2013年普通高等学校夏季招生全国统一考试数学文史类
(广东卷)

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．(2013广东，文1)设集合$S=\{x\mid x^2+2x=0,\ x\in\mathbf{R}\}$，$T=\{x\mid x^2-2x=0,\ x\in\mathbf{R}\}$，则$S\cap T=$(　　)．

A．$\{0\}$　　B．$\{0,2\}$　　C．$\{-2,0\}$　　D．$\{-2,0,2\}$

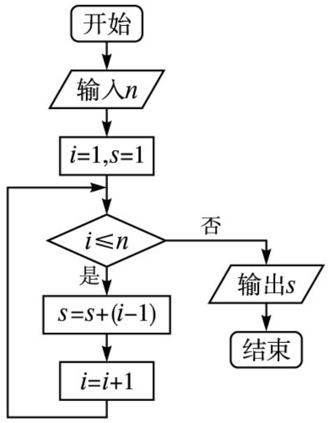
2．(2013广东，文2)函数$y=\dfrac{\lg(x+1)}{x-1}$的定义域是(　　)．

A．$(-1,+\infty)$　　B．$[-1,+\infty)$

C．$(-1,1)\cup(1,+\infty)$　　D．$[-1,1)\cup(1,+\infty)$

3．(2013广东，文3)若$\mathrm{i}(x+y\mathrm{i})=3+4\mathrm{i}$，$x$，$y\in\mathbf{R}$，则复数$x+y\mathrm{i}$的模是(　　)．

A．2　　B．3　　C．4　　D．5



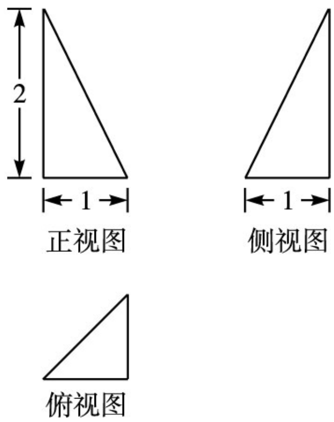
4．(2013广东，文4)已知$\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}+\alpha\right)=\dfrac{1}{5}$，那么$\cos\ \alpha=$(　　)．

A．$-\dfrac{2}{5}$　　B．$-\dfrac{1}{5}$　　C．$\dfrac{1}{5}$　　D．$\dfrac{2}{5}$

5．(2013广东，文5)执行如图所示的程序框图，若输入n的值为3，则输出s的值是(　　)．

A．1　　B．2　　C．4　　D．7

6．(2013广东，文6)某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积是(　　)．



A．$\dfrac{1}{6}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．1

7．(2013广东，文7)垂直于直线$y=x+1$且与圆$x^2+y^2=1$相切于第Ⅰ象限的直线方程是(　　)．

A．$x+y-\sqrt{2}=0$　　B．$x+y+1=0$　　C．$x+y-1=0$　　D．$x+y+\sqrt{2}=0$

8．(2013广东，文8)设l为直线，α，β是两个不同的平面．下列命题中正确的是(　　)．

A．若$l\parallel\alpha$，$l\parallel\beta$，则$\alpha\parallel\beta$　　B．若$l\perp\alpha$，$l\perp\beta$，则$\alpha\parallel\beta$

C．若$l\perp\alpha$，$l\parallel\beta$，则$\alpha\parallel\beta$　　D．若$\alpha\perp\beta$，$l\parallel\alpha$，则$l\perp\beta$

9．(2013广东，文9)已知中心在原点的椭圆C的右焦点为$F(1,0)$，离心率等于$\dfrac{1}{2}$，则C的方程是(　　)．

A．$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{4}=1$　　B．$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{\sqrt{3}}=1$　　C．$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$　　D．$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$

10．(2013广东，文10)设$\boldsymbol{a}$是已知的平面向量且$\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$.关于向量$\boldsymbol{a}$的分解，有如下四个命题：

①给定向量$\boldsymbol{b}$，总存在向量$\boldsymbol{c}$，使$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$；

②给定向量$\boldsymbol{b}$和$\boldsymbol{c}$，总存在实数λ和μ，使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$；

③给定单位向量$\boldsymbol{b}$和正数μ，总存在单位向量$\boldsymbol{c}$和实数λ，使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$；

④给定正数λ和μ，总存在单位向量$\boldsymbol{b}$和单位向量$\boldsymbol{c}$，使$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\mu\boldsymbol{c}$.

上述命题中的向量$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$和$\boldsymbol{a}$在同一平面内且两两不共线，则真命题的个数是(　　).

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题：本大题共5小题，考生作答4小题，每小题5分，满分20分．

(一)必做题(11～13题)

11．(2013广东，文11)设数列$\{a_n\}$是首项为1，公比为－2的等比数列，则$a_1+|a_2|+a_3+|a_4|=$__________.

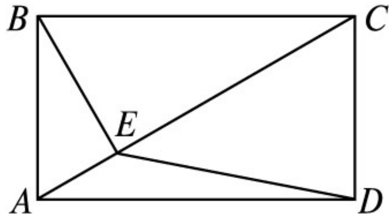
12．(2013广东，文12)若曲线$y=ax^2-\ln x$在(1，a)处的切线平行于x轴，则$a=$__________.

13．(2013广东，文13)已知变量x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+3\geq 0,\\ -1\leq x\leq 1,\\ y\geq 1,\end{cases}$　则$z=x+y$的最大值是__________.

(二)选做题(14～15题，考生只能从中选做一题)

14．(2013广东，文14)(坐标系与参数方程选做题)已知曲线C的极坐标方程为$\rho=2\cos\theta$.以极点为原点，极轴为x轴的正半轴建立直角坐标系，则曲线C的参数方程为__________.

15．(2013广东，文15)(几何证明选讲选做题)如图，在矩形$ABCD$中，$AB=\sqrt{3}$，$BC=3$，$BE\perp AC$，垂足为E，则$ED=$__________.



三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．

16．(2013广东，文16)(本小题满分12分)已知函数$f(x)=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$，$x\in\mathbf{R}$.

(1)求$f\left(\frac{\pi}{3}\right)$的值；

(2)若$\cos\theta=\frac{3}{5}$，$\theta\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$，求$f\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$.

17．(2013广东，文17)(本小题满分12分)从一批苹果中，随机抽取50个，其重量(单位：克)的频数分布表如下：

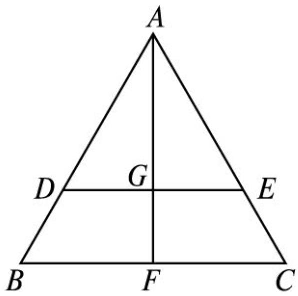
分组(重量)	[80,85)	[85,90)	[90,95)	[95,100)
频数(个)	5	10	20	15

(1)根据频数分布表计算苹果的重量在[90,95)的频率；

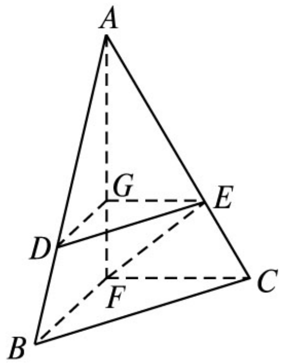
(2)用分层抽样的方法从重量在$[80,85)$和$[95,100)$的苹果中共抽取4个，其中重量在$[80,85)$的有几个？

(3)在(2)中抽出的4个苹果中，任取2个，求重量在$[80,85)$和$[95,100)$中各有1个的概率.

18．(2013广东，文18)(本小题满分14分)如图(1)，在边长为1的等边三角形ABC中，D，E分别是AB，AC上的点，$AD=AE$，F是BC的中点，AF与DE交于点G. 将△ABF沿AF折起，得到如图(2)所示的三棱锥$A-BCF$，其中$BC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.



图(1)



图(2)

(1)证明：$DE\parallel$平面BCF；

(2)证明：$CF\perp$平面ABF；

(3)当$AD=\dfrac{2}{3}$时，求三棱锥$F-DEG$的体积V_{F-DEG}.

19．(2013广东，文19)(本小题满分14分)设各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足$4S_n=a_{n+1}^2-4n-1$，$n\in\mathbb{N}^*$，且a_2，a_5，a_{14}构成等比数列.

(1)证明：$a_2=\sqrt{4a_1+5}$；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(3)证明：对一切正整数n，有$\dfrac{1}{a_1a_2}+\dfrac{1}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_na_{n+1}}<\dfrac{1}{2}$.

20．(2013广东，文20)(本小题满分14分)已知抛物线C的顶点为原点，其焦点$F(0，c)(c>0)$到直线l：$x-y-2=0$的距离为$\frac{3\sqrt{2}}{2}$．设P为直线l上的点，过点P作抛物线C的两条切线PA，PB，其中A，B为切点．

(1)求抛物线C的方程；

(2)当点$P(x_0，y_0)$为直线l上的定点时，求直线AB的方程；

(3)当点P在直线l上移动时，求$|AF|\cdot|BF|$的最小值．

21．(2013广东，文21)(本小题满分14分)设函数$f(x)=x^3-kx^2+x(k\in R)$.

(1)当$k=1$时，求函数$f(x)$的单调区间；

(2)当$k<0$时，求函数$f(x)$在$[k,-k]$上的最小值m和最大值M.

2013年普通高等学校夏季招生全国统一考试数学文史类(广东卷)

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．

答案：A

解析：∵S＝{－2, 0}，T＝{0, 2}，∴$S\cap T$＝{0}．

2．

答案：C

解析：要使函数有意义，则$\begin{cases} x+1>0, \\ x-1\neq 0, \end{cases}$

解得x＞－1且x≠1，

故函数的定义域为(－1, 1)∪(1，＋∞)．

3．

答案：D

解析：∵i(x＋yi)＝－y＋xi＝3＋4i，

$\therefore \begin{cases} x=4, \\ y=-3. \end{cases}$

∴x＋yi＝4－3i．

∴|x＋yi|＝$\sqrt{4^2+(-3)^2}$＝5．

4．

答案：C

解析：$\because \sin\left(\frac{5\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$

＝$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$＝cos　$\alpha=\frac{1}{5}$，

∴cos　$\alpha=\frac{1}{5}$．

5．

答案：C

解析：i＝1，s＝1，i≤3，s＝1＋0＝1，i＝2；

i≤3，s＝1＋1＝2，i＝3；

i≤3，s＝2＋2＝4，i＝4；

i＞3，s＝4.

6．

答案：B

解析：由俯视图知底面为直角三角形，又由正视图及侧视图知底面两直角边长都是1，且三棱锥的高为2，故$V_{三棱锥}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1\times 1\times 2=\frac{1}{3}$．

7．

答案：A

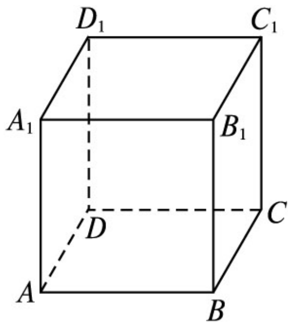
解析：由于所求切线垂直于直线y＝x＋1，可设所求切线方程为x＋y＋m＝0. 由圆心到切线的距离等于半径得$\frac{|m|}{\sqrt{2}}=1$，解得$m=\pm\sqrt{2}$．

又由于与圆相切于第I象限，则$m=-\sqrt{2}$．

8．

答案：B

解析：如图，在正方体$A_1B_1C_1D_1$－$ABCD$中，



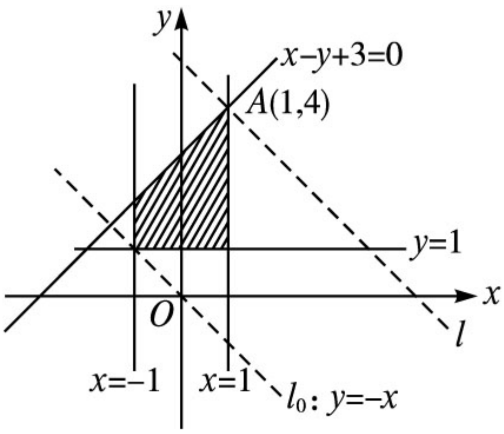
对于A，设l为AA_1，平面B_1BCC_1，平面DCC_1D_1为α，β.
$A_1A\parallel$平面B_1BCC_1，$A_1A\parallel$平面DCC_1D_1，
而平面$B_1BCC_1\cap$平面$DCC_1D_1=C_1C$；
对于C，设l为A_1A，平面$ABCD$为α，平面DCC_1D_1为β. $A_1A\perp$平面$ABCD$，$A_1A\parallel$平面DCC_1D_1，
而平面$ABCD\cap$平面$DCC_1D_1=DC$；
对于D，设平面A_1ABB_1为α，平面$ABCD$为β，直线D_1C_1为l，平面$A_1ABB_1\perp$平面$ABCD$，$D_1C_1\parallel$平面A_1ABB_1，而$D_1C_1\parallel$平面$ABCD$.
故A，C，D都是错误的.
而对于B，根据垂直于同一直线的两平面平行，知B正确.

9.
答案：D
解析：由中心在原点的椭圆C的右焦点$F(1,0)$知，$c=1$.
又离心率等于$\frac{1}{2}$，则$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，得$a=2$.
由$b^2=a^2-c^2=3$，
故椭圆C的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

10.
答案：B
解析：对于①，由向量加法的三角形法则知正确；对于②，由平面向量基本定理知正确；对于③，以$\boldsymbol{a}$的终点作长度为μ的圆，这个圆必须和向量$\lambda\boldsymbol{b}$有交点，这个不一定能满足，故③不正确；对于④，利用向量加法的三角形法则，结合三角形两边之和大于第三边，即必须$|\lambda\boldsymbol{b}|+|\mu\boldsymbol{c}|=\lambda+\mu\geqslant|\boldsymbol{a}|$，故④不正确.

二、填空题：本大题共5小题，考生作答4小题，每小题5分，满分20分.

(一)必做题(11～13题)
11. **答案：**15
解析：由数列$\{a_n\}$首项为1，公比$q=-2$，则$a_n=(-2)^{n-1}$，$a_1=1$，$a_2=-2$，$a_3=4$，$a_4=-8$，则$a_1+|a_2|+a_3+|a_4|=1+2+4+8=15$.
12. **答案：**$\frac{1}{2}$
解析：由曲线在点$(1，a)$处的切线平行于x轴得切线的斜率为0，由$y'=2ax-\frac{1}{x}$及导数的几何意义得$y'|_{x=1}=2a-1=0$，解得$a=\frac{1}{2}$.
13. **答案：**5
解析：由线性约束条件画出可行域如下图，平移直线l_0，当l过点$A(1,4)$，即当$x=1$，$y=4$时，$z_{\max}=5$.



(二)选做题(14～15题，考生只能从中选做一题)

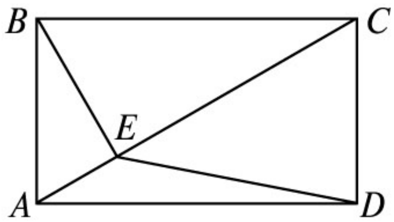
14．**答案：** $\begin{cases} x = 1 + \cos\varphi, \\ y = \sin\varphi \end{cases}$（$\phi$为参数）

解析： 由曲线C的极坐标方程 ρ =2cos
θ知以极点为原点，极轴为x轴的正半轴建立直角坐标系知曲线C是以(1，0)为圆心，半径为1的圆，其方程为$(x-1)^2+y^2=1$，故参数方程为$\begin{cases} x = 1 + \cos\varphi, \\ y = \sin\varphi \end{cases}$（$\phi$为参数）.

15.

答案： $\dfrac{\sqrt{21}}{2}$

解析： 在Rt△ABC中，$AB=\sqrt{3}$，$BC=3$，$\tan\angle BAC=\dfrac{BC}{AB}=\sqrt{3}$，



则$\angle BAC=60°$，$AE=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

在△AED中，$\angle EAD=30°$，$AD=3$，

$ED^2=AE^2+AD^2-2AE\cdot AD\cos\angle EAD$

$=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+3^2-2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times3\times\cos 30°$

$=\dfrac{3}{4}+9-2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times3\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{21}{4}$.

$\therefore ED=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$.

三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．

16.

解：(1) $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{12}\right)=\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{4}=1$.

(2)∵cos $\theta=\dfrac{3}{5}$， $\theta\in\left(\dfrac{3\pi}{2},2\pi\right)$，

sin $\theta=-\sqrt{1-\cos^2\theta}=-\dfrac{4}{5}$，

$\therefore f\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{2}\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$

$=\sqrt{2}\left(\cos\theta\cos\dfrac{\pi}{4}+\sin\theta\sin\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{1}{5}$.

17.

解：(1)苹果的重量在[90, 95)的频率为$\dfrac{20}{50}$＝0.4；

(2)重量在[80, 85)的有$4\times\dfrac{5}{5+15}$＝1个；

(3)设这4个苹果中[80, 85)分段的为1，[95, 100)分段的为2, 3, 4，从中任取两个，可能的情况有：(1, 2)，(1, 3)，(1, 4)，(2, 3)，(2, 4)，(3, 4)，共6种．任取2个，重量在[80, 85)和[95, 100)中各有1个记为事件A，则事件A包含有(1, 2)，(1, 3)，(1, 4)，共3种，所以$P(A)=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$.

18.

(1)证明：在等边三角形ABC中，

∵AD＝AE，$\therefore\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{AE}{EC}$.

又$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{AE}{EC}$，在折叠后的三棱锥$A-BCF$中也成立，

$\therefore DE\parallel BC$.

∵$DE\not\subset$平面BCF，$BC\subset$平面BCF，

$\therefore DE\parallel$平面BCF.

(2)证明：在等边三角形ABC中，∵F是BC的中点，BC＝1，$\therefore AF\perp CF$，$BF=CF=\dfrac{1}{2}$.

∵在三棱锥$A-BCF$中，$BC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore BC^2=BF^2+CF^2$. $\therefore CF\perp BF$.

∵$BF\cap AF=F$，$\therefore CF\perp$平面ABF.

(3)**解：**由(1)可知$GE\parallel CF$，结合(2)可得$GE\perp$平面DFG.

$\therefore V_{F-DEG}=V_{E-DFG}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\cdot DG\cdot FG\cdot GE=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{324}$.

19.

(1)证明：当n＝1时，$4a_1=a_2^2-5$，$\therefore a_2^2=4a_1+5$.

∵$a_n>0$，$\therefore a_2=\sqrt{4a_1+5}$.

(2)**解：**当$n\geqslant2$时，$4S_{n-1}=a_n^2-4(n-1)-1$，①

$4S_n=a_{n+1}^2-4n-1$，②

由②－①，得$4a_n=4S_n-4S_{n-1}=a_{n+1}^2-a_n^2-4$，

$\therefore a_{n+1}^2=a_n^2+4a_n+4=(a_n+2)^2$.

∵$a_n>0$，$\therefore a_{n+1}=a_n+2$，

∴当$n\geqslant2$时，$\{a_n\}$是公差d＝2的等差数列.

∵a_2，a_5，a_{14}构成等比数列，

$\therefore a_5^2=a_2\cdot a_{14}$，$(a_2+6)^2=a_2\cdot(a_2+24)$，解得$a_2=3$.

由(1)可知，$4a_1=a_2^2-5=4$，$\therefore a_1=1$.

$\because a_2-a_1=3-1=2$，

$\therefore \{a_n\}$是首项$a_1=1$，公差$d=2$的等差数列.

$\therefore$数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n-1$.

(3)证明：$\dfrac{1}{a_1a_2}+\dfrac{1}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$

$=\dfrac{1}{1\times3}+\dfrac{1}{3\times5}+\dfrac{1}{5\times7}+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$

$=\dfrac{1}{2}\times\left[\left(1-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)+\left(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)\right]$

$=\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{2n+1}\right)<\dfrac{1}{2}$.

20.

解：(1)依题意$d=\dfrac{|0-c-2|}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，解得$c=1$(负根舍去).

$\therefore$抛物线C的方程为$x^2=4y$.

(2)设点$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$.

由$x^2=4y$，即$y=\dfrac{1}{4}x^2$，得$y'=\dfrac{1}{2}x$.

$\therefore$抛物线C在点A处的切线PA的方程为$y-y_1=\dfrac{x_1}{2}(x-x_1)$，

即$y=\dfrac{x_1}{2}x+y_1-\dfrac{1}{2}x_1^2$.

$\because y_1=\dfrac{1}{4}x_1^2$，$\therefore y=\dfrac{x_1}{2}x-y_1$.

$\because$点$P(x_0，y_0)$在切线PA上，

$\therefore y_0=\dfrac{x_1}{2}x_0-y_1$. ①

同理，$y_0=\dfrac{x_2}{2}x_0-y_2$. ②

综合①，②得，点$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$的坐标都满足方程$y_0=\dfrac{x}{2}x_0-y$.

$\because$经过$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$两点的直线是唯一的，

$\therefore$直线AB的方程为$y_0=\dfrac{x}{2}x_0-y$，即$x_0x-2y-2y_0=0$.

(3)由抛物线的定义可知$|AF|=y_1+1$，$|BF|=y_2+1$，

$\therefore |AF|\cdot|BF|=(y_1+1)(y_2+1)$

$=y_1+y_2+y_1y_2+1$.

联立$\begin{cases}x^2=4y,\\x_0x-2y-2y_0=0,\end{cases}$

消去x得$y^2+(2y_0-x_0^2)y+y_0^2=0$，

$\therefore y_1+y_2=x_0^2-2y_0$，$y_1y_2=y_0^2$.

$\because$点$P(x_0，y_0)$在直线l上，$\therefore x_0-y_0-2=0$.

$\therefore |AF|\cdot|BF|=x_0^2-2y_0+y_0^2+1$

$=y_0^2-2y_0+(y_0+2)^2+1$

$=2y_0^2+2y_0+5=2\left(y_0+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9}{2}$.

$\therefore$当$y_0=-\dfrac{1}{2}$时，$|AF|\cdot|BF|$取得最小值为$\dfrac{9}{2}$.

21.

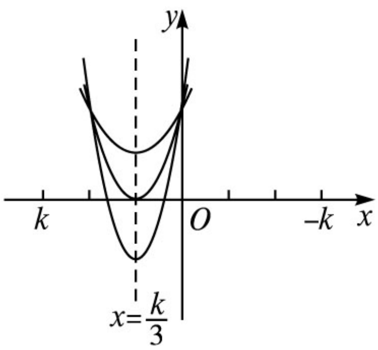
解： $f'(x)=3x^2-2kx+1$，

(1)当$k=1$时，

$f'(x)=3x^2-2x+1$，$\Delta=4-12=-8<0$，

$\therefore f'(x)>0$，即$f(x)$的单调递增区间为R.

(2)(方法一)当$k<0$时，$f'(x)=3x^2-2kx+1$，其开口向上，对称轴$x=\dfrac{k}{3}$，且过$(0,1)$.



①当$\Delta=4k^2-12=4(k+\sqrt{3})(k-\sqrt{3})\leqslant 0$，

即$-\sqrt{3}\leqslant k<0$时，$f'(x)\geqslant 0$，$f(x)$在$[k,-k]$上单调递增.

从而当$x=k$时，$f(x)$取得最小值$m=f(k)=k$;

当$x=-k$时，$f(x)$取得最大值$M=f(-k)=-k^3-k^3-k=-2k^3-k$.

②当$\Delta=4k^2-12=4(k+\sqrt{3})(k-\sqrt{3})>0$，即$k<-\sqrt{3}$时，

令$f'(x)=3x^2-2kx+1=0$，

解得：$x_1=\dfrac{k+\sqrt{k^2-3}}{3}$，$x_2=\dfrac{k-\sqrt{k^2-3}}{3}$，注意到$k<x_2<x_1<0$.

(注：可用韦达定理判断$x_1\cdot x_2=\dfrac{1}{3}$，$x_1+x_2=\dfrac{2k}{3}>k$，从而$k<x_2<x_1<0$；或者由对称结合图象判断)

$\therefore m=\min\{f(k),f(x_1)\}$，$M=\max\{f(-k),f(x_2)\}$.

$\because f(x_1)-f(k)=x_1^3-kx_1^2+x_1-k$

$=(x_1-k)(x_1^2+1)>0$，

$\therefore f(x)$的最小值$m=f(k)=k$.

$\because f(x_2)-f(-k)=x_2^3-kx_2^2+x_2-(-k^3-k\cdot k^2-k)=(x_2+k)[(x_2-k)^2+k^2+1]<0$，

$\therefore f(x)$的最大值$M=f(-k)=-2k^3-k$.

综上所述，当$k<0$时，$f(x)$的最小值$m=f(k)=k$，最大值$M=f(-k)=-2k^3-k$.

(方法2)当$k<0$时，对$\forall x\in[k,-k]$，都有

$f(x)-f(k)=x^3-kx^2+x-k^3+k^3-k=(x^2+1)(x-k)\geqslant 0$，故$f(x)\geqslant f(k)$.

$f(x)-f(-k)=x^3-kx^2+x+k^3+k^3+k=(x+k)(x^2-2kx+2k^2+1)=(x+k)[(x-k)^2+k^2+1]\leqslant 0$.

故$f(x)\leqslant f(-k)$. $\because f(k)=k<0$，$f(-k)=-2k^3-k>0$，

$\therefore f(x)_{\max}=f(-k)=-2k^3-k$，$f(x)_{\min}=f(k)=k$.