Diszkrét matematika 1.

6. előadás

Fancsali Szabolcs (Ligeti Péter diái alapján)

nudniq@cs.elte.hu
www.cs.elte.hu/∼nudniq

Gráfok alapfogalmai 1

Definíció

A $G = (V, E, \varphi)$ *hármast* *gráfnak nevezzük, ahol*

- $V \neq \emptyset$ *elemei a gráf csúcsai*
- E *elemei a gráf élei*
- $\varphi : E \to \{\{u, v\} : u, v \in V\}$ *az illeszkedési leképezés*

$v \in \varphi(e)$ *esetén* e *illeszkedik* v*-re, illetve* v *végpontja* e*-nek.*

Definíció

Ha $|V| < \infty \wedge |E| < \infty$*, akkor* G *véges gráf, egyébként végtelen gráf. Ha* $E = \emptyset$*, akkor* G *üres gráf.*

Definíció

Ha $\varphi(e) = \{v\}$ *akkor* e *hurokél. Ha* $e \neq f \wedge \varphi(e) = \varphi(f)$*, akkor* e *és* f *párhuzamos élek. Egy gráf egyszerű, ha nem tartalmaz sem párhuzamos, sem hurokélet.*

Gráfok alapfogalmai 2

Definíció

- $e \neq f$ *élek* *szomszédosak*, *ha* $\varphi(e) \cap \varphi(f) \neq \emptyset$
- $u \neq v$ *csúcsok* *szomszédosak*, *ha* $\exists e \in E$, *amire* $v \in \varphi(e) \wedge u \in \varphi(e)$.
- $v \in V$ *fokszáma* *a rá illeszkedő élek száma (hurkokat kétszer számolva), jele* $d(v)$
- $v \in V$ *izolált*, *ha* $d(v) = 0$
- G *gráf* n*-reguláris*, *ha* $\forall v \in V : d(v) = n$

Állítás

Minden $G = (V, E, \varphi)$ *gráfra*

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|.$$

Példák gráfokra

Definíció

A $G = (V, E, \varphi)$ *és* $G' = (V', E', \varphi')$ *gráfok izomorfak, ha* $\exists f : V \mapsto V'$ *bijekció, amire* $\{u, v\} \in E \Leftrightarrow \{f(u), f(v)\} \in E'$, *valamint szomszédos csúcspárokra ugyanannyi él illeszkedik.*

Példák

- K_n: n csúcsú teljes gráf
- C_n: n csúcsú kör
- P_n: n hosszú út
- S_n: n élű csillag
- $G = ((A, B), E, \varphi)$ páros gráf

Részgráfok

Definíció

- *A* $G' = (V', E', \varphi')$ *gráf a* $G = (V, E, \varphi)$ *gráfnak részgráfja, ha* $V' \subset V, E' \subset E$ *és* $\varphi' \subset \varphi$*, jele:* $G' \leq G$
- G' *feszítő részgráfja* G*-nek, ha* $(G' \leq G) \wedge (V = V')$
- G' *a* G *gráf* V' *által feszített részgráfja, ha* E' *pontosan azon* E*-beli élekből áll, melyeknek a végpontjai* V'*-beliek és* E' *az összes ilyen élt tartalmazza*

Definíció

Ha $G' \leq G$*, akkor a* G'*-nek a* G*-re vonatkozó komplementere a* $(V, E \setminus E', \varphi|_{E \setminus E'})$ *gráf.*