(1)

Föreläsning 2

boken
SF1922
20 03 18

Def (betingad sannolikhet): Låt A och B vara två händelser. Den betingade sannoligheten att B inträffar givet att A redan inträffat är då:

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{eller} \quad P(A \cap B) = P(A)P(B \mid A) = P(B)P(A \mid B)$$

Vidare gäller att:
- Om $P(A) = 0$ sägs $P(B \mid A)$ vara obestämt
- $P(B^* \mid A) = 1 - P(B - A)$
- $P(B \cup C \mid A) = P(B \mid A) + P(C \mid A) - P(B \cap C \mid A)$

Sats (lagen om total sannolikhet): Om händelserna $H_1, \dots, H_n$ är parvis oförenliga och $H_1 \cap \dots \cap H_n = \Omega$, gäller för varje händelse A att

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P(A \mid H_i)$$

Sats (Bayes sats): Under samma villkor som lagen om total sannolikhet gäller att

$$P(H_i \mid A) = \frac{P(H_i)P(A \mid H_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(H_j) P(A \mid H_j)}$$

Def (oberoende händelser): Om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ sägs A och B vara oberoende händelser

Vidare är A, B och C oberoende händelser om:
- $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
- $P(B \cap C) = P(B)P(C)$
- $P(C \cap A) = P(C)P(A)$
- $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$

Dessutom är A^* och B oberoende om A och B är oberoende händelser

Sats: Om händelserna $A_1, A_2, \dots, A_n$ är oberoende och $P(A_i) = p_i$ så är sannolikheten att minst en av dem inträffar $1 - ((1-p_1)(1-p_2)\dots(1-p_n))$

Vidare gäller att om händelserna A_i är oberoende och var och en inträffar med sannolikheten p, så är sannolikheten att minst en av de inträffar $1-(1-p)^n$