

Fonctions usuelles

Corrigé

DARVOUX Théo

Septembre 2023

Exercices.

Exponentielle and friends.	1
Exercise 3.1	1
Exercise 3.2	2

Exercise 3.1 [◆◆◆]

Résoudre $2 \ln \left(\frac{x+3}{2} \right) = \ln(x) + \ln(3)$, sur \mathbb{R}_+^* .

Soit $x \in \mathbb{R}_+^*$.

On a :

$$\begin{aligned} 2 \ln \left(\frac{x+3}{2} \right) &= \ln(x) + \ln(3) \\ \iff \ln \left(\left(\frac{x+3}{2} \right)^2 \right) &= \ln(3x) \\ \iff \frac{(x+3)^2}{4} &= 3x \\ \iff x^2 - 6x + 9 &= 0 \\ \iff x &= 3 \end{aligned}$$

Ainsi, 3 est l'unique solution.

Exercice 3.2 [◆◆◆]

Résoudre l'équation $ch(x) = 2$. Que dire des solutions ?

Soit $x \in \mathbb{R}$.

On a :

$$\begin{aligned}\frac{e^x + e^{-x}}{2} &= 2 \\ \iff e^x + e^{-x} &= 4 \\ \iff e^{2x} - 4e^x + 1 &= 0 \\ \iff e^x &= 2 \pm \sqrt{3} \\ \iff x &= \ln(2 \pm \sqrt{3})\end{aligned}$$

Ainsi, $\ln(2 - \sqrt{3})$ et $\ln(2 + \sqrt{3})$ sont les uniques solutions dans \mathbb{R} .

On remarque que :

$$\ln(2 + \sqrt{3}) = -\ln\left(\frac{1}{2 + \sqrt{3}}\right) = -\ln(2 - \sqrt{3})$$

Les solutions sont opposées.