

Colles, semaine 13 (8/01→12/01)

Anneaux Dénombrement

Pour cette colle de la rentrée, la question de cours porte sur les anneaux, et l'exercice sur le dénombrement... ou l'inverse !

Les règles de calcul dans un anneau trouveront un cadre d'application idéal à la rentrée avec le cours sur les matrices.

Pour ce qui concerne le dénombrement, on encourage les colleurs à commencer par une question très élémentaire, qui nécessite de modéliser un objet concret par un objet du cours, et donc un ensemble d'objets par un type d'ensemble étudié dans le cours.

Questions de cours.

- Soit a un élément nilpotent d'un anneau A . Montrer que $1_A - a$ est inversible.
- Anneau de Gauss : montrer que $(\mathbb{Z}[i], +, \times)$ est un anneau commutatif.
S'il y a le temps, on pourra déterminer ses inversibles.
- $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ est un corps.
- Cardinal de F^E lorsque E et F sont deux ensembles finis.
- Cardinal de $\mathcal{P}(E)$ pour E un ensemble fini.
- Nombres de parties à p éléments dans un ensemble à n éléments.
- (*) Preuve combinatoire de la formule de Pascal.

Savoir-faire importants.

- Connaître les **règles de calcul dans un anneau**, et savoir notamment lorsqu'on a besoin que deux éléments commutent.
- Connaître précisément la définition des objets du cours de dénombrement.
En particulier, savoir différencier une liste et une combinaison, c'est-à-dire un p -uplet et une partie à p éléments.
- La **bonne hygiène** face à un problème concret de dénombrement.
 - on modélise *un* objet,
 - on a alors un modèle pour l'*ensemble* des objets,
 - on passe au cardinal.
- et vivent les unions disjointes !

À venir en semaine 14 : Matrices.