Colles, semaine 27 (27/05→31/05)

Intégrales sur un segment

Le cours **Une construction de l'intégrale de Riemann** a tenu la promesse de son titre mais les étudiants n'ont pas à être interrogés sur ce travail.

Le cours **Intégrales sur un segment** a mis l'accent sur les propriétés de l'intégrale de Riemann d'une fonction continue par morceaux sur un segment : positivité et stricte positivité, croissance, relation de Chasles, linéarité, inégalité triangulaire. Le calcul intégral a été pratiqué toute l'année, notamment l'IPP et les changements de variable, qu'on retrouve dans ce cours avec le théorème fondamental de l'analyse. Parmi les nouveautés : la formule de Taylor avec reste intégral, ainsi que les sommes de Riemann.

Questions de cours.

- Un exemple classique : le lemme de Riemann-Lebesgue ; si $f \in \mathcal{C}^1([a,b],\mathbb{C})$, alors
$$\int_a^b f(t)e^{int}\mathrm{d}t \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} 0.$$
- Preuve du théorème fondamental de l'analyse.
- Domaine de définition et variations de $x \mapsto \int_x^{x^2} \ln^{-1}(t)dt$.
Éventuellement, calcul des limites en 0, $+\infty$ et 1 (*)
- Preuve du théorème de convergence des sommes de Riemann dans le cas d'une fonction de classe lispschitzienne.
- (*) Théorème de Heine : toute fonction continue sur un segment y est uniformément continue.

Savoir-faire importants.

- Savoir faire les calculs simples de primitives : hors de question de sécher si on a besoin d'intégrer $u' \cdot F' \circ u$!
- Savoir faire une IPP sans se tromper. Savoir poser un changement de variable.
- Savoir dériver une fonction de la forme de celle de la troisième question de cours.
- Savoir écrire les polynômes de Taylor en 0 pour les fonctions usuelles (ce sont les même que ceux qui apparaissent dans la formule de Taylor-Young : DL usuels).
- Avoir refait les exemples de convergence de sommes de Riemann (et donc savoir en traiter de nouveaux !)

À venir en semaine 28 : Espaces probabilisés et variables aléatoires.