



4. Übungsblatt - Schaltnetze I

Digitaltechnik und Rechnersysteme • Wintersemester 2023/2024

1 Gruppenübung

1.1 Wahrheitstabelle einer Funktion

Stellen Sie für die Funktionen

$$h(a, b, c) = \bar{a}bc + bc + abc + a\bar{b}c$$

und

$$p(a, b) = a \oplus \bar{b}$$

die Wahrheitstabellen auf.

a	b	c	h(a, b, c)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

a	b	p(a, b)
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

1.2 Funktion aus Wahrheitstabelle entwickeln

Gegeben sind die folgenden Wahrheitstabellen:

KDNF:
 $f(a, b, c) = \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc$

KKNF:
 $f(a, b, c) = (a+b+c) \cdot (a+b+\bar{c})$
 $\cdot (\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}) \cdot (\bar{a}+\bar{b}+c)$

a	b	c	f(a, b, c)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

a	b	c	g(a, b, c)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

KDNF:
 $g(a, b, c) = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + ab\bar{c} + abc$

KKNF:
 $g(a, b, c) = (a+\bar{b}+c) \cdot (\bar{a}+b+\bar{c})$

Ermitteln Sie die zugehörigen Booleschen Funktionen in *kanonischer* disjunktiver Normalform (KDNF) sowie in *kanonischer* konjunktiver Normalform (KKNF).

1.3 Vereinfachung Boolescher Ausdrücke

Stellen Sie für die folgenden Booleschen Ausdrücke die Wahrheitstabelle auf und vereinfachen Sie diese.

Hinweis: Überprüfen Sie ob in der Ergebnisspalte x , \bar{x} , 0 oder 1 herauskommt und verwenden Sie dieses Ergebnis zur Vereinfachung.

$$\begin{array}{ll} x+0 = \cancel{x} & x \cdot 1 = \cancel{x} \\ x+1 = 1 & x \cdot 0 = 0 \\ x+x = x & x \cdot x = x \\ x+\bar{x} = 1 & x \cdot \bar{x} = 0 \\ \bar{\bar{x}} = x & \end{array}$$

1.4 Boolesche Algebra

Vereinfachen Sie mit Hilfe der in Aufgabenteil 1.4 gefundenen Gesetze die folgenden Ausdrücke.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(a, b) = (a+1) \cdot b + 0 = \underline{b+a} \\ \text{b) } g(a, b) = a \cdot \overline{b+b} = a + \overline{b+b} = a + \overline{b \cdot b} = a + \overline{b \cdot b} = a + 0 = \underline{a} \\ \text{c) } h(a, b, c) = \overline{ab + b\bar{c} + a} + ba = \overline{ab + b\bar{c} + a} + ab = \underline{ab} \\ \text{d) } i(a, b, c) = \overline{\overline{b} + \bar{a}b \cdot (\bar{c})} = \overline{\overline{b} + \bar{a}b + c + \bar{c}} = \overline{\overline{b} + \bar{a}b + 0} = \overline{\overline{b} + \bar{a}b} = \underline{a \oplus b} \end{array}$$

2 Hausübung

2.1 Boolesche Algebra (4 Punkte)

Vereinfachen Sie mit Hilfe der Gesetze der Booleschen Algebra die folgenden Ausdrücke.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(a, b, c) = (a+1) \cdot bc + 0 \cdot \bar{a} = \underline{bc + \bar{a}} \\ \text{b) } g(a, b) = a \cdot \overline{b+ba} = \underline{a \cdot (\bar{b} + \bar{b})} = \underline{a} \\ \text{c) } h(a, b, c, d) = \overline{\bar{b}c + abc + cd + acd + d} = \overline{\bar{b}c + abc + cd + acd + d} = \overline{ac \cdot (\bar{b} + b) + cd + acd + d} \\ = \overline{ac + \bar{c}d \cdot \bar{a} \cdot \bar{d} \cdot \bar{d}} \\ = \overline{ac + (\bar{c} + \bar{d}) \cdot (\bar{a} + \bar{z} + \bar{d}) \cdot \bar{d}} \\ = \underline{ac + (\bar{c} + \bar{d}) \cdot (\bar{a} + \bar{z} + \bar{d})} \end{array}$$

2.2 Fahrzeugantrieb (6 Punkte)

Ein selbständig fahrendes Kettenfahrzeug kann durch zwei Abstandssensoren in seiner Bewegungsrichtung beeinflusst werden. Die Ketten werden durch je einen Motor angetrieben. Dabei treibt der linke Motor die linke Kette sowie der rechte Motor die rechte Kette an. Dreht sich die rechte Kette dreht sich das Fahrzeug nach links und umgekehrt, drehen beide Ketten fährt das Fahrzeug geradeaus. Die Motoren reagieren hierbei je auf ein Eingangssignal: Bei $m = 1$ bzw. $m_r = 1$ (\mathbb{N}) bewegt sich der linke bzw. rechte Motor, bei $m = 0$ bzw. $m_r = 0$ (\mathbb{N}) bleiben diese jeweils stehen.

Darüber hinaus sind vorne am Fahrzeug auf der linken und rechten Seite zwei Sensoren angebracht. Diese liefern $s = 1$ bzw. $s_r = 1$ sobald ein Objekt auf der linken bzw. rechten Seite erkannt wird. So lange kein Objekt erkannt wird, geben die Sensoren eine logische '0' aus.

Das Fahrzeug soll nun in zwei verschiedenen Modi betrieben werden. Um den Modus zu wählen existiert ein Schalter der das Signal M liefert. Bei $M = 0$ soll das Fahrzeug dem Objekt folgen, bei logisch $M = 1$ soll es dem Objekt ausweichen.

Soll das Fahrzeug einem Objekt ausweichen, fährt das Fahrzeug zunächst immer geradeaus, bis ein Objekt erkannt wird. Wenn ein Sensor ein Objekt meldet, wird links bzw. rechts in die Gegenrichtung des Objektes gefahren. Erkennen beide Sensoren das Objekt, muss das Fahrzeug stehenbleiben.

$$\begin{array}{l} = ac + \bar{c}\bar{d}\bar{a} + \bar{c}\bar{d}\bar{c} + \bar{c}\bar{d}\bar{d} + \bar{d}\bar{a} + \bar{d}\bar{c} + \bar{d}\bar{d} \\ = ac + \bar{c}\bar{d}\bar{a} + \bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{d} + \bar{d} \\ = ac + \bar{c}\bar{d} \cdot (\bar{a} + 1) \\ = ac + \bar{c}\bar{d} + \bar{d} \\ = \underline{ac + \bar{d}} \end{array}$$

Soll das Fahrzeug einem Objekt folgen, muss das Fahrzeug stehenbleiben, bis ein Objekt erkannt wird. Wenn ein Sensor ein Objekt meldet, wird links bzw. rechts in *Richtung des Objektes* gefahren. Erkennen beide Sensoren das Objekt, wird geradeaus gefahren.

- a) Stellen Sie eine Wahrheitstabelle für die Steuerung der beiden Motoren m_l und m_r auf.
b) Geben Sie die beiden Funktionen für m_l und m_r als kanonische DNF an.

a)

M	s_l	s_r	m_l	m_r
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

$$m_l(M, s_l, s_r) = \overline{M} \overline{s_l} s_r + \overline{M} s_l s_r + M \overline{s_l} \overline{s_r} + M s_l \overline{s_r}$$

$$m_r(M, s_l, s_r) = \overline{M} s_l \overline{s_r} + \overline{M} s_l s_r + M \overline{s_l} \overline{s_r} + M \overline{s_l} s_r$$

$$\begin{aligned} 2.1d) \quad (b+x) \cdot y + a + \bar{x}\bar{a} &= by + xy + a + \bar{a}\bar{x} = by + xy + a + \bar{x} \\ &= by + \bar{x} + y + a = \underline{\underline{y + \bar{x} + a}} \end{aligned}$$