2008年普通高等学校招生全国统一考试

（广东卷）

数学(理科)

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知$0<a<2$，复数z的实部为a，虚部为1，则$|z|$的取值范围是（ C ）

A．$(1,5)$　　B．$(1,3)$　　C．$(1,\sqrt{5})$　　D．$(1,\sqrt{3})$

2．记等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=\dfrac{1}{2}$，$S_4=20$，则$S_6=$（ D ）

A．16　　B．24　　C．36　　D．48

3．某校共有学生2000名，各年级男、女生人数如表1．已知在全校学生中随机抽取1名，抽到二年级女生的概率是0.19．现用分层抽样的方法在全校抽取64名学生，则应在三年级抽取的学生人数为（ C ）

A．24　　B．18　　C．16　　D．12

	一年级	二年级	三年级
女生	373	x	y
男生	377	370	z

表1

4．若变量x，y满足$\begin{cases}2x+y\leqslant 40,\\ x+2y\leqslant 50,\\ x\geqslant 0,\\ y\geqslant 0,\end{cases}$则$z=3x+2y$的最大值是（ C ）

A．90　　B．80　　C．70　　D．40

5．将正三棱柱截去三个角（如图1所示A，B，C分别是$\triangle GHI$三边的中点）得到几何体如图2，则该几何体按图2所示方向的侧视图（或称左视图）为（ A ）

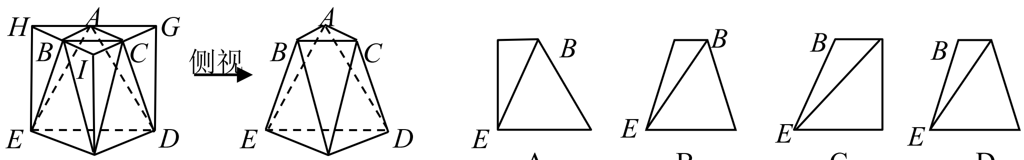

图1　　图2　　A．　　B．　　C．　　D

6．已知命题p:所有有理数都是实数，命题q:正数的对数都是负数，则下列命题中为真命题的是（ D ）

A．$(\neg p)\vee q$　　B．$p\wedge q$　　C．$(\neg p)\wedge(\neg q)$　　D．$(\neg p)\vee(\neg q)$

7．设$a\in\mathbf{R}$，若函数$y=e^{ax}+3x$，$x\in\mathbf{R}$有大于零的极值点，则（ B ）

A．$a>-3$　　B．$a<-3$　　C．$a>-\dfrac{1}{3}$　　D．$a<-\dfrac{1}{3}$

8．在平行四边形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 O，E 是线段 OD 的中点，AE 的延长线与 CD 交于点 F．若 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{AF}=$（ B ）

A．$\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　B．$\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$　　C．$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$　　D．$\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$

二、填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分．

（一）必做题（9~12题）

9．阅读图3的程序框图，若输入 $m=4$，$n=6$，则输出 $a=$__，$i=$_

（注：框图中的赋值符号“=”也可以写成“←”或“:=”）

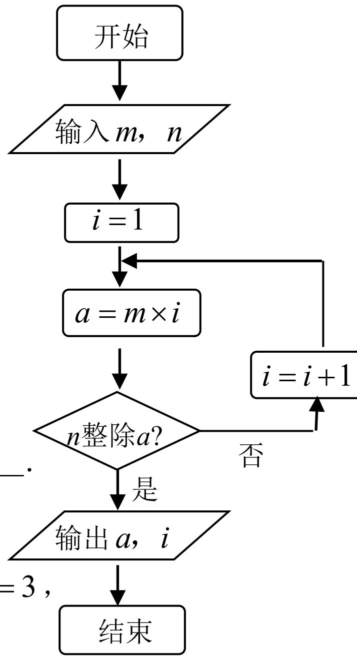

图3

10．已知 $(1+kx^2)^6$（k 是正整数）的展开式中，x^8 的系数小于120，

则 $k=$_____．

11．经过圆 $x^2+2x+y^2=0$ 的圆心 C，且与直线 $x+y=0$ 垂直的直线

方程是 _____．

12．已知函数 $f(x)=(\sin x-\cos x)\sin x$，$x\in\mathbf{R}$，则 $f(x)$ 的最小正周期是_____．

二、选做题（13—15题，考生只能从中选做两题）

13．（坐标系与参数方程选做题）已知曲线 C_1，C_2 的极坐标方程分别为 $\rho\cos\theta=3$，$\rho=4\cos\theta\left(\rho\geqslant 0,0\leqslant\theta<\frac{\pi}{2}\right)$，则曲线 C_1 与 C_2 交点的极坐标为_____．

14．（不等式选讲选做题）已知 $a\in\mathbf{R}$，若关于 x 的方程 $x^2+x+\left|a-\frac{1}{4}\right|+|a|=0$ 有实根，

则 a 的取值范围是____．

15．（几何证明选讲选做题）已知 PA 是圆 O 的切线，切点为 A，$PA=2$．AC 是圆 O 的直径，PC 与圆 O 交于点 B，$PB=1$，则圆 O 的半径 $R=$_____．

三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明，证明过程或演算步骤．

16．（本小题满分13分）

已知函数 $f(x)=A\sin(x+\varphi)(A>0,0<\varphi<\pi)$，$x\in\mathbf{R}$ 的最大值是1，其图像经过点 $M\left(\frac{\pi}{3},\frac{1}{2}\right)$．

（1）求 $f(x)$ 的解析式；（2）已知 α，$\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，且 $f(\alpha)=\frac{3}{5}$，$f(\beta)=\frac{12}{13}$，求

$f(\alpha-\beta)$ 的值．

17．（本小题满分13分）

随机抽取某厂的某种产品200件，经质检，其中有一等品126件、二等品50件、三等品20件、次品4件．已知生产1件一、二、三等品获得的利润分别为6万元、2万元、1万元，而1件次品亏损2万元．设1件产品的利润（单位：万元）为ξ．

（1）求ξ的分布列；（2）求1件产品的平均利润（即ξ的数学期望）；

（3）经技术革新后，仍有四个等级的产品，但次品率降为1%，一等品率提高为70%．如果此时要求1件产品的平均利润不小于4.73万元，则三等品率最多是多少？

18．（本小题满分14分）

设$b>0$，椭圆方程为$\frac{x^2}{2b^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，抛物线方程为$x^2=8(y-b)$．如图4所示，过点$F(0,\ b+2)$作$x$轴的平行线，与抛物线在第一象限的交点为$G$，已知抛物线在点$G$的切线经过椭圆的右焦点$F_1$．

（1）求满足条件的椭圆方程和抛物线方程；

（2）设A，B分别是椭圆长轴的左、右端点，试探究在抛物线上是否存在点P，使得$\triangle ABP$为直角三角形？若存在，请指出共有几个这样的点？并说明理由（不必具体求出这些点的坐标）．

19．（本小题满分14分）

设$k\in\mathbf{R}$，函数$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{1-x}, & x<1\\ -\sqrt{x-1}, & x\geqslant 1\end{cases}$，$F(x)=f(x)-kx$，$x\in\mathbf{R}$，试讨论函数$F(x)$的单调性．

20．（本小题满分14分）

如图5所示，四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$是半径为R的圆的内接四边形，其中BD是圆的直径，$\angle ABD=60^\circ$，$\angle BDC=45^\circ$，PD垂直底面$ABCD$，$PD=2\sqrt{2}R$，E，F分别是PB，CD上的点，且$\dfrac{PE}{EB}=\dfrac{DF}{FC}$，过点$E$作$BC$的平行线交$PC$于$G$．

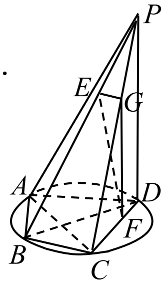

图5

（1）求BD与平面ABP所成角θ的正弦值；

（2）证明：$\triangle EFG$是直角三角形；

（3）当$\dfrac{PE}{EB}=\dfrac{1}{2}$时，求$\triangle EFG$的面积.

21．（本小题满分12分）

设p，q为实数，α，β是方程$x^2-px+q=0$的两个实根，数列$\{x_n\}$满足$x_1=p$，$x_2=p^2-q$，$x_n=px_{n-1}-qx_{n-2}$（$n=3,4,\ldots$）．

（1）证明：$\alpha+\beta=p$，$\alpha\beta=q$；

（2）求数列$\{x_n\}$的通项公式；

（3）若$p=1$，$q=\dfrac{1}{4}$，求$\{x_n\}$的前n项和S_n．