

2012 年普通高等学校招生统一考试（江西卷）数学试题卷（理）学生版

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，第Ⅰ卷第1至2页，第Ⅱ卷第3至第4页。满分150分，考试时间120分钟。

考生注意：

1.答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写答题卡上。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。

2.第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第Ⅱ卷用0.5毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题卷上作答，答题无效。

3.考试结束，务必将试卷和答题卡一并上交。

参考公式：

锥体体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 为底面积， h 为高。

第Ⅰ卷

一. 选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{-1, 1\}$ ， $B = \{0, 2\}$ ，则集合 $\{z \mid z = x + y, x \in A, y \in B\}$ 中的元素的个数为
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

2. 下列函数中，与函数 $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ 定义域相同的函数为

A. $y = \frac{1}{\sin x}$ B. $y = \frac{\ln x}{x}$ C. $y = xe^x$ D. $\frac{\sin x}{x}$

3. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ \lg x, & x > 1 \end{cases}$ ，则 $f(f(10)) =$

A. $\lg 101$ B. 2 C. 1 D. 0

4. 若 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 4$ ，则 $\sin 2\theta =$

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

5.下列命题中，假命题为

A.存在四边相等的四边形不是正方形

B. $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $z_1 + z_2$ 为实数的充分必要条件是 z_1, z_2 互为共轭复数

C.若 $x, y \in \mathbb{R}$, 且 $x+y > 2$, 则 x, y 至少有一个大于 1

D. 对于任意 $n \in \mathbb{N}$, $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$ 都是偶数

6. 观察下列各式: $a+b=1$, $a^2+b^2=3$, $a^3+b^3=4$, $a^4+b^4=7$, $a^5+b^5=11$, ..., 则 $a^{10}+b^{10} =$

A.28 B.76 C.123 D.199

7.在直角三角形 ABC 中，点 D 是斜边 AB 的中点，点 P 为线段 CD 的中点，则

$$\frac{|PA|^2 + |PB|^2}{|PC|^2} =$$

A.2 B.4 C.5 D.10

8.某农户计划种植黄瓜和韭菜，种植面积不超过 50 亩，投入资金不超过 54 万元，假设种植黄瓜和韭菜的产量、成本和售价如下表

	年产量/亩	年种植成本/亩	每吨售价
黄瓜	4 吨	1.2 万元	0.55 万元
韭菜	6 吨	0.9 万元	0.3 万元

为使一年的种植总利润（总利润=总销售收入-总种植成本）最大，那么黄瓜和韭菜的种植面积（单位：亩）分别为

A.50,0 B.30,20 C.20,30 D.0,50

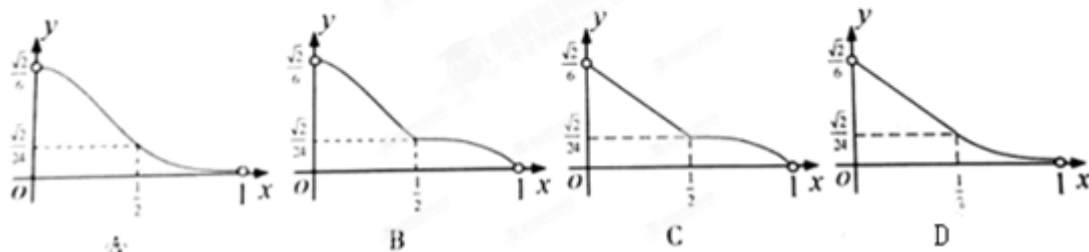
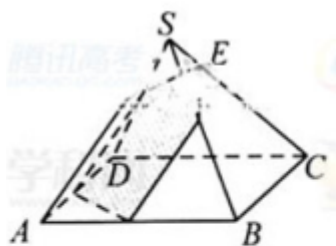
9.样本 (x_1, x_2, \dots, x_n) 的平均数为 \bar{x} ，样本 (y_1, y_2, \dots, y_n) 的平均数为 \bar{y} ($\bar{x} \neq \bar{y}$)。若样本

$(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n)$ 的平均数 $\bar{z} = a\bar{x} + (1-a)\bar{y}$ ，其中 $0 < a < \frac{1}{2}$ ，则 n, m 的

大小关系为

A. $n < m$ B. $n > m$ C. $n = m$ D.不能确定

10.如图，已知正四棱锥 S-ABCD 所有棱长都为 1，点 E 是侧棱 SC 上一动点，过点 E 垂直于 SC 的截面将正四棱锥分成上、下两部分。记 $SE=x$ ($0 < x < 1$)，截面下面部分的体积为 $V(x)$ ，则函数 $y=V(x)$ 的图像大致为



2012 年普通高等学校招生全国统一考试（江西卷）理科数学

第 II 卷

注：第 II 卷共 2 页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答。若在试题卷上作答，答案无效。

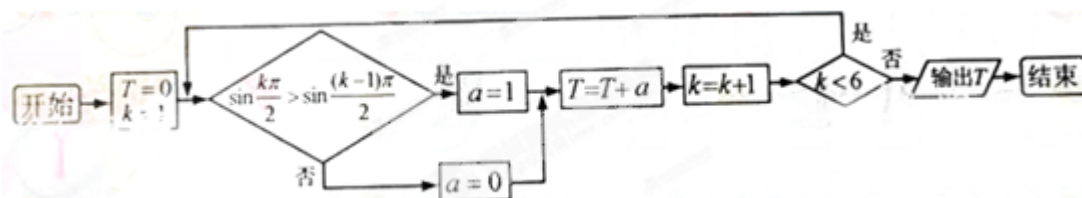
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

11. 计算定积分 $\int_{-1}^1 (x^2 + \sin x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 都是等差数列，若 $a_1 + b_1 = 7$, $a_3 + b_3 = 21$, 则 $a_5 + b_5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别是 A, B, 左、右焦点分别是 F_1, F_2 . 若 $|AF_1|$, $|F_1F_2|$, $|F_1B|$ 成等比数列，则此椭圆的离心率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 下图为某算法的程序框图，则程序运行后输出的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、选做题：请在下列两题中任选一题作答。若两题都做，则按第一题评阅计分。本题共 5 分。

15. (1) (坐标系与参数方程选做题) 曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 - 2x = 0$, 以原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 则曲线 C 的极坐标方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (2) (不等式选做题) 在实数范围内, 不等式 $|2x-1|+|2x+1|\leq 6$ 的解集为_____。

四. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = -\frac{1}{2}n^2 + kn$ (其中 $k \in \mathbb{N}$), 且 S_n 的最大值为 8.

(1) 确定常数 k , 求 a_n ; (2) 求数列 $\left\{\frac{9-2a_n}{2^n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

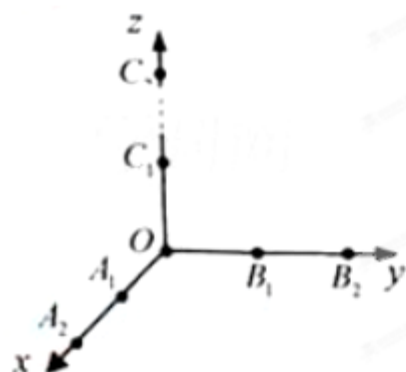
17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $A = \frac{\pi}{4}$, $b \sin\left(\frac{\pi}{4} + C\right) - c \sin\left(\frac{\pi}{4} + B\right) = a$

(1) 求证: $B - C = \frac{\pi}{2}$ (2) 若 $a = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

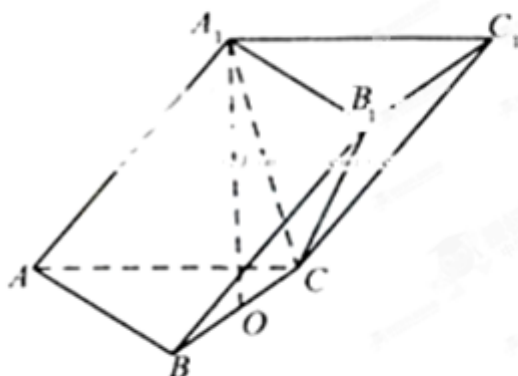
18. (本题满分 12 分)

如图, 从 $A_1(1,0,0)$, $A_2(2,0,0)$, $B_1(0,1,0)$, $B_2(0,2,0)$, $C_1(0,0,1)$, $C_2(0,0,2)$ 这 6 个点中随机选取 3 个点, 将这 3 个点及原点 O 两两相连构成一个“立体”, 记该“立体”的体积为随机变量 V (如果选取的 3 个点与原点在同一平面内, 此时“立体”的体积 $V=0$).



(1) 求 $V=0$ 的概率; (2) 求 V 的分布列及数学期望 EV .

19. (本题满分 12 分) 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 已知 $AB=AC=AA_1=\sqrt{5}$, $BC=4$, 点 A_1 在底面 ABC 的投影是线段 BC 的中点 O .



- (1) 证明在侧棱 AA_1 上存在一点 E , 使得 $OE \perp$ 平面 BB_1C_1C , 并求出 AE 的长;
- (2) 求平面 A_1B_1C 与平面 BB_1C_1C 夹角的余弦值.

20. (本题满分 13 分)

已知三点 $O(0,0)$, $A(-2,1)$, $B(2,1)$, 曲线 C 上任意一点 $M(x, y)$ 满足

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{OM} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) + 2$. 求曲线 C 的方程; (2) 动点 $Q(x_0, y_0)$ ($-2 < x_0 < 2$) 在曲线 C 上, 曲线 C 在点 Q 处的切线为 L , 问: 是否存在定点 $P(0, t)$ ($t < 0$), 使得 L 与 PA , PB 都相交, 交点分别为 D, E , 且 $\triangle QAB$ 与 $\triangle PDE$ 的面积之比是常数? 若存在, 求 t 的值. 若不存在, 说明理由.

21. (本小题满分 14 分) 若函数 $h(x)$ 满足

- (1) $h(0)=1$, $h(1)=0$; (2) 对任意 $a \in [0,1]$, 有 $h(h(a))=a$; (3) 在 $(0,1)$ 上单调递减.

则称 $h(x)$ 为补函数. 已知函数 $h(x) = \left(\frac{1-x^p}{1+\lambda x^p} \right)^{\frac{1}{p}} (\lambda > -1, p > 0)$.

- (1) 判断函数 $h(x)$ 是否为补函数, 并证明你的结论;
- (2) 若存在 $m \in [0,1]$, 使得 $h(m)=m$, 若 m 是函数 $h(x)$ 的中介元, 记 $p = \frac{1}{n} (n \in \mathbb{N})$ 时 $h(x)$ 的中介元为 x_n , 且 $S_n = \sum_{i=1}^n x_i$, 若对任意的 $n \in \mathbb{N}_+$, 都有 $S_n < \frac{1}{2}$, 求 λ 的取值范围;
- (3) 当 $\lambda=0$, $x \in (0,1)$ 时, 函数 $y=h(x)$ 的图像总在直线 $y=1-x$ 的上方, 求 p 的取值范围.