2015年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

数学（理科）

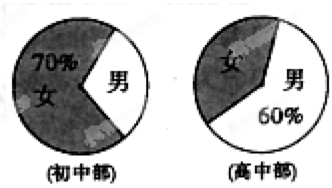
一、选择题（本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 设集合$M=\{x\,|\,x^2=x\}$，$N=\{x\,|\,\lg x\le 0\}$，则$M\cup N=$（　　）

A. $[0,1]$　　B. $(0,1]$　　C. $[0,1)$　　D. $(-\infty,1]$

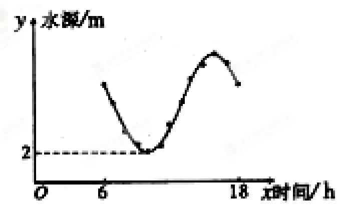
2. 某中学初中部共有110名教师，高中部共有150名教师，其性别比例如图所示，则该校女教师的人数为（　　）

A. 167　　B. 137　　C. 123　　D. 93



3. 如图，某港口一天6时到18时的水深变化曲线近似满足函数$y=3\sin(\frac{\pi}{6}x+\varphi)+k$，据此函数可知，这段时间水深（单位：m）的最大值为（　　）

A. 5　　B. 6　　C. 8　　D. 10

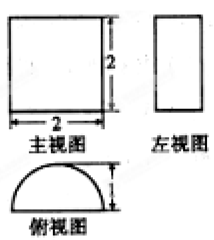


4. 二项式$(x+1)^n(n\in N_+)$的展开式中x^2的系数为15，则$n=$（　　）

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

5. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）

A. 3π　　B. 4π　　C. $2\pi+4$　　D. $3\pi+4$



6. “$\sin\alpha=\cos\alpha$”是“$\cos 2\alpha=0$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件　　C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

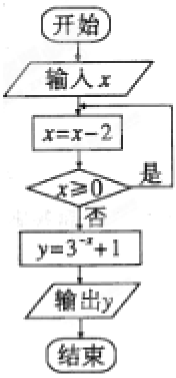
7. 对任意向量$\vec{a},\vec{b}$，下列关系式中不恒成立的是（　　）

A．$|\vec{a}\cdot\vec{b}|\le|\vec{a}||\vec{b}|$　　　　B．$|\vec{a}-\vec{b}|\le||\vec{a}|-|\vec{b}||$

C．$(\vec{a}+\vec{b})^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$　　　　D．$(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}^2-\vec{b}^2$

8. 根据右边的图，当输入x为2006时，输出的$y=$（　　）

A．28　　B．10　　C．4　　D．2



9. 设$f(x)=\ln x, 0<a<b$，若$p=f(\sqrt{ab})$，$q=f(\frac{a+b}{2})$，$r=\frac{1}{2}(f(a)+f(b))$，则下列关系式中正确的是（　　）

A．$q=r<p$　　B．$q=r>p$　　C．$p=r<q$　　D．$p=r>q$

10. 某企业生产甲、乙两种产品均需用A，B两种原料．已知生产1吨每种产品需原料及每天原料的可用限额如表所示，如果生产1吨甲、乙产品可获利润分别为3万元、4万元，则该企业每天可获得最大利润为（　　）

A．12万元　　B．16万元　　C．17万元　　D．18万元

	甲	乙	原料限额
A（吨）	3	2	12
B（吨）	1	2	8

11. 设复数$z=(x-1)+yi\ (x,y\in R)$，若$|z|\le 1$，则$y\ge x$的概率为（　　）

A．$\frac{3}{4}+\frac{1}{2\pi}$　　B．$\frac{1}{4}-\frac{1}{2\pi}$　　C．$\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}$　　D．$\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}$

12. 对二次函数$f(x)=ax^2+bx+c$（a为非零常数），四位同学分别给出下列结论，其中有且仅有一个结论是错误的，则错误的结论是（　　）

A．-1是$f(x)$的零点　　B．1是$f(x)$的极值点

C. 3 是 $f(x)$ 的极值　　　　　　　　D. 点 $(2,8)$ 在曲线 $y=f(x)$ 上

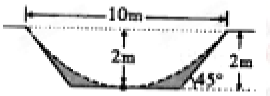
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 中位数 1010 的一组数构成等差数列，其末项为 2015，则该数列的首项为________.

14. 若抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线经过双曲线 $x^2-y^2=1$ 的一个焦点，则 $p=$________.

15. 设曲线 $y=e^x$ 在点（0，1）处的切线与曲线 $y=\dfrac{1}{x}(x>0)$ 上点 P 处的切线垂直，则 P 的坐标为_______.

16. 如图，一横截面为等腰梯形的水渠，因泥沙沉积，导致水渠截面边界呈抛物线型（图中虚线表示），则原始的最大流量与当前最大流量的比值为______　　.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.）

17.（本小题满分 12 分）ΔABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．向量 $\vec{m}=\left(a,\sqrt{3}b\right)$ 与 $\vec{n}=\left(\cos A,\sin B\right)$ 平行.

（I）求 A；

（II）若 $a=\sqrt{7}$，$b=2$ 求 ΔABC 的面积.

18.（本小题满分 12 分）如图1，在直角梯形 ABCD 中，$AD//BC$，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$，$AB=BC=1$，$AD=2$，E 是 AD 的中点，O 是 AC 与 BE 的交点．将 ΔABE 沿 BE 折起到 ΔA_1BE 的位置，如图 2.

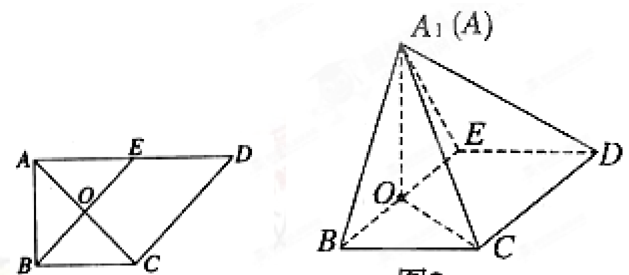


图1　　　　图2

（I）证明：$CD\perp$ 平面 A_1OC；

（II）若平面 $A_1BE\perp$ 平面 $BCDE$，求平面 A_1BC 与平面 A_1CD 夹角的余弦值.

19.（本小题满分 12 分）设某校新、老校区之间开车单程所需时间为 T，T 只与道路畅通状况有关，对其容量为100的样本进行统计，结果如下：

T（分钟）	25	30	35	40
频数（次）	20	30	40	10

（I）求T的分布列与数学期望ET；

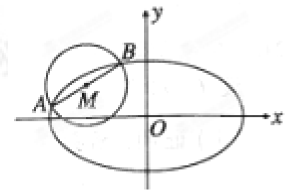
（II）刘教授驾车从老校区出发，前往新校区做一个50分钟的讲座，结束后立即返回老校区，求刘教授从离开老校区到返回老校区共用时间不超过120分钟的概率．

20．（本小题满分12分）已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的半焦距为$c$，原点O到经过两点$(c,0)$，

$(0,b)$的直线的距离为$\frac{1}{2}c$．

（I）求椭圆E的离心率；

（II）如图，AB是圆$M:(x+2)^2+(y-1)^2=\frac{5}{2}$的一条直径，若椭圆E经过A，B两点，求椭圆E的方程．



21．（本小题满分12分）设$f_n(x)$是等比数列1，x，x^2，…，x^n的各项和，其中$x>0$，$n\in N$，$n\geq 2$．

（I）证明：函数$F_n(x)=f_n(x)-2$在$\left(\frac{1}{2},1\right)$内有且仅有一个零点（记为$x_n$），且$x_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x_n^{n+1}$；

（II）设有一个与上述等比数列的首项、末项、项数分别相同的等差数列，其各项和为$g_n(x)$，比较$f_n(x)$

与$g_n(x)$的大小，并加以证明．

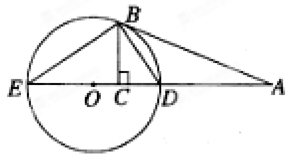
请在22、23、24三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号后的方框涂黑．

22．（本小题满分10分）选修4-1：几何证明选讲

如图，AB切⊙O于点B，直线AD交⊙O于D，E两点，BC⊥DE，垂足为C．

（I）证明：∠CBD = ∠DBA；

（II）若AD = 3DC，BC = $\sqrt{2}$，求⊙O的直径．



23.（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 $x\mathrm{O}y$ 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=3+\dfrac{1}{2}t \\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数）．以原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，$\odot \mathrm{C}$ 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$．

（I）写出 $\odot \mathrm{C}$ 的直角坐标方程；

（II）P 为直线 l 上一动点，当 P 到圆心 C 的距离最小时，求 P 的直角坐标．

24.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知关于 x 的不等式 $|x+a|<b$ 的解集为 $\{x|2<x<4\}$．

（I）求实数 a，b 的值；

（II）求 $\sqrt{at+12}+\sqrt{bt}$ 的最大值．