

Valószínűességszámítás, 1. minta zárthelyi dolgozat 2025. március

1. Peti a következő héten kalkulusból és valószínűességszámításból is vizsgázik. Tudjuk, hogy annak az esélye, hogy kalkulusból megy át 0,7, a valószínűességszámításnál ez az érték 0,5. Míg annak az esélye, hogy mindkettő tárgyat sikerül abszolválnia 0,25.
 - (a) Írd fel formálisan azt az esemény, hogy kalkulusból vagy valószínűességszámításból megy át; valamint azt, hogy egyik tárgyból sem megy át!
 - (b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy kalkulusból, vagy valószínűességszámításból megy át?
 - (c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan az egyik tárgyból megy át?
 - (d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egyik tárgyból sem megy át?
2. Ejtőernyős ugrást hajtanak végre egy 500 négyzetméter területű mezőn. Az ugrás akkor sikeres, ha az ugró a mezőn kijelölt 10 méter oldalhosszúságú négyzetben ér földet. Különdíjat kap az, aki a négyzet közepén megrajzolt 2 méter sugarú körön belül érkezik. Feltehető, hogy az érkezés helye a mezőn megfelel az egyenletességi hipotézisnek.
 - (a) Mekkora valószínűséggel lesz sikeres az ugrás?
 - (b) Mennyi az esélye annak, hogy az ugró különdíjat kap feltéve, hogy az ugrás sikeres?
3. A X diszkrét véletlen változóról tudjuk, hogy a lehetséges értékei a 0, 4, 9, ezeket az értékeket rendre 0.1, 0.5 valamint 0.4 valószínűségekkel veszi fel. Határozd meg a X véletlen változó értékészletét, eloszlását, várható értékét, szórását.
4. Egy király úgy szeretné izgalmasabbá tenni az elítéltjeinek kivégzését, hogy három ládikába elhelyez 25 arany és 25 ezüst érmét. Ha a kivégzésre szánt célszemély aranyat húz, akkor a várakozással ellentétben mégsem végzik ki, de ha ezüstöt, akkor igen. A király a nagyobb izgalom kedvéért mindig máshogy osztja szét az érméket a ládákbán. Egyik alkalommal így:
 - Első láda: 16 arany és 4 ezüst.
 - Második láda: 8 arany és 12 ezüst.
 - Harmadik láda: 1 arany és 9 ezüst.Mekkora eséllyel menekül meg az elítélt? Ha megmenekült, akkor mekkora eséllyel húzott a második ládából?
5. A Jonas Brothers nevű együttes újra összeáll és koncertet adnak. A PepsiCo cég a következő ötlettel áll elő: a kólásüvegek kupakjában elrejtik a banda egy-egy tagjának a nevét és azok között, akik összegyűjtik mindhárom nevet kisorsolnak egy VIP belépőt. Kevin neve a kupakok felén szerepel, Joe-val a kupakok egyharmadában találkozhatunk és Nick a legritkább, neve átlagosan minden hatodik kupakban szerepel. Mennyi a valószínűsége, hogy 5 kólát vásárolva sikerül kigyűjtenünk a három testvért?
6. Egy nyomdagép 200 oldalanként átlagosan 30 hibát ejt, melyekről feltehető, hogy egymástól függetlenül, véletlenszerűen bukkannak fel. Mi a valószínűsége, hogy egy 1000 oldalas könyvben pontosan 140 hiba található?
7. Bizonyítsd be, hogy ha A és B események függetlenek, akkor \overline{A} és \overline{B} események is függetlenek!