GEOMETRÍA DIFERENCIAL 1 - 2019078

Prerrequisitos: Álgebra Lineal.

Descripción

La geometría diferencial es el uso sistemático de las técnicas del cálculo al estudio de la geometría de las curvas y las superficies, y, en un contexto moderno, de las variedades. Este curso está totalmente orientado al estudio de las propiedades geométricas locales y globales de las curvas y las superficies.

Metodología. La modalidad de cursos magistrales consiste de un sistema integrado de clases, talleres y asesorías. El curso tiene dos clases teóricas a la semana dictadas por el profesor.

Contenido.

(1) **Curvas Parametrizadas:** Curvas parametrizadas. Longitud de arco. Curvas regulares. Parametrización por la longitud de arco.
(2) **Teoría Local de Curvas:** Diedro de Frenet. Curvatura con signo. Fórmulas de Frenet. Teorema fundamental de la teoría de curvas planas. Triedro de Frenet. Curvatura y torsión. Fórmulas de Frenet. Teorema fundamental de la teoría de curvas en el espacio.
(3) **Superficies en $\mathbb{R}^3$:** Superficies regulares. Parametrización de superficies. Cambios de coordenadas. Funciones diferenciables definidas sobre superficies. Propiedades. Difeomorfismos entre superficies.
(4) **Orientación de Superficies:** Curvas diferenciables en una superficie. Definición de vector tangente. El plano tangente a una superficie en un punto. La diferencial de una función diferenciable. Propiedades. El gradiente de una función diferenciable. Puntos críticos. Superficies compactas orientables en $\mathbb{R}^3$.
(5) **La Primera Forma Fundamental:** Noción de área en una superficie.
(6) **La Transformación de Gauss:** La segunda forma fundamental. El operador de forma o endomorfismo de Weingarten. Propiedades. Transformación de Gauss en coordenadas locales.
(7) **Curvaturas Principales:** Curvatura gaussiana y curvatura media. Puntos umbilicales.
(8) **Geometría Intrínseca de una Superficie:** Isometrías. Fórmulas de Gauss y de Weingarten. Transformaciones conformes.
(9) **Teorema Egregium de Gauss:** Ecuaciones de compatibilidad y Teorema de Gauss.
(10) **Formas Diferenciales:** Derivación covariante y geodésicas. Marcos móviles. Formas diferenciales en $\mathbb{R}^n$. Teorema de Stokes. Geometría diferencial vía formas diferenciales. Teorema de Gauss-Bonnet vía formas diferenciales.

Evaluación. Mínimo dos parciales escritos con un porcentaje total del 60%. El 40% restante se evalúa con exposiciones, talleres o quices.

Bibliografía.

(1) M. A. Hernández Cifre y J. A. Pastor González; *Un curso de Geometría Diferencial.* Publicaciones del CSIC, Textos Universitarios 47, Madrid, 2010.
(2) S. Montiel y A. Ros; *Curvas y Superficies.* Proyecto Sur D. L., Granada, 1997.
(3) P. Lucas. *Variedades Diferenciables y Topología.* Ed. Diego Marin, 1999.
(4) M. P. do Carmo; *Differential Geometry of Curves and Surfaces.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1976.
(5) M. P. do Carmo; *Differential Forms and Applications.* Universitext, Springer, 1998.
(6) B. O'neill. *Elementary Differential Geometry.* Academic Press Inc., New York 1966.
(7) G. Shiffrin. *Differential Geometry: A first course in curves and surfaces.* University of Georgia. 2015.
(8) M. Abate y F. Tovena. *Curves and Surfaces.* Unitext. Springer. 2012.
(9) A. Pressley. *Elementary Differential Geometry.* Springer undergraduate mathematics series. London, UK. Springer, 2002.