

Colles, semaine 30 (17/06→21/06)

Espérance et variance

Questions de cours.

- Orthonormalisation d'une famille de deux ou trois vecteurs.
- L'espérance de la loi binomiale : le calcul direct et celui utilisant la linéarité de l'espérance.
- Espérance d'un produit dans le cas de variables indépendantes.
- Variance d'une somme de n variables aléatoires.
Application au calcul de la variance de la loi binomiale.
- Preuve de l'inégalité de Markov.
Application : obtention de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- Inégalité de concentration.
On considère X_1, \dots, X_n n variables aléatoires indépendantes de même moyenne m et de même variance σ^2 . Pour $\varepsilon > 0$, preuve que $P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - m\right| \geq \varepsilon\right) = O\left(\frac{1}{n}\right)$.

Savoir-faire importants.

- Savoir calculer une espérance (à l'aide de la définition ou du théorème du transfert).
- Connaître les propriétés de l'espérance et vénérer sa linéarité.
- Savoir calculer une variance, éventuellement en calculant d'abord le moment d'ordre 2.
- Savoir écrire la variance d'une somme de variables aléatoires, notamment dans le cas simple de variables décorréliées deux à deux.
- Majorer la probabilité qu'une variable soit trop grande ou trop loin de sa moyenne, avec les deux inégalités du programme.

À venir la semaine prochaine Rien... toutes les bonnes choses ont une fin.