

# Numerikus módszerek

## Vizsga információk és minta vizsga

ELTE IK

May 5, 2020

# Vizsga tudnivalók

- A vizsga írásbeli és szóbeli részből áll, az írásbeli rész a Canvasban 15 darab feleletválasztós kérdést tartalmaz és 45 perc alatt kell megoldani.
- Minden kérdésre egyetlen jó válasz adható, minden jó válasz 1 pontot ér, így összesen 15 pont szerezhető az írásbeli részben.
- 0-7 pontig elégtelen a vizsga eredménye.
- 8-11-pontig elégséges, 12-15-pontig közepes jegyet ajánlunk meg, amit elfogadás esetén még aznap a Neptunban rögzítünk.
- Akinek sikerült az írásbeli vizsgája és javítani szeretne, szóbelizhet a 4-es, 5-ös jegyért a Teams-en keresztül. Ekkor a szóbeli vizsgázó hallgatótól felkészülési idő nélkül, egy tételt kérdezzünk bizonyítással az előzetesen közzé tett tételjegyzékből.

# Vizsga tudnivalók

- A szóbeli vizsgán lehet rontani is, ha valaki nem tudja a kért anyagot!
- Összesen három vizsga alkalmat tervezünk, minden egyes vizsgán 25-ös létszámkorláttal. Ez a korlátozás azért van, hogy a szóbeli részt is meg tudjuk oldani még azon a napon.
- A vizsgák június 8, június 15, és június 22 hétfői napokon lesznek és délelőtt 10:00-kor kezdődnek.
- A szóbeli vizsgák 11 órakor kezdődnek azzal, hogy addigra a Canvasban közzé tettük a vizsgázók névsorát időbeosztással együtt. A vizsgáztató Teams-ben meghívja a vizsgázót a megadott időpontban, akinek akkorra készen kell állnia és mikrofonnal, kamerával kell rendelkeznie. (Pl. egy laptop beépített mikrofonnal és kamerával teljesen megfelel).
- További technikai finomítások még lehetségesek.

## 1. Kérdés

Az  $M(5, -3, 3)$  számhalmazban mennyi az ábrázolás relatív pontossága ( $\varepsilon_1$ )?

- 1  $2^{-8}$
- 2  $\frac{1}{2} 2^{-3}$
- 3  $2^{-5}$

## 2. Kérdés

Mennyi a Gauss-elimináció illetve a visszahelyettesítés műveletigénye?

- ❶  $\frac{2}{3}n^3 + \mathcal{O}(n^2)$  illetve  $n^2 + \mathcal{O}(n)$ ,
- ❷  $2n^3 + \mathcal{O}(n^2)$  illetve  $n^2 + \mathcal{O}(n)$ ,.

### 3. Kérdés

Mennyi az alábbi mátrix fél sávzélessége?

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 1 1
- 2 2
- 3 3

## 4. Kérdés

Szigorúan diagonálisan domináns-e az alábbi mátrix?

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- ❶ Igen, a soraira.
- ❷ Igen, az oszlopaira.
- ❸ Igen, a soraira és az oszlopaira is.
- ❹ Se a soraira, se az oszlopaira.

## 5. Kérdés

Tekintsük az alábbi interpolációs alappontokat:

$x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$ . Melyik nem lesz az adott alappontokhoz tartozó Lagrange-alappolinom?

1  $\frac{(x-1)(x-2)}{2}$

2  $\frac{x(x-2)}{2}$

3  $\frac{x(x-1)}{2}$



## 6. Kérdés

Tekintsük az  $M(t, k^-, k^+)$  gépi számok halmazát!  $M_\infty, \epsilon_0, \epsilon_1$  az ábrázolás nevezetes paraméterei. Melyik formula helyes az alábbiak közül:

- 1  $M_\infty = 2^{k^+}$
- 2  $\epsilon_0 = 2^{k^-}$
- 3  $\epsilon_1 = 2^{1-t}$

## 7. Kérdés

Mi az  $S$  helyes értéke a Gauss-elimináció transzformációs képletében?

$$a_{i,j}^{(k)} = a_{i,j}^{(k-1)} + S \cdot a_{k,j}^{(k-1)}$$

1  $S = -a_{i,k}^{(k-1)}$

2  $S = -\frac{a_{i,k}^{(k-1)}}{a_{k,k}^{(k-1)}}$

3  $S = \frac{a_{i,k}^{(k-1)}}{a_{k,k}^{(k-1)}}$

## 8. Kérdés

Legyen  $x$  egy rögzített vektornorma,  $A$  pedig az általa indukált mátrixnorma. Legyen továbbá  $A_m$  egy tetszőleges mátrix norma. Ha teljesül az alábbi egyenlőtlenség  $Ax \leq A_m x$  minden  $x$  vektorra, melyik igaz az alábbi összefüggések közül?

- 1  $A = A_m$
- 2  $A \leq A_m$
- 3  $A > A_m$

## 9. Kérdés

Melyik nem igaz a mátrix kondíció számával kapcsolatos összefüggések közül? Legyen  $A$  invertálható mátrix,  $\text{cond}(A)$  jelölje a kondíció számát!

- ❶  $\text{cond}(A) \geq 1$
- ❷  $\text{cond}(cA) = c \cdot \text{cond}(A)$ , ahol  $c \neq 0$  szám.
- ❸  $\text{cond}(A) = \text{cond}(A^{-1})$
- ❹ Ha  $A$  szimm. poz.def, akkor  $\text{cond}(A) = \frac{\max \lambda_i}{\min \lambda_i}$

## 10. Kérdés

A  $\phi(x)$  függvény melyik fontos tulajdonsága következik az alábbi feltételből?  $\phi \in C^1[a, b]$  és  $\phi'(x) < 1$  teljesül  $\forall x \in [a, b]$ ?

- ❶ A  $\phi$  szigorúan monoton növekedő függvény  $[a, b]$  intervallumon.
- ❷  $\exists x^* \in [a, b]$  úgy, hogy  $x^* = \phi(x^*)$ .
- ❸ A  $\phi$  függvény kontrakció az  $[a, b]$  intervallumon.
- ❹ A  $\phi$  függvénynek van zérushelye az  $[a, b]$  intervallumon.

## 11. Kérdés

Az alábbi iterációk közül melyik lesz bizonyos feltételek mellett másodrendben konvergens iteráció?

- ❶  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
- ❷  $x_{n+1} = x_{n-1} - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{(f(x_n) - f(x_{n-1}))}$
- ❸  $x_{n+1} = \phi(x_n)$ , ahol  $\phi$  kontrakció és  $\phi'(x^*) \neq 0$

## 12. Kérdés

Az alábbi feltételek adottak a Newton iteráció monoton konvergencia tételének feltételei közül:

- $f \in C^2[a, b]$
- $\exists x^* \in [a, b]$  úgy hogy  $f(x^*) = 0$
- $f'(x) \neq 0$  és  $f''(x) \neq 0$

Melyik a hiányzó feltétel az alábbiak közül?

- 1  $x_0 \in [a, b]$  tetszőleges.
- 2  $x_0 \in [a, b]$  úgy, hogy  $f(x_0)f''(x_0) < 0$
- 3  $x_0 \in [a, b]$  úgy, hogy  $f(x_0)f''(x_0) > 0$
- 4  $x_0 \in [a, b]$  úgy, hogy  $f(x_0)f''(x_0) = 0$

### 13. Kérdés

Az interpoláció hibatételének feltételei mellett, a bizonyításban szereplő  $g_x(z)$  függvényre melyik nem igaz?

- ❶  $g_x \in C^{n+1}[a, b]$
- ❷  $g_x^{(n+1)}(z) = (n+1)!$
- ❸  $g_x$ -nek  $n+2$  darab különböző zérushelye van  $[a, b]$ -ben.
- ❹  $g'_x$ -nek van zérushelye az  $[a, b]$ -ben.



## 14. Kérdés

Az  $[A|A_{1,1}]$  Schur-komplementer pozitív definitiségének a bizonyításában hogyan választjuk meg az  $x_2 \in \mathbb{R}^{n-k}$   $x_2 \neq 0$  vektorhoz az  $x_1 \in \mathbb{R}^k$  vektort?

❶  $A_{2,1}x_1 + A_{2,2}x_2 = 0$

❷  $x_1 = -A_{1,1}^{-1}A_{1,2}x_2$

❸  $A_{1,1}x_1 + A_{1,2}x_2 \neq 0$

## 15. Kérdés

Legyen az

$$\int_0^1 f(x) dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2)$$

3 pontos interpolációs kvadratúra formula. Melyik nem igaz az alábbi összefüggések közül?

- ❶  $A_0 + A_1 + A_2 = 1$
- ❷  $A_0 x_0 + A_1 x_1 + A_2 x_2 = \frac{1}{2}$
- ❸  $A_0 x_0^2 + A_1 x_1^2 + A_2 x_2^2 = 1$