Baktériumszámot modellezünk. Egy baktériumnak két típusa van:

- **osztódóképesforma**;
- **fertőzőforma**.

A gazdasejtbe bekerül egyetlen egy osztóképes forma. Ő ekkor random módon vagy megduplázódik, vagy pedig átalakul fertőzőformává, ha megduplázódott, akkor megint ugyanez a felállás van, hogy a két sejt, külön-külön eldönti, hogy megduplázódik, vagy átalakul fertőző formává. A fertőző forma nem tud visszaalakulni osztódóképes formává. A folyamat végén (mikor a gazdasejt meghal), azt szeretnénk, hogy minél több (a lehető legtöbb) fertőző formánk legyen, hiszen ők fognak tudni újabb, és újabb gazdasejteket megfertőzni, az osztódóképes forma nem képes fertőzni gazdasejteket. A gazdasejt olyan véletlen időpontban hal meg, mikor az osztódóképes sejtek száma plusz a fertőző sejtek száma meghalad valamilyen küszöbértéket.

Matematikailag ezt a következőképpen tudjuk leírni. Legyen (X_n, Y_n) az osztóképes, és a fertőzőképes sejtek száma valamilyen n időpillanatban. A sejt olyan random T időpontban hal meg, amikor

$$T := \min\{n : X_n + Y_n \geq c\},$$

ahol a c a fent említett küszöbértéket jelenti. Mi, ebben a T időpontban a fertőzőforma maximális számára szeretnénk optimalizálni. Fontos még, hogy egy osztódóképes sejt p valószínűséggel osztódik, $1-p$-vel pedig átalakul, ahol $0 \leq p \leq 1$. Megmutatom, hogy néz ki a számítás $c = 2; 3; 4$-re.

0.1. $c = 2$

Minden c érték esetén tekintünk egy $(c+1) \times (c+1)$ tömböt. Ebben az esetben a gazdasejt akkor hal meg, amikor a fertőzőforma, és az osztódóforma száma legalább kettő. Az $(1, 0)$ pontból indulunk, jelentvén azt, hogy van 1 osztódóképes, és nulla fertőzőképes baktériumunk. Innen tudsz menni a $(2, 0)$-ba p valószínűséggel (vagyis a sejt megduplázódott), és a $(0, 1)$-be $1-p$-vel, vagyis a sejt átalakult. Ennek a maximuma $p = 0$, vagyis a sejtnek át kell alakulnia, és így egyetlen egy fertőző forma lesz, ez világos is, hiszen ha megduplázódna, akkor 2 osztódóképes sejtem lenne, ami nem jó, hiszen a c az kettő volt, így a gazdasejt meg is hal.

0.2. $c = 3$

Megint az ábrán látható átló alatti értékeket számoljuk ki. A $(2, 0)$-ból tudunk menni a $(4, 0)$-ba p^2 valószínűséggel, itt a nyereség nulla, a $(2, 1)$-be $2p(1-p)$-vel, itt a nyereség 1, míg a $(0, 2)$-be $(1-p)^2$ valószínűséggel, ahol a nyereség 2, így a $p = 0$ választással lesz a maximális nyereség 2. Azt kiszámoltuk, hogy minden, közvetlen az átló alatti elemre, tehát itt $(2, 0); (1, 1); (0, 2)$ a maximális nyereség mindig $c - 1$, vagyis most 2. A $(0, 1)$-ben a nyereség nyilván 1, mivel az átalakult sejt nem tud már osztódni, sem visszaalakulni osztódóképes formává. Az $(1, 1)$-ből tudunk menni p valószínűséggel $(2, 1)$-be, ahol a nyereség 1, illetve a $(0, 2)$-be, ahol meg kettő, ide $(1-p)$ valószínűséggel mehetünk. Így itt $p = 0$ esetén lesz max a nyereség, ami kettő. Végül az $(1, 0)$-ból tudunk menni a $(2, 0)$-ba, és a $(0, 1)$-be p, és $(1-p)$ valószínűségekkel, mivel a $(2, 0)$-ban a nyereség 2, így $p = 1$ estén lesz max a nyereség, ami kettő.

0.3. $c = 4$

Itt is tekintünk egy 5×5-ös tömböt. Az ábrán látható módon, ki tudjuk tölteni az átló alatt a hasznosságokat. Ez a $(3, 0); (2, 1); (1, 2); (0, 3)$ pontokban szintén $c - 1$, vagyis most 3. A $(2, 0)$ állapotban a hasznosság a következő, mivel mehetünk a $(4, 0)$-ba p^2-el, a $(2, 1)$-be $2p(1-p)$-vel, valamint a $(0, 2)$-be $(1-p)^2$-el, ezekben az állapotokban a nyereségek rendre 0, 3, 2. Így a max nyereség $9/4$. Az $(1, 1)$-ből mehetünk a $(2, 1)$-be, valamint a $(0, 2)$-be, p, és $1-p$ valószínűségekkel, így ez $p = 1$-re maximális, ami három. Az $(1, 0)$-ból mehetünk a $(2, 0)$-ba, valamint a $(0, 1)$-be, itt a nyereségek rendre $9/4$, és 1, vagyis $p = 1$ esetén lesz max a nyereség.

0.4. Általános formula

Tekintünk általánosan egy $(c+1) \times (c+1)$-es tömböt. Egy (x, y) pontnak a hasznossága legyen $h(x, y)$, a hasznosság alatt azt értem, hogyha ebbe az állapotba belépünk, akkor várhatóan hány darab fertőzőformánk lesz.

1. A főátló feletti (x, y) elemeknek a hasznossága y, vagyis $h(x, y) = y$.
2. A $(0, i)$ elemeknek, $i = 1, \ldots, c$, az elemek hasznossága i.

3. Közvetlenül a főátló alatti elemeknek, vagyis a $(c-1-i, i)$ elemeknek, $i = 0, \ldots, c-1$, a hasznossága $c-1$, vagyis $h(c-1-i, i) = c-1$ (ezt kiszámoltuk!!!).

4. A főátló alatt kettővel lévő átlóban az elemek: $(c-(2+i), i), i = 0, \ldots, c-2$. Ekkor, ebben az átlóban, az elemeknek a hasznossága:

$$\max \sum_{k=0}^{c-(2+i)} h(2(c-(2+i+k)), i+k) \binom{c-(2+i)}{k} p^{c-(2+i)-k} (1-p)^k$$

   Ha már ezt valahogy ki lehetne számolni, le lehetne programozni, akkor igazából megvan minden, mert az összes többi sor ennek a mintája alapján megy tovább.