

2. $a, b \neq 0$

①

②

$\forall a, b \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \quad \|a \cdot b^T\|_1 = \|a\|_1 \cdot \|b\|_\infty$ és $\|a \cdot b^T\|_\infty = \|a\|_\infty \cdot \|b\|_1$

($a, b = 0$ eset kivétel)

$$\cancel{a \cdot b^T} = C \Rightarrow C_{ij} = a_i b_j \Rightarrow \|C\|_1 = \max_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |C_{ij}| = \max_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |a_i b_j| =$$

ind. elem
feladat

$$= \max_{j=1}^n |b_j| \cdot \sum_{i=1}^n |a_i| = \max_{j=1}^n |b_j| \cdot \|a\|_1 =$$

$$= \|a\|_1 \cdot \max_{j=1}^n |b_j| = \|a\|_1 \cdot \|b\|_\infty \Rightarrow \textcircled{1} \text{ igaz}$$

$$\|C\|_\infty = \max_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |C_{ij}| = \max_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_i b_j| = \max_{i=1}^n |a_i| \sum_{j=1}^n |b_j| = \max_{i=1}^n |a_i| \cdot \|b\|_1 =$$

$$= \|a\|_\infty \cdot \sum_{j=1}^n |b_j| = \|a\|_\infty \cdot \|b\|_1 = \|a\|_\infty \cdot \|b\|_1 \Rightarrow \textcircled{2} \text{ igaz}$$