

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（重庆卷）

数 学（文史类）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- (A)  $\{2\}$  (B)  $\{1, 2\}$  (C)  $\{1, 3\}$  (D)  $\{1, 2, 3\}$

2. “ $x = 1$ ” 是 “ $x^2 - 2x + 1 = 0$ ” 的 ( )

- (A) 充要条件 (B) 充分不必要条件  
(C) 必要不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. 函数  $f(x) = \log_2(x^2 + 2x - 3)$  的定义域是 ( )

- (A)  $[-3, 1]$  (B)  $(-3, 1)$   
(C)  $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$  (D)  $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

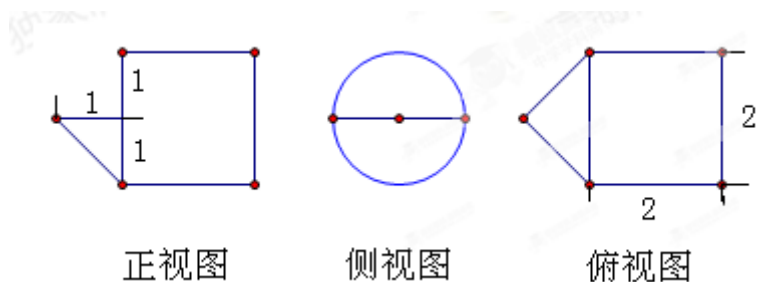
4. 重庆市 2013 年各月的平均气温 ( $^{\circ}\text{C}$ ) 数据的茎叶图如下

0	8	9
1	2	5 8
2	0	0 3 3 8
3	1	2

则这组数据中的中位数是 ( )

- (A) 19 (B) 20 (C) 21.5 (D) 23

5. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为 ( )



- (A)  $\frac{1}{3} + 2\pi$  (B)  $\frac{13\pi}{6}$  (C)  $\frac{7\pi}{3}$  (D)  $\frac{5\pi}{2}$

6. 若  $\tan a = \frac{1}{3}$ ,  $\tan(a+b) = \frac{1}{2}$ , 则  $\tan b =$  ( )

- (A)  $\frac{1}{7}$  (B)  $\frac{1}{6}$  (C)  $\frac{5}{7}$  (D)  $\frac{5}{6}$

7. 已知非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{b}| = 4|\vec{a}|$ , 且  $\vec{a} \perp (2\vec{a} + \vec{b})$  则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为 ( )

- (A)  $\frac{\pi}{3}$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  (C)  $\frac{2\pi}{3}$  (D)  $\frac{5\pi}{6}$

8. 执行如图 (8) 所示的程序框图, 则输出  $s$  的值为 ( )



- (A)  $\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{5}{6}$  (C)  $\frac{11}{12}$  (D)  $\frac{25}{24}$

9. 设双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点是  $F$ , 左、右顶点分别是  $A_1, A_2$ , 过  $F$  做  $A_1A_2$  的垂线与双曲线

线交于  $B, C$  两点, 若  $A_1B \perp A_2C$ , 则双曲线的渐近线的斜率为 ( )

- (A)  $\pm \frac{1}{2}$  (B)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $\pm 1$  (D)  $\pm \sqrt{2}$

10. 若不等式组  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x+2y-2 \geq 0 \\ x-y+2m \geq 0 \end{cases}$  表示的平面区域为三角形, 且其面积等于  $\frac{4}{3}$ , 则  $m$  的值为 ( )
- (A) -3 (B) 1 (C)  $\frac{4}{3}$  (D) 3

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.

11. 复数  $(1+2i)i$  的实部为\_\_\_\_\_.
12. 若点  $P(1,2)$  在以坐标原点为圆心的圆上, 则该圆在点  $P$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.
13. 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $a=2, \cos C = -\frac{1}{4}, 3\sin A = 2\sin B$ , 则  $c=$ \_\_\_\_\_.
14. 设  $a, b > 0, a+b=5$ , 则  $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+3}$  的最大值为\_\_\_\_\_.
15. 在区间  $[0,5]$  上随机地选择一个数  $p$ , 则方程  $x^2 + 2px + 3p - 2 = 0$  有两个负根的概率为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. (本小题满分 13 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 6 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_3=2$ , 前 3 项和  $S_3 = \frac{9}{2}$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 设等比数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1=a_1, b_4=a_{15}$ , 求  $\{b_n\}$  前  $n$  项和  $T_n$ .

17. (本小题满分 13 分, (I) 小问 10 分, (II) 小问 3 分)

随着我国经济的发展, 居民的储蓄存款逐年增长. 设某地区城乡居民人民币储蓄存款 (年底余额) 如下表:

年份	2010	2011	2012	2013	2014
时间代号 $t$	1	2	3	4	5
储蓄存款 $y$ (千亿元)	5	6	7	8	10

(I) 求  $y$  关于  $t$  的回归方程  $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$

(II) 用所求回归方程预测该地区 2015 年 ( $t=6$ ) 的人民币储蓄存款.

附: 回归方程  $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$  中

$$\begin{cases} b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \\ a = \bar{y} - b\bar{x}. \end{cases}$$

18、(本小题满分 13 分，(I) 小问 7 分，(II) 小问 6 分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x - \sqrt{3} \cos^2 x$ .

(I) 求  $f(x)$  的最小周期和最小值；

(II) 将函数  $f(x)$  的图像上每一点的横坐标伸长到原来的两倍，纵坐标不变，得到函数  $g(x)$  的图像. 当

$x \in \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right]$  时，求  $g(x)$  的值域.

19、(本小题满分 12 分，(I) 小问 4 分，(II) 小问 8 分)

已知函数  $f(x) = ax^3 + x^2$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) 在  $x = -\frac{4}{3}$  处取得极值.

(I) 确定  $a$  的值；

(II) 若  $g(x) = f(x)e^x$ ，讨论的单调性.

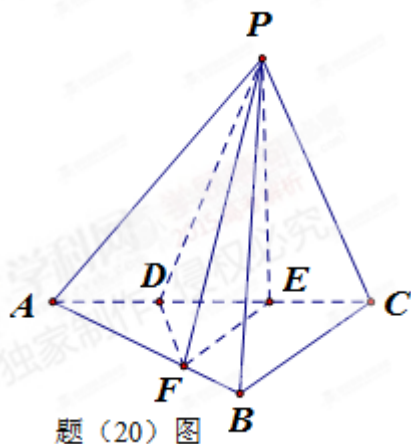
20、(本小题满分 12 分，(I) 小问 5 分，(II) 小问 7 分)

如题 (20) 图，三棱锥  $P-ABC$  中，平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$ ， $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ ，点  $D$ 、 $E$  在线段  $AC$  上，且

$AD = DE = EC = 2$ ， $PD = PC = 4$ ，点  $F$  在线段  $AB$  上，且  $EF \parallel BC$ .

(I) 证明： $AB \perp$  平面  $PFE$ .

(II) 若四棱锥  $P-DFBC$  的体积为 7，求线段  $BC$  的长.



题 (20) 图

21、(本小题满分 12 分，(I) 小问 5 分，(II) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 且过  $F_2$  的直线交椭圆于 P, Q 两点,

且  $PQ \perp PF_1$ .

(I) 若  $|PF_1| = 2 + \sqrt{2}$ ,  $|PF_2| = 2 - \sqrt{2}$ , 求椭圆的标准方程.

(II) 若  $|PQ| = \lambda |PF_1|$ , 且  $\frac{3}{4} \leq \lambda \leq \frac{4}{3}$ , 试确定椭圆离心率的取值范围.

