}{v_{in}|_{AC}} = -g_m R_C \quad (4.6)$$

考虑自输入端 (基极) 看去的输入阻值, 其为  $R_{in} = \frac{\Delta v_{in}}{\Delta i_{in}} = \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta i_B}$ 。由  $i_B = \frac{i_C}{\beta} = \frac{I_C}{\beta} + \frac{1}{\beta} \frac{I_C}{V_T} v_{in,AC}$ , 知  $\Delta i_B = \frac{1}{\beta} \frac{I_C}{V_T} v_{in,AC} = \frac{1}{\beta} g_m v_{AC}$ , 进而有

$$R_{in} = \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta i_B} = \frac{v_{in,AC}}{\Delta i_B} = \frac{V_T}{I_B} = \frac{\beta}{g_m} \quad (4.7)$$

### 4.3 金属—氧化物—半导体场效应晶体管 (MOSFET)

#### 元件 4.6. MOSFET

记号  (nmos, bulk)  (pmos, bulk)

特性

#### 4.3.1 MOSFET 的结构与原理

#### 4.3.2 MOSFET 的端口特性

**A)  $i_D - v_{DS}$  特性** 随  $v_{DS}$  增大, 在沟道夹断之前  $i_D$  不断增大, 直到  $v_{GS} - v_{DS} = V_{th}$  后沟道夹断,  $i_D$  不再变化。达到  $v_{GS} - v_{DS} = V_{th}$  之前, 称该 NMOS 管工作在 **Triode 区** (「三极管区」); 达到  $v_{GS} - v_{DS} = V_{th}$  之后, 称该 NMOS 管工作在 **Saturation 区** (「饱和区」)。

在 Triode 区, 有



$$i_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[ (v_{GS} - V_{th})v_{DS} - \frac{1}{2}v_{DS}^2 \right] \quad (4.8)$$

其中  $\frac{W}{L}$  即沟道的宽高比；基于这个式子，定义**过驱动电压**  $v_{OV} = v_{GS} - V_{th}$ ，**跨导参数**  $k_n = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}$ 。当  $v_{DS} \rightarrow 0$  时，略去高次小项，上式变为  $i_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_{th})v_{DS} = k_n (v_{GS} - V_{th})v_{DS}$ ，于是可以定义此时 NMOS 管的等效电阻  $r_{DS} = \frac{1}{k_n (v_{GS} - V_{th})}$ 。

在 Saturation 区， $i_D$  将保持两区交界处的饱和值，即向 4.8 式代入  $v_{DS} = v_{DSsat} = v_{GS} - V_{th}$ ，有

$$i_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_{th})^2 \quad (4.9)$$

实际上，Saturation 区沟道夹断之后还会随  $v_{DS}$  增大继续缩短，即会有

$$i_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L - \Delta L} (v_{GS} - V_{th})^2 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L \left(1 - \frac{\Delta L}{L}\right)} (v_{GS} - V_{th})^2$$

$$\stackrel{\Delta L \ll L}{\approx} \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right) (v_{GS} - V_{th})^2$$

而  $\Delta L \propto v_{DS}$ ，设比例系数为  $\frac{1}{V_A}$ ，则

$$i_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_{th})^2 \left(1 + \frac{v_{DS}}{V_A}\right) \quad (4.10)$$

这称为**沟道长度调制效应**，也沿用 BJT 中的名词称为 **Early 效应**，其中  $V_A$  称为 **Early 电压**。考虑 Early 效应时，Saturation 区各  $v_{GS}$  下的  $i_D - v_{DS}$  曲线（直线）相交于  $v_{DS} = -V_A$  处。

**B)  $i_D - v_{GS}$  特性** 固定  $v_{DS}$ ，则由上知  $i_D - v_{GS}$  关系为

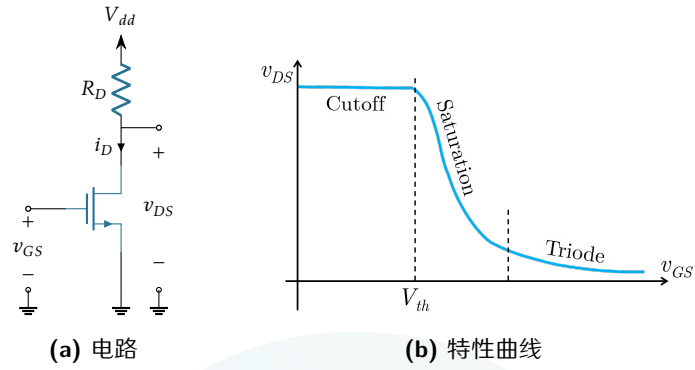
$$i_D = \begin{cases} 0, & v_{GS} < V_{th}, \\ \frac{1}{2} k_n (v_{GS} - V_{th})^2, & V_{th} < v_{GS} < V_{th} + v_{DS}, \\ k_n \left[ (v_{GS} - V_{th})v_{DS} - \frac{1}{2}v_{DS}^2 \right], & v_{GS} > V_{th} + v_{DS}. \end{cases}$$

其中，通常更重要的是  $v_{GS} < V_{th} + v_{DS}$ ，即在 Saturation 区中的部分。

**C)  $v_{DS} - v_{GS}$  特性** 基于图 4.6a 所示电路，由前面的伏安特性容易得到  $v_{DS} - v_{GS}$  关系，其可分为 Cut-off、Saturation、Triode 三个区，如图 4.6b 所示。

### 4.3.3 MOSFET 的交流增益

在  $v_{DS} - v_{GS}$  传递曲线中，Saturation 区域中有一段斜率变化不大的曲线。加直流偏置电压  $V_{GS}$  偏置到该区域中**静态工作点** Q，然后加交流小信号，则输出的交流成分是交流小信号依 Q 处斜率的放大信号。

图 4.6: NMOS 管的  $v_{DS} - v_{GS}$  特性

在 Saturation 区内, 据晶体管的特性有

$$i_D = \frac{1}{2}k_n(V_{GS} + v_{in,AC} - V_{th})^2 = \frac{1}{2}k_n(V_{GS} - V_{th})^2 + k_n(V_{GS} - V_{th})v_{in,AC} + \frac{1}{2}k_nv_{in,AC}^2$$

$$\frac{\frac{1}{2}v_{in,AC} \ll V_{GS} - V_{th}}{I_D + k_n(V_{GS} - V_{th})v_{in,AC}}$$

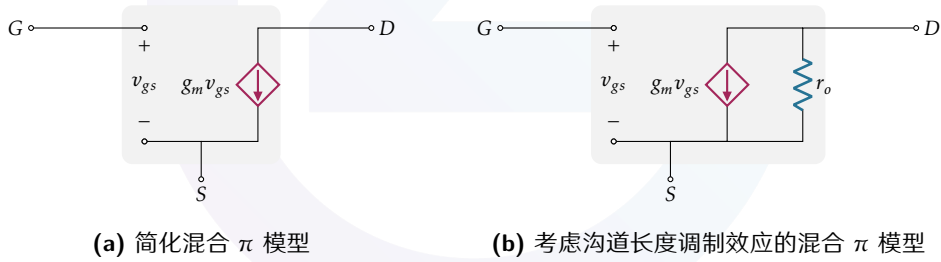
其中定义跨导参数为

$$g_m = k_n(v_{in} - V_{th}) \quad (4.11)$$

基于图 4.6a 所示电路, 由  $v_{out} = V_{dd} - \frac{1}{2}k_n(v_{in} - V_{th})^2 R_D$ , 即有电压增益

$$A_v = \left. \frac{dv_{out}}{dv_{in}} \right|_{v_{in}=V_{GS}} = -k_n(v_{in} - V_{th})R_D = -g_m R_D$$

NMOS 管的小信号混合  $\pi$  模型如图 4.7。

图 4.7: 小信号混合  $\pi$  模型

#### 4.3.4 MOSFET 的频率响应

如图 4.8 所示是一个典型的 CS 放大电路, 其中  $C_1$ ,  $C_2$  称为耦合电容,  $C_S$  称为旁路电容, 它们起到为交流输入信号「隔直」的作用。但对低频交流信号, 隔直电容并不能完全看作导线, 从而对低频增益造成影响。

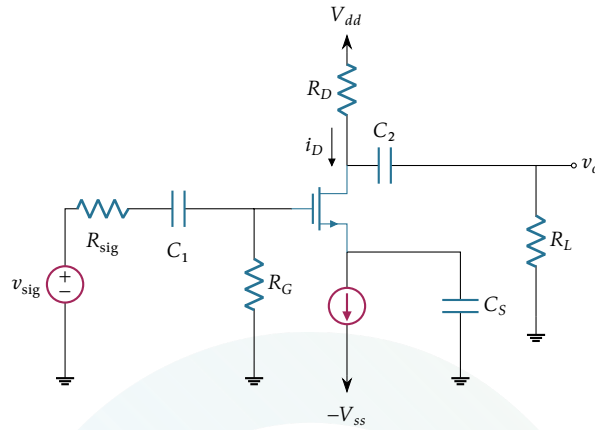


图 4.8: 一个典型的 CS 放大电路

- 考虑  $C_1$  的作用, 有

$$v_G = \frac{R_G}{R_{sig} + \frac{1}{sC_1} + R_G} v_{sig} = v_{sig} \frac{R_G}{R_{sig} + R_G} \frac{s}{s + \frac{1}{C_1(R_{sig} + R_G)}}$$

其向电路传函贡献了一个高通项, 零点  $\omega_{L1} = \frac{1}{C_1(R_{sig} + R_G)}$ 。

- 考虑  $C_2$  的作用, 有

$$v_{out} = -i_d \frac{R_D R_L}{R_D + R_L + \frac{1}{sC_2}} = -i_d R_L \frac{s}{s + \frac{1}{C_2(R_D + R_L)}}$$

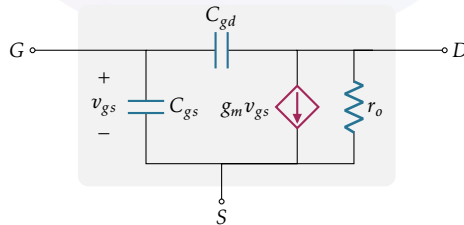
其也向电路传函贡献了一个高通项, 零点  $\omega_{L2} = \frac{1}{C_2(R_D + R_L)}$ 。

- 考虑  $C_S$  的作用, 有

$$v_G - g_m v_{gs} \frac{1}{sC_S} = v_{gs} \implies v_{gs} = v_G \frac{s}{s + \frac{g_m}{C_S}}$$

其也向电路传函贡献了一个高通项, 零点  $\omega_{L3} = \frac{g_m}{C_S}$ 。

在高频部分, MOS 管栅极和衬底极之间的氧化物电容将导通, 不再有  $i_G = 0$ , 此时 NMOS 管的高频小信号模型如图 4.9 所示, 其中相比于一般小信号模型所多出的两个电容  $C_{gs}$ 、 $C_{gd}$  将对高频增益造成影响。将图 4.8 改写为高频交流形式如图 4.10, 注意到

图 4.9: 高频小信号混合  $\pi$  模型

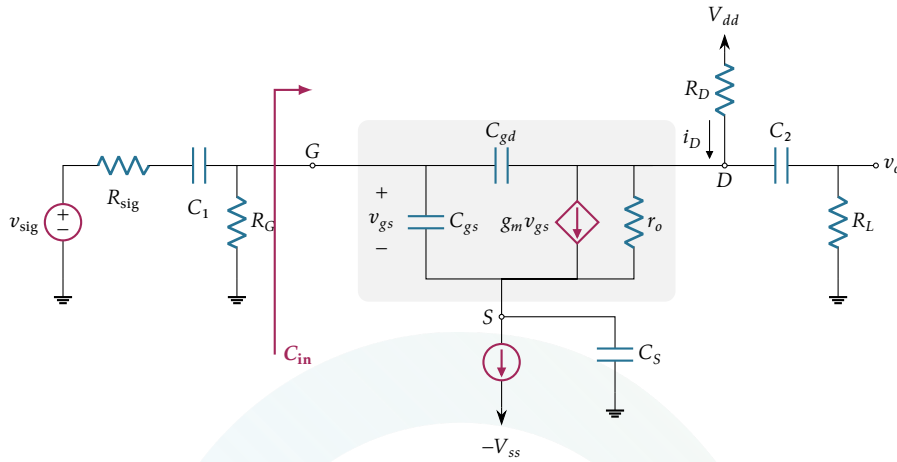


图 4.10: 图 4.8 中 CS 放大电路的高频交流等效形式

$$\begin{aligned}
 v_{\text{out}} &= (-g_m v_{gs} + i_{gd}) \cdot (R_L \parallel R_D \parallel r_o) \xrightarrow[R'_L := R_L \parallel R_D \parallel r_o]{g_m v_{gs} \gg i_{gd}} -g_m v_{gs} R'_L \\
 \Rightarrow i_{gd} &= (v_{gs} - v_{\text{out}}) s C_{gd} = (1 + g_m R'_L) s C_{gd} v_{gs} \\
 \Rightarrow i_{\text{in}} &= i_{gs} + i_{gd} = (C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R'_L)) s v_{gs}
 \end{aligned}$$

即可定义  $C_{\text{in}} = C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R'_L)$ , 进而

$$G_v = \frac{v_o}{v_{\text{sig}}} = \frac{-g_m v_{gs} R'_L}{v_{\text{sig}}} = \frac{-g_m R'_L}{v_{\text{sig}}} \frac{v_{G\_TH}}{1 + s R_{G\_TH} C_{\text{in}}} = -\frac{g_m R'_L R_G}{R_{\text{sig}} + R_G} \frac{1}{1 + s R_{G\_TH} C_{\text{in}}}$$

其中  $R_{G\_TH} = R_{\text{sig}} \parallel R_B$ ,  $v_{G\_TH} = \frac{R_B}{R_{\text{sig}} + R_B} v_{\text{sig}}$ , 标红项  $\frac{1}{1 + s R_{G\_TH} C_{\text{in}}}$  即是向电路增益贡献的低通项, 极点  $\omega_{H1} = \frac{1}{R_{G\_TH} C_{\text{in}}}$ 。

## 4.4 晶体管模块实例

### 4.4.1 电流镜

最简单的电流镜形式如图 4.11c 所示。其中, 不考虑 Early 效应, 若做到两个 BJT 完全相同, 即  $\beta_{Q_1} = \beta_{Q_2} = \beta$ , 就有

$$I_{\text{ref}} = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2} = I_{C1} + \frac{I_{C1}}{\beta} + \frac{I_{C2}}{\beta} \xrightarrow{I_{\text{out}} = I_{S2} e^{\frac{v_{BE}}{V_T}}} \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) I_{\text{out}} \Rightarrow \frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{ref}}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta}} \xrightarrow{\beta \rightarrow \infty} 1$$

若  $Q_2$  的发射结面积是  $Q_1$  的  $m$  倍, 即  $I_{S2} = m I_{S1}$ , 则有

$$I_{\text{ref}} = I_{C1} + I_{B1} + I_{B2} = I_{C1} + \frac{I_{C1}}{\beta} + \frac{I_{C2}}{\beta} \xrightarrow{I_{\text{out}} = I_{S2} e^{\frac{v_{BE}}{V_T}}} \left(1 + \frac{1}{m\beta} + \frac{1}{\beta}\right) I_{\text{out}} \Rightarrow \frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{ref}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{m\beta} + \frac{1}{\beta}} \xrightarrow{\beta \rightarrow \infty} m$$

此即一个根据  $I_{\text{ref}}$  和  $m$  确定的电流源。写出小信号模型可知, 其输出等效电阻即为  $r_{o2}$ , 不考虑 Early 效应时可视为  $R_{\text{out}} = \infty$ 。事实上, 即使考虑 Early 效应, 也可算出  $\frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{ref}}} = \frac{m}{1 + \frac{1}{\beta}} \left(1 + \frac{V_{\text{out}} - V_{BE}}{V_{A2}}\right)$ , 只需控制

$V_{\text{out}} = V_{BE}$  即可在电流大小上与无 Early 效应时一致。

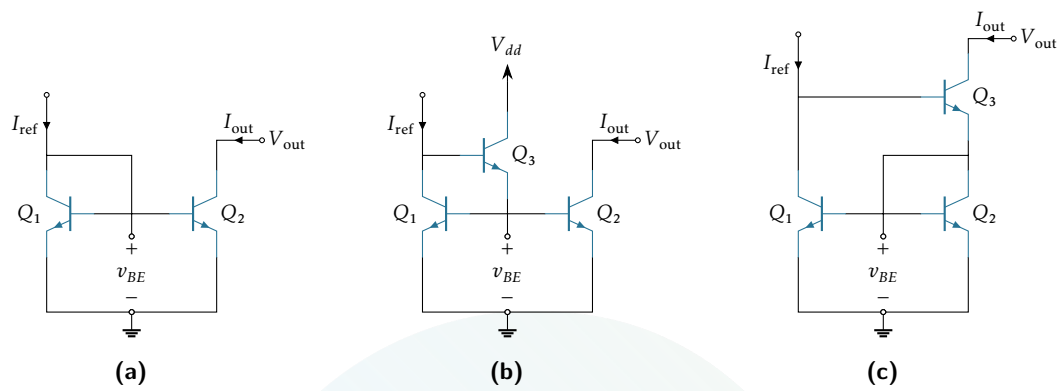


图 4.11: BJT 电流镜

## 4.4.2 差分对

x

