

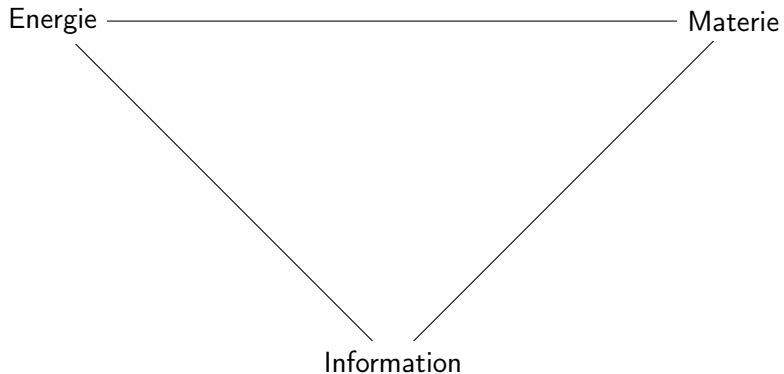
Wie viel wiegt ein Bit?

Stefan Helmert

entroserv.de

04/2020

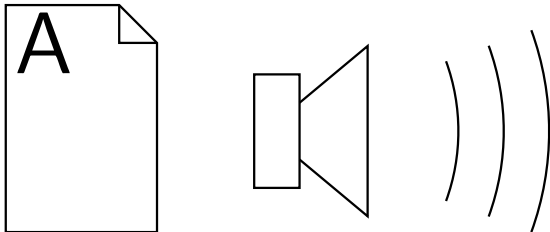
Was ist Information?



Was ist ein Signal?

Signal ist:

- ▶ Träger der Information
- ▶ physikalische Größe



Was ist Rauschen?

AWGN-Kanal (Additive White Gaussian Noise)

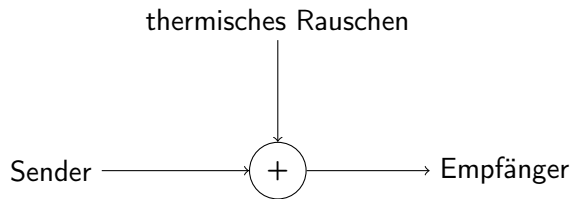
$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

φ .. Wahrscheinlichkeitsdichte

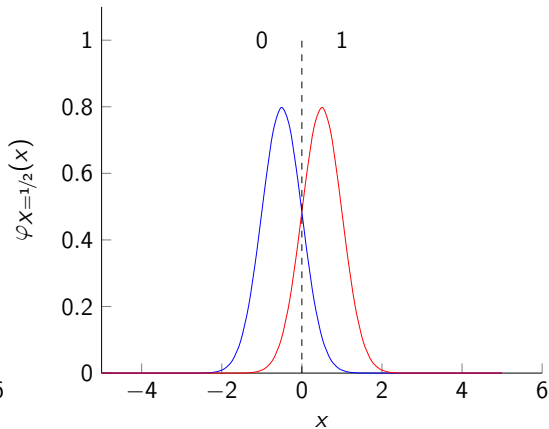
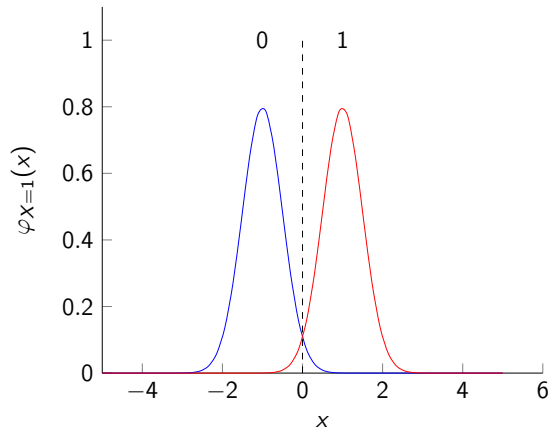
x .. Auslenkung

σ .. Varianz

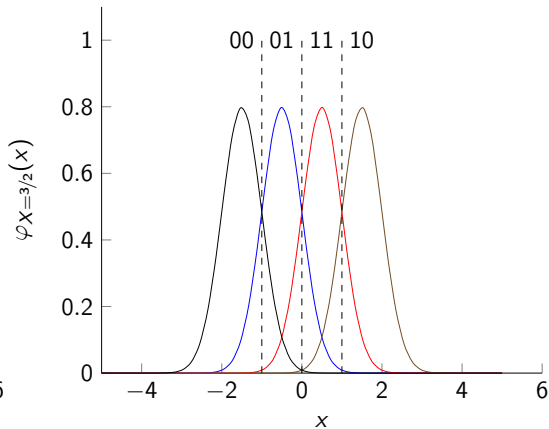
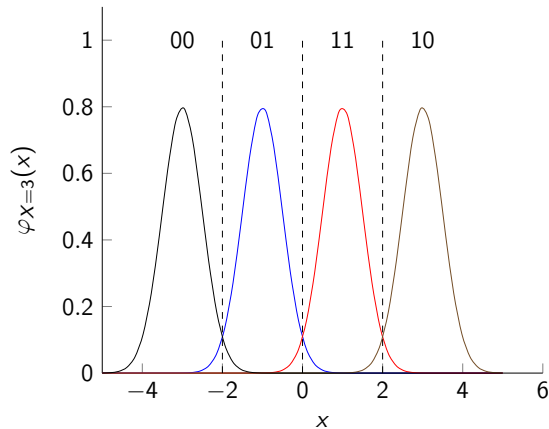
μ .. Erwartungswert



Was ist Rauschen?



Was ist Rauschen?



Kanalkapazität

$$\underbrace{C}_{\frac{\text{bit}}{\text{s}}} = \underbrace{B}_{\frac{\text{symbols}}{\text{s}}} \cdot \underbrace{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)}_{\frac{\text{symbols}}{\text{bit}}} \quad (2)$$

C .. Kanalkapazität

B .. Bandbreite

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

Informationsgehalt

$$\underbrace{I}_{\text{bit}} = \underbrace{C}_{\frac{\text{bit}}{\text{s}}} \cdot \underbrace{t}_{\text{s}} \quad (3)$$

I .. Informationsgehalt

C .. Kanalkapazität

t .. Übertragungszeit

Informationsgehalt

$$(2 \rightarrow 3) \quad \underbrace{I}_{\text{bit}} = \underbrace{B \cdot t}_{\text{symbols}} \cdot \underbrace{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)}_{\frac{\text{symbols}}{\text{bit}}} \quad (4)$$

I .. Informationsgehalt

B .. Bandbreite

t .. Übertragungszeit

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

Symbolanzahl

(4 umgestellt)

$$\underbrace{B \cdot t}_{\text{symbols}} = \frac{I}{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)} \quad (5)$$

B .. Bandbreite

t .. Übertragungszeit

I .. Informationsgehalt

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

Thermisches Rauschen

$$\underbrace{N}_{\text{W}} = \underbrace{k_B}_{\frac{\text{Ws}}{\text{symbol} \cdot \text{K}}} \cdot \underbrace{T}_{\text{K}} \cdot \underbrace{B}_{\frac{\text{symbols}}{\text{s}}} \quad (6)$$

N .. Rauschleistung

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur

B .. Bandbreite

Energie und Leistung

$$\begin{aligned}\underbrace{E}_{W_s} &= \underbrace{P}_W \cdot \underbrace{t}_s \\ E_N &= N \cdot t \\ E_S &= S \cdot t\end{aligned}\tag{7}$$

E .. Energie

P .. Leistung

t .. Zeit

E_N .. Rauschenergie

N .. Rauschleistung

E_S .. Signalenergie

S .. Signalleistung

Rauschenergie

(6 → 7)

$$\underbrace{E_N}_{\text{Ws}} = \underbrace{\frac{k_B}{\text{symbol} \cdot \text{K}}}_{\text{Ws}} \cdot \underbrace{T}_{\text{K}} \cdot \underbrace{\frac{B}{\text{symbols}}}_{\text{s}} \cdot \underbrace{t}_{\text{s}} \quad (8)$$

E_N .. Rauschenergie

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur

B .. Bandbreite

t .. Übertragungszeit

Rauschenergie

$$(5 \rightarrow 8) \quad \underbrace{E_N}_{W_s} = \underbrace{k_B}_{\frac{W_s}{\text{symbol} \cdot K}} \cdot \underbrace{T}_K \cdot \underbrace{\frac{I}{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)}}_{\text{symbols}} \quad (9)$$

E_N .. Rauschenergie

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur

I .. Informationsgehalt

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

Erforderliche Signalenergie

$$\underbrace{E_S}_{W_S} = \underbrace{\frac{S}{N}}_1 \cdot \underbrace{E_N}_{W_S} \quad (10)$$

E_S .. Signalenergie

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

E_N .. Rauschenergie

Erforderliche Signalenergie

$$(9 \rightarrow 10) \quad \underbrace{E_S}_{W_S} = \underbrace{\frac{S}{N}}_1 \cdot \underbrace{k_B}_{\frac{W_S}{\text{symbol} \cdot K}} \cdot \underbrace{T}_K \cdot \underbrace{\frac{I}{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)}}_{\text{symbols}} \quad (11)$$

E_S .. Signalenergie

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur

I .. Informationsgehalt

Erforderliche Signalenergie nach SNR

$$\frac{S}{N} = 1 \quad \rightarrow E_S = 1 \frac{\text{symbols}}{\text{bit}} \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

$$\frac{S}{N} = 3 \quad \rightarrow E_S = \frac{3}{2} \frac{\text{symbols}}{\text{bit}} \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

$$\frac{S}{N} = 7 \quad \rightarrow E_S = \frac{7}{3} \frac{\text{symbols}}{\text{bit}} \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

$$\frac{S}{N} = 0,001 \quad \rightarrow E_S \approx \frac{1000}{1442} \frac{\text{symbols}}{\text{bit}} \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

$$\frac{S}{N} = 0,000001 \rightarrow E_S \approx \frac{1000}{1443} \frac{\text{symbols}}{\text{bit}} \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

Energie für ein Bit

$$k_B \approx 1,3806504 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Ws}}{\text{symbol} \cdot \text{K}} \quad (12)$$

$$T = 300 \text{ K} \quad (13)$$

$$I = 1 \text{ bit} \quad (14)$$

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur (26°C Umgebungstemperatur)

I .. Informationsgehalt

Energie für ein Bit

$$\frac{S}{N} = 0,000001 \quad (15)$$

$$E_S \approx \frac{1000}{1443} \frac{\text{symbols}}{\text{bit}} \cdot 1,3806504 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Ws}}{\text{symbol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K} \cdot 1 \text{ bit} \quad (16)$$

$$\underline{\underline{E_S \approx 6 \cdot 10^{-21} \text{ Ws}}} \quad (17)$$

$$E = mc^2 \quad (18)$$

E .. Energie

m .. Masse

c .. Lichtgeschwindigkeit

Masse

(18 umgestellt)

$$m = \frac{E}{c^2} \quad (19)$$

m .. Masse

E .. Energie

c .. Lichtgeschwindigkeit

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (20)$$

c .. Lichtgeschwindigkeit

$$m_{\text{bit}} \approx \frac{6 \cdot 10^{-21} \text{ Ws}}{(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} \quad (21)$$

$$\underline{\underline{m_{\text{bit}} \approx 6,67 \cdot 10^{-38} \text{ kg}}} \quad (22)$$

„Der Speicherbedarf von Software verzehnfacht sich alle zehn Jahre.“

$$I_{\text{Androidupdate, Jahr 2020}} \approx 1 \cdot 10^{10} \text{ bit} \quad (23)$$

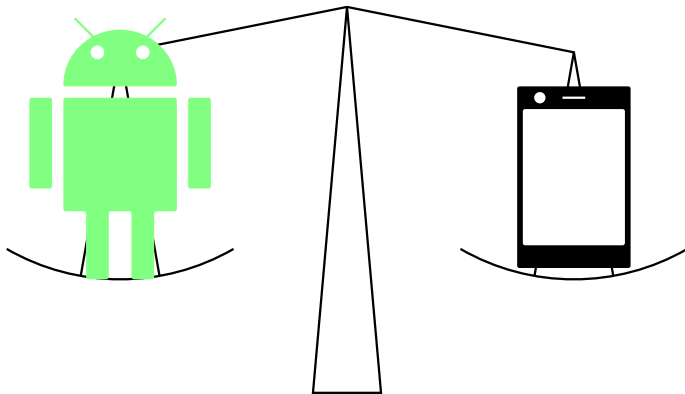
$$I_{\text{Androidupdate, Jahr 2290}} \approx 1 \cdot 10^{37} \text{ bit} \quad (24)$$

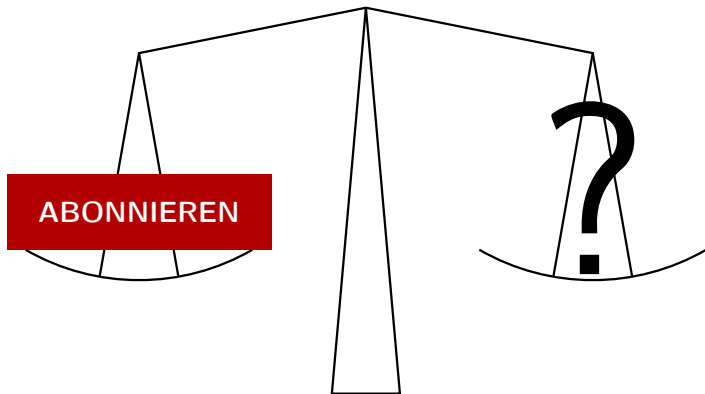
$$m_{\text{Androidupdate, Jahr 2290}} \approx 6,67 \cdot 10^{-38} \frac{\text{kg}}{\text{bit}} \cdot 1 \cdot 10^{37} \text{ bit} \quad (25)$$

$$\underline{\underline{m_{\text{Androidupdate, Jahr 2290}} \approx 667 \text{ g}}} \quad (26)$$

Moore'sches Gesetz

Im Jahr 2290 wird die Software einen maßgeblichen Beitrag an der Gesamtmasse des mobilen Endgerätes haben.





Energie und Masse gespeicherter Information

Das gilt für die Informationsübertragung.
Aber gilt das auch für gespeicherte Information?