

2008年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文史类）

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第 I 卷1至2页，第 II 卷3至10页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第 I 卷

注意事项：

- 答第 I 卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、科目涂写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。
- 每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答在试卷上的无效。
- 本卷共10小题，每小题5分，共50分。

参考公式：

如果时间A，B互斥，那么 球的表面积公式

$$P(A+B) = P(A) + P(B) \quad S = 4\pi R^2.$$

如果事件A，B相互独立，那么 其中R表示球的半径。

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

一、选择题：在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合 $U = \{x \in N \mid 0 < x \leq 8\}$ ， $S = \{1, 2, 4, 5\}$ ， $T = \{3, 5, 7\}$ ，则 $S \cap (\complement_U T) =$

- (A) {1, 2, 4} (B) {1, 2, 3, 4, 5, 7} (C) {1, 2} (D) {1, 2, 4, 5, 6, 8}

(2) 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + y \leq 1 \\ x + 2y \geq 1 \end{cases}$ ，则目标函数 $z = 5x + y$ 的最大值为

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(3) 函数 $y=1+\sqrt{x}$ ($0 \leq x \leq 4$) 的反函数是

(A) $y=(x-1)^2$ ($1 \leq x \leq 3$) (B) $y=(x-1)^2$ ($0 \leq x \leq 4$)

(C) $y=x^2-1$ ($1 \leq x \leq 3$) (D) $y=x^2-1$ ($0 \leq x \leq 4$)

(4) 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前5项和 $S_5 = 25$, 且 $a_2 = 3$, 则 $a_7 =$

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

(5) 设 a, b 是两条直线, α, β 是两个平面, 则 $a \perp b$ 的一个充分条件是

(A) $a \perp \alpha, b \parallel \beta, \alpha \perp \beta$ (B) $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \parallel \beta$

(C) $a \subset \alpha, b \perp \beta, \alpha \parallel \beta$ (D) $a \subset \alpha, b \parallel \beta, \alpha \perp \beta$

(6) 把函数 $y=\sin x$ ($x \in R$) 的图象上所有点向左平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得

图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变), 得到的图象所表示的函数是

(A) $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$, $x \in R$ (B) $y=\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6})$, $x \in R$

(C) $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$, $x \in R$ (D) $y=\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$, $x \in R$

(7) 设椭圆 $\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1$ ($m > 0$, $n > 0$) 的右焦点与抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点相同, 离心

率为 $\frac{1}{2}$, 则此椭圆的方程为

(A) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$ (B) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ (C) $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{64} = 1$ (D) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$

(8) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 0 \\ -x+2, & x > 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x) \geq x^2$ 的解集是

(A) $[-1, 1]$ (B) $[-2, 2]$ (C) $[-2, 1]$ (D) $[-1, 2]$

(9) 设 $a = \sin \frac{5\pi}{7}$, $b = \cos \frac{2\pi}{7}$, $c = \tan \frac{2\pi}{7}$, 则

(A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < c < a$ (D) $b < a < c$

(10) 设 $a > 1$, 若对于任意的 $x \in [a, 2a]$, 都有 $y \in [a, a^2]$ 满足方程 $\log_a x + \log_a y = 3$, 这时 a 的取值集合为

(A) $\{a | 1 < a \leq 2\}$ (B) $\{a | a \geq 2\}$ (C) $\{a | 2 \leq a \leq 3\}$ (D) $\{2, 3\}$

第Ⅱ卷

注意事项：

1. 答卷前将密封线内的项目填写清楚。
2. 用钢笔或圆珠笔直接答在试卷上
3. 本卷共12小题，共100分。

二、填空题（本大题共6个小题，每小题4分，共24分。把答案填在题中横线上。）

(11) 一个单位共有职工200人，其中不超过45岁的有120人，超过45岁的有80人。为了调查职工的健康状况，用分层抽样的方法从全体职工中抽取一个容量为25的样本，应抽取超过45岁的职工_____人。

(12) $(x + \frac{2}{x})^5$ 的二项展开式中， x^3 的系数是_____ (用数字作答)。

(13) 若一个球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$ ，则它的表面积为_____。

(14) 已知平面向量 $\vec{a} = (2, 4)$, $\vec{b} = (-1, 2)$. 若 $\vec{c} = \vec{a} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{b}$ ，则 $|\vec{c}| =$ _____

(15) 已知圆C的圆心与点 $P(-2, 1)$ 关于直线 $y = x + 1$ 对称。直线 $3x + 4y - 11 = 0$ 与圆C

相交于 A, B 两点，且 $|AB| = 6$ ，则圆C的方程为_____。

(16) 有4张分别标有数字1, 2, 3, 4的红色卡片和4张分别标有数字1, 2, 3, 4的蓝色卡片，从这8张卡片中取出4张卡片排成一行。如果取出的4张卡片所标数字之和等于10，则不同的排法共有_____种 (用数字作答)。

三、解答题（本题共6道大题，满分76分）

(17) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = 2\cos^2 \omega x + 2\sin \omega x \cos \omega x + 1$ ($x \in R, \omega > 0$) 的最小正周期是 $\frac{\pi}{2}$ 。

(I) 求 ω 的值；

(II) 求函数 $f(x)$ 的最大值，并且求使 $f(x)$ 取得最大值的 x 的集合。

(17) 本小题主要考查特殊角三角函数值、两角和的正弦、二倍角的正弦与余弦、函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的性质等基础知识，考查基本运算能力。满分12分。

(18) (本小题满分12分)

甲、乙两个篮球运动员互不影响地在同一位置投球，命中率分别为 $\frac{1}{2}$ 与 p ，且乙投球2次均未命中的概率为 $\frac{1}{16}$.

(I) 求乙投球的命中率 p ；

(II) 求甲投球2次，至少命中1次的概率；

(III) 若甲、乙两人各投球2次，求两人共命中2次的概率.

(19) (本小题满分12分)

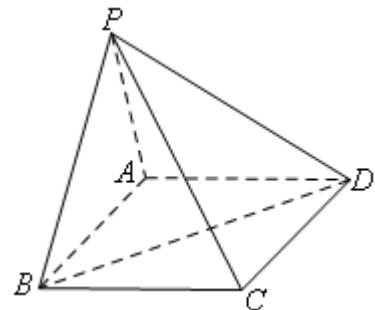
如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形. 已知

$AB = 3, AD = 2, PA = 2, PD = 2\sqrt{2}, \angle PAB = 60^\circ$.

(I) 证明 $AD \perp$ 平面 PAB ；

(II) 求异面直线 PC 与 AD 所成的角的大小；

(III) 求二面角 $P - BD - A$ 的大小.



(20) (本小题满分12分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, 且 $a_{n+1} = (1+q)a_n - qa_{n-1}$ ($n \geq 2, q \neq 0$) .

(I) 设 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n \in N^*$), 证明 $\{b_n\}$ 是等比数列;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(III) 若 a_3 是 a_6 与 a_9 的等差中项, 求 q 的值, 并证明: 对任意的 $n \in N^*$, a_n 是 a_{n+3} 与 a_{n+6} 的等差中项.

(21) (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 + b$ ($x \in R$), 其中 $a, b \in R$.

(I) 当 $a = -\frac{10}{3}$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若函数 $f(x)$ 仅在 $x = 0$ 处有极值, 求 a 的取值范围;

(III) 若对于任意的 $a \in [-2, 2]$, 不等式 $f(x) \leq 1$ 在 $[-1, 1]$ 上恒成立, 求 b 的取值范围.

(21) 本小题主要考查利用导数研究函数的单调性、函数的最大值、解不等式等基础知识, 考查综合分析和解决问题的能力. 满分14分.

(22) (本小题满分14分)

已知中心在原点的双曲线C的一个焦点是 $F_1(-3,0)$, 一条渐近线的方程是 $\sqrt{5}x - 2y = 0$.

(I) 求双曲线C的方程;

(II) 若以 $k(k \neq 0)$ 为斜率的直线 l 与双曲线C相交于两个不同的点M, N, 且线段MN的垂直平分线与两坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{81}{2}$, 求 k 的取值范围.