

Diszkrét matematika I. feladatok

Gráfok I

Tizedik alkalom (2024.04.22-04.26.)

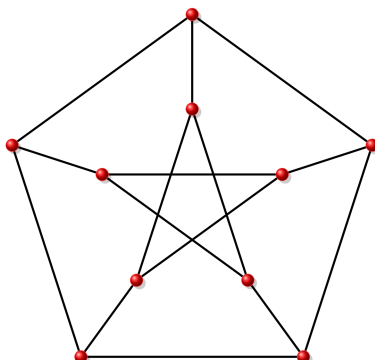
1. Rajzold le az összes, páronként nem izomorf 3, 4, illetve 5 csúcsú egyszerű gráfot. Hány összefüggő van közöttük?
2. Van-e olyan (legalább kétpontú) gráf, melyben minden pont foka különböző?
3. Lehet-e egy 7 pontú egyszerű gráf fokszámsorozata
 - a) 4, 4, 3, 3, 2, 2, 1;
 - b) 6, 3, 3, 3, 3, 2, 0;
 - c) 5, 5, 5, 2, 2, 2, 1;
 - d) 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2?
4. Mutasd meg, hogy tetszőleges gráfban a páratlan fokú pontok száma páros!
5. Bizonyítsuk be, hogy ha egy összefüggő gráfnak kevesebb éle van, mint pontja, akkor van elsőfokú pontja. legalább két pontú véges
6. Mutassuk meg, hogy ha egy $2n$ csúcsú gráf minden pontjának foka legalább n , akkor a gráf összefüggő! Mi történik, ha $n - 1$ -fokú pontokat is megengedünk ?
7. Igaz-e, hogy ha egy gráf bármely két pontja között van séta, akkor út is van?
8. Bizonyítsuk be, hogy ha egy gráf minden pontjának foka legalább 2, akkor a gráf tartalmaz kört. véges
9. Jelöljük egy fa elsőfokú pontjainak számát f_1 -gyel, a kettőnél nagyobb fokúak számát pedig c -vel. Mutassuk meg, hogy ha legalább két pontja van a gráfnak, akkor $f_1 \geq c + 2$.

Szorgalmi feladatok

- 10 Hat versenyző körmérkőzést játszik. Bizonyítsd be, hogy bármely időpontban van három olyan versenyző, akik már mind játszottak egymással, vagy három olyan, hogy egyik sem játszott a másik kettővel. (1 pont)

Gyakorló feladatok

1. Van-e olyan egyszerű gráf, melyben a pontok foka rendre
 - a) 7, 7, 7, 6, 6, 6, 5, 5, 5;
 - b) 6, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2, 1?
2. És olyan 8-pontú egyszerű, melyben a foksámok 6, 6, 6, 6, 3, 3, 2, 2?
3. A következő gráfot *Petersen-gráfnak* nevezzük:



Milyen C_n gráfok részgráfjai a Petersen-gráfnak?

Gráf komplementere: Egy $G = (V, E)$ egyszerű gráf komplementere az a $H = (V, F)$ gráf, ahol $\{u, v\} \in E \implies \{u, v\} \notin F$.

5. Hány olyan 3,4, illetve 5 csúcsú gráf van, amely izomorf a komplementerével?
6. Igaz-e, hogy vagy G , vagy a komplementere biztosan összefüggő?
7. Bizonyítsuk be, hogy minden, legalább 5 csúcsú gráf esetén maga a gráf vagy a komplementere tartalmaz kört.
8. Mely fák izomorfak a komplementerükkel?
9. Az n hosszúságú 0-1 sorozatok legyenek egy gráf csúcsai. A gráfban két csúcs pontosan akkor van éllel összekötve, ha a megfelelő sorozatok pontosan egy helyen különböznek. Rajzolja fel a gráfokat $n = 2$ és 3 esetén. Legalább hány élet kell a gráfból törölni, hogy ne legyen a maradékban kör?