2013年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学文史类

一、选择题：本大题共9小题，每小题5分，共45分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.复数 $z=i\cdot(1+i)$(i 为虚数单位)在复平面上对应的点位于（　　）

A.第一象限　　B.第二象限　　C.第三象限　　D.第四象限

2.“$1<x<2$”是“$x<2$”成立的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

3.某工厂甲、乙、丙三个车间生产了同一种产品，数量分别为120件，80件，60件。为了解它们的产品质量是否存在显著差异，用分层抽样方法抽取了一个容量为n的样本进行调查，其中从丙车间的产品中抽取了3件，则n=（　　）

A.9　　B.10　　C.12　　D.13

4.已知f（x）是奇函数，g（x）是偶函数，且f（−1）+g（1）=2，f（1）+g（−1）=4，则g（1）等于（　　）

A.4　　B.3　　C.2　　D.1

5.在锐角ΔABC中，角A，B所对的边长分别为a，b. 若$2a\sin B=\sqrt{3}b$，则角A等于（　　）

A.$\frac{\pi}{3}$　　B.$\frac{\pi}{4}$　　C.$\frac{\pi}{6}$　　D.$\frac{\pi}{12}$

6.函数f（x）=$\ln x$的图像与函数g（x）=x^2-4x+4的图像的交点个数为（　　）

A.0　　B.1　　C.2　　D.3

7.已知正方体的棱长为1，其俯视图是一个面积为1的正方形，侧视图是一个面积为$\sqrt{2}$的矩形，则该正方体的正视图的面积等于（　　）

A.　$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B.1　　C.$\frac{\sqrt{2}+1}{2}$　　D.$\sqrt{2}$

8.已知a,b是单位向量，$a\cdot b=0$.若向量c满足$|c-a-b|=1$,则$|c|$的最大值为（　　）

A.$\sqrt{2}-1$　　B.$\sqrt{2}$　　C.$\sqrt{2}+1$　　D.$\sqrt{2}+2$

9.已知事件“在矩形 ABCD 的边 CD 上随机取一点 P，使△APB 的最大边是 AB”发生的概率为$\frac{1}{2}$，则$\frac{AD}{AB}=$（　　）

A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{1}{4}$　　C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D.$\frac{\sqrt{7}}{4}$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

10.已知集合$U=\{2,3,6,8\},A=\{2,3\},B=\{2,6,8\}$,则$(C\cup A)\cap B=$________

11.在平面直角坐标系 xOy 中，若直线$l_1:\begin{cases}x=2s+1,\\y=s\end{cases}$（s 为参数）和直线$l_2:\begin{cases}x=at,\\y=2t-1\end{cases}$（t 为参数）平行，则常数 a 的值为________

12.执行如图 1 所示的程序框图，如果输入 a=1,b=2,则输出的 a 的值为______

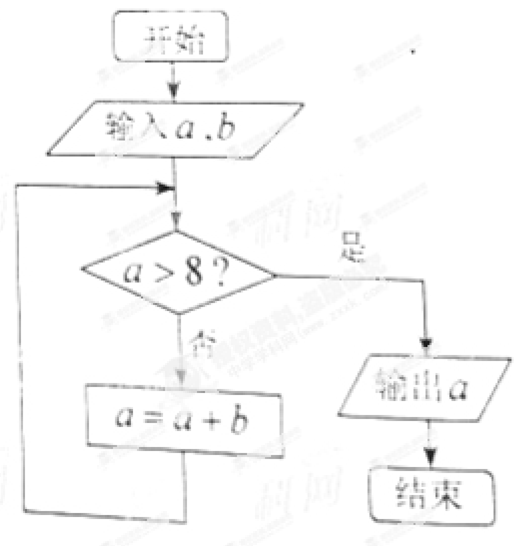

图 1

13.若变量 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x+2y\le 8,\\0\le x\le 4,\\0\le y\le 3,\end{cases}$ 则 x+y 的最大值为________

14.设 F_1，F_2 是双曲线 C，$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (a>0,b>0)的两个焦点。若在 C 上存在一点 P。使 $PF_1\perp PF_2$，且$\angle PF_1F_2=30^\circ$，则 C 的离心率为________________.

15.对于 E={a_1，a_2,….a_{100}}的子集 X={a_{i_1}，a_{i_2},…，a_{i_k}},定义 X 的“特征数列”

为 $x_1,x_2\ldots,x_{100}$,其中 $x_{i_1}=x_{i_2}=\ldots=x_{i_k}=1$.其余项均为 0，例如子集{$a_2$，$a_3$}的

“特征数列”为 0，1，0，0，…,0

(1) 子集{a_1,a_3,a_5}的“特征数列”的前三项和等于________________;

(2) 若 E 的子集 P 的“特征数列” P_1，P_2，…,P_{100} 满足 $P_1+P_{i+1}=1$, $1\leqslant i\leqslant 99$;

E 的子集 Q 的“特征数列” q_1，q_2，…,q_{100} 满足 $q_1=1$，$q_1+q_{j+1}+q_{j+2}=1$，

$1\leqslant j\leqslant 98$，则 $P\cap Q$ 的元素个数为___________.

三、解答题；本大题共 6 小题，共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\cos x.\cos(x-\frac{\pi}{3})$

（1） 求 $f(\frac{2\pi}{3})$ 的值；

（2） 求使 $f(x)<\frac{1}{4}$ 成立的 x 的取值集合

17.(本小题满分 12 分)

如图 2.在直棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，∠ BAC=90°，AB=AC=$\sqrt{2}$，AA_1=3，D 是 BC 的中点，点 E 在菱 BB_1 上运动。

（I） 证明：AD⊥C_1E;

（II） 当异面直线 AC，C_1E 所成的角为 60°时，

求三棱锥 C_1-A_1B_1E 的体积

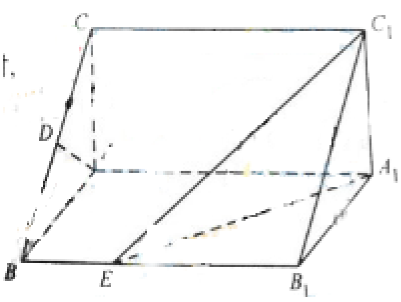

图 2

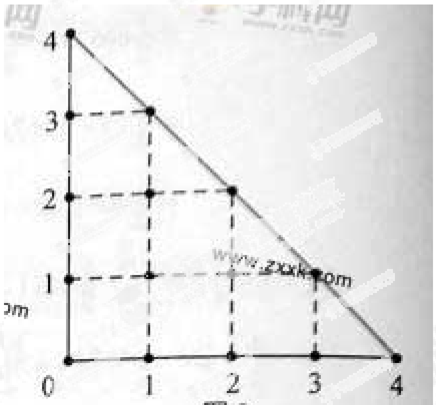

图 3

18.（本小题满分 12 分）

某人在如图 3 所示的直角边长为 4 米的三角形地块的每个格点（指纵、横直线的交叉点以及三角形的顶点）处都种了一株相同品种的作物。根据历年的种植经验，一株该种作物的年收货量 Y (单位：kg)与它的“相近”作物株数 X 之间的关系如下表所示：

X	1	2	3	4
Y	51	48	45	42

这里，两株作物“相近”是指它们之间的直线距离不超过 1 米。

（Ⅰ）完成下表,并求所种作物的平均年收获量;

Y	51	48	45	42
频数		4		

(Ⅱ)在所种作物中随机选取一株,求它的年收获量至少为 48kg 的概率.

19.（本小题满分 13 分）

设 S_n 为数列{ a_n }的前项和，已知 $a_1 \neq 0$，$2a_n - a_1 = S_1 \bullet S_n$， $n \in \mathbf{N}^*$

（Ⅰ）求 a_1， a_2，并求数列 { a_n } 的通项公式;

（Ⅱ）求数列 { na_n } 的前 n 项和。

20.（本小题满分 13 分）

已知F_1，F_2分别是椭圆$E:\frac{x^2}{5}+y^2=1$的左、右焦点F_1，F_2关于直线$x+y-2=0$的对称点是圆C的一条直径的两个端点。

（Ⅰ）求圆C的方程；

（Ⅱ）设过点F_2的直线l被椭圆E和圆C所截得的弦长分别为a，b。当ab最大时，求直线l的方程。

21.（本小题满分 13 分）

已知函数 f（x）= $\frac{1-\mathrm{x}}{1+x^2}e^x$.

（Ⅰ）求 f（x）的单调区间；

（Ⅱ）证明：当 f（x_1）=f（x_2）($x_1 \neq x_2$)时，$x_1+x_2<0$.