

Diszkrét matematika I. tétellista

1. Logika és halmazelmélet

Logikai műveletek (tagadás, és, vagy, ha-akkor, pontosan-akkor) és tulajdonságaik, kvantorok. Halmazok: meghatározottsági axióma, üres halmaz, részhalmaz fogalma, „ A részhalmaza B -nek” reláció tulajdonságai, részhalmaz axióma, műveletek halmazokkal (unió, metszet, különbség, komplementer, szimmetrikus differencia), halmazműveletek tulajdonságai (az unió 5 tulajdonsága, metszet 5 tulajdonsága, unió és metszet disztributivitása, különbség kifejezése komplementerrel, komplementer 8 tulajdonsága köztük a de Morgan szabályokkal, szimmetrikus differencia másik előállítás) diszjunkttság fogalma (diszjunkt illetve páronként-diszjunkt halmazrendszerek), hatványhalmaz fogalma és elemszáma

2. Relációk és függvények

Rendezett pár, DesCartes-szorzat, binér reláció, értelmezési tartomány, értékkészlet fogalma, reláció kiterjesztésének és leszűkítésének fogalma, reláció inverze, halmaz képe és inverz képe, relációk kompozíciója, kompozíció tulajdonságai. Speciális relációtulajdonságok (transzitivitás, szimmetria, antiszimmetria, reflexivitás, irreflexivitás, trichotómia, dichotómia), részbenrendezés, teljes rendezés, ekvivalencia-reláció, ekvivalencia-osztályok Függvények, injektív, szürjektív, bijektív, értelmezési tartomány, értékkészlet, műveletek függvényekkel, függvények kompozíciója és tulajdonságai.

3. Komplex számok

Számfogalom bővítése (természetes számok, egész számok, racionális számok, valós számok, komplex számok), komplex számok bevezetése algebrai alakkal, valós és képzetes rész, algebra alaptétele, számolás algebrai alakkal, összeadás és szorzás tulajdonságai, komplex számok ábrázolása a számsíkon, komplex szám abszolút értéke, konjugáltja, ellentettje, hányados kiszámítása algebrai alakban, konjugálás és abszolút érték tulajdonságai, Komplex számok trigonometrikus alakja, argumentum, Moivre-azonosságok, gyökvonás, n -edik egységgyökök Egységgyökök rendje, primitív n -edik egységgyökök

4. Kombinatorika

Permutáció; ismétléses permutáció; (ismétlés nélküli) variáció; ismétléses variáció; (ismétlés nélküli) kombináció; ismétléses kombináció; Binomiális együttható, Pascal-háromszög, binomiális-tétel; binomiális együtthatók közötti (Pascal-háromszögbeli) összefüggések; Skatulya-elv; Szita-formula

5. Gráfok alapfogalmai

Definiáld az irányítatlan gráf fogalmát! Definiáld az „illeszkedik” és a „végpontja” fogalmakat! Definiáld az illeszkedési relációt! Definiáld a véges/végtelen gráf fogalmát! Definiáld az üres gráf fogalmát! Definiáld a hurokél fogalmát! Definiáld a párhuzamos él fogalmát! Definiáld az egyszerű gráf fogalmát! Definiáld a szomszédos él/csúcs fogalmát! Definiáld gráfban a fokszám fogalmát! Definiáld az izolált csúcs fogalmát! Definiáld az n -reguláris gráf fogalmát! Definiáld a reguláris gráf fogalmát! Mit mondhatunk irányítatlan gráfban a fokszámok összegéről? (Bizonyítsd is!) Mikor nevezünk két irányítatlan gráfot izomorfoknak? Definiáld a teljes gráf fogalmát! Mit mondhatunk teljes gráf élszámáról? (Bizonyítsd is!) Mit jelentenek a C_n , P_n , S_n , K_n rövidítések? Definiáld a páros gráf fogalmát! Mit jelent a $K_{m,n}$ rövidítés? Definiáld a részgráf fogalmát! Definiáld a feszített/telített részgráf fogalmát! Mit értünk egy irányítatlan gráfnak a szupergrádjára vonatkozó komplementerén? Mit értünk egy egyszerű, irányítatlan gráf komplementerén? Definiáld az élek/csúcsok törlésével kapott gráfot! Definiáld a séta fogalmát! Hogyan definiáljuk a séta hosszát? Mikor nevezünk egy sétát zártnak/nyíltnak? Definiáld a vonal fogalmát! Definiáld az út fogalmát! Definiáld a kör fogalmát! Mit állíthatunk séta és út kapcsolatáról? Definiáld az összefüggőség fogalmát! Definiáld a komponens fogalmát! Mi a kapcsolat egy gráf komponenseinek a száma és az összefüggősége között? Legyen \sim a csúcsok halmazán értelmezett reláció, amelyre $v_1 \sim v_2$ pontosan akkor, ha van v_1 kezdőpontú v_2 végpontú séta a gráfban. Bizonyítsd be, hogy ez a reláció ekvivalenciareláció!

6. Fa, feszítőfa, feszítőerdő

Definiáld a fa fogalmát! Add meg 3 ekvivalens jellemzését a fa fogalmának! (Bizonyítsd be, hogy ekvivalensek!) Mit mondhatunk körmentes gráfban az elsőfokú csúcsokról? (Bizonyítsd is be!) Fogalmazz meg két olyan szükséges és elégséges feltételt arra, hogy egy véges egyszerű gráf fa, amelyben szerepel az élek száma! (Bizonyítsd is be, hogy ezek szükséges és elégséges feltételek!) Definiáld a feszítőfa fogalmát! Mikor létezik feszítőfája egy gráfnak? (Bizonyítsd is be!) Mit mondhatunk összefüggő gráfban a körök számáról? (Bizonyítsd be!) Mikor mondjuk, hogy E elvágja a v_1 és v_2 csúcsokat? Definiáld az elvágó élhalmaz fogalmát! Definiáld a vágás fogalmát! Mit mondhatunk összefüggő gráfban a vágások számáról? (Bizonyítsd is be!) Definiáld az erdő fogalmát! Definiáld a feszítő erdő fogalmát! Mit mondhatunk erdő élszámáról? (Bizonyítsd be!)

7. Címkezett gráfok, gráfok ábrázolása

Definiáld a címkezett gráf, élcímkezett/csúscímkezett gráf fogalmát! Definiáld az élsúlyozás/csúcssúlyozás fogalmát! Definiáld élhalmaz súlyát! Ismertesd a Kruskal-algoritmust és a rá vonatkozó tételt! (Bizonyítsd is be!) Definiáld a mohó algoritmus fogalmát, adj példát, amikor nem ad optimális megoldást! Definiáld az irányított és irányítatlan gráf illeszkedési mátrixát! Definiáld az irányított és irányítatlan gráf csúcsmátrixát! Hogyan határozzuk meg egy fa Prüfer-kódját? Hogyan adható meg egy fa a Prüfer-kódjából?

8. Euler-vonal, Hamilton-kör

Definiáld az Euler-vonal fogalmát! Mit állíthatunk összefüggő gráfban zárt Euler-vonal létezésével kapcsolatban? (Bizonyítsd is be!) Definiáld a Hamilton-út/kör fogalmát! Adj meg egy elégséges feltételt Hamilton-kör létezéséről (Dirac)! (Bizonyítsd is be!)

9. Síkba rajzolható gráfok, gráfok színezése

Mikor nevezünk egy gráfot síkbarajzolhatónak? Mit értünk egy gráf síkbeli reprezentációja alatt? Hogyan definiáljuk síkgráf tartományát? Hogy szól az Euler-formula síkbarajzolható gráfokról? (Bizonyítsd is be!) Mit mondhatunk síkgráf élszámáról? (Bizonyítsd is be!) Mit mondhatunk síkgráfban a minimális fokszámú csúcs fokáról? (Bizonyítsd is be!) Add meg a két tanult fő példát nem síkbarajzolható gráfra! (Bizonyítsd be, hogy nem síkbarajzolhatók!) Mikor nevezünk két gráfot topologikusan izomorfoknak? Hogy szól Kuratowski tétele síkgráfokkal kapcsolatosan? Hogy szól a négyszíntétel? Mit nevezünk jólszínezésnek? Mi a kromatikus szám definíciója?

10. Irányított gráfok

Definiáld az irányított gráf fogalmát! Definiáld a „kezdőpontja” és a „végpontja” fogalmakat! Hogyan kaphatunk irányított gráfból irányítatlan? Definiáld az irányítás fogalmát! Hogyan használható irányított gráf esetén egy irányítatlan gráfoknál definiált fogalom? Definiáld a szigorúan párhuzamos élek fogalmát! Definiáld a kifok/befok fogalmát! Definiáld a nyelő/forrás fogalmát! Mit mondhatunk a fokszámösszegeiről irányított gráfban? (Bizonyítsd is be!) Mikor nevezünk két irányított gráfot izomorfoknak? Mit jelentenek a \vec{C}_n , \vec{P}_n , \vec{S}_n , \vec{K}_n rövidítések? Definiáld az irányított részgráf fogalmát! Definiáld a feszített/telített irányított részgráf fogalmát! Definiáld irányított gráf komplementerét! Definiáld az élek/csúcsok törlését irányított gráf esetén! Definiáld az irányított séta fogalmát! Definiáld a zárt/nyílt irányított séta fogalmát! Definiáld az irányított vonal fogalmát! Definiáld az irányított út fogalmát! Definiáld az irányított kör fogalmát! Definiáld az erősen összefüggő gráf fogalmát! Definiáld az erős komponens fogalmát! Legyen \sim a csúcsok halmazán értelmezett reláció, amelyre $v_1 \sim v_2$ pontosan akkor, ha van v_1 kezdőpontú v_2 végpontú irányított séta is, és van v_2 kezdőpontú v_1 végpontú irányított séta is a gráfban. Bizonyítsd be, hogy ez a reláció ekvivalenciareláció! Definiáld az irányított fa fogalmát! Definiáld a gyökér fogalmát irányított fában! Definiáld a levél fogalmát irányított fában! Mit mondhatunk irányított gráfban a gyökérből induló utakról? (Bizonyítsd is be!) Definiáld a szint fogalmát irányított fában! Definiáld a magasság fogalmát irányított fában! Definiáld a gyerek/szülő/testvér fogalmát irányított fában! Definiáld az irányított részfa fogalmát! Ismertesd Dijkstra algoritmusát és a rá vonatkozó tételt!