



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

Trabajo Terminal I

**“Desarrollo de una aplicación web para el
cálculo y graficación de series de Fourier”**

2025-A075

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
Ingeniero en Sistemas Computacionales

PRESENTA:
Sebastián Morales Palacios

DIRECTORES:
Lic. Jesús Alfredo Martínez Nuño
M. en C. Gisela González Albarrán



Ciudad de México
Enero 2025

Documento Técnico

“Desarrollo de una aplicación web para el cálculo y graficación de series de Fourier”

Resumen - Se propone desarrollar una aplicación web para calcular y graficar el desarrollo en series de Fourier de funciones periódicas, las funciones pueden ser discretas o continuas. El desarrollo en serie puede ser tanto en forma trigonométricas como en forma exponencial compleja. Los módulos principales que tendrá la aplicación son: 1. Módulo para introducir la función de diferentes maneras, 2. Módulo para el cálculo de coeficientes mediante integración analítica o por métodos numéricos, 3. Módulo de graficación de funciones periódicas y coeficientes de la serie, donde se podrá ver la aproximación de la serie a la función mientras se incrementa el número de términos de la expansión. Se ofrecerán opciones para calcular extensiones de funciones pares e impares. La aplicación puede ser de utilidad como herramienta de apoyo para estudiantes y docentes en el tema de análisis de Fourier.

Palabras Clave - aplicación web, análisis de Fourier, cálculo, matemáticas avanzadas para la ingeniería.

Correo de Contacto -
smoralesp1700@alumno.ipn.mx

Índice general

Documento Técnico	III
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del Problema	1
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Objetivo General	2
1.2.2. Objetivos Específicos	2
1.3. Estado del Arte	3
1.4. Objectives	4
1.4.1. General objective	4
1.4.2. Specific objectives	4
1.5. Justification	4
1.6. Project scope and limitations	4
1.7. Hypothesis	6
1.8. Project organization	6
2. Marco Teórico	7
2.1. Origen e Historia	7
2.1.1. El problema de la cuerda oscilante	7
2.2. Recommendations and future work	9
3. Conclusions	13
3.1. Recommendations and future work	14
A. Simulator	15
B. Proof of theorem	17
Bibliografía	19

Índice de figuras

2.1. Ilustración del problema de la cuerda vibrante.	8
B.1. AlexNet architecture.	17

Lista de tablas

1.1. Comparación de software para cálculos matemáticos y visualización de datos	3
2.1. Quotation marks	10
3.1. Quotation marks	13

List of Algorithms

1.	Descenso de gradiente estocástico	5
----	---	---

CAPÍTULO 1

Introducción

En este capítulo, examinaremos el problema que se abordará y los objetivos previstos para este proyecto. Además, investigaremos los productos existentes que desempeñan una función similar al proyecto que se llevará a cabo.

1.1. Planteamiento del Problema

Las series de Fourier, desde su concepción por Jean-Baptiste Joseph Fourier a principios del siglo XIX, han desempeñado un rol crucial en el análisis y la comprensión de señales y fenómenos periódicos. Las series de Fourier son parte esencial en campos como la ingeniería eléctrica, la física teórica y el procesamiento de señales, imágenes y audio, permitiendo descomponer funciones periódicas en sumas de senos y cosenos, lo que facilita su análisis y manipulación. Estas herramientas matemáticas no solo han impulsado avances significativos en la ciencia y tecnología, transformando nuestra interacción con el mundo, sino que también son cruciales en la enseñanza de los fundamentos teóricos de la ingeniería. En el ámbito de las ciencias computacionales, el estudio del análisis de Fourier se aplica a áreas vitales como la adquisición y procesamiento de señales, el procesamiento de imágenes y la robótica. Esta capacidad de simplificar señales complejas en componentes básicos no solo mejora el análisis, sino que también facilita la síntesis de nuevas tecnologías que se adaptan a necesidades y entornos cambiantes [1].

Este amplio espectro de aplicaciones destaca la importancia crítica de las series de Fourier no solo en la investigación avanzada, sino también en la formación académica de futuros ingenieros y científicos. Sin embargo, a pesar de su prevalencia en el currículo educativo, la implementación práctica de este análisis en entornos de aprendizaje a menudo revela áreas de oportunidad dentro de las herramientas disponibles, lo que impacta directamente en la eficacia con la que los estudiantes pueden aplicar y profundizar su comprensión de estos conceptos esenciales.

La necesidad de una herramienta más eficiente se hizo evidente durante los cursos de Matemáticas Avanzadas para la Ingeniería y Procesamiento de Señales Digitales. Al enfrentar el análisis de Fourier, especialmente al resolver ejercicios sobre series de Fourier, se descubrió la falta de medios óptimos para verificar los resultados de manera directa y eficiente. A diferencia de otros cálculos matemáticos, donde las calculadoras especializadas permiten comprobaciones

rápidas y fiables, las series de Fourier requerían un proceso mucho más tedioso. Para asegurar la corrección de los cálculos, era necesario utilizar software de resolución matemática para obtener los coeficientes y, posteriormente, otro software de graficación para visualizar si los resultados correspondían efectivamente a la función dada. Este desafío se ampliaba aún más cuando se presentaban variaciones mínimas en los ejercicios, como cambiar el intervalo de la función o alternar entre series trigonométricas y complejas, o incluso al aplicar extensiones pares o impares. Cada una de estas variaciones obligaba a repetir todos los pasos desde el inicio, lo que no solo consumía tiempo valioso, sino que también complicaba la gestión del tiempo disponible, especialmente cuando se tiene una carga académica intensa. Este tiempo podría utilizarse mejor en comprender los conceptos subyacentes y explorar en profundidad el por qué y el cómo de los fenómenos analizados mediante estas series.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Desarrollar un prototipo de una aplicación web capaz de calcular las series de Fourier en su forma trigonométrica o exponencial compleja de una función continua en un intervalo o definida a trozos, así como ser capaz de obtener la extensión par o impar de dicha función y, finalmente, graficar tanto la función original como la función expandida como una serie de Fourier y poder añadir o eliminar términos de dicha forma para apreciar como esta se aproxima a la función original.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Implementar una interfaz de usuario que permita ingresar la función continua o a trozos, seleccionar intervalos y definir el tipo de serie de Fourier (trigonométrica o exponencial) o tipo de expansión (par o impar).
- Implementar los módulos para el cálculo de coeficientes de la serie trigonométricas y serie exponencial compleja, adaptándose a funciones continuas o definidas a trozos.
- Desarrollar un módulo de visualización que permita graficar tanto la función original como la aproximación de la serie de Fourier. Este módulo debería incluir opciones para añadir o eliminar términos y visualizar cómo estas modificaciones afectan la aproximación a la función original

1.3. Estado del Arte

SOFTWARE	CARACTERÍSTICAS	PRECIO
Wolfram Alpha	Potente motor de conocimiento computacional para cálculos matemáticos y gráficos. No especializado en series de Fourier. [2]	Desde MXN \$1,200.00 anuales para estudiantes, plan gratuito limitado.
Geogebra	Herramienta dinámica para construcciones geométricas y gráficos. Requiere cálculos previos para series de Fourier. [3]	Software libre y código abierto
Desmos	Similar a Geogebra es una calculadora gráfica en línea para cálculos y gráficos, incluida la representación de series de Fourier. Requiere cálculos previos para series de Fourier. [4]	Software libre y código abierto
Manim	Librería de animación en Python para visualizaciones matemáticas, incluida la animación de series de Fourier. Requiere conocimientos de programación y cálculos previos. [5]	Software libre y código abierto
Matlab	Entorno de programación para cálculos numéricos y visualización de datos, con herramientas específicas para series de Fourier. Requiere conocimientos en programación. [6]	Desde USD\$99 (aprox. MXN\$1627.82) anuales para estudiantes.

Tabla 1.1: Comparación de software para cálculos matemáticos y visualización de datos

Definition 1.1 (Open space). *A subset U of a metric space (M, d) is called open if, for any point x in U , there exists a real number $\epsilon > 0$ such that any point $y \in M$ satisfying $d(x, y) < \epsilon$ belongs to U . Equivalently, U is open if every point in U has a neighborhood contained in U .*

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus.

Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

1.4. Objectives

1.4.1. General objective

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit [7-9]. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna.

1.4.2. Specific objectives

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit:

- Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris.
- Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna.
- Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egesta

1.5. Justification

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

1.6. Project scope and limitations

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus

sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Theorem 1.1. *The kernel of a linear transformation from a vector space V to a vector space W is a subspace of V .*

Demostración. Suppose that u and v are vectors in the kernel of L . Then

$$L(u) = L(v) = 0 \quad (1.1)$$

We have

$$L(u + v) = L(u) + L(v) = 0 + 0 = 0 \quad (1.2)$$

and

$$L(cu) = cL(u) = c0 = 0 \quad (1.3)$$

Hence $u + v$ and cu are in the kernel of L . We can conclude that the kernel of L is a subspace of V . ■

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Algorithm 1 Descenso de gradiente estocástico

parameters

Número de iteraciones τ

Tasa de aprendizaje η

Parámetro de regularización λ

input

Pesos iniciales $\mathbf{w}^{(1)}$

Gradiente en una muestra $\mathcal{Q}_i(w)$

1: **procedure** SGD($\mathbf{w}^{(1)}, \sigma$)

2: **for** $i \leftarrow 1, 2, \dots, \tau$ **do**

3: Selecciona una muestra $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \sim D$

4: Calcula el gradiente $\nabla \mathcal{Q}_i(w)$ para la muestra (\mathbf{x}, \mathbf{y})

5: Asigna $\mathbf{w}^{(i+1)} \leftarrow \mathbf{w}^{(i)} - \eta(\nabla \mathcal{Q}_i(w) + \lambda \mathbf{w}^{(i)})$

6: **end for**

7: **end procedure**

1.7. Hypothesis

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum. Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

1.8. Project organization

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum. Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

CAPÍTULO 2

Marco Teórico

En este capítulo...

2.1. Origen e Historia

Uno de los problemas del que se ocuparon los matemáticos del siglo XVIII es el que se conoce con el nombre del “problema de la cuerda vibrante”. Este problema fue estudiado por d’Alembert y Euler (usando el método de propagación de las ondas) y un poco más tarde, concretamente en 1753, por Daniel Bernoulli. La solución dada por este difería de la proporcionada por los anteriores y consistió básicamente en expresar la solución del problema como superposición (en general infinita) de ondas sencillas.

Las ideas de Bernoulli fueron aplicadas y perfeccionadas por Fourier, en 1807, en el estudio de problemas relacionados con la conducción del calor. Quedaron plasmadas por escrito en el libro clásico *Théorie analytique de la chaleur*, publicado en 1822. Los razonamientos realizados por Fourier en este libro plantearon de manera inmediata numerosas controversias y cuestiones que han tenido una influencia significativa en la historia de la Matemática.

2.1.1. El problema de la cuerda oscilante

Uno de los problemas más interesantes que abordaron los científicos del siglo XVIII, y que aparece con frecuencia en problemas físicos relacionados con procesos oscilatorios, es el conocido como “El problema de la cuerda vibrante”. Este se puede describir en su forma más elemental de la siguiente manera: Supongamos que tenemos una cuerda flexible y tensa, cuyos extremos están fijos, convenientemente, en los puntos $(0, 0)$ y $(\pi, 0)$ sobre el eje horizontal. Si la cuerda se tira de modo que su forma inicial corresponde a la curva definida por $y = f(x)$, y luego se suelta, la pregunta es: ¿Cuál será el movimiento resultante de la cuerda? Los desplazamientos de la cuerda siempre se encuentran en un mismo plano, y el vector desplazamiento es perpendicular en cualquier momento. Para describir este movimiento se utiliza una función $u(x, t)$, donde $u(x, t)$ representa el desplazamiento vertical de la cuerda en la posición x (con $0 \leq x \leq \pi$) y en el instante t (con $t \geq 0$). El problema es determinar $u(x, t)$ a partir de $f(x)$.

El primer matemático que propuso un modelo adecuado para este problema fue Jean Le Rond d’Alembert. Bajo diversas hipótesis (asumiendo, por ejemplo,

que las vibraciones son "pequeñas"), d'Alembert demostró en 1747 (*Hist. de l'Acad. de Berlin*, 3, 1747, pp. 214-219) que la función $u(x, t)$ debe satisfacer las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, & 0 < x < \pi, & t > 0 \\ u(x, 0) &= f(x), & 0 \leq x \leq \pi \\ \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} &= 0, & 0 \leq x \leq \pi \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0, & t \geq 0. \end{aligned} \tag{2.1}$$

La primera de estas condiciones es una ecuación en derivadas parciales de segundo orden, conocida como la *Ecuación de Ondas*. La segunda ecuación establece la posición inicial de la cuerda, mientras que la tercera indica que la velocidad inicial de la cuerda es cero (recordando que, una vez desplazada a la posición $f(x)$, la cuerda es liberada). La última condición expresa que, para cualquier tiempo, los extremos de la cuerda permanecen fijos. En la figura 2.1 La variable $u = u(x, t)$ mide el desplazamiento sobre la vertical a tiempo $t > 0$ en la posición $x \in [0, \pi]$.

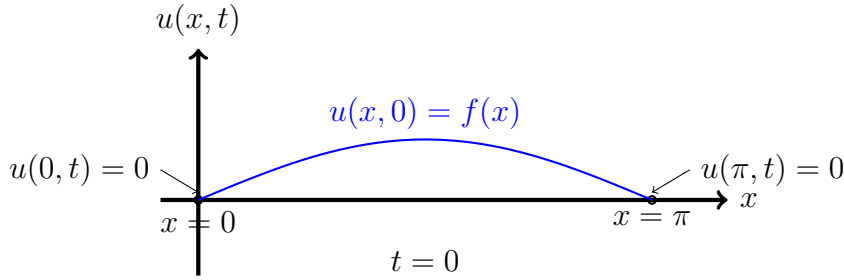


Figura 2.1: Ilustración del problema de la cuerda vibrante.

D'Alembert demostró también que la solución de 2.1 viene dada por

$$u(x, t) = \frac{1}{2} \left[\tilde{f}(x+t) + \tilde{f}(x-t) \right] \tag{2.2}$$

donde \tilde{f} es "una extensión conveniente de la función f ."

De manera más precisa, y con el lenguaje de hoy en día, el teorema de d'Alembert ([25], [27]) confirmó que la posición futura de la cuerda está completamente determinada por su posición inicial:

TEOREMA 2.1. *Sea $f \in C^2[0, \pi]$, tal que $f(0) = f(\pi) = f''(0^+) = f''(\pi^-) = 0$. Entonces (1.1) tiene una única solución $u \in C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$, donde $\Omega = (0, \pi) \times (0, +\infty)$. Además u viene dada por la fórmula (1.2), donde \tilde{f} es la extensión a \mathbb{R} (conjunto de los números reales), impar y 2π -periódica de la función f .*

No se conoce con exactitud la manera en que d'Alembert llegó a la fórmula 2.3, pero un camino muy probable pudo ser el siguiente: el cambio de variables

$$\xi = x + t, \quad \mu = x - t,$$

transforma la ecuación

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2},$$

en otra más simple:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \mu} = 0.$$

Las soluciones de esta última ecuación son trivialmente de la forma

$$u(\xi, \mu) = F(\xi) + G(\mu).$$

Combinando esta última relación con las otras condiciones en 2.1, se puede llegar a intuir la forma (1.2) que tiene la solución de 2.1.

La interpretación física de la solución dada por *d'Alembert* es muy interesante: La función

$$\frac{1}{2}f(x + t)$$

representa una onda (una solución de la ecuación de ondas) que se desplaza hacia la izquierda con velocidad 1. Análogamente, la función

$$\frac{1}{2}f(x - t)$$

representa otra onda que se desplaza hacia la derecha con velocidad 1. De este modo, la solución de 2.1 es la superposición de dos ondas, una de las cuales se desplaza hacia la izquierda y otra hacia la derecha, ambas con velocidad 1. Por este motivo se dice que la fórmula 2.3 se ha obtenido usando el *Método de propagación de las ondas*.

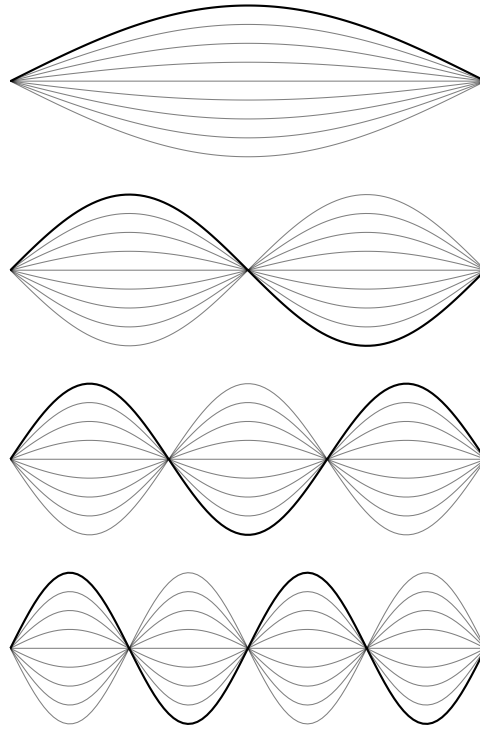
Otra manera de obtener la solución del problema 2.1, completamente distinta de la vista anteriormente, fue propuesta por **Daniel Bernoulli** en 1753 (*Hist. de l'Acad. de Berlin*, 9, 1753, 147-172; 173-195). La idea clave es obtener la solución de 2.1 como superposición de ondas más sencillas, concretamente aquellas que son de la forma

$$u_n(x, t) = \sin(nx) \cos(nt), \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad (2.3)$$

donde \mathbb{N} es el conjunto de los números naturales. Para cada tiempo t fijo, la anterior función es un múltiplo de la función $\sin(nx)$, que se anula exactamente en $n - 1$ puntos del intervalo $(0, \pi)$. Así, si pudiésemos observar la vibración de...

2.2. Recommendations and future work

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus



Correct

«This is an “inner quote” inside an outer quote»

Incorrect

”This is an ‘inner quote’ inside an outer quote”

Tabla 2.1: Proper quotation mark usage. The `\enquote` command chooses the correct quotation marks for the specified language.

et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

CAPÍTULO 3

Conclusions

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum. Lorem

Correct	Incorrect
«This is an “inner quote” inside an outer quote»	”This is an ’inner quote’ inside an outer quote”

Tabla 3.1: Proper quotation mark usage. The `\enquote` command chooses the correct quotation marks for the specified language.

ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

3.1. Recommendations and future work

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

APÉNDICE A

Simulator

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

```
import torch
import torch.nn as nn
import torch.nn.functional as F

class Net(nn.Module):
    def __init__(self):
        super(Net, self).__init__()
        self.conv1 = nn.Conv2d(1, 6, 5)
        self.conv2 = nn.Conv2d(6, 16, 5)
        self.fc1 = nn.Linear(16 * 5 * 5, 120)  # 5*5 from image dimension
        self.fc2 = nn.Linear(120, 84)
        self.fc3 = nn.Linear(84, 10)
    def forward(self, x):
        # ...
        return x

net = Net()
print(net)
```

Listing 1: A basic neural network.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna.

Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

APÉNDICE B

Proof of theorem

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum. Lorem

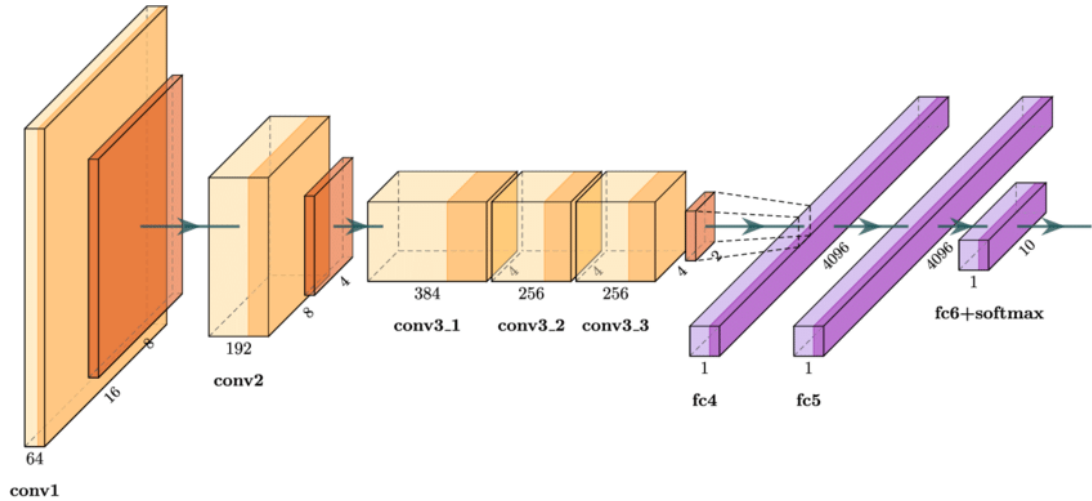


Figura B.1: AlexNet architecture.

ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla,

malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{Gauss's Law} \quad (\text{B.1})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Gauss's Law for Magnetism} \quad (\text{B.2})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Faraday's Law of Induction} \quad (\text{B.3})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \right) \quad \text{Ampere's Circuital Law} \quad (\text{B.4})$$

We can find more information in [10].

Bibliografía

- [1] J.M. Almira. *Fourier: un matemático al servicio de la física*. Genios de las matemáticas. RBA, 2017. ISBN: 9788447387755.
- [2] Wolfram — Alpha: Computational Intelligence. *Wolfram — Alpha: Making the world's knowledge computable*. <https://www.wolframalpha.com/>. Accedido: 17 Junio, 2024. 2024.
- [3] GeoGebra. *GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by over 100 million students and teachers*. <https://www.geogebra.org>. Accedido: 2024-04-14. 2024.
- [4] Desmos. *Desmos — Let's learn together*. <https://www.desmos.com>. Accedido: 2024-04-14. 2024.
- [5] Manim Community. *Manim Community*. <https://www.manim.community>. Accedido: 2024-04-14. 2024.
- [6] MathWorks. *MathWorks - Creadores de MATLAB y Simulink - MATLAB y Simulink*. <https://la.mathworks.com/>. Accedido: 2024-04-14. 2024.
- [7] Claire Adam-Bourdarios et al. «The Higgs boson machine learning challenge». En: *NIPS 2014 Workshop on High-energy Physics and Machine Learning*. PMLR. 2015, págs. 19-55.
- [8] Atlas Collaboration et al. «A neural network clustering algorithm for the ATLAS silicon pixel detector». En: *Journal of Instrumentation* 9.09 (2014), P09009.
- [9] Pierre Baldi, Peter Sadowski y Daniel Whiteson. «Searching for exotic particles in high-energy physics with deep learning». En: *Nature communications* 5.1 (2014), págs. 1-9.
- [10] Rui Li, You Zhengyun y Yumei Zhang. «Deep Learning for Signal and Background Discrimination in Liquid based Neutrino Experiment». En: *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1085. 4. IOP Publishing. 2018, pág. 042037.