

数值分析实验报告 - Code 8

Chase Young

2024 年 4 月 15 日

1 实验目的

编写一个子程序，用来执行定义在任意区间 $[a, b]$ 上的函数 f 的 Romberg 算法。用户要具体指定阵列中所计算的行数，并且计算完成后要看到整个阵列。使用如下的积分进行测试：

$$(1) \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

$$(2) \int_{-1}^1 \frac{\cos x - e^x}{\sin x} dx$$

$$(3) \int_1^\infty (xe^x)^{-1} dx$$

2 实验方法

对于一般区间 $[a, b]$ 上函数 f 的 Romberg 算法，可使用如下步骤计算：

$$(1) \text{ 初始化 } R(0, 0) = \frac{1}{2} (b - a) (f(a) + f(b))$$

$$(2) \text{ 计算 } R(n, 0) = \frac{1}{2} R(n-1, 0) + h_n \sum_{i=1}^{2^n-1} f(a + (2i-1)h_n)$$

$$(3) \text{ 计算 } R(n, m) = R(n, m-1) + \frac{1}{4^m-1} (R(n, m-1) - R(n-1, m-1))$$

最终得到的 $R(M, M)$ 即为最终的数值积分值。

3 实验结果

分别对于积分 I_1, I_2, I_3 使用 Romberg 积分公式，计算结果如 1, 2, 3所示。

可知，上述三个积分的最终计算结果分别为 0.9460831, -2.2465917, 0.2193839。

0.9207355						
0.9397933	0.9461459					
0.9445135	0.9460869	0.9460830				
0.9456909	0.9460833	0.9460831	0.9460831			
0.9459850	0.9460831	0.9460831	0.9460831	0.9460831		
0.9460586	0.9460831	0.9460831	0.9460831	0.9460831	0.9460831	
0.9460769	0.9460831	0.9460831	0.9460831	0.9460831	0.9460831	0.9460831

表 1: Romberg 算法计算积分 I_1

-2.7932067						
-2.3966033	-2.2644022					
-2.2852177	-2.2480892	-2.2470016				
-2.2563259	-2.2466953	-2.2466023	-2.2465960			
-2.2490303	-2.2465984	-2.2465919	-2.2465918	-2.2465917		
-2.2472017	-2.2465921	-2.2465917	-2.2465917	-2.2465917	-2.2465917	
-2.2467442	-2.2465917	-2.2465917	-2.2465917	-2.2465917	-2.2465917	-2.2465917

表 2: Romberg 算法计算积分 I_2

0.1839397						
0.2273051	0.2417603					
0.2198339	0.2173435	0.2157157				
0.2193510	0.2191900	0.2193131	0.2193702			
0.2193836	0.2193945	0.2194081	0.2194096	0.2194097		
0.2193839	0.2193840	0.2193834	0.2193830	0.2193829	0.2193828	
0.2193839	0.2193839	0.2193839	0.2193839	0.2193839	0.2193839	0.2193839

表 3: Romberg 算法计算积分 I_3