

2018年北京市高考数学试卷（理科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

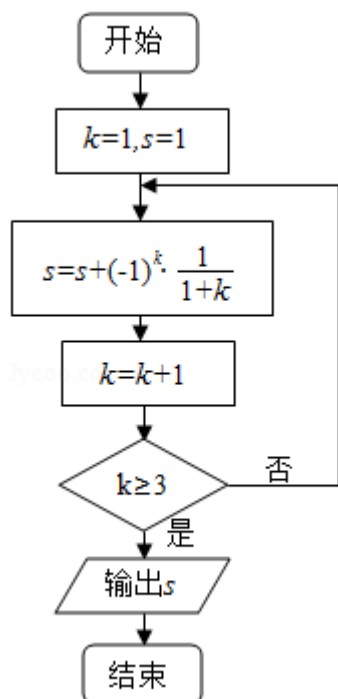
1. （5分）已知集合 $A=\{x||x|<2\}$ ， $B=\{-2, 0, 1, 2\}$ ，则 $A\cap B=$ （ ）

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$
C. $\{-2, 0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. （5分）在复平面内，复数 $\frac{1}{1-i}$ 的共轭复数对应的点位于（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. （5分）执行如图所示的程序框图，输出的s值为（ ）

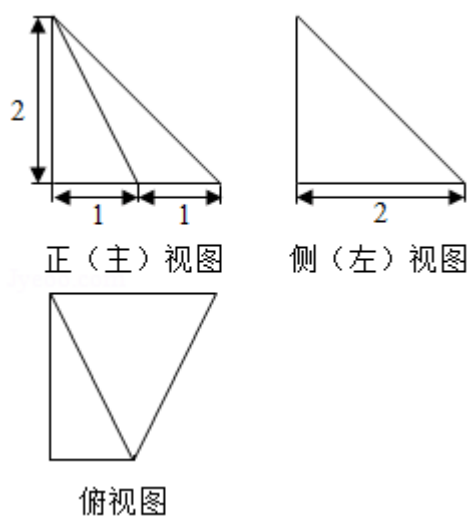


- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{7}{6}$ D. $\frac{7}{12}$

4. （5分）“十二平均律”是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为这个理论的发展做出了重要贡献，十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$ 。若第一个单音的频率为 f ，则第八个单音的频率为（ ）

- A. $\sqrt[3]{2}f$ B. $\sqrt[3]{2}^2f$ C. $\sqrt[12]{2}^5f$ D. $\sqrt[12]{2}^7f$

5. (5分) 某四棱锥的三视图如图所示, 在此四棱锥的侧面中, 直角三角形的个数为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. (5分) 设 \vec{a} , \vec{b} 均为单位向量, 则“ $|\vec{a} - 3\vec{b}| = |3\vec{a} + \vec{b}|$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. (5分) 在平面直角坐标系中, 记 d 为点 $P(\cos\theta, \sin\theta)$ 到直线 $x - my - 2 = 0$ 的距离. 当 θ 、 m 变化时, d 的最大值为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
8. (5分) 设集合 $A = \{(x, y) | x - y \geq 1, ax + y > 4, x - ay \leq 2\}$, 则 ()
- A. 对任意实数 a , $(2, 1) \in A$ B. 对任意实数 a , $(2, 1) \notin A$
- C. 当且仅当 $a < 0$ 时, $(2, 1) \notin A$ D. 当且仅当 $a \leq \frac{3}{2}$ 时, $(2, 1) \notin A$

二、填空题共6小题, 每小题5分, 共30分。

9. (5分) 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1 = 3$, $a_2 + a_5 = 36$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.
10. (5分) 在极坐标系中, 直线 $\rho \cos\theta + \rho \sin\theta = a$ ($a > 0$) 与圆 $\rho = 2\cos\theta$ 相切, 则 a =_____.
11. (5分) 设函数 $f(x) = \cos(\omega x - \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$), 若 $f(x) \leq f(\frac{\pi}{4})$ 对任意的实数 x 都成立, 则 ω 的最小值为_____.

12. (5分) 若 x, y 满足 $x+1 \leq y \leq 2x$, 则 $2y - x$ 的最小值是_____.
13. (5分) 能说明“若 $f(x) > f(0)$ 对任意的 $x \in (0, 2]$ 都成立, 则 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上是增函数”为假命题的一个函数是_____.
14. (5分) 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 双曲线 $N: \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1$. 若双曲线 N 的两条渐近线与椭圆 M 的四个交点及椭圆 M 的两个焦点恰为一个正六边形的顶点, 则椭圆 M 的离心率为_____; 双曲线 N 的离心率为_____.

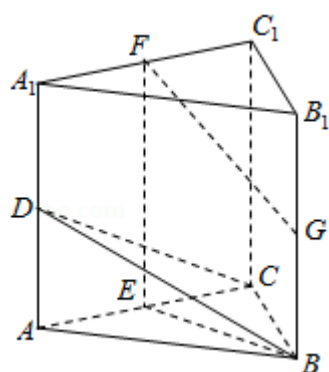
三、解答题共6小题, 共80分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

15. (13分) 在 $\triangle ABC$ 中, $a=7, b=8, \cos B = -\frac{1}{7}$.

- (I) 求 $\angle A$;
- (II) 求 AC 边上的高.

16. (14分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $CC_1 \perp$ 平面 ABC , D, E, F, G 分别为 AA_1, AC, A_1C_1, BB_1 的中点, $AB=BC=\sqrt{5}, AC=AA_1=2$.

- (I) 求证: $AC \perp$ 平面 BEF ;
- (II) 求二面角 $B - CD - C_1$ 的余弦值;
- (III) 证明: 直线 FG 与平面 BCD 相交.



17. （12分）电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率是指：一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

假设所有电影是否获得好评相互独立.

- (I) 从电影公司收集的电影中随机选取1部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；
- (II) 从第四类电影和第五类电影中各随机选取1部，估计恰有1部获得好评的概率；
- (III) 假设每类电影得到人们喜欢的概率与表格中该类电影的好评率相等. 用“ $\xi_k=1$ ”表示第k类电影得到人们喜欢，“ $\xi_k=0$ ”表示第k类电影没有得到人们喜欢 ($k=1, 2, 3, 4, 5, 6$). 写出方差 $D\xi_1, D\xi_2, D\xi_3, D\xi_4, D\xi_5, D\xi_6$ 的大小关系.

18. （13分）设函数 $f(x)=[ax^2 - (4a+1)x+4a+3]e^x$.

- (I) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与x轴平行，求a；
- (II) 若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极小值，求a的取值范围.

19. (14分) 已知抛物线C: $y^2=2px$ 经过点P (1, 2), 过点Q (0, 1) 的直线l与抛物线C有两个不同的交点A, B, 且直线PA交y轴于M, 直线PB交y轴于N

(I) 求直线l的斜率的取值范围;

(II) 设O为原点, $\overrightarrow{QM}=\lambda\overrightarrow{QO}$, $\overrightarrow{QN}=\mu\overrightarrow{QO}$, 求证: $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}$ 为定值.

20. (14分) 设 n 为正整数, 集合 $A=\{\alpha|\alpha=(t_1, t_2, \dots, t_n), t_k \in \{0, 1\}, k=1, 2, \dots, n\}$, 对于集合 A 中的任意元素 $\alpha=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和 $\beta=(y_1, y_2, \dots, y_n)$, 记

$$M(\alpha, \beta) = \frac{1}{2}[(x_1+y_1 - |x_1 - y_1|) + (x_2+y_2 - |x_2 - y_2|) + \dots + (x_n+y_n - |x_n - y_n|)]$$

(I) 当 $n=3$ 时, 若 $\alpha=(1, 1, 0)$, $\beta=(0, 1, 1)$, 求 $M(\alpha, \alpha)$ 和 $M(\alpha, \beta)$ 的值;

(II) 当 $n=4$ 时, 设 B 是 A 的子集, 且满足: 对于 B 中的任意元素 α, β , 当 α, β 相同时, $M(\alpha, \beta)$ 是奇数; 当 α, β 不同时, $M(\alpha, \beta)$ 是偶数. 求集合 B 中元素个数的最大值;

(III) 给定不小于2的 n , 设 B 是 A 的子集, 且满足: 对于 B 中的任意两个不同的元素 α, β , $M(\alpha, \beta)=0$, 写出一个集合 B , 使其元素个数最多, 并说明理由.