

David Infante Casas 3º C - C1

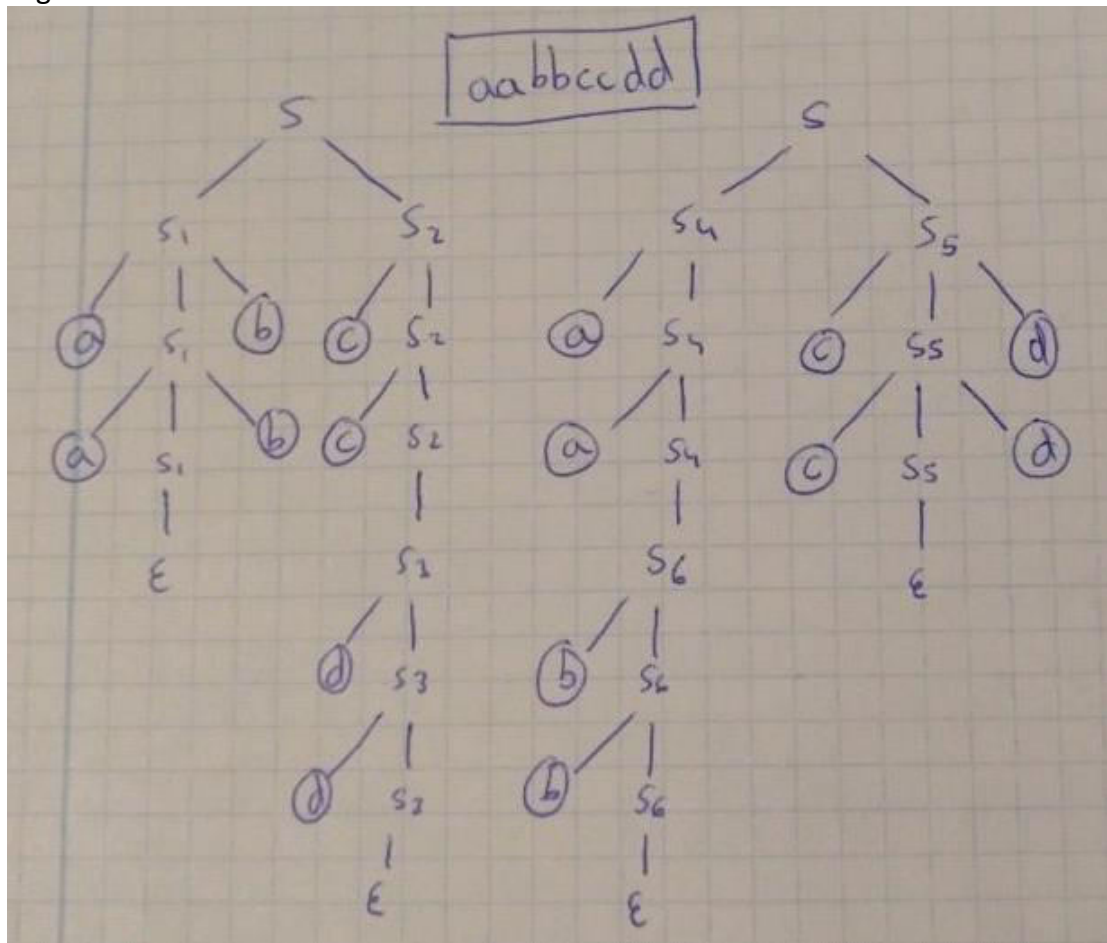
Modelos de Computación

Relación ejercicios 2

-Todos los ejercicios han sido hechos a papel, y, posteriormente, pasados a ordenador-

1.- Demuestra que la siguiente gramática libre de contexto es ambigua.

Para demostrar que la gramática es ambigua usaremos como ejemplo la palabra "aabbccdd". Obtendremos dicha palabra usando la derivación de $S \rightarrow S_1 S_2$ en el primer árbol y $S \rightarrow S_4 S_5$ en el segundo.



a) $L = \{ a^i b^j c^k d^l \mid (i=j) \text{ OR } (k=l) \}$

b) Como no he sabido pensar la gramática no ambigua directamente, he pensado en primero construir un autómata con pila que produjese cadenas aceptadas por el lenguaje, quedando así:

El autómata sigue el siguiente razonamiento:

Cuando leo a, meto X en la pila.

Cuando leo b, quito X de la pila.

Cuando leo c, meto X en la pila.

Cuando leo d, quito X de la pila.

Estados = $\{q_1\}$

Alfabeto de entrada = $\{a, b, c, d\}$

Alfabeto de pila = $\{R, X\}$

Funcion de transición = δ

Estado inicial = $\{q_1\}$

Símbolo inicial de la pila = $\{R\}$

Estados finales = $\{\emptyset\}$

1- $\delta(q_1, a, R) = \{(q_1, XR)\}$

2- $\delta(q_1, b, R) = \{(q_1, R)\}$

3- $\delta(q_1, c, R) = \{(q_1, XR)\}$

4- $\delta(q_1, a, X) = \{(q_1, XX)\}$

5- $\delta(q_1, b, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$

6- $\delta(q_1, c, X) = \{(q_1, XX)\}$

7- $\delta(q_1, \epsilon, R) = \{(q_1, \epsilon)\}$

8- $\delta(q_1, d, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$

9- $\delta(q_1, \epsilon, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$

$S \rightarrow [q_1, R, q_1]$

1- $[q_1, R, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, R, q_1]$

2- $[q_1, R, q_1] \rightarrow b[q_1, R, q_1]$

3- $[q_1, R, q_1] \rightarrow c[q_1, X, q_1][q_1, R, q_1]$

4- $[q_1, X, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, X, q_1]$

5- $[q_1, X, q_1] \rightarrow b$

6- $[q_1, X, q_1] \rightarrow c[q_1, X, q_1][q_1, X, q_1]$

7- $[q_1, R, q_1] \rightarrow \epsilon$

8- $[q_1, X, q_1] \rightarrow d$

9- $[q_1, X, q_1] \rightarrow \epsilon$

Damos alias para que sea más legible:

$S = S$

$A = [q1, R, q1]$

$B = [q1, X, q1]$

(Quitando producciones y símbolos inútiles):

$S \rightarrow bS \mid aAS \mid cAS \mid \epsilon$

$A \rightarrow aAA \mid cAA \mid b \mid d \mid \epsilon$

Probamos por ejemplo la cadena aabbcb:

$S \rightarrow$

$aAS \rightarrow$

$aaAAS \rightarrow$

$aabAS \rightarrow$

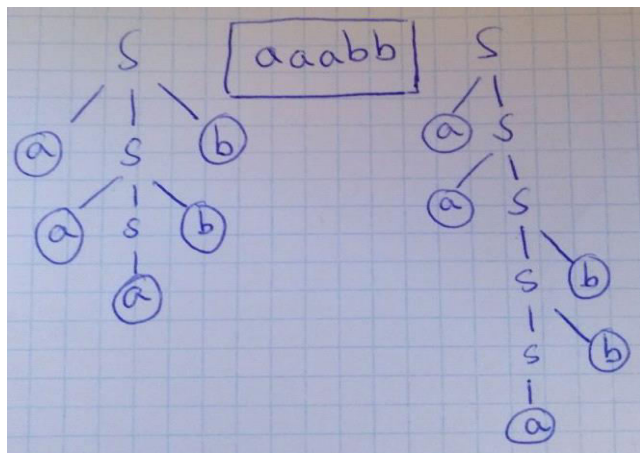
$aabbS \rightarrow$

$aabbcbAS \rightarrow$

$aabbcb$

2. - Determinar cuáles de las siguientes gramáticas son ambiguas y, en su caso, comprobar si los lenguajes generados son inherentemente ambiguos:

a) Es ambigua.



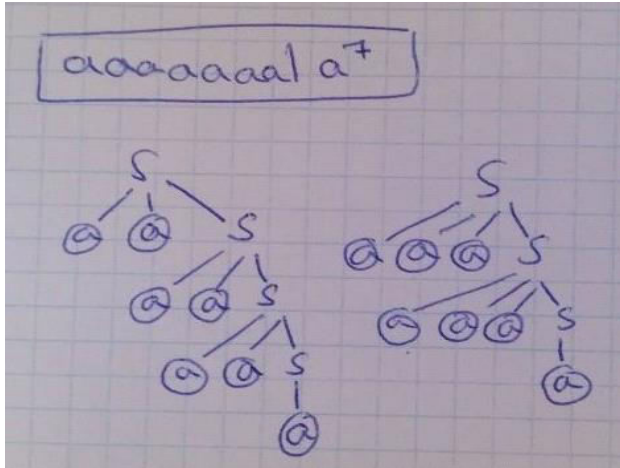
Genera el lenguaje:

$L = \{ a^i b^j \mid i > 0; j \geq 0 \}$

No es inherentemente ambigua porque la siguiente gramática genera el mismo lenguaje y no es ambigua:

$S \rightarrow aS \mid Sb \mid a$

b) Es ambigua.



Genera el lenguaje:

$$L = \{ a^i \mid i > 0 \text{ AND } i \neq 2 \}$$

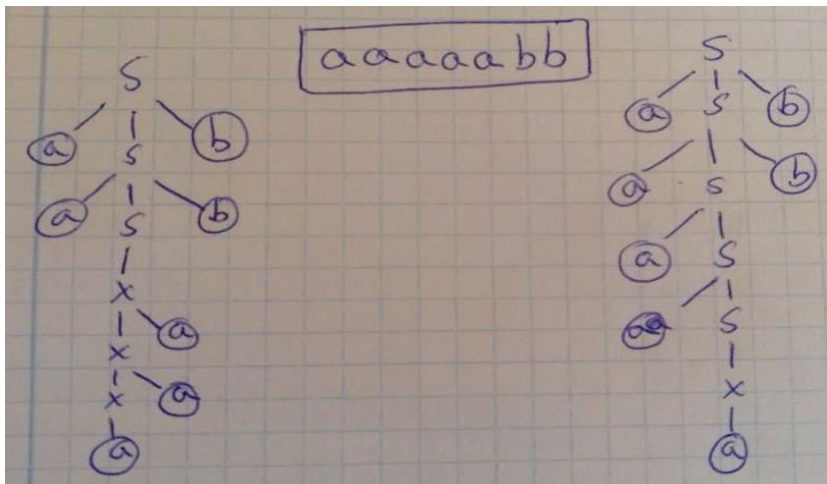
No es inherentemente ambigua porque la siguiente gramática genera el mismo lenguaje y no es ambigua:

$S \rightarrow aS_1 \mid a$

$S_1 \rightarrow aS_2$

$S_2 \rightarrow aS_2 \mid a$

c) Es ambigua.



Genera el lenguaje:

$$L = \{ a^i b^j \mid i > j \text{ AND } i > 0 \}$$

No es inherentemente ambigua porque la siguiente gramática genera el mismo lenguaje y no es ambigua:

$S \rightarrow aS \mid aSb \mid a$

3. - Pasa a Forma Normal de Chomsky la siguiente gramática libre de contexto:

Primero haremos uso de los algoritmos de eliminación de símbolos y producciones inútiles, eliminación de producciones nulas y eliminación de producciones unitarias:

Paso 1

Eliminamos producciones inútiles:

$V \setminus V_t = \{E\}$

$S \rightarrow A \mid BCa \mid aDcd$

$A \rightarrow aAb \mid c$

$B \rightarrow CD \mid Ad \mid \epsilon$

$C \rightarrow Cc \mid Bb \mid c$

$D \rightarrow aDd \mid Dd \mid \epsilon$

$F \rightarrow aFd \mid d$

Paso 2

Se elimina F porque es inalcanzable desde S

$S \rightarrow A \mid BCa \mid aDcd$

$A \rightarrow aAb \mid c$

$B \rightarrow CD \mid Ad \mid \epsilon$

$C \rightarrow Cc \mid Bb \mid c$

$D \rightarrow aDd \mid Dd \mid \epsilon$

Paso 3

Eliminamos producciones nulas:

$H = \{B, D\}$

$S \rightarrow A \mid BCa \mid Ca \mid aDcd \mid acd$

$A \rightarrow aAb \mid c$

$B \rightarrow CD \mid C \mid Ad$

$C \rightarrow Cc \mid Bb \mid b \mid c$

$D \rightarrow aDd \mid ad \mid Dd \mid d$

Paso 4

Eliminamos producciones unitarias:

$S \rightarrow aAb \mid c \mid BCa \mid Ca \mid aDcd \mid acd$

$A \rightarrow aAb \mid c$

$B \rightarrow CD \mid Cc \mid Bb \mid b \mid c \mid Ad$

$C \rightarrow Cc \mid Bb \mid b \mid c$

$D \rightarrow aDd \mid ad \mid Dd \mid d$

Paso 5

Forma Normal de Chomsky:

$S \rightarrow C_a E_1 | c | B E_2 | C C_a | C_a E_3 | C_a E_4$

$A \rightarrow C_a E_1 | c$

$B \rightarrow C D | C C_c | B C_b | b | c | A C_d$

$C \rightarrow C C_c | B C_b | b | c$

$D \rightarrow C_a F_1 | C_a C_d | D C_d | d$

$E_1 \rightarrow A C_b$

$E_2 \rightarrow C C_a$

$E_3 \rightarrow D E_4$

$E_4 \rightarrow C_c C_d$

$F_1 \rightarrow D C_d$

$C_a \rightarrow a$

$C_b \rightarrow b$

$C_c \rightarrow c$

$C_d \rightarrow d$

4. - Pasa a Forma Normal de Greibach la siguiente gramática:

Para poder aplicar Greibach primero pasaremos la gramática a la forma normal de Chomsky:

Quitamos las producciones unitarias:

$S_1 \rightarrow S_1 S_2 c | S_2 e | S_3 b S_3$

$S_2 \rightarrow S_1 S_1 | d$

$S_3 \rightarrow S_2 e$

Forma Normal de Chomsky:

$S_1 \rightarrow S_1 D_1 | S_2 C_e | S_3 D_2$

$S_2 \rightarrow S_1 S_1 | d$

$S_3 \rightarrow S_2 C_e$

$D_1 \rightarrow S_2 C_c$

$D_2 \rightarrow C_b S_3$

$C_b \rightarrow b$

$C_c \rightarrow c$

$C_e \rightarrow e$

Asignamos nombres a las variables para tener que hacer el mínimo de Elimina1 posibles:

$C_e > C_c > D_2 > D_1 > C_b > S_3 > S_1 > S_2$

$$S_2 = A8$$

A8->A8A1A7 A8->A8A1A3A7 A8->A8A1B7A7 A8->A8A1A3B7A7

Elimina2:

Se añade B8 y las producciones: B8->A1A7 B8->A1A7B8

B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8

B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

Se eliminan: A8->A8A1A7 A8->A8A1A3A7 A8->A8A1B7A7

A8->A8A1A3B7A7

Se añade: A8->dB8

Queda:

A7->A8A1 A7->A8A1A3 A8->d

A6->A8A1 A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e

B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8

Paso 2 de Greibach:

A7->A8A1 A7->A8A1A3 A8->d

A6->A8A1 A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e

B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8

Elimina1:

Se elimina: A7->A8A1

Se añade: A7->dA1 A7->dB8A1

Queda:

A7->A8A1A3 A8->d A6->A8A1 A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e

B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1

Elimina1:

Se elimina: A7->A8A1A3

Se añade: A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

Queda:

A8->d A6->A8A1 A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e

B7->A4	B7->A4B7	<u>A7->A8A1B7</u>	<u>A7->A8A1A3B7</u>
B8->A1A7	B8->A1A7B8	B8->A1A3A7	B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7	B8->A1B7A7B8	B8->A1A3B7A7	B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3
		A7->dB8A1A3	

Elimina1:

Se elimina: A6->A8A1

Se añade: A6->dA1 A6->dB8A1

Queda:

A8->d	<u>A4->A8A2</u>	<u>A3->A5A6</u>	A5->b	A2->c	A1->e
B7->A4	B7->A4B7	<u>A7->A8A1B7</u>	<u>A7->A8A1A3B7</u>		
B8->A1A7	B8->A1A7B8	B8->A1A3A7	B8->A1A3A7B8		
B8->A1B7A7	B8->A1B7A7B8	B8->A1A3B7A7	B8->A1A3B7A7B8		
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3	
A6->dA1	A6->dB8A1				

Elimina1:

Se elimina: A4->A8A2

Se añade: A4->dA2 A4->dB8A2

Queda:

A8->d	<u>A3->A5A6</u>	A5->b	A2->c	A1->e
B7->A4	B7->A4B7	<u>A7->A8A1B7</u>	<u>A7->A8A1A3B7</u>	
B8->A1A7	B8->A1A7B8	B8->A1A3A7	B8->A1A3A7B8	
B8->A1B7A7	B8->A1B7A7B8	B8->A1A3B7A7	B8->A1A3B7A7B8	
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	

Elimina1:

Se elimina: A3->A5A6

Se añade: A3->bA6

Queda:

A8->d	A5->b	A2->c	A1->e
B7->A4	B7->A4B7	<u>A7->A8A1B7</u>	<u>A7->A8A1A3B7</u>
B8->A1A7	B8->A1A7B8	B8->A1A3A7	B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7	B8->A1B7A7B8	B8->A1A3B7A7	B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2
			A3->bA6

Elimina1:

Se elimina: A7->A8A1B7

Se añade: A7->dA1B7 A7->dB8A1B7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1A3B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6

A7->dA1B7 A7->dB8A1B7

Elimina1:

Se elimina: A7->A8A1A3B7

Se añade: A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B7->A4 B7->A4B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6

A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

Marcamos las producciones que restan:

A8->d A5->b A2->c A1->e B7->A4 B7->A4B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6

A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

Elimina1:

Se elimina: B7->A4

Se añade: B7->dA2 B7->dB8A2

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e B7->A4B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7	
B7->dA2	B7->dB8A2			

Elimina1:

Se elimina: B7->A4B7

Se añade: B7->dA2B7 B7->dB8A2B7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

<u>B8->A1A7</u>	<u>B8->A1A7B8</u>	<u>B8->A1A3A7</u>	<u>B8->A1A3A7B8</u>	
<u>B8->A1B7A7</u>	<u>B8->A1B7A7B8</u>	<u>B8->A1A3B7A7</u>	<u>B8->A1A3B7A7B8</u>	
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7	
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7	

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A7

Se añade: B8->eA7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

<u>B8->A1A7B8</u>	<u>B8->A1A3A7</u>	<u>B8->A1A3A7B8</u>		
<u>B8->A1B7A7</u>	<u>B8->A1B7A7B8</u>	<u>B8->A1A3B7A7</u>	<u>B8->A1A3B7A7B8</u>	
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7	
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7	
B8->eA7				

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A7B8

Se añade: B8->eA7B8

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

<u>B8->A1A3A7</u>	<u>B8->A1A3A7B8</u>			
<u>B8->A1B7A7</u>	<u>B8->A1B7A7B8</u>	<u>B8->A1A3B7A7</u>	<u>B8->A1A3B7A7B8</u>	
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6

A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7
B7->dA2 B7->dB8A2 B7->dA2B7 B7->dB8A2B7
B8->eA7 B8->eA7B8

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A3A7

Se añade: B8->eA3A7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B8->A1A3A7B8

<u>B8->A1B7A7</u>	<u>B8->A1B7A7B8</u>	<u>B8->A1A3B7A7</u>	<u>B8->A1A3B7A7B8</u>
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7
B8->eA7	B8->eA7B8	B8->eA3A7	

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A3A7B8

Se añade: B8->eA3A7B8

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

<u>B8->A1B7A7</u>	<u>B8->A1B7A7B8</u>	<u>B8->A1A3B7A7</u>	<u>B8->A1A3B7A7B8</u>
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7
B8->eA7	B8->eA7B8	B8->eA3A7	B8->eA3A7B8

Elimina1:

Se elimina: B8->A1B7A7

Se añade: B8->eB7A7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

<u>B8->A1B7A7B8</u>	<u>B8->A1A3B7A7</u>	<u>B8->A1A3B7A7B8</u>
A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7

B8->eA7 B8->eA7B8 B8->eA3A7 B8->eA3A7B8
B8->eB7A7

Elimina1:

Se elimina: B8->A1B7A7B8

Se añade: B8->eB7A7B8

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B8->A1A3B7A7

B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7	
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7	
B8->eA7	B8->eA7B8	B8->eA3A7	B8->eA3A7B8	
B8->eB7A7	B8->eB7A7B8			

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A3B7A7

Se añade: B8->eA3B7A7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7	
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7	
B8->eA7	B8->eA7B8	B8->eA3A7	B8->eA3A7B8	
B8->eB7A7	B8->eB7A7B8	B8->eA3B7A7		

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A3B7A7B8

Se añade: B8->eA3B7A7B8

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7	
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7	
B8->eA7	B8->eA7B8	B8->eA3A7	B8->eA3A7B8	

B8->eB7A7 B8->eB7A7B8 B8->eA3B7A7 B8->eA3B7A7B8

Resultado:

A8->d A5->b A2->c A1->e

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6

A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

B7->dA2 B7->dB8A2 B7->dA2B7 B7->dB8A2B7

B8->eA7 B8->eA7B8 B8->eA3A7 B8->eA3A7B8

B8->eB7A7 B8->eB7A7B8 B8->eA3B7A7 B8->eA3B7A7B8

5. - Dar un autómata con pila que acepte las cadenas del siguiente lenguaje por el criterio de pila vacía: $L = \{aibjckdl \mid (i=l) \vee (j=k)\}$

Para encontrar el autómata, he construido primero una gramática que genera el lenguaje:

$S \rightarrow S_1 \mid S_4 S_5 S_6$

$S_1 \rightarrow a S_1 d \mid S_2$

$S_2 \rightarrow b S_2 \mid S_3$

$S_3 \rightarrow c S_3 \mid \epsilon$

$S_4 \rightarrow a S_4 \mid \epsilon$

$S_5 \rightarrow b S_5 c \mid \epsilon$

$S_6 \rightarrow d S_6 \mid \epsilon$

Hecho esto, paso la gramática a autómata con pila:

Estados = $\{q\}$

Alfabeto de entrada = $\{a, b, c, d\}$

Alfabeto de pila = $\{a, b, c, d, S, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6\}$

Función de transición = δ

Estado inicial = $\{q\}$

Símbolo inicial de la pila = $\{S\}$

Estados finales = $\{\emptyset\}$

$\delta(q, \epsilon, S) = \{(q, S_1), (q, S_4 S_5 S_6)\}$

$\delta(q, \epsilon, S_1) = \{(q, a S_1 d), (q, S_2)\}$

$\delta(q, \epsilon, S_2) = \{(q, b S_2), (q, S_3)\}$

$\delta(q, \epsilon, S_3) = \{(q, c S_3), (q, \epsilon)\}$

$\delta(q, \epsilon, S_4) = \{(q, a S_4), (q, \epsilon)\}$

$\delta(q, \epsilon, S_5) = \{(q, b S_5 c), (q, \epsilon)\}$

$\delta(q, \epsilon, S_6) = \{(q, d S_6), (q, \epsilon)\}$

$\delta(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}$

$\delta(q, b, b) = \{(q, \epsilon)\}$

$\delta(q, c, c) = \{(q, \epsilon)\}$

$\delta(q, d, d) = \{(q, \epsilon)\}$

Probamos el autómata con la cadena aaabddd, por ejemplo:

Pila ->]

aaabddd S]

aaabddd S₁]

aaabddd aS₁d]

aaabddd S₁d]

aaabddd aS₁dd]

aaabddd S₁dd]

aaabddd aS₁ddd]

aaabddd S₁ddd]

aaabddd S₂ddd]

aaabddd bS₂ddd]

aaabddd S₂ddd]

aaabddd S₃ddd]

aaabddd ddd]

aaabddd dd]

aaabddd d]

aaabddd]

6. - Dar un autómata con pila determinista que acepte las cadenas definidas sobre el alfabeto A de los siguientes lenguajes por el criterio de pila vacía, si no es posible encontrarlo por ese criterio entonces usar el criterio de estados finales:

a)El autómata sigue el siguiente razonamiento:

Cuando leo 0, meto X en la pila.

Cuando leo 1, meto X de la pila.

Cuando leo 2, meto X de la pila.

Cuando leo 3, quito X de la pila.

Estados = {q1}

Alfabeto de entrada = {0, 1, 2, 3}

Alfabeto de pila = {R, X}

Funcion de transición = δ

Estado inicial = $\{q_1\}$

Símbolo inicial de la pila = $\{R\}$

Estados finales = $\{\emptyset\}$

$\delta(q_1, 0, R) = \{(q_1, XR)\}$ - leer 0 al empezar y meter X

$\delta(q_1, 1, R) = \{(q_1, XR)\}$ - leer 1 al empezar y meter X

$\delta(q_1, 2, R) = \{(q_1, XR)\}$ - leer 2 al empezar y meter X

$\delta(q_1, 0, X) = \{(q_1, XX)\}$ - leer 0 y meter X

$\delta(q_1, 1, X) = \{(q_1, XX)\}$ - leer 1 y meter X

$\delta(q_1, 2, X) = \{(q_1, XX)\}$ - leer 2 y meter X

$\delta(q_1, 3, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$ - leer 3 y quitar X

$\delta(q_1, \epsilon, R) = \{(q_1, \epsilon)\}$ - quitar el símbolo inicial (R)

Las tres primeras funciones de transición permiten $i, j, k \geq 0$.

b) El autómata sigue el siguiente razonamiento:

Cuando leo 0, meto X en la pila.

Cuando leo 1, meto X de la pila.

Cuando leo 2, meto X de la pila.

Cuando leo 3, quito X de la pila.

Cuando leo 4, quito R de la pila.

Estados = $\{q_1\}$

Alfabeto de entrada = $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

Alfabeto de pila = $\{R, X\}$

Función de transición = δ

Estado inicial = $\{q_1\}$

Símbolo inicial de la pila = $\{R\}$

Estados finales = $\{\emptyset\}$

$\delta(q_1, 0, R) = \{(q_1, XR)\}$ - leer 0 al empezar y meter X

$\delta(q_1, 1, R) = \{(q_1, XR)\}$ - leer 1 al empezar y meter X

$\delta(q_1, 2, R) = \{(q_1, XR)\}$ - leer 2 al empezar y meter X

$\delta(q_1, 0, X) = \{(q_1, XX)\}$ - leer 0 y meter X

$\delta(q_1, 1, X) = \{(q_1, XX)\}$ - leer 1 y meter X

$\delta(q_1, 2, X) = \{(q_1, XX)\}$ - leer 2 y meter X

$\delta(q_1, 3, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$ - leer 3 y quitar X

$\delta(q_1, 4, R) = \{(q_1, \epsilon)\}$ - quitar el símbolo inicial (R)

Las tres primeras funciones de transición permiten i, j, k = 0.

La última función de transición permite poner 4 siempre al final.

7. - Construir un autómata con pila que acepte el siguiente lenguaje:

El autómata sigue el siguiente razonamiento:

Cuando leo a, meto X en la pila.

Cuando leo b, quito X de la pila hasta llegar a R.

Si me faltan b por leer, meto X en la pila.

Cuando leo c, quito X de la pila.

Estados = $\{q_1, q_2\}$

Alfabeto de entrada = $\{a, b, c\}$

Alfabeto de pila = $\{R, X\}$

Función de transición = δ

Estado inicial = $\{q_1\}$

Símbolo inicial de la pila = $\{R\}$

Estados finales = $\{\emptyset\}$

1- $\delta(q_1, a, R) = \{(q_1, XR)\}$ - leer a al empezar y meter X

2- $\delta(q_1, a, X) = \{(q_1, XX)\}$ - leer a y meter X

3- $\delta(q_1, b, R) = \{(q_2, XR)\}$ - leer b, si llego a R, meter X y pasar a q2

4- $\delta(q_1, b, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$ - leer b y quitar X

5- $\delta(q_1, c, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$ - leer c y quitar X

6- $\delta(q_1, \epsilon, R) = \{(q_1, \epsilon)\}$ - quitar estado inicial

7- $\delta(q_2, c, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$ - leer c, quitar X y pasar a q1

8- $\delta(q_2, b, X) = \{(q_2, XX)\}$ - leer b y meter X si no había a

a) $S \rightarrow [q_1, R, q_1]$ $S \rightarrow [q_1, R, q_2]$

1- $[q_1, R, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, R, q_1]$

$[q_1, R, q_2] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, R, q_2]$

$[q_1, R, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_2][q_2, R, q_1]$

$[q_1, R, q_2] \rightarrow a[q_1, X, q_2][q_2, R, q_2]$

2- $[q1, X, q1] \rightarrow a[q1, X, q1][q1, X, q1]$
 $[q1, X, q2] \rightarrow a[q1, X, q1][q1, X, q2]$
 $[q1, X, q1] \rightarrow a[q1, X, q2][q2, X, q1]$
 $[q1, X, q2] \rightarrow a[q1, X, q2][q2, X, q2]$

3- $[q1, R, q1] \rightarrow b[q2, X, q1][q1, R, q1]$
 $[q1, R, q2] \rightarrow b[q2, X, q1][q1, R, q2]$
 $[q1, R, q1] \rightarrow b[q2, X, q2][q2, R, q1]$
 $[q1, R, q2] \rightarrow b[q2, X, q2][q2, R, q2]$

4- $[q1, X, q1] \rightarrow b$

5- $[q1, X, q1] \rightarrow b$

6- $[q1, R, q1] \rightarrow \epsilon$

7- $[q2, X, q1] \rightarrow c$

8- $[q2, X, q1] \rightarrow b[q2, X, q1][q1, X, q1]$
 $[q2, X, q2] \rightarrow b[q2, X, q1][q1, X, q2]$
 $[q2, X, q1] \rightarrow b[q2, X, q2][q2, X, q1]$
 $[q2, X, q2] \rightarrow b[q2, X, q2][q2, X, q2]$

b) Al eliminar producciones y símbolos inútiles, la gramática resultante es:

$S \rightarrow a[q1, X, q1]S$

$S \rightarrow b[q2, X, q1]S$

$S \rightarrow \epsilon$

$[q1, X, q1] \rightarrow a[q1, X, q1][q1, X, q1]$

$[q1, X, q1] \rightarrow b$

$[q1, X, q1] \rightarrow c$

$[q2, X, q1] \rightarrow b[q2, X, q1][q1, X, q1]$

$[q2, X, q1] \rightarrow c$

Para realizar la simplificación de la gramática di alias a las variables para que fuese más sencillo, adjunto una imagen donde hice la simplificación:

① $S \rightarrow [q_1, R, q_1]$ $S \rightarrow [q_1, R, q_2]$

② $[q_1, X, q_1] \rightarrow b$

③ $[q_1, X, q_1] \rightarrow c$

④ $[q_1, R, q_1] \rightarrow \epsilon$

⑤ $[q_2, X, q_1] \rightarrow c$

⑥ $[q_1, R, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, R, q_1]$
 $[q_1, R, q_2] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, R, q_2]$
 $[q_1, R, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_2][q_2, R, q_1]$
 $[q_1, R, q_2] \rightarrow a[q_1, X, q_2][q_2, R, q_2]$

⑦ $[q_1, X, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, X, q_1]$
 $[q_1, X, q_2] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, X, q_2]$
 $[q_1, X, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_2][q_2, X, q_1]$
 $[q_1, X, q_2] \rightarrow a[q_1, X, q_2][q_2, X, q_2]$

⑧ $[q_1, R, q_1] \rightarrow b[q_2, X, q_1][q_1, R, q_2]$
 $[q_1, R, q_2] \rightarrow b[q_2, X, q_1][q_1, R, q_2]$
 $[q_1, R, q_1] \rightarrow b[q_2, X, q_2][q_2, R, q_1]$
 $[q_1, R, q_2] \rightarrow b[q_2, X, q_2][q_2, R, q_2]$

⑨ $[q_2, X, q_1] \rightarrow b[q_2, X, q_1][q_1, X, q_1]$
 $[q_2, X, q_2] \rightarrow b[q_2, X, q_1][q_1, X, q_2]$
 $[q_2, X, q_1] \rightarrow b[q_2, X, q_1][q_2, X, q_1]$
 $[q_2, X, q_2] \rightarrow b[q_2, X, q_2][q_2, X, q_2]$

$S \rightarrow [q_1, R, q_1]$

$[q_1, X, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, X, q_1]$

$[q_1, X, q_1] \rightarrow b$

$[q_1, X, q_1] \rightarrow c$

$[q_1, R, q_1] \rightarrow a[q_1, X, q_1][q_1, R, q_1]$

$[q_1, R, q_1] \rightarrow b[q_2, X, q_1][q_1, R, q_1]$

$[q_1, X, q_1] \Rightarrow A$ $[q_1, R, q_1] \Rightarrow D$

$[q_1, R, q_1] \Rightarrow B$ $[q_1, X, q_2] \Rightarrow E$

$[q_2, X, q_1] \Rightarrow C$ $[q_2, R, q_1] \Rightarrow F$

$[q_2, X, q_2] \Rightarrow G$ $[q_2, R, q_2] \Rightarrow H$

$S \rightarrow B | D$

$B \rightarrow aAB | aEF | bCB | bGF | e$

$D \rightarrow aAD | aEH | bCD | bGH | f$

$A \rightarrow aAA | aEC | e | b$

$E \rightarrow aAE | aEG$

$C \rightarrow bCA | bGC | c$

~~$G \rightarrow bGG$~~

$G \rightarrow bFG | bGG$

~~$S \rightarrow B$~~

~~$A \rightarrow aAA | aEC | b | c$~~

~~$B \rightarrow aAB | bCB | e$~~

~~$C \rightarrow bCA | bGC | c$~~

~~$D \rightarrow aAD | bCD$~~

~~$E \rightarrow aAE | aEG$~~

~~$G \rightarrow bGG$~~

~~$S \rightarrow B$~~

~~$A \rightarrow aAA | b | c$~~

~~$B \rightarrow aAB | bCB | e$~~

~~$C \rightarrow bCA | c$~~

$[q_1, R, q_1] \rightarrow \epsilon$

$[q_2, X, q_1] \rightarrow b[q_2, X, q_1][q_1, X, q_1]$

$[q_2, X, q_2] \rightarrow c$

Probamos la gramática con, por ejemplo, la palabra abbbcc, y para que resulte más legible, daré alias a las variables:

$S = S$

$A = [q_1, X, q_1]$

$B = [q_2, X, q_1]$

entonces la gramática queda:

$S \rightarrow aAS \mid bBS \mid \epsilon$

$A \rightarrow aAA \mid b \mid c$

$B \rightarrow bBA \mid c$

probamos abbbcc:

$S \rightarrow$

$aAS \rightarrow$

$abS \rightarrow$

$abbBS \rightarrow$

$abbbBAS \rightarrow$

$abbbccAS \rightarrow$

$abbbccS \rightarrow$

$abbbcc$

8. - Determinar qué lenguajes son regulares y/o libres de contexto

a) $z = 0^n 1^n 1^n 0^n$

$z = 0^n 1^n 1^n 0^n$

000...0 111...1 111...1 000...0 (___ = n)

El lenguaje no es libre de contexto, al bombear, la palabra resultante no pertenece al lenguaje.

b) $z = 0^n 10^n 10^{n+n}$

Aplicando el lema de bombeo, nos damos cuenta que el lenguaje es libre de contexto ya que hay una relación binaria entre 0^n y 0^n con 0^{n+m} y por tanto al bombear, las palabras resultantes siguen perteneciendo al lenguaje.

Sin embargo, si aplicamos el lema de bombeo para lenguajes regulares, obtenemos que el lenguaje no es regular porque, al haber una relación binaria, si bombeamos, las palabras resultantes no pertenecen al lenguaje, por ejemplo, al bombear 0^n , rompemos 0^{n+n}

c) Para representar este lenguaje podemos dar la expresión regular:

$(1(0+1))^*(1+\epsilon)$

De forma que $(1(0+1))^*$ nos permite colocar un 1 siempre en la posición impar, y, $(1+\epsilon)$ nos da la posibilidad de que la cadena tenga una longitud impar.

Por tanto, el lenguaje es regular.

9. - Encuentra una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere el siguiente lenguaje definido sobre el alfabeto $\{a, 0, 1\}$:

Para encontrar la gramática, he construido primero un autómata con pila no determinista que acepta el lenguaje propuesto siguiendo el siguiente razonamiento:

Leo a al empezar (R).

Leo 0 y 1 y meto X e Y en la pila.

Leo a y paso a q_2 .

Leo 0 y 1 mientras vacío la pila.

Leo a al acabar (R).

Retiro el símbolo inicial de la pila (R).

Estados = $\{q_1, q_2\}$

Alfabeto de entrada = $\{0, 1, a\}$

Alfabeto de pila = $\{R, X, Y\}$

Función de transición = δ

Estado inicial = $\{q_1\}$

Símbolo inicial de la pila = $\{R\}$

Estados finales = $\{\emptyset\}$

1- $\delta(q_1, a, R) = \{(q_1, R)\}$ - leer la primera a

2- $\delta(q_1, 0, R) = \{(q_1, XR)\}$ - leer 0 y meter X

3- $\delta(q_1, 1, R) = \{(q_1, YR)\}$ - leer 1 y meter Y

4- $\delta(q_1, 0, X) = \{(q_1, XX)\}$ - leer 0 y meter X

5- $\delta(q_1, 1, X) = \{(q_1, YX)\}$ - leer 1 y meter Y

6- $\delta(q_1, 0, Y) = \{(q_1, XY)\}$ - leer 0 y meter X

7- $\delta(q_1, 1, Y) = \{(q_1, YY)\}$ - leer 1 y meter Y

8- $\delta(q_1, a, R) = \{(q_2, R)\}$ - leer la a del medio

9- $\delta(q_1, a, X) = \{(q_2, X)\}$ - leer la a del medio

10- $\delta(q_1, a, Y) = \{(q_2, Y)\}$ - leer la a del medio

11- $\delta(q_2, 0, X) = \{(q_2, \epsilon)\}$ - leer 0 y quitar X

12- $\delta(q_2, 1, Y) = \{(q_2, \epsilon)\}$ - leer 1 y quitar Y

13- $\delta(q_2, a, R) = \{(q_2, R)\}$ - leer la última a

14- $\delta(q_2, \epsilon, R) = \{(q_2, \epsilon)\}$ - retirar el símbolo inicial de la pila

A continuación paso el autómata a gramática:

(En la parte de arriba a la derecha se pueden ver los alias dados a las Producciones para su

posterior simplificación mediante el algoritmo de producciones y símbolos inútiles)

$(12) \delta(q_2, \epsilon, Y) = \delta(q_2, \epsilon, \epsilon)$
 $(13) \delta(q_2, \epsilon, \epsilon) = \delta(q_2, \epsilon, \epsilon)$

$(10) S \rightarrow [q_1, R, q_1] \quad S \rightarrow [q_1, R, q_2]$
 $(11) [q_2, X, q_2] \rightarrow 0$
 $(12) [q_2, Y, q_2] \rightarrow 1$
 $(14) [q_2, R, q_2] \rightarrow \epsilon$
 $(1) [q_1, R, q_2] \rightarrow a [q_1, R, q_2]$
 $(8) [q_1, R, q_2] \rightarrow a [q_2, R, q_2]$
 $(9) [q_1, X, q_2] \rightarrow a [q_2, X, q_2]$
 $(10) [q_1, Y, q_2] \rightarrow a [q_2, Y, q_2]$
 $(13) [q_2, R, q_2] \rightarrow a [q_2, R, q_2]$
 $(2) [q_1, R, q_1] \rightarrow 0 [q_1, X, q_1] [q_1, R, q_1]$
 $[q_1, R, q_2] \rightarrow 0 [q_1, X, q_1] [q_1, R, q_1]$
 $[q_1, R, q_1] \rightarrow 0 [q_1, X, q_2] [q_2, R, q_1]$
 $[q_1, R, q_2] \rightarrow 0 [q_1, X, q_2] [q_2, R, q_2]$
 $(3) [q_1, R, q_1] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_1] [q_1, R, q_1]$
 $[q_1, R, q_2] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_1] [q_1, R, q_2]$
 $[q_1, R, q_1] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_2] [q_2, R, q_1]$
 $[q_1, R, q_2] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_2] [q_2, R, q_2]$
 $(4) [q_1, X, q_1] \rightarrow 0 [q_1, X, q_1] [q_1, X, q_1]$
 $[q_1, X, q_2] \rightarrow 0 [q_1, X, q_1] [q_1, X, q_2]$
 $[q_1, X, q_1] \rightarrow 0 [q_1, X, q_2] [q_2, X, q_1]$
 $[q_1, X, q_2] \rightarrow 0 [q_1, X, q_2] [q_2, X, q_2]$
 $(5) [q_1, X, q_1] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_1] [q_1, X, q_1]$
 $[q_1, X, q_2] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_1] [q_1, X, q_2]$
 $[q_1, X, q_1] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_2] [q_2, X, q_1]$
 $[q_1, X, q_2] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_2] [q_2, X, q_2]$
 $(6) [q_1, Y, q_1] \rightarrow 0 [q_1, X, q_1] [q_1, Y, q_1]$
 $[q_1, Y, q_2] \rightarrow 0 [q_1, X, q_1] [q_1, Y, q_2]$
 $[q_1, Y, q_1] \rightarrow 0 [q_1, X, q_2] [q_2, Y, q_1]$
 $[q_1, Y, q_2] \rightarrow 0 [q_1, X, q_2] [q_2, Y, q_2]$
 $(7) [q_1, Y, q_1] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_1] [q_1, Y, q_1]$
 $[q_1, Y, q_2] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_1] [q_1, Y, q_2]$
 $[q_1, Y, q_1] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_2] [q_2, Y, q_1]$
 $[q_1, Y, q_2] \rightarrow 1 [q_1, Y, q_2] [q_2, Y, q_2]$

$A = [q_1, R, q_1] \quad G = [q_2, R, q_1]$
 $B = [q_1, R, q_2] \quad H = [q_2, R, q_2]$
 $C = [q_1, X, q_1] \quad I = [q_1, Y, q_1]$
 $D = [q_1, X, q_2] \quad J = [q_1, Y, q_2]$
 $E = [q_2, X, q_1] \quad K = [q_2, Y, q_1]$
 $F = [q_2, X, q_2] \quad L = [q_2, Y, q_2]$

Simplificamos:

$S \rightarrow A|B$
 $A \rightarrow OCA|ODA|IA|JG$
 $B \rightarrow OCB|ODH|IB|JH|aB|aH$
 $C \rightarrow OCC|ODE|IC|JE$
 $D \rightarrow OCD|ODF|ID|JF|aF$
 $I \rightarrow OCI|ODK|II|JK$
 $J \rightarrow OJ|ODL|IJ|JL|aL$
 $H \rightarrow aH|E$
 $F \rightarrow O$
 $L \rightarrow I$

E, G, K

$S \rightarrow A|B$
 $A \rightarrow OCA|ODA|IA|J$
 $B \rightarrow OCB|ODH|IB|JH|aB|aH$
 $C \rightarrow OCC|JL$
 $D \rightarrow OCD|ODF|ID|JF|aF$
 $I \rightarrow OI|II$
 $J \rightarrow OJ|ODL|IJ|JL|aL$
 $H \rightarrow aH|E$
 $F \rightarrow O$
 $L \rightarrow I$

A, C, J

~~S → B~~
~~B → OCB|ODH|IB|JH|aB|aH~~
 $S \rightarrow B$
 $B \rightarrow ODH|JH|aB|aH$
 $D \rightarrow ODF|JF|aF$
 $J \rightarrow ODL|JL|aL$
 $H \rightarrow aH|E$
 $F \rightarrow O$
 $L \rightarrow I$

B

$S \rightarrow ODH|JH|aS|aH$
 $D \rightarrow ODF|JF|aF$
 $J \rightarrow ODL|JL|aL$
 $H \rightarrow aH|E$
 $F \rightarrow O$
 $L \rightarrow I$

$a001a100a$
 aS
 $a00H$
 ~~$a00H$~~
 $a00DFH$
 $a00JFFH$
 $a00aLFFH$
 $a00a100a$

La gramática que genera el lenguaje es:

$S \rightarrow 0DH \mid 1JH \mid aS \mid aH$
 $D \rightarrow 0DF \mid 1JF \mid aF$
 $J \rightarrow 0DL \mid 1JL \mid aL$
 $H \rightarrow aH \mid \epsilon$
 $F \rightarrow 0$
 $L \rightarrow 1$

Antes de continuar la probamos con, por ejemplo, la palabra a001a100a:

$S \rightarrow$
 $aS \rightarrow$
 $a0DH \rightarrow$
 $a00DFH \rightarrow$
 $a001JFFH \rightarrow$
 $a001aLFFH \rightarrow$
 $a001a1FFH \rightarrow$
 $a001a10FH \rightarrow$
 $a001a100H \rightarrow$
 $a001a100a$

Como funciona, la pasamos a Forma Normal de Chomsky.

Producciones nulas:

$S \rightarrow 0DH \mid 1JH \mid aS \mid aH \mid 0D \mid 1J \mid a$
 $D \rightarrow 0DF \mid 1JF \mid aF$
 $J \rightarrow 0DL \mid 1JL \mid aL$
 $H \rightarrow aH \mid a$
 $F \rightarrow 0$
 $L \rightarrow 1$

Forma Normal de Chomsky:

$S \rightarrow C_0U_1 \mid C_1U_2 \mid C_aS \mid C_aH \mid C_0D \mid C_1J \mid a$
 $D \rightarrow C_0V_1 \mid C_1V_2 \mid C_aF$
 $J \rightarrow C_0W_1 \mid C_1W_2 \mid C_aL$
 $H \rightarrow C_aH \mid a$
 $F \rightarrow 0$
 $L \rightarrow 1$
 $U_1 \rightarrow DH$
 $U_2 \rightarrow JH$
 $V_1 \rightarrow DF$
 $V_2 \rightarrow JF$
 $W_1 \rightarrow DL$
 $W_2 \rightarrow JL$
 $C_a \rightarrow a$
 $C_0 \rightarrow 0$
 $C_1 \rightarrow 1$

Usamos el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami para probar las palabras:

a0a0a:

a	0	a	0	a
SH Ca	FC ₀	SH Ca	FC ₀	SH Ca
D	∅	D	∅	
U ₁	S	U ₁		
S	S			
S				

La palabra a0a0a es generada.

a1a0a:

a	1	a	0	a
SH Ca	LG	SH Ca	FCo	SH Ca
J	∅	D	∅	
U ₂	∅	U ₁		
∅	∅			
∅				

La palabra a1a0a no es generada.

10. - Comprobar, usando el algoritmo de Early si las palabras bba0d1 y cba1d1 pertenecen al lenguaje generado por la gramática:

a) bba0d1

Aplicamos el algoritmo de Early y, finalmente, en REGISTROS[6], aparece el registro de la forma $(0, n, S, \alpha, \epsilon) \rightarrow (0, 6, S, AaC, \epsilon)$ que confirma que la palabra bba0d1 pertenece al lenguaje generado por la gramática.

REGISTROS[0] = (0, 0, S, ϵ , AaB), (0, 0, S, ϵ , AaC), (0, 0, A, ϵ , Ab), (0, 0, A, ϵ , Ac),
 (0, 0, A, ϵ , b), (0, 0, A, ϵ , c)
 REGISTROS[1] = (0, 1, A, b, ϵ), (0, 1, S, A, aB), (0, 1, S, A, aC), (0, 1, A, A, b), (0, 1, A, A, c)
 REGISTROS[2] = (0, 2, A, Ab, ϵ), (0, 2, S, A, aB), (0, 2, S, A, aC), (0, 2, A, A, b), (0, 2, A, A, c)
 REGISTROS[3] = (0, 3, S, Aa, B), (0, 3, S, Aa, C), (3, 3, B, ϵ , BdC), (3, 3, B, ϵ , 0),
 (3, 3, C, ϵ , CeB), (3, 3, C, ϵ , 1)
 REGISTROS[4] = (3, 4, B, 0, ϵ), (3, 4, B, B, dC), (0, 4, S, AaB, ϵ)
 REGISTROS[5] = (3, 5, B, Bd, C), (5, 5, C, ϵ , CeB), (5, 5, C, ϵ , 1)
 REGISTROS[6] = (5, 6, C, 1, ϵ), (3, 6, C, 1, ϵ), (3, 6, B, BcD, ϵ), (3, 6, C, C, eB),
 (0, 6, S, AaC, ϵ)

b) cba1d1

Aplicamos el algoritmo de Early y al llegar a REGISTROS[5], no existe ningún registro que nos pueda proporcionar d, por tanto, se puede continuar el algoritmo, pero no se genera ningún registro, y así, la palabra cba1d1 no se genera.

Analizando la gramática observamos que esto tiene sentido, ya que para poder acceder a d, tendríamos que aplicar "Terminación" en $B \rightarrow BdC$, cosa que nunca sucede.

REGISTROS[0] = (0, 0, S, ϵ , AaB), (0, 0, S, ϵ , AaC), (0, 0, A, ϵ , Ab), (0, 0, A, ϵ , Ac),
 (0, 0, A, ϵ , b), (0, 0, A, ϵ , c)
 REGISTROS[1] = (0, 1, A, c, ϵ), (0, 1, S, A, aB), (0, 1, S, A, aC), (0, 1, A, A, b), (0, 1, A, A, c)
 REGISTROS[2] = (0, 2, A, Ab, ϵ), (0, 2, S, A, aB), (0, 2, S, A, aC), (0, 2, A, A, b), (0, 2, A, A, c)
 REGISTROS[3] = (0, 3, S, Aa, B), (0, 3, S, Aa, C), (3, 3, B, ϵ , BdC), (3, 3, B, ϵ , 0),
 (3, 3, C, ϵ , CeB), (3, 3, C, ϵ , 1)
 REGISTROS[4] = (3, 4, C, 1, ϵ), (0, 4, S, AaC, ϵ), (3, 4, C, C, eB)
 REGISTROS[5] =
 REGISTROS[6] =

Ejercicio extra: Comprueba mediante el algoritmo CYK si la cadena

a10100a00101a pertenece al lenguaje generado por la gramática del ejercicio 9:

(Este ejercicio ha sido inventado por mí)

La gramática era:

$S \rightarrow C_0U_1 \mid C_1U_2 \mid C_aS \mid C_aH \mid C_0D \mid C_1J \mid a$

$D \rightarrow C_0V_1 \mid C_1V_2 \mid C_aF$

$J \rightarrow C_0W_1 \mid C_1W_2 \mid C_aL$

$H \rightarrow C_aH \mid a$

F->0
 L->1
 U₁->DH
 U₂->JH
 V₁->DF
 V₂->JF
 W₁->DL
 W₂->JL
 C_a->a
 C₀->0
 C₁->1

a10100a00101a:

a	1	0	1	0	0	a	0	0	1	0	1	a
SHCa	LC1	FC0	LC1	FC0	FC0	SHCa	FC0	FC0	LC1	FC0	LC1	SHCa
J	∅	∅	∅	∅	∅	D	∅	∅	∅	∅	∅	
V2	∅	∅	∅	∅	s	V1	∅	∅	∅	∅		
∅	∅	∅	∅	∅	D	∅	∅	∅	∅			
∅	∅	∅	∅	s	W1	∅	∅	∅				
∅	∅	∅	∅	J	∅	∅	∅					
∅	∅	∅	s	V2	∅	∅						
∅	∅	∅	D	∅	∅							
∅	∅	s	W1	∅								
∅	∅	J	∅									
∅	s	U2										
s	s											
s												

Como aparece S en la última casilla, la cadena a10100a00101a es generada.

