# 2008年辽宁高考理科数学真题

**本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．**

**第Ⅰ卷（选择题共60分）**

**参考公式：**

如果事件 $A$，$B$ 互斥，那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件 $A$，$B$ 相互独立，那么

$$P(A\bullet B)=P(A)\bullet P(B)$$

如果事件 $A$ 在一次试验中发生的概率是 $P$，那么 $n$ 次独立重复试验中事件 $A$ 恰好发生 $k$ 次的概率

$$P_n(k)=C_n^kP^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,\ n)$$

球的表面积公式

$$S=4\pi R^2$$

其中 $R$ 表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 $R$ 表示球的半径

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知集合 $M=x=\left\{x\,|\,\frac{x+3}{x-1}<0\right\}$，$N=\{x\,|\,x\leqslant -3\}$，则集合 $\{x\,|\,x\geqslant 1\}=$（　　）

A．$M\cap N$　　B．$M\cup N$　　C．$\complement_M(M\cap N)$　　D．$\complement_M(M\cup N)$

2．$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+3+5+\cdots+(2n-1)}{n(2n+1)}=$（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

3．圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=kx+2$ 没有公共点的充要条件是（　　）

A．$k\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$　　B．$k\in(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

C．$k\in(-\sqrt{3},\sqrt{3})$　　D．$k\in(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$

4．复数 $\frac{1}{-2+i}+\frac{1}{1-2i}$ 的虚部是（　　）

A．$\frac{1}{5}i$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$-\frac{1}{5}i$　　D．$-\frac{1}{5}$

5．已知$O$，$A$，$B$是平面上的三个点，直线$AB$上有一点$C$，满足 $2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=0$，则 $\overrightarrow{OC}=$（　　）

A．$2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$ B．$-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$ C．$\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ D．$-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

6．设$P$为曲线$C$：$y=x^2+2x+3$上的点，且曲线$C$在点$P$处切线倾斜角的取值范围为

$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，则点$P$横坐标的取值范围为（　　）

A．$\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$ B．$[-1,0]$ C．$[0,1]$ D．$\left[\frac{1}{2},1\right]$

7．4张卡片上分别写有数字1，2，3，4，从这4张卡片中随机抽取2张，则取出的2张卡片上的数字之和为奇数的概率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$ B．$\frac{1}{2}$ C．$\frac{2}{3}$ D．$\frac{3}{4}$

8．将函数$y=2^x+1$的图象按向量$\boldsymbol{a}$平移得到函数$y=2^{x+1}$的图象，则（　　）

A．$\boldsymbol{a}=(-1,-1)$ B．$\boldsymbol{a}=(1,-1)$ C．$\boldsymbol{a}=(1,1)$ D．$\boldsymbol{a}=(-1,1)$

9．一生产过程有4道工序，每道工序需要安排一人照看．现从甲、乙、丙等6名工人中安排4人分别照看一道工序，第一道工序只能从甲、乙两工人中安排1人，第四道工序只能从甲、丙两工人中安排1人，则不同的安排方案共有（　　）

A．24种 B．36种 C．48种 D．72种

10．已知点$P$是抛物线$y^2=2x$上的一个动点，则点$P$到点（0，2）的距离与$P$到该抛物线准线的距离之和的最小值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{17}}{2}$ B．3 C．$\sqrt{5}$ D．$\frac{9}{2}$

11．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$E$，$F$分别为棱$AA_1$，$CC_1$的中点，则在空间中与三条直线$A_1D_1$、$EF$、$CD$都相交的直线（　　）

A．不存在 B．有且只有两条 C．有且只有三条 D．有无数条

12．设$f(x)$是连续的偶函数，且当$x>0$时$f(x)$是单调函数，则满足$f(x)=f\left(\frac{x+3}{x+4}\right)$的所有$x$之和为（　　）

A．$-3$ B．3 C．$-8$ D．8

**第Ⅱ卷（非选择题共90分）**

**二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．**

13．函数$y=\begin{cases}x+1, & x<0,\\ e^x, & x\geqslant 0\end{cases}$的反函数是__________．

14．在体积为$4\sqrt{3}\pi$的球的表面上有$A$，$B$，$C$三点，$AB=1$，$BC=\sqrt{2}$，$A$，$C$两点的球面距离

为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$，则球心到平面ABC的距离为________.

15．已知$(1+x+x^2)\left(x+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$的展开式中没有常数项，$n\in \mathbf{N}^*$，且2≤n≤8，则n=______

.

16．已知$f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$，$f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$，且$f(x)$在区间$\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right)$有最小值，无最大值，则$\omega=$_________.

**三、解答题：本大题共6小题，共74分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

17．（本小题满分12分）

在$\triangle ABC$中，内角$A$，$B$，$C$对边的边长分别是$a$，$b$，$c$，已知$c=2$，$C=\dfrac{\pi}{3}$.

（Ⅰ）若$\triangle ABC$的面积等于$\sqrt{3}$，求$a$，$b$；

（Ⅱ）若$\sin C+\sin(B-A)=2\sin 2A$，求$\triangle ABC$的面积.

18．（本小题满分12分）

某批发市场对某种商品的周销售量（单位：吨）进行统计，最近100周的统计结果如下表所示：

| 周销售量 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 频数 | 20 | 50 | 30 |

（Ⅰ）根据上面统计结果，求周销售量分别为2吨，3吨和4吨的频率；

（Ⅱ）已知每吨该商品的销售利润为2千元，$\xi$表示该种商品两周销售利润的和（单位：千元）．若以上述频率作为概率，且各周的销售量相互独立，求$\xi$的分布列和数学期望.

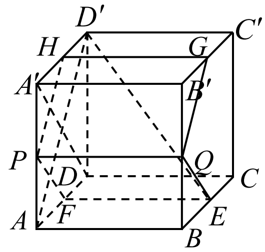
19．（本小题满分12分）

如图，在棱长为1的正方体$ABCD-A'B'C'D'$中，AP=BQ=b（0<b<1），截面PQEF∥$A'D$，截面PQGH∥$AD'$.

（Ⅰ）证明：平面PQEF和平面PQGH互相垂直；

（Ⅱ）证明：截面PQEF和截面PQGH面积之和是定值，并求出这个值；

（Ⅲ）若$D'E$与平面PQEF所成的角为$45^\circ$，求$D'E$与平面PQGH所成角的正弦值.




20．（本小题满分12分）

在直角坐标系$xOy$中，点P到两点$(0,-\sqrt{3})$，$(0,\sqrt{3})$的距离之和等于4，设点P的轨迹

为$C$，直线$y=kx+1$与$C$交于$A$，$B$两点．

（Ⅰ）写出$C$的方程；

（Ⅱ）若$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，求$k$的值；

（Ⅲ）若点$A$在第一象限，证明：当$k>0$时，恒有$|\overrightarrow{OA}|>|\overrightarrow{OB}|$．

21．（本小题满分12分）

在数列$|a_n|$，$|b_n|$中，$a_1=2$，$b_1=4$，且$a_n$，$b_n$，$a_{n+1}$成等差数列，$b_n$，$a_{n+1}$，$b_{n+1}$成等比数列（$n\in\mathbf{N}^*$）

（Ⅰ）求$a_2$，$a_3$，$a_4$及$b_2$，$b_3$，$b_4$，由此猜测$|a_n|$，$|b_n|$的通项公式，并证明你的结论；

（Ⅱ）证明：$\dfrac{1}{a_1+b_1}+\dfrac{1}{a_2+b_2}+\ldots+\dfrac{1}{a_n+b_n}<\dfrac{5}{12}$．

22．（本小题满分14分）

设函数$f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x}-\ln x+\ln(x+1)$．

（Ⅰ）求$f(x)$的单调区间和极值；

（Ⅱ）是否存在实数$a$，使得关于$x$的不等式$f(x)\geqslant a$的解集为（0，+∞）？若存在，求$a$的取值范围；若不存在，试说明理由．