

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II
ΕΙΔΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ

LAB 2

Συγγραφέας:
Σπυρίδων Χατζηγεωργίου
AEM: 10527
spyrchat@ece.auth.gr

June 1, 2023

1 Περιγραφή στόχου

Μέσω γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων η θέση (γωνία περιστροφής του άξονα) του κινητήρα πρέπει να συγκλίνει σε μια επιθυμητή τιμή.

2 Μοντελοποίηση

Βάσει του μπλόκ διαγράμματος που δόθηκε στο προηγούμενο εργαστήριο, υπολογίζεται για τη συγκεκριμένη συνάρτηση μεταφοράς:

$$\frac{\Omega}{U}(s) = \frac{k_m}{T_m s + 1} \Rightarrow \Omega(s) = \frac{k_m}{T_m s + 1} U \quad (1)$$

Ως είσοδο θα θεωρήσουμε βηματική συνάρτηση πλάτους u .

Επομένως εφαρμόζοντας στην εξίσωση (1), τον αντίστροφο Μετασχηματισμό Laplace, θα προκύψει:

$$\omega(t) = k_m(1 - e^{\frac{-t}{T_m}})u \quad (2)$$

Άρα:

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{T_m}u - \frac{\omega}{T_m} \quad (3)$$

Γνωρίζουμε επίσης ότι:

$$\frac{\Theta}{\Omega}(s) = k_\mu \frac{k_0}{s} \Rightarrow s\theta = k_\mu k_0 x_1 \Rightarrow \dot{\theta} = k_\mu k_0 \omega \quad (4)$$

Για την μαθηματική περιγραφή του συστήματος, έχει επιλεγεί το μοντέλο των μεταβλητών κατάστασης, με $x_1 = \omega$ και $x_2 = \theta$. Επιλέγονται μόνο δύο μεταβλητές κατάστασης διότι το σύστημα είναι δευτέρου βαθμού.

Συνολικά το σύστημα που προκύπτει από την μοντελοποίηση είναι της μορφής $\dot{x} = Ax + Bu$ και γράφεται σε μορφή πινάκων:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_m} & 0 \\ k_\mu k_0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{k_m}{T_m} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (5)$$

Ενώ η έξοδος του συστήματος είναι: $y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x$

3 Άσκηση 2

3.1 Ερώτημα 1

Έστω η τάση αναφοράς $\theta_{ref} = 5\text{Volts}$ και η αρχική θέση του κινητήρα $\theta_0 = 2\text{Volts}$. Να σχεδιαστεί ελεγκτής γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων (θέσης και ταχύτητας) ώστε η θέση $\theta(t)$ του κινητήρα να συγκλίνει στην θ_{ref} . Η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου πρέπει να μην παρουσιάζει υπερύψωση και ο χρόνος αποκατάστασης να είναι ο μικρότερος δυνατός.

Πριν ξεκινήσει η υλοποίηση κάποιου ελεγκτή Γραμμικής Ανάδρασης Καταστάσεων, πρέπει να διαπιστευτεί, ότι το σύστημα είναι ελέγξιμο. Για τον λόγο αυτό πρέπει να υπολογιστεί ο πίνακας ελεγκσιμότητας που ορίζεται ως: $M = [B \ AB]$. Επομένως βρίσκουμε:

$$M = \begin{bmatrix} \frac{k_m}{T_m} & \frac{-k_m}{T_m^2} \\ 0 & \frac{k_m k_\mu k_0}{T_m} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Υπολογίζοντας την ορίζουσα του πίνακα M και προκύπτει: $\frac{k_m^2 k_\mu k_0}{T_m^2}$, το οποίο είναι προφανώς διάφορο του μηδενός, άρα το σύστημα είναι ελέγξιμο.

Θα σχεδιαστεί ελεγκτής της μορφής $u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 + k_r r$. Μετά την είσοδο του ελεγκτή, το σύστημα γίνεται:

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-1-k_1 k_m}{T_m} & \frac{-k_2 k_m}{T_m} \\ k_\mu k_0 & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{A}} x + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{k_r k_m}{T_m} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{B}} r \quad (7)$$

$$\det(sI - \tilde{A}) = \begin{vmatrix} s + \frac{1+k_1 k_m}{T_m} & \frac{k_2 k_m}{T_m} \\ -k_\mu k_0 & s \end{vmatrix} = s^2 + s \frac{1+k_1 k_m}{T_m} + \frac{k_\mu k_0 k_2 k_m}{T_m} \quad (8)$$

Προκειμένου το σύστημα να είναι ευσταθές, από το Κριτήριο Routh-Hurwitz, προκύπτουν οι σχέσεις $k_1 > \frac{-1}{k_m}$ και $k_2 > 0$

Για να συγκλίνει η θέση του κινητήρα στο θ_{ref} θα πρέπει να υπολογιστεί το k_r σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$k_r = \frac{1}{Dk(A - Bk)^{-1}B + D - C(A - Bk)^{-1}B} \quad (9)$$

Στην περίπτωση του συστήματος της άσκησης D = 0. Συνολικά, προκύπτει:
 $k_r = k_2$

Πέρα όμως από την ευστάθεια και την τελική θέση, η εκφώνηση της άσκησης, απαιτεί την απουσία ταλαντώσεων αλλά και τον ταχύτερο δυνατό χρόνο αποκατάστασης. Συνεπώς θα πρέπει να αναχθεί το χαρακτηριστικό πολυώνυμο που υπολογίστηκε προηγουμένως, στη μορφή $P_d = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$ και θα απαιτηθεί $\zeta \geq 1$. Θα ελεγχθεί η οριακή περίπτωση $\zeta = 1$.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_\mu k_0 k_2 k_m}{T_m}} \quad (10)$$

$$2\zeta\omega_n = \frac{1+k_1 k_m}{T_m} \Rightarrow \omega_n = \frac{1+k_m k_1}{T_m}$$

$$k_2 = \frac{\omega_n^2 T_m}{k_\mu k_0 k_m} \Rightarrow k_2 = \frac{k_1^2 k_m^2 + 2k_1 k_m + 1}{4k_\mu k_0 k_m T_m} \quad (11)$$

3.2 Μέτρηση των Vref Arduino και V7805

Πριν ξεκινήσει η υλοποίησή του ελεγκτή στο Matlab θα πρέπει να μετρηθούν οι τάσεις Vref Arduino και V7805 όταν ο κινητήρας είναι ακίνητος. Στο εργαστήριο μετρήθηκαν :

Vref Arduino = 5.1032V και V7805 = 5.487V

3.3 Ζητούμενο 2 - Υλοποίηση στο Matlab

Η υλοποίηση του κώδικα που υλοποιεί τον ελεγκτή έγινε στην προγραμματιστική πλατφόρμα Matlab ,δίνεται στο αρχείο *lab21.m* και είναι ο ίδιος για τα ερωτήματα 1 έως 4. Για το πρώτο ερώτημα της Άσκησης έπρεπε μέσω του ελεγκτή να μεταβάλλουμε τη θέση του κινητήρα από $\theta_0 = 2V \text{ σε } \theta_{ref} = 5V$. Για να πετύχουμε τη θέση θ_{ref} μετά από αρκετό trial and error διαπιστώθηκε ότι $k_1 = 0.0178$ το οποίο ικανοποιεί και τους περιορισμούς για την ευστάθεια και την απουσία ταλαντώσεων. Το k_2 υπολογίζεται από τη σχέση (11) και ισούται με 8.393. Με τα συγκεκριμένα κέρδη επιτυγχάνεται η τελική θέση 5V ενώ ο χρόνος αποκατάστασης μετά από αρκετές δοκιμές διαπιστώθηκε ότι είναι ο βέλτιστος περίπου στα 2sec. Οι μετρήσεις έγιναν και με μικρότερα κέρδη πχ $k_1 = 0.009$ αλλά εκεί διαπιστώθηκε ότι το σύστημα δεν μπορούσε να φτάσει στην επιθυμητή θέση, το διάγραμμα έφτανε περίπου στα 4.5Volt. Δηλαδή υπήρχε σφάλμα της τάξεως του 11% για αυτό και τοποθετήθηκαν μεγαλύτερα κέρδη. Παρακάτω φαίνονται τα διαγράμματα που προέκυψαν.

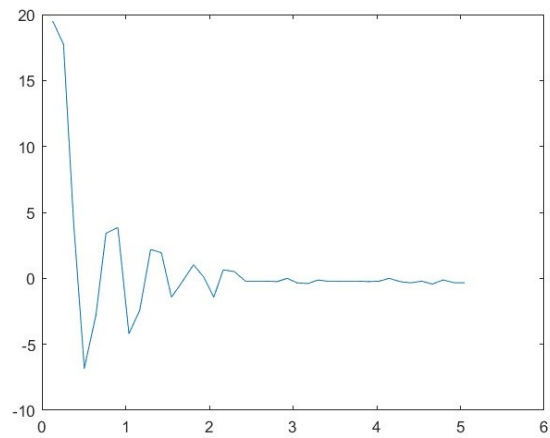


Figure 1: Είσοδος $u(V)$, $t(sec)$

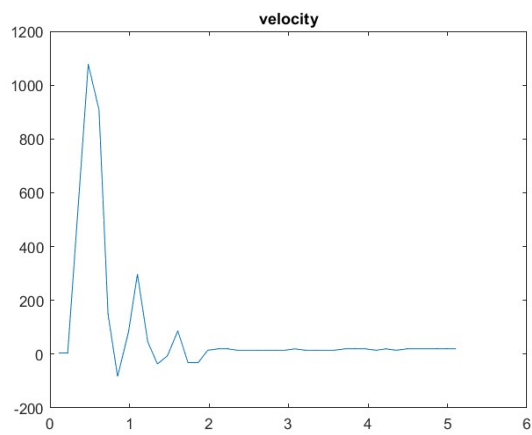
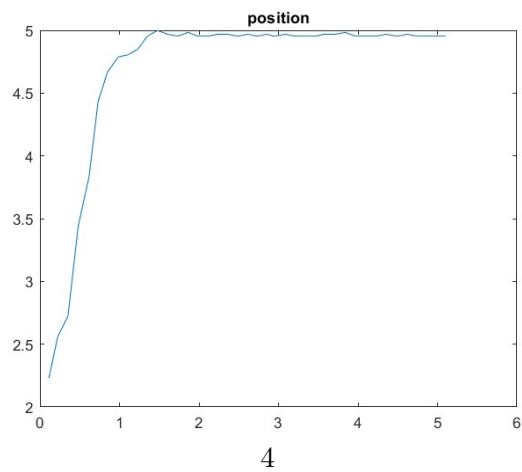


Figure 2: Γωνιακή Ταχύτητα $x_1(rpm)$, $t(sec)$



4

Figure 3: Θέση $x_2(V)$, $t(sec)$

3.4 Ζητούμενο 3

Για το Ζητούμενο 3 έπρεπε να τοποθετηθεί το μαγνητικό φρένο του κινητήρα και να επαναληφθεί ο έλεγχος με τα ίδια κέρδη. Εύκολα θα παρατηρήσει κάποιος ότι τα διαγράμματα δεν παρουσιάζουν κάποια αξιοσημείωτη διαφορά με τα τρία προηγούμενα, πράγμα που οδηγεί στα εξής συμπεράσματα. Πρώτον ότι το μαγνητικό φρένο του κινητήρα δεν εφαρμόζει σωστά, με αποτέλεσμα να μην μπορεί να μειώσει αποτελεσματικά την ταχύτητα του κινητήρα και κατά συνέπεια να επηρεάσει την έξοδο. Δεύτερον ότι τα σχετικά μεγάλα κέρδη που επιλέχθηκαν στον ελεγκτή ήταν αρκετά για κρατήσουν το σύστημα ανεπηρέαστο από τυχόν μικρές διαταραχές. Παρακάτω φαίνονται τα διαγράμματα που αντιστοιχούν στο Ζήτημα 3. **Σε όλα τα διαγράμματα ελεγκτή του lab2 έχει γίνει λάθος.** Πιο συγκεκριμένα ενώ στέλνεται το σωστό σήμα ελέγχου, που διασφαλίζεται με την εντολή:

```
"writePWMMVotlage(a,'D9',min(round(u/2 * 5/Vref_arduino),5))"
```

στον κώδικα εκ παραδρομής δεν υπήρχε έλεγχος για το αν το σήμα ελέγχου ξεπεράσει κατά απόλυτη τιμή τα 10V, να μετατραπεί σε 10V σήμα. Συνεπώς ενώ στον κινητήρα στέλνεται το σωστό σήμα ελέγχου η απεικόνισή δεν είναι αντιπροσωπευτική τουλάχιστον στην αρχή του χρόνου που το u ξεπερνάει τα 10V δηλαδή το σημείο κορεσμού, καθώς αυτές οι τιμές θα έπρεπε να απεικονίζονται ως 10V. Το συγκεκριμένο διορθώθηκε στα επόμενα δύο εργαστήρια.

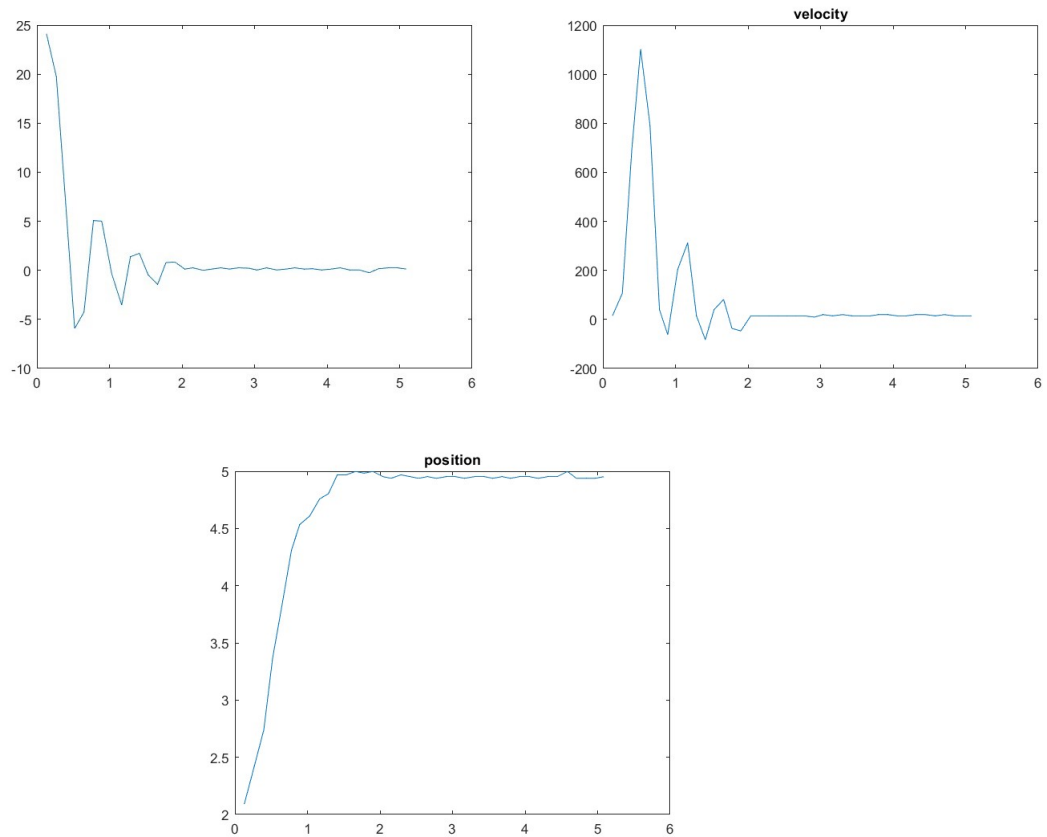


Figure 4: Ελεγκτής $u(V)$ (Πάνω αριστερά), Γωνιακή Ταχύτητα $x_1(rpm)$ (πάνω δεξιά), Θέση $x_2(V)$, $t(sec)$

3.5 Ζητούμενο 4-5

Για το Ζητούμενο 4-5 ζητήθηκε να ανεβάσουμε το μαγνητικό φρένο και να επαναλάβουμε τον έλεγχο με τα προηγούμενα κέρδη, αλλάζοντας τη συχνότητα του ημιτόνου. Έτσι λοιπόν, $\theta_{ref} = 5 + 2\sin(\omega t)$. Έγιναν δοκιμές για συχνότητες 2, 7 και 16 r/s. Αυτό που διαπιστώθηκε είναι ότι όσο μεγαλώνει η συχνότητα τόσο η συμπεριφορά έμοιαζε με αυτή των προηγούμενων ερωτημάτων, προφανώς για διαφορετικό desired position, ενώ για μικρότερες συχνότητες το σύστημα εκτελεί ταλαντώσεις μεταξύ των τιμών 3-7V. Αυτό συμβαίνει γιατί όσο μεγαλώνει η συχνότητα, τόσο μικρότερη διαφορά θα έχει το πλάτος του ημιτόνου, στην περίοδο δειγματοληψίας που ορίζουμε. Ο κώδικας για το συγκεκριμένο ζητούμενο παραθέτεται στο αρχείο *lab22.m* ενώ παρακάτω φαίνονται τα σχετικά διαγράμματα.

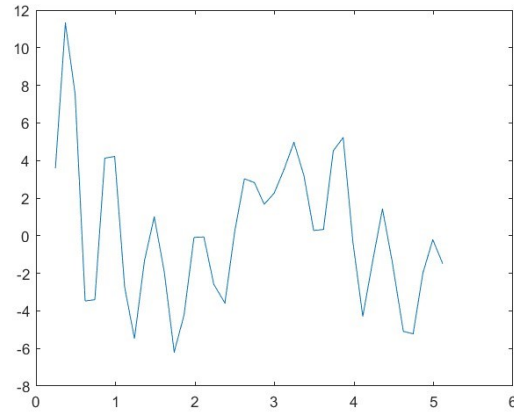


Figure 5: Ελεγκτής $u(V)$, $\omega = 2$ r/s, $t(sec)$

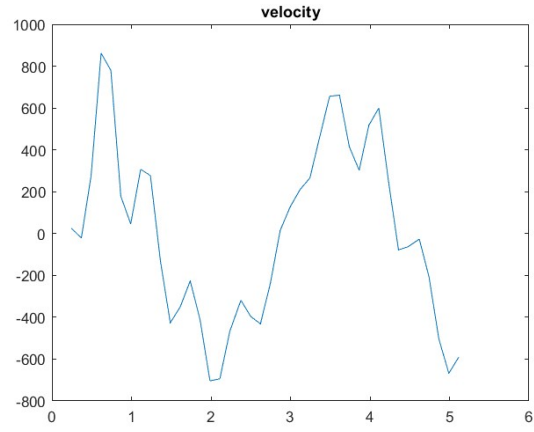


Figure 6: Γωνιακή Ταχύτητα $x_1(rpm)$, $\omega = 2r/s$, $t(sec)$

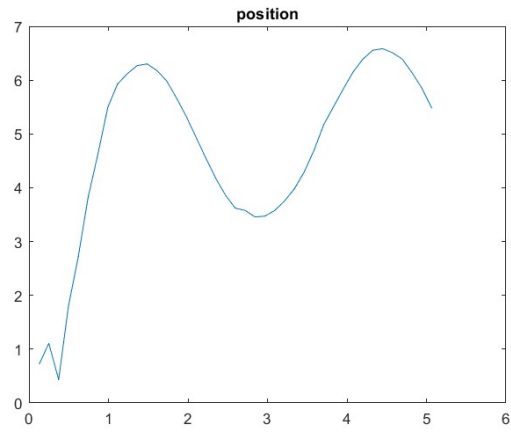


Figure 7: Θέση $x_2(V)$, $\omega = 2r/s$, $t(sec)$

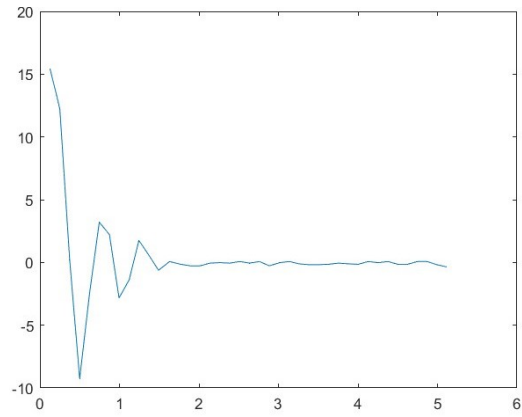


Figure 8: Είσοδος $u(V)$, $\omega = 7r/s$, $t(sec)$

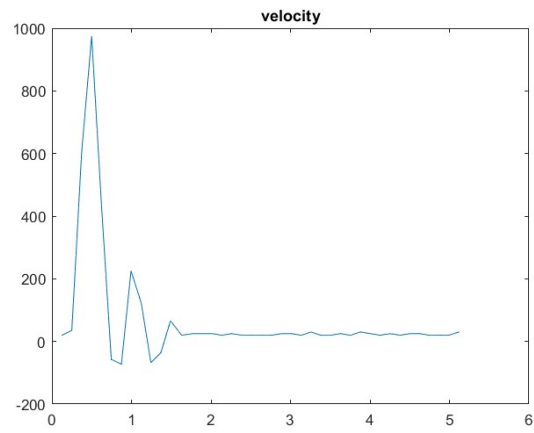


Figure 9: Γωνιακή Ταχύτητα $x_1(rpm)$, $\omega = 7r/s$, $t(sec)$

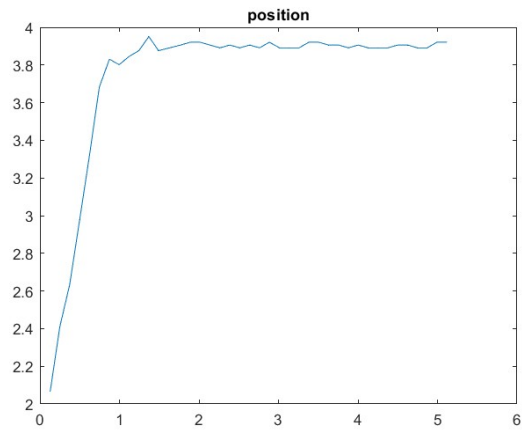


Figure 10: Θέση $x_2(V)$, $\omega = 7r/s$, $FinalDesiredPosition = 4.24V$, $t(sec)$

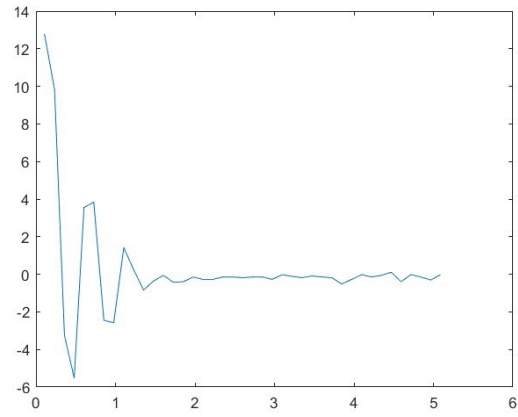


Figure 11: Είσοδος $u(V)$, $\omega = 16r/s$

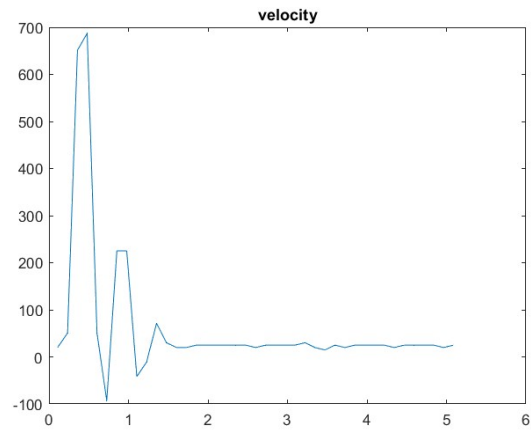


Figure 12: Γωνιακή Ταχύτητα $x_1(rpm)$, $\omega = 16r/s$, $t(sec)$

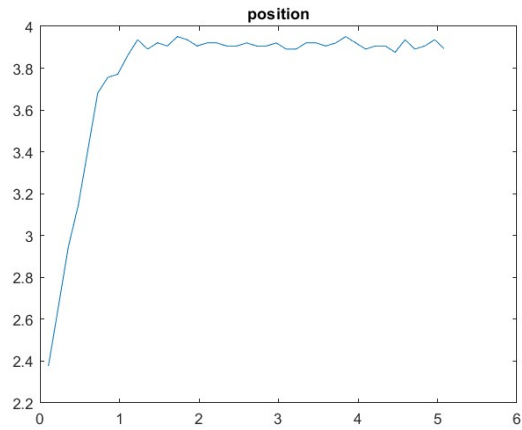


Figure 13: Θέση $x_2(V)$, $\omega = 16r/s$, $FinalDesiredPosition = 3.46V$, $t(sec)$