

TD T2 – Bilans d'énergie, premier principe de la thermodynamique

Correction

Exercice 1 – Énergie d'un gaz

1. On applique la loi des GP dans les CNTP (0 °C, 1 atm) :

$$V = \frac{nRT}{P}.$$

A.N. : $V = 22,4 \text{ L}$.

2. Le système passe d'une vitesse nulle à une vitesse v , donc

$$\Delta\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}nMv^2.$$

A.N. : $\Delta\mathcal{E}_c = 14 \text{ mJ}$.

3. L'altitude du système augmente de $\Delta z = 10 \text{ m}$, donc

$$\Delta\mathcal{E}_p = mg\Delta z.$$

A.N. : $\Delta\mathcal{E}_p = 2,7 \text{ J}$.

4. Pour une variation de température ΔT d'un GPD, on a

$$\Delta U = \frac{5}{2}nR\Delta T.$$

A.N. : $\Delta U = 415 \text{ J}$.

Exercice 2 – Détente de Joule Gay-Lussac

1. Les parois sont calorifugées, donc il n'y a aucun échange thermique avec l'extérieur : la transformation est donc **adiabatique**. Par ailleurs, le volume $2V$ du système reste constant donc la transformation est aussi **isochore**.
2. D'après la question précédente $W = 0$ (isochore) et $Q = 0$ (adiabatique), d'où

$$W + Q = 0.$$

3. Le premier principe appliqué au système {gaz+vide} s'écrit

$$\Delta U = 0.$$

4. L'énergie interne d'un GP ne dépend que de la température (première loi de Joule), donc si l'énergie interne est constante la température l'est aussi. On a donc

$$T_f = T_0.$$

5. On considère le système fermé {gaz} seul qui subit une détente isotherme, donc à $PV = \text{cste}$, depuis l'état (P_0, V) vers l'état $(P_f, 2V)$. On a donc

$$P_0V = 2P_fV, \quad \text{d'où} \quad P_f = \frac{P_0}{2}.$$

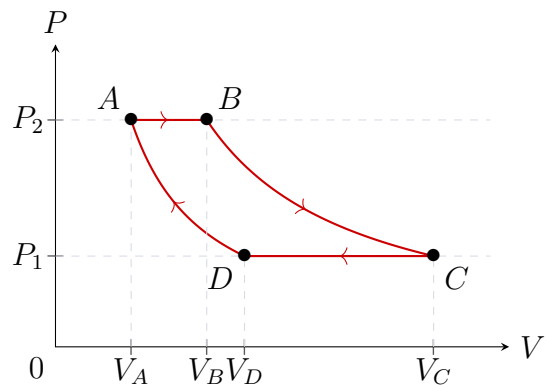
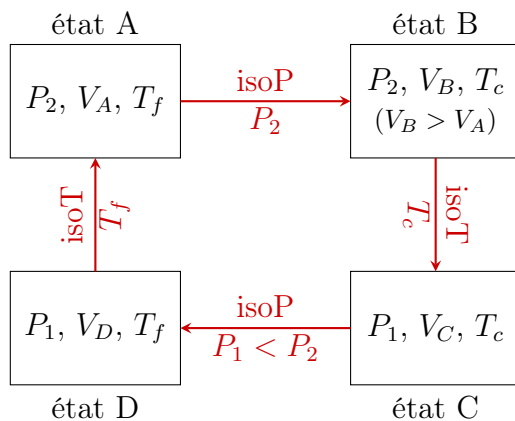
Exercice 3 – Cycle

1. Pour un système gazeux fermé qui subit une transformation isotherme, l'équation d'état des GP s'écrit $PV = nRT = \text{cste}$. On a donc

$$P(V) = \frac{P_0 V_0}{V},$$

où P_0 et V_0 sont les pression et volume du gaz dans un état connu. Dans le diagramme de Watt, la courbe associée à une isotherme est une portion d'hyperbole.

2. Avant de représenter le cycle dans le diagramme de Watt (à droite), on peut le représenter schématiquement (à gauche).



Le cycle est parcouru dans le **sens horaire**, donc le travail des forces de pression reçu par le gaz est **négatif** : il s'agit d'un **cycle moteur**.

3. La transformation $A \rightarrow B$ est isobare, d'où, d'après la loi des GP

$$\frac{T_f}{V_A} = \frac{T_c}{V_B}.$$

On a $V_A < V_B$, d'où

$$T_f < T_c.$$

4. Pour une transformation réversible isobare à la pression P_0 entre les volumes V_i et V_f , on a directement

$$W = -P_0 \Delta V = -P_0 (V_f - V_i).$$

On en déduit pour les transformations $A \rightarrow B$ et $C \rightarrow D$

$$W_{AB} = -P_2 (V_B - V_A) \quad \text{et} \quad W_{CD} = -P_1 (V_D - V_C).$$

Pour une transformation isotherme à la température T_0 , la pression du gaz à un instant quelconque est donnée, d'après la loi des GP

$$P = \frac{nRT_0}{V}.$$

Pour une transformation isotherme réversible à la température T_0 entre les volumes V_i et V_f , on a donc

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} nRT_0 \frac{dV}{V} = -nRT_0 [\ln V]_{V_i}^{V_f} = -nRT_0 \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right).$$

On en déduit pour les transformations $B \rightarrow C$ et $D \rightarrow A$

$$\boxed{W_{BC} = -nRT_c \ln \left(\frac{V_C}{V_B} \right)} \quad \text{et} \quad \boxed{W_{DA} = -nRT_f \ln \left(\frac{V_A}{V_D} \right)}.$$

En utilisant la conservation du produit PV sur les isothermes, on a $P_2V_A = P_1V_D$ et $P_2V_B = P_1V_C$, d'où

$$W_{AB} + W_{CD} = P_2V_A - P_2V_B + P_1V_C - P_1V_D = 0.$$

On a donc

$$W_{\text{tot}} = -nRT_c \ln \left(\frac{V_C}{V_B} \right) - nRT_f \ln \left(\frac{V_D}{V_A} \right) = -P_2V_B \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) - P_2V_A \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right),$$

d'où

$$\boxed{W_{\text{tot}} = -P_2(V_B - V_A) \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)}.$$

Puisque $P_2 > P_1$ et $V_B > V_A$, on a bien $W_{\text{tot}} < 0$.

Exercice 4 – Travail des forces de pression

1. On applique la loi des GP à l'air du compartiment 1, d'où

$$\boxed{P_0 = \frac{n_0RT_0}{V_0}}.$$

A.N. : $P_0 = 2,4 \text{ bar}$.

2. L'air du compartiment 1 est un système fermé, d'où immédiatement

$$\boxed{n_f = n_0}.$$

Le compartiment 2 étant initialement vide, la paroi mobile est repoussée complètement à droite, de sorte que l'air du compartiment 1 occupe tout l'espace disponible, d'où

$$\boxed{V_f = 3V_0}.$$

3. Le travail des forces de pression reçu par l'air du compartiment 1 est nul car la pression extérieure (celle du compartiment 2) est nulle :

$$\boxed{W = 0}.$$

On applique le premier principe à l'air du compartiment 1 qui subit une transformation adiabatique sans recevoir aucun travail, d'où

$$\Delta U = 0.$$

D'après la première loi de Joule, on a donc $T = \text{cte}$, soit

$$T_f = T_0.$$

La transformation est donc en plus isotherme, d'où $PV = \text{cte}$. On en déduit

$$P_f = \frac{P_0}{3}.$$

A.N. : $P_f = 0,81 \text{ bar}$.

4. On calcule l'intégrale :

$$-\int_{V_0}^{3V_0} P dV \underset{\text{isoT}}{=} -\int_{V_0}^{3V_0} n_0 R T_0 \frac{dV}{V} = -n_0 R T_0 \ln 3 < 0.$$

On a donc bien

$$W \neq -\int_{V_0}^{3V_0} P dV.$$

5. L'air du compartiment 1 est un système fermé, on a donc encore

$$n_f = n_0.$$

À l'équilibre, les température et pression des gaz dans les deux compartiments sont identiques, donc le quotient n/V est le même pour l'air des deux compartiments. Le volume des deux compartiments est donc identique d'où, puisque $V_1 + V_2 = 3V_0$

$$V_f = \frac{3V_0}{2}.$$

6. Le système {air du compartiment 1 + air du compartiment 2} subit une transformation adiabatique et isochore, donc à énergie interne constante d'après le premier principe. D'après la première loi de Joule, on en déduit

$$T_f = T_0.$$

7. On applique la loi des GP au gaz du compartiment 1 à la fin de la transformation, d'où

$$P_f = \frac{2n_0 R T_0}{3V_0}.$$

A.N : $P_f = 1,6 \text{ bar}$.

8. Les températures initiale et finale étant les mêmes, on a pour l'air du compartiment 1 $\Delta U = 0$. D'après le premier principe appliqué à l'air du compartiment 1, on a donc

$$W + Q = 0.$$

9. Pour que la transformation soit isotherme, il faut qu'elle soit lente. Le travail des forces de pression reçu par l'air du compartiment 1 se calcule à l'aide de la pression de l'air du **compartiment 2**, soit

$$W = - \int_{V_0}^{\frac{3V_0}{2}} P_2 dV \underset{\text{isoT}}{=} - \int_{V_0}^{\frac{3V_0}{2}} \frac{n_0 R T_0}{3V_0 - V} dV,$$

d'où

$$W = -n_0 R T_0 \ln \left(\frac{4}{3} \right).$$

Le calcul de l'intégrale donne

$$- \int_{V_0}^{\frac{3V_0}{2}} P dV \underset{\text{isoT}}{=} - \int_{V_0}^{\frac{3V_0}{2}} n_0 R T_0 \frac{dV}{V} = -n_0 R T_0 \ln \left(\frac{3}{2} \right).$$

On a donc à nouveau

$$W \neq - \int_{V_0}^{\frac{3V_0}{2}} P dV,$$

ce qui n'est pas étonnant car la transformation n'est pas réversible, la pression dans les deux compartiments étant différente au cours de la transformation.

Exercice 5 – Diagramme de Watt

- La transformation $A \rightarrow B$ est **isochore** et la transformation $B \rightarrow C$ est isobare. On remarque par ailleurs que le produit $P_C V_C = P V'$ est égal à $P_A V_A = P' V$, ce qui laisse supposer que la transformation $C \rightarrow A$ est **isotherme**. Cette hypothèse est confirmée par la question ??.
- On procède comme pour l'Ex. ??. On a donc

$$W_{AB} \underset{\text{isoV}}{=} 0, \quad W_{BC} \underset{\text{isoV}}{=} -P(V' - V) \quad \text{et} \quad W_{CA} \underset{\text{isoV}}{=} -nRT \ln \left(\frac{V}{V'} \right).$$

Le travail reçu par le gaz au cours d'un cycle est donc

$$W = -P(V' - V) - nRT \ln \left(\frac{V}{V'} \right).$$

En appliquant la loi des GP au gaz en C, on a $nRT = P V'$. Le travail reçu par le gaz se réécrit donc, après calcul

$$W = P V' \left(\frac{V - V'}{V'} - \ln \left(1 + \frac{V - V'}{V'} \right) \right),$$

soit, en posant $x = (V - V')/V'$,

$$W = P V' (x - \ln(1 + x)).$$

Or $\forall x \in]-1, +\infty[$, $\ln(1+x) < x$, d'où $W > 0$. Le cycle est **récepteur**, ce qui est cohérent avec son sens de parcours trigonométrique.

- A.N. : $W = 316 \text{ J}$.

Exercice 6 – Transformation adiabatique

1. La condition d'équilibre mécanique du piston donne (Cf. Chap. T1)

$$P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}.$$

A.N. : $P_1 = 2 \text{ bar}$.

On considère le système \mathcal{S} formé par l'air contenu dans le cylindre. L'enceinte est calorifugée donc la transformation est adiabatique, d'où $Q = 0$. De plus, elle est monobare à la pression extérieure $P_0 + Mg/S$: le travail des forces de pression reçu par le gaz vaut directement

$$W = - \left(P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_1 - V_0) = -P_1(V_1 - V_0).$$

En écrivant la loi des GP à l'E.I et à l'E.F., on a

$$W = -nRP_1 \left(\frac{T_1}{P_1} - \frac{T_0}{P_0} \right).$$

Le premier principe appliqué à \mathcal{S} s'écrit $\Delta U = W$, d'où

$$n\frac{5}{2}R(T_1 - T_0) = -nRP_1 \left(\frac{T_1}{P_1} - \frac{T_0}{P_0} \right).$$

On isole T_1 :

$$T_1 = T_0 \left(\frac{5}{7} + \frac{2P_1}{7P_0} \right) \approx \frac{9}{7}T_0.$$

2. À l'équilibre, on a

$$P_2 = P_0.$$

Le système \mathcal{S} subit une transformation monobare à la pression extérieure P_0 et adiabatique entre les volumes V_1 et V_2 . Le premier principe s'écrit donc

$$n\frac{5}{2}R(T_2 - T_1) = -P_0(V_2 - V_1).$$

Comme précédemment, on utilise la loi des GP pour exprimer les volumes en fonction des pressions et températures, d'où, après calcul

$$T_2 = T_1 \left(\frac{5}{7} + \frac{2P_0}{7P_1} \right) \approx \frac{6}{7}T_1 \approx \frac{54}{49}T_0.$$

On remarque que $T_2 > T_0$ ce qui peut surprendre : d'où vient le gain d'énergie ? La réponse est dans la manipulation de la masse : lors de la deuxième manipulation, c'est l'opérateur qui retire la masse du piston et qui doit fournir le travail nécessaire pour remonter la masse, pas le gaz.

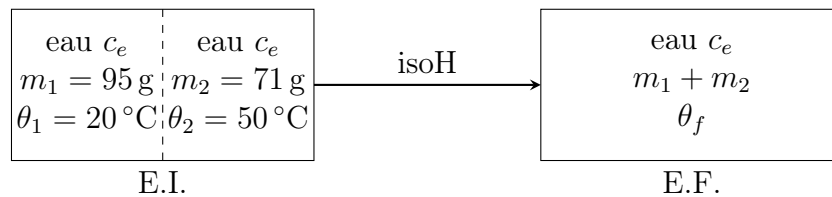
Exercice 7 – Calorimétrie

Cf. TP Calorimétrie.

- On considère le système {calorimètre, accessoires, deux volumes d'eaux} qui subit une transformation adiabatique ($Q = 0$) monobare avec équilibre à l'E.I. et à l'E.F., sans travail autre que celui des forces de pression ($W_u = 0$) ni variation macroscopique d'énergie. Le premier principe sur l'enthalpie s'écrit

$$\Delta H = 0.$$

- On considère le système {deux volumes d'eau} qui subit une transformation adiabatique dans le calorimètre si l'on néglige la capacité thermique de ce dernier, et monobare (...). La transformation est schématisée ci-dessous.



Par additivité de l'enthalpie, on a

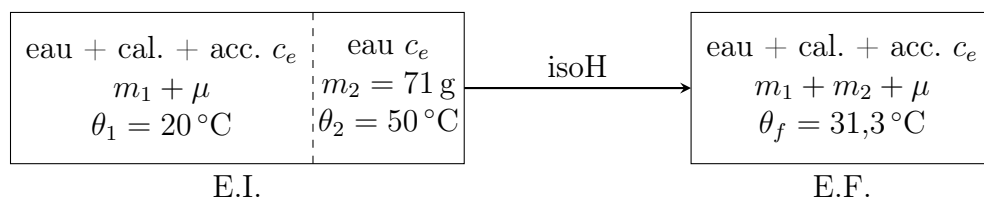
$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2, \quad \text{avec} \quad \Delta H_1 = m_1 c_e (\theta_f - \theta_1) \quad \text{et} \quad \Delta H_2 = m_2 c_e (\theta_f - \theta_2).$$

Le mélange se fait avec les mêmes hypothèses que précédemment, donc la transformation est isenthalpique, d'où ¹

$$\theta_f = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2}.$$

A.N. : $\theta_f = 32,8^\circ\text{C}$.

- La température mesurée est plus faible car il faut tenir compte de la capacité thermique du calorimètre. On considère cette fois le système {calorimètre, accessoires, deux volumes d'eaux}, avec la transformation suivante.



Par additivité de l'enthalpie, on a

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_{cal}, \quad \text{avec} \quad \Delta H_{cal} = \mu c_e (\theta_f - \theta_1).$$

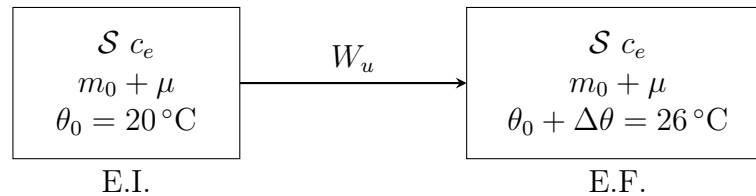
La transformation est toujours isenthalpique, d'où

$$\mu = \left(\frac{\theta_f - \theta_2}{\theta_1 - \theta_2} \right) m_2 - m_1.$$

A.N. : $\mu = 22,5 \text{ g}$.

1. On se convainc rapidement ici qu'il est inutile de repasser les températures en kelvin dans ce calcul. En cas de doute, mieux vaut toutefois repasser par les unités du S.I. qui ne trahirons jamais le taupin !

4. On considère le système $\mathcal{S} = \{\text{eau, calorimètre, accessoires, résistance chauffante}\}$ qui subit une transformation adiabatique monobare avec équilibre à l'E.I. et à l'E.F. sans variation macroscopique d'énergie mécanique. Le système reçoit un travail utile électrique $W_u = RI^2\tau$ correspondant à l'énergie électrique reçue par la résistance pendant une durée τ , fournie par le générateur. On néglige la capacité thermique de la résistance chauffante, ce qui est raisonnable compte tenu de la masse d'eau utilisée.



Le premier principe sur l'enthalpie s'écrit

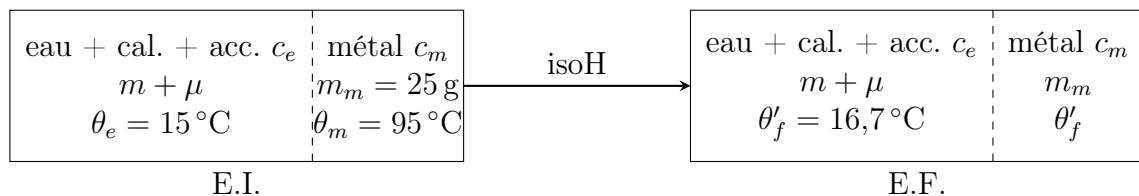
$$\Delta H = W_u,$$

d'où en utilisant à nouveau l'additivité de l'enthalpie

$$c_e = \frac{RI^2\tau}{(m_0 + \mu)\Delta\theta}.$$

A.N. : $c_e = 4,23 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.² Cette valeur est très proche de la valeur attendue : $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. Un observateur attentif remarquerait en plus que la valeur expérimentale est supérieure à la valeur tabulée, ce qui n'est pas étonnant. L'écart de température mesuré est plus faible en raison des pertes thermiques dues aux imperfections du calorimètre.

5. On considère le système $\{\text{eau, calorimètre, accessoires, métal}\}$ qui subit une transformation adiabatique et monobare (...) donc isenthalpique.



Par additivité de l'enthalpie, on obtient

$$0 = \Delta H_{\text{isoH}} = (m + \mu)c_e(\theta'_f - \theta_e) + m_m c_m(\theta'_f - \theta_m),$$

d'où

$$c_m = \frac{(m + \mu)c_e(\theta'_f - \theta_e)}{m_m(\theta_m - \theta'_f)}.$$

A.N. : $c_m = 445 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ avec la valeur tabulée de c_e , ce qui correspond à la capacité thermique du fer.

2. On obtient le même résultat en considérant le système $\{\text{eau, calorimètre, accessoires}\}$ qui reçoit l'énergie dissipée par effet Joule par la résistance : la transformation n'est pas adiabatique. Que vaut l'énergie perdue par la résistance ? On sait depuis le Chap. E1 que toute l'énergie reçue par la résistance est dissipée par effet joule, donc $Q = RI^2\tau$. Attention à ne pas mener un raisonnement hybride entre ces deux visions, correctes l'une comme l'autre.

Exercice 8 – Caméra thermique

1. En l'absence de rayonnement le matériau absorbant est à l'équilibre thermique avec le thermostat, donc à la température T_0 .
2. D'après l'article, la constante de τ s'exprime

$$\tau = \frac{C}{G} = RC.$$

Avec $[C] = \text{M} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-2} \cdot \Theta^{-1}$ et $[R] = \Theta \cdot \text{M}^{-1} \cdot \text{L}^{-2} \cdot \text{T}^3$, on a bien

$$[\tau] = \text{M} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-2} \cdot \Theta^{-1} \times \Theta \cdot \text{M}^{-1} \cdot \text{L}^{-2} \cdot \text{T}^3 = \text{T}.$$

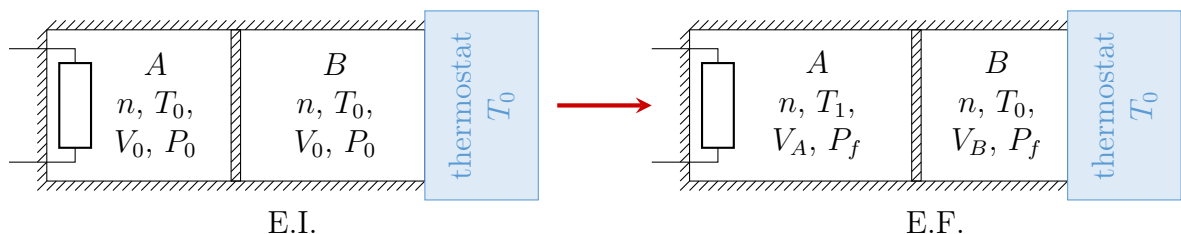
3. En régime permanent, le matériau absorbant est à la température $T_0 + \Delta T$ et la résistance thermique est traversée par une puissance thermique égale à la puissance incidente \mathcal{P} (l'absorbant n'accumule plus d'énergie en régime permanent). Par définition de la résistance thermique, on a

$$\mathcal{P} = \frac{(T_0 + \Delta T) - T_0}{R} = G\Delta T, \quad \text{d'où} \quad \boxed{\Delta T = \frac{\mathcal{P}}{G}}.$$

4. A.N. : $\tau = 2,5 \text{ s}$ et $\Delta T = 50 \text{ K}$. Ce type de capteur est plutôt lent, puisqu'il faut attendre quelques τ pour obtenir une mesure fiable.

Exercice 9 – Gaz chauffé par une résistance

1. On commence par un schéma de la transformation.



Plusieurs relations viennent directement :

- la quantité de matière de gaz dans chaque enceinte reste inchangée car les gaz des enceintes A et B sont des systèmes **fermés** ;
- la température du gaz B vaut toujours T_0 car il est à l'**équilibre thermique** avec le thermostat ;
- la condition d'**équilibre mécanique** impose l'égalité des pressions dans les deux enceintes ;
- la conservation du volume totale impose $V_A + V_B = 2V_0$.

L'équation d'état des GP à l'E.I. est la même pour les deux gaz :

$$P_0 V_0 = n R T_0.$$

À l'E.F., on a pour chacun des gaz

$$P_f V_A = nRT_1 \quad \text{et} \quad P_f V_B = nRT_0.$$

On en déduit

$$P_f V_A = P_0 V_0 \frac{T_1}{T_0} \quad \text{et} \quad P_f V_B = P_0 V_0.$$

La deuxième relation n'est pas surprenante car le gaz B subit une transformation isotherme. Avec la conservation du volume total, on obtient

$$\boxed{V_A = 2V_0 \frac{T_1}{T_0 + T_1}} \quad \text{et} \quad \boxed{V_B = 2V_0 \frac{T_0}{T_0 + T_1}}.$$

On vérifie $V_A + V_B = 2V_0$ et $V_A > V_B$ car $T_1 > T_0$.

La pression P_f s'en déduit immédiatement :

$$\boxed{P_f = P_0 \frac{T_0 + T_1}{2T_0}}.$$

On vérifie $P_f > P_0$.

2. D'après la première loi de Joule, l'énergie interne des GP ne dépend que de la température, d'où pour chacun des gaz

$$\boxed{\Delta U_A = C_v(T_1 - T_0) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_0)} \quad \text{et} \quad \boxed{\Delta U_B = 0}.$$

Par additivité de l'énergie interne, on a pour l'ensemble $\{A + B\}$

$$\boxed{\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_0)}.$$

3. Le gaz de l'enceinte B subit une transformation réversible en contact avec un thermostat à la température T_0 , donc **isotherme**. On en déduit (Cf. Ex. ??)

$$\boxed{W = -nRT_0 \ln \left(\frac{2T_0}{T_0 + T_1} \right)}.$$

On vérifie $W > 0$ ce qui est cohérent pour une compression. En appliquant le premier principe au gaz B qui subit une transformation à énergie interne constante, on obtient

$$\boxed{Q_1 = -W}.$$

4. Le travail W reçu par le gaz B de la part de A : le travail reçu par le gaz A de la part de B est donc $-W$. En appliquant le premier principe au gaz A , on a

$$\boxed{Q_2 = \Delta U_A - (-W) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_1 - T_0) - nRT_0 \ln \left(\frac{2T_0}{T_0 + T_1} \right)}.$$

Exercice 10 – Température d'un conducteur ohmique

1. On considère le système {conducteur ohmique} de capacité thermique C qui subit une transformation monobare avec équilibre à l'E.I. et à l'E.F. Entre les instants t et $t + dt$:

- sa variation d'enthalpie s'écrit

$$dH = C(T(t + dt) - T(t)) \stackrel{\text{DL1}}{=} C \frac{dT}{dt} dt ;$$

- le transfert thermique reçu vaut $\delta Q = h(T_0 - T)dt$;
- le travail électrique reçu vaut $\delta W_u = RI^2 dt$.

Le premier principe sur l'enthalpie donne

$$dH = \delta Q + \delta W_u \quad \text{soit} \quad C \frac{dT}{dt} dt = h(T_0 - T)dt + RI^2 dt.$$

On reconnaît une équation différentielle du premier ordre en $T(t)$, que l'on écrit sous forme canonique pour faire apparaître le temps caractéristique τ :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_\infty}{\tau}, \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{C}{h} \quad \text{et} \quad T_\infty = T_0 + \frac{RI^2}{h},$$

où T_∞ est la température du conducteur ohmique en RP.

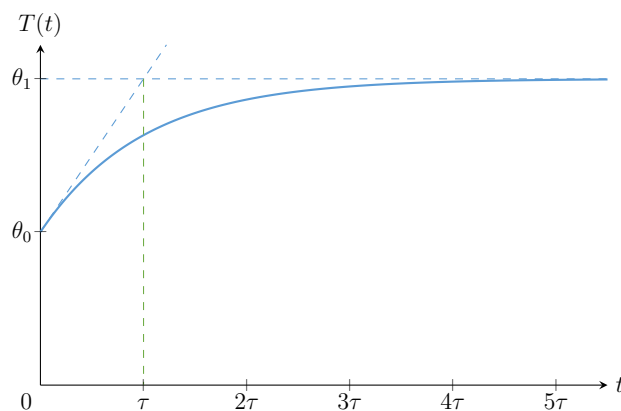
2. La température du conducteur ohmique en RP vaut T_1 , d'où, avec $T_\infty = T_1$,

$$h = \frac{RI^2}{T_1 - T_0}.$$

A.N. : $h = 500 \text{ mW} \cdot \text{K}^{-1}$.

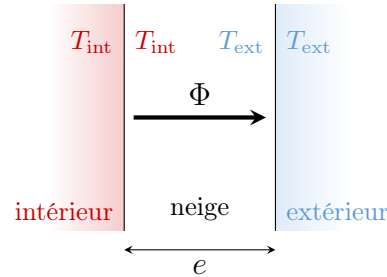
3. On applique la méthode de résolution d'une EDL1 vue au Chap. E2 pour obtenir

$$T(t) = (T_0 - T_1)e^{-t/\tau} + T_1.$$



Exercice 11 – Calfeutrement d'une grotte

1. Dans cette question, on considère que les faces intérieures et extérieures du mur de neige sont aux températures T_{int} et T_{ext} de l'air intérieur et extérieur.



La résistance thermique d'un mur de neige plan, de surface S et d'épaisseur e est donnée par (Cf. Chap. T2, App. 5)

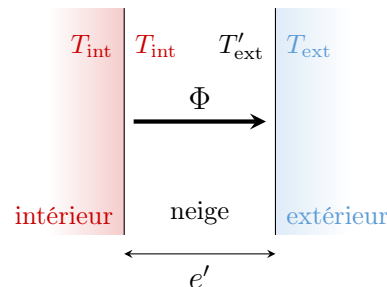
$$R = \frac{e}{\lambda S}.$$

En régime permanent, le flux thermique Φ qui traverse le mur de neige est égal à la puissance thermique fournie par les quatre aventurières, soit 4ϕ . Or par définition

$$\Phi = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{R}, \quad \text{d'où} \quad \boxed{e = \frac{\lambda S(T_{\text{int}} - T_{\text{ext}})}{4\phi}}.$$

A.N. : $e \approx 17 \text{ cm}$.

2. En tenant compte de l'échange conducto-convectif avec l'extérieur, la situation devient :



On a

$$\begin{cases} \Phi = \frac{T_{\text{int}} - T'_{\text{ext}}}{R'}, & \text{avec } R' = \frac{e'}{\lambda S} \quad (\text{dans le mur de neige}) \\ \Phi = h_1 S (T'_{\text{ext}} - T_{\text{ext}}). & (\text{à l'interface extérieure}) \end{cases}$$

Toujours avec $\Phi = 4\phi$, on en déduit après calcul

$$\boxed{e' = e - \frac{\lambda}{h_1}}.$$

A.N. : $e' = 13 \text{ cm}$.

On peut aussi remarquer (et c'est beaucoup plus rapide) que la situation est équivalente à l'association en série de deux résistances thermiques R' (pour le mur de neige) et $R_{\text{cc}} = 1/(h_1 S)$ (pour les échanges conducto-convectifs à l'extérieur). Pour assurer la même température intérieure que dans la situation de la question ??, on veut $R' + R_{\text{cc}} = R$, ce qui donne immédiatement le résultat.

3. La situation est identique à la précédente en remplaçant h_1 par h_2 , d'où

$$e'' = e - \frac{\lambda}{h_2}.$$

A.N. : $e'' = 16,7 \text{ cm}$.

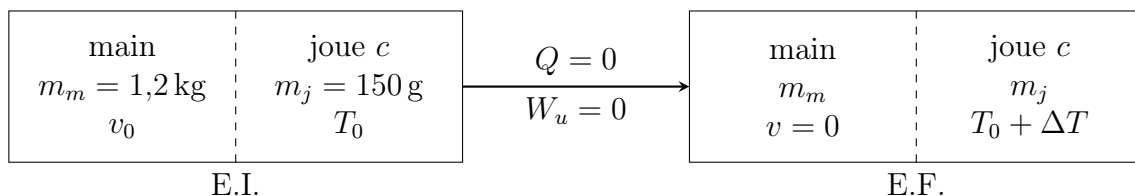
4. On obtient $e > e'' > e'$.

La deuxième inégalité s'interprète facilement : en présence de convection forcée, les échanges thermiques au niveau de l'interface extérieure du mur sont facilités par rapport à une situation de convection naturelle, ce qui nécessite de construire un mur plus épais.

La première inégalité peut sembler paradoxale. En réalité la situation étudiée dans la question ?? correspond à une thermalisation parfaite de l'interface extérieure (et intérieure), alors qu'il existe en fait un écart de température entre la neige et l'air extérieur du fait des échanges conducto-convectifs à travers une fine couche d'air, appelée couche limite.

Exercice 12 – « Ils sont fous ces romains ! »

On considère le système {main, peau rougie} qui subit une transformation rapide, donc adiabatique en négligeant les transferts thermiques, et monobare avec équilibre à l'E.I. et à l'E.F. On suppose que seule la joue subit une élévation de température : la main subit une variation d'énergie cinétique macroscopique, tandis que la joue subit une variation d'enthalpie. Le système ne reçoit aucun travail utile (ce qui suppose raisonnablement la direction de la baffe horizontale).



Le premier principe sur l'enthalpie s'écrit

$$\Delta \mathcal{E}_c + \Delta H = 0, \quad \text{avec} \quad \Delta \mathcal{E}_c = \underbrace{\frac{1}{2} m_m (0 - v_0^2)}_{\text{main}} + \underbrace{0}_{\text{joue}} \quad \text{et} \quad \Delta H = \underbrace{0}_{\text{main}} + \underbrace{m_j c \Delta T}_{\text{joue}},$$

en utilisant l'additivité de l'enthalpie et de l'énergie cinétique. L'énergie cinétique initiale de la main est totalement transmise à la joue. On en déduit

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 m_j c \Delta T}{m_m}}.$$

A.N. : $v_0 = 41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 150 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: la potion magique donne véritablement une puissance impressionnante!³

3. Au moment de l'impact, l'énergie cinétique de la main d'Obélix atteint 1 kJ. En considérant que l'accélération de la main d'Obélix dure quelque chose entre 1 s et 0,1 s, il est capable de fournir une puissance d'au moins 1 kW à 10 kW (et on oublie qu'il faut aussi mettre en mouvement le bras : on parle d'Obélix pas de Rayman). On rappelle que la puissance moyenne fournie par un être humain non dopé est de l'ordre de quelques centaines de watts...