

2017年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

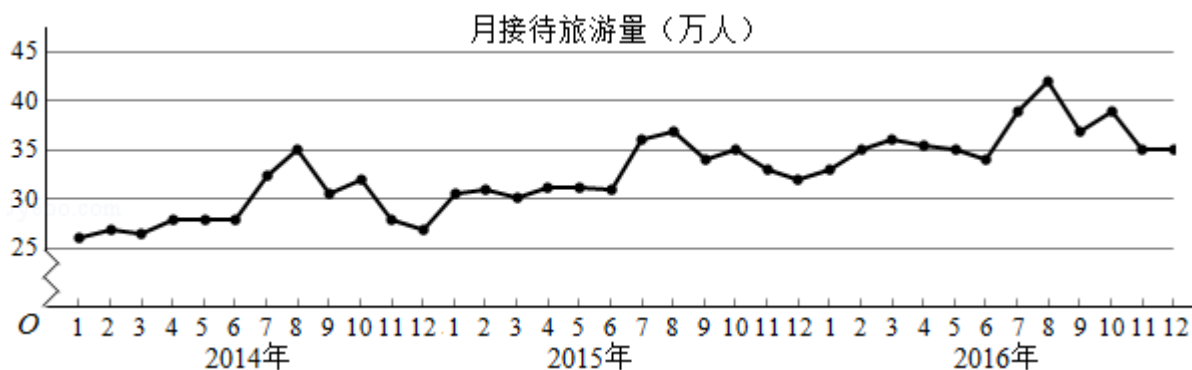
1. （5分）已知集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$ ， $B=\{2, 4, 6, 8\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. （5分）复平面内表示复数 $z=i(-2+i)$ 的点位于（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. （5分）某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了2014年1月至2016年12月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图。



根据该折线图，下列结论错误的是（ ）

- A. 月接待游客量逐月增加
B. 年接待游客量逐年增加
C. 各年的月接待游客量高峰期大致在7，8月
D. 各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳

4. （5分）已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{4}{3}$ ，则 $\sin 2\alpha =$ （ ）

- A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

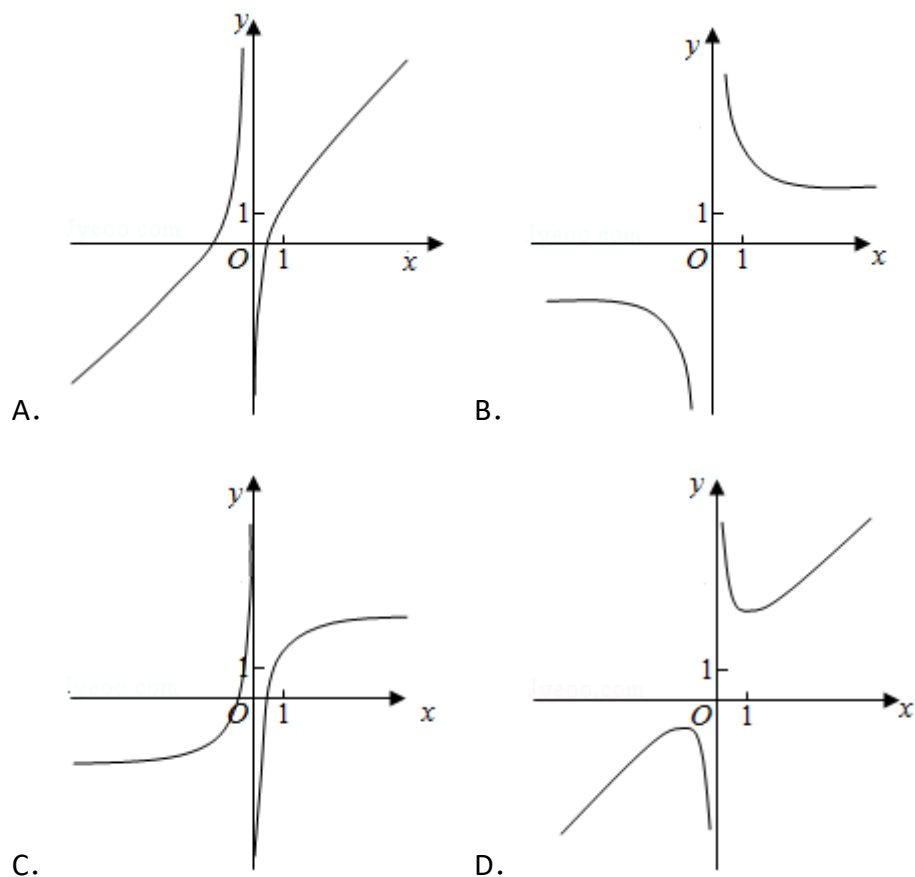
5. （5分）设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x+2y-6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z=x-y$ 的取值范围是（ ）

- A. $[-3, 0]$ B. $[-3, 2]$ C. $[0, 2]$ D. $[0, 3]$

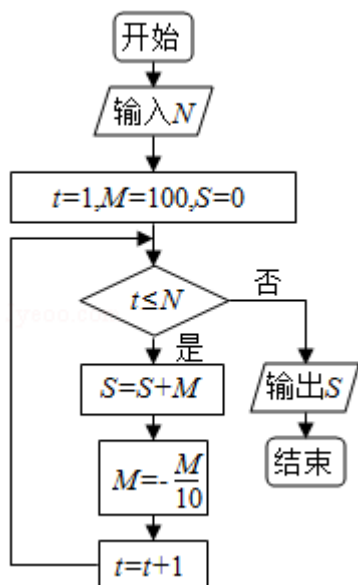
6. (5分) 函数 $f(x) = \frac{1}{5} \sin(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(x - \frac{\pi}{6})$ 的最大值为 ()

- A. $\frac{6}{5}$ B. 1 C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

7. (5分) 函数 $y = 1 + x + \frac{\sin x}{x^2}$ 的部分图象大致为 ()



8. (5分) 执行如图的程序框图，为使输出S的值小于91，则输入的正整数N的最小值为 ()



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

9. (5分) 已知圆柱的高为1，它的两个底面的圆周在直径为2的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为 ()

- A. π B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

10. (5分) 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，E为棱CD的中点，则 ()

- A. $A_1E \perp DC_1$ B. $A_1E \perp BD$ C. $A_1E \perp BC_1$ D. $A_1E \perp AC$

11. (5分) 已知椭圆C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 ,

且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx - ay + 2ab = 0$ 相切，则C的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

12. (5分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + a(e^{x-1} + e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 $a =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

二、填空题

13. (5分) 已知向量 $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = (3, m)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $m =$ _____.

14. (5分) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ ($a > 0$) 的一条渐近线方程为 $y = \frac{3}{5}x$, 则 $a =$ _____.

15. (5分) $\triangle ABC$ 的内角A, B, C的对边分别为a, b, c, 已知 $C=60^\circ$, $b=\sqrt{6}$, $c=3$, 则 $A=$ _____.

16. (5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$ 的x的取值范围是_____.

三、解答题

17. (12分) 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \dots + (2n - 1)a_n = 2n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{\frac{a_n}{2n+1}\}$ 的前n项和.

18. (12分) 某超市计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶4元, 售价每瓶6元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶2元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温(单位: $^\circ\text{C}$)有关. 如果最高气温不低于25, 需求量为500瓶; 如果最高气温位于区间 $[20, 25)$, 需求量为300瓶; 如果最高气温低于20, 需求量为200瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	$[10, 15)$	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$	$[30, 35)$	$[35, 40)$
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率.

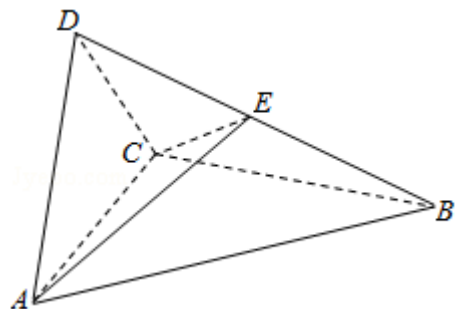
(1) 求六月份这种酸奶一天的需求量不超过300瓶的概率;

(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为Y(单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量为450瓶时, 写出Y的所有可能值, 并估计Y大于零的概率.

19. (12分) 如图四面体ABCD中, $\triangle ABC$ 是正三角形, $AD=CD$.

(1) 证明: $AC \perp BD$;

(2) 已知 $\triangle ACD$ 是直角三角形, $AB=BD$, 若E为棱BD上与D不重合的点, 且 $AE \perp EC$, 求四面体ABCE与四面体ACDE的体积比.



20. (12分) 在直角坐标系xOy中, 曲线 $y=x^2+mx-2$ 与x轴交于A、B两点, 点C的坐标为(0, 1), 当m变化时, 解答下列问题:

(1) 能否出现 $AC \perp BC$ 的情况? 说明理由;

(2) 证明过A、B、C三点的圆在y轴上截得的弦长为定值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 + (2a+1)x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a < 0$ 时, 证明 $f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2$.

[选修4-4: 坐标系与参数方程]

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t \\ y=kt \end{cases}$, (t 为参数)
- , 直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases} x=-2+m \\ y=\frac{m}{k} \end{cases}$, (m 为参数). 设 l_1 与 l_2 的交点为 P , 当 k 变化时, P 的轨迹为曲线 C .
- (1) 写出 C 的普通方程;
- (2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 设 $l_3: \rho(\cos\theta+\sin\theta) - \sqrt{2}=0$, M 为 l_3 与 C 的交点, 求 M 的极径.

[选修4-5: 不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$.
- (1) 求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集;
- (2) 若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空, 求 m 的取值范围.