Hochschule Fulda
Fachbereich Angewandte Informatik
Prof. Dr. A. Radl

Wintersemester 2023/2024
Mathematische Grundlagen – AI1004
Besprechung: 30.11.–05.12.2023

Übungsblatt 6

(unendliche Mengen, Kombinatorik)

Aufgabe 1

(a) Nach R. Dedekind (1831–1916) ist eine Menge M *unendlich*, wenn es eine echte Teilmenge K von M gibt (also $K \subseteq M$ und $K \neq M$), die sich bijektiv auf M abbilden lässt. Zeigen Sie, dass $\mathbb{N}$ nach dieser Definition eine unendliche Menge ist.

(b) Ist $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ abzählbar?

Aufgabe 2

Wie viele Autonummern der Form

$$\text{FD - } b_1 b_2 \quad z_1 z_2 z_3,$$

wobei b_1 und b_2 jeweils beliebige Buchstaben zwischen A und Z sein können und $z_1 \in \{1, \ldots, 9\}$, $z_2, z_3 \in \{0, \ldots, 9\}$ gelten soll.

Aufgabe 3

(a) Wie viele fünfstellige Dualzahlen gibt es, die mit 11 beginnen oder mit 00 enden?

(b) Wie viele 6-stellige Passwörter können Sie aus 26 Buchstaben und 10 Ziffern bilden?

(c) Wie viele 6-stellige Passwörter können Sie aus 26 Buchstaben und 10 Ziffern bilden, wenn in jedem Passwort mindestens eine Ziffer vorkommen soll?

Aufgabe 4

Auf wie viele Arten können sich 20 (unterscheidbare) Personen auf 60 Plätze in einem Bus verteilen?

Aufgabe 5

Auf wie viele Arten können sich 2 nicht unterscheidbare Spatzen auf 4 unterschiedliche Telegraphenleitungen verteilen?

Aufgabe 6

Ein Zug besteht aus 3 Wagen der ersten Klasse und 5 Wagen der zweiten Klasse. Die Wagen der ersten Klasse sind nicht weiter unterscheidbar, ebenso wenig die Wagen der zweiten Klasse. Wie viele unterschiedliche Wagenfolgen sind möglich?

Aufgabe 7

(a) Wie viele Anagramme des Wortes „MATHE“ gibt es?

(b) Wie viele Anagramme des Wortes „KLAUSUR“ gibt es?

Aufgabe 8 (Wenn noch Zeit ist ...)

Betrachten Sie das Gitter in Abbildung 1. Die Punkte markieren die so genannten *Knoten* des Gitters. Wie viele Wege mit genau 13 Schritten gibt es, um von A nach B zu gelangen? Dabei bedeutet ein Schritt, dass man von einem Knoten zu einem benachbarten Knoten geht. Ein Beispiel für einen Weg mit 13 Schritten ist in Abbildung 2 zu sehen.

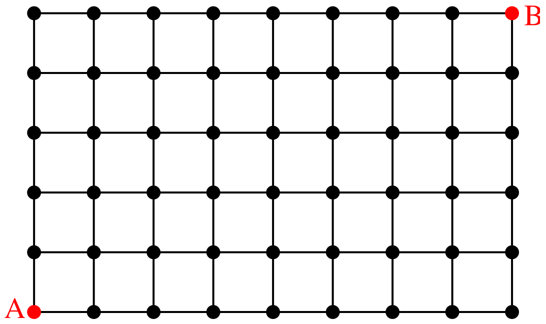

Abb. 1

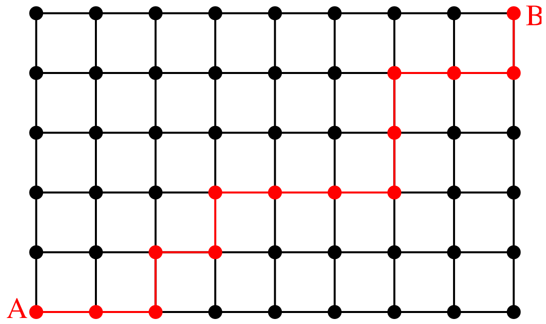

Abb. 2