

TD16 : Tas et Files de priorité

Pour chaque algorithme demandé, il s'agit d'essayer de trouver un algorithme optimal dans le pire des cas, avec la structure de données demandée (il est possible qu'il existe un algorithme plus rapide avec une autre structure de données).

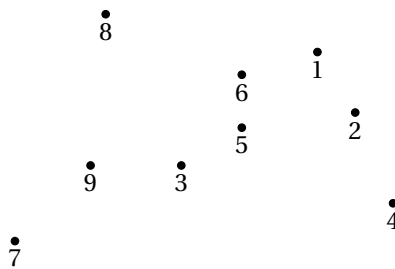
Question 1 : Comment implémenter une file avec une file de priorité?

Question 2 : Comment implémenter une pile avec une file de priorité?

Question 3 : Donner un algorithme de complexité $\mathcal{O}(kn \log k)$ qui permet de fusionner k tableaux triés en un seul tableau trié, où n est le nombre total d'éléments de tous les tableaux d'entrée, en utilisant des tas.

Enveloppe convexe d'un ensemble de points : algorithme de Graham

L'algorithme de Graham (1972) permet d'obtenir l'enveloppe convexe d'un ensemble de points du plan donné sous forme de tableau. Toutes les questions de construction qui suivent sont à faire sur l'ensemble suivant de points :



L'algorithme se décompose en plusieurs étapes :

1 Calcul d'un pivot

Il s'agit de trouver le point de plus petite ordonnée. S'il en existe plusieurs, alors on prend le point de plus petite abscisse *parmi* les points de plus petite ordonnée.

Question 4 : Quel est le pivot sur l'ensemble exemple?

Question 5 : Donner un algorithme permettant de trouver le pivot d'un ensemble de points. Quelle est la complexité temporelle de votre algorithme (si on suppose qu'une comparaison est une opération élémentaire) ?

2 Tri des points

Dans cette étape, il s'agit d'ordonner les points en fonction de l'angle que fait la droite passant par le point et le pivot par rapport à l'angle des abscisses, en attribuant la valeur nulle au pivot (qui se retrouve donc en début de liste), les points aboutissants au même angle sont triés par abscisse croissante.

Question 6 : Donner l'ordre obtenu pour l'ensemble exemple.

Question 7 : Donner un algorithme qui permet de faire ce tri. Quelle est sa complexité?

3 Construction

L'algorithme de Graham construit itérativement l'enveloppe convexe de point, en partant des points triés de l'étape précédente : le pivot est le premier point.

Question 8 : Pourquoi le pivot fait-il nécessairement partie de l'enveloppe convexe?

Si les premiers points ont été trouvés, on ajoute le point suivant (dans l'ordre précédent) et :

- si cela provoque un tournant à gauche, on continue;
- si cela provoque un tournant à droite, il faut supprimer le point précédent et recommencer cette étape,

Question 9 : Appliquez l'algorithme à la main sur l'ensemble exemple.

Question 10 : Écrivez l'algorithme en utilisant une pile. Quelle est la complexité de votre algorithme?