

Übungsblatt 1

(komplexe Zahlen)

Aufgabe 1

Skizzieren Sie $-6+4i$, i , $-i$ und -1 in der Gaußschen Zahlenebene und geben Sie nachfolgende Real- bzw. Imaginärteile an:

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| (a) $\operatorname{Re}(-6+4i)$ | (b) $\operatorname{Im}(-6+4i)$ | (c) $\operatorname{Re}(i)$ | (d) $\operatorname{Im}(i)$ |
| (e) $\operatorname{Re}(-i)$ | (f) $\operatorname{Im}(-i)$ | (g) $\operatorname{Re}(-1)$ | (h) $\operatorname{Im}(-1)$ |

Aufgabe 2

Seien $z_1 = \sqrt{3} - i$ und $z_2 = -2\sqrt{3} + 2i$. Berechnen Sie:

- | | | |
|---|-------------------------|-----------------------|
| (a) $\overline{z_1}$ und $\overline{z_2}$ | (b) $ z_1 $ und $ z_2 $ | (c) $z_1 + z_2$ |
| (d) $z_1 - z_2$ | (e) $z_1 \cdot z_2$ | (f) $\frac{z_1}{z_2}$ |

Geben Sie Ihre Ergebnisse aus (a), (c)–(f) jeweils in der Form $x + yi$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ an.

Aufgabe 3

Formen Sie die komplexen Zahlen in die Form $x + y \cdot i$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ um:

- | | | |
|---------------------------|-------------------|-------------------------|
| (a) $(3-2i) \cdot (2+4i)$ | (b) $\frac{1}{i}$ | (c) $\frac{1+2i}{3-2i}$ |
|---------------------------|-------------------|-------------------------|

Aufgabe 4

Veranschaulichen Sie nachfolgende Mengen in der komplexen Zahlenebene:

- (a) $A := \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 3\}$
- (b) $B := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(z) = -1\}$
- (c) $C := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) < -1 \text{ und } \operatorname{Im}(z) \geq 2\}$
- (d) $D := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im}(z) = 0\}$
- (e) $E := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) < 1 \text{ und } |z| = 2\}$

Aufgabe 5 (Wenn noch Zeit ist ...)

Seien $z, w \in \mathbb{C}$. Zeigen Sie folgende Rechenregeln:

- (a) $|z|^2 = z \cdot \overline{z}$.
- (b) $\overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w}$,
- (c) $\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}$,