Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Lógica Matemática – Lista de Exercícios 1

Nome: ____

Utilize as proposições para os exercícios (1) e (2):

E : João estuda.
A : O exame se aproxima.
O : João é obrigado a estudar.
M : João tira a nota máxima.

1) Descreva, em português, o significado de:

a) $O \wedge \neg E$

b) $A \rightarrow O$

c) $E \leftrightarrow O$

d) $\neg A \rightarrow \neg E$

e) $A \wedge E \rightarrow M$

2) Simbolize as sentenças:

a) Se João estuda e é obrigado a estudar, então o exame se aproxima.

b) João só estuda quando é obrigado ou quando o exame se aproxima.

c) Se João estuda, então ele é obrigado a estudar e um exame se aproxima.

d) Se o exame se aproxima, João é obrigado a estudar e estuda.

e) Se João só estuda quando o exame se aproxima, então ele não estuda se não for obrigado.

f) Se João não tirou a nota máxima, então ele não estudou.

g) João não é obrigado a estudar, mas estuda e tira a nota máxima.

h) João tira a nota máxima apenas se estudar, e é obrigado a estudar apenas quando o exame se aproxima.

i) Se João não estuda, isto não implica que não tire a nota máxima.

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Lógica Matemática I – Lista de Exercícios 2

Nome: ____

1. Faça a tabela-verdade das fórmulas abaixo. Classifique cada uma em **tautologia**,**contradição** ou **contingência**:

a) $(\neg p \wedge \neg q)$

b) $\neg ((p \rightarrow q) \rightarrow \neg (q \rightarrow p))$

c) $(p \rightarrow (q \rightarrow r))$

d) $((p \wedge q) \rightarrow r)$

e) $((p \rightarrow \neg q) \vee q)$

f) $((p \wedge q) \vee (r \wedge s))$

g) $((\neg p \wedge q) \rightarrow (\neg q \wedge r))$

h) $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$

i) $(p \rightarrow p)$

j) $((q \vee r) \rightarrow (\neg r \rightarrow q))$

l) $((p \wedge \neg q) \vee ((q \wedge \neg r) \vee (r \wedge \neg p)))$

m) $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee r))$

n) $((q \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge \neg p))$

o) $(p \wedge ((q \leftrightarrow q) \rightarrow \neg p))$

p) $(\neg p \wedge q) \vee q$

2. Sejam:

a) Negrão e Maurício são jogadores da Seleção Brasileira de Vôlei (v);

b) Negrão está contundido (v);

c) O Brasil tem uma boa Seleção de Vôlei Masculino (v);

d) A Seleção de Vôlei não está desfalcada (f).

Dar o valor lógico das seguintes fórmulas:

i. $a \rightarrow d$

ii. $(a \wedge b) \wedge \neg d$

iii. $(\neg b \rightarrow a) \rightarrow (c \rightarrow d)$

iv. $(a \wedge b) \vee \neg d$

3. Se $(p \wedge r)$ tem valor (v), qual valor de q para que o enunciado abaixo seja(v)?

$\neg r \vee (p \wedge r) \rightarrow \neg p \vee q$

4. Admitindo-se verdadeiro o condicional $\neg(p \rightarrow q)$. Dar o valor lógico de:

a) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee r)$

b) $(q \vee r) \rightarrow ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow r)$

c) $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \vee r) \rightarrow (p \rightarrow r))$

5. Verificar se as informações dadas abaixo são verdadeiras ou falsas. Justificar sua resposta.

a) Uma fórmula é válida se sua negação é insatisfatível;
b) Se uma fórmula é insatisfatível então sua negação é inválida;
c) Uma fórmula é inválida se há pelo menos uma interpretação sob a qual afórmula é falsa;
d) Se uma fórmula é satisfatível então há pelo menos uma interpretação sob aqual a fórmula é verdadeira;
e) Se uma fórmula é satisfatível então ela é válida; Nao necessariamente
f) Uma fórmula é inválida se é insatisfatível.

6. Justificar:

a) $p \wedge p$ é insatisfatível – contradição;

b) $p \vee \neg p$ é válida – tautologia;

c) $p \rightarrow \neg p$ é satisfatível;

7. Através da tabela-verdade, verifique:

Se as fórmulas ***A*** e ***B*** dos pares abaixo são equivalentes;
Se existe consequência lógica (implicação lógica) entre as fórmulas dos pares abaixo.

i. $\boldsymbol{A} \equiv (p \to q)$; $\boldsymbol{B} \equiv (\neg q \to \neg p)$

ii. $\boldsymbol{A} \equiv ((p \vee q) \wedge r)$; $\boldsymbol{B} \equiv ((p \wedge r) \vee (q \vee r))$

iii. $\boldsymbol{A} \equiv ((\neg p \wedge \neg q) \to (\neg r \vee q))$; $\boldsymbol{B} \equiv (r \to (q \vee p))$

iv. $\boldsymbol{A} \equiv ((\neg p \vee q) \to r)$; $\boldsymbol{B} \equiv ((p \wedge \neg q) \wedge r)$

v. $\boldsymbol{A} \equiv (\neg p \to (q \vee r))$; $\boldsymbol{B} \equiv (\neg q \to (\neg r \to p))$

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Lógica Matemática – Lista de Exercícios 3

Avaliação Formativa: Não vale nota!

Nome: ___________________________________

I. Frases:

Considere as proposições:

A: Há aumento da oferta de computadores.
B: Há desenvolvimento científico.
C: As universidades crescem.
D: Os alunos estão mais motivados.

1) Simbolize:
   a) As universidades crescem, mas não há desenvolvimento científico.

   b) Haverá desenvolvimento científico se e somente se houver aumento da oferta de computadores.

   c) Se as universidades crescem, os alunos ficam mais motivados.

   d) As universidades crescerão se houver desenvolvimento científico ou se os alunos estiverem mais motivados.

2) Traduza:

   a) $A \wedge B$

   ____

   b) $A \rightarrow (D \wedge C)$

   ____

   c) $(B \vee D) \rightarrow A$

   ____

   d) $B \leftrightarrow (D \vee A)$

   ____

II. Tabela-verdade:

1) Classifique em **tautologia**, **contradição** ou **contingência**, e encontre fórmulas equivalentes na FND ou FNC para cada expressão a seguir.

   a) $((q \rightarrow r) \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

   b) $\neg p \wedge (\neg q \vee r)$

   c) $\neg q \leftrightarrow r \vee q$

   d) $\neg(\neg(p \rightarrow q) \vee p) \rightarrow r$

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Lógica Matemática – Lista de Exercícios 4

Nome: ___________________________________

1) A frase “Se o time jogou bem, então foi campeão” é equivalente a qual alternativa? Mostre sua demonstração através da expressão lógica formada.

a) O time jogou bem e foi campeão.

b) O time não jogou bem ou não foi campeão.

c) O time não jogou bem ou foi campeão.

d) Se o time não jogou bem, então não foi campeão.

e) O time jogou bem se, e somente se, foi campeão.

2) Demonstre, com o auxílio das equivalências clássicas, que as fórmulas a seguir são equivalentes:

- **a.** $q \rightarrow (q \wedge p)$ **e** $(\sim q \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$
- **b.** $p \leftrightarrow q$ **e** $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
- **c.** $\neg(\neg p \wedge q) \wedge (p \vee q)$ **e** p
- **d.** $(\sim x \vee \sim y) \rightarrow \sim z$ **e** $(z \rightarrow x) \wedge (z \rightarrow y)$
- **e.** $(\sim(p \rightarrow q) \vee s) \wedge \sim p$ **e** $(p \vee s) \wedge ((q \rightarrow s) \wedge \sim p)$

3) Simplifique as expressões lógicas usando as propriedades e regras vistas até o momento:

a) $\sim p \rightarrow q$

b) $\sim(P \vee Q) \vee \sim(\sim R)$

c) $P \rightarrow (Q \vee R)$

d) $(A \vee B) \wedge (A \vee \sim B)$

e) $\sim(P \vee Q) \wedge \sim(\sim P \vee R)$

f) $\sim(P \vee (Q \wedge R))$

g) $(P \vee Q) \wedge \sim(\sim P \wedge \sim Q)$

4) A negação de “Se Carlos for casado então Pedro é viúvo” é:

a) Se Carlos não for casado então Pedro não é viúvo.

b) Se Carlos não for casado então Pedro é viúvo.

c) Carlos é casado e Pedro não é viúvo.

d) Carlos não é casado e Pedro não é viúvo.

e) Se Pedro não é viúvo então Carlos não é casado.

5) De acordo com raciocínio lógico matemático a frase “O Brasil não foi campeão ou o presidente foi ao comício” é equivalente a frase:

a) O Brasil foi campeão ou o presidente não foi ao comício.

b) O Brasil não foi campeão e o presidente foi ao comício.

c) Se o Brasil foi campeão, então o presidente foi ao comício.

d) O Brasil foi campeão se, e somente se o presidente não foi ao comício.

6) De acordo com o raciocínio lógico-matemático, a negação da frase “O juiz negou a sentença e o réu entrou com recurso” é equivalente a frase.

a) O juiz negou a sentença ou o réu entrou com recurso.

b) O juiz não negou a sentença ou o réu não entrou com recurso.

c) O juiz não negou a sentença e o réu não entrou com recurso.

d) O juiz não negou a sentença ou o réu entrou com recurso.

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Lógica Matemática – Lista de Exercícios 5

Nome (individual): ______________________________________

Dicas:

Nos exercícios de equivalência, existe a opção de transformar as duas fórmulas simultaneamente. Caso resultem em fórmulas iguais, isto prova que são equivalentes.

Nos exercícios de simplificação, o primeiro passo é transformar a fórmula para que possua apenas os conectivos **¬** , ∧ , e ∨ (**forma canônica**). Só assim será possível aplicar as propriedades destes conectivos.

A seguir, tente formar pares de tautologia ($p \vee \neg p$) ou contradição ($p \wedge \neg p$), aproximando variáveis de suas negações através de propriedades como a distributiva e associativa.

A fórmula deve ser simplificada até não conter mais variáveis repetidas (no máximo uma ocorrência de cada variável).

1) Verifique se são verdadeiras as equivalências a seguir:

a) $((p \wedge \neg p) \rightarrow q) \equiv V$

b) $(\neg p \rightarrow p) \equiv p$

c) $p \rightarrow p \wedge q \equiv p \rightarrow q$

d) $(p \rightarrow q) \rightarrow q \equiv p \vee q$

e) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv p \wedge q \rightarrow r$

f) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv p \vee q \rightarrow r$

g) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow q \wedge r$

2) Simplificar :

a) $\neg(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow p$

b) $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$

c) $(p \vee q) \wedge \neg p$

d) $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)$

e) $p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$

3) Simplifique as **condições** dos trechos de algoritmo abaixo:

a) se ((a > b) **e não** ((a > b) **e** (c > 10))) **então** C1;

b) se não ((v1 < v2) **ou** (v3 = 2)) **ou** (**não** (v1 < v2) **e** (v3 = 2)) **então** C1;

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Lógica Matemática – Lista de Exercícios 6

Nome (INDIVIDUAL):_________________________

Regras de Inferência:

Adição:

$$\frac{A}{B \vee A} \qquad \frac{A}{A \vee B}$$

Simplificação:

$$\frac{A \wedge B}{A} \qquad \frac{A \wedge B}{B}$$

Conjunção:

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}{A \wedge B} \qquad \frac{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}{B \wedge A}$$

Modus Ponens:

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ A \rightarrow B \end{array}}{B}$$

Modus Tollens:

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ \neg B \end{array}}{\neg A}$$

Silogismo Disjuntivo:

$$\frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ \neg A \end{array}}{B} \qquad \frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ \neg B \end{array}}{A}$$

Silogismo Hipotético:

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \end{array}}{A \rightarrow C}$$

Dilema Construtivo:

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ A \vee C \end{array}}{B \vee D}$$

Dilema Destrutivo:

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ \neg B \vee \neg D \end{array}}{\neg A \vee \neg C}$$

Exercícios:

1. Indique a regra de inferência que justifica a validade de:

a) $\{ (p \rightarrow q) \} \vdash (p \rightarrow q) \vee \neg r$

b) $\{ \neg p \wedge (q \rightarrow r) \} \vdash \neg p$

c) $\{ (p \rightarrow q), (q \rightarrow \neg r) \} \vdash (p \rightarrow \neg r)$

d) $\{ p \rightarrow (q \rightarrow r), p \} \vdash q \rightarrow r$

e) $\{ (q \vee r) \rightarrow \neg p, \neg \neg p \} \vdash \neg (q \vee r)$

f) $\{ (p \rightarrow q), (r \rightarrow \neg s) \} \vdash (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \neg s)$

g) $\{ (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r), \neg(\neg p \wedge r) \} \vdash (p \wedge q)$

---

2. Indique uma possível conclusão para:

a) $\{ (s \vee t) \rightarrow (r \wedge q), (r \wedge q) \rightarrow \neg p \}$

b) $\{ (p \leftrightarrow q) \rightarrow \neg (r \wedge s), \neg \neg (r \wedge s) \}$

c) $\{ s \vee (r \wedge t), \neg s \}$

d) $\{ p \rightarrow (r \vee \neg s), (r \vee \neg s) \rightarrow t \}$

e) $\{ p \rightarrow r, \neg q \rightarrow \neg s, p \vee \neg q \}$

f) $\{ \neg p \vee \neg q, \neg \neg q \}$

g) $\{ p \rightarrow (\neg r \wedge q), \neg(\neg r \wedge q) \vee \neg s, \neg q \rightarrow s \}$

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Lógica Matemática – Lista de Exercícios 7 - **Vale 0.5 ponto da Prova 02**

Nome (DUPLA):______________________________

Regras de Inferência:

Adição:

$$\frac{A}{B \vee A} \qquad \frac{A}{A \vee B}$$

Simplificação:

$$\frac{A \wedge B}{A} \qquad \frac{A \wedge B}{B}$$

Conjunção:

$$\frac{\begin{matrix} A \\ B \end{matrix}}{A \wedge B} \qquad \frac{\begin{matrix} A \\ B \end{matrix}}{B \wedge A}$$

Modus Ponens:

$$\frac{\begin{matrix} A \\ A \rightarrow B \end{matrix}}{B}$$

Modus Tollens:

$$\frac{\begin{matrix} A \rightarrow B \\ \neg B \end{matrix}}{\neg A}$$

Silogismo Disjuntivo:

$$\frac{\begin{matrix} A \vee B \\ \neg A \end{matrix}}{B} \qquad \frac{\begin{matrix} A \vee B \\ \neg B \end{matrix}}{A}$$

Silogismo Hipotético:

$$\frac{\begin{matrix} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \end{matrix}}{A \rightarrow C}$$

Dilema Construtivo:

$$\frac{\begin{matrix} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ A \vee C \end{matrix}}{B \vee D}$$

Dilema Destrutivo:

$$\frac{\begin{matrix} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ \neg B \vee \neg D \end{matrix}}{\neg A \vee \neg C}$$

Exercícios:

1. Qual regra de inferência foi usada em cada um dos argumentos abaixo?

a) Alice é uma aluna de matemática. Logo, Alice é uma aluna de matemática ou de ciência da computação.

b) Jerry é um aluno de matemática e de computação. Logo, Jerry é um aluno de matemática.

c) Se está chovendo, então a piscina estará fechada. Está chovendo. Logo, a piscina está fechada.

d) Se nevar hoje, a universidade vai fechar. A universidade não fechou hoje. Logo, não nevou hoje.

e) Se eu for nadar, então eu ficarei no sol por muito tempo. Se eu ficar no sol por muito tempo, eu vou ter insolação. Logo, se eu for nadar, eu terei insolação.

2. Construa as deduções indicando as regras de inferência utilizadas:

a) $\{ (p \rightarrow q), (p \wedge r) \} \vDash \mathbf{q}$

b) $\{ (p \wedge q), ((p \vee r) \rightarrow s) \} \vDash \mathbf{(p \wedge s)}$

c) $\neg p \rightarrow r \wedge \neg s,\ t \rightarrow s,\ u \rightarrow \neg p,\ \neg w,\ u \vee w \quad \vDash \quad \mathbf{\neg t \vee w}$

3. Faça as deduções para os argumentos a seguir e verifique se a conclusão dada é válida. Indique as regras de inferência aplicadas:

- Se papai-noel existe então Maria está feliz.
- Maria não está feliz.
- Se não existe papai-noel ou Maria não tem dinheiro, então ela está triste.

Logo, Maria está triste.

4. Faça as deduções para os argumentos a seguir e verifique se a conclusão dada é válida. Indique as regras de inferência aplicadas:

- Se estudo, então não sou reprovado em Lógica.
- Se não jogo sinuca, então estudo.
- Fui reprovado em Lógica.

Logo, joguei sinuca.

5. Faça as deduções para os argumentos a seguir e verifique se a conclusão dada é válida. Indique as regras de inferência aplicadas:

- João precisa de dinheiro, mas não baixa os preços de suas mercadorias.
- João baixa os preços de suas mercadorias ou não vai poder comprar os presentes de Natal.
- Se João fizer um empréstimo, então poderá comprar os presentes de Natal.

Logo, João precisa de dinheiro e não vai fazer um empréstimo.

6. Faça as deduções para os argumentos a seguir, indicando as regras de inferência aplicadas:

- Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enfileiradas.
- Se o sistema de arquivos não está travado, então o sistema está funcionando normalmente e vice-versa.
- Se novas mensagens não são enfileiradas, então elas serão enviadas para o buffer de mensagens.
- Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enviadas para o buffer de mensagens.
- Novas mensagens não serão enviadas para o buffer de mensagens.

7. Mostre se a conclusão a seguir é válida ou não:

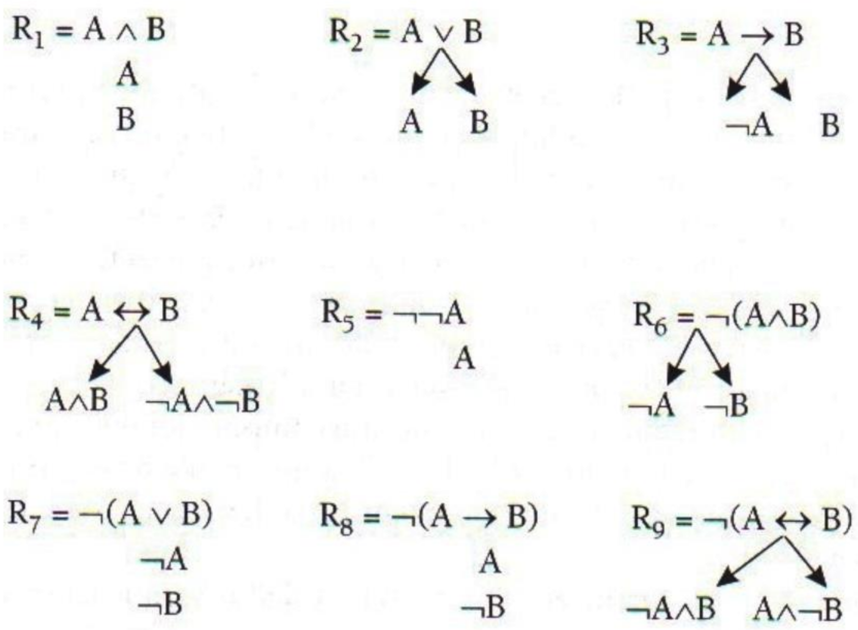
$$\sim p \rightarrow r \land \sim s,\ t \rightarrow s,\ u \rightarrow \sim s,\ \sim w,\ u \lor w \ \vDash\ \boldsymbol{\sim t \land w}$$

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Lógica Matemática – Lista de Exercícios 8

Nome (INDIVIDUAL):_________________________

Regras de Inferência (tableaux semântico):



Exercícios:

1. Aplique o Tableaux Semântico para as fórmulas a seguir.

a) $\{ (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P) \}$

b) $\{ \neg(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q) \}$

c) { (A v B), (A ^ ~B) }

d) $\{ \neg(P \vee (Q \wedge R)) \}$

e) { (A → B), ~(A v B), ~(C → A) }

2. Demonstre, através de Tableaux Semântico, se a fórmula H é válida ou não, indicando se o tableaux é aberto ou fechado.

a) $H = (P \wedge Q) \rightarrow (Q \vee R)$

b) $H = (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$

c) $H = (P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$

d) $H = (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \land Q) \rightarrow R)$