

Colles, semaine 23 (1/04→5/04)

Comparaisons locales

Développements limités

Le cours **Comparaisons locales** définit et étudie les nouvelles relations o , O et \sim pour les fonctions et pour les suites. Il a été l'occasion de comprendre le lien essentiel entre l'existence d'une limite et celui d'un DL à l'ordre 0, ainsi qu'entre la dérivabilité en un point et l'existence d'un DL à l'ordre 1.

Dans le cours **Développements limités**, on a défini les DL, approximations locales et polynomiales des fonctions, appris à faire des opérations sur ces DL, et fait le point sur leurs applications.

La question de cours étant brève cette semaine, on devrait avoir l'occasion de proposer deux exercices à chaque étudiant. Les colleurs sont encouragés, bien entendu, à commencer par un exercice plutôt simple pour vérifier que les savoir-faire sont maîtrisés, suivi d'un exercice plus technique, ou davantage tourné vers les applications.

Questions de cours.

Écriture de la formule de **Taylor-Young**, de la formule de **Stirling**, ou d'un **DL usuel**.

On attend que l'étudiant sache écrire les DL sous forme « dépliée » (en mettant en valeur les premiers termes) et sous forme théorique avec le symbole \sum .

Liste des DL usuels.

- DL en 0 à l'ordre n de $\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1-x)$, $\ln(1+x)$, \exp , \arctan , $(1+x)^\alpha$, pour $\alpha \in \mathbb{R}$.
- \cos et \cosh à l'ordre $2n$, \sin et \sinh à l'ordre $2n+1$.
- \tan à l'ordre 3.

Savoir-faire importants.

- Savoir calculer une limite, traiter un problème de continuité avec un DL d'ordre 0.
- Savoir traiter un problème de dérivabilité avec un DL à l'ordre 1.
- Savoir obtenir un équivalent, en cherchant une expression du type

$$f(x) = g(x) + o(g(x)) \quad \text{ou} \quad u_n = v_n + o(v_n).$$

- Savoir faire des sommes, produits, **quotients**, composées de DL.
- Savoir interpréter graphiquement les premiers termes d'un DL (équation de la tangente, positions relatives par rapport à la tangente).

À venir en semaine 24 à la rentrée : Séries (à termes positifs)