Τμημα Ηλεκτρολογων Μηχανικων και
Μηχανικων Υπολογιστων

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΙΙ
ΕΙΔΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ

LAB 3

Συγγραφέας:
Σπυρίδων Χατζηγεωργίου
ΑΕΜ: 10527
spyrchat@ece.auth.gr

June 1, 2023

1 Περιγραφή της Άσκησης

Σε αυτήν την άσκηση θα τροποποιηθεί ο ελεγκτής ώστε να επιτευχθεί απόσβεση των διαταραχών. Η μοντελοποίηση στηρίζεται στο σύστημα που υπολογίστηκε στην προηγούμενη εργαστηριακή αναφορά ενώ ο στόχος εξακολουθεί ο έλεγχος της θέσης του κινητήρα με ϑref = 5V και $\vartheta_0 = 2V$.

2 Σχεδίαση του ελεγκτή

Προκειμένου να επιτευχθεί η απόσβεση των διαταραχών, επιλέγεται ένας ελεγκτής **Δυναμικής Ανάδρασης Καταστάσεων**. Για τη σχεδίαση ενός τέτοιου ελεγκτή απαιτείται να οριστεί μια νέα μεταβλητή κατάστασης z για την οποία ισχύει $\dot{z} = y - r$. Η μεταβλητή αυτή έχει έναν ιδιαίτερα σπουδαίο ρόλο καθώς πρακτικά ολοκληρώνει τον όρο y - r που εκφράζει την απόσταση εισόδου-εξόδου. συνεπώς θα πρέπει να τοποθετηθεί ελεγκτής της μορφής: $u = -k_1x_1 - k_2x_2 - k_iz$ όπου k_1, k_2, k_i κάποια κέρδη τα οποία και θα υπολογίσουμε.

Σύμφωνα με τα παραπάνω μετά την είσοδο του ελεγκτή, το σύστημα παίρνει τη μορφή:

$$\dot{\tilde{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-1-k_1k_m}{Tm} & \frac{-k_mk_2}{T_m} & \frac{-k_ik_m}{T_m} \\ k_\mu k_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{A}} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d \qquad (1)$$

Στην παραπάνω εξίσωση το r είναι η είσοδος του συστήματος, το d συμβολίζει τις διαταραχές που υφίσταται η γωνιακή ταχύτητα λόγω του μαγνητικού φρένου, ενώ τα k_m, T_m, k_μ είναι οι γνωστές σταθερές που έχουν υπολογιστεί από το πρώτο εργαστήριο.Τέλος το x1 δείχνει την γωνιακή ταχύτητα και το x2 δείχνει την θέση του κινητήρα.

$$P_c(s) = det(sI - \tilde{A}) = \begin{vmatrix} s + \frac{1+k_1k_m}{T_m} & \frac{k_mk_2}{T_m} & \frac{k_ik_m}{T_m} \\ -k_\mu k_0 & s & 0 \\ 0 & -1 & s \end{vmatrix} \qquad (2)$$

Από εδώ προκύπτει το χαρακτηριστικό πολυώνυμο:

$$s^3 + s^2\frac{1+k_1k_m}{T_m} + s\frac{k_mk_2k_\mu k_0}{T_m} + \frac{k_mk_ik_\mu k_0}{T_m} \quad (3)$$

Για να είναι το σύστημα ευσταθές, θα πρέπει να διερευνηθούν οι σχέσεις που προκύπτουν από το κριτήριο Routh-Hurwitz:

$$0 < k_i < k_2(\frac{1+k_1k_m}{T_m}) \quad (4)$$

$$k_1 > \frac{-1}{k_m} \quad (5)$$

2.1 Απαίτηση απουσίας ταλαντώσεων

Παρόλο που δεν αναφέρεται στην εκφώνηση, ενδιαφέρον παρουσιάζει η εύρεση των σχεδιαστικών παραμέτρων k_1, k_2, k_i έτσι ώστε το σύστημα να μην παρουσιάζει υπερυψώσεις-ταλαντώσεις. Πρόκειται για ένα ιδιαίτερο πρόβλημα καθώς το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι τρίτου βαθμού, οπότε δεν ισχύουν οι γνωστοί τύποι που ισχύουν για δευτεροβάθμιο χαρακτηριστικό πολυώνυμο. Η προσέγγιση που ακολουθήθηκε είναι να δημιουργηθούν 2 script στο Matlab τα οποία επιδιώκουν να βελτιστοποιήσουν τον χρόνο αποκατάστασής του συστήματος ενώ ταυτόχρονα περιορίζουν τις παραμέτρους έτσι ώστε οι ιδιοτιμές που θα προκύπτουν να είναι πραγματικές (απουσία ταλαντώσεων-υπερυψώσεων).
Παρακάτω φαίνεται το script το οποίο:

1. Ορίζει τις παραμέτρους του συστήματος
2. Ορίζει τα k_1, k_2, k_i βάσει των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την βελτιστοποίηση που θα γίνει στο επόμενο script
3. Ελέγχει αν οι παράμετροι που υπολογίστηκαν πληρούν το κριτήριο της ευστάθειας
4. Υπολογίζει τις Ιδιοτιμές του πίνακα Α και τις αποθηκεύει στο διάνυσμα e

```
Kmi = 1/36;
KT = 3.887*10^(-3);
Km = 224.08;
Tm = 520*10^(-3);
K0 = 0.229;

syms K1 K2 Ki

K1 = x_opt(1);
K2 = x_opt(2);
Ki = x_opt(3);
A = [(-1-K1*Km)/Tm -Km*K2/Tm -Ki*Km/Tm; Kmi*K0 0 0;
   0 1 0];

if (Ki>0 && Ki < K2*(1/Tm + K1*Km/Tm) && K1 > -1/Km)
    e = eig(A);
end
```

Το επόμενο script θα προσπαθήσει να ελαχιστοποιήσει το γινόμενο των ιδιοτιμών του πίνακα $\tilde{A}$ ενώ ως constraints ορίζεται το κριτήριο ευστάθειας σε συνδυασμό με την απαίτηση για πραγματικές ιδιοτιμές. Για την απαίτηση για ιδιοτιμές πραγματικές, βάζουμε ένα constraint παραπάνω το οποίο πρακτικά ελαχιστοποιεί το άθροισμα των φανταστικών μερών των ιδιοτιμών (αν αυτό υπάρχει). Με αυτόν τον τρόπο ενθαρρύνεται η εύρεση πραγματικών και όχι μιγαδικών ιδιοτιμών. Το script κάνει μη γραμμική βελτιστοποίηση, κάνοντας χρήση του Αλγορίθμου του Εσωτερικού Σημείου. Με αυτόν λοιπόν τον τρόπο, γίνεται μια αρκετά καλή πρώτη εκτίμηση για τις παραμέτρους, πριν βρεθούν πειραματικά στο εργαστήριο. Ως upperbounds και lowerbounds τοποθετήθηκαν τιμές οι οποίες εύκολα μπορούν να παραχθούν στο εργαστήριο με τον μικρο-ελεγκτή. Το script δίνεται στο Αρχείο EigenValueOptimizer.m

Τρέχοντας τα παραπάνω script προκύπτουν τα εξής κέρδη:

- $k_1 = 0.0054069$
- $k_2 = 2.198$
- $k_i = 1.0372$

Ενώ οι ιδιοτιμές που προκύπτουν είναι οι:

- -1.4745
- -1.4326
- -1.3458

Εύκολα κάποιος παρατηρεί ότι οι ιδιοτιμές είναι αρνητικές και πραγματικές επομένως ο βασικός στόχος επετεύχθη. Μένει να γίνει πειραματική επιβεβαίωση η οποία θα δείξει πραγματικά τι συμβαίνει αν τοποθετηθούν τα παραπάνω κέρδη στον ελεγκτή.

3 Εργαστηριακή Άσκηση

Τροποποιήθηκε ο ελεγκτής με βάσει τη θεωρητική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε παραπάνω. Ο κώδικας που υλοποιεί τον ελεγκτή σε Matlab φαίνεται στο αρχείο lab3.m. Πρέπει να σημειωθεί ότι λόγω σφάλματος του κινητήρα οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν σε διαφορετικό διάστημα από ότι ορίζει η εκφώνηση. Συγκεκριμένα η άσκηση έγινε με $\theta_0 = 3Volt$ και $desiredPosition = 6V$. Μετά από trial and error για τα κέρδη επιλέχθηκαν οι τιμές:

- k1 = 0.007
- k2 = 2.5
- ki = 3.5

Αυτό το οποίο διαπιστώθηκε είναι ότι η βελτιστοποίηση έκανε μια ικανοποιητική προσέγγιση των k1 και k2 ενώ βρήκε αρκετά διαφορετικό αποτέλεσμα για το ki. Παρόλα αυτά ως πρώτη εκτίμηση ώστε να μην πρέπει να γίνει trial and error και στις τρεις παραμέτρους με τεράστιο βαθμό ελευθερίας επιλογής, τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης κρίνονται ικανοποιητικά. Με τα παραπάνω κέρδη του ελεγκτή προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα.

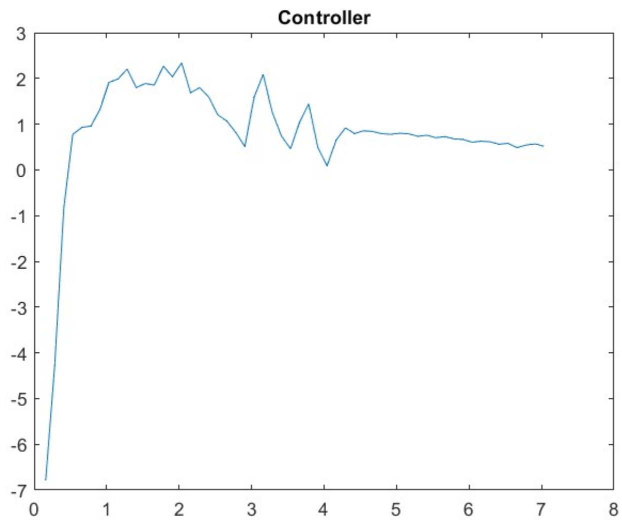

Figure 1: Ελεγκτής u(V), t(sec)

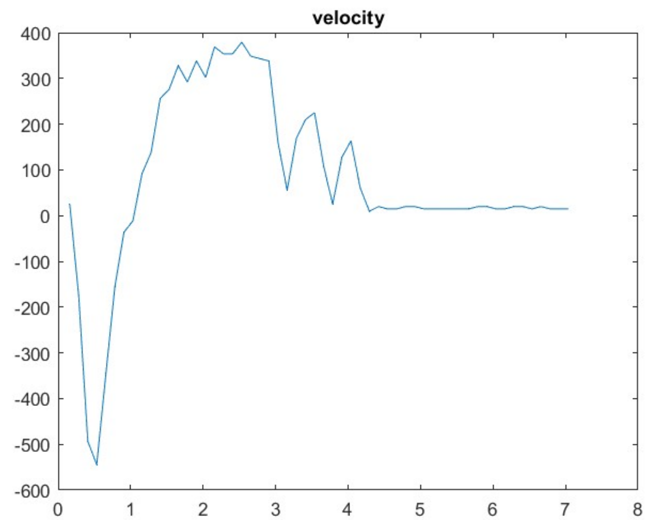

Figure 2: Γωνιακή Ταχύτητα $\mathrm{x}_1(rpm), t(sec)$

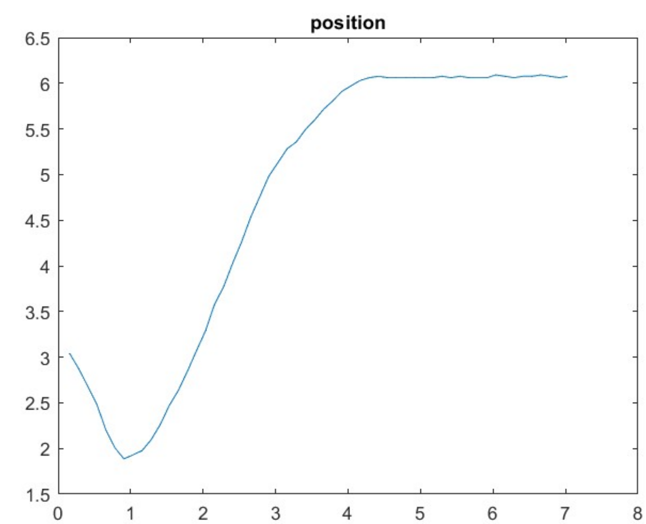

Figure 3: Θέση $\mathrm{x}_2(V), t(sec)$

Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται ότι το σύστημα σταθεροποιείται σχετικά αργά περίπου στα 4.5sec. Από το γεγονός ότι ο ελεγκτής δεν έχει οδηγηθεί στον κορεσμό (10V) από τα κέρδη που επιλέχθηκαν, συνειδητοποιεί κανείς ότι πιθανώς με κάποια άλλη επιλογή κερδών μπορεί να βελτιωθεί περαιτέρω ο χρόνος αποκατάστασης. Παρόλα αυτά ο βασικός στόχος της άσκησης επετεύχθη, καθώς οι διαταραχές που εισάγει το μαγνητικό φρένο, δεν επηρεάζουν το σύστημα, το οποίο οδηγείται στην επιθυμητή θέση. Κάτι ακόμα άξιο σχολιασμού είναι η "κοιλιά" που παρουσιάζει το διάγραμμα της θέσης από t=0 έως t=2sec. Αυτό συμβαίνει γιατί ως αρχική συνθήκη του z επιλέχθηκε $z(0) = 0$, αν είχε επιλεχθεί ως αρχική συνθήκη $z(0) = 2$ τότε η απόκριση του συστήματος θα έμοιαζε πολύ περισσότερο με την απόκριση του συστήματος στο lab2. Τέλος δίνεται τυπικά και το διάγραμμα της z καθώς είναι και αυτή μεταβλητή κατάστασης, χωρίς όμως να παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

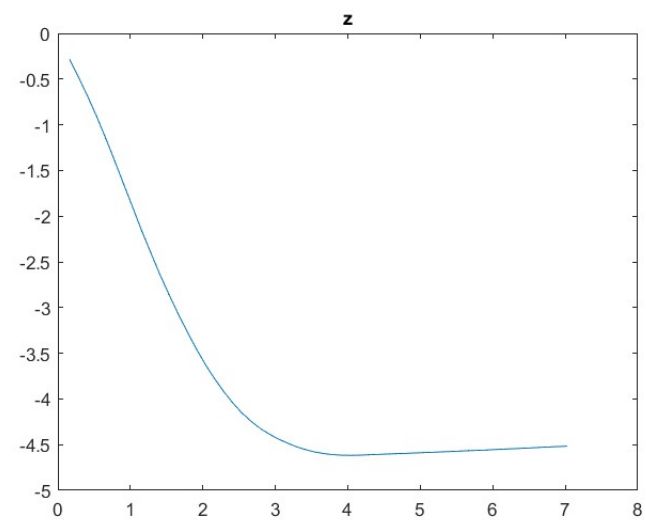

Figure 4: z(V), t(sec)