

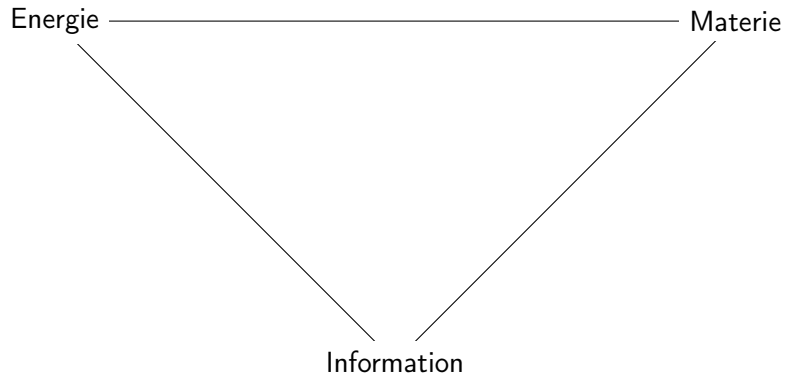
Wie viel wiegt ein Bit?

Stefan Helmert

entroserv.de

03/2020

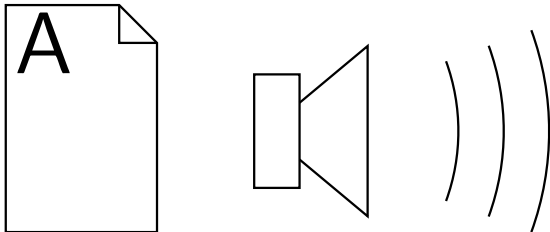
Was ist Information?



Was ist ein Signal?

Signal ist:

- ▶ Träger der Information
- ▶ physikalische Größe



Kanalkapazität

$$\underbrace{C}_{\frac{\text{bit}}{\text{s}}} = \underbrace{B}_{\frac{\text{symbols}}{\text{s}}} \cdot \underbrace{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)}_{\frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} \quad (1)$$

C .. Kanalkapazität

B .. Bandbreite

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

Informationsgehalt

$$\underbrace{I}_{\text{bit}} = \underbrace{C}_{\frac{\text{bit}}{\text{s}}} \cdot \underbrace{t}_{\text{s}} \quad (2)$$

I .. Informationsgehalt

C .. Kanalkapazität

t .. Übertragungszeit

Informationsgehalt

(1 \rightarrow 2)

$$\underbrace{I}_{\text{bit}} = \underbrace{B \cdot t}_{\text{symbols}} \cdot \underbrace{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)}_{\frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} \quad (3)$$

I .. Informationsgehalt

B .. Bandbreite

t .. Übertragungszeit

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

Symbolanzahl

(3 umgestellt)

$$\underbrace{B \cdot t}_{\text{symbols}} = \frac{I}{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)} \quad (4)$$

B .. Bandbreite

t .. Übertragungszeit

I .. Informationsgehalt

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

Thermisches Rauschen

$$\underbrace{N}_{\text{W}} = \underbrace{k_B}_{\frac{\text{Ws}}{\text{symbol} \cdot \text{K}}} \cdot \underbrace{T}_{\text{K}} \cdot \underbrace{B}_{\frac{\text{symbols}}{\text{s}}} \quad (5)$$

N .. Rauschleistung

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur

B .. Bandbreite

Energie und Leistung

$$\begin{aligned} \underbrace{E}_{W_s} &= \underbrace{P}_W \cdot \underbrace{t}_s \\ E_N &= N \cdot t \\ E_S &= S \cdot t \end{aligned} \quad (6)$$

E .. Energie

P .. Leistung

t .. Zeit

E_N .. Rauschenergie

N .. Rauschleistung

E_S .. Signalenergie

S .. Signalleistung

Rauschenergie

(5 → 6)

$$\underbrace{E_N}_{\text{Ws}} = \underbrace{k_B}_{\frac{\text{Ws}}{\text{symbol} \cdot \text{K}}} \cdot \underbrace{T}_{\text{K}} \cdot \underbrace{B}_{\frac{\text{symbols}}{\text{s}}} \cdot \underbrace{t}_{\text{s}} \quad (7)$$

E_N .. Rauschenergie

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur

B .. Bandbreite

t .. Übertragungszeit

$$(4 \rightarrow 7) \quad \underbrace{E_N}_{W_s} = \underbrace{k_B}_{\frac{W_s}{\text{symbol} \cdot K}} \cdot \underbrace{T}_K \cdot \underbrace{\frac{I}{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)}}_{\text{symbols}} \quad (8)$$

E_N .. Rauschenergie

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur

I .. Informationsgehalt

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

Erforderliche Signalenergie

$$\underbrace{E_S}_{W_S} = \underbrace{\frac{S}{N}}_1 \cdot \underbrace{E_N}_{W_S} \quad (9)$$

E_S .. Signalenergie

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

E_N .. Rauschenergie

Erforderliche Signalenergie

$$(8 \rightarrow 9) \quad \underbrace{\frac{E_S}{W_S}} = \underbrace{\frac{S}{N}}_1 \cdot \underbrace{\frac{k_B}{\frac{W_S}{\text{symbol} \cdot \text{K}}}}_{\text{symbol} \cdot \text{K}} \cdot \underbrace{\frac{T}{K}}_K \cdot \underbrace{\frac{I}{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)}}_{\text{symbols}} \quad (10)$$

E_S .. Signalenergie

S .. Signalleistung

N .. Rauschleistung

$\frac{S}{N}$.. Signal-Rausch-Verhältnis

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur

I .. Informationsgehalt

Erforderliche Signalenergie nach SNR

$$\frac{S}{N} = 1 \quad \rightarrow E_S = 1 \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

$$\frac{S}{N} = 3 \quad \rightarrow E_S = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

$$\frac{S}{N} = 7 \quad \rightarrow E_S = \frac{7}{3} \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

$$\frac{S}{N} = 0,001 \quad \rightarrow E_S = \frac{1000}{1442} \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

$$\frac{S}{N} = 0,000001 \rightarrow E_S = \frac{1000}{1443} \cdot k_B \cdot T \cdot I$$

Energie für ein Bit

$$k_B = 1,3806504 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Ws}}{\text{K}} \quad (11)$$

$$T = 300 \text{ K} \quad (12)$$

$$I = 1 \text{ bit} \quad (13)$$

k_B .. Boltzmann-Konstante

T .. Temperatur (26°C Umgebungstemperatur)

I .. Informationsgehalt

Energie für ein Bit

$$\frac{S}{N} = 0,000001 \rightarrow E_S = \frac{1000}{1443} \cdot 1,3806504 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Ws}}{\text{K}} \cdot 300\text{K} \cdot 1 \quad (14)$$

$$\underline{\underline{E_S = 6 \cdot 10^{-21} \text{Ws}}} \quad (15)$$

$$E = mc^2 \quad (16)$$

E .. Energie

m .. Masse

c .. Lichtgeschwindigkeit

Masse

(16 umgestellt)

$$m = \frac{E}{c^2} \quad (17)$$

m .. Masse

E .. Energie

c .. Lichtgeschwindigkeit

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (18)$$

(19)

c .. Lichtgeschwindigkeit

Masse

$$m_{\text{bit}} = \frac{6 \cdot 10^{-21} \text{Ws}}{(3 \cdot 10^8 \text{m/s})^2} \quad (20)$$

$$\underline{\underline{m_{\text{bit}} = 6,67 \cdot 10^{-38} \text{kg}}} \quad (21)$$