# Réviser la physique de MP2I en 11 jours

## Programme de révision par chapitre

Le tableau ci-dessous donne une proposition de planning de révision pour balayer les 23 chapitres de l'année.

| **Jours** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Électrocinétique** | | E1 | | E2 | | E3 | | E4 | | E5 | |
| **Mécanique** | M1 | | M2 | | M3 | | M5 | M4 | M6 | | M7 |
| **Thermodynamique** | | T1 | | T2 | | T3 | | T4 | | T5 | |
| **Optique et ondes** | O1 | | O2 | | O3 | | | | | | |
| **Induction** | | | | | | | I1 | | I2 | | |
| **Quantique** | | | | | | | | | | | Q1 |

## ED

Chaque jour, une équation différentielle correspondant à une situation physique simple est proposée. En plus de la résolution analytique et de la représentation graphique, cela peut être l'occasion de la résoudre numériquement à l'aide de la méthode d'Euler et/ou de la fonction `odeint`. Dans le cas où l'équation différentielle doit être linéarisée pour la résolution analytique, la résolution numérique de l'équation non linéaire reste possible et la comparaison des différents résultats est intéressante.

Les situations qui relèvent de l'électrocinétique peuvent être abordées en notation réelle et/ou complexe, tandis que celles qui relèvent de la mécanique peuvent être abordées avec le PFD, les théorèmes énergétiques et/ou le TMC. Là encore, il peut être intéressant de comparer les différentes méthodes !

## Exercice

Chaque jour, quelques exercices en rapport avec les chapitres du jour sont donnés. Il sont de difficulté variable, classée entre ☆☆☆ pour les applications directes du cours et ★★★ pour les exercices les plus difficiles. Certains d'entre vous reconnaitront quelques exercices donnés en colle pendant l'année.

S'il reste des coquilles, n'hésitez pas à me les faire remonter. Je maintiendrai une version corrigée sur CdP le cas échéant.

# Jour 1

## ED1

On considère un circuit $RC$ soumis à un échelon de tension $E$ à $t = 0$ : la tension aux bornes du générateur est nulle pour $t < 0$ et vaut $E$ pour $t \geqslant 0$. Le condensateur est initialement déchargé.

Déterminer la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$ pour $t \geqslant 0$. Représenter graphiquement son allure.

## ★★★ Exercice 1 – Mouche trotteuse

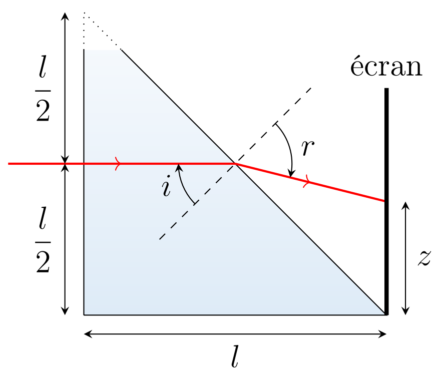
Une mouche est sur l'extrémité $r_0$ de la trotteuse d'une horloge. Elle se dirige vers le centre en restant sur l'aiguille à une vitesse constante de $v_0 = 1\,\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

1. Quel est le mouvement de la mouche dans le référentiel terrestre ? Et par rapport à la trotteuse ?
2. Quelle est la vitesse angulaire de rotation de la mouche ?
3. Donner la position, la vitesse et l'accélération de la mouche en coordonnées cylindriques.
4. Pour conserver sa vitesse uniforme, la mouche doit-elle dépenser plus d'énergie proche ou loin du centre ?

**2.** $\omega_0 = 0{,}10\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ ; **3.** $\vec{a} = -(r_0 - v_0 t)\omega_0^2\vec{e_r} - 2v_0\omega_0\vec{e_\theta}$.

## ★★★ Exercice 2 – Mesure d'indice

Une cuve en verre a la forme d'un prisme de section droite rectangle isocèle. Elle est posée sur une des arêtes de longueur $l = 30{,}0\,\mathrm{cm}$ du triangle isocèle et le sommet opposé à ce côté est ouvert pour permettre de remplir la cuve d'un liquide transparent d'indice $n$. Un rayon lumineux est envoyé perpendiculairement à la face verticale de la cuve, à la hauteur $l/2$. On néglige l'effet des parois en verre sur la propagation du rayon lumineux.




On repère la hauteur $z$ à laquelle le faisceau émergent rencontre un écran situé à une distance $l$ de la face d'entrée du dispositif.

1. Exprimer et calculer l'indice maximal $n_{\max}$ qu'il est possible de mesurer avec ce dispositif.
2. Exprimer l'indice $n$ du liquide en fonction de $l$ et $z$.
3. La mesure avec un liquide inconnu donne $z = 6{,}70\,\mathrm{cm}$. Identifier ce liquide.

| **Liquide** | **Indice de réfraction** |
|---|---|
| éther | 1,350 |
| éthanol | 1,361 |
| octane | 1,395 |
| toluène | 1,497 |

**1.** $n_{\max} = \dfrac{1}{\sin i} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$ ; **2.** $n = \sqrt{2}\sin\left(\dfrac{\pi}{4} + \arctan\left(\dfrac{l-2z}{l}\right)\right)$ ; **3.** $n = 1{,}36$ : éthanol.

## ★★★ Exercice 3 – Poursuite de mouches

Les quatre mouches Adèle, Berthe, Célestine et Dorothée sont initialement aux quatre sommets $A$, $B$, $C$ et $D$ d'un carré de côté $l_0$. Adèle vole vers Berthe, Berthe vers Célestine, Célestine vers Dorothée et Dorothée vers Adèle avec des vitesses de même module constant $v_0$.

**1.** Au bout de combien de temps les quatre mouches atteindront-elles le centre du carré ?

**2.** Déterminer l'équation de la trajectoire $r(\theta)$ en coordonnées polaires.

https://femto-physique.fr/simulations/courbes-de-poursuite.php

On peut remarquer que l'axe $(Oz)$ passant par le centre du carré et perpendiculaire au plan $ABCD$ est un axe de répétition pour le problème : les quatre mouches resteront continuellement aux quatre sommets d'un carré de centre $O$ (de côté et d'orientation variables). L'évolution de la situation entre les instants $t$ et $t + \mathrm{d}t$ permet d'obtenir l'équation du mouvement.

**1.** $t_f = \dfrac{l_0}{v_0}$ ; **2.** $r(\theta) = \dfrac{l_0}{\sqrt{2}} e^{-\theta}$.

# Jour 2

## ED2

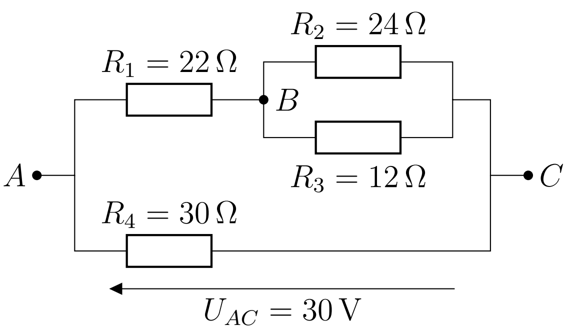
On considère une masse $m$ en chute libre dans le champ de pesanteur terrestre, lâchée à l'instant $t = 0$ avec une vitesse initiale nulle depuis une hauteur $h = 1\,\text{m}$.

Déterminer l'évolution de l'altitude $z(t)$ et la durée $\tau$ de la chute.

## ★★★ Exercice 4 – Association de résistances et intensités

Pour le morceau de montage électrique représenté ci-dessous, déterminer :

1. La résistance équivalente entre les nœuds $A$ et $C$.
2. La valeur de la tension $U_{BC}$.
3. Les intensités des courants dans chaque résistance.
4. La puissance dissipée par effet Joule dans $R_4$.




**1.** $R_{\text{éq}} = 15\,\Omega$ ; **2.** $U_{\text{BC}} = 8{,}0\,\text{V}$ ; **3.** $I_1 = I_4 = 1\,\text{A}$, $I_2 = 0{,}33\,\text{A}$ et $I_3 = 0{,}67\,\text{A}$ ; **4.** $\mathcal{P}_4 = \dfrac{U_{AC}^2}{R_4} = 30\,\text{W}$.

## ★★★ Exercice 5 – Remplissage d'une bouteille de plongée

On désire remplir une bouteille de plongée en utilisant un compresseur à piston. Un volume $V_1$ d'air à la température $T_1$ et la pression $P_1$ est comprimé jusqu'à atteindre un volume $V_2 < V_1$. On supposera que l'air contenu dans le compresseur se comporte comme un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma > 1$ et de capacité thermique à volume constant $C_\text{v}$. Les données de l'énoncé sont $P_1$, $T_1$, $V_1$, $V_2$ et $C_\text{v}$.

1. On suppose que cette évolution est isotherme.
   - **1.a.** Exprimer en fonction des données de l'énoncé, la pression $P_2$ et la température $T_2$ de l'air à l'état final.
   - **1.b.** Exprimer en fonction des données de l'énoncé, le transfert thermique $Q$ et le travail $W$ fourni à l'air au cours de cette évolution. Quel est le signe de chacune de ces grandeurs ?
   - **1.c.** Observe-t-on un échauffement de l'air au cours de cette compression ?
   - **1.d.** Que vaut la variation d'entropie $\Delta S$ au cours de cette évolution ? Quel est son signe ? Cette évolution est-elle réversible ?
2. On suppose maintenant que cette évolution est adiabatique et réversible.
   - **2.a.** Exprimer en fonction des données de l'énoncé, la pression $P_2'$ et la température $T_2'$ de l'air à l'état final.
   - **2.b.** Exprimer en fonction des données de l'énoncé, le transfert thermique $Q'$ et le travail $W'$ fourni à l'air au cours de cette évolution. Quel est le signe de chacune de ces grandeurs ?


Retour au sommaire

**2.c.** Observe-t-on un échauffement de l'air au cours de cette compression ?

**2.d.** Que vaut la variation d'entropie $\Delta S'$ au cours de cette évolution ?

**3.** Représenter ces deux évolutions dans un même diagramme de Watt $(P, V)$.

**4.** En déduire si $W'$ est supérieur ou inférieur à $W$.

Variation d'entropie de $n$ moles d'un gaz parfait entre deux états $i$ et $f$ : $\Delta S = S_f - S_i = C_\mathrm{v} \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$.

**1.a.** $T_2 = T_1$ et $P_2 = P_1 \frac{V_1}{V_2}$ ; **1.b.** $W = -P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -Q > 0$ ; **1.c.** $T = \text{cste}$ ; **1.d.** $\Delta S = \frac{P_1 V_1}{T_1} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = S_\text{éch}$ donc $S_c = 0$. **2.a.** $T_2' = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$ et $P_2' = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$ ; **2.b.** $Q' = 0$, $W' = \Delta U = C_\mathrm{v} T_1 \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} - 1\right) > 0$ ; **2.c.** $T_2' > T_1$ ; **2.d.** $\Delta S' = 0$ ; **3.** Dans le diagramme de Watt, l'isoS est au dessus de l'isoT ; **4.** $W' > W$.

# Jour 3

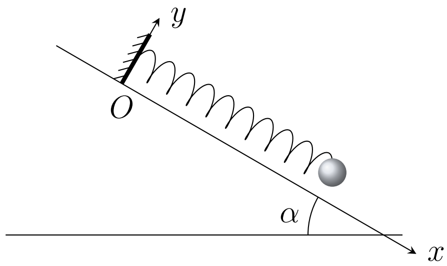
## ED3

On considère un circuit $RLC$ en régime libre, le condensateur étant initialement chargé à $E$ et l'intensité du courant nulle. On prendra $C = 1\,\mu\text{F}$, $L = 40\,\text{mH}$ et $R = 100\,\Omega$.

Déterminer $u_C(t)$, la tension aux bornes du condensateur. Représenter graphiquement son allure.

## ★☆☆ Exercice 6 – Ressort sur un plan incliné

Un objet ponctuel de masse $m$, fixé à un ressort de constante de raideur $k$ et de longueur à vide $\ell_0$, attaché de $O$, se déplace le long d'un plan incliné d'un angle $\alpha$. On suppose la masse du ressort nulle, ainsi que sa longueur quand il est comprimé. La position de la masse est $x_e$ à l'équilibre. On néglige les frottements.




1. Établir l'expression de $x_e$.
2. À l'instant initial, on lance la masse, situé en $x_e$, avec une vitesse $v_0$ vers $O$. Déterminer le mouvement $x(t)$.
3. Établir une condition sur $v_0$ pour laquelle la masse frappe le point $O$.
4. À quel instant le choc a-t-il lieu est quelle est alors la vitesse de la masse ?

**1.** $x_e = \ell_0 + \dfrac{mg\sin\alpha}{k}$ ; **2.** $x(t) = x_e - \dfrac{v_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t$, avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ ; **3.** $v_0 \geqslant \omega_0 x_e$ ; **4.** $t_{\text{choc}} = \dfrac{1}{\omega_0}\arcsin\left(\dfrac{\omega_0 x_e}{v_0}\right)$ et $v_{\text{choc}} = -v_0\sqrt{1 - \dfrac{\omega_0^2 x_e^2}{v_0^2}}$.

## ★☆☆ Exercice 7 – Photographier la tour de Pise

Un photographe désire photographier la tour de Pise $AB$, haute de 57 m. Il se place à une distance $D = 2\,\text{km}$ de la tour. Il utilise pour cela un téléobjectif constitué d'une lentille convergente $\mathcal{L}_1$ de distance focale $f'_1 = \overline{O_1F'_1} = 50\,\text{mm}$, suivie d'une lentille divergente $\mathcal{L}_2$ de distance focale $f'_2 = \overline{O_2F'_2} = -25\,\text{mm}$. La distance entre les centres des deux lentilles est $\overline{O_1O_2} = 31{,}2\,\text{mm}$. La base $A$ de la tour se trouve sur l'axe optique de la lentille et on néglige l'inclinaison de la tour, de sorte que l'objet $AB$ est perpendiculaire à cet axe.

1. Soit $\overline{A'B'}$ l'image de $\overline{AB}$ par $\mathcal{L}_1$. Préciser la position de $A'B'$ par rapport à $O_2$ et indiquer la nature de $A'B'$ pour la lentille $\mathcal{L}_2$.
2. Faire la construction géométrique donnant l'image $A''B''$ de la tour à travers le système des deux lentilles. Déterminer la position de $\overline{A''B''}$ par rapport à $O_2$ puis la taille de cette image. Évaluer l'encombrement $E_1$ du téléobjectif.

**3.** Quelle serait la distance focale $f_3'$ d'une lentille convergente unique $\mathcal{L}_3$ qui donnerait de la tour la même taille d'image $A''B''$ que le téléobjectif ? Comparer son encombrement $E_2$ à $E_1$. Conclure.

Relations de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$ et $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$.

**1.** $\overline{O_2A'} = 18{,}8\,\text{mm}$ ; **2.** $\overline{O2A''} = \dfrac{\overline{O_2A'}f_2'}{\overline{O_2A'}+f_2'} = 75{,}8\,\text{mm}$, $\overline{A''B''} \approx -f_1'\dfrac{\overline{AB}}{D} \times \dfrac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2A'}} = -5{,}7\,\text{mm}$ et $E_1 = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A''} = 107\,\text{mm}$. **3.** $E_2 \approx f_3' = -\overline{A''B''}\dfrac{D}{\overline{AB}} = 201\,\text{mm} \approx 2E_1$.

# Jour 4

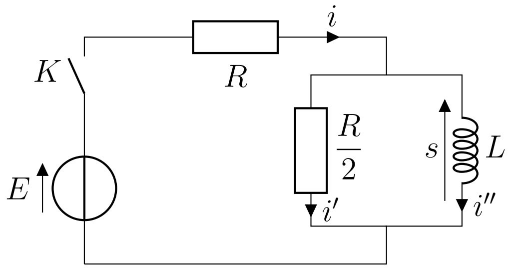
## ED4

On considère une masse $m$ accrochée à un ressort horizontal de constante de raideur $k$ et de longueur à vide $l_0$. On note $l(t)$ la longueur du ressort à un instant $t$ et on néglige les frottements. À l'instant initial, on étire le ressort à une longueur $l_i$ et on lâche la masse avec une vitesse initiale nulle.

Déterminer l'évolution de $l(t)$. Représenter graphiquement son allure.

## ★☆☆ Exercice 8 – Étude d'un circuit $RL$

Dans le circuit représenté ci-dessous le générateur de tension a une force électromotrice constante $E$. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur $K$ qui était ouvert depuis très longtemps.




1. Donner les valeurs des intensités $i$, $i'$ et $i''$ et de la tension $s$ à l'instant $t = 0^+$.
2. Que vaut $s(t)$ lorsque $t$ tend vers l'infini ?
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$.
4. En déduire l'expression de $s(t)$ et tracer l'allure de $s(t)$.
5. Exprimer en fonction de $L$ et de $R$ le temps $t_0$ au bout duquel $s(t)$ a été divisée par 10.
6. On mesure $t_0 = 30\,\mu\mathrm{s}$ pour $R = 1{,}0\,\mathrm{k}\Omega$. En déduire la valeur de $L$.

**1.** $i(0^+) = i'(0^+) = \dfrac{2E}{3R}$, $i''(0^+) = 0$ et $s(0^+) = \dfrac{E}{3}$ ; **2.** $\lim_{t\to\infty} s(t) = 0$ ; **3.** $\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \dfrac{s}{\tau} = 0$ avec $\tau = \dfrac{3L}{R}$ ; **4.** $s(t) = \dfrac{E}{3}e^{-t/\tau}$ ; **5.** $t_0 = \dfrac{3L}{R}\ln 10$ ; **6.** $L = 4{,}3\,\mathrm{mH}$.

## ★☆☆ Exercice 9 – Chauffage d'une chambre

Une chambre est séparée de l'extérieur par des murs en béton, de résistance thermique $R_{\mathrm{th}} = 2{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{K \cdot W^{-1}}$. La température régnant à l'extérieur est supposée constante et égale à $T_0 = 280\,\mathrm{K}$. La température $T(t)$ à l'intérieur du local et sur ses murs est supposée uniforme mais non stationnaire. La pièce est chauffée par un radiateur délivrant une puissance $\mathcal{P} = 2{,}0\,\mathrm{kW}$. La capacité thermique totale de la chambre est $C = 45\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1}}$. À l'instant $t = 0$, la température est $T(0) = T_0$ et on allume le radiateur.

1. Exprimer le flux thermique $\Phi$ perdu ($\Phi \geqslant 0$) par la pièce à cause des fuites thermiques.
2. Déterminer l'expression de la température $T(t)$ et tracer son allure.
3. Calculer la durée nécessaire à l'établissement du régime permanent.
4. Calculer la température dans la chambre une fois le régime stationnaire établi. Faudrait-il augmenter ou bien diminuer la puissance du radiateur ?

**1.** $\Phi = \dfrac{T - T_0}{R_{\mathrm{th}}}$ ; **2.** $T(t) = T_0 + R_{\mathrm{th}}\mathcal{P}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ avec $\tau = R_{\mathrm{th}}C$ ; **3.** $5\tau = 75\,\mathrm{min}$ ; **4.** $\lim_{t\to\infty} T(t) = T_0 + R_{\mathrm{th}}\mathcal{P} = 320\,\mathrm{K}$.

# Jour 5

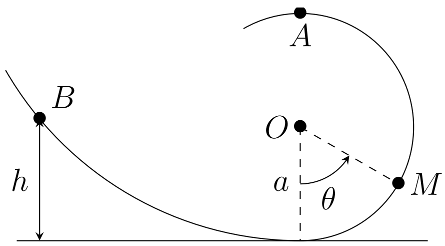
## ED5

On considère un circuit $RL$ soumis à un échelon de tension $E$ à $t = 0$. Le courant est initialement nul dans le circuit.

Déterminer l'intensité du courant $i(t)$. Représenter graphiquement son allure.

## ★★☆ Exercice 10 – Looping

Une bille ponctuelle de masse $m$ est lâchée depuis le point $B$ avec une vitesse initiale nulle. Elle glisse sans frottement sur le plan incliné puis dans le looping. Pour repérer la bille dans le looping, on introduit le repère polaire $(O, \vec{e_r}, \vec{e_\theta})$.




1. Exprimer la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ de la bille en bas du looping ($\theta = 0$), puis en un point quelconque du looping en fonction de $\theta$.
2. Écrire le PFD pour la bille dans le looping. En déduire l'expression de la réaction normale $\overrightarrow{R_N} = -R_N \vec{e_r}$ en fonction de $\theta$ et $h$.
3. Montrer qu'à $h$ fixé, la réaction est minimale au point $A$.
4. En déduire une condition sur $h$ pour que la bille effectue un looping complet.
5. Dans le cas où $h$ est insuffisant, donner l'expression de l'angle de décrochage $\theta_d$, ainsi que de l'altitude de décrochage $z_d$.

**1.** $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{a^2}(h - a(1 - \cos\theta))}$ ; **2.** $R_N = mg\left(\frac{2h}{a} - 2 + 3\cos\theta\right)$ ; **3.** $\cos\theta$ minimal en $\theta = \pi$ ; **4.** $h > 5a/2$ ; **5.** $\theta_d = \arccos\left(\frac{2}{3a}(a - h)\right)$ et $z_d = \frac{a + 2h}{3}$.

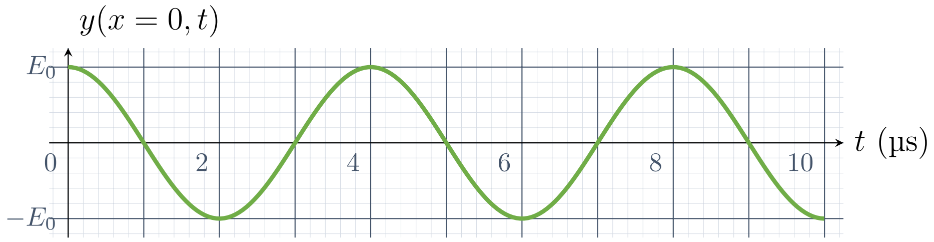
## ★★★ Exercice 11 – Onde progressive

On considère une onde électromagnétique progressive caractérisée par la fonction :

$$E_y(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kx).$$

1. Quelle est la direction de propagation de cette onde ?

La figure ci-dessous représente, en un point fixe ($x = 0$), l'évolution temporelle de $E_y(x,t)$.




2. En déduire : la période temporelle $T$, la fréquence $f$ et la longueur d'onde de cette onde. De quel type d'onde électromagnétique s'agit-il ?

3. Représenter l'évolution spatiale de $E_y(x,t)$, à l'instant $t = 0$.
4. Ajouter sur le graphique précédent la représentation de l'évolution spatiale de $E_y(x,t)$ à l'instant $t = T/4$. Comparer les deux courbes précédentes en lien avec la notion de propagation.

**1.** Propagation selon $+\overrightarrow{e_x}$ ; **2.** $T = 4\,\mu\text{s}$ et $f = 250\,\text{kHz}$ : onde radio ; **3.** même allure, période spatiale $\lambda = c/f$ ; **4.** même allure, décale d'un quart de longueur d'onde vers la droite.

# Jour 6

## ED6

On considère un pendule simple de longueur $l$ auquel est accrochée une masse $m$. On néglige les frottements et on notera $\theta$ l'angle formé par le fil du pendule avec la verticale.

Déterminer $\theta(t)$ dans l'approximation des petits angles à l'aide d'une méthode énergétique. Représenter graphiquement son allure.

## ★☆☆ Exercice 12 – Détente d'un gaz

Une mole de gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma$ est contenue dans un cylindre thermostaté à la température $T_0 = 300\,\text{K}$. On envisage la détente de ce gaz, du volume $V_1$ au volume $V_2 = 2V_1$, par trois procédés différents. Dans les trois cas, il y a équilibre thermique avec le thermostat aux états initial et final et il y a équilibre mécanique à l'état final.

- Méthode 1 : on déplace de manière « lente » et progressive le piston qui clos le cylindre.
- Méthode 2 : on réduit brusquement la pression sur le piston.
- Méthode 3 : le cylindre est divisé en deux compartiments de même volume $V_1$ par une membrane, l'un des compartiments contient du gaz, l'autre est vide. On crève la membrane.

Calculer pour chacun des trois procédés la variation d'entropie $\Delta S$ du gaz, l'entropie échangée $S_{\text{éch}}$ et l'entropie créée $S_c$.

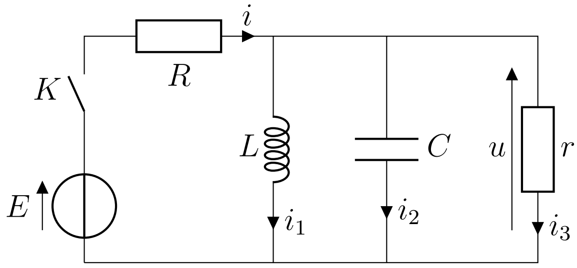
Pour un gaz parfait, on donne

$$S(T,P) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ln\frac{T}{T_{\text{ref}}} - nR\ln\frac{P}{P_{\text{ref}}} + S_{\text{ref}}\ ;$$
$$S(T,V) = \frac{nR}{\gamma-1}\ln\frac{T}{T_{\text{ref}}} + nR\ln\frac{V}{V_{\text{ref}}} + S_{\text{ref}}.$$

**1.** $\Delta S = nR\ln 2 = S_{\text{éch}}$, $S_c = 0$ ; **2.** $\Delta S = nR\ln 2$, $S_{\text{éch}} = \frac{nR}{2}$, $S_c = nR\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)$ ; **3.** $\Delta S = nR\ln 2 = S_c$, $S_{\text{éch}} = 0$.

## ★★☆ Exercice 13 – Circuit du deuxième ordre

Considérons le montage dont le schéma est représenté ci-contre. La source de tension de ce montage sera considérée idéale de f.é.m. $E$ constante. Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé et la bobine supposée idéale n'est parcourue par aucun courant. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur $K$.




1. Déterminer, les valeurs de $u$, $i$, $i_1$, $i_2$ et $i_3$ à la date $t = 0^+$ et pour $t \to +\infty$.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $i_3$, en posant :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{RrC\omega_0}{R+r} = \frac{Rr}{(R+r)L\omega_0}.$$

**3.** Donner la relation entre $R$, $r$, $L$ et $C$ pour que le régime soit de type pseudopériodique et exprimer $i_3(t)$ dans ce cas.

**1.** $u(t=0^+)=0$, $i(t=0^+)=i_2(t=0^+)=E/R$, $i_1(t=0^+)=i_3(t=0^+)=0$ et $\lim\limits_{t\to\infty} u(t)=0$, $\lim\limits_{t\to\infty} i(t)=\lim\limits_{t\to\infty} i_1(t)=E/R$, $\lim\limits_{t\to\infty} i_2(t)=\lim\limits_{t\to\infty} i_3(t)=0$ ; **2.** $\dfrac{\mathrm{d}^2 i_3}{\mathrm{d}t^2}+\dfrac{\omega_0}{Q}\dfrac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2 i_3=0$ ; **3.** $i_3(t)=\dfrac{E}{rRC\Omega}\exp\left(-\dfrac{\omega_0}{2Q}t\right)\sin\Omega t$ avec $\Omega=\omega_0\sqrt{1-\dfrac{1}{4Q^2}}$.

# Jour 7

## ED7

On considère un circuit $LC$ en régime libre, le condensateur étant initialement chargé à $E$ et l'intensité de courant nulle initialement.

Déterminer la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur. Représenter graphiquement son allure.

## ★☆☆ Exercice 14 – Pendule lesté

On considère un pendule formé d'une tige rigide de longueur $L$ sur laquelle sont fixées deux masses $m$ identiques à distance $L/2$ et $L$ du centre. On néglige le moment d'inertie de la tige.

**1.** Montrer que l'équation du mouvement s'écrit

$$\ddot{\theta} + \frac{6g}{5L}\sin\theta = 0.$$

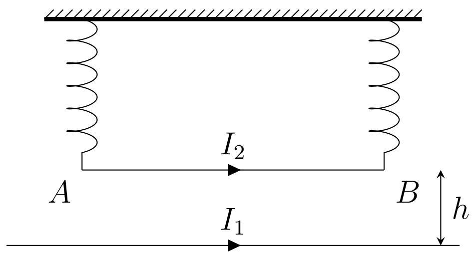
**2.** Montrer que le centre de masse $G$ du système se trouve à distance $3L/4$ de l'axe.

**3.** Obtient-on la même équation en appliquant le théorème du moment cinétique (ou la loi de la quantité de mouvement, ou un théorème de l'énergie mécanique) à un point matériel de masse $2m$ situé au centre de masse $G$ ?

**1.** $\ddot{\theta} + \dfrac{6g}{5L}\sin\theta = 0$ ; **2.** $\overrightarrow{OG} = \dfrac{m\overrightarrow{OM_1} + m\overrightarrow{OM_2}}{2m} = \dfrac{3L}{4}\overrightarrow{e_r}$ ; **3.** $\ddot{\theta} + \dfrac{4g}{3L}\sin\theta = 0$.

## ★★☆ Exercice 15 – Force de Laplace

Un fil infini, fixe est parcouru par un courant constant d'intensité $I_1 = 50\,\mathrm{A}$. Un fil mobile, de masse négligeable, est suspendu à ses extrémités $A$ et $B$ par deux ressorts de constante de raideur $k$. Lorsque l'intensité $I_2$ du courant dans le fil mobile est nul, la distance $h$ entre les deux fils vaut à l'équilibre $h_0$.




Lorsque le courant $I_2$ est égal à $20\,\mathrm{A}$, cette distance à l'équilibre vaut $h_1$.

**1.** Justifier qualitativement que le fil $AB$ se rapproche du fil infini.

**2.** Le champ magnétique créé par le fil infini en tout point de l'espace a pour expression :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\vec{e_\theta},$$

en coordonnées cylindriques définies par rapport à l'axe du fil. Quelle est la force magnétique qu'exerce le fil infini sur le fil $AB$ ?

**3.** Déterminer la raideur du ressort en fonction des données du problème.

4. Donner l'expression de l'énergie potentielle du fil mobile.
5. Détailler la méthode permettant de déterminer les positions d'équilibre du fil mobile. (aucune expression demandée).

**1.** Force de Laplace orientée vers le bas (selon $-\overrightarrow{e_y}$ avec $\overrightarrow{e_y}$ vertical ver le haut) ; **2.** $\overrightarrow{F}_L = -\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi h} AB\overrightarrow{e_y}$ ; **3.** $k = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi h_1(h_0 - h_1)} AB$ ; **4.** $\mathcal{E}_\mathrm{p}(h) = k(h_0 - h)^2 + \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} AB \ln \dfrac{h}{h_0} + \text{cste}$ ; **5.** on cherche $h_{\text{éq}}$ tq $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{E}_\mathrm{p}}{\mathrm{d}h}(h_{\text{éq}}) = 0$.

# Jour 8

## ED8

On considère un parachutiste de masse m en chute libre. Il ouvre son parachute et subit alors une force de frottement fluide de coefficient $\alpha$.

Déterminer sa vitesse $v(t)$ en fonction du temps, une fois le parachute ouvert. Représenter graphiquement son allure. Quelle est sa vitesse maximale atteinte ?

## ★☆☆ Exercice 16 – Fonctions d'état ?

Une mole de dioxygène, assimilé à un gaz parfait, de capacité thermique à volume constant $C_\mathrm{v}$, passe d'un volume $V_1 = 10\,\mathrm{L}$, à la température $\theta_1 = 25\,°\mathrm{C}$ à un volume $V_2 = 20\,\mathrm{L}$ à la température $\theta_2 = 100\,°\mathrm{C}$.

**1.** La détente s'effectue par un chauffage isochore suivi d'une détente isotherme. Donner l'expression du transfert thermique $Q$ et du travail $W$ échangé par le gaz avec l'extérieur.

**2.** La détente s'effectue maintenant par une détente isotherme suivi d'un chauffage isochore.

**2.a.** Représenter le chemin suivi dans le diagramme de Clapeyron.

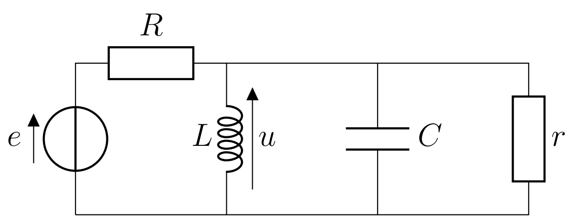
**2.b.** Donner l'expression du transfert thermique $Q'$ et du travail $W'$ échangé par le gaz avec l'extérieur.

**3.** Peut-on dire que le transfert thermique et le travail sont des fonctions d'état ? Justifier en vous appuyant sur les résultats des questions précédentes.

**1.** $W = -nRT_2 \ln 2$ avec $T_2 = 273{,}15\,\mathrm{K} + \theta_2$, $Q = C_\mathrm{v}(T_2 - T_1) + nRT_2 \ln 2$ ; **2.a.** dans Clapeyron : isoV segment vertical, isoT $P \propto V^{-1}$ ; **2.b.** $W' = -nRT_1 \ln 2$, $Q' = C_\mathrm{v}(T_2 - T_1) + nRT_1 \ln 2$ ; **3.** $W \neq W'$ et $Q \neq Q'$ : ce ne sont pas des fonctions d'état.

## ★☆☆ Exercice 17 – Résonance dans un circuit parallèle

On considère maintenant le circuit suivant, où $e(t)$ est une tension sinusoïdale de pulsation $\omega$.




**1.** Donner l'expression de $\underline{u}$, grandeur complexe associée à la tension $u(t)$.

**2.** Établir qu'il y a un phénomène de résonance pour la tension $u$ et exprimer la pulsation à laquelle ce phénomène se produit.

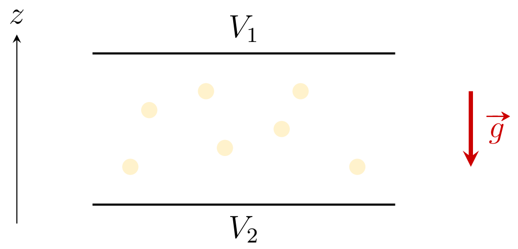
**3.** Que peut-on dire du déphasage entre la tension $\underline{u}$ et la tension $\underline{e}$ à la résonance ?

**1.** $\underline{u} = \dfrac{jL\omega}{R\,(1 - LC\omega^2) + jL\omega\,\left(1 + \frac{R}{r}\right)}\underline{e}$ ; **2.** résonance en $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ ; **3.** $u(t)$ en phase avec $e(t)$ à résonance.

## ★☆☆ Exercice 18 – Mouvement de gouttelettes chargées

On disperse un brouillard de fines gouttelettes sphériques d'huile, de masse volumique $\rho = 1{,}3 \times 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, dans l'espace séparant les deux plaques horizontales d'un condensateur plan, distantes de $d = 2 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$. La tension $U = V_1 - V_2$ aux bornes du condensateur est de l'ordre de quelques kV. Les gouttelettes sont chargées négativement et ont une vitesse initiale nulle.

Toutes les gouttelettes ont le même rayon $R$ de l'ordre du micron, mais pas forcément la même charge $q < 0$, avec $|q|$ de l'ordre de quelques $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$. Les frottements de l'air, de masse volumique $\rho_a = 1{,}3\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, sont modélisés par une force de frottement visqueux $\vec{f} = -k\vec{v}$, avec $k = \alpha R$ et $\alpha = 3{,}4 \times 10^{-4}\,\mathrm{SI}$.




1. Effectuer un bilan des forces s'exerçant sur une gouttelette. Peut-on en négliger ?

### Mouvement en l'absence de champ électrique

On impose dans cette partie seulement $U = 0\,\mathrm{V}$.

2. Déterminer la vitesse limite $\vec{v_0}$.
3. On mesure $v_0 = 2{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Déterminer la valeur de $R$.
4. Déterminer l'expression de la vitesse des gouttes $\vec{v}(t)$. On fera apparaitre un temps caractéristique $\tau$.

### Mouvement en présence d'un champ électrique

On applique une différence de potentiel $U$ de manière à ralentir la chute des gouttelettes.

5. Donner le sens et la direction du champ $\vec{E}$. En déduire la plaque dont le potentiel électrique est le plus élevé et donner l'expression du champ $\vec{E}$.
6. Une partie des gouttelettes s'immobilise pour $U_1 = 3{,}2\,\mathrm{kV}$, une autre pour $U_2 = 4{,}8\,\mathrm{kV}$, etc. Exprimer puis calculer les charges $q_1$ et $q_2$ de ces deux groupes de gouttelettes.
7. Que remarque-t-on ?

**1.** Poids $\vec{P} = -\dfrac{4}{3}\pi R^3 \rho g \vec{e_z}$, poussée d'Archimède $\vec{\Pi} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \rho_a g \vec{e_z}$ (négligeable devant le poids car $\rho_a \ll \rho$), frottements $\vec{f} = -\alpha R \vec{v}$, force de Lorentz $\vec{F}_L = -q\dfrac{U}{d}\vec{e_z}$ ; **2.** $\vec{v}_0 = -\dfrac{4\pi R^2 \rho g}{3\alpha}\vec{e_z}$ ; **3.** $R = \sqrt{\dfrac{3\alpha v_0}{4\pi\rho g}} = 1{,}1\,\mathrm{\mu m}$ ; **4.** $\vec{v}(t) = \vec{v_0}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ avec $\tau = \dfrac{4\pi R^2 \rho}{3\alpha}$ ; **5.** $\vec{E} = -\dfrac{U}{d}\vec{e_z}$, $U > 0$ ; **6.** $q = -\dfrac{4\pi R^3 \rho g d}{3U}$, $q_1 = -4{,}8 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ et $q_2 = -3{,}2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ ; **7.** $q_1 \approx -3e$ et $q_2 \approx -2e$.

# Jour 9

## ED9

On considère un circuit $RLC$ en régime libre, le condensateur étant initialement déchargé et l'intensité du courant dans la bobine $I_0$. On prendra $C = 0{,}1\,\mathrm{mF}$, $L = 40\,\mathrm{mH}$ et $R = 200\,\Omega$.

Déterminer l'intensité du courant $i(t)$ aux bornes du condensateur. Représenter graphiquement son allure.

## ★★★ Exercice 19 – Détermination de paramètres cosmologiques grâce à la troisième loi de Kepler

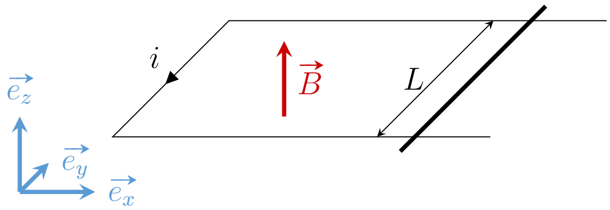
Un mobile gravite autour d'un astre sur une trajectoire elliptique de période $T$ et de demi grand axe $a$.

1. Rappeler la troisième loi de Kepler.
2. Déterminer la valeur de ce rapport pour un corps qui gravite autour du Soleil en utilisant les paramètres de l'orbite terrestre $T = 1\,\mathrm{an}$ et $a = 1\,\mathrm{ua} = 150 \times 10^6\,\mathrm{km}$.
3. Sachant que $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$, montrer que l'expression théorique de cette constante en fonction de la constante gravitationnelle $G$ et de la masse du Soleil $M_S$ permet de déterminer la masse du Soleil.
4. Le produit $GM_T$ de la masse de la Terre $M_T$ par la constante de gravitation $G$ est égal à $GM_T = 3{,}986 \times 10^{14}\,\mathrm{m^3 \cdot s^{-2}}$. La période de révolution de la Lune autour de la Terre vaut $T = 27{,}3\,\mathrm{jours}$. Déterminer le demi-grand-axe de l'orbite de la Lune.

**1.** $\dfrac{T^2}{a^3} = \mathrm{cste}$ ; **2.** $\dfrac{T^2}{a^3} = 2{,}95 \times 10^{-19}\,\mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}$ **3.** $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_S}$, $M_S = \dfrac{4\pi^2 a^3}{GT^2} = 2{,}0 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$ ; **4.** $a = \left(\dfrac{GM_T T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 383 \times 10^3\,\mathrm{km}$.

## ★★★ Exercice 20 – Rail de Laplace

Une barre mobile se déplace sans frottement le long de l'axe $\vec{e_x}$ sur deux rails (dits de Laplace). Le dispositif est placé dans le champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{e_z}$. La barre de masse $m$ possède une résistance $R$. Initialement, on communique à la barre une vitesse $\vec{v} = v_0\vec{e_x}$.




1. Décrire les phénomènes ayant lieu. Interpréter à l'aide de la loi de Lenz.
2. Établir l'équation électrique.
3. Établir l'équation mécanique. Pourquoi parle-t-on de couplage électromécanique ?
4. Établir l'expression de l'intensité $i(t)$ et de la vitesse $v(t)$. Interpréter.

**1.** Le flux augmente, induction, $i < 0$ (Lenz), la barre est freinée ; **2.** $BLv + Ri = 0$ ; **3.** $\dot{v} = \dfrac{BL}{m}i$ ; **4.** $v(t) = v_0 e^{-t/\tau}$, $i(t) = -\dfrac{BLv_0}{R}e^{-t/\tau}$ avec $\tau = \dfrac{mR}{(BL)^2}$.

# Jour 10

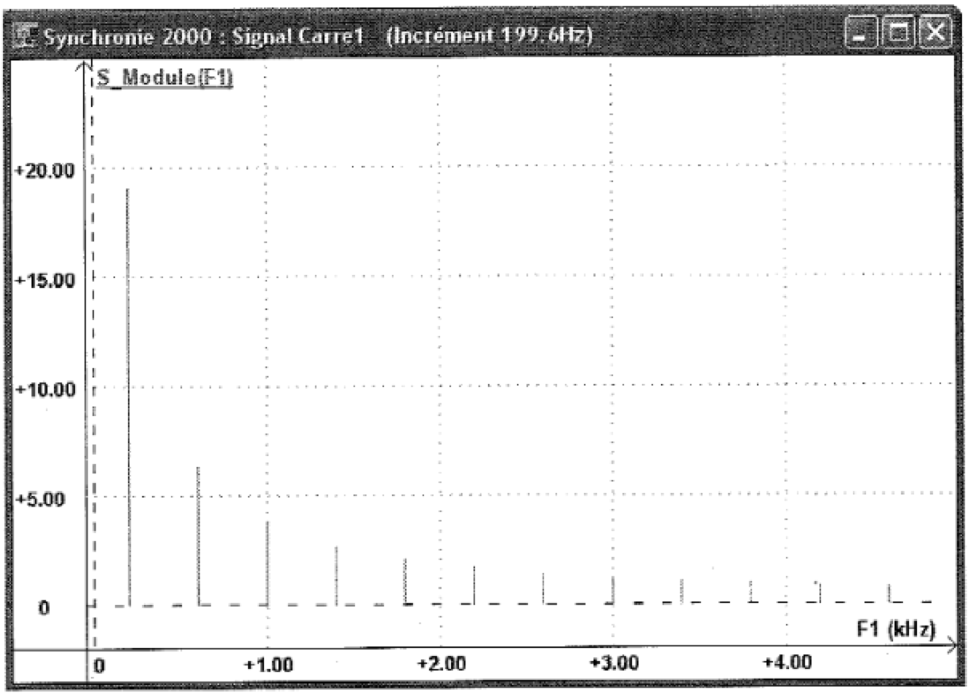
## ED10

On considère un pendule de longueur $l$ auquel est accrochée une masse $m$. On notera $\theta$ l'angle formé par le fil du pendule avec la verticale.

Déterminer $\theta(t)$ dans l'approximation des petits angles, en prenant en compte des frottements fluides faibles de coefficient $\alpha$. Représenter graphiquement son allure.

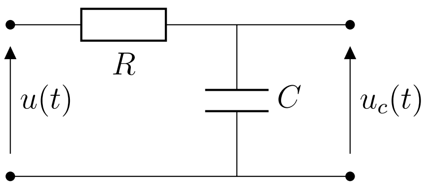
## ★☆☆ Exercice 21 – Filtrage

Le spectre en amplitude d'une tension, notée $u(t)$, est représenté ci-dessous.




1. Quelle est la fréquence de $u(t)$ ?
2. Quelle est l'amplitude de l'harmonique de rang 5 ?

La tension $u(t)$ est appliquée en entrée du montage ci-contre. On note $u_n(t)$ l'harmonique de rang $n$ de $u(t)$ et $u_{cn}(t)$ l'harmonique de rang $n$ de $u_c(t)$. $\underline{U_n}$ et $\underline{U_{cn}}$ sont les amplitudes complexes associés à $u_n(t)$ et $u_{cn}(t)$.




$R = 10\,\mathrm{k\Omega}$ ; $C = 10\,\mathrm{nF}$

3. Exprimer $\underline{U_{cn}}$ en fonction de $\underline{U_n}$, de la pulsation de l'harmonique de rang $n$, de $R$ et de $C$.
4. Calculer l'amplitude de l'harmonique de rang 5 de $u_c(t)$.
5. Quelle est la nature de ce filtre ? Les caractéristiques de ce filtre sont-elles en accord avec la réponse à la question précédente ?

**1.** $f = 200\,\mathrm{Hz}$ ; **2.** $U_5 = 3{,}9\,\mathrm{V}$ ; **3.** $\underline{U_{cn}} = \dfrac{\underline{U_n}}{1 + jRC \times 2n\pi f}$ ; **4.** $U_{c5} = 3{,}3\,\mathrm{V}$ ; **5.** passe-bas, $U_{c5} < U_5$.

## ★★★ Exercice 22 – Cycle de Diesel

Ce moteur imaginé par Rudolf Diesel à la fin du XIX$^{\text{e}}$ siècle est, comme le moteur à essence, un moteur à combustion interne à quatre temps : admission d'air frais, compression, injection de carburant et combustion, détente et échappement.

Pour simplifier, on considère que l'air effectue un cycle fermé sans modification chimique. La combustion est remplacée par un transfert thermique et les deux phases d'échappement et d'admission sont remplacées par un refroidissement isochore. Le cycle fictif $ABCD$, idéalisé, se décompose en quatre transformations successives :

- compression adiabatique réversible $AB$ ;
- échauffement isobare $BC$ ;
- détente adiabatique réversible $CD$ ;
- refroidissement isochore $DA$.

On pose $a = V_A/V_B$ et $b = V_C/V_B$. L'air contenu dans le cylindre est assimilé à un gaz parfait de rapport $\gamma$ constant.

1. Tracer l'allure du diagramme de Watt $(P, V)$ du cycle.
2. Définir et calculer son rendement $\eta$ en fonction des rapports $\gamma$, $a$ et $b$. Étudier très sommairement la fonction $\eta(a)$ pour $b$ fixé.
3. Calculer $\eta$ et les températures pour $T_A = 300\,\mathrm{K}$, $a = 20$ et $b = 3$. On prendra $\gamma = 1{,}4$. Pourquoi ce moteur n'a-t-il pas besoin de bougie d'allumage ? Pourquoi le carburant est-il injecté après la combustion et non admis avec l'air en début de cycle ?
4. Quelle serait la puissance théorique d'un moteur de cylindrée $V_A = 2\,\mathrm{L}$ et tournant à 3600 tours par minute ?

**1.** $AB$ et $CD \propto V^{-\gamma}$, $AB$ en dessous de $CD$, $BC$ segment horizontal vers la droite, $DA$ segment vertical vers le bas ; **2.** $\eta = -\dfrac{W}{Q_{BC}} = 1 + \dfrac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 - \dfrac{b^\gamma - 1}{\gamma a^{\gamma-1}(b-1)}$ ; **3.** $\eta = 0{,}61$, $T_B = T_A a^{\gamma-1} = 994\,\mathrm{K}$, $T_C = T_A b a^{\gamma-1} = 2{,}98 \times 10^3\,\mathrm{K}$, $T_D = T_A b^\gamma = 1{,}40 \times 10^3\,\mathrm{K}$ ; **4.** $\mathcal{P} = -fW = f\eta Q_{BC} = f\eta\dfrac{\gamma}{\gamma - 1}P_A V_A a^{\gamma-1}(b-1) = 169\,\mathrm{kW}$.

# Jour 11

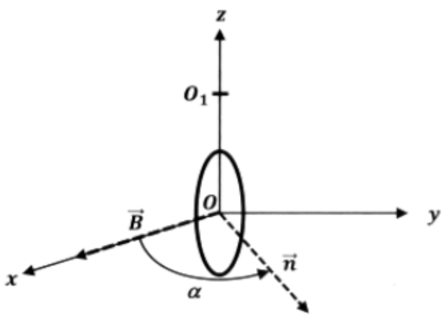
## ED11

On considère un circuit $RLC$ en régime libre, le condensateur étant initialement chargé à $E$. On prendra $C = 100\,\text{nF}$, $L = 1\,\text{mH}$ et $R = 200\,\Omega$.

Déterminer la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur. Représenter graphiquement son allure.

## ★★☆ Exercice 23 – Spire en rotation

Une spire circulaire de masse $m$, de rayon $a$ et de résistance $R$ est suspendue en $O_1$ à un fil de masse négligeable dont les efforts de torsion seront négligés. La spire est soumise à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ constant qui fait l'angle $\alpha$ avec la normale à la spire. À $t = 0$, choisi comme origine des temps, $\alpha = \alpha_0 = 0$ et la spire est lancée avec une vitesse angulaire $\dot{\alpha}_0$.




1. Déterminer l'équation du mouvement.
2. Déduire de l'équation précédente la relation liant $\alpha$ et $\dot{\alpha}$.
3. Soit $\alpha_f$, l'angle $\alpha$ pris par la spire lorsqu'elle s'arrête. Sans connaître $\alpha(t)$, déterminer la relation liant $m$, $a$, $B$, $R$, $\dot{\alpha}_0$ et $\alpha_f$.
4. Effectuer une interprétation énergétique du mouvement de la spire.

Moment d'inertie de la spire par rapport à son axe de rotation : $J_\Delta = ma^2/2$.

**1.** $\ddot{\alpha} + 2\dfrac{(\pi a B)^2}{mR}\dot{\alpha}\sin^2\alpha = 0$ ; **2.** $\dot{\alpha} + \dfrac{(\pi a B)^2}{mR}\left(\alpha - \dfrac{\sin 2\alpha}{2}\right) = \dot{\alpha}_0$ ; **3.** $\dfrac{(\pi a B)^2}{mR}\left(\alpha_f - \dfrac{\sin 2\alpha_f}{2}\right) = \dot{\alpha}_0$ ; **4.** $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}J_\Delta\dot{\alpha}^2\right) = -Ri^2 < 0$.

## ★☆☆ Exercice 24 – Nombre de photons

Le flux solaire au niveau du sol terrestre vaut, par beau temps, environ $\Phi_S = 1000\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$.

1. En prenant pour les photons solaires une longueur d'onde moyenne $\lambda = 0{,}5\,\mu\text{m}$, trouver l'ordre de grandeur du nombre de photons reçus par un capteur solaire de surface $S = 1\,\text{m}^2$ pendant $\Delta t = 1\,\text{s}$.

Il est possible de voir à l'œil nu une étoile de magnitude apparente égale à 6,5. La magnitude apparente $m$ est reliée au flux d'énergie $\Phi$ provenant de l'étoile par la relation $m - m_0 = 2{,}5\log(\Phi_0/\Phi)$, où $m_0$ et $\Phi_0$ correspondent à une étoile de référence. La magnitude apparente du Soleil est égale à $-26{,}7$.

**2.** Trouver l'ordre de grandeur du nombre de photons provenant d'une étoile de magnitude apparente 6,5 entrant pendant 1 s dans un œil dont la pupille, ouverte au maximum, a un diamètre de 7 mm. On prendra pour longueur d'onde moyenne des photons de l'étoile la même valeur que pour les photons solaires (hypothèse valide si la température de l'étoile est proche de celle du Soleil).

Donnée : $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$

**1.** $N_S = \Phi_S \Delta t S \dfrac{\lambda}{hc} = 2{,}5 \times 10^{21}$ ; **2.** $N = N_S 10^{\frac{m_S - m}{2{,}5}} \dfrac{\pi R^2}{S} = 5{,}1 \times 10^{3}$.