

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II
ΕΙΔΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ

LAB 4

Συγγραφέας:
Σπυρίδων Χατζηγεωργίου
AEM: 10527
spyrchat@ece.auth.gr

June 1, 2023

1 Περιγραφή της Άσκησης

Έστω ότι μπορούμε να μετρήσουμε μόνο τη θέση του κινητήρα. Να σχεδιαστεί ένα σύστημα εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης του συστήματος (παρατηρητής).

2 Σχεδίαση Παρατηρητή

Ζητείται η σχεδίαση ενός παρατηρητή για το σύστημα, του οποίου οι εξισώσεις βρέθηκαν στο 2ο εργαστήριο. Ο παρατηρητής στην ουσία, θα εκτιμά τις καταστάσεις του συστήματος.

Οι εξισώσεις κατάστασης του Συστήματος είναι:

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-1}{T_m} & 0 \\ k_\mu k_0 & 0 \end{bmatrix}}_A x + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{k_m}{T_m} \\ 0 \end{bmatrix}}_B u \quad (1)$$

Ενώ η έξοδος του συστήματος είναι: $y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_C x$

Πρώτα από όλα, πρέπει να ελεγχθεί αν το σύστημα είναι παρατηρήσιμο. Το σύστημα είναι 2ου βαθμού, συνεπώς από τον πίνακα παρατηρησιμότητας:

$$W = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} \Rightarrow W = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_\mu K_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\det(W) = -k_\mu k_0 \neq 0 \quad (3)$$

Επειδή $\det(W) \neq 0$ ο πίνακας W είναι fullrank δηλαδή $\text{rank}(W) = 2$ έτσι το σύστημα είναι παρατηρήσιμο.

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος προκύπτει από:

$$\det(sI - A) = \begin{vmatrix} s + \frac{1}{T_m} & 0 \\ -k_\mu k_0 & s \end{vmatrix} = s^2 + \frac{s}{T_m} \quad (4)$$

Ενώ το πολυώνυμο με τις επιθυμητές ιδιοτιμές είναι:

$$P_d(s) = s^2 + P_1 s + P_2 \quad (5)$$

Όπου P_1 και P_2 υπολογίσιμες σταθερές.

Τώρα πρέπει να υπολογιστούν οι πίνακες $W^{-1}, \tilde{W}, L(\text{observerGain})$ ώστε να εφαρμοστεί το θεώρημα για την εύρεση του παρατηρητή.

$$W^{-1} = \frac{1}{-k_\mu k_0} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -k_\mu k_0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{k_\mu k_0} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{T_m} & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{T_m} & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$L = W^{-1} \tilde{W} \begin{bmatrix} P_1 - \frac{1}{T_m} \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-P_1}{T_m k_\mu k_0} + \frac{1}{T_m^2 k_\mu k_0} + \frac{P_2}{k_\mu k_0} \\ P_1 - \frac{1}{T_m} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει ο παρατηρητής:

$$\dot{\hat{x}} = \underbrace{(A - LC)}_{\hat{A}} \hat{x} + Bu + Ly \quad (9)$$

Για να σχεδιαστεί ένας καλός παρατηρητής, θα πρέπει να είναι πρώτα από όλα γρήγορος. Συνεπώς πρέπει οι ιδιοτιμές του πίνακα \hat{A} να τοποθετηθούν πιο αριστερά από αυτές τους πίνακα του συστήματος A . Για τον σκοπό αυτό δημιουργήθηκε ένα script στο Matlab το οποίο εκμεταλλεύεται τους τύπους του Vieta, προκειμένου να υπολογίσει τα P_1 και P_2 , με βάσει τις επιθυμητές ιδιοτιμές του πίνακα \hat{A} . Οι ιδιοτιμές του πίνακα A υπολογίστηκαν:

- 0
- -1.9231

Θα επιλέξουμε τα P_1 και P_2 έτσι ώστε οι ιδιοτιμές του \hat{A} να γίνουν -12 και -8. Δεν πρέπει να επιλεγθούν ιδιοτιμές πολύ αριστερά, καθώς με αυτό τον τρόπο το σύστημα γίνεται πιο επιρρεπές στις διαταραχές-θόρυβο.

- $P_1 = 20$
- $P_2 = 96$

Ο κώδικας Matlab, που αυτοματοποιεί την παραπάνω διαδικασία, φαίνεται στο αρχείο observerGain.m

3 Εργαστηριακή Άσκηση

3.1 Ζήτημα 1ο

Εκφώνηση:

Έστω ότι μπορούμε να μετρήσουμε μόνο τη θέση του κινητήρα. Να σχεδιαστεί ένα σύστημα εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης του συστήματος (παρατηρητής). Διεγείρετε το σύστημα με μια βηματική είσοδο $u=7\text{Volts}$ και ελέγξτε αν οι εκτιμήσεις των καταστάσεων ταυτίζονται με τις πραγματικές τους τιμές. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

Με βάσει την θεωρητική ανάλυση που προηγήθηκε σχεδιάστηκε ο παρατηρητής $\dot{\hat{x}} = \underbrace{(A - LC)}_{\hat{A}} \hat{x} + Bu + Ly$ στην προγραμματιστική πλατφόρμα Matlab, ο

κώδικας για τον οποίο φαίνεται στο αρχείο lab41.m. Μετά από αρκετό trial and error για τις επιθυμητές ιδιοτιμές επιλέχθηκε διαφορετική προσέγγιση καθώς ήταν ιδιαίτερα απαιτητική η παρακολούθηση στις ταχύτητάς. Πιο συγκεκριμένα αντι να γίνεται αλλαγή των επιθυμητών ιδιοτιμών επιλέχθηκε να γίνεται αλλαγή των συντελεστών του πίνακα L απευθείας, καθώς μας δίνει μια πιο άμεση πληροφορία για το αποτέλεσμα που φαίνεται στα διαγράμματα. Δηλαδή δεν χρειάζεται έμμεσα να υπολογίζεται ο πίνακας L από τις ιδιοτιμές, καθώς τον επιλέγουμε απευθείας. Ο πίνακας L που δίνει ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα είναι $L = \begin{bmatrix} 28.000 \\ 28 \end{bmatrix}$. Παρακάτω Δίνονται τα διαγράμματα τα οποία προκύπτουν με τη χρήση των παραπάνω κερδών:

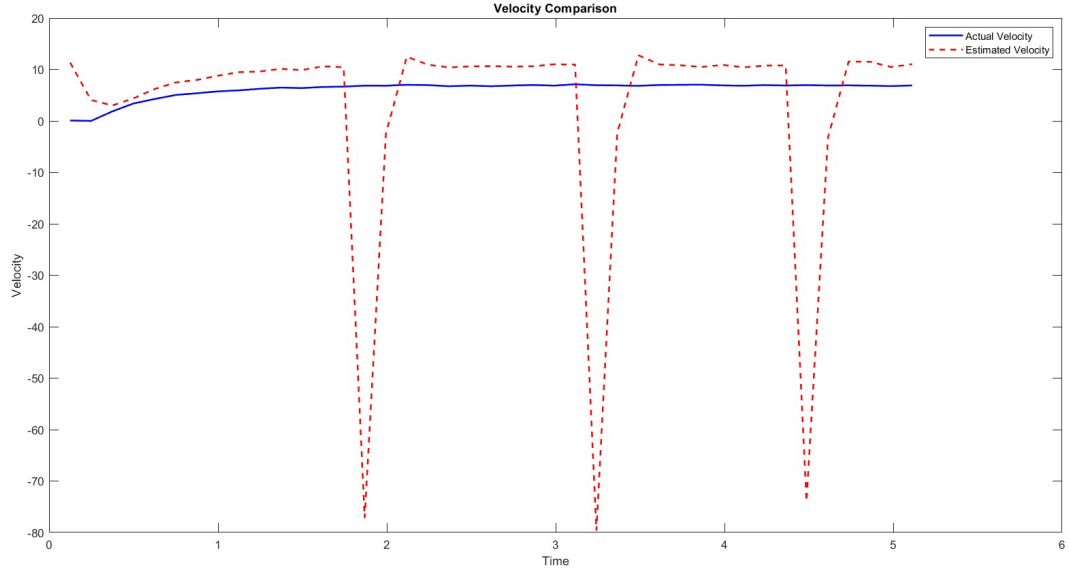


Figure 1: Ταχύτητα, $x_1 * K_T(rpm), t(sec)$

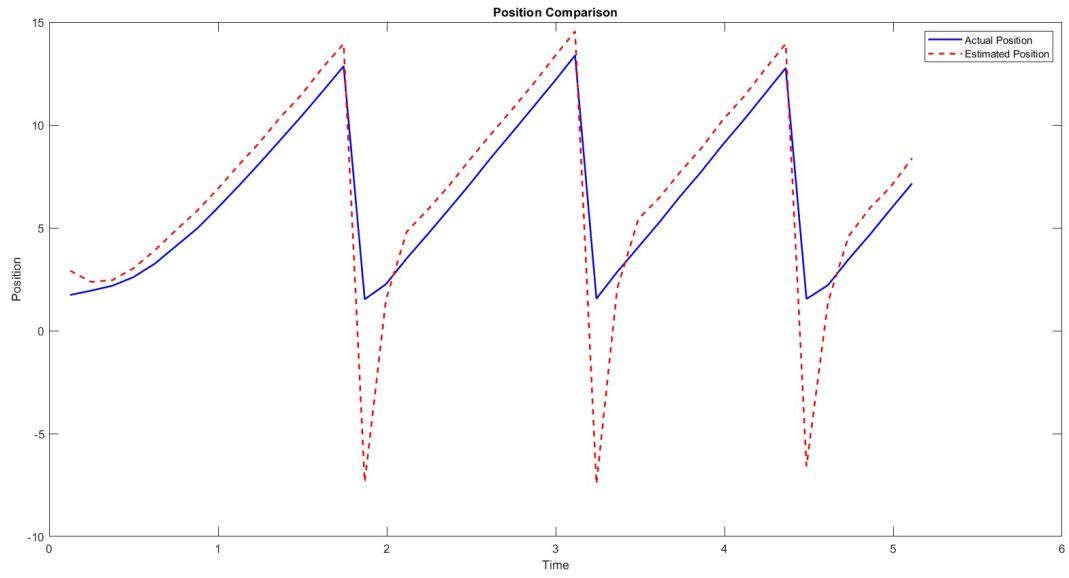


Figure 2: Θέση, $x_2(V), t(sec)$

Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνονται τα εξής:

Πρώτον η ταχύτητα με τα συγκεκριμένα κέρδη ακολουθείται ικανοποιητικά. Οι εκτιμήσεις της ταχύτητας είναι σταθερά παραπάνω από όσο είναι η πραγματική τιμή αλλά πρόκειται για ένα αποδεκτό σφάλμα, επίσης πρέπει να επισημανθεί ότι για να υπάρχει καλύτερη απεικόνιση στο διάγραμμα της ταχύτητας αντί για το x_1 , δίνεται το $x_1 * K_T$ (ταχογεννήτρια). Δεύτερον η εκτίμηση της θέσης έχει επίσης ένα σταθερό offset αλλά πάλι κρίνεται ικανοποιητική μέτρηση. Οι απότομες μεταβολές του estimated position και velocity, συμβαίνουν για πολύ μικρό χρονικό διάστημα και είναι αναμενόμενες, διότι πρόκειται για το σημείο στο οποίο δεν πιάνει το ποτενσιόμετρο του κινητήρα και δεν υπάρχει τρόπος το σύστημα να προβλέψει αυτή τη συμπεριφορά μιας και δεν προκύπτει κάπως από τις εξισώσεις. Για αυτό τον λόγο προκύπτουν αυτές οι πριονωτές κυματομορφές. Παρακάτω δίνεται για τυπικούς λόγους και το διάγραμμα της εισόδου, το οποίο βέβαια δεν παρουσιάζει κάποιο ενδιαφέρον καθώς η είσοδος είναι η σταθερή βηματική συνάρτηση $u = 7$.

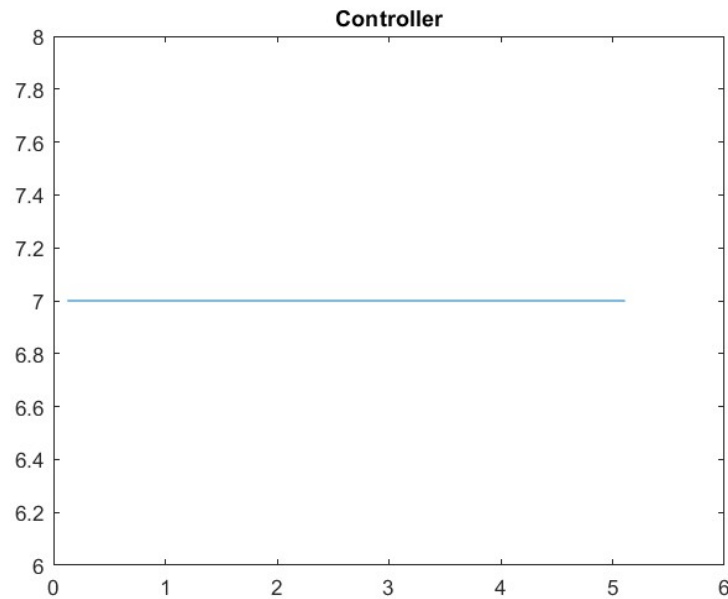


Figure 3: Είσοδος $u(V)$, $t(sec)$

3.2 Ζήτημα 2ο

Ο σκοπός στο Ζήτημα 2 είναι να ελεγχθεί το σύστημα με έναν ελεγκτή Γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων, όπως αυτό που σχεδιάστηκε στο lab2, απλά αυτή τη φορά δεν θα γίνεται χρήση των μετρούμενων μεγεθών, αλλά των εκτιμώμενων. Προφανώς το σύστημα είναι ελέγξιμο. Άρα ξανασχεδιάζεται ελεγκτής της μορφής $u = -k_1\hat{x}_1 - k_2\hat{x}_2 + k_r r$, όπου \hat{x}_1, \hat{x}_2 είναι οι εκτιμώμενες μεταβλητές κατάστασης r είναι η είσοδος του συστήματος, k_1, k_2, k_r είναι τα κέρδη τα οποία τοποθετήθηκαν. Πιο συγκεκριμένα:

- $k_1 = 0.0178$
- $k_2 = 8.393$
- $k_r = 8.393$

Για τον παρατηρητή, αυτή τη φορά επιλέχθηκαν ως επιθυμητές ιδιοτιμές οι -12 και -8. Δηλαδή:

- $P_1 = 20$
- $P_2 = 96$

Ο κώδικας που υλοποιεί τον παρατηρητή και τον ελεγκτή δίνεται στο αρχείο lab42.m και τρέχοντας τον προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα:

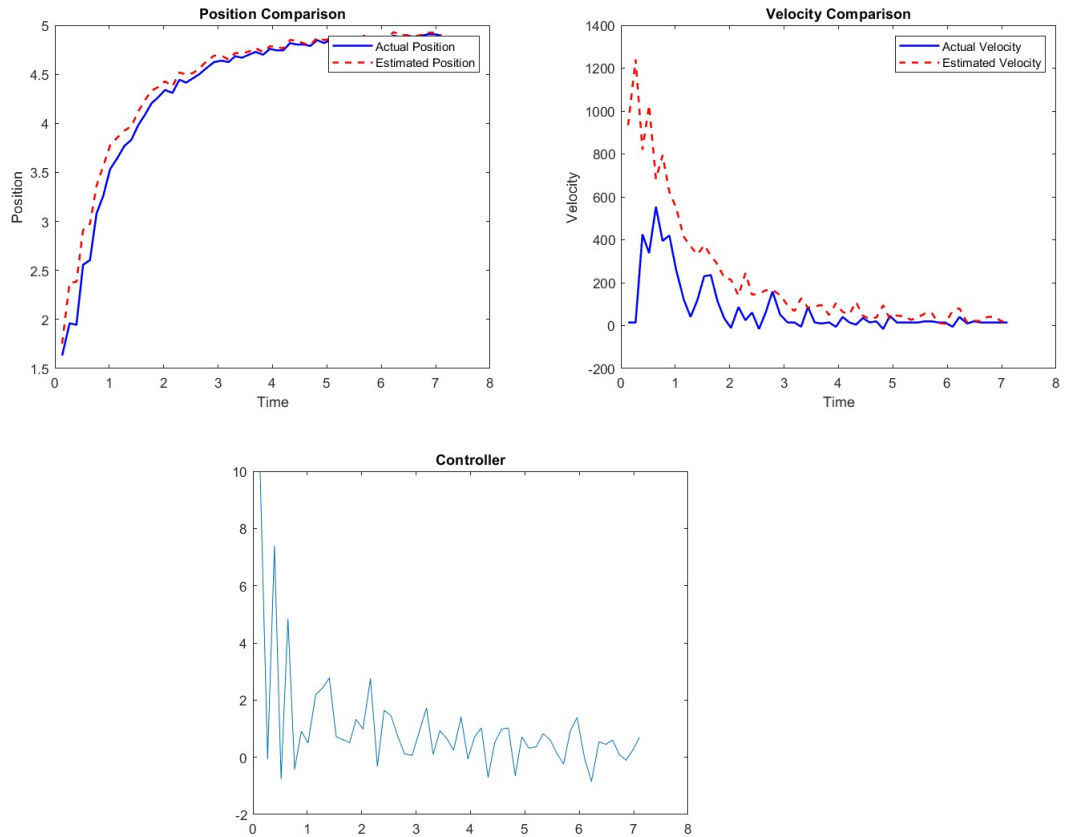


Figure 4: Διαγράμματα θέσης-Εκτιμώμενης θέσης(V) (πάνω αριστερά), Ταχύτητας-Εκτιμώμενης Ταχύτητας(rpm) (πάνω δεξιά) και Ελεγκτή, t(sec)

Από τα παραπάνω Διαγράμματα φαίνεται πρώτα από όλα ότι με την πάροδο του χρόνου η εκτίμηση γίνεται όλο και καλύτερη, το οποίο είναι και το επιθυμητό. Δεύτερον σε σχέση με το lab2 το σύστημα φτάνει στην επιθυμητή θέση περίπου 3 φορές πιο αργά, το οποίο δεν είναι θεμιτό αλλά είναι αναμενόμενο καθώς πλέον δεν μετριοούνται οι τιμές της θέσης και της ταχύτητας αλλά εκτιμούνται. Το σύστημα θα μπορούσε να γίνει γρηγορότερο με τους εξής τρόπους α) με αύξηση των κερδών P1 Και P2, δηλαδή μετακινώντας τους πόλους του παρατηρητή πιο αριστερά σε σχέση με τους πόλους του συστήματος, ώστε ο παρατηρητής να δίνει εκτιμήσεις ταχύτερα και β) αν παραλείψουμε την εκτίμηση της θέσης καθώς θεωρητικά βάσει της εκφώνησης αυτή

μπορεί να μετρηθεί από την έξοδο και δίνοντας στον ελεγκτή του συστήματος, την μετρούμενη θέση και την εκτιμώμενη ταχύτητα. Τέλος το διάγραμμα του ελεγκτή θα μπορούσε να είναι καλύτερο καθώς δεν φαίνεται η σύγκλιση του συστήματος, βέβαια μπορεί να πρόκειται για μη αντιπροσωπευτική μέτρηση διότι η ταχύτητα φαίνεται να σταθεροποιείται στο μηδέν πριν τα 7 sec.

Αν μετακινηθούν οι πόλοι του παρατηρητή πιο αριστερά ο παρατηρητής θα πρέπει να συγκλίνει γρηρότερα, άρα και να δίνει καλύτερη εκτίμηση των καταστάσεων. Παρόλα αυτά στο εραστήριο διαπιστώθηκε ότι αν οι πόλοι μετακινούνταν αριστερότερα από τους -12 και -8 τότε οι εκτιμήσεις γινόταν χειρότερες. Αυτό εξηγείται καθώς αν οι πόλοι μετακινηθούν πιο αριστερά τότε μεγαλώνουν οι συντελεστές P_1 και P_2 , άρα και κατά συνέπεια οι συντελεστές του πίνακα L , δηλαδή του κέρδους του παρατηρητή, ενισχύοντας έτσι τις όποιες διαταραχές υπάρχουν στο σύστημα. Όταν οι πόλοι μετακινούνταν δεξιότερα (εννοείται πάλι στο αριστερό ημιεπίπεδο για να είναι το σύστημα ευσταθές) τότε ο παρατηρητής γινόταν πιο αργός, οπότε πάλι η εκτίμηση χειροτέρευε. Συνεπώς κρατήθηκαν οι ιδιοτιμές -12 και -8 οι οποίες θεωρήθηκαν οι ιδανικές για την συγκεκριμένη εφαρμογή.