

**Exercice 1.** *Un calcul.*

Soit  $\theta \in \mathbb{R}$ . Linéariser  $\sin^5 \theta$ .

**Exercice 2.**

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ .

1. Montrer que  $\sum_{k=1}^n e^{2ik\theta} = e^{i(n+1)\theta} \times \frac{\sin(n\theta)}{\sin \theta}$  pour tout  $\theta \in \mathbb{R} \setminus \pi\mathbb{Z}$ .
2. Linéariser  $\sin^2$  à l'aide d'une formule de duplication.
3. Notons  $S_n = \sum_{k=1}^n \sin^2(k)$ .

Montrer que  $\frac{1}{n}S_n$  admet une limite finie lorsque  $n \rightarrow +\infty$  et la déterminer.

**Exercice 3.** Un exercice de plus sur les ensembles.

Soient  $A$  et  $B$  deux ensembles. Prouver que

1.  $A \subset B \iff \mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$ .
2.  $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$ .
3.  $\mathcal{P}(A \cup B) \supset \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$ .

Donner l'exemple de deux ensembles  $A$  et  $B$  telles que l'inclusion réciproque est fausse.