

Matematikk 1 oppgave uke 47 2024, Elgtungen:

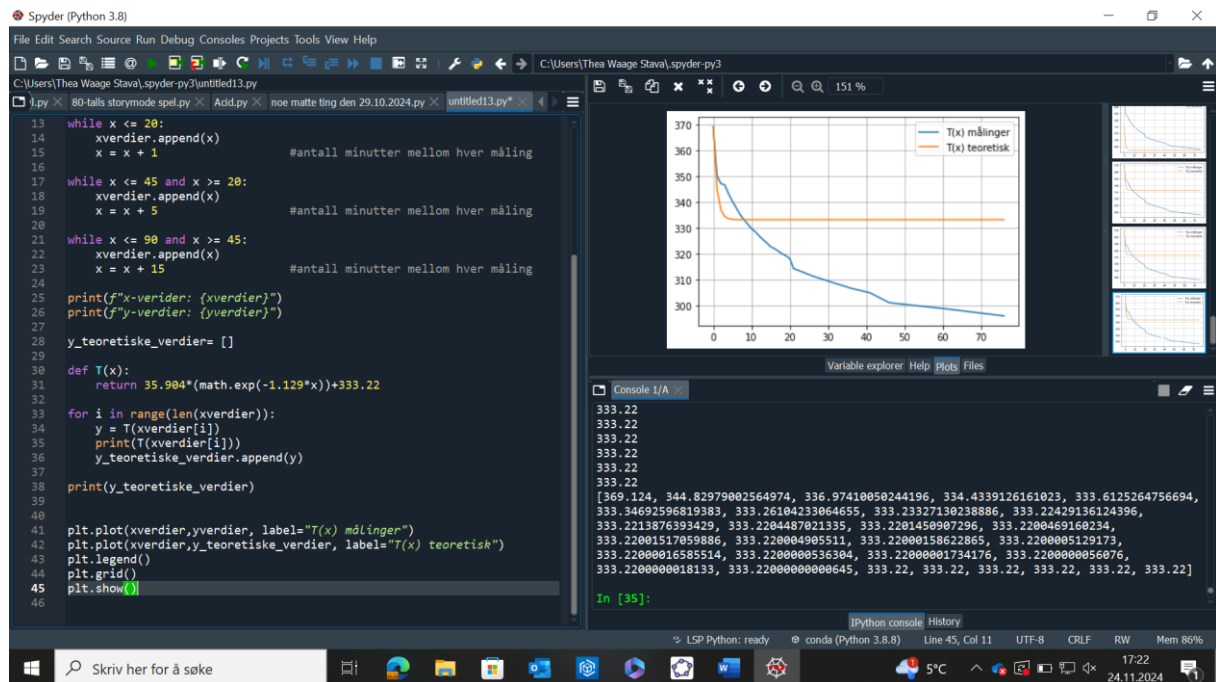
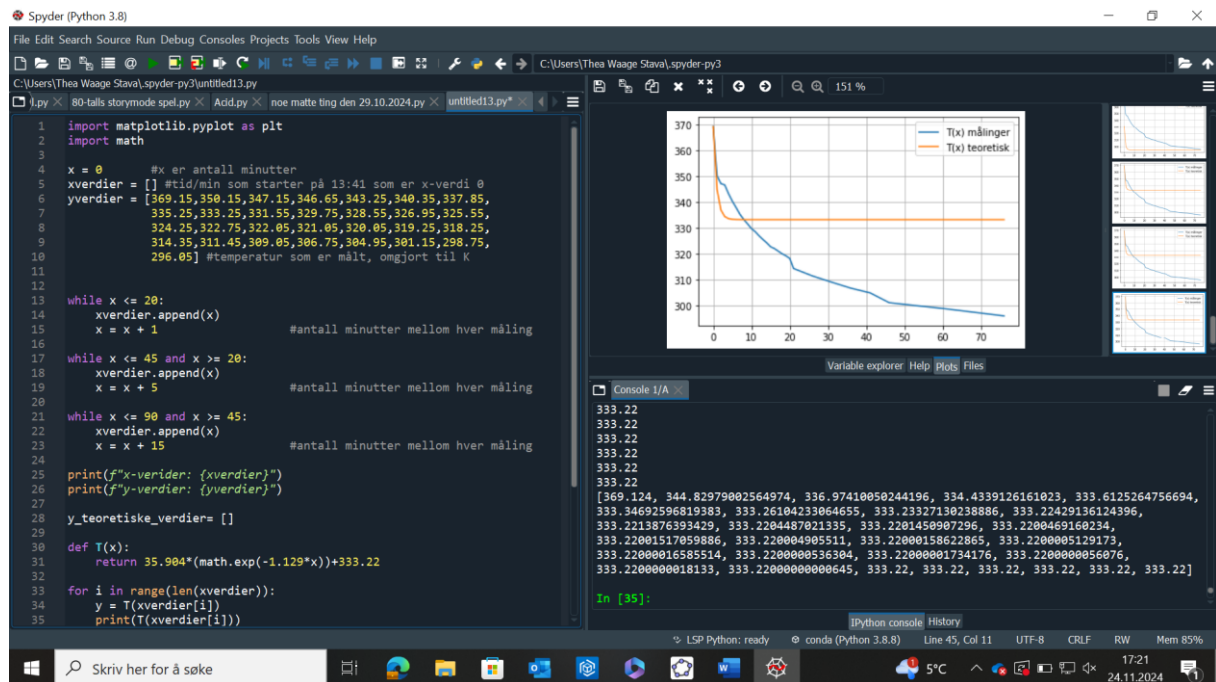
Dersom du har en kokt elgtunge med temperatur $T(t)$ som kjøles ned (eller varmes opp) i omgivelser med temperatur T_k , er Newtons avkjølingslov $T(t) = \alpha(T(t) - T_k)$ $T(0) = T_0$ en grov modell for temperaturen $T(t)$. Proporsjonalitetskonstanten α inneholder informasjon om varmekapasiteten til elgtungen og hvor fort varmeflyten går mellom elgtungen og omgivelsene. Velg en gjenstand, for eksempel et glass vann eller en potet eller en kokt elgtunge eller noe helt annet, la den avkjøles mens du måler temperaturen, og sammenlikne med modellen. I praksis blir jobben å finne korrekt α for ditt oppsett og så plote teoretiske og målte verdier oppå hverandre i python. Jeg gjorde dette med en rektangulær skål med vann, beregnet α fra målingene, og fikk figuren til høyre (oransje er newton og blå er målt). Som du ser er det antagelig noe fysikk her som Newtons avkjølingslov ikke tar høyde for, for eksempel fordampning.

Fremgangsmåte:

1. jeg kokte opp vann med vannkokeren min
2. jeg tok vannet oppi en kopp med termometeret oppi
3. jeg målte av for hvert minutt temperaturen i 20 minutter
4. jeg målte av temperaturen for hvert 5. minutt i 25 minutter
5. jeg målte av temperaturen hvert kvarter i 45 minutter
6. jeg sjekket at temperaturen i den siste målingen var nesten lik romtemperaturen før jeg sluttet av målingene.
7. så skrev jeg koden i python, og skrev inn alle de målte temperaturene, men omgjort fra grader celsius til kelvin, i en liste som jeg kalte «yverdier».
8. så regnet jeg ut den teoretiske løsningen til likningen ut i fra svarene mine.
9. til slutt prøvde jeg å finne ut hvorfor jeg fikk de resultatene jeg fikk.



Koden:



Utgangspunkt:

start temp. $T(0) = 369,15 \text{ K}$ room temp. $T_k = 295,15$

$$T'(t) = \alpha(T_k - T(t))$$
$$T'(t) = \alpha T_k - \alpha T(t)$$
$$\dot{X} = \beta - \lambda X \quad \leftarrow \text{Jeg må løse den}$$

Derivere-regel:

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$$
$$\Rightarrow e^{-\lambda t} \dot{X} + e^{-\lambda t} \lambda X = e^{-\lambda t} \beta$$
$$u = e^{-\lambda t} \quad u' = -\lambda e^{-\lambda t}$$
$$v = X \quad v' = \dot{X}$$
$$\int -(e^{-\lambda t} X)' = \int e^{-\lambda t} \beta \quad / \int$$
$$-e^{-\lambda t} X + C_1 = \frac{\beta}{\lambda} e^{-\lambda t} + C_2 \quad / + e^{-\lambda t}$$
$$-X = -\left(\frac{\beta}{\lambda} + C_2\right) e^{-\lambda t} \quad / (-1) \Rightarrow X = \left(\frac{\beta}{\lambda} + C_2\right) e^{-\lambda t} \text{ er løsningen}$$

$T(0) = 369,15 \text{ K}$ og $T(8) = 333,25 \text{ K}$

$$X(0) = C e^{10} - 295,15 \lambda = 369,15$$
$$X(8) = C e^{18} - 295,15 \lambda = 333,25 \quad \text{①}$$
$$X(8) = C e^{18} - 295,15 \lambda = 333,25 \quad \text{②}$$

Når jeg tar 1. \rightarrow 2. og løser er likningssettet så får jeg $C = 35,904$ og $\lambda = -1,129$

Dermed blir likningen: $T(t) = 35,904 e^{-1,129t} + 333,25$

$\lambda = -1,129$

Resultater:

Som man ser ut i fra resultatene så går den teoretiske verdien ikke lenger ned enn 333,22. Det som er feil er noe i utregningen jeg gjorde, eller at tallene jeg målte ikke var så gode, termometeret jeg brukte er kanskje ikke så bra. Jeg tok og regnet ut løsningen til $T(t)$, og jeg fikk at beta som er alfa ganger T_k er lik 333,22, siden eksponentialfunksjoner ikke kan gå under 0 så blir dermed dette den minste verdien funksjonen kan ha. Til vanlig vil dette være romtemperaturen.

Feilkilder:

Noen feilkilder i dette forsøket kan være at jeg gjorde utregningen feil som gav meg for høy minste verdi, eller at termometeret jeg fikk låne er veldig dårlig og feilkalibrert. I tillegg kan det være at for eksempel ble noe av vannet fordampet, eller så burde jeg målt av T for hvert sekund i de første 2 minuttene for å få mer nøyaktige målinger.

Konklusjon:

I dag har jeg lært mer om differensiallikninger, og om hva de forskjellige konstantene som er med i likningen har å si. Jeg forstår mer praktisk hva de går ut på, og jeg har lært mer python koding. Jeg har også lært at det kan være jeg som har gjort målingene feil målingene på feil måte, eller feil utregning, mest sannsynlig tror jeg at utregningen min er feil.

Velg et prosjekt under, gjør det, skriv en kort rapport, last den opp på github, og send meg en epost med hva brukernavnet ditt er og hvor jeg finner rapporten. Det er ingen regler for rapporten bortsett fra at den må være artig. Den artigste rapporten blir premiert.