Colles, semaine 11 (11/12→15/12)

Applications
Relations binaires

Questions de cours.

- Image directe d'une intersection (une inclusion).
  Montrer que l'autre inclusion est vraie si l'application est supposée injective (fait en exercice).
- Image réciproque d'une intersection (ici on a utilisé des équivalences).
- La composée de deux applications injectives est injective.
- La composée de deux applications surjectives est surjective.
- La fonction $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{Z}^2 & \to & \mathbb{R} \\ (p,q) & \mapsto & p+q\sqrt{2} \end{array} \right.$ est injective et non surjective.
- La fonction $g : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R} \\ (x,y) & \mapsto & xy \end{array} \right.$ est surjective et non injective.
- Les relations de congruence sont des relations d'équivalence.
- La relation divise est une relation d'ordre sur $\mathbb{N}$ (ordre non total).

Savoir-faire importants.

- Savoir prouver qu'une application est ou n'est pas injective/surjective.
- Connaître les <u>définitions</u>, notamment celles de l'image directe/réciproque d'un ensemble par une application. Savoir traduire l'appartenance d'un élément à un tel ensemble.
- Ne pas écrire « $f^{-1}(y)$ » lorsque... f^{-1} n'existe pas !
- Savoir prouver que deux applications sont égales.
- Les règles de calcul ensembliste.
- La logique de base (bien rédigée !) :
  preuve d'une implication, d'une inclusion, d'un raisonnement par l'absurde.
- Toute variable est introduite.
- On n'hésite pas à déclarer ses intentions ("montrons que") et on vérifie soi-même qu'on a tenu ses promesses.
- Savoir vérifier qu'une relation est une relation d'équivalence, une relation d'ordre.
- Savoir écrire la classe d'équivalence d'un élément.

À venir en semaine 12 : Structures algébriques