Diszkrét matematika 1.

9. előadás

Fancsali Szabolcs (Ligeti Péter diái alapján)

nudniq@cs.elte.hu
www.cs.elte.hu/∼nudniq

Feszítőfák

Definíció

A G gráf egy T részgráfját a G feszítőfájának nevezzük, ha csúcshalmaza megegyezik G csúcshalmazával és fa.

Állítás

Minden összefüggő véges gráfnak létezik feszítőfája.

Definíció

Körmentes gráfot erdőnek nevezzük. A G gráf egy F részgráfját a G feszítőerdejének nevezzük, ha csúcshalmaza megegyezik G csúcshalmazával és minden komponensében egy feszítőfát tartalmaz.

Állítás

Véges erdő élszáma a csúcsszáma és a komponeneseinek számának különbsége.

Minimális súlyú feszítőerdő keresése

Definíció

Egy $G = (V, E, \varphi)$ *gráf esetén egy* $w : E \to \mathbb{R}$ *függvényt élsúlyozásnak nevezünk. Egy* $e \in E$ *él súlya* $w(e)$*, egy* G *gráf súlya* $\sum_{e \in E} w(e)$*.*

Probléma

Adott G gráf és w élsúlyozás esetén keressünk G-nek egy minimális súlyú feszítőerdejét.

Mohó algoritmus

- lokális optimumok segítségével keres globális optimumot
- nem univerzális, de sokszor hatásos

Minimális súlyú feszítőerdő keresése

Probléma

Adott G gráf és w élsúlyozás esetén keressünk G-nek egy minimális súlyú feszítőerdejét.

Kruskal algoritmusa

A V csúcsú üres részgráfból kiindulva minden lépésben vegyük a részgráfhoz a minimális súlyú olyan élt, amivel még nem keletkezik kör.

Fordított mohó algoritmus

A G gráfból kiindulva, amíg van kör a gráfban, annak egy köréből töröl egy maximális súlyú élt.

Tétel

Kruskal algoritmusa és a fordított mohó algoritmus is egy-egy minimális súlyú feszítőerdőt ad.