Hochschule Fulda
University of Applied Sciences

Fachbereich Angewandte Informatik

Bachelor of Science
in
Angewandte Informatik - Applied Computer Science
und
Digitale Medien

Modul ***Technische Grundlagen der Informatik***

Teil 1

Elektrotechnik

Skript zur Vorlesung

WS 2021/2022

Prof. Dr.-Ing. K. Khakzar
karim.khakzar@informatik.hs-fulda.de

bearbeitet zum WS2017/18 von
Dr. Solveig Schüßler
solveig.schuessler@et.hs-fulda.de

Inhalt

1 Grundbegriffe der Elektrotechnik 1
1.1 Atome und Elektronen 1
1.2 Elektrische Ladung Q 1
1.3 Elektrischer Strom I 3
1.3.1 Leitertypen 4
1.3.2 Stromkreis 6
1.3.3 Stromrichtung 6
1.3.4 Stromstärke I 8
1.3.5 Stromdichte J 9
1.4 Elektrische Spannung U 11
1.5 Elektrisches Potential φ 12
1.6 Elektrischer Widerstand R 13
1.6.1 Bewegung von Ladungsträgern in Leitern 13
1.6.2 Temperaturabhängigkeit von Widerständen 14
2 Stromkreisgesetze 15
2.1 Ohmsches Gesetz 15
2.2 Analyse einer Reihenschaltung 16
2.3 Kirchhoffsche Regeln 18
2.3.1 Knotenregel (1. Kirchhoffsches Gesetz) 18
2.3.2 Maschenregel (2. Kirchhoffsches Gesetz) 19
2.4 Reihenschaltung von Widerständen 20
2.5 Parallelschaltung von Widerständen 20
3 Arbeit und Leistung 21
3.1 Arbeit W 21
3.1.1 Definition der elektrischen Arbeit 21
3.1.2 Arbeit an Widerständen 22
3.2 Leistung P 22
3.3 Energieumwandlung 23
4 Elektrisches Feld und Kondensator 25
4.1 Elektrische Feldlinien und Elektrische Feldstärke 25
4.2 Influenz 27
4.3 Dielektrische Polarisation 28
4.3.1 Verschiebungspolarisation 28
4.3.2 Orientierungspolarisation 29
4.4 Kondensator 30
4.5 Durchschlagsfestigkeit 32
4.6 Parallel- und Reihenschaltung von Kondensatoren 33
4.6.1 Parallelschaltung von Kondensatoren 34
4.6.2 Reihenschaltung von Kondensatoren 34
4.7 Energie des Kondensators 34
4.8 Kondensator - Bauformen 35
5 Magnetisches Feld und Spule 36
5.1 Magnetische Felder und magnetische Feldlinien 36
5.2 Dauermagnetismus 38
5.3 Magnetische Kreise 40
5.3.1 Elektrische Durchflutung 40
5.3.2 Magnetischer Widerstand 41
5.3.3 Magnetischer Fluss Φ 41
5.4 Kraftwirkung magnetischer Felder 42
5.5 Induktion und Selbstinduktion 44

5.5.1 Induktionsgesetz ... 44
5.5.2 Selbstinduktion ... 47
5.6 Abschirmung von magnetischen Feldern ... 48
5.7 Energie einer Spule ... 48
6 Wechselspannung und Wechselstrom ... 49
6.1 Sinusförmige Wechselspannung ... 49
6.2 Sinusförmige Wechselsignale am Widerstand ... 50
6.3 Wechselspannung am Kondensator ... 50
6.4 Wechselstrom an Spule ... 52
6.5 Leistung bei Wechselstrom und Wechselspannung ... 54
7 Leitungsmodell für Halbleiter ... 56
8 Der pn-Übergang und die Diode ... 60
8.1 pn-Übergang ... 60
8.2 Diode ... 62
8.3 Schaltungsbeispiel ... 62
9 Transistoren ... 64
9.1 Aufbau und Wirkungsweise ... 64
9.2 Transistortypen ... 66
9.3 Herstellung eines n-Kanal MOSFETs ... 66
9.4 Einfache Transistorschaltungen ... 67
9.5 CMOS-Inverter ... 69
Übungen ... **Fehler! Textmarke nicht definiert.**

Literatur:

Mit Ausnahme von [Beu] ist die angegebene Literatur auch als Online-Ressource in der Bibliothek der Hochschule Fulda verfügbar.

[Bü1] Büttner, Wolf-Ewald: *Grundlagen der Elektrotechnik 1*; Oldenbourg-Verlag, ISBN 3-486-27295-0

[Bü2] Büttner, Wolf-Ewald: *Grundlagen der Elektrotechnik 2*; Oldenbourg-Verlag, ISBN 3-486-27296-9

[Mei] Meister, Heinz: *Elektronische Grundlagen*; Vogel Buchverlag; ISBN 3-8023-1519-7

[Schü] Schütt, Reiner Johannes: Elektrotechnische Grundlagen für Wirtschaftsingenieure; Springer Vieweg

[Pla] Plaßmann, Wilfried und Schulz, Detlef: Handbuch Elektrotechnik; Springer Vieweg

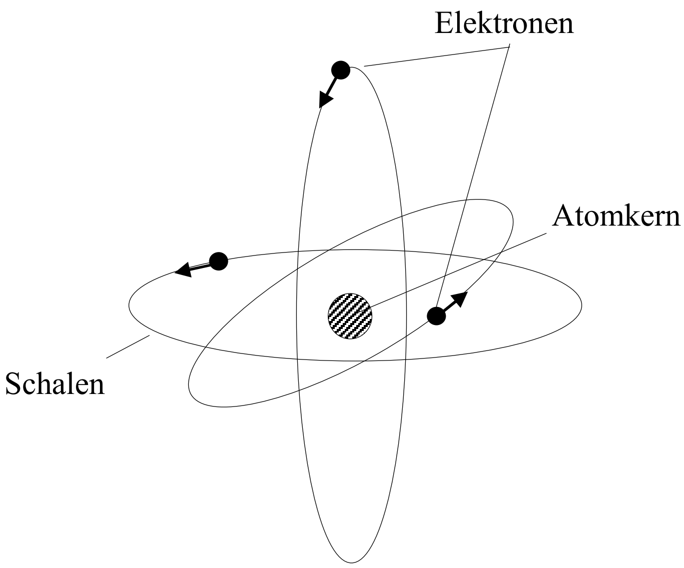
[Beu] Beuth, Klaus und Beuth, Olaf: Elementare Elektronik; Vogel Buchverlag; ISBN 3-8023-1536-7

1 Grundbegriffe der Elektrotechnik

1.1 Atome und Elektronen

Körper setzen sich aus Atomen (griechisch: unteilbar) zusammen. Ein Atom besteht aus dem Atomkern und Elektronen.

Einfaches Atommodell



Elektronen der äußersten Schale werden **Valenzelektronen** genannt.

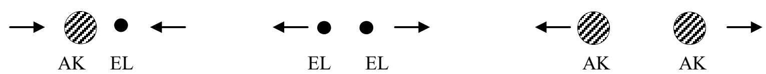
Valenzelektronen bestimmen das **elektrische** Verhalten und das **chemische** Verhalten

von Stoffen.

1.2 Elektrische Ladung Q

Elektrische Kräfte binden die Elektronen an den Atomkern (AK).
Die Ursache für elektrische Kräfte sind **elektrische Ladungen.**

Experimente zeigen:



- gleichnamige Ladungen stoßen sich ab
- ungleichnamige Ladungen ziehen sich an

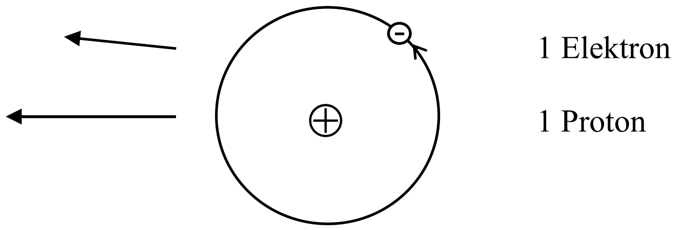
<u>Def.:</u> Ladung des Atomkerns (AK) ⇨ **positive** Ladung
Ladung der Elektronen (EL) ⇨ **negative** Ladung

Die physikalische Größe Ladung erhält das Formelzeichen Q und wird in der Einheit Coulomb C angegeben. Ein 1C wird in SI-Einheiten in 1A*1s angegeben.

Es gilt:

Physikalische Einheit: Ladung Formelzeichen: Q Einheit der Ladung: [Q]=1C= 1As

Beispiel: Einfachstes Atom: **H** (Wasserstoff)



<u>Beobachtung:</u> Experimente zeigen, dass es eine kleinste vorkommende Ladungsmenge gibt. Alle anderen Ladungsmengen sind Vielfache dieser Ladungsmenge. Sie wird daher **Elementarladung *e*** genannt.
Diese kleinste mögliche Ladung beträgt e=1,602·10^{-19}C.
Ein Elektron hat damit die Ladung -1, 602·10^{-19}C und ein Proton die Ladung +1,602·10^{-19}C.

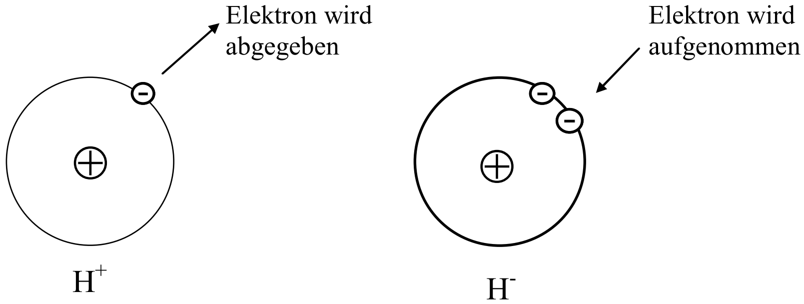
<u>Elektronen</u> sind negative Ladungsteilchen in der Atomhülle.
<u>Protonen</u> sind positive Ladungsteilchen des Atomkerns.
<u>Atome</u> sind nach außen elektrisch neutral, d. h. <u>Anzahl Elektronen = Anzahl Protonen</u>

<u>Ionen</u> sind positiv oder negativ geladene Atome

positiv ↓ Elektronen-mangel

negativ ↓ Elektronen-überschuss

<u>Bsp.:</u>



1.3 Elektrischer Strom I

Elektrischer Strom = gerichtete Bewegung von Ladungen

Elektronen Ionen

Damit in einem Medium ein elektrischer Strom fließen kann, müssen genügend **frei bewegliche Ladungsträger** vorhanden sein.

Die Dichte der frei beweglichen Ladungsträger in einem Medium bestimmt den Leitertyp.

1.3.1 Leitertypen

Man unterscheidet drei Leitertypen:

Leitertypen

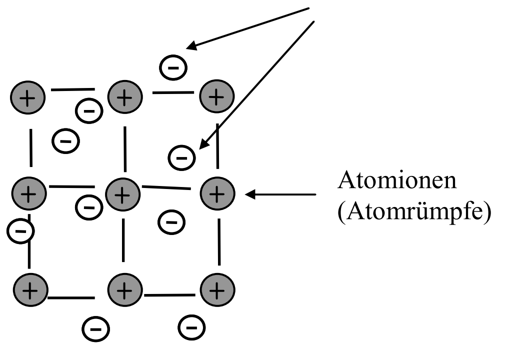
Leiter	**Halbleiter** (Semiconductor)	**Nichtleiter** (Isolator)

1.3.1.1 Leiter

Leiter besitzen eine hohe Dichte an frei beweglichen Ladungsträgern.
Resultiert der Strom aus der Bewegung von Elektronen spricht man von **Elektronenleitern**.
Resultiert der Strom aus der Bewegung von Ionen spricht man von **Ionenleitern**.

Elektronenleiter ⇨ Metalle (z. B. Cu, Al, Ag, Au, Fe)
Kohlenstoff C

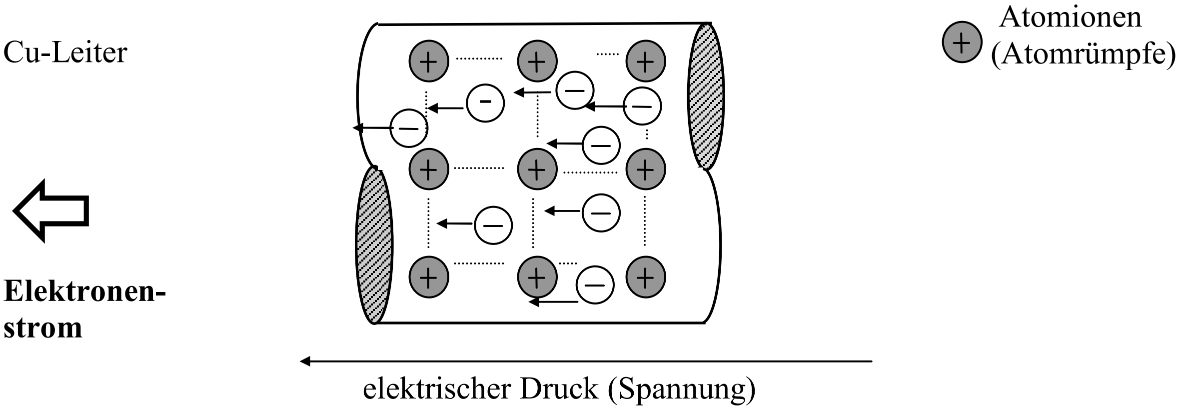
Metallgitter
Elektronenwolke



Metalle besitzen eine periodische Gitterstruktur aus Atomrümpfen. Eine große Anzahl von Elektronen kann sich frei in diesem Gitter bewegen. Man spricht von einer so genannten Elektronenwolke.

Durch äußere Kräfte (Spannung) können die freien Elektronen bewegt werden. ⇨ Dies führt zu einem **elektrischen Strom**.

Anm.: Daraus resultieren <u>keine</u> stofflichen Veränderungen!



Die Elektronengeschwindigkeit in Metallen beträgt $\approx$ 3mm/s. Ausschlaggebend für eine gerichtete Bewegung von freien Ladungsträgern in einem Medium (z.B. einem Leiter) ist jedoch die Ausbreitung des Anstoßimpulses. Dieser breitet sich mit Lichtgeschwindigkeit $c \approx 300\,000$ km/s aus. Dies entspricht $3 \cdot 10^8$ m/s = 30 cm/ns.
Dies bedeutet, dass sich der Anstoßimpuls (d.h. ein erkennbarer Stromfluss) während einer Taktperiode eines 1GHz-Taktes ungefähr 30cm ausbreiten kann.

Ionenleiter

Bsp.:	Elektrolyte	(leitende Flüssigkeiten)
	Schmelzen	(Al - Schmelze)
	ionisierte Gase	(Plasma)

Strom durch Transport positiver und negativer Ionen

1.3.1.2 Nichtleiter (Isolatoren)

Nichtleiter sind Medien mit sehr wenigen frei beweglichen Ladungsträgern.

Bsp.: Kunststoffe, Gummi, Glas, Porzellan , Lacke, Papier, reines Wasser (H_2O), Vakuum, bestimmte Gase
SiO_2, Al_2O_3, Ta_2O_5, SiN

1.3.1.3 Halbleiter

Halbleiter (HL) sind Stoffe, die nur unter bestimmten Bedingungen leiten. Dabei werden Valenzelektronen durch äußere Einflüsse (Zufuhr von Energie) aus dem starren Gefüge herausgelöst. Diese Elektronen können sich dann frei bewegen.

⇨ daraus resultiert eine **endliche Leitfähigkeit**

Äußere Einflüsse können sein: Licht,
Wärme,
elektrische Energie,
elektromagnetische Felder, etc.

Beispiele für Halbleiter: **Si, Se, Ge, GaAs, InP**
Verbindungs-HL

In der Regel gilt:

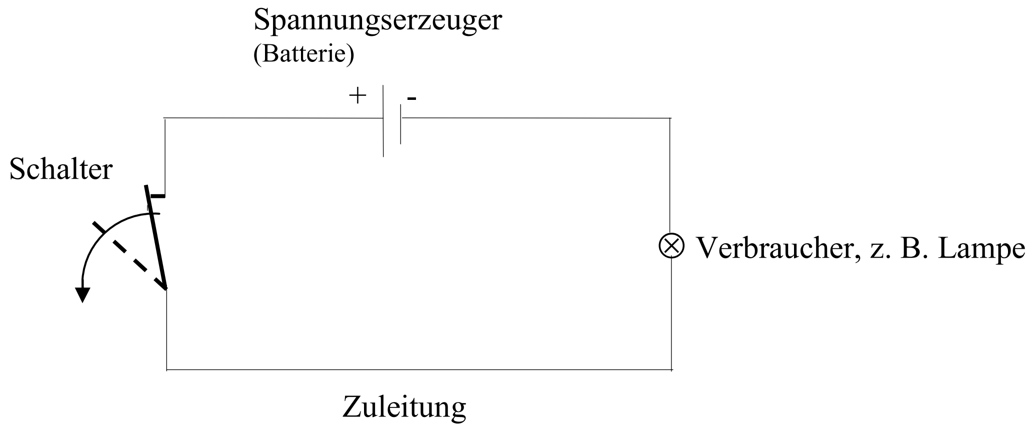
- HL bei tiefen Temperaturen (wenig Energie) ⇨ Isolator
- HL bei hohen Temperaturen (viel Energie) ⇨ Leiter

1.3.2 Stromkreis

Ein Stromkreis besteht im einfachsten Fall aus:

- Spannungserzeuger/ Spannungsquelle (Batterie)
- Verbraucher
- Zuleitungen

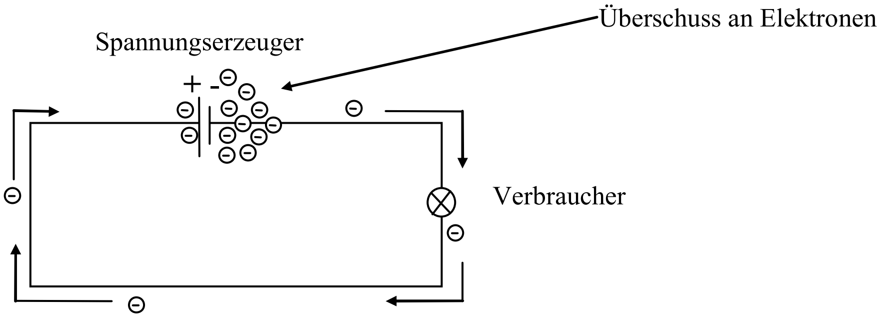
Schaltplan eines einfachen Stromkreises



Wichtig: elektrischer Strom fließt nur in einem geschlossenen Stromkreis.

1.3.3 Stromrichtung

1.3.3.1 Richtung des Elektronenstroms

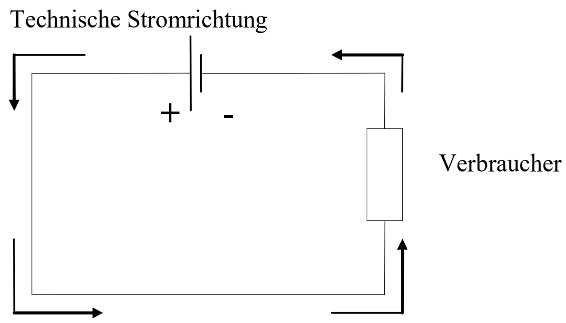


Am negativen Pol des Spannungserzeugers (Batterie) herrscht stets ein Elektronenüberschuss, während am positiven Pol ein Elektronenmangel vorliegt. Die frei beweglichen Elektronen versuchen dieses Konzentrationsgefälle auszugleichen. Der Stromfluss ist jedoch nicht durch die Batterie, sondern nur über die äußeren Verbindungsleitungen (durch den Verbraucher) möglich. Elektronen fließen daher stets vom Minuspol des Spannungserzeugers über den Verbraucher zum Pluspol des Spannungserzeugers.

1.3.3.2 Technische Stromrichtung

Die **technische Stromrichtung** wurde leider (willkürlich!) folgendermaßen festgelegt:

Der elektrische Strom fließt vom positiven Pol des Spannungserzeugers über den Verbraucher zum negativen Pol.



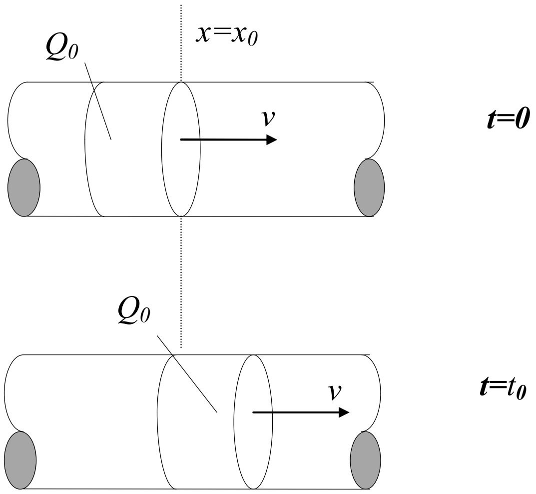
Vorsicht: Die **technische Stromrichtung** und die **Elektronenstromrichtung** sind gerade entgegengesetzt !

Merke: Im Folgenden wird, falls nicht ausdrücklich anders erwähnt, immer die technische Stromrichtung verwendet !

1.3.4 Stromstärke *I*

Betrachtet wird eine Ladungsmenge: Q_0 (Einheit: Coulomb), die sich mit konstanter Geschwindigkeit v im Leiter bewegt. Der Punkt $x = x_0$ wird in der Zeit zwischen $t = 0s$ und $t = t_0$ passiert.

⇨ es fließt ein konstanter Strom mit der konstanten Stromstärke I



$$I = \frac{Q_0}{t_0}$$

$$[I] = \frac{[Q_0]}{[t_0]} = 1A = \frac{1C}{1s}$$

oder: bei konstantem Strom I fließt in der Zeit $t = t_0$ die Ladung Q_0 über den Punkt $x = x_0$, mit

$$\boxed{Q_0 = I \cdot t_o}$$

<u>Bem.:</u>
1C entspricht der Ladung von $6{,}24 \times 10^{18}$ Elementarladungen (z.B. Elektronen).
Eine Elementarladung entspricht $1e = 1{,}61 \times 10^{-19}$ C
Es fließt damit ein konstanter Strom von 1A, wenn innerhalb einer Sekunde gleichmäßig $6{,}24 \times 10^{18}$ Elektronen den Querschnitt eines passieren.

Die Stromstärke ***I*** ist eine <u>Basisgröße</u> im gesamten SI-System

Insgesamt wurden folgende sieben Basisgrößen definiert:
Strom (A),
Zeit (s),
Länge (m),
Masse (kg),
Temperatur (K),
Lichtstärke (cd),
Stoffmenge (mol)

Im allgemeinen Fall ist der Strom **zeitabhängig** (d.h. $I = f(t)$).

⇨ man kann dann hierbei nicht davon ausgehen, dass eine Ladungsmenge Q_0 über einen längeren Zeitraum mit konstanter Geschwindigkeit v fließt.

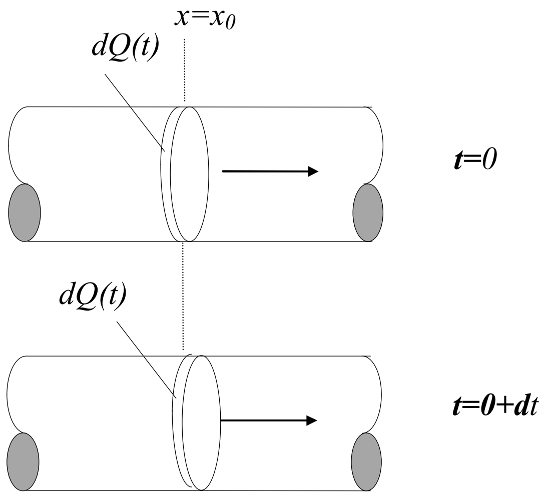
Für den allgemeinen Fall definiert man daher eine momentane Stromstärke $I(t)$, für die gilt:

$$\boxed{I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}}$$

D.h., die Stromstärke $I(t)$ errechnet sich aus der zeitlichen Änderung der Ladung $Q(t)$. Mathematisch entspricht dies der ersten Ableitung nach der Zeit.

Da die erste Ableitung einer Funktion den Anstieg der Funktion in diesem Punkt bestimmt, kann die momentane Stromstärke auch aus dem Anstieg der über der Zeit aufgetragenen Ladung ermittelt werden.

Zu jedem Zeitpunkt t errechnet sich der momentane Strom $I(t)$ somit aus der Ladung $dQ(t)$, die pro Zeitintervall dt den Ort $x = x_0$ passiert.



Die gesamte Ladungsmenge Q_0, die in der Zeit von $t = t_1$ bis $t = t_2$ den Ort $x = x_0$ passiert, errechnet sich zu:

$$\boxed{Q_0 = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt}$$

1.3.5 Stromdichte *J*

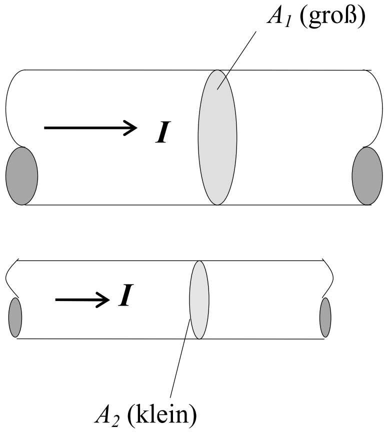
Für viele technische Anwendungen interessiert neben der Stromstärke auch die Dichte des Stroms, d.h. die Stromstärke bezogen auf die durchflossene Fläche A.

<u>Def.</u>

Stromdichte = Stromstärke pro Fläche

$$\boxed{J = \frac{I}{A} \qquad [J] = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{mm}^2}}$$

Beispiel:



$J_1 = \dfrac{I}{A_1}$ geringe Stromdichte

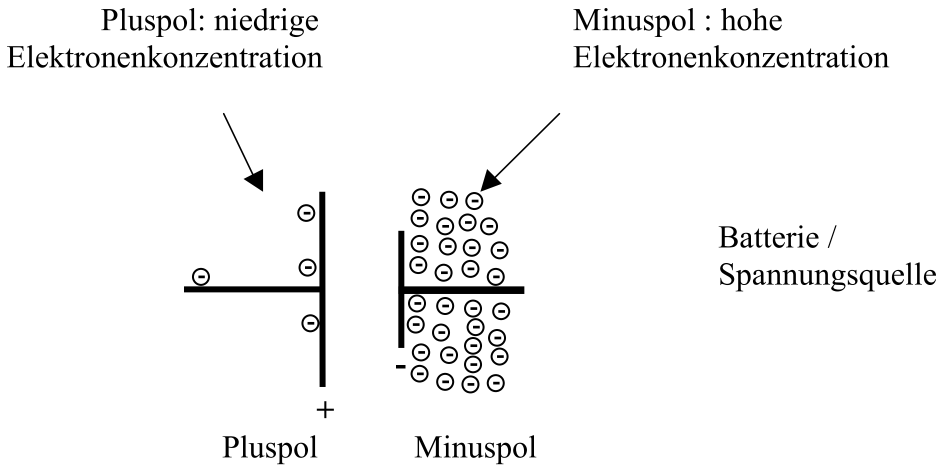
$J_2 = \dfrac{I}{A_2}$ hohe Stromdichte

Hohe Stromdichten führen zur Erwärmung des Leiters (Zahl der Stöße von Elektronen mit Atomrümpfen nimmt zu). Aus Sicherheitsgründen ist die maximale Stromdichte in der Regel festgelegt.

Bspl.: VDE-Vorschrift: Cu - Leitung mit 2,5 mm² Querschnitt darf maximal mit 16 A belastet werden (⇨ $J = 6{,}4\ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$)

1.4 Elektrische Spannung U

Die elektrische Spannung ist die Ursache für elektrischen Strom.
(Der elektrische Strom ist damit die Wirkung der elektrischen Spannung).
Die Spannung entspricht einem Unterschied in der Elektronenkonzentration.
Anschaulich sprechen wir auch vom „elektrischen Druck“ auf die Ladungsträger.



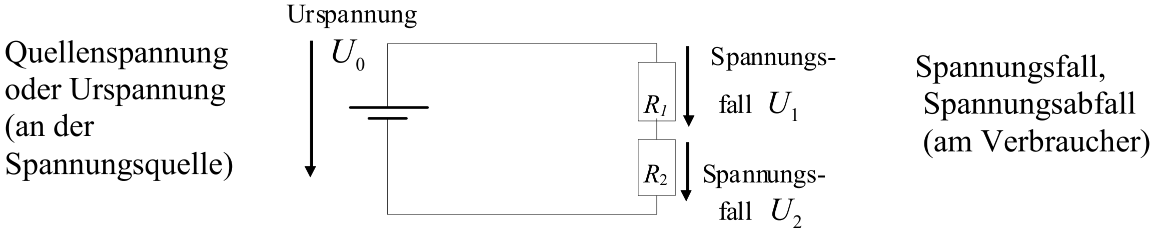
Zur Herstellung eines Elektronen-Konzentrationsgefälles (räumliche Trennung der Elektronen) muss die Arbeit W verrichtet werden.

Es gilt:

$$U = \frac{W}{Q} \qquad [U] = \frac{[W]}{[Q]} = \frac{J}{As} = \frac{Ws}{As} = V$$

Die Spannung entspricht damit der Arbeit, die pro Ladung verrichtet wurde, um die Ladungsträger zu trennen.

In einem Stromkreis, wie z.B. unten dargestellt, bewirkt die Spannung der Quelle (Quellenspannung, Urspannung) eine Spannung an den Verbrauchern. Man spricht dabei von Spannungsfall oder Spannungsabfall am Verbraucher.

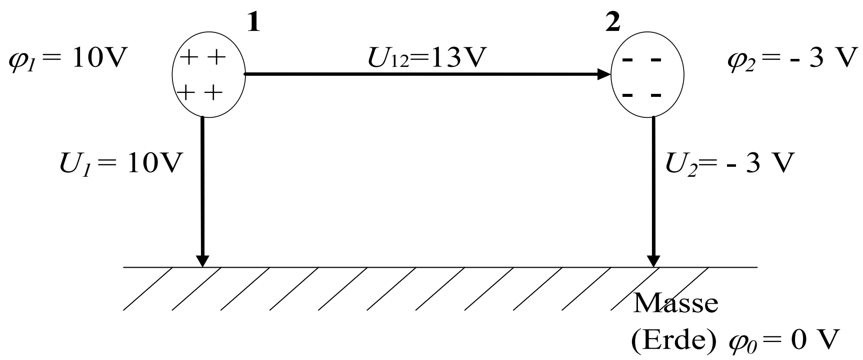


1.5 Elektrisches Potential φ

Die Spannung zwischen einem Punkt oder einem geladenen Körper und einem festen Bezugspunkt (oft Masse, Erde) nennt man **Potential φ.**

$[\varphi] = \mathrm{V}$

Bsp.:



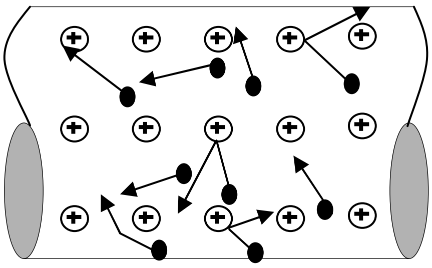
1 ⇨ positives Potential gegenüber Masse (+10V)
2 ⇨ negatives Potential gegenüber Masse (-3V)

Die Spannung zwischen 2 Punkten entspricht demnach der Potentialdifferenz zwischen den beiden Punkten. In Schaltplänen werden Spannungen daher häufig als Pfeile gezeichnet. Diese Pfeile zeigen für positive Spannungen vom höheren Potential zum niedrigeren Potential. Spannungen sind jedoch keine Vektoren wie die Kraft und das elektrische Feld.

1.6 Elektrischer Widerstand *R*

1.6.1 Bewegung von Ladungsträgern in Leitern

Die freien Ladungsträger in einem Leiter oder Halbleiter können diesen nicht ungestört durchlaufen. Es kommt häufig zu Zusammenstößen mit dem Atomgitter. Außerdem gibt es Wechselwirkungen mit anderen freien Ladungsträgern.



Elektronenbewegung im Metall

Der **elektrische Widerstand** gibt an, wie stark die freie Bewegung der Ladungsträger behindert ist.
Der **elektrische Widerstand** ist abhängig von:

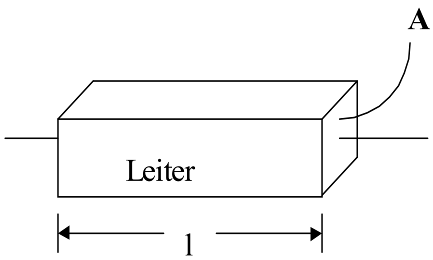
- den Materialeigenschaften
- der Geometrie des Leiters

Def.: Der elektrische Widerstand *R* beträgt 1 Ω (Ohm), wenn bei einer Spannung von 1V genau der Strom 1A fließt

$$[R] = 1\Omega = \frac{1\text{V}}{1\text{A}}$$ elektrische Definition des Widerstandes

Wenn der **spezifische Widerstand** ρ des Materials bekannt ist, kann der Widerstand eines Körpers wie folgt berechnet werden :

Es gilt: $$\boxed{R = \rho \cdot \frac{l}{A}}$$



mit:

l: Länge des Leiters
A: Querschnittsfläche
ρ: spezifischer Widerstand (Materialeigenschaft) (griechisch „rho“)
$[\rho] = \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

Bem.: Besitzt ein Leiter (Widerstand) der Länge 1m mit einem Querschnitt von $1mm^2$ gerade einen Widerstand von 1Ω, dann gilt $\rho = 1\Omega \frac{mm^2}{m}$

Bspl.: Cu: $\rho_{cu} = 1{,}56 \cdot 10^{-2}\ \Omega \frac{mm^2}{m}$

mit $l = 5m$; $A = 2{,}5mm^2$

⇨ $R = 1{,}56 \cdot 10^{-2}\ \Omega \frac{mm^2}{m} \cdot 5m / 2{,}5mm^2 = 3{,}12 \cdot 10^{-2}\ \Omega$

$= 30{,}12 \cdot 10^{-3}\ \Omega = 30{,}12\ m\Omega$

1.6.2 Temperaturabhängigkeit von Widerständen

Der Widerstand und der spezifischer Widerstand sind i. a. temperaturabhängig.
Für metallische Leiter gilt näherungsweise:

$$\boxed{R(\vartheta) \approx R_{20}[1 + \alpha\ (\vartheta - 20°C)]}$$

ϑ: Temperatur in °C
α : Temperaturkoeffizient des Materials in 1/°C oder K^{-1}

Man unterscheidet:

- **Kaltleiter** ($\alpha > 0$, PTC) ⇨ leiten in kaltem Zustand besser
  Bsp.: Cu, Al, Ag, Au, Fe

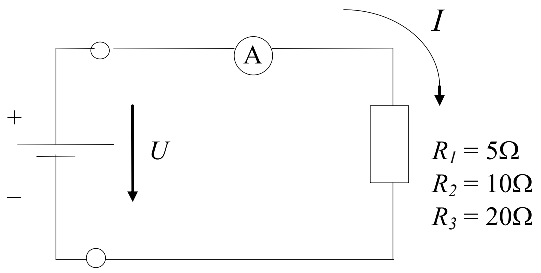
- **Warmleiter** ($\alpha < 0$, NTC) ⇨ leiten in warmem Zustand besser
  Bsp.: C, Gase, HL, Flüssigkeiten

Bem.: Konstantan ⇨ $\alpha \approx 0$ $(0{,}1 \cdot 10^{-4}\ K^{-1})$ CuNiMn-Legierung

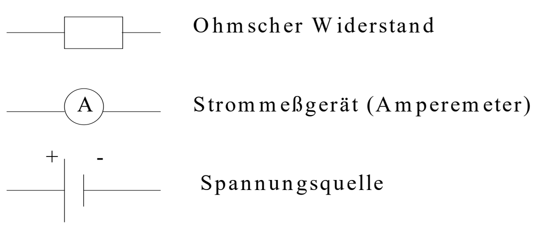
2 Stromkreisgesetze

2.1 Ohmsches Gesetz

Betrachtet werde folgende einfache Versuchsanordnung. Die 3 Widerstände werden dabei zeitlich nacheinander in die Schaltung eingebracht.

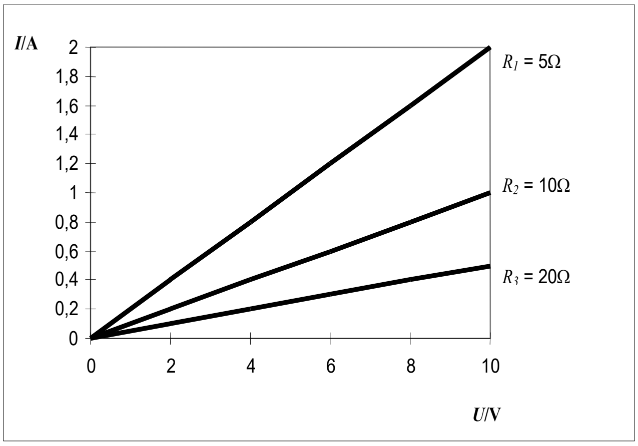


Schaltzeichen



Frage: Wie verhält sich der Strom I durch den jeweiligen Widerstand R in Abhängigkeit der Spannung U?
Bei dem Experiment wird jeweils ein Widerstand zusammen mit dem Strommesser nach obigem Bild an die Spannungsquelle angeschlossen. Die Spannung wird auf einen festgelegten Wert eingestellt und der Strom durch die Schaltung gemessen und dokumentiert. Dies wird für unterschiedliche Spannungen für alle Widerstände wiederholt. Es ergibt sich die folgende Messwerttabelle und das hieraus gezeichnete Diagramm.

	R_1=5Ω	R_2=10Ω	R_3=20Ω
U / V	I / A	I / A	I / A
0	0	0	0
2	0,4	0,2	0,1
4	0,8	0,4	0,2
6	1,2	0,6	0,3
8	1,6	0,8	0,4
10	2	1	0,5



Beobachtung: Strom und Spannung verhalten sich für einen festen Widerstandswert R proportional zueinander. I ~ U

Ohmsches Gesetz

$$U = R \cdot I$$

$$I = G \cdot U = \frac{U}{R}$$

$$R = \frac{1}{G}$$

R -Proportionalitätskonstante

G: Leitwert $G = \frac{1}{R}$

$[G] = \frac{1}{\Omega}$ = S (Siemens)

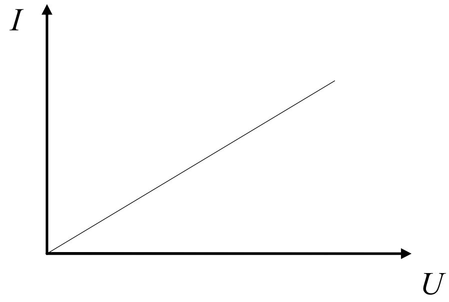
= mho (engl.)

U/I - Kennlinie eines Widerstandes ist eine Gerade.

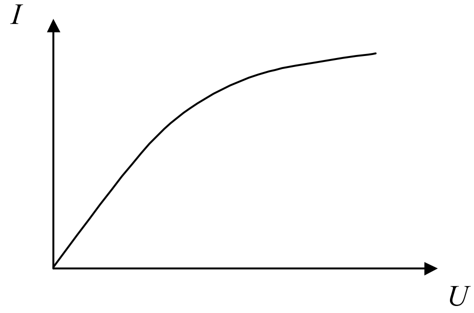
⇨ Widerstände sind daher lineare Bauelemente.

Beispiele für lineare und nichtlineare Kennlinien

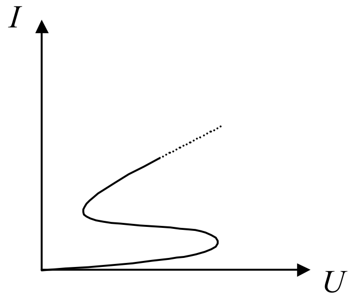
Widerstand



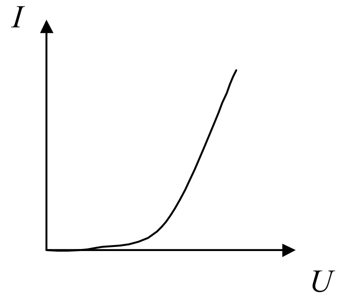
Glühlampe



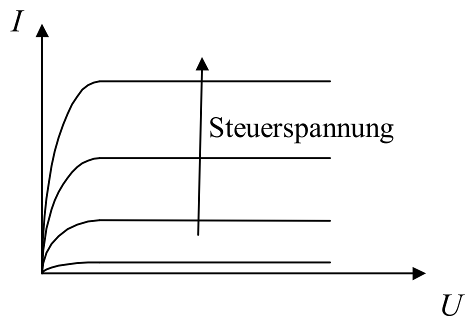
Gasentladungsröhre



Halbleiterdiode (Gleichrichter)



Transistor

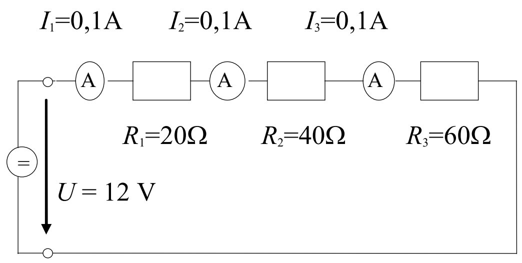


Thyristor

2.2 Analyse einer Reihenschaltung

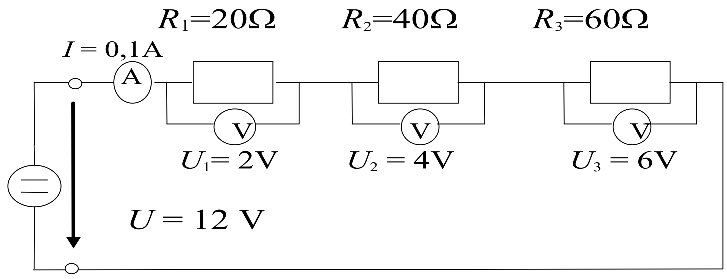
Die Reihenschaltung von drei Widerständen R_1, R_2 und R_3 wird genauer untersucht. Dazu werden unterschiedliche Messungen durchgeführt.

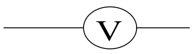
1. Messung: der Strom durch die Widerstände wird gemessen



Ergebnis: Im Reihenstromkreis ist die Stromstärke in allen Widerständen gleich groß.

2. Messung: die Spannung an den Widerständen wird gemessen





= Spannungsmesser, Voltmeter

<u>Ergebnis:</u> Die Spannung an den Widerständen ist proportional zum jeweiligen Widerstand.
Die Gesamtspannung (12V) ist gleich der Summe der Teilspannungen an den Widerständen (2V + 4V + 6V)

$$\boxed{U = U_1 + U_2 + U_3}$$

Für den Gesamtwiderstand der Anordnung gilt demnach:

$R_{ges} = \frac{U}{I} = \frac{12\text{V}}{0{,}1\text{A}} = 120\Omega$ oder

$$R_{ges} = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \frac{U_3}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

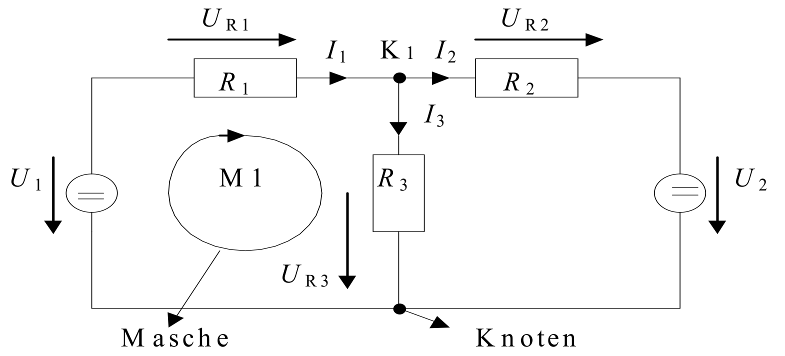
⇨ bei Reihenschaltung gilt: $\boxed{\text{Gesamtwiderstand = Summe der Einzelwiderstände}}$

In analoger Weise kann auch die Parallelschaltung mehrerer Widerstände untersucht werden.

2.3 Kirchhoffsche Regeln

Für die allgemeine Analyse beliebiger Schaltungen (Netzwerke) leitete Kirchhoff einfache Regeln her. Grundlage für die Analyse bilden die Maschen und Knoten des Netzwerkes.

Bspl.: Elektrisches Netzwerk

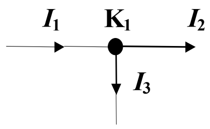


geg.: U_1, U_2, R_1, R_2, R_3

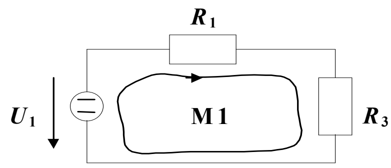
ges.: I_1, I_2, I_3, U_{R1}, U_{R2}, U_{R3}

Man kann leicht zeigen, dass sich jedes beliebige elektrische Netzwerk aus Knoten und Maschen aufbauen lässt.

Knoten (Bspl.):



Masche (Bspl.):



2.3.1 Knotenregel (1. Kirchhoffsches Gesetz)

Vereinbarung: Ströme in den Knoten (zufließend) ⇨ positives Vorzeichen
Ströme aus dem Knoten (abfließend) ⇨ negatives Vorzeichen

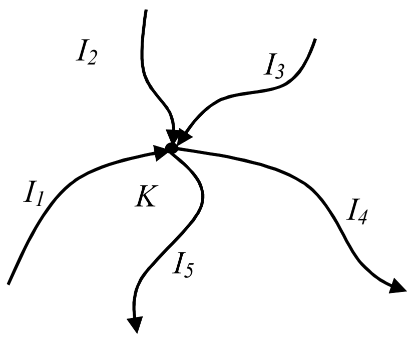
Für jeden Knoten in einem Netzwerk gilt:

Die Summe aller Ströme eines Stromknotens ist null:

$$\sum_{i=1}^{m} I_i = 0$$

oder: Die Summe der in einen Knoten hineinfließenden Ströme ist gleich der Summe der aus dem Knoten herausfließenden Ströme.

Bspl.:



$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$

2.3.2 Maschenregel (2. Kirchhoffsches Gesetz)

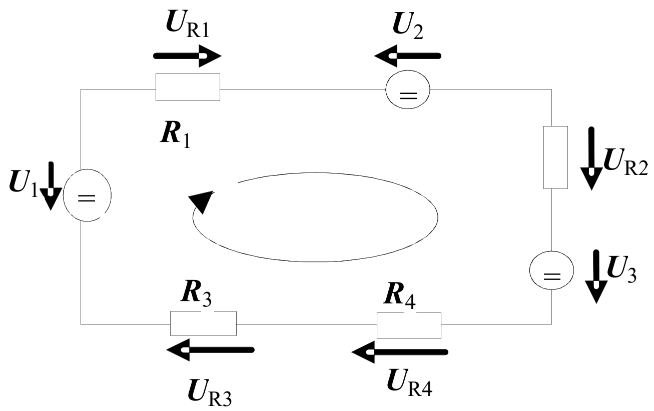
Für jede Masche eines Netzwerkes gilt:

Die Summe aller Spannungen einer Masche ist null:

Hierzu wird eine beliebige Maschenumlaufrichtung festgelegt. Es gilt dann die Vereinbarung:

Spannungen in Maschendurchlauf-Richtung ⇨ positives Vorzeichen
Spannungen entgegen Maschendurchlauf-Richtung ⇨ negatives Vorzeichen

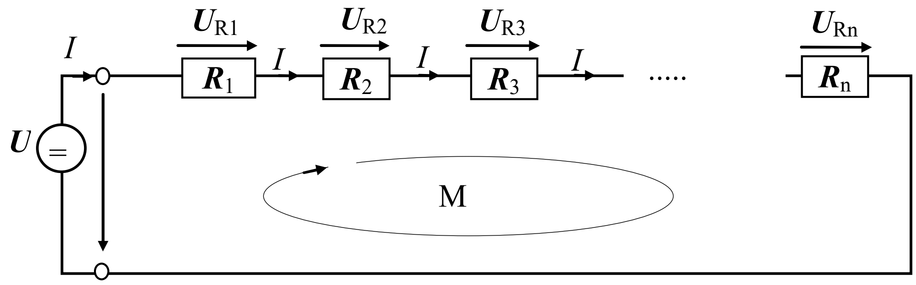
Bspl. :



Richtung des Maschendurchlaufs kann beliebig gewählt werden!
(hier: mathem. negativ gewählt)

$U_{R1} - U_2 + U_{R2} + U_3 + U_{R4} + U_{R3} - U_1 = 0$

2.4 Reihenschaltung von Widerständen

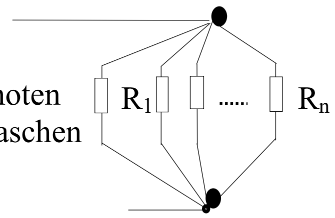


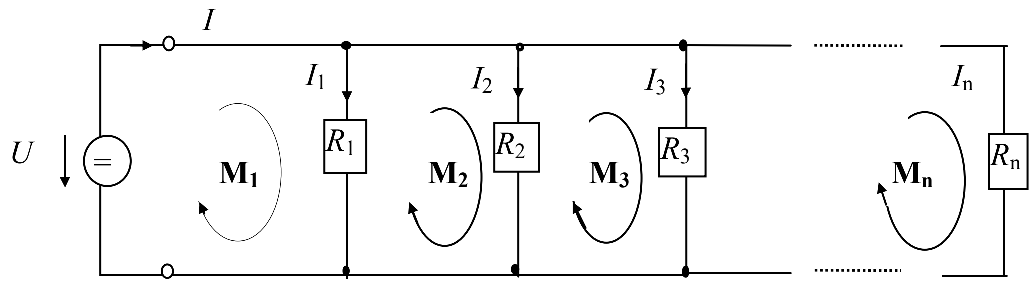
Nach Kapitel 2.2. gilt für die Reihenschaltung mehrere Widerstände (abgeleitet nach den Kirchhoffschen Regeln) :

Reihenschaltung:

$$\boxed{\frac{U}{I} = R_{ges}=R_1+R_2+R_3 \dots\ +R_n=\sum_{i=1}^{n} R_i}$$

2.5 Parallelschaltung von Widerständen





Wie man mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln zeigen kann, gilt für die

Parallelschaltung:

$$\boxed{\frac{U}{I} = R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\ \dots\ +\frac{1}{R_n}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} G_i}}$$

Man schreibt hierfür auch oft

$$\boxed{\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\dots+\frac{1}{R_n}}$$

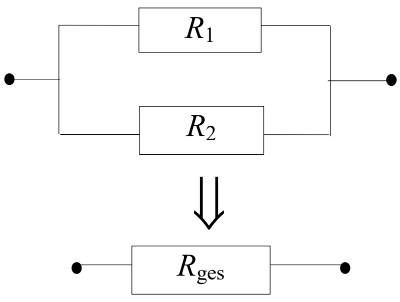
oder

$$\boxed{\frac{I}{U} = G_{ges} = \sum_{i=1}^{n} G_i}$$

Bei der Parallelschaltung ist der Gesamtleitwert G_{ges} gleich der Summe der Einzelleitwerte.

Sonderfälle:

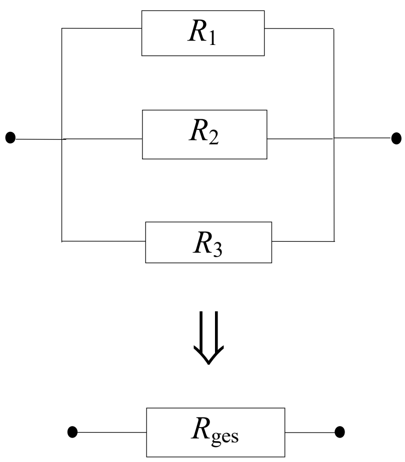
a) Parallelschaltung von zwei Widerständen



$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

speziell: $R_1 = R_2 = R \Rightarrow R_{ges} = \frac{R}{2}$

b) Parallelschaltung von drei Widerständen



$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

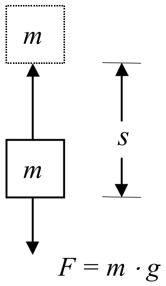
speziell: $R_1 = R_2 = R_3 = R \Rightarrow R_{ges} = \frac{R}{3}$

3 Arbeit und Leistung

3.1 Arbeit *W*

3.1.1 Definition der elektrischen Arbeit

Aus der Mechanik ist bekannt:



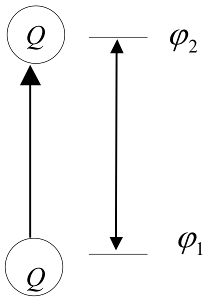
$s = h_2 - h_1$

Beim Heben der Masse *m* um den Höhenunterschied *s* wird die Arbeit

$$W = F \cdot s = F \cdot (h_2 - h_1) = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

verrichtet. Die Lageenergie (potentielle Energie) des Körpers erhöht sich beim Heben um die Energie *W*.

In der Elektrotechnik existiert eine Analogie:



$U = \varphi_2 - \varphi_1$

Beim Bewegen (‚Heben‘) der Ladung Q vom Potential φ_1 zum Potential φ_2 wird die Arbeit

$$W = Q \cdot U = Q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)$$

verrichtet.

Die Ladung wird in der Zeit *t* gleichförmig vom Potential φ_1 zum Potential φ_2 bewegt. Bei gleichförmiger Bewegung während dieser Zeit fließt ein konstanter Strom *I,* für den gilt

$$I = \frac{Q}{t} \rightarrow Q = I \cdot t$$

Die Arbeit W kann damit auch mithilfe des Stromes *I* angegeben werden.

⇨ $W = Q \cdot U = U \cdot I \cdot t$

$[W] = \mathrm{VAs} = \mathrm{Ws} = \mathrm{Nm}$

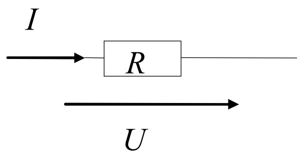
Verwendet wird auch die Einheit $1\,\mathrm{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{Ws}$

3.1.2 Arbeit an Widerständen

Energie ist definiert als das Vermögen, Arbeit zu verrichten. **Widerstände sind passive Bauelemente.** Dies bedeutet, dass Widerstände nur Energie „verbrauchen“ können, jedoch keine Energie „erzeugen“.

Für die Arbeit *W*, die in einem Widerstand verrichtet wird, gilt:

$$\boxed{W = U \cdot I \cdot t}$$



$$U = R \cdot I$$

oder mit $U = I \cdot R$

$$\Rightarrow \quad W = I \cdot R \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t$$

bzw.

$$\Rightarrow \quad W = U \cdot \frac{U}{R} \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$$

Bspl.:

Spannungsquelle mit U_0 = 12V gibt 5h lang Strom von I = 0,3A ab. Die Arbeit (Energie), die im Verbraucherwiderstand verrichtet wurde, ist

⇨ W = 12V · 0,3A · 5h = 64.800Ws = 64,8kWs

3.2 Leistung P

Die Leistung *P* ist die Arbeit, die pro Zeiteinheit verrichtet wird. Fließt über einen Zeitraum *t* der konstante Strom *I* bei konstanter Spannung *U* dann gilt:

$$\boxed{P = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I}$$

$[P]$ = VA = W (Watt)

Im allgemeinen Fall sind Strom und Spannung jedoch zeitabhängig. Damit ergibt sich auch für die Leitung ein zeitabhängiger (nicht konstanter) Verlauf. Die Leistung zu einem bestimmten Zeitpunkt t p(t) (Momentanwert) kann wie folgt angegeben werden.

$$\boxed{p(t) = \frac{dW(t)}{dt} = u(t) \cdot i(t)}$$

Typischer ist jedoch die Abgabe eines (zeitlichen) Mittelwertes der Leistung P. Über diese Definition gelangt man zum Begriff des Effektivwertes, der in den Kapiteln zum Wechselstrom näher erläutert wird.

Wir wollen zunächst nur zeitlich konstante Verläufe betrachten.
Die Leistung, die bei konstanter Spannung und konstantem Strom in einem ohmschen Widerstand verbraucht wird, berechnet sich zu:

$$\boxed{\begin{array}{l} P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} \\ \\ P = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 \cdot R \end{array}}$$

oder

Beispiele für typische mittlere Leistungen:

Leistung in einer Empfangsantenne	$\approx 1\mu W$
Sendeleistung Mobiltelefon	< 2W
Leistung eines Haarföns	500-1500W
Leistung eines Elektroherds	3kW
Leistung einer Elektrolokomotive	1MW
Leistung eines Kernkraftwerks	1000MW

Bem.: 1PS =736W

3.3 Energieumwandlung

Streng genommen kann Energie weder erzeugt noch verbraucht werden. Sie geht also nicht verloren! Energie, die in einer bestimmten Form vorliegt, kann jedoch in eine andere Form gewandelt werden.

Bspl.: Energie, die scheinbar in einem Widerstand „verbraucht“ wird, wird tatsächlich in Wärmeenergie umgewandelt.

Energie und Arbeit haben die gleiche physikalische Dimension. Für die Energie wird in diesem Skript auch das gleiche Formelzeichen *W* verwendet. Zur Unterscheidung wird für die Energie häufig die Einheit Joule verwendet:

$$[W] = \text{Ws} = \text{J} \quad \text{(Joule)}$$

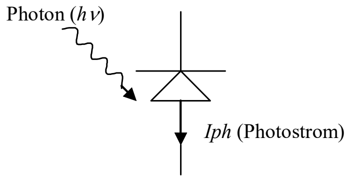
Beispiele für unterschiedliche Energieformen sind:

Bewegungsenergie (kinetische Energie)
Wärmeenergie
chemische Energie
Lageenergie (potentielle Energie)
Atomenergie
Lichtenergie
elektrische Energie
etc.

Anm.: Jede Energieform lässt sich direkt oder indirekt in elektrische Energie wandeln und umgekehrt.

Bspl.: Lichtenergie (hν) ⇨ elektrische Energie

direkt: Solarzelle/Photozelle

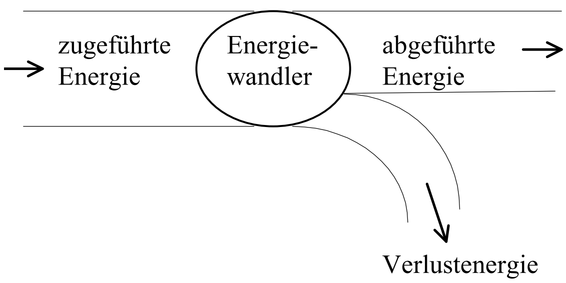


indirekt:
- Wasser wird verdampft
- Dampf treibt Generator an
- Generator erzeugt elektr. Energie

(Licht ⇨ Wärme ⇨ Bewegung ⇨ Strom/Spannung)

Bei der Wandlung von einer Energieform in eine andere Energieform mit Hilfe technischer Anlagen, gelingt es in der Regel nicht, die gesamte Energie zu 100% in die gewünschte Energieform zu wandeln. Der Wirkungsgrad gibt hier an, welcher Anteil der gesamten zugeführten Energie nach der Wandlung genutzt werden kann. Die Verlustenergie stellt den nicht genutzten Teil dar. Nach dem Energieerhaltungssatz ist es nicht möglich, eine Anlage zu konstruieren, die mehr Energie abführt, als ihr zugeführt wird.

Wirkungsgrad η



$$\eta = \frac{abgeführte\ \ Energie}{zugeführte\ Energie} \leq 1$$

$$\eta = \frac{abgegebene\ Leistung}{zugeführte\ Leistung} \leq 1$$

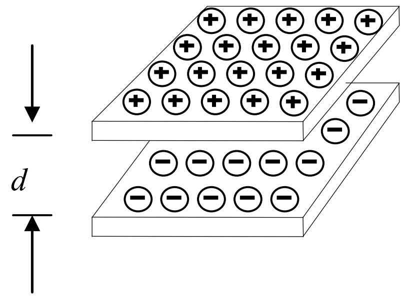
Bsp.:

Wechselstrommotor	$\eta \approx 0{,}7$
Drehstrommotor	$\eta \approx 0{,}8\text{-}0{,}95$
Bleiakku	$\eta \approx 0{,}75$
Glühlampe	$\eta \approx 0{,}015$
Rundfunkgerät	$\eta \approx 0{,}05$
Solarzelle	$\eta < 0{,}1\text{-}0{,}2$

4 Elektrisches Feld und Kondensator

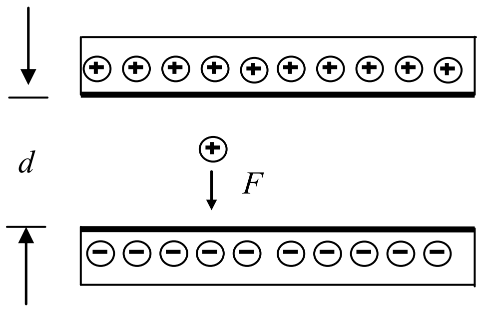
4.1 Elektrische Feldlinien und Elektrische Feldstärke

Bei Experimenten kann folgendes beobachtet werden:



zwei unterschiedlich geladene Metallplatten ziehen sich an (Kraftwirkung)

d : Plattenabstand



Auf eine positive Probeladung ⊕ wirkt eine Kraft F in Richtung der negativen Platte

Zwischen den geladenen Platten herrscht ein Kraftfeld. Man spricht von einem **elektrischen Feld**

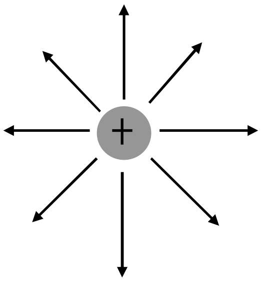
Anhand von Versuchen mit elektrisch geladenen Teilchen kommt man zu folgenden Erkenntnissen:

- zwischen elektrischen Ladungen wirken Kräfte
- die Kraftfelder werden durch die elektrischen Ladungen erzeugt, man spricht daher von elektrischen Feldern
- größere Ladungen erzeugen größere elektrische Felder
- Die Wirkung der Kraft ist für positive und negative elektrische Ladung genau entgegengesetzt

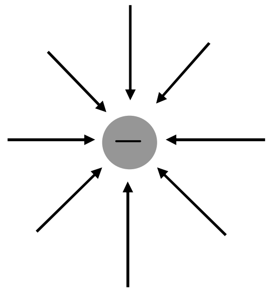
Darstellung von elektrischen Feldern:
- die Darstellung elektrischer Felder erfolgt mit Hilfe von Feldlinien (Pfeilen)
- Feldlinien verlaufen in Richtung der elektrischen Kraftwirkung auf eine positive Probeladung (Pfeilrichtung)
- Feldlinien beginnen damit stets bei positiver Ladung und enden bei negativer Ladung
- Die Dichte der gezeichneten Feldlinien ist ein Maß für die Stärke des elektrischen Feldes (eine höhere Dichte symbolisieren ein stärkeres elektrisches Feld)
- Felder (und damit Feldlinien) mehrerer Felder überlagern sich in jedem Punkte zu einem Gesamtfeld

Beispiele:

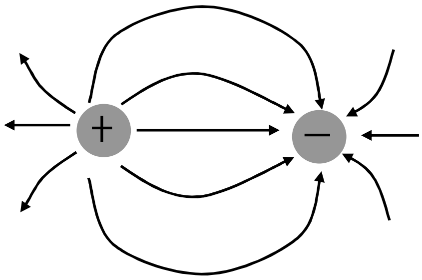
a)



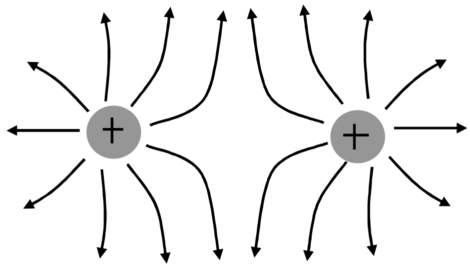
b)



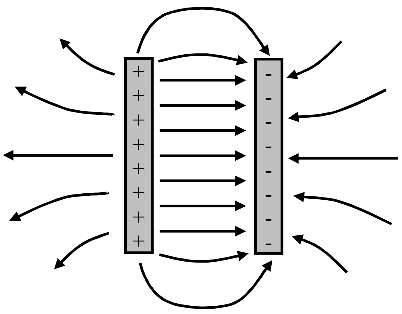
c)



d)



e)



Feldlinien zwischen 2 parallelen Platten (Plattenkondensator): Das elektrische Feld zwischen den Platten ist homogen, d.h. überall gleich groß und gleich gerichtet.

Das Maß für die Stärke des elektrischen Feldes ist die elektrische Feldstärke E.. Die Feldstärke besitzt (in jedem Raum-Punkt) neben einer Maßzahl auch eine Richtig. Sie ist mathematisch damit ein Vektor $\vec{E}$.
Im Folgenden soll in Berechnungen nur der Betrag der Feldstärke E= $|\vec{E}|$ verwendet werden.

<u>Herleitung für ein homogenes elektrisches Feld zwischen 2 geladenen Platten:</u>

Der Betrag der Feldstärke entspricht der Kraft, die pro Ladung im Feld wirkt:

$$\boxed{E = \frac{F}{Q}}$$

Zwischen zwei geladenen Metallplatten ist das elektrische Feld näherungsweise konstant und verläuft senkrecht zu den Platten.

Eine Probeladung Q kann auf dem Weg zwischen den Platten die Arbeit W_1 , mit $W_1 = F \cdot d = E \cdot Q \cdot d$

verrichten.

Zur Trennung der Probeladung war die Arbeit $W_2 = U \cdot Q$

nötig. Nach dem Energieerhaltungssatz muss die Arbeit W_1 gleich der Arbeit W_2 sein.

$W_1 = W_2$.

Damit gilt für das homogene Feld zwischen 2 parallelen, verschieden geladenen Platten:

$$\boxed{E = \frac{U}{d}}$$

mit U: Spannung zwischen den Platten und
d: Plattenabstand

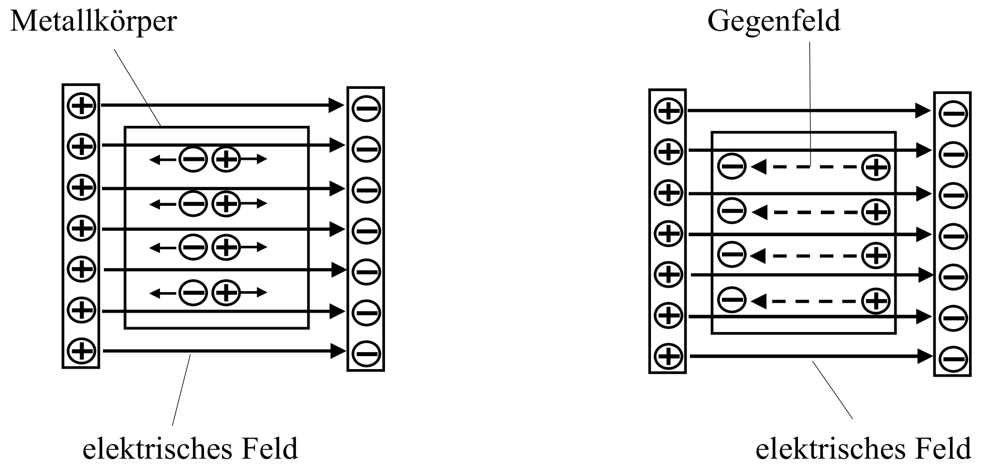
Die Einheit der elektrischen Feldstärke wird angegeben mit: $[E] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$

Homogene Felder entstehen z.B. zwischen 2 parallelen, verschieden geladenen Platten. Wir nennen solch eine Anordnung Kondensator.

4.2 Influenz

Anordnung: Zwischen zwei geladenen Platten existiert ein homogenes Magnetfeld. In dieses Magnetfeld wird ein Metallkörper eingebracht.

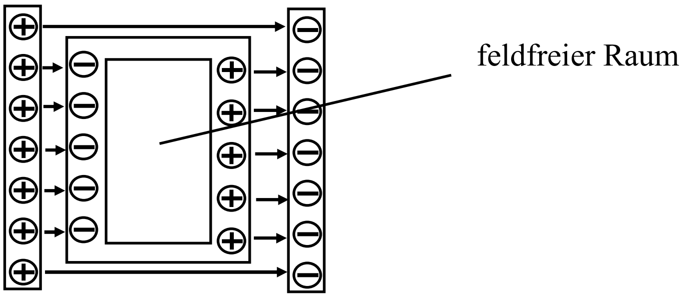
Beobachtung: Unter Einfluss des elektrischen Feldes kommt es in einem Metallkörper (Leiter) zu einer Ladungstrennung. Dies hat eine Spannung im Leiter zur Folge.
Die getrennten Ladungen bewirken zudem ein Gegenfeld im Metallkörper.



- Im Metall erfolgt Ladungstrennung durch elektrisches Feld
- die getrennten Ladungen (⊖ ,⊕) erzeugen im Metall ein Gegenfeld
- im Metall werden so lange Ladungen getrennt bis das ursprüngliche elektrische Feld und das Gegenfeld sich gegenseitig gerade aufheben
- Folge: Metall ist im Inneren stets feldfrei

Dieser Mechanismus kann bei Einbringen eines hohlen Metallkörpers oder leitend beschichteten Körpers in ein elektrisches Feld beobachtet werden.

Anwendung: Abschirmung empfindlicher Geräte durch Metallhülle (Faraday´scher Käfig)



4.3 Dielektrische Polarisation

Influenzwirkung kann auch bei Nichtleitern beobachtet werden. Da die Ladungsträger in Nichtleitern nicht beweglich sind, sondern sich lediglich räumliche Verschiebungen innerhalb der Atom- oder Molekülstruktur ergeben, spricht man hier von Polarisation.

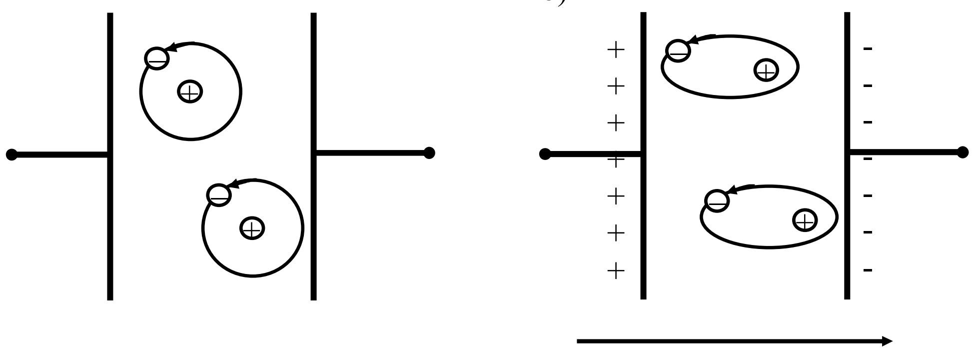
4.3.1 Verschiebungspolarisation

Zwischen die Kondensatorplatten wird ein Nichtleiter (Isolator) gebracht

Beobachtung:

- Moleküle (Atomrümpfe und Elektronen) können sich trotz Kraftwirkung durch elektrisches Feld nicht bewegen (Isolator: Ladungsträger sind unbeweglich)
- Moleküle bilden jedoch Dipole (- +) durch eine Verschiebung der Ladungsschwerpunkte

a) b)

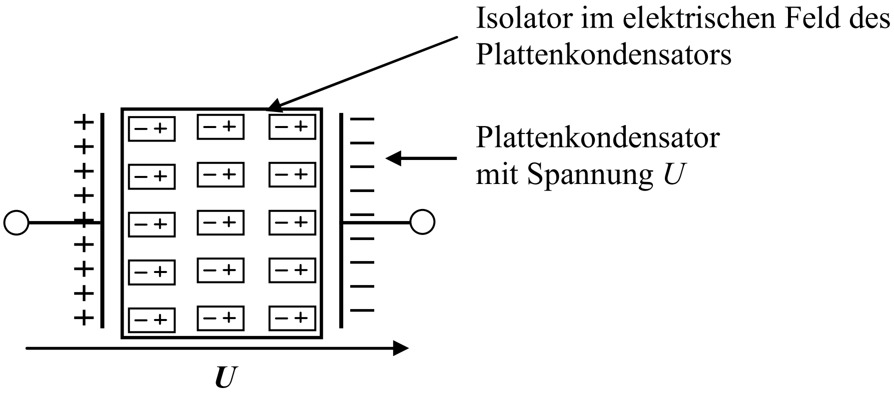


ohne Spannung ($U = 0$ V)
unpolarisiert

mit Spannung U
polarisiert

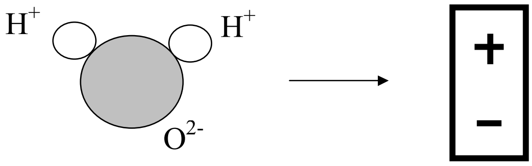
Folge:

Nichtleiter (Isolator) wird bei Anlegen einer Spannung polarisiert
⇨ die Einzeldipole können das äußere Feld zumindest teilweise kompensieren
⇨ elektrische Feldstärke im Nichtleiter nimmt (gegenüber Vakuum) ab!

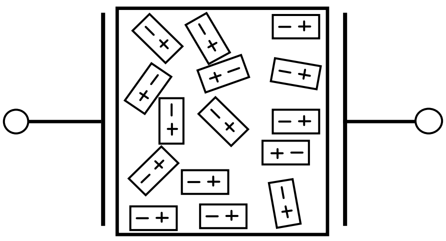


4.3.2 Orientierungspolarisation

Einige Stoffe / Moleküle bilden selbst ohne äußeres elektrisches Feld Dipole.
Ein Beispiel hierfür ist reines Wasser (H_2O)

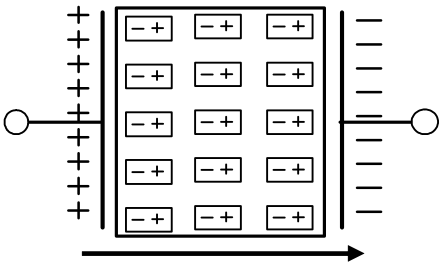


Die Dipole des Wassers sind ohne das Anliegen eines äußeren elektrischen Feldes jedoch ungeordnet. Die Wirkungen heben sich auf, so dass von außen keine Spannung messbar ist. Bei Vorliegen eines äußeren elektrischen Feldes richten sich die Dipole im Feld aus und schwächen damit (räumlich auf den Stoff begrenzt) das äußere elektrische Feld ab.



ohne Spannung ($U = 0$V)

keine Vorzugsorientierung



Mit Spannung U

Ausrichtung der Dipole
⇨ Isolator wird polarisiert
⇨ Gegenfeld durch Dipole
⇨ elektrisches Feld im Isolator wird kleiner (im Vergleich zu Vakuum)

Spezialfall: *U* ist Wechselspannung (*E* ändert Richtung ständig)

⇓

Polarisation im Isolator wechselt ständig (wie Spannung)

⇓

Dipole müssen sich stets umorientieren

⇓

Reibung

⇓

Erwärmung (⇨dielektrische Verluste)

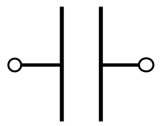
Anwendungen:

- Mikrowellenherd
- Schweißen von Kunststoffen
- Härten von Lacken
- Medizin, Diathermie

4.4 Kondensator

Aufbau: zwei Metallplatten (bzw. leitfähige Platten) getrennt durch Isolator (z.B. Luft, SiO_2 ...)

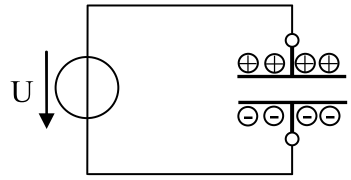
Kondensator



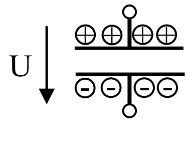
Der Isolator verhindert den Ladungsaustausch innerhalb des Kondensators zwischen den Kondensatorplatten. Zwischen den Platten kann kein elektrischer Strom fließen.

Laden eines Kondensators und Verwendung als Spannungsquelle:

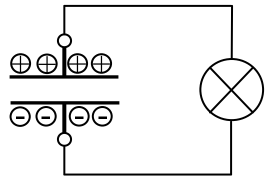
1. Ein Kondensator wird durch Anlegen einer äußeren Spannung an die Kondensatorplatten geladen. Die von außen angelegte Spannung U bewirkt eine Ladungstrennung auf den Platten.



2. Wird die äußere Spannung entfernt, bleiben im Idealfall die getrennten Ladungen auf den Platten erhalten. (In der Praxis entlädt sich der Kondensator nach und nach durch kleine Leckströme, die durch nicht ideale Isolation begünstigt werden)



3. Ein geladener Kondensator kann als Spannungsquelle verwendet werden. Die Ladung auf den Platten wird dabei nach und nach abgebaut.



Ein Kondensator ist also in der Lage elektrische Ladung zu speichern.
Die Kapazität des Kondensators gibt an, wieviel Ladung der Kondensator bei Anliegen einer bestimmten Spannung speichern kann.

Kapazität C:

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

$[C]$ = 1F (Farad) = $1\frac{\text{C}}{\text{V}} = 1\frac{\text{As}}{\text{V}}$

Die Kapazität eines Kondensators ist **für einen Plattenkondensator** direkt berechenbar aus der Geometrie des Kondensators und aus den Materialgemeinschaften des Isolators.

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}}$$

A: Fläche einer Kondensatorplatte
d: Abstand der Kondensatorplatten
ε_0: Dielektrizitätskonstante

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

ε_r : relative Dielektrizitätskonstante des verwendeten Isolators

ε_r gibt an, um welchen Faktor die Kapazität C erhöht wird, wenn man anstelle von Vakuum einen Isolator verwendet. (Luft: ε_r =1: Isolatoren: $\varepsilon_r \geq 1$)

Die Ursache für die Erhöhung der Kapazität C durch Einbringen eines Isolators in den Luftspalt zwischen den Platten ist die Polarisation im Isolator (Dielektrikum).

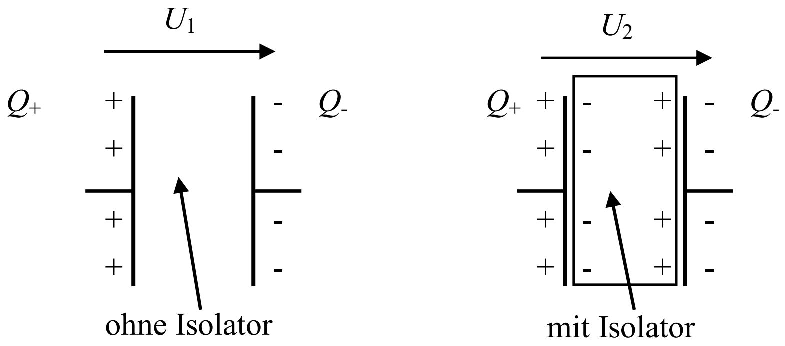
Erklärung:

- Zwischen den Kondensatorplatten besteht ein elektrisches Feld
- Durch Einbringen eines Isolators in das elektrische Feld werden durch Ladungsverschiebung Dipole gebildet oder bereits vorhandene Dipole ausgerichtet
- Im Isolator bildet sich somit ein Gegenfeld aus
- Das resultierende Gesamtfeld zwischen den Kondensatorplatten wird kleiner
- Die Spannung zwischen den Kondensatorplatten wird kleiner, ohne dass sich die Ladung auf den Platten verändert

$E = \frac{U}{d}$

$E \downarrow$

$U \downarrow$
Q = const.



mit: $C=\frac{Q}{U}$, $\boldsymbol{U_1 > U_2}$ *und Q=const:.* **C wird größer**

Beispiele für die relative Dielektrizitätskonstante ε_r:

Material	Luft	Papier	Porzellan	Glimmer	Al_2O_3	SiO_2	Ta_2O_5	H_2O(dest.)
ε_r	1	4.....6	5....7	5....8	6....9	4	22	80

4.5 Durchschlagsfestigkeit

Für ein homogenes Feld gilt nach Kapitel 1.5 (z. B. Kondensator):

$$E = \frac{U}{d}$$

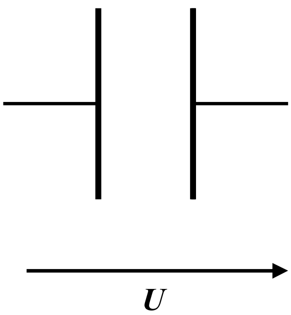
U: Spannung zwischen den Platten

d: Plattenabstand

$$[E] = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

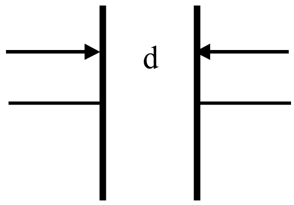
Versuchsanordnung:
Zwei räumlich getrennte Platten werden an eine Spannungsquelle angeschlossen. Zwischen den Platten befindet sich Luft bzw. ein anderer Nichtleiter/ Isolator. Es befinden sich damit keine frei beweglichen Ladungsträger zwischen den Platten und es kann zu keinem Ladungsaustausch/ Stromfluss zwischen den Platten kommen.

a)



Spannung *U* wird erhöht (Abstand *d* konstant)
$\Downarrow$
E erhöht sich
$\Downarrow$
Es kommt bei einer bestimmten Spannung zu einem Durchschlag

b)



Abstand d wird verringert (U konstant)
$\Downarrow$
E erhöht sich
$\Downarrow$
Es kommt bei einem bestimmten Abstand zu einem Durchschlag

Erklärung:
Isolatoren besitzen keine freien Ladungsträger, so dass kein Strom fließen kann und damit auch kein Ladungsträgeraustausch zwischen den Platten stattfindet. Das während der Versuche größer werdende elektrische Feld begünstigt verschiedene Durchschlagsmechanismen. Es entstehen durch verschiedene Effekte wenige oder ständig mehr werdende freie Ladungsträger (Elektronen oder Ionen), die ab einer bestimmten Feldstärke zu einer u.U, auch nur lokal begrenzten Entladung führen. Ein elektrischer Durchschlag kann das Isolationsmaterial irreversibel schädigen.

Die Feldstärke, bei der ein Isolierstoff (z. B. Luft) durchschlägt, wird Durchschlagfeldstärke oder Durchschlagfestigkeit E_d genannt. Unterhalb dieser Feldstärke wirkt der Stoff als Isolator.

<u>Bspl.:</u>

Luft:	$3{,}3\ \frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{mm}}$
Papier:	$10\ \frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{mm}}$
Porzellan:	$20\ \frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{mm}}$
Polystyrol:	$100\ \frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{mm}}$

Kondensatoren können verschiedene Isolationsmaterialien besitzen. Allen gemein ist, dass jeweils eine Spannungsfestigkeit angegeben ist, die beachtet werden muss. Wird diese zulässige Spannung überschritten kann es zu einem Durchschlag im Kondensator kommen, der den Kondensator i.d.R. zerstört.

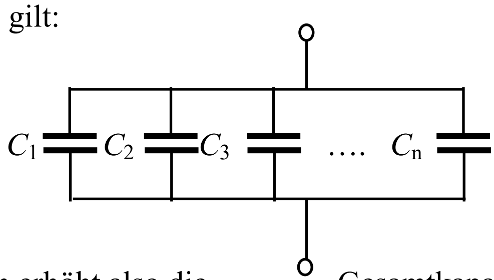
4.6 Parallel- und Reihenschaltung von Kondensatoren

Kondensatoren können zu Netzwerken zusammengeschaltet werden. Wie bei den Widerständen behandelt, können aus Parallel- und Reihenschaltungen Ersatzkapazitäten gebildet werden, um die Schaltung zu vereinfachen. Für die Errechnung der Ersatzkapazitäten in reinen Parallel- und Reihenschaltungen gilt folgendes:

4.6.1 Parallelschaltung von Kondensatoren

Bei der Parallelschaltung von Kondensatoren gilt:

$$\boxed{C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$

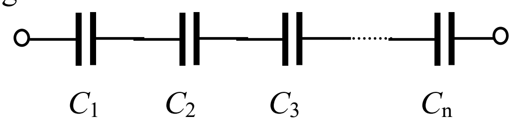


Die Parallelschaltung mehrere Kondensatoren erhöht also die Gesamtkapazität. Sie wird verwendet, um einen gewünschten Kapazitätswert einzustellen (Bsp. Drehkondensator)

4.6.2 Reihenschaltung von Kondensatoren

Bei der Reihenschaltung von Kondensatoren gilt:

$$\boxed{\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$



Die Reihenschaltung verringert damit die Gesamtkapazität. Sie wird verwendet, um einen gewünschten Kapazitätswert einzustellen. Ein weiteres Anwendungsgebiet ist die Verringerung der Gefahr eines Durchschlages bei großen Spannungen – die Spannung teilt sich über den einzelnen Kondensatoren auf.

<u>4.7 Energie des Kondensators</u>

- Ein Kondensator kann Energie speichern.
- Die energiebestimmende Größe ist U (bzw. $Q = C \cdot U$).

Für den Kondensator gilt:

$$\boxed{E = \tfrac{1}{2}\, Q \cdot U = \tfrac{1}{2}\, C \cdot U^2}$$

U: Spannung am Kondensator
$[E] = \mathrm{CV} = \mathrm{FV}^2 = \mathrm{Ws} = \mathrm{VAs}$

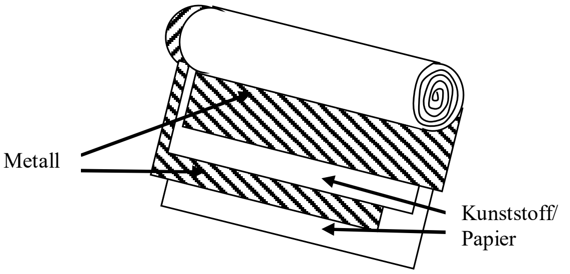
<u>Anwendung</u>: Blitzgerät
- Kondensator wird langsam aufgeladen
- dann sehr schnell entladen
⇨ großer Entladestrom in sehr kurzer Zeit ⇨ Blitz!

<u>Bemerkung</u>

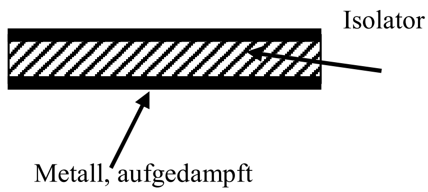
- Widerstand (R) kann <u>keine</u> Energie speichern !

4.8 Kondensator - Bauformen

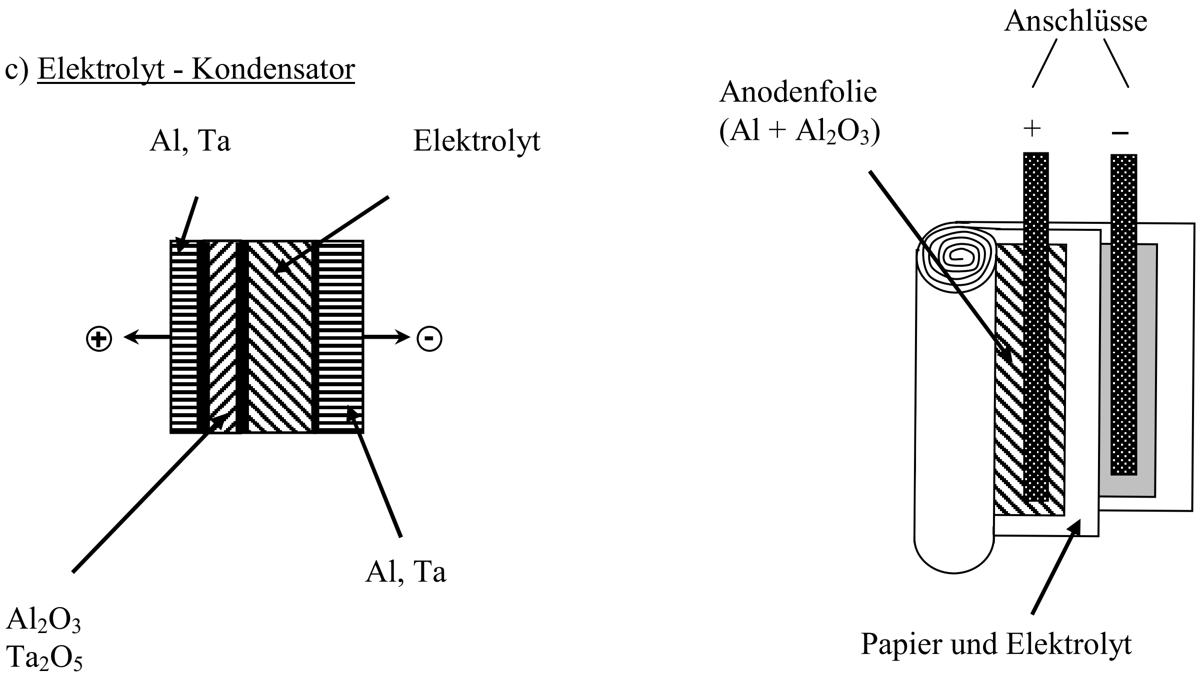
Beispiele: a) Kunststoff/Papierkondensator



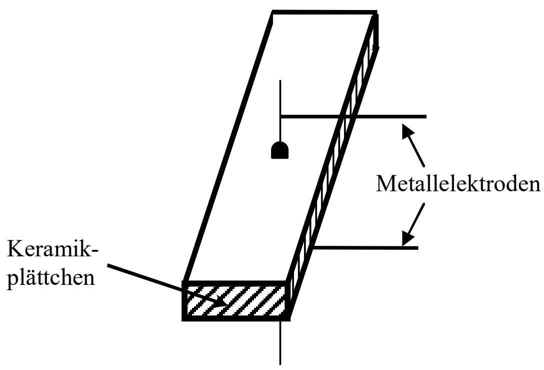
b) Metall-Papier-Kondensator



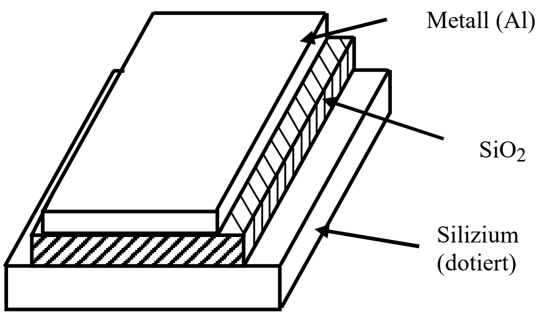
c) Elektrolyt - Kondensator



d) Keramik - Kondensator



e) MOS - Kondensator



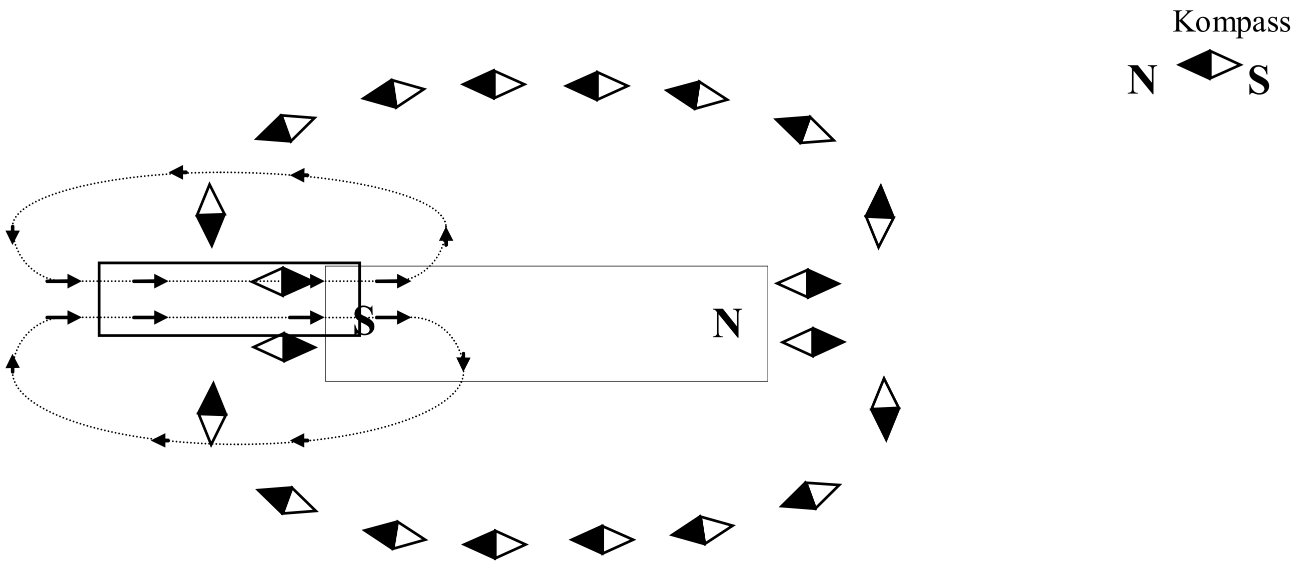
5 Magnetisches Feld und Spule

5.1 Magnetische Felder und magnetische Feldlinien

Ein Magnet ist ein Körper, der Eisen-, Nickel- und Kobaltteile (ferromagnetische Teile) anzieht. Magneten sind von einem magnetischen Kraftfeld umgeben. Magnetische Kraftlinien können mit Hilfe eines Kompasses sichtbar gemacht werden. Versuche mit Stabmagneten zeigen, dass es unterschiedliche Pole gibt. Man spricht von Nord- und Südpol. Auch eine Kompassnadel besitzt einen Nord- und einen Südpol.

Beobachtung: gleichnamige Pole stoßen sich ab
ungleichnamige Pole ziehen sich an

1. Beispiel: Stabmagnet



Darstellung von Magnetischen Feldern:

- magnetische Felder werden durch Feldlinien dargestellt.
- Die Dichte der Feldlinien ist ein Maß für die Stärke des magn. Feldes und die magn. Kraftwirkung (hohe Feldliniendichte ⇨ hohe magn. Feldstärke)
- magnetische Feldlinien sind immer in sich geschlossen, d. h. es gibt keinen „Anfang“ und kein „Ende“. (Im Gegensatz zu elektrischen Feldlinien!)
- Feldlinien verlaufen · außerhalb des Magneten von N → S
  · innerhalb des Magneten von S → N
- mehrere magnetische Felder überlagern sich in jedem Punkt zu einem Gesamtfeld
- Maß für die Stärke des magnetisches Feldes ist die Magentische Feldstärke H. Auch die Magnetische Feldstärke hat einen Betrag und eine Richtung. Mathematisch ist die magnetische Feldstärke damit ein Vektor.

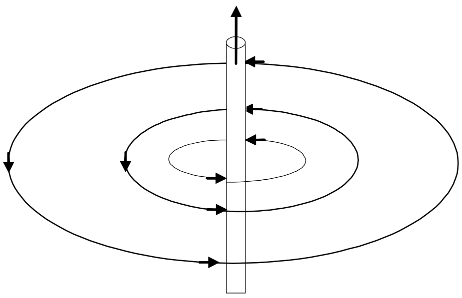
<u>Anm.:</u>

Auch die Erde wirkt wie ein Magnet
Ein drehbar gelagerter Stabmagnet (Kompass) zeigt stets zum geographischen Nordpol der Erde

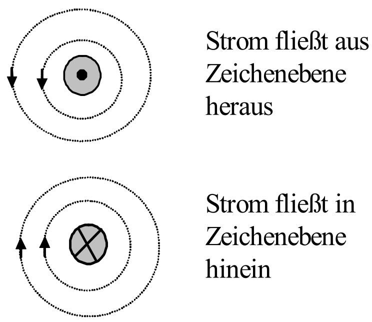
Aber! ⇨ geographischer Nordpol der Erde = magnetischer Südpol der Erde

2. Beispiel: Stromdurchflossene Leiter

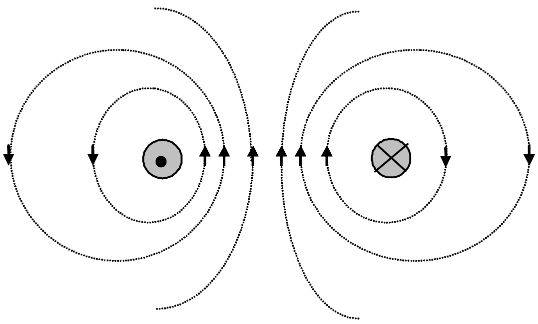
<u>Beobachtung:</u> um stromdurchflossene Leiter entsteht ein konzentrisches magnetisches Feld



<u>Merke:</u> es gilt „Rechtehandregel“

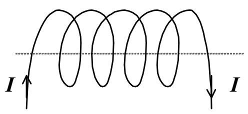


<u>Bspl.:</u> magnetische Feldlinien einer Doppelleitung (entgegengesetzt vom Strom durchflossen)



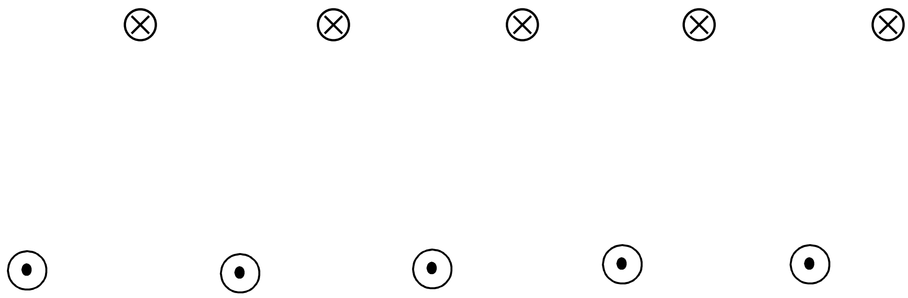
Die Felder der Einzelleiter überlagern sich zu einem Gesamtfeld. In Bereichen, in denen beide Felder gleichgerichtet sind, kommt es zu Verstärkung des Magnetfeldes, hier zwischen den Leitern (Linien mit geringerem Abstand). In Bereichen, in denen die Felder entgegengesetzt gerichtet sind, kommt es zur Abschwächung des Magnetfeldes, hier im Außenbereich. (Linien mit größerem Abstand).

Bspl.: magn. Feldlinien einer Spule



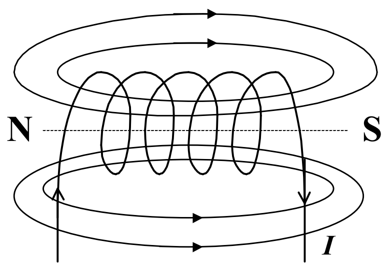
An der dargestellten Linie wird die Spule aufgeschnitten.
Im nächsten Bild schauen wir nun von oben auf die Spule. Zu erkennen sind die Querschnitte (Schnittstellen) des Spulendrahtes. In der unteren Zeile fließt der Strom uns entgegen, in der oberen Zeile fließt er von uns weg.

Zeichnen Sie selbstständig das Magnetfeld im Innen- und Außenraum einer Spule.



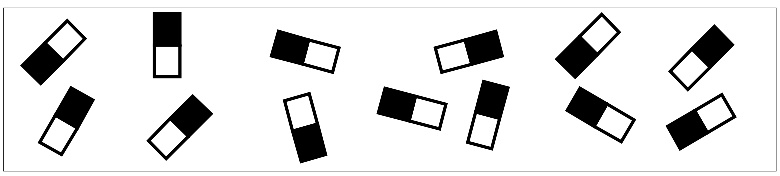
Fazit: Der Feldverlauf der Spule ähnelt sehr stark dem Feldverlauf des Stabmagneten!

⇨ **mit Spulen werden elektrische Magneten realisiert**



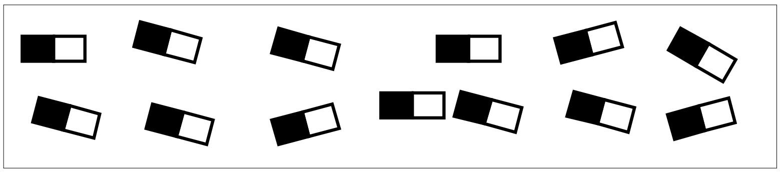
5.2 Dauermagnetismus

Ein Stromfluss entsteht durch die Bewegung von Ladungen. Ein Stromfluss erzeugt ein magnetisches Feld. Mit dieser Erkenntnis kann das Phänomen des Dauermagnetismus erklärt werden. Im Inneren ferromagnetischer Stoffe erzeugen bewegte Ladungen sogenannte Elementarmagneten.



Elementarmagnet

Durch Anlegen eines äußeren magnetischen Feldes werden die Elementarmagneten ausgerichtet



magnetisches Feld

Durch das Ausrichten der Elementarmagneten wird die Wirkung des äußeren magnetischen Feldes zusätzlich verstärkt.

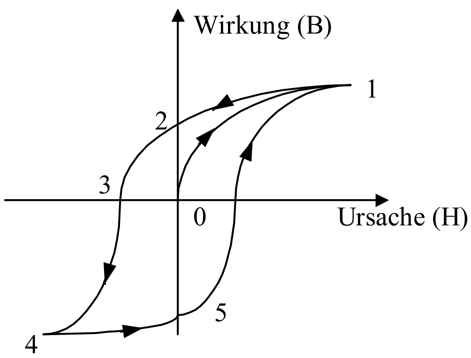
Man unterscheidet folgende magnetische Stoffe:

- **hartmagnetische** Stoffe (z.B. Dauermagneten)
- **weichmagnetische** Stoffe

Hartmagnetische Stoffe behalten die Magnetisierung nach Verschwinden des magnetischen Feldes. Beispiele sind kohlenstoffarmer Stahl, Eisenlegierungen mit viel Nickel, u.a.

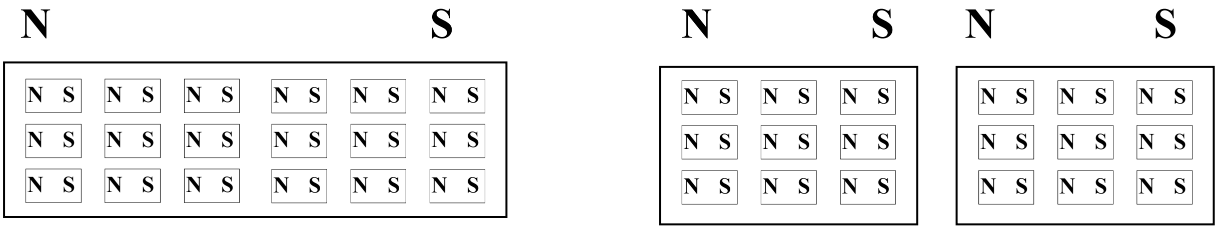
Weichmagnetische Stoffe verlieren weitgehend die Magnetisierung nach Verschwinden des magn. Feldes (Bem.: es bleibt immer Restmagnetismus = Remanenz). Beispiele sind kohlenstoffreicher Stahl, Al-Ni-Fe-Legierungen mit Kobalt u.a.
Weichmagnetische Werkstoffe werden zur Herstellung von Spulenkernen, Transformatorblechen, Motorblechen, etc. verwendet.

Bspl. für eine Magnetisierungskurve:



Hysteresisschleife eines hartmagnetischen Werkstoffes

<u>Beobachtung</u>: Zerschneiden eines Stabmagneten



Aus einem Stabmagneten entstehen zwei neue Stabmagneten. Hieraus lässt sich die Erkenntnis ableiten, dass es keine magnetischen Monopole (Sonst würden wir beim Schnittversuch einen reinen Nordpol und einen reinen Südpol erhalten. Ein großer Magnet entsteht damit aus vielen kleinen Einzelmagneten.)

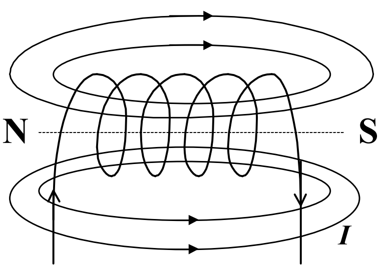
<u>5.3 Magnetische Kreise</u>

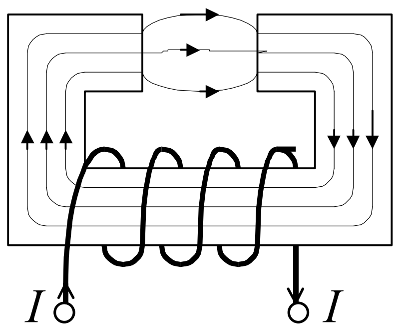
5.3.1 Magnetische Durchflutung

Magnetische Feldlinien sind immer geschlossene Linien, d.h. es existiert weder Anfang noch Ende.

Ferromagnetische Stoffe „leiten" magnetische Feldlinien sehr gut. Dies bedeutet, dass Feldlinien sich bevorzugt in diesen Stoffen ausbreiten. Feldlinien lassen sich somit im ferromagnetischen Stoffen „leiten".

<u>Bspl.:</u> Luftspalt (schlechter Leiter)





Feld <u>ohne</u> ferromagnetischem
Feld <u>mit</u> ferromagnetischem Leiter
Leiter (Ausbreitung nur in Luft)

Die Ursache des Magnetfeldes ist der Strom I, der durch N Windungen der Spule fließt.

Man sagt auch die Ursache des Magnetfeldes ist die **magnetische Durchflutung Θ**.
Die Durchflutung gibt an, wie groß der Gesamtstrom durch eine magnetische Feldlinie ist.
Bei der obigen Anordnung gilt:

$$\boxed{\Theta = N \cdot I}$$

$[\Theta] = \mathrm{A}$

N: Anzahl der Windungen
I: Strom

Die Durchflutung Θ wird auch als magnetische Urspannung bezeichnet (in Analogie zur Spannung U als Ursache für den Strom I in einem Stromkreis mit Widerstand).

5.3.2 Magnetischer Widerstand

Eisenkern und Luftspalt stellen bei obiger Analogie zwei magnetische Widerstände dar, die in Reihe geschaltet sind.

Der magnetische Widerstand R_m ist wie folgt definiert:

$$R_m = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_r \cdot A} \qquad [R_m] = \mathrm{A/Vs}$$

mit l_m: mittlere Feldlinienlänge
A: Kernquerschnitt
μ_0 : magnetische Feldkonstante (gilt bei Luft/Vakuum)
μ_r : relative Permeabilitätskonstante

$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$

μ_r gibt an, um welchen Faktor der Werkstoff die Feldlinien besser leitet als Vakuum/Luft.

Typische Werte für μ_r sind:

ferromagnetische Stoffe: μ_r=100 .... 300.000

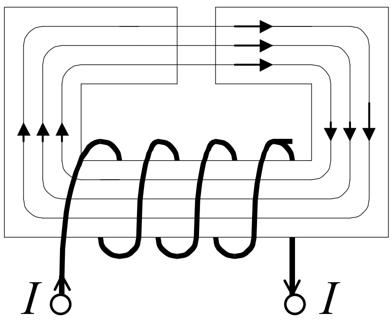
übliche Elektrobleche: μ_r=4.000 .... 8.000

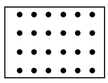
Luft/Vakuum: μ_r=1

5.3.3 Magnetischer Fluss Φ

Der magnetische Fluss Φ ist ein Maß für die Gesamtheit der Feldlinien. Die Feldlinien sind im folgenden Bild durch die Punkte in der Querschnittdarstellung symbolisiert.

$[\Phi]$ = Wb = Vs
(Weber)





Je größer die Durchflutung Θ und je kleiner der magnetische Widerstand R_m sind, desto größer ist auch der magnetische Fluss Φ. Es gilt:

$\boxed{\Theta = \Phi \cdot R_m}$ Ohmsches Gesetz des Magnetismus

Analogie: $U = R \cdot I \Rightarrow \Theta = R_m \cdot \Phi$

U	$\Rightarrow$	Θ	(Durchflutung)
R	$\Rightarrow$	R_m	(magn. Widerstand)
I	$\Rightarrow$	Φ	(magn. Fluss)

Eine weitere wichtige Größe ist die Dichte des magnetischen Flusses. Sie wird magnetische Flussdichte B oder magnetische Induktion B genannt. Es gilt:

$$\boxed{B = \frac{\Phi}{A}}$$ A : Fläche

$[B] = \mathrm{T} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{m}^2}$ T = Tesla

Betrachtet man wieder die Analogie zum elektrischen Strom, so entspricht B der Stromdichte J.

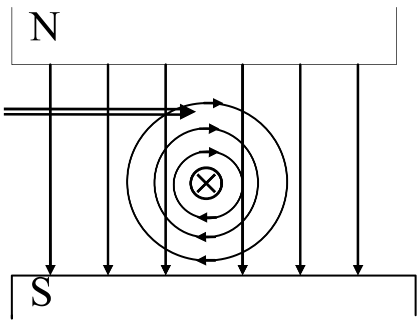
Magnetische Flussdichte B und magnetische Feldstärke H sind durch die Permeabilität μ verknüpft.

$$\boxed{B = \mu_o \cdot \mu_r \cdot H}$$

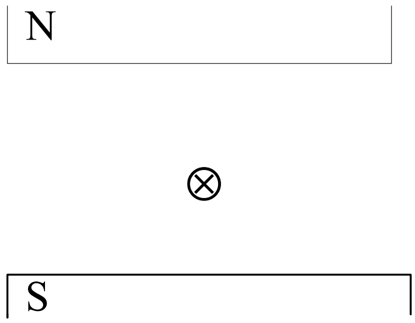
<u>Bspl.:</u> elektrische Motoren / Transformatoren $B \approx 1\mathrm{T}$

5.4 Kraftwirkung magnetischer Felder

Gezeigt ist ein stromdurchflossener Leiter ⊗ in einem homogenen Magnetfeld.



Überlagerung der Feldlinien



Die Wirkung von magnetischen Feldlinien lässt sich durch eine Analogie aus der Mechanik anschaulich beschreiben:
‚Feldlinien haben wie Gummibänder das Bestreben sich zu verkürzen'

⇒ Auf einen stromdurchflossenen Leiter in einem magnetischen Feld, wie oben dargestellt, wirkt eine Kraft!

Die Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter in einem homogenen Magnetfeld (d.h. B = const) berechnet sich zu:

Vektorgleichung: $\vec{F} = (\vec{I} \times \vec{B}) \cdot l$

Stehen I und B bzw. l und B senkrecht aufeinander, kann die Betragsgleichung verwendet werden.

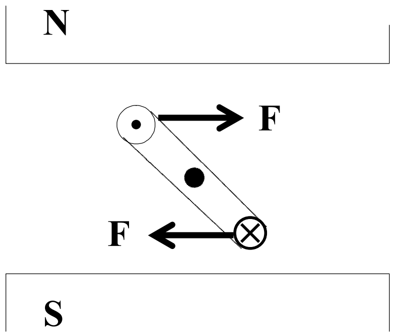
Betragsgleichung: $\boxed{F = I \cdot B \cdot l}$

I : Strom durch Leiter
l : Leiterlänge im Magnetfeld

Die Richtung der Kraft lässt sich in diesem Fall anschaulich mit der „rechte Hand Regel“ bestimmen.

Kraftwirkung eines statischen Magnetfeldes auf eine stromdurchflossene Spule

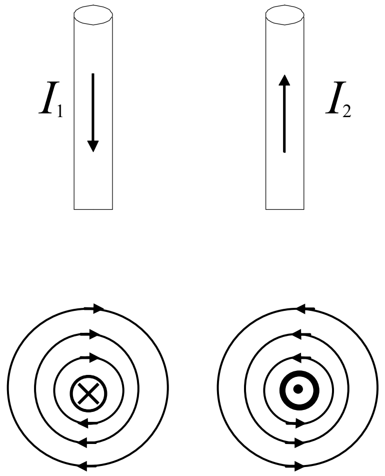
Eine spezielle Anordnung, welche die Kraftwirkung ausnutzt, ist eine drehbar gelagerte, stromdurchflossene Spule im Magnetfeld.



- Es wirkt ein Drehmoment auf die Spule
- Die Spule dreht sich nach rechts
- Die Spule dreht sich bis in die waagerechte Lage, danach bewirken die entstehenden Kräfte keine Drehbewegung mehr
- Um die Drehbewegung weiter fortzuführen (drehender Motor) muss in der waagerechten Lage die Stromrichtung durch den Leiter jeweils umgepolt (umgedreht) werden.

Technische Anwendungen:
1) Strommessgerät mit Hilfe von Rückstellfeder
2) Elektromotor, Strom muss nach jeder Halbdrehung umgepolt werden
3) Elektrodynamischer Lautsprecher

Kraft zwischen 2 stromdurchflossenen Leitungen



Für die Kraft zwischen beiden Leitern gilt:

$$F \approx \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{d} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi}$$

l: Länge der Leiter
d: Abstand der Leiter

Eingezeichnet sind die Einzelfelder der beider Leiter. Zwischen den Leitern verstärkt isch das magn. Feld. Es wirkt an beiden Leitern eine Kraft nach außen.

Definition der Basiseinheit für den Strom: **Ampere** (A)

1A ist die Stärke eines konstanten Stromes, der durch zwei im Vakuum parallel im Abstand von 1m voneinander angeordnete geradlinige unendlich lange Leitern von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 m Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$N hervorruft.

5.5 Induktion und Selbstinduktion

5.5.1 Induktionsgesetz

Beobachtung:

- magnetisches Feld übt Kraft auf elektrische Ladungsträger aus
- ⇨ Ladungsträger werden getrennt (←⊕ ⊖→)
- ⇨ Spannung wird erzeugt $\xrightarrow[U]{}$

$\left.\right\}$ Induktion

Induktionsgesetz (für Spule)

$$u_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(B \cdot A)}{dt}$$

induzierte Spannung

Windungszahl

Spannung negativ falls Φ zunimmt und umgekehrt

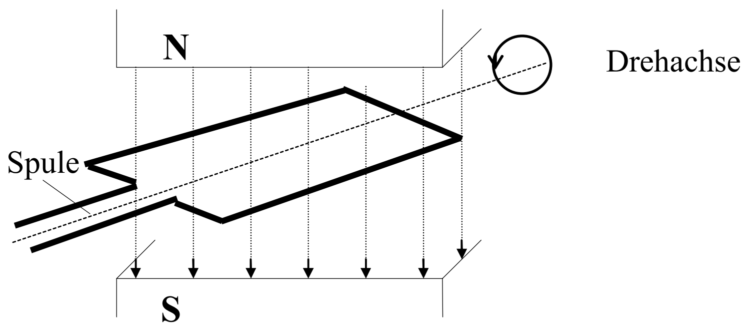
zeitliche Änderung des magn. Flusses durch die Spule

Bei der Induktion können zwei wichtige Fälle unterschieden werden:

Fall 1: Leiter wird in einem konstanten magnetischen Feld bewegt (siehe Generator)
⇒ im Leiter wird eine Spannung induziert (erzeugt)

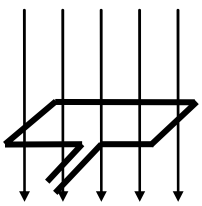
<u>Fall 2</u>: Leiter ruht in einem sich ändernden Magnetfeld (siehe Transformator)
⇒ im Leiter wird eine Spannung induziert (erzeugt)

<u>1. Anwendung: Generator</u>

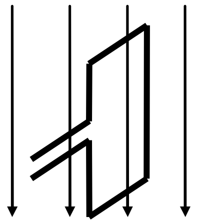


- drehbare Spule in konstantem Magnetfeld
- Der magnetischer Fluss durch die Spule ist bestimmt die effektive Fläche, die die Magnetfeldlinien senkrecht durchdringen, also abhängig vom aktuellen Drehwinkel α der Leiterschleife

<u>Besondere Positionen:</u>



$t=t_1$ (α=0)
A entspricht Größe
der Leiterschleife (maximal)
$\Phi(t_1)$ ist maximal

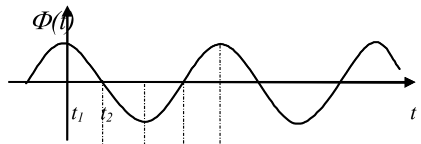


$t=t_2$ (α=90°)
$A=0\text{mm}^2$
$\Phi(t_2) = 0$

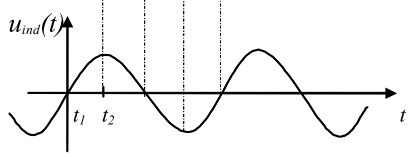
<u>Spezialfall: konstante Drehung der Leiterschleife (Spule)</u>

Die durchdrungene Fläche der Leiterschleife folgt bei einer konstanten Drehbewegung der Sinus-Funktion (bei Start in der waagerechten Position) mit den beiden oben gezeigten „besonderen“ Positionen.

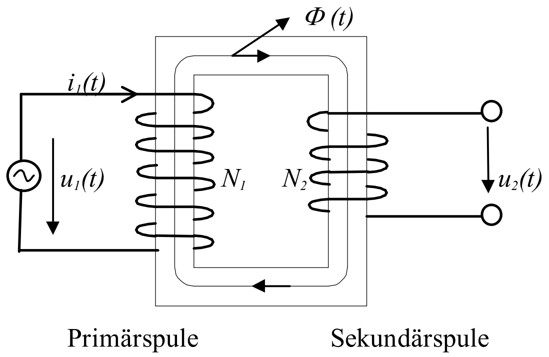
⇒ Fluss Φ durch Spule ändert sich zeitlich



⇒ sinusförmige Spannung wird induziert



2. Anwendung Transformator



2 Spulen auf einen gemeinsamen Kern gewickelt

geg.: $u_1(t) \rightarrow$ sinusförmige Spannung

$\Rightarrow$ magn. Fluss $\Phi(t)$ durch Kern ändert sich zeitlich, $\Phi(t) \sim i_1(t)$

$\Rightarrow$ in Sekundärspule wird sinusförmige Spannung $u_2(t)$ induziert

Es gilt für die Amplituden der sinusförmigen Spannungen $u_1(t)$ und $u_2(t)$:

$$\boxed{\frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

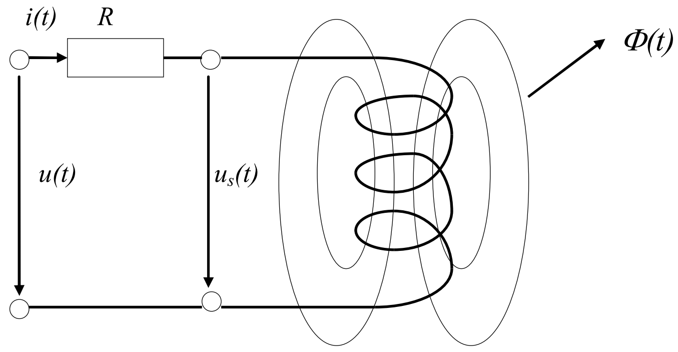
Anwendung : Transformation von Spannungen

z.B. 230V $\rightarrow$ 12 V

Die Amplituden verhalten sich wie die entsprechenden Windungszahlen N_1 und N_2.

5.5.2 Selbstinduktion

Ändert sich der Strom durch eine Spule, so wird in der Spule stets eine Spannung induziert. Man spricht dabei von Selbstinduktion.



$u(t)$: *an der Spule liegt eine Spannung an*
⇓
$i(t)$: *durch die Spule beginnt ein Strom zu fließen*
⇓
$\Phi(t)$: *Die Spule wird von einem magnetische Fluss durchdrungen*
Es baut sich ein Magnetfeld auf
⇓
$u_s(t)$: *In der Spule wird eine Spannung $u_s(t)$ induziert, die der Ursache $u(t)$ entgegengesetzt ist und um so größer ist je stärker sich $\Phi(t)$ (bzw. $i(t)$) ändert*

Die Selbstinduktionsspannung $u_s(t)$ wirkt Ursache $u(t)$ stets entgegen !

<u>Bspl.:</u> Strom steigt an ⇒ $u_S(t)$ wirkt bremsend, d.h. versucht Anstieg von $i(t)$ zu verhindern
Strom nimmt ab ⇒ $u_S(t)$ versucht Strom aufrechtzuerhalten

Die Schnelligkeit der Stromänderung (Anstieg der Stromkurve) und die Induktivität der Spule L bestimmen damit die Größe der Selbstinduktionsspannung $u_s(t)$. Folgender mathematischer Zusammenhang gilt:

$$\boxed{u_s(t) = +L \cdot \frac{di(t)}{dt}}$$

L : Induktivität der Spule, charakteristisch für Spule

$[\,L\,] = 1$ H (Henry)

mit

$$\boxed{L = \frac{N^2 A}{l}\mu_0 \mu_r}$$

A : Querschnitt des Kerns
l : mittlere Feldlinienlänge

$$1\ \text{H} = 1\ \Omega\,\text{s} = 1\ \frac{\text{V}}{\text{A}}\ \text{s}$$

5.6 Abschirmung von magnetischen Feldern

Stromführende Leitungen erzeugen magnetische Felder, die andere Systeme und Geräte beeinflussen und stören können. Um Geräte und Systeme vor diesen magnetischen Feldern zu schützen, werden Abschirmkörper verwendet, die aus Materialien mit sehr hoher magnetischer Leitfähigkeit bestehen (μ_r>>1).

5.7 Energie einer Spule

- Eine Spule speichert (magnetische) Energie in ihrem Magnetfeld.
- Die energiebestimmende Größe ist I

Für die Spule gilt (ähnlich dem Kondensator):

$$\boxed{E = \tfrac{1}{2} L \cdot I^2}$$

I: Strom durch die Spule

$[E] = HA^2 = CV = FV^2 = Ws = VAs$

Anwendung : Zündspule
- gespeicherte Energie erzeugt einen Zündfunken

Zur Erinnerung

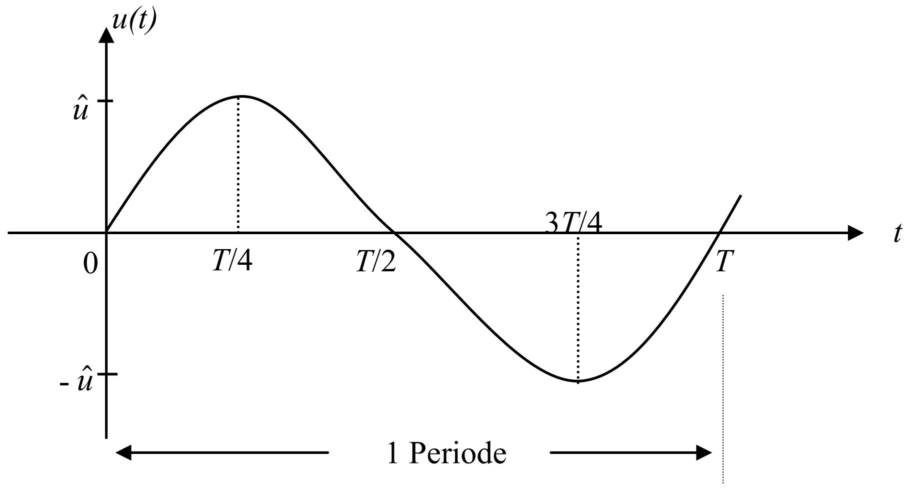
- **Widerstand (*R*) kann keine Energie speichern!**

6 Wechselspannung und Wechselstrom

6.1 Sinusförmige Wechselspannung

Wie in Kap. 5.5 gezeigt, kann durch Drehen einer Leiterschleife in einem homogenen Magnetfeld eine sinusförmige Spannung erzeugt werden (Generator). Diese sinusförmige Spannung kann als Spannungsquelle für Verbraucher (Widerstände, Kondensatoren, Spulen) eingesetzt werden (Im Unterschied zu den Betrachtungen zu Widerständen, Kondensatoren und Spulen an Gleichspannungen in den vorhergehenden Kapiteln).

Kennwerte einer sinusförmigen Wechselspannung sind (siehe Vorlesungsteil Nachrichtentechnik):



û: Scheitelwert, Amplitude
T: Periodendauer
f: Frequenz, Anzahl der Perioden pro Sekunde
t_o: Phasenverschiebung (in Skizze oben gilt: $t_o = 0$)

$$f = \frac{1}{T} \qquad [f]=\text{Hz (Hertz)}$$

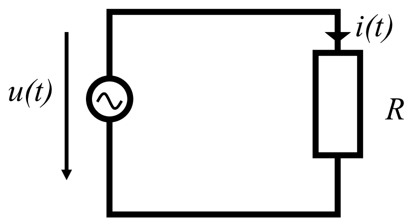
$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(2\pi f \cdot t) = \hat{u} \cdot \sin(2\pi \frac{t}{T}) = \hat{u} \sin(\omega t)$$

ω: Kreisfrequenz, Gesamtwinkel (im Bogenmaß), der pro Sekunde durchlaufen wird

$$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$$

Bspl:	Europa: Wechselspannungsnetz mit	$f = 50$ Hz
	USA: Wechselspannungsnetz mit	$f = 60$ Hz
	Tonfrequenzspannung (Lautsprecherkabel):	$f = 20$ Hz ... 20 kHz
	Rundfunk (Radio, TV):	$f = \approx 150$ kHz ...≈1GHz
	D-Netz:	$f = 900$ MHz
	E-Netz:	$f = 1{,}8$ GHz

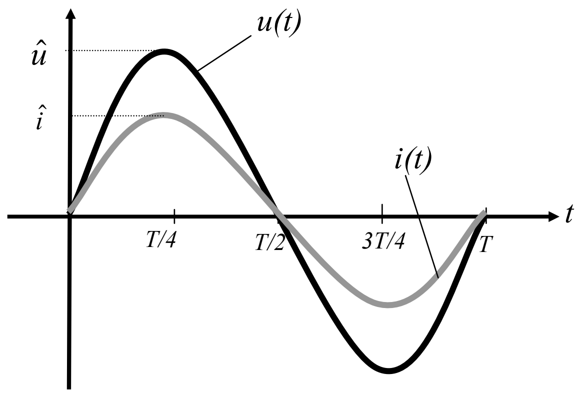
6.2 Sinusförmige Wechselspannung am Widerstand



Das Ohmsches Gesetz $U = R \cdot I$ gilt für jeden Zeitpunkt t

⇨ $u(t)=R \cdot i(t)$

⇨ Falls $u(t)$ sinusförmig ist, ist auch $i(t)$ sinusförmig

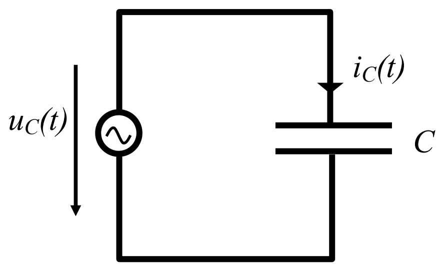


$u(t)$ und $i(t)$ sind phasengleich (d.h. Nulldurchgänge, Maxima, Minima treten zeitgleich auf)

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(2\pi \frac{t}{T})$$

$$i(t) = \frac{\hat{u}}{R} \cdot \sin(2\pi \frac{t}{T}) = \hat{i} \cdot \sin(2\pi \frac{t}{T})$$ mit $\hat{u} = R \cdot \hat{i}$

6.3 Sinusförmige Wechselspannung am Kondensator



<u>geg:</u> C, $u_c(t)=\hat{u} \sin(\omega t)$

<u>ges:</u> $i_c(t)$

- falls $u_c(t)$ = const (d.h. Gleichspannung) fließt <u>kein</u> Strom
- falls $u_c(t) \neq$ const (d.h. Wechselspannung) fließen Lade- und Entladeströme

Es gilt:

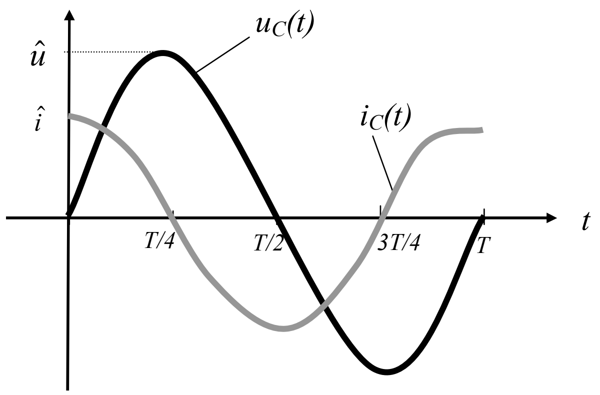
$$\boxed{i_c(t)=C\cdot\frac{du_c(t)}{dt}}$$ $\frac{du_c(t)}{dt}$: Änderung der Spg. mit der Zeit

mit $u_c(t)=\hat{u}\,\underline{\sin(\omega t)}$

⇨ $i_c(t) = C\cdot\hat{u}\cdot\omega\cdot\cos(\omega t) = \omega\, C\, \hat{u}\, \cos(\omega t) = \hat{\imath}\, \cos(\omega t)$
$= \omega\, C\, \hat{u}\, \underline{\sin(\omega t+90°)} = \hat{\imath}\, \sin(\omega t+90°)$

1. **Erkenntnis:**
   $\hat{\imath} = \omega\, C\, \hat{u}$

bzw. $$\boxed{\hat{u}=\frac{1}{\omega C}\cdot\hat{\imath}}$$



2. **Erkenntnis:**

Beim K**o**ndensator eilt der Str**o**m der Spannung um 90° bzw. $\frac{T}{4}$ v**o**raus! (Merkhilfe: 3 x '**o**')

3. **Erkenntnis**

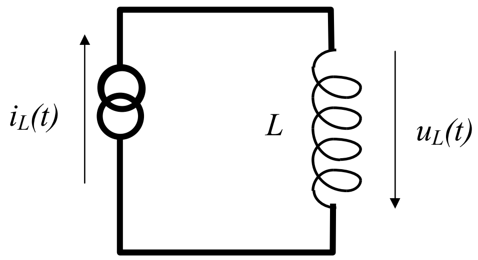
Der Term $\frac{1}{\omega C}$ hat die Dimension eines Widerstandes. Man nennt $\frac{1}{\omega C}$ daher den kapazitiven Blindwiderstand des Kondensators. Der Blindwiderstand $X_c = \frac{1}{\omega C}$ wird kleiner mit wachsendem ω.

Es gilt: $$\lim_{\omega\to\infty} X_c = \lim_{\omega\to\infty}\frac{1}{\omega C} = 0$$

⇨ für hohe Kreisfrequenzen ($\omega=2\pi\cdot f$) bildet C einen Kurzschluss, d.h. sehr kleinen Widerstand.

Anwendung: Filter (z. B. Hochpass: Gleichspannung/-strom und kleine Frequenzen werden gesperrt, hohe Frequenzen werden durchgelassen)

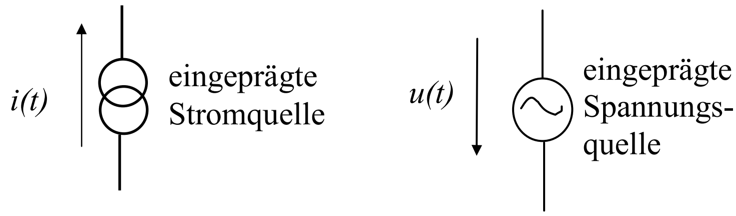
6.4 sinusförmiger Wechselstrom an Spule



geg: $i_L(t) = \hat{\imath}\sin(\omega t)$, L

ges: $u_L(t)$

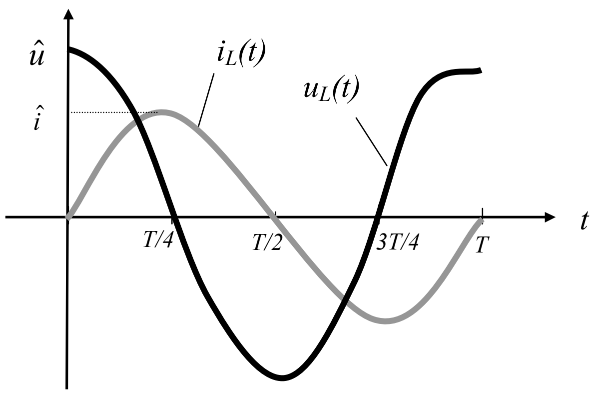
Bem.:



Es gilt (siehe Kap. 5.5): $u_L(t) = L \cdot \dfrac{di_L(t)}{dt}$

mit $i_L(t) = \hat{\imath}\sin(\omega t)$

⇨ $u_L(t) = \omega L\, \hat{\imath}\cos(\omega t) = \hat{u}\cdot\cos(\omega t)$
$= \omega L\, \hat{\imath}\sin(\omega t + 90°) = \hat{u}\cdot\sin(\omega t + 90°)$



$$\boxed{\hat{u} = \omega L \cdot \hat{\imath}}$$

1. **Erkenntnis:**

$$\hat{u} = \omega L \cdot \hat{\imath}$$

2. **Erkenntnis:**

Bei der Spule eilt die Spannung dem Strom um 90° bzw. $\dfrac{T}{4}$ voraus.

(Merkhilfe: Bei Induktivitäten die Ströme sich verspäten.)

3. Erkenntnis:

Der Term ωL hat die Dimension eines Widerstandes. ωL wird daher induktiver Blindwiderstand X_L der Spule genannt. Der induktive Blindwiderstand $X_L = \omega L$ nimmt mit wachsendem ω zu.

⇨ für hohe Kreisfrequenzen ($\omega=2\pi f$) verhält sich die Spule wie ein sehr großer Widerstand ($X_L \rightarrow \infty$ für $\omega \rightarrow \infty$)

<u>Anwendung:</u> Filter (z. B. Tiefpass: Gleichspannung, -strom wird durchgelassen, hohe Frequenzen werden abgeblockt, da $\lim\limits_{\omega \rightarrow \infty} X_L \rightarrow \infty$)

6.5 Leistung bei Wechselstrom und Wechselspannung

Für Gleichspannung und Gleichstrom gilt (siehe 3.2):

$P=U\cdot I$ $\qquad$ U=const, I=const, $\Rightarrow P$=const

Entsprechendes gilt für Wechselspannung und Wechselstrom für die Momentanwerte der Leistung $p(t)$:

$$\boxed{p(t)=u(t)\cdot i(t)}$$

Für einen sinusförmigen Verlauf gilt für die 3 Grundbauelemente R, C und L

$i_R(t) = \hat{\imath}_R \cdot \sin(\omega t)$

$u_R(t) = R\cdot\hat{\imath}_R \cdot \sin(\omega t)$

$p_R(t) = R\cdot\hat{\imath}_R^2 \cdot \sin^2(\omega t)$

$= \dfrac{\hat{\imath}_R^2 R}{2}[1-\cos(2\omega t)]$

$u_c(t) = \hat{u}_c \cdot \sin(\omega t)$

$i_c(t) = \omega C\hat{u}_c \cdot \cos(\omega t)$

$p_c(t) = \omega C\hat{u}_c^2 \cdot \sin(\omega t)\cdot\cos(\omega t)$

$= \dfrac{\hat{u}_c^2\omega C}{2}\sin(2\omega t)$

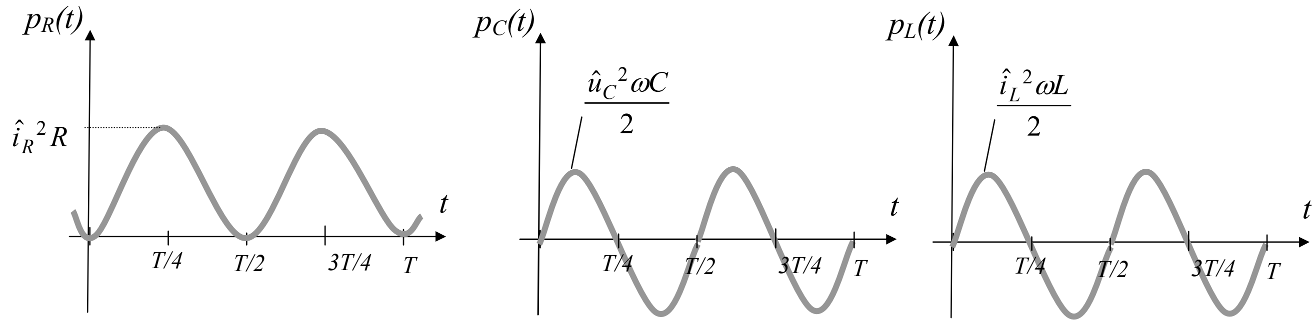
$i_L(t) = \hat{\imath}_L \cdot \sin(\omega t)$

$u_L(t) = \omega L\hat{\imath}_L \cdot \cos(\omega t)$

$p_L(t) = \hat{\imath}_L^2\,\omega L\cdot\sin(\omega t)\cos(\omega t)$

$= \dfrac{\hat{\imath}_L^2\omega L}{2}\sin(2\omega t)$

$\sin x\cdot\cos x = ½\sin 2x$



Mittlere Leistung P_W (Wirkleistung)

$P_{W_R} = \dfrac{\hat{\imath}_R^2 R}{2}$

$$\underbrace{P_{W_C} = 0 \qquad\qquad P_{W_L} = 0}$$

In einem Widerstand R wird immer Leistung verbraucht

$p(t) \geq 0$, für alle t

C und L verbrauchen im Mittel keine Leistung, die aufgenommene Leistung ist pro Periode gleich der abgegebenen Leistung

$p(t) > 0$: Element nimmt Leistung auf

$p(t) < 0$: Element gibt Leistung ab

Effektivwerte

- Ein sinusförmiger Wechselstrom $i(t) = \hat{\imath}\,\sin(\omega t)$ führt an einem ohmschen Widerstand R zu der Wirkleistung P_w , mit

$$P_w = \frac{\hat{\imath}^2 R}{2}$$

- Der konstante Strom I_0(=const) führt an einem ohmschen Widerstand zu der Wirkleistung P_w, mit

$$P_w = U_0 \cdot I_0 = R \cdot I_0^2 = U_0^2 / R \cdot$$

⇨ Für $\hat{\imath} = I_0 \cdot \sqrt{2}$ würde der Wechselstrom mit der Amplitude $\hat{\imath}$ im Mittel zu der gleichen Wirkleistung führen, wie ein Konstantstrom mit $I_0 = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}$

⇨ Definition: $\boxed{I_{eff} = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}}$ ist der Effektivwert des Wechselstroms $i(t) = \hat{\imath}\,\sin(\omega t)$.

Entsprechendes gilt für die Spannungen:

⇨ Definition: $\boxed{U_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}}$ ist der Effektivwert der Wechselspannung $u(t) = \hat{u}\,\sin(\omega t)$

Bspl.: Netzspannung $U_{eff} = 230\text{V}$ ⇨ $\hat{u} = \sqrt{2} \cdot 230\text{V} \approx 325\text{V}$

7 Leitungsmodell für Halbleiter

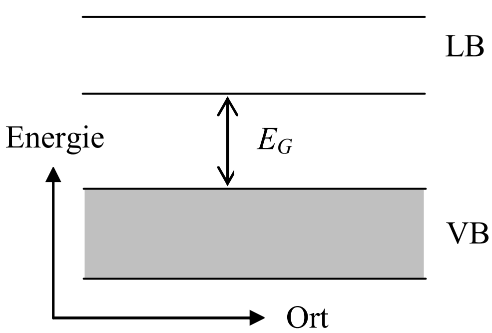
Halbleiter sind durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet:

- Beim absoluten Temperatur-Nullpunkt ($T = 0K \approx -273\ °C$) sind alle Elektronen fest gebunden. Sie tragen nicht zum Ladungstransport bei. $\Rightarrow$ keine Leitfähigkeit ($R \rightarrow \infty$).

- Durch Zufuhr von Energie (Wärme) können einzelne Elektronen aus dem starren Gitter ausbrechen und sich bewegen $\Rightarrow$ geringe Leitfähigkeit ($R < \infty$).

- Die chemischen und elektrischen Eigenschaften von Halbleitern sind durch die Elektronen der äußeren ‚Schale', den so genannten Valenzelektronen bestimmt.

- Das Energiebändermodell beschreibt die Verteilung der Elektronen im Halbleiterkristall in Abhängigkeit der Energie und des Ortes.



- Elektronen mit Energie im Bereich des Valenzbandes (VB) sind fest an die Atomrümpfe gebunden (d.h. sie tragen nicht zur Leitfähigkeit bei).

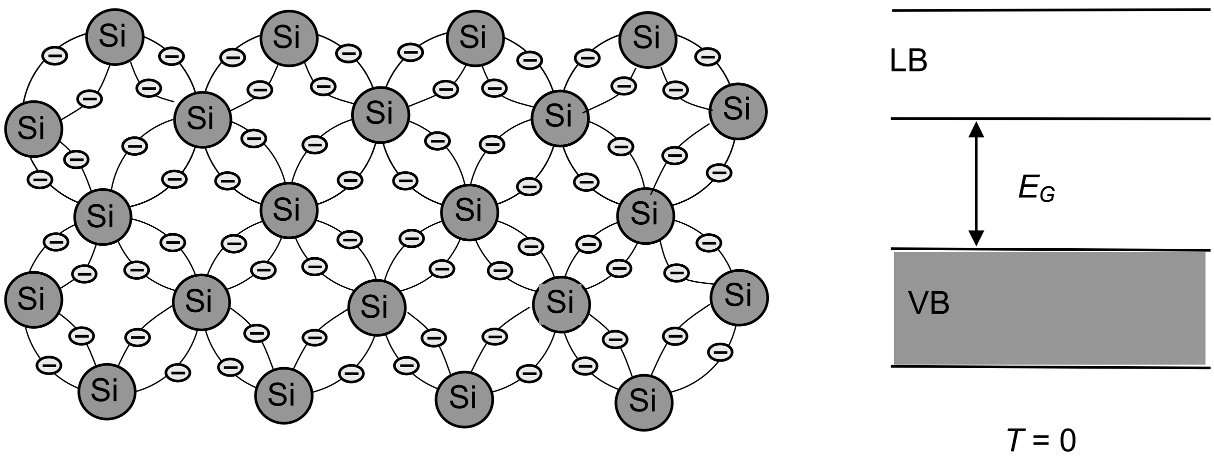
- Elektronen mit Energie im Bereich des Leitungsbandes (LB) sind frei beweglich (d.h. sie tragen zur Leitfähigkeit bei).

- Zwischen LB und VB existiert eine „verbotene Zone", die so genannte Bandlücke (energy gap).

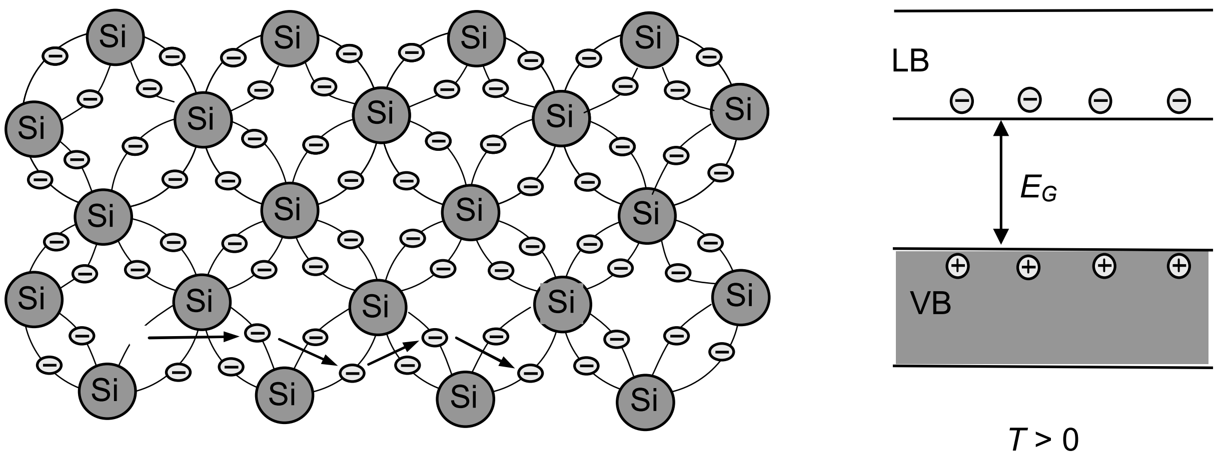
- Ein Elektron des VB´s muss mindestens die Energie E_G besitzen, um die Bandlücke zu überwinden und in das LB zu gelangen. Erst im LB ist das Elektron dann frei beweglich. Im Bereiche der Bandlücke gibt es keine Elektronen.

<u>Bspl.:</u> Silizium

Silizium ist ein vierwertiger Halbleiter. D.h. es befinden sich vier Elektronen auf der äußeren Atomschale (Valenzelektronen) eines einzelnen Siliziumatoms.



Zweidimensionales Modell für Silizium (links) und zugehöriges Bänderschema (rechts) bei $T = 0$.



Zweidimensionales Modell für Silizium (links) und zugehöriges Bändermodell (rechts) bei $T > 0$.

Dotierte Halbleiter (Störstellenhalbleiter)

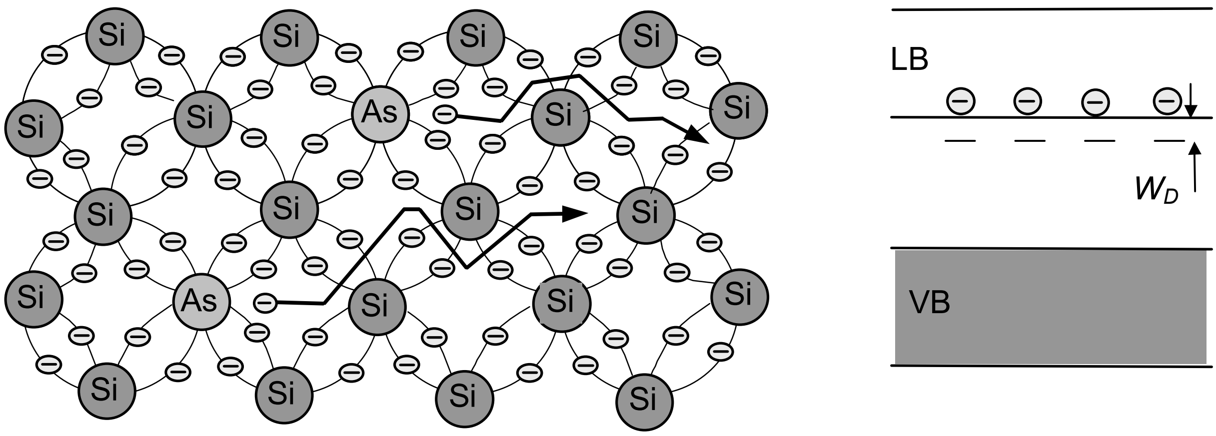
- Silizium ist vierwertig, d.h. pro Atom existieren vier Valenzelektronen.
- Halbleiterkristalle können gezielt mit Fremdatomen „verunreinigt“ werden.

a) Donatoren

Fünfwertige Fremdatome (z.B. P, As, Sb)

$\Rightarrow$ Elektronenüberschuss $\Rightarrow$ Elektronenleitung $\Rightarrow$ n-Halbleiter

$\ominus$ $\boxed{D} \rightarrow \boxed{D^+} +$ Donator gibt Elektron ab!



Zweidimensionales Modell eines Si-Gitters mit Donatoren (links)
und dazugehöriges Bänderschema (rechts).

Im Bändermodell erkennt man die Dotierung des reinen Halbleiters an den zusätzlichen Energiezuständen in der Bandlücke. Die deuten an, dass es für die überschüssigen Elektronen der Donatoren sehr viel einfacher ist, in das LB zu gelangen, denn die Donatorniveaus (W_D) liegen dicht unterhalb der LB-Kante.

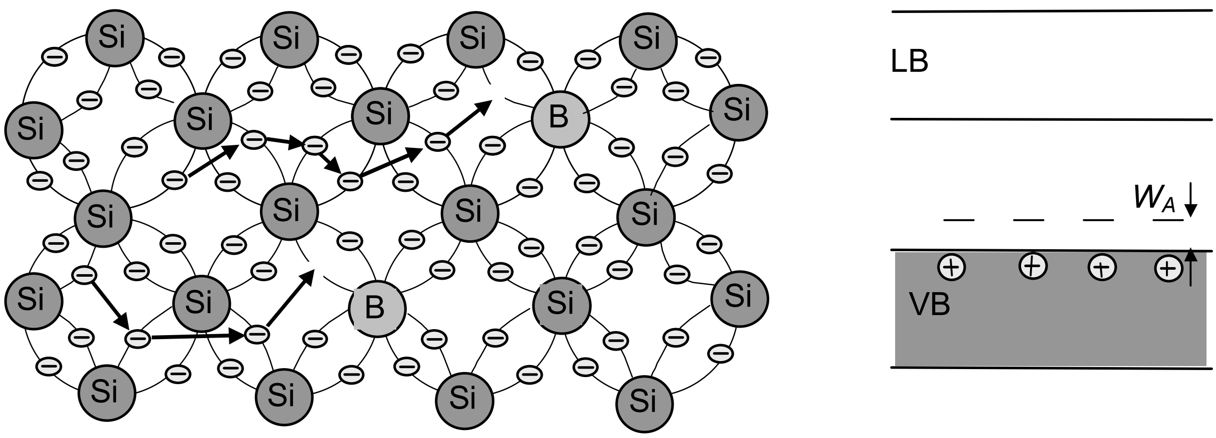
b) Akzeptoren

Dreiwertige Fremdatome (z.B. B, Al, Ga, In)

$\Rightarrow$ Elektronenmangel, ungesättigte Bindungen $\Rightarrow$ Löcherleitung, Defektelektronenleitung

$\Rightarrow$ p-Halbleiter

$\boxed{A} \rightarrow \boxed{A^-} + \oplus$ Akzeptor nimmt Elektron auf



Zweidimensionales Modell eines Si-Gitters mit Akzeptoren (links)
und dazugehöriges Bänderschema (rechts).

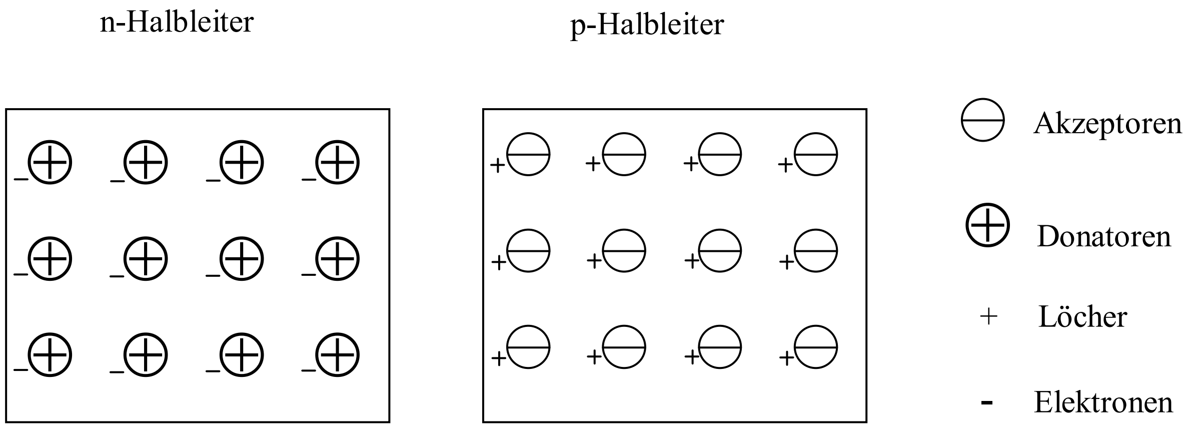
Auch im Falle des mit Akzeptoren dotierten Halbleiters gibt es neue Energiezustände in der Bandlücke. Sie liegen dicht oberhalb des VB's. Damit ist angedeutet, dass einzelne Elektronen des VB's mit relativ geringem Energieaufwand in diese Niveaus gelangen können. Sie hinterlassen dann im VB Defektelektronen, so genannte Löcher, die zu einem Löcherstrom führen können. Der Mechanismus ist im Bild oben angedeutet.

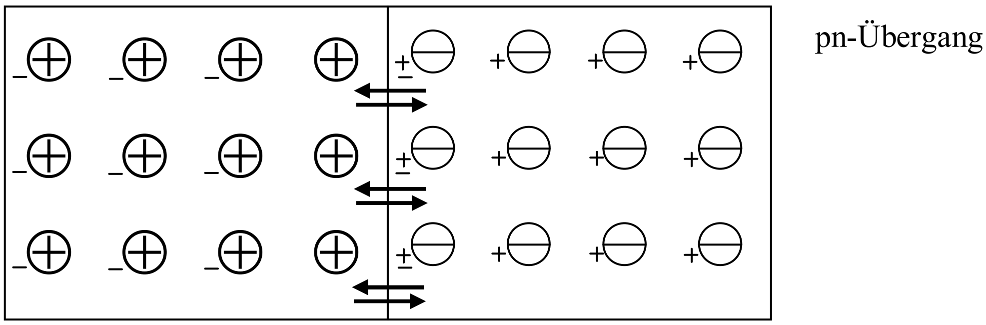
Fazit: Durch Dotieren des Halbleiters mit Fremdatomen kann die Leitfähigkeit des Halbleiters in weiten Bereichen beeinflusst werden.

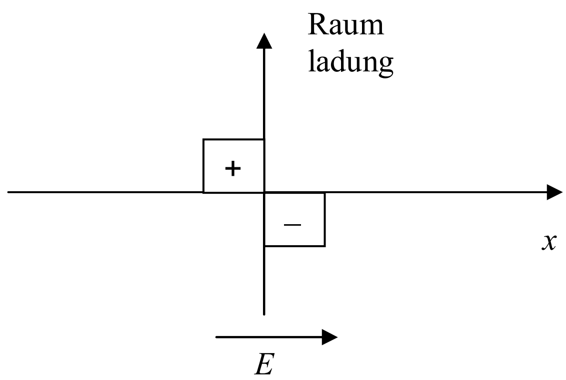
8 Der pn-Übergang und die Diode

8.1 pn-Übergang

Die Grenzschicht zwischen einem n-dotierten und einem p-dotierten Halbleitergebiet nennt man pn-Übergang. Um die Wirkungsweise wichtiger Halbleiterbauelemente, wie z.B. Diode oder Transistor, verstehen zu können, müssen die Vorgänge am pn-Übergang genauer betrachtet werden.



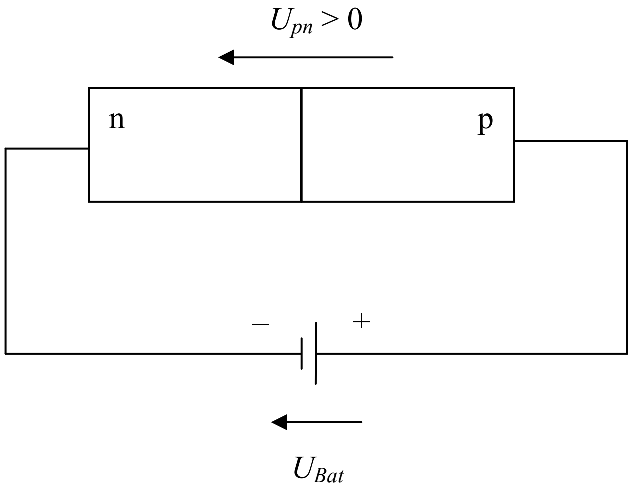




- In der Nähe der pn-Grenzschicht diffundieren Elektronen aus dem n-Gebiet in das p-Gebiet und Löcher aus dem p-Gebiet in das n-Gebiet.
- ⇒ Raumladung baut sich an der Grenzschicht auf
- ⇒ durch die Raumladung wird ein elektrisches Feld (E) aufgebaut
- ⇒ das elektrische Feld (E) stellt eine Barriere für Elektronen dar, die den pn-Übergang von links nach rechts passieren wollen (E übt Kraft auf Elektronen aus)

Bei Anlegen einer Spannung an den pn-Übergang kann folgendes beobachtet werden:

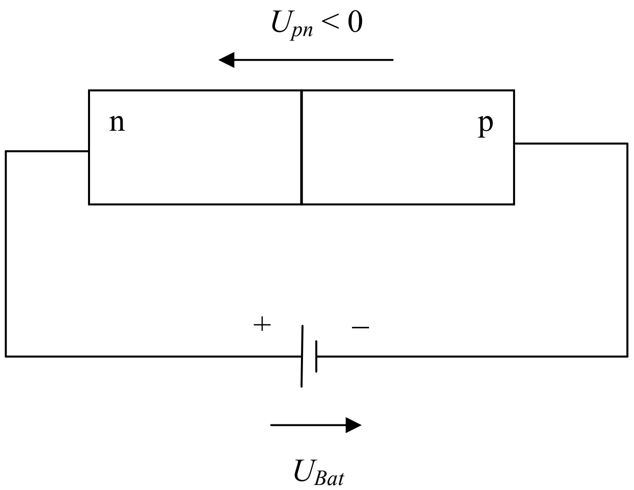
a) positive Spannung zwischen p und n ($U_{pn} > 0$)



Durch Anlegen einer äußeren Spannung wird die Barriere für Elektronen verkleinert / kompensiert

$\Rightarrow$ ab einer bestimmten Schwellspannung kann ein Strom fließen (Barriere ist nicht mehr wirksam)

b) negative Spannung zwischen p und n ($U_{pn} < 0$)



Durch Anlegen einer äußeren Spannung wird die Barriere für Elektronen noch größer

$\Rightarrow$ es kann kein Strom fließen

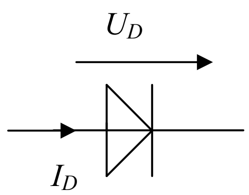
<u>Fazit:</u> pn-Übergang wirkt wie ein Ventil

<u>Anwendung:</u> z.B. Gleichrichter

8.2 Diode

Eine Diode besteht im wesentlichen aus einem pn-Übergang.

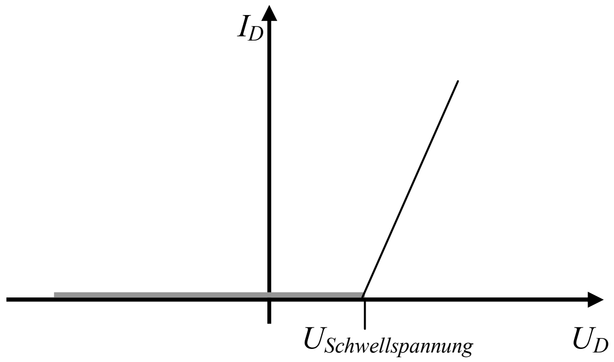
Schaltzeichen:



Für den Strom in Abhängigkeit der äußeren Spannung gilt:

$$\text{falls} \quad U_D > U_{Schwellspannung} \quad \Rightarrow \quad I_D > 0$$

$$\text{falls} \quad U_D < U_{Schwellspannung} \quad \Rightarrow \quad I_D \approx 0$$



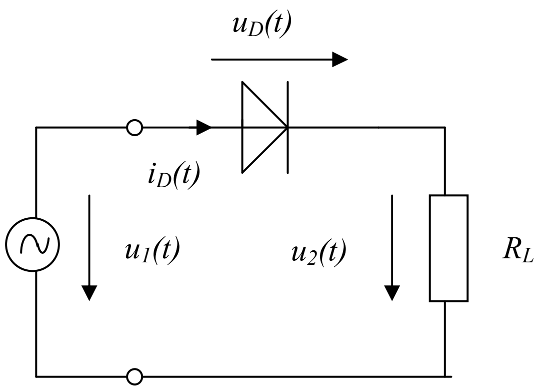
Für Si: $U_{Schwellspannung} \approx 0{,}7V$
Ge: $U_{Schwellspannung} \approx 0{,}4V$

Halbleiterdiode ist im Bereich

- **oberhalb** der Schwellspannung → **niederohmig** ($R \to 0$, d.h. $2..100\Omega$)
- **unterhalb** der Schwellspannung → **hochohmig** ($R \to \infty$, d.h. $> M\Omega$)

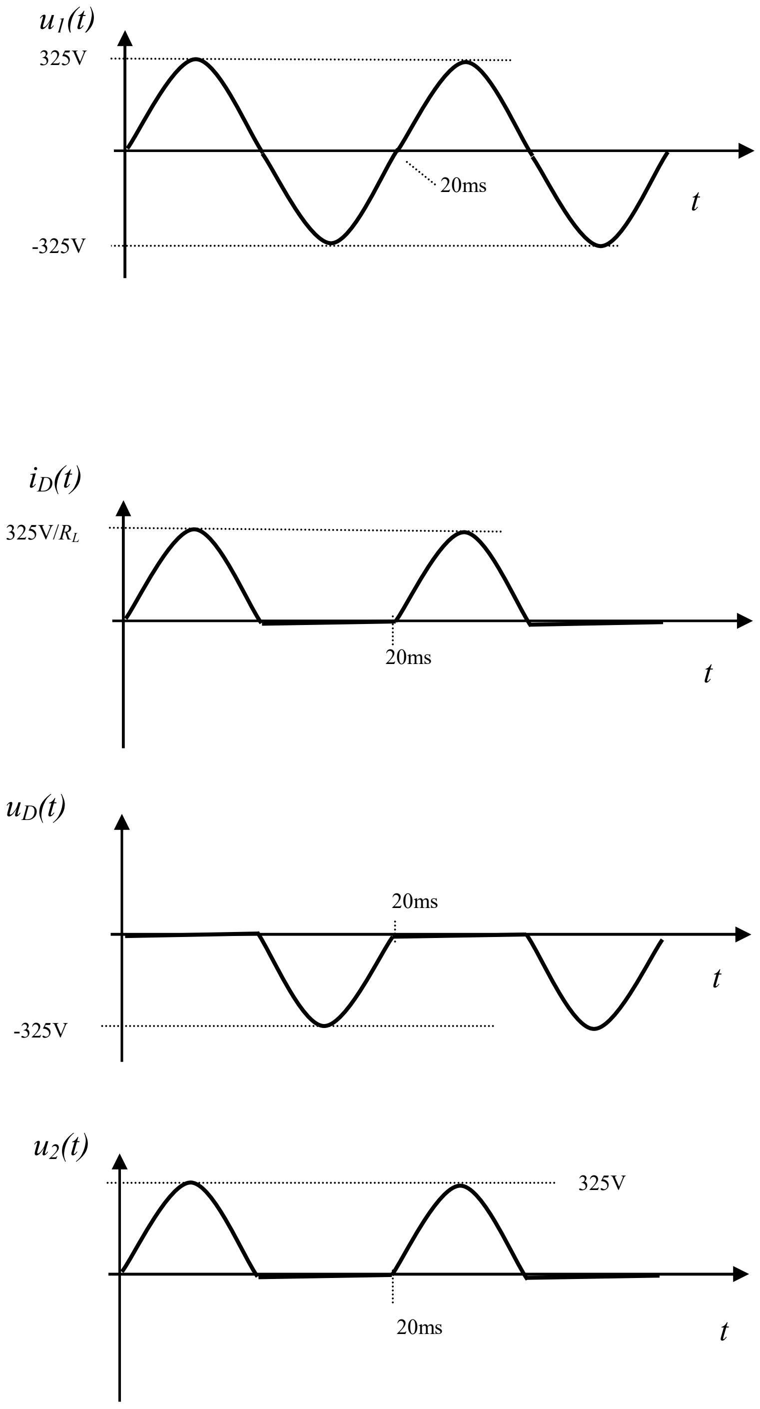
8.3 Schaltungsbeispiel

Einweggleichrichter



$u_1(t) = u_D(t) + u_2(t)$
$u_1(t)$: Netzspannung (230V/50Hz)
↑
$U_{eff} \Rightarrow \hat{U} = 325V$

für $u_D(t) > 0{,}7V$ ⇒ Diode ist leitend ($R_{Diode} << R_L$)
für $u_D(t) < 0{,}7V$ ⇒ Diode sperrt ($R_{Diode} >> R_L$)



Ausgangsspannung besitzt nur noch positive Anteile !

9 Transistoren

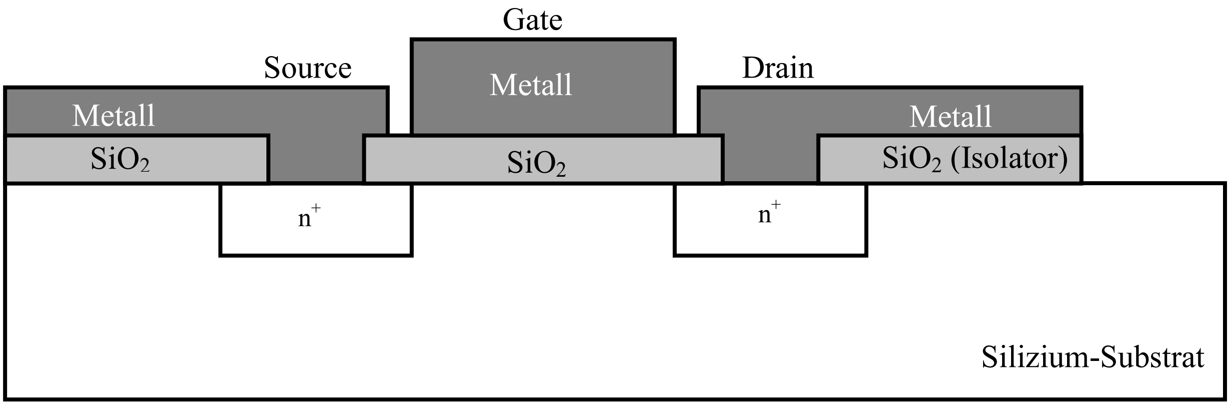
9.1 Aufbau und Wirkungsweise

Transistoren sind aktive Bauelemente. Die wichtigsten Anwendungen sind:

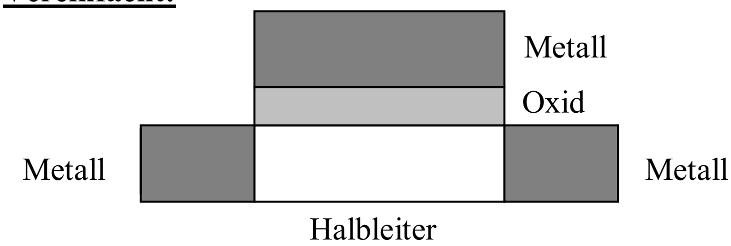
- Verstärken von Signalen (Verstärkerschaltung)
- Schalten von Signalen (Logikschaltung)

Bspl.: MOS – Feldeffekttransistor = MOSFET
(**M**etall–**O**xide–**S**emiconductor) ⇒ Metall-Oxid–Halbleiter

Prinzipieller Aufbau:

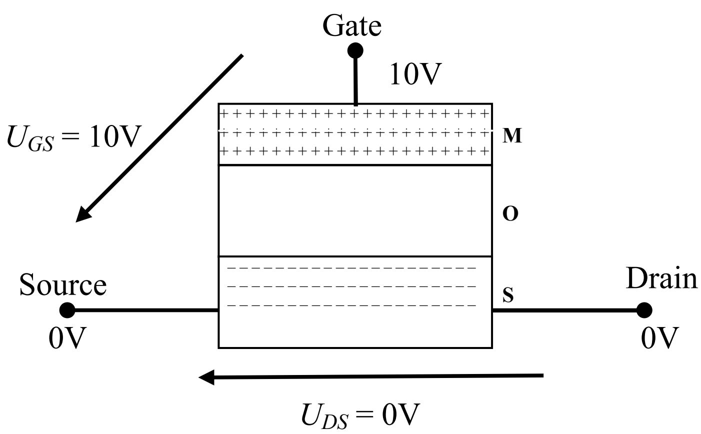


Vereinfacht:



Funktionsweise:

a) U_{DS}=0V



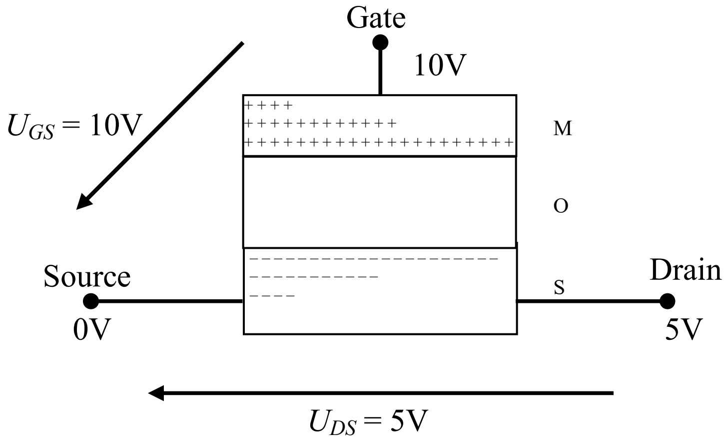
M: Metall
O: Oxid
S: Halbleiter (Semiconductor)

- Durch die positive Spannung an der Gate-Elektrode wird negative Ladung in den Halbleiter induziert (im HL angesammelt).
- Es bildet sich dadurch ein leitender Kanal zwischen Source und Drain aus (n-Kanal).

- Je größer das Gate-Potential (Gatespannung) wird, desto mehr Ladungsträger werden induziert ⇒ d.h. desto größer ist die Leitfähigkeit des Kanals.

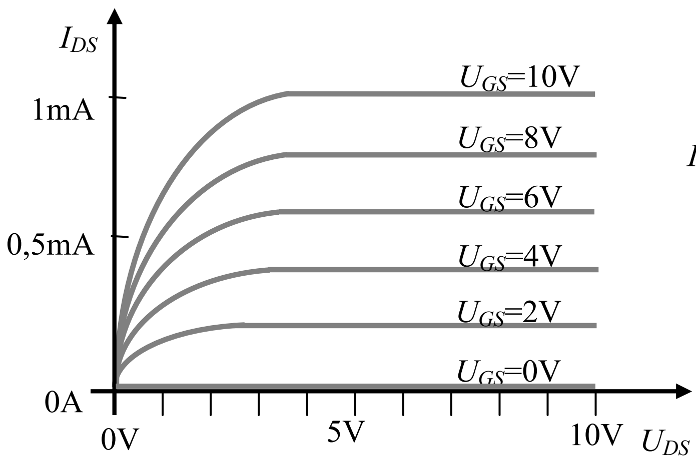
Ergebnis: mit dem Gate-Potential (Gatespannung) kann die Leitfähigkeit des sogenannten n-Kanals gesteuert werden

b) U_{DS}>0V



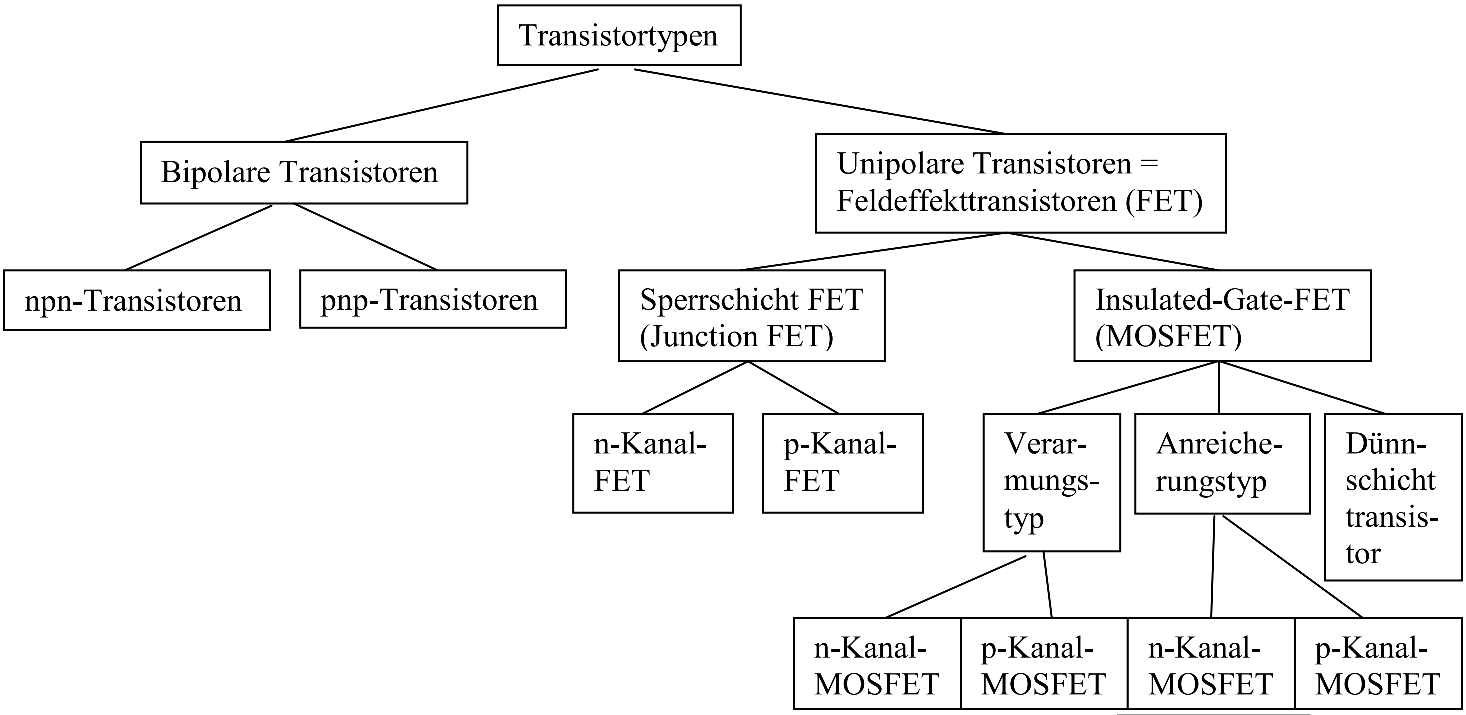
- Bei Anlegen einer Spannung zwischen Drain- und Source-Anschluß ändert sich die Ladungsverteilung auf dem Gate-Anschluß und im Halbleiter (siehe Bild oben).
- Aufgrund des Potentialunterschieds fließt ein Strom von Drain nach Source (I_{DS})
- **Wichtig**: Die Größe des Stromes kann über die Gate-Source-Spannung U_{GS} gesteuert werden. Der MOS-FET ist somit eine spannungsgesteuerte Stromquelle !

Ausgangskennlinienfeld des n-Kanal-MOS-FET´s:



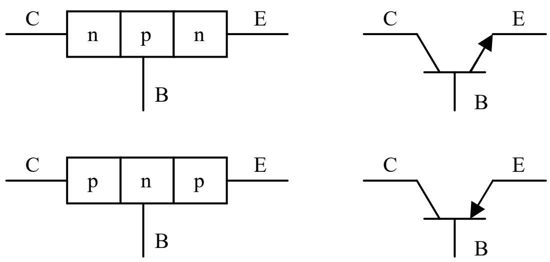
$I_{DS} = f\,(U_{GS}, U_{DS})$

9.2 Transistortypen



npn-Transistor:

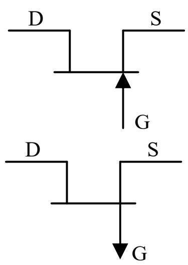
pnp-Transistor:



B: Basis
C: Kollektor
E: Emitter

n-Kanal-FET:

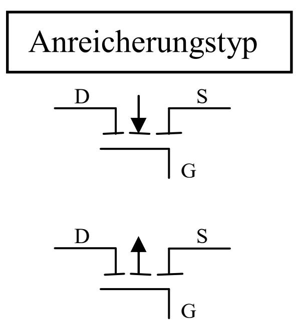
p-Kanal-FET:

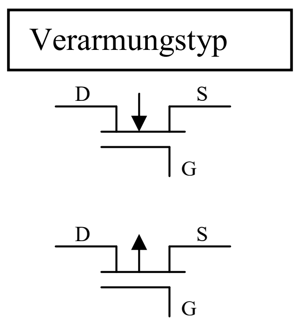


G: Gate
D: Drain
S: Source

n-Kanal-MOSFET:

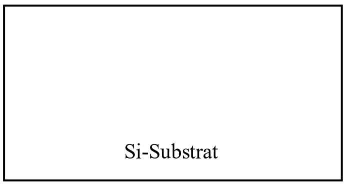
p-Kanal-MOSFET:



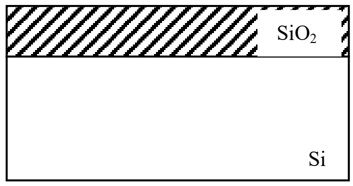


9.3 Herstellung eines n-Kanal MOSFETs

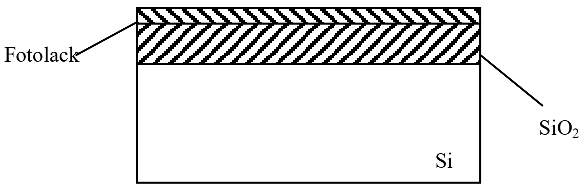
a)



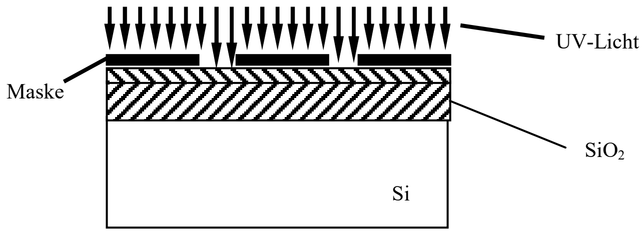
b) Oxidation durch Erhitzen ($Si + O_2 = SiO_2$)



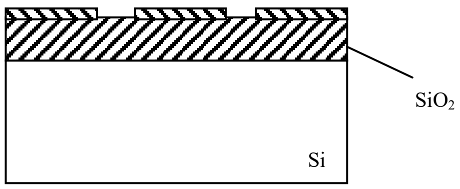
c) Fotolackbeschichtung



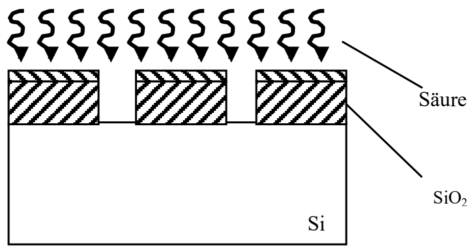
d) Belichten durch Maske



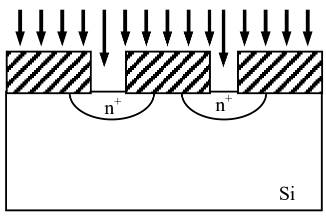
e) Entwickeln des Fotolacks &
auswaschen



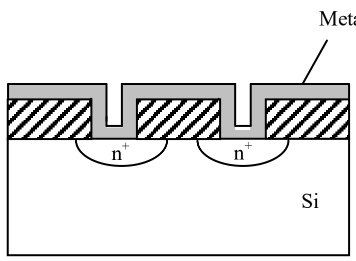
f) Ätzen



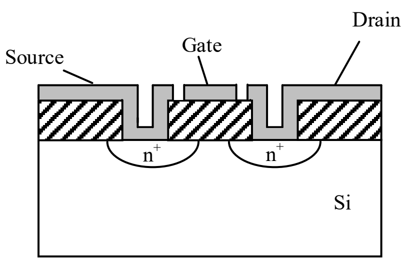
g) Dotieren (Diffusion oder
Ionenimplantation)



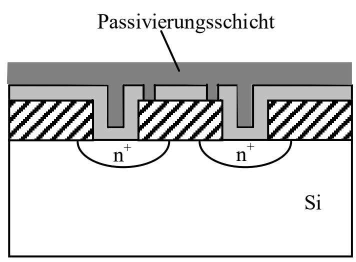
h) Metall aufdampfen (z.B. Aluminium)



i) Die Metallschicht wird strukturiert



j) Schutzschicht (Passivierung)

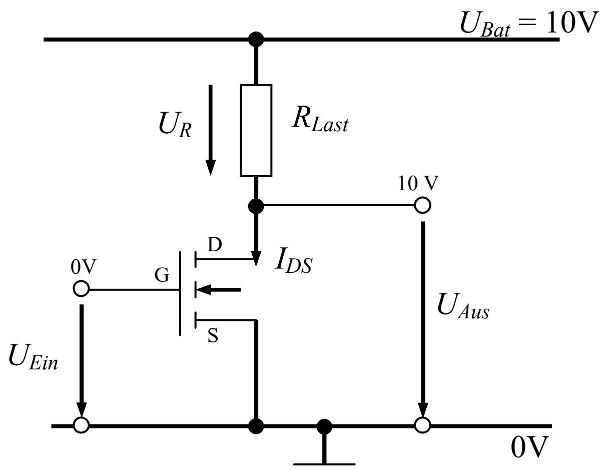


9.4 Einfache Transistorschaltungen

Inverter

Eingang X	**Ausgang** $\overline{X}$
logisch „0“ logisch „1“	logisch „1“ logisch „0“

Fall 1:



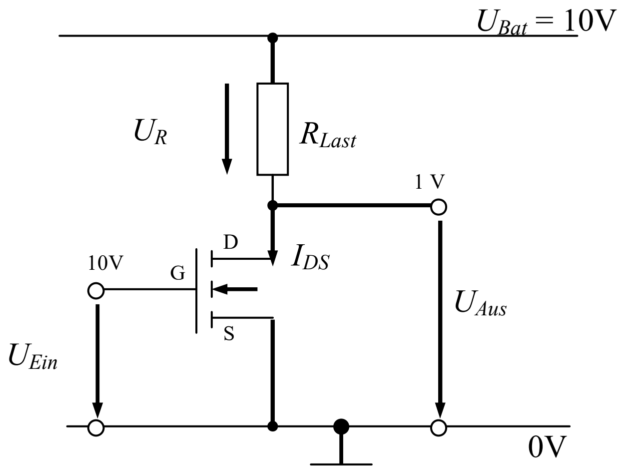
hohe Spannung ⇒ logisch „1“ niedrige Spannung ⇒ logisch „0“

- Am Eingang liegt niedrige Spannung an ($U_{GS} \approx 0V$)
- ⇒ MOSFET sperrt, es fließt kein Strom I_{DS}
- ⇒ es fließt kein Strom durch R_{Last}
- ⇒ $U_R = I_{DS} \cdot R_{Last} = 0V$
- ⇒ $U_{Aus} = U_{Bat} - U_R = U_{Bat} = 10V$ (⇒ logisch „1“)

Ergebnis:

Eingang		**Ausgang**
logisch „0“	⇒	logisch „1“
X	⇒	$\overline{X}$

Fall 2:



$R_{last} = 9\ k\Omega$

- am Eingang liegt eine hohe Spannung an ($U_{GS} = 10$ V)
- ⇒ MOSFET wird leitend, es fließt ein Strom I_{DS} (hier $I_{DS} = 1$ mA)
- ⇒ es fließt ein Strom durch R_{Last}
- ⇒ $U_R = I_{DS} \cdot R_{Last} = 1\ mA \cdot 9\ k\Omega = 9\ V$
- ⇒ $U_{Aus} = U_{Bat} - U_R = 10\ V - 9\ V = 1\ V$ (⇒ logisch „0“)

Eingang		**Ausgang**
logisch „1“	⇒	logisch „0“
X	⇒	$\overline{X}$

9.5 CMOS-Inverter

(C = komplementär)

MOS-Inverter, die aus MOSFET und Widerstand R_L bestehen, haben einen gravierenden Nachteil. Liegt am Eingang logisch „1“ an, d.h. hohe U_{GS}-Spannung, so fließt permanent ein konstanter Strom I_{DS} . Dies führt zu einem hohen Energieverbrauch!

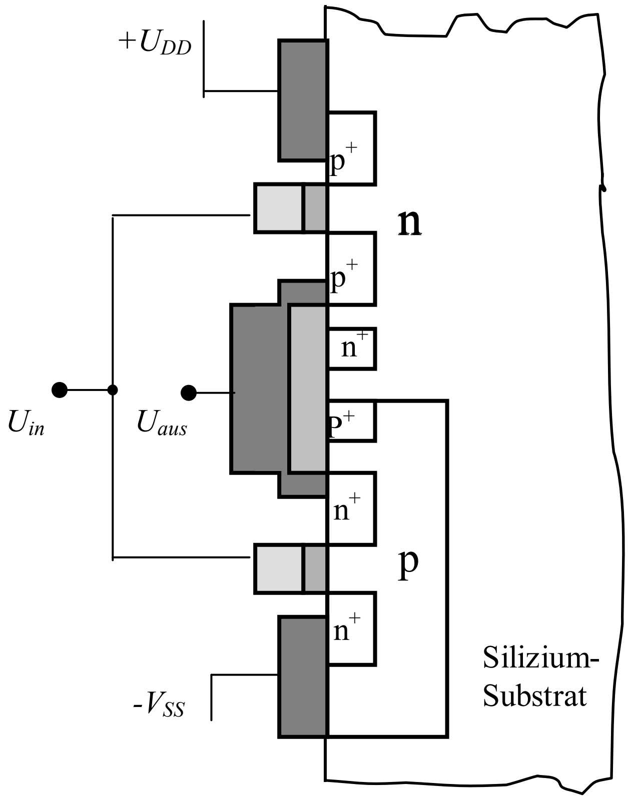
Lösung: CMOS-Inverter bestehend aus einer Kombination von p-Kanal-MOSFET und n-Kanal-MOSFET

Fall 1: U_{in} = 0 V (logisch „0“)

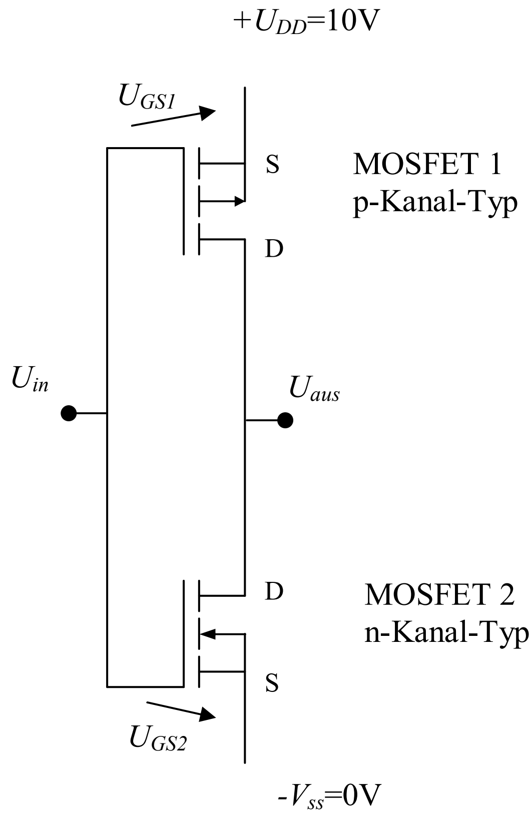
⇒ MOSFET 1 ist leitend, da U_{GS1} negativ
⇒ U_{aus} ist leitend mit $+U_{DD}$ verbunden
⇒ $U_{aus} = +U_{DD}$ (logisch „1“)

Fall 2: U_{in} = 10 V (logisch „1“)

⇒ MOSFET 2 ist leitend, da U_{GS2} positiv
⇒ U_{aus} ist leitend mit $-V_{SS}$ verbunden
⇒ $U_{aus} = -V_{SS}$ (logisch „0“)



Querschnitt



Schaltung

Ergebnis: Es ist immer nur einer der Transistoren leitend. Es fließt kein Strom vom $+U_{DD}$-Anschluss zum $-V_{SS}$-Anschluss