# Suites, La Pratique
**Corrigé**

DARVOUX Théo

Novembre 2023

## Exercices.

## Exercice 13.1 [♦◊◊]

Une suite croissante est une fonction croissante sur $\mathbb{N}$.
Démontrer que le titre de l'exercice dit vraie, c'est à dire, pour une suite réelle $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ l'équivalence entre
1. $\forall n \in \mathbb{N}\ u_{n+1} \geq u_n$.
2. $\forall (n,p) \in \mathbb{N}^2\ n \leq p \Longrightarrow u_n \leq u_p$.

Supposons 2, montrons 1.
Soit $n \in \mathbb{N}$
On a $n \leq n+1$. D'après 2, $u_n \leq u_{n+1}$. ez

Supposons 1, montrons 2.
Soit $(n,p) \in \mathbb{N}^2$ tels que $n \leq p$. On sait que $u_{n+1} \geq u_n$, $u_{n+2} \geq u_{n+1}$, $u_{n+3} \geq u_{n+2}$, etc...
Par récurrence triviale et par transitivité, pour tout entier $q \geq n$, $u_q \geq u_n$.
En particulier, $u_p \geq u_n$

□

## Exercice 13.2 [♦♦◊]

Soit $a$ un réel supérieur à 1 et $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}\ u_n = \frac{a^n}{n!}$.
Démontrer que l'ensemble des termes de la suite possède un maximum, qu'on exprimera en fonction de $a$.
$(u_n)$ est strictement positive sur $\mathbb{N}$.
Soit $n \in \mathbb{N}$.
On peut donc écrire : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{a}{n+1}$.
Ainsi, $(u_n)$ est croissante $(a \geq n+1)$ puis décroissante $(a \leq n+1)$, ce qui implique qu'un maximum existe.