

Télécommunications Etude de transmission en bande de base

Bertrand Tom, Jovenet Louis

Département Sciences du Numérique - Première année $2021\mbox{-}2022$

Table des matières

1	Intr	roduction	4
2	Étu 2.1 2.2 2.3	de de modulateurs bande de base Introduction	4 4 4 4 5 6
3	Étu 3.1 3.2 3.3	de des interférences entre symbole et du critère de Nyquist Introduction	7 7 8 9
4		de de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en ssance Introduction	11 11 12 15 15 16 19 20
5	Con	nclusion	23
6	Réf	érences	23
\mathbf{T}	abl	e des figures	
	1 2	Signal et DSP (superposée avec la DSP théorique, en échelle décimale et logarithmique) du modulateur 1	5
	3	mique) du modulateur 2	5 6 7
	5 6 7 8	signal en sortie du filtre de réception	8 8 9
	9 10 11 12 13 14	H(f)*Hr(f) et $ Hc(f) $, $(BW=8000Hz)$	10 11 11 12 13 13

15	Diagramme de l'oeil $E_b/N_0 = 3dB$	13
16	Diagramme de l'oeil $E_b/N_0 = 1dB$	14
17	TEB en fonction de (E_b/N_0) en dB	14
18	TEB en fonction de (E_b/N_0) en dB, comparaison théorique et simulé	15
19	Réponses impulsionnelles des filtres d'émission et de réception	15
20	Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$	15
21	Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier	16
22	Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier, bruit avec $(E_b/N_0)=8$	16
23	Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier, bruit avec $(E_b/N_0)=5$	17
24	Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier, bruit avec $(E_b/N_0)=3$	17
25	Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier, bruit avec $(E_b/N_0)=1$	17
26	TEB en fonction de (E_b/N_0)	18
27	TEB en fonction de (E_b/N_0) , comparaison simulé et théorique	18
28	TEB en fonction de (E_b/N_0) , comparaison référence, simulé, théorique	19
29	Diagramme de l'oeil de la deuxième chaîne étudiée	20
30	TES en fonction de la valeur de (E_b/N_0)	20
31	TES en fonction de la valeur de (E_b/N_0) , comparaison de la simulation et de la	
	théorie	21
32	TEB en fonction de la valeur de (E_b/N_0) , comparaison de la simulation et de l'optimale	21
33	TEB en fonction de la valeur de (E_b/N_0) , comparaison de la simulation et de la	
	référence	22
34	Comparaison des DSP de la chaîne de référence et de la deuxième chaîne étudiée .	22

1 Introduction

L'objectif du travail présenté dans ce rapport était de s'initier à l'étude d'une chaîne de transmission bande de base, afin d'être capables (via l'étude de quelques cas) :

- D'en évaluer l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance.
- D'identifier les solutions possibles pour l'optimiser en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.
- De comparer des chaînes de transmission en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.

2 Étude de modulateurs bande de base

2.1 Introduction

Ce premier travail va être dédié à l'étude des modulateurs bande de base et, en particulier, à l'identification des éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission.

2.2 Modulateurs à étudier et comparer

Les modulateurs suivants ont été étudiés et comparés en termes d'efficacité spectrale :

- Modulateur 1 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_1}=N_{s_1}T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 2 :
 - Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_2} = N_{s_2} T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 3:
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : racine de cosinus surélevé.

2.3 Étude réalisée

Les modulateurs précédemment décrits ont été implantés sous Matlab avec une fréquence d'échantillonnage $F_e=24000$ Hz pour transmettre un même débit binaire $R_b=\frac{1}{T_b}=3000$ bits par seconde.

2.3.1 Modulateur 1

Ci-dessous les tracés correspondant au premier modulateur, avec n = 1000 le nombre de bits du signal (on trace avec peu de bits pour que le signal soit plus facile à observer).

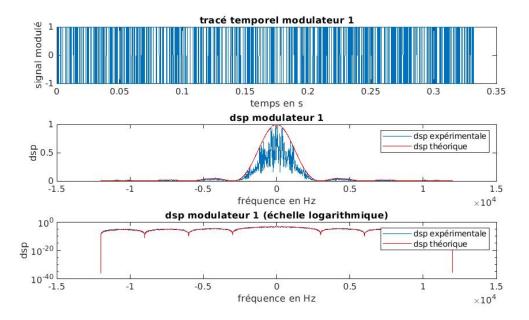


FIGURE 1 – Signal et DSP (superposée avec la DSP théorique, en échelle décimale et logarithmique) du modulateur 1

2.3.2 Modulateur 2

Ci-dessous les tracés correspondant au deuxième modulateur, avec n=1000 bits.

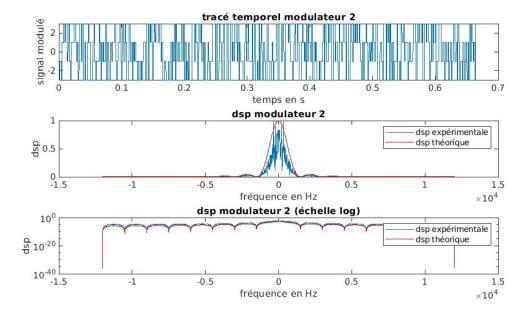


FIGURE 2 – Signal et DSP (superposée avec la DSP théorique, en échelle décimale et logarithmique) du modulateur 2

2.3.3 Modulateur 3

Ci-dessous les tracés correspondant au troisième modulateur, avec n=1000 bits et un ordre de filtre de 1001.

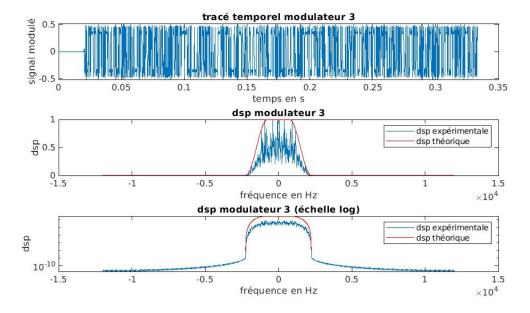


FIGURE 3 – Signal et DSP (superposée avec la DSP théorique, en échelle décimale et logarithmique) du modulateur 3

2.3.4 Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale

Ici, le modulateur avec la meilleur efficacité spectrale semble être le modulateur 3, puis le 2 et enfin le 1 (voir preuve ci-après) . Afin d'augmenter cette efficacité, on peut agir sur différents paramètres : en premier, le nombre de bits par symbole, pour 2 chaîne de transmission similaire, une modulation 4-aire (modulateur 2) sera meilleure qu'une modulation binaire (modulateur 1), plus on augmente ce nombre, meilleure est l'efficacité. On peut également agir sur la bande de fréquence occupée, ici le modulateur 3 est bien meilleure que les 2 autres dans ce sens. Preuve avec les formules permettant le calcul de l'efficacité spectrale :

$$\eta = \frac{R_b}{B}$$

ou

$$\eta = \frac{1}{T*B}*log_2(M)$$

avec:

 η l'efficacité spectrale

 R_b le débit en bit/s (Rb = 3000 ici)

B la bande de fréquence occupée (on considère que la bande occupée correspond à l'intervalle où la DSP est comprise entre son maximum Max et Max-20dB en échelle logarithmique)

T la période d'émission d'1 bit

M l'ordre de la modulation

Calcul des efficacités spectrales à l'aide de la figure 4 :

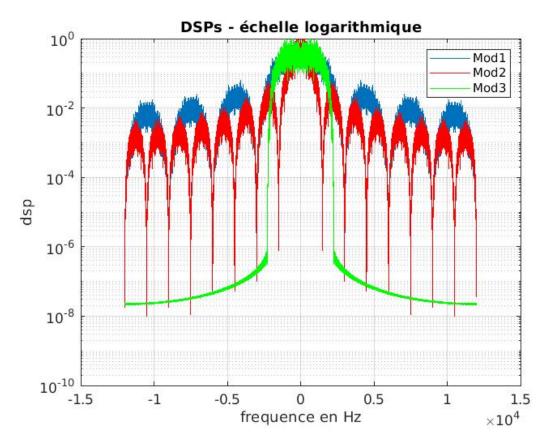


FIGURE 4 – superposition des DSP des 3 modulateurs (échelle logarithmique)

 $\eta_1 = 3000/11500 = 0.26$

 $\eta_2 = 3000/4000 = 0.75$

 $\eta_3 = 3000/2000 = 1.5$

Ce qui confirme notre classement

3 Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist

3.1 Introduction

Cette partie va être dédié à l'étude des interférences entre symboles dans une chaine de transmission et à l'intérêt d'y respecter le critère de Nyquist. La chaine de transmission a été implantée avec une fréquence d'échantillonnage $F_e=24000$ Hz pour transmettre un débit binaire $R_b=\frac{1}{T_b}=3000$ bits par seconde. On a considéré un mapping binaire à moyenne nulle, un filtre de mise en forme et un filtre de réception de même réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s et de hauteur 1.

3.2 Étude sans canal de propagation

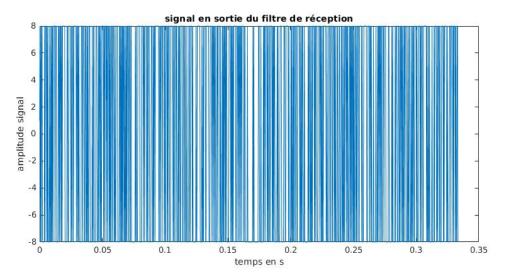


FIGURE 5 – signal en sortie du filtre de réception

— Le signal correspond bien à notre mapping binaire, multiplié par un facteur 8 dû aux passages par des filtres rectangulaires successifs (le signal prend les valeurs 8 et -8) (figure 5).

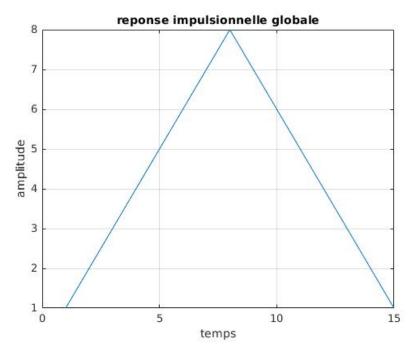


FIGURE 6 – réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission

— On a bien une réponse correspondant au produit de convolution de 2 filtres rectangulaires (figure 6) :

$$\Pi_T(t) * \Pi_T(t) = T * \Lambda_T(t)$$

— Pour déterminer la valeur de l'instant n0 optimale tel qu'il n'y ait pas d'interférences entre symboles en échantillonnant aux instants $n_0 + mN_s$, on utilise le tracé de la réponse impulsionnelle de g:

il suffit de trouver un instant n0 tel que g(n0) = 0 et pour tout entier m, g(n0 + m * Ts) = 0 (critère de Nyquist). Ici n0 = 8 semble être la valeur optimale (cf figure 7).

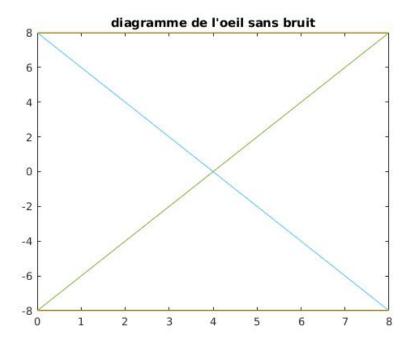


FIGURE 7 – Diagramme de l'oeil

— Le diagramme est conforme à une modulation binaire non bruitée, la fonction de transfert globale est une fonction triangle de largeur $2T_s$ donc les superpositions de triangles donnent ces variations.

En prenant l'instant du diagramme de l'oeil où on a le moins de valeur possible, cela nous permet de trouver l'instant n0 optimal pour l'échantillonnage. Ici, comme avec la réponse impulsionnelle de g, on constate que l'instant d'échantillonnage optimal est n0 = 8.

— Comparons les TEBs obtenus avec le n0 optimal (n0 = 8) et avec un autre n0 pas optimal (n0 = 3):

pour n0 = 8, TEB = 0 et pour n0 = 3, $TEB \in [0.48; 0, 52]$.

Cela s'explique par le fait que, à n0=3, le critère de Nyquist n'est pas respecté pour la réponse impulsionnelle. De même, sur le diagramme de l'oeil on peut voir qu'à l'instant 3, on a 4 valeur possibles au lieu de 2 ce qui explique le taux d'erreur proche de 50%

3.3 Étude avec canal de propagation sans bruit

On ajoute à la chaine précédente un canal de propagation à bande limitée BW mais qui n'introduit pas de bruit, en considérant un échantillonnage aux instants optimaux.

1. Pour BW = 8000 Hz:

Si l'on prend n0=8 comme précédemment, le TEB avoisine 0.5, ce qui est normale puisque comme on le constate sur le diagramme de l'oeil figure 8, l'instant optimal s'est déplacé. Il est ici de n0=2 pour un TEB=0.

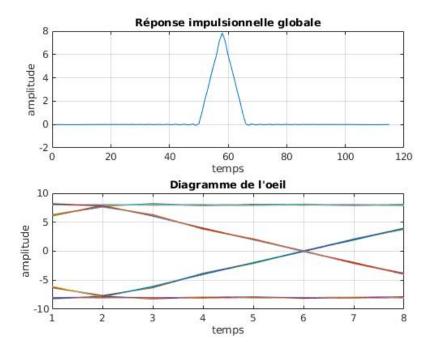


FIGURE 8 – réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission et diagramme de l'oeil $(\mathrm{BW}{=}8000\mathrm{Hz})$

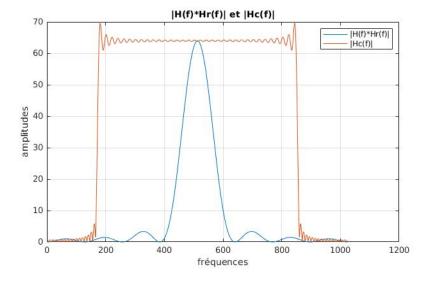


FIGURE 9 – |H(f)*Hr(f)| et |Hc(f)|, (BW=8000Hz)

2. Pour BW = 1000 Hz:

Ici, en prenant n0=2 on obtient un TEB de 0.085, qui est le minimum obtenu après avoir testé toutes les valeurs possibles de n0. Ce taux imparfait s'explique par le fait que la réponse fréquentielle du filtre canal n'englobe pas le pic centrale de la réponse impulsionnelle de la chaîne de transmission sans canal (cf figure 11).

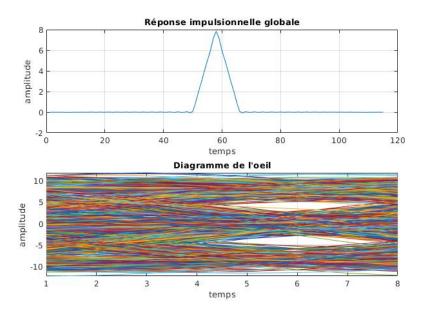


FIGURE 10 – réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission et diagramme de l'oeil (BW=1000Hz)

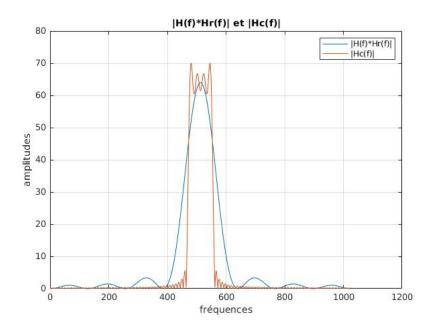


Figure 11 – |H(f)*Hr(f)| et |Hc(f)|, (BW=1000Hz)

4 Étude de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en puissance

4.1 Introduction

Cette dernière partie est dédiée à l'étude du bruit dans la chaine de transmission numérique : impact du bruit introduit par le canal sur la transmission, influence du filtrage adapté, calcul et

estimation du taux d'erreur binaire (TEB). Pour cela, nous avons implanté sous Matlab différentes chaines de transmission afin de les analyser et de les comparer en nous focalisant, cette fois, sur leur efficacité en puissance.

4.2 Chaine de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires de durée T_s et de hauteur 1, échantillonnage aux instants $n_0 + mN_s$ optimaux, détecteur à seuil, avec seuil en 0, pour prendre les décisions sur les symboles et demapping adapté au mapping réalisé.

1. Voici le tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de (E_b/N_0) en dB (figure 12 à 16).

Comme on le constate sur les figure 12 à 16, quand le rapport (E_b/N_0) diminue, c'est-à-dire que la puissance du bruit se rapproche de celle du signal, le diagramme de l'oeil devient inexploitable : le bruit dégrade trop le signal pour nous permettre de déduire un instant d'échantillonnage optimal. C'est donc pour cela que l'on détermine toujours l'instant optimal sans bruit. Cela montre aussi que le bruit renforce les interférences inter-symboles : les tracés "s'étalent" et rendent la distinction des symboles plus difficile.

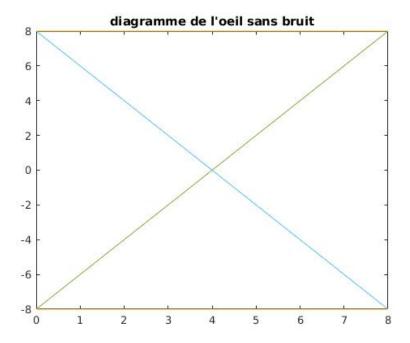


FIGURE 12 – Diagramme de l'oeil sans bruit

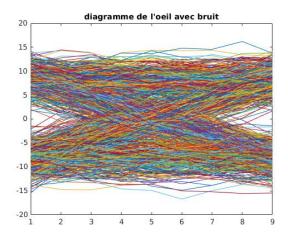


FIGURE 13 – Diagramme de l'oeil $E_b/N_0=8d{\cal B}$

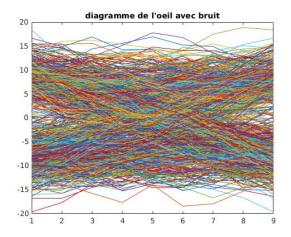


FIGURE 14 – Diagramme de l'oeil $E_b/N_0=5dB$

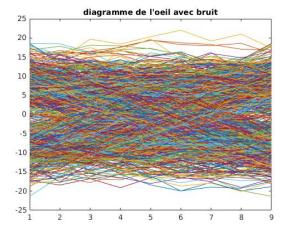


FIGURE 15 – Diagramme de l'oeil $E_b/N_0=3dB\,$

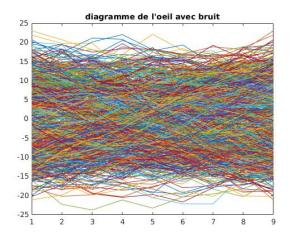


FIGURE 16 – Diagramme de l'oeil $E_b/N_0=1d{\cal B}$

2. Voici le Taux d'Erreur Binaire (TEB) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB (figure 17).

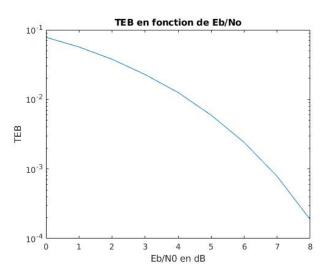


FIGURE 17 – TEB en fonction de (E_b/N_0) en dB

3. Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique de la chaine étudiée (figure 18). A première vue, le modèle simulé est fidèle au modèle théorique.

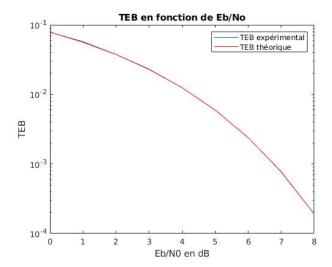


FIGURE 18 – TEB en fonction de (E_b/N_0) en dB, comparaison théorique et simulé

4.3 Première chaine à étudier, implanter et comparer à la chaine de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000 \text{ Hz}$, débit binaire $R_b = 3000 \text{ bits par seconde}$, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , données par la figure 19.

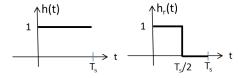


FIGURE 19 – Réponses impulsionnelles des filtres d'émission et de réception.

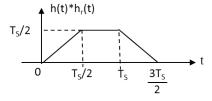


FIGURE 20 – Produit de convolution entre h(t) et $h_r(t)$.

4.3.1 Implantation de la chaine sans bruit

Voici le tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s (N_s échantillons). On en déduit que les instants optimaux d'échantillonnage sont n_0+mN_s avec $n_0\in [4;8]$. En effet, on utilise un mapping binaire, on a donc 2 symboles différents à distinguer, or on peut voir sur le diagramme de l'oeil que les seuls moments où on a pas plus de 2 symboles possibles sont entre $n_0=4$ et $n_0=8$, de plus ces instants maximisent la distance entre les valeurs du signal. Si on regarde la fonction de transfert générale $h(t)*h_r(t)$, on retrouve ses variations (qui se superposent car les signaux s'étalent sur $\frac{3}{2}T_s$ mais sont émis tous les T_s).

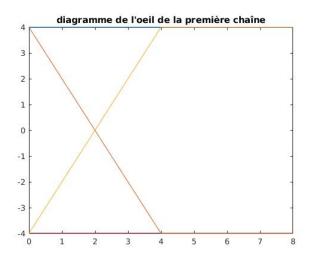


FIGURE 21 – Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier

4.3.2 Implantation de la chaine avec bruit

1. Voici le tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0 en dB (figure 22 à 25). Comme précédemment, on ne peut pas trouver d'instant où seul 2 valeurs sont possibles : ce sont les interférences inter-symboles qui sont renforcées par le bruit.

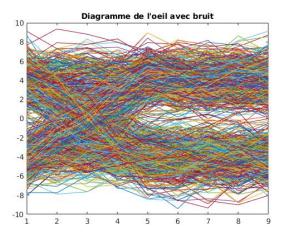


Figure 22 – Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier, bruit avec $(E_b/N_0)=8$

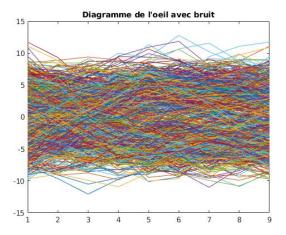


FIGURE 23 – Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier, bruit avec $(E_b/N_0)=5$

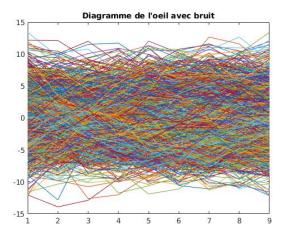


Figure 24 – Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier, bruit avec $(E_b/N_0)=3$

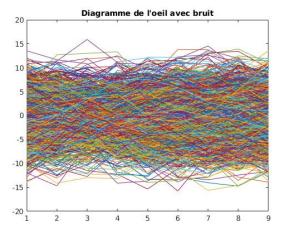


FIGURE 25 – Diagramme de l'oeil de la première chaîne à étudier, bruit avec $(E_b/N_0)=1$

2. Voici le tracé (figure 26) du taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB.

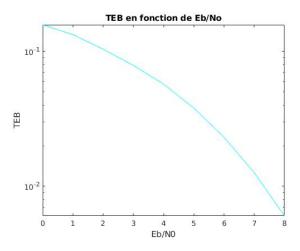


FIGURE 26 – TEB en fonction de (E_b/N_0)

3. Tracé sur une même figure (figure 27) du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.

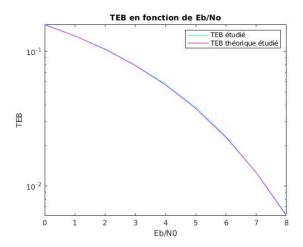


FIGURE 27 – TEB en fonction de (E_b/N_0) , comparaison simulé et théorique

4. Voici le tracé sur la même figure (figure 28), du TEB obtenu par simulation pour la chaine de transmission étudiée et celui du TEB de la chaine de référence, ainsi que leurs tracé théorique respectifs. On voir clairement la différence entre ces deux chaînes de transmission qui s'explique par le fait que la chaîne de référence est un filtrage adapté qui minimise le TEB alors que la chaîne étudiée ne l'est pas. On remarque que la chaîne étudiée est moins efficace en puissance puisqu'il faut un rapport signal à bruit par bit à l'entrée du filtre de réception plus élevé pour atteindre le même taux d'erreur binaire.

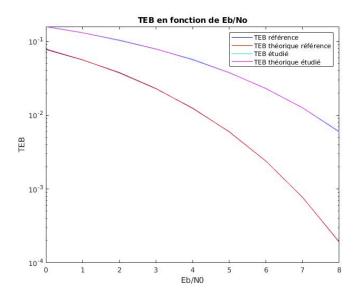


Figure 28 – TEB en fonction de (E_b/N_0) , comparaison référence, simulé, théorique

5. Comme la comparaison des efficacité spectrale se fait à l'aide des DSP des filtres d'émissions et que ces 2 chaînes de transmission possède le même filtre d'émission, les efficacités spectrales de la chaîne de référence et de la chaîne étudiée sont identiques.

4.4 Deuxième chaîne à étudier, implanter et comparer à la chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping 4-aire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-3, -1, 1, 3\}$), réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires de hauteur 1 et de durée T_s .

4.5 Implantation de la chaine sans bruit

Voici le tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s (N_s échantillons). On en déduit les instants optimaux d'échantillonnage $n_0 + mN_s$ avec $n_0 = 16$ car c'est le seul instant où il n'y que 4 valeurs possibles, ce qui est optimal pour notre modulation 4-aire. Comme les filtres de mise en forme sont tous deux rectangulaires, on retrouve un diagramme similaire que celui de la chaîne de référence mais avec plus de possibilité, ce qui est cohérent puisque c'est une modulation 4-aire alors que celle de référence est binaire.

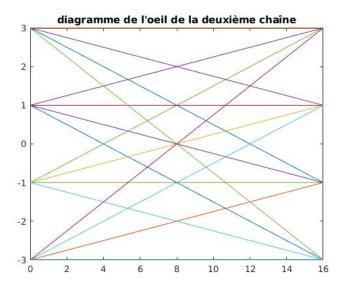


FIGURE 29 – Diagramme de l'oeil de la deuxième chaîne étudiée

4.6 Implantation de la chaîne avec bruit

1. Voici le tracé du taux d'erreur symbole obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB.

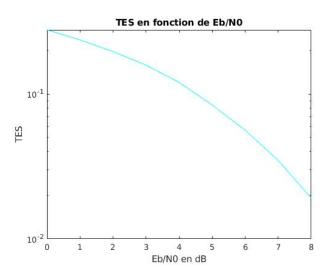


FIGURE 30 – TES en fonction de la valeur de (E_b/N_0)

2. Maintenant, le tracé, sur une même figure, du TES simulé et du TES théorique de la chaine étudiée donné ci-dessous :

$$TES = \frac{3}{2}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

pour une transmission de symboles 4-aires indépendants prenant leurs valeurs dans $\pm 1, \pm 3$, en utilisant une chaine de transmission respectant le critère de Nyquist, le critère de filtrage adapté et utilisant les instants optimaux d'échantillonnage et seuils optimaux de décision.

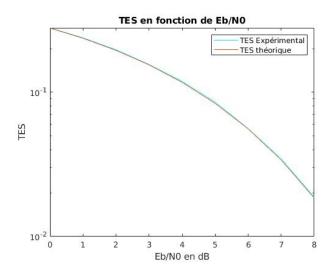


FIGURE 31 – TES en fonction de la valeur de (E_b/N_0) , comparaison de la simulation et de la théorie

On constate que notre simulation est conforme à la théorie.

3. Ici, le tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaine de transmission étudiée et du TEB suivant :

$$TEB = \frac{3}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

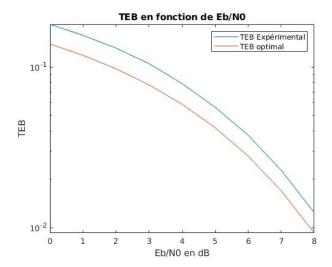


FIGURE 32 – TEB en fonction de la valeur de (E_b/N_0) , comparaison de la simulation et de l'optimale

On remarque que le TEB ci dessus est meilleur que celui de la chaîne étudié, ce qui est normal puisqu'il constitue le TEB optimal d'une modulation 4-aire. La chaîne associée à ce TEB est plus efficace en puissance comme on peut le constater puisque à TEB équivalent, le rapport E_b/N_0 nécessaire est inférieur. Cette modulation utilise un mapping de Gray qui consiste à ne changer qu'un bit entre 2 "niveaux" d'énergie successif, ainsi si il y a une erreur de symbole, il y a de fortes chance pour qu'il n'y ait qu'un seul bit erroné (modulation 4-aire : 2 bits/symbole). Cela minimise l'erreur binaire et permet donc une meilleure efficacité en

puissance.

4. On trace sur la même figure le TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et le TEB de la chaîne de référence. La chaîne de référence est plus efficace en puis-sance car sa modulation est binaire alors que celle de la chaîne étudiée est 4-aire, or l'efficacité en puissance diminue quand l'ordre de la modulation augmente donc c'est cohérent.

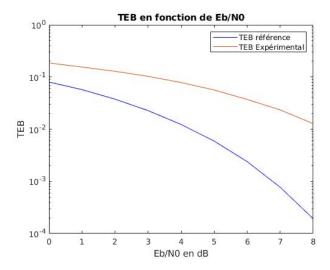


FIGURE 33 – TEB en fonction de la valeur de (E_b/N_0) , comparaison de la simulation et de la référence

5. Comparez cette chaine de transmission avec la chaine de référence en termes d'efficacité spectrale en expliquant ce qui la rend éventuellement plus efficace.

On utilise la même méthode qu'à la page 7, voir figure 34:

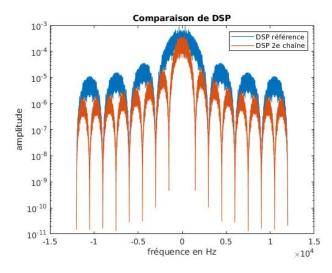


FIGURE 34 – Comparaison des DSP de la chaîne de référence et de la deuxième chaîne étudiée

Bande de fréquence occupée par la chaîne référence : $10~\mathrm{kHz}$ Bande de fréquence occupée par la deuxième chaîne : $2.5~\mathrm{kHz}$

```
\begin{split} \eta_{ref} &= 3000/10000 = 0.3 \\ \eta_{chaîne} &= 3000/2500 = 1.2 \end{split}
```

Ainsi la deuxième chaîne étudiée a une meilleure efficacité spectrale que la chaîne de référence.

5 Conclusion

Grâce à ce travail, nous avons désormais une idée plus précise de ce qu'est l'étude d'une chaîne de transmission et de l'impact des différents paramètres (ordre de modulation, largeur de bande occupée, type de filtre...) sur les performances d'une chaîne de transmission. Nous avons pu constater qu'il fallait souvent faire un compromis entre efficacité en puissance et efficacité spectrale car améliorer l'un se fait au détriment de l'autre.

6 Références

— Cours de Télécommunications de Mr Martial Coulon