2008年江西高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，共150分。

第Ⅰ卷

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上，考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第Ⅱ卷用黑色墨水签字笔在答题卡上作答。若在试题卷上作答，答案无效。
3. 考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

参考公式

如果事件 A,B 互斥，那么

球的表面积公式

$P(A+B)=P(A)+P(B)$ $\qquad$ $S=4\pi R^2$

如果事件 A,B，相互独立，那么

其中 R 表示球的半径

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$ $\qquad$ 球的体积公式

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，那么 $\qquad$ $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

其中 R 表示球的半径

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

一．选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．“$|x|=|y|$”是“$x=y$”的

A．充分不必要条件 $\qquad$ B．必要不充分条件 $\qquad$ C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

2．定义集合运算：$A*B=\{z|z=xy,x\in A,y\in B\}$．设 $A=\{1,2\}$，$B=\{0,2\}$，则集合 $A*B$ 的所有元素之和为

A．0 $\qquad$ B．2 $\qquad$ C．3 $\qquad$ D．6

3．若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,2]$，则函数 $g(x)=\frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是

A．$[0,1]$ $\qquad$ B．$[0,1)$ $\qquad$ C．$[0,1)\cup(1,4]$ $\qquad$ D．$(0,1)$

4．若 $0<x<y<1$，则

A．$3^y < 3^x$　　B．$\log_x 3 < \log_y 3$　　C．$\log_4 x < \log_4 y$　　D．$(\frac{1}{4})^x < (\frac{1}{4})^y$

5．在数列$\{a_n\}$中，$a_1 = 2$，　$a_{n+1} = a_n + \ln(1+\frac{1}{n})$，则$a_n =$

A．$2+\ln n$　　B．$2+(n-1)\ln n$　　C．$2+n\ln n$　　D．$1+n+\ln n$

6．函数$f(x)=\dfrac{\sin x}{\sin x+2\sin\frac{x}{2}}$是

A．以4π为周期的偶函数　　B．以2π为周期的奇函数

C．以2π为周期的偶函数　　D．以4π为周期的奇函数

7．已知F_1、F_2是椭圆的两个焦点，满足$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$的点$M$总在椭圆内部，则椭圆离心率的取值范围是

A．$(0,1)$　　B．$(0,\frac{1}{2}]$　　C．$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$　　D．$[\frac{\sqrt{2}}{2},1)$

8．$(1+x)^{10}(1+\frac{1}{x})^{10}$展开式中的常数项为

A．1　　B．$(C_{10}^1)^2$　　C．C_{20}^1　　D．C_{20}^{10}

9．设直线m与平面α相交但不垂直，则下列说法中正确的是

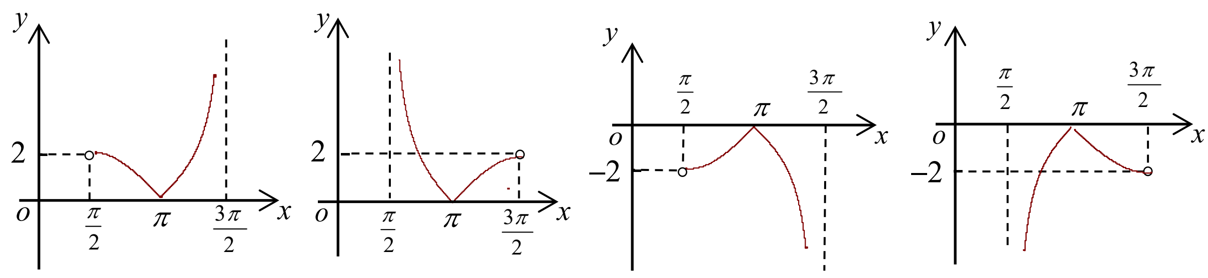
A．在平面α内有且只有一条直线与直线m垂直

B．过直线m有且只有一个平面与平面α垂直

C．与直线m垂直的直线不可能与平面α平行

D．与直线m平行的平面不可能与平面α垂直

10．函数$y=\tan x+\sin x-|\tan x-\sin x|$在区间$(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$内的图象大致是



A　　B　　C　　D

11．电子钟一天显示的时间是从00:00到23:59，每一时刻都由四个数字组成，则一天中任一时刻显示的四个数字之和为23的概率为

A．$\frac{1}{180}$　　B．$\frac{1}{288}$　　C．$\frac{1}{360}$　　D．$\frac{1}{480}$

12．已知函数$f(x)=2x^2+(4-m)x+4-m$，$g(x)=mx$，若对于任一实数x，$f(x)$与

$g(x)$ 的值至少有一个为正数，则实数 m 的取值范围是

A． $[-4,4]$ B． $(-4,4)$ C． $(-\infty,4)$ D． $(-\infty,-4)$

第Ⅱ卷

注意事项：

第Ⅱ卷2页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，若在试题上作答，答案无效。

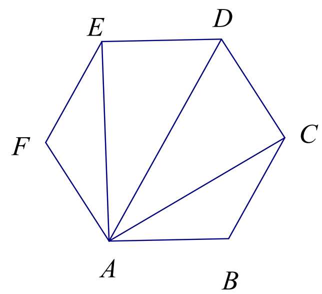
二.填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。请把答案填在答题卡上

13．不等式 $2^{x^2+2x-4}\le\frac{1}{2}$ 的解集为____________.

14．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两条渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，若顶点到渐近线的距离为1，则双曲线方程为____________.

15．连结球面上两点的线段称为球的弦．半径为4的球的两条弦 AB、CD 的长度分别等于 $2\sqrt{7}$ 、$4\sqrt{3}$，每条弦的两端都在球面上运动，则两弦中点之间距离的最大值为__________.

16．如图，正六边形 $ABCDEF$ 中，有下列四个命题：



A． $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{BC}$

B． $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AF}$

C． $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$

D． $(\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AF})\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AD}(\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{EF})$

其中真命题的代号是______________（写出所有真命题的代号）.

三.解答题：本大题共6小题，共74分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤

17．已知 $\tan\alpha=-\frac{1}{3}$， $\cos\beta=\frac{\sqrt{5}}{5}, \alpha,\beta\in(0,\pi)$

（1）求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值；

（2）求函数 $f(x)=\sqrt{2}\sin(x-\alpha)+\cos(x+\beta)$ 的最大值.

18．因冰雪灾害，某柑桔基地果林严重受损，为此有关专家提出一种拯救果树的方案，该方案需分两年实施且相互独立．该方案预计第一年可以使柑桔产量恢复到灾前的1.0倍、0.9倍、0.8倍的概率分别是0.2、0.4、0.4；第二年可以使柑桔产量为第一年产量的1.5倍、1.25倍、1.0倍的概率分别是0.3、0.3、0.4.

（1）求两年后柑桔产量恰好达到灾前产量的概率；

（2）求两年后柑桔产量超过灾前产量的概率.

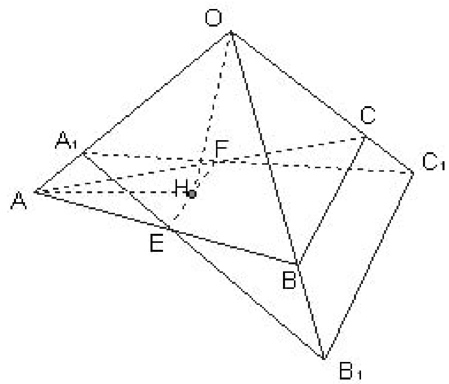
19．等差数列$\{a_n\}$的各项均为正数，$a_1=3$，前n项和为S_n，$\{b_n\}$为等比数列，

$b_1=1$，且$b_2S_2=64$,

$b_3S_3=960$.

(1)求a_n与b_n；

(2)求和：$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}$.



20．如图，正三棱锥$O-ABC$的三条侧棱OA、OB、OC两两垂直，且长度均为2．E、F分别是AB、AC的中点，H是EF的中点，过EF的平面与侧棱OA、OB、OC或其延长线分别相交于A_1、B_1、C_1，已知$OA_1=\frac{3}{2}$.

（1）求证：$B_1C_1\perp$面OAH；

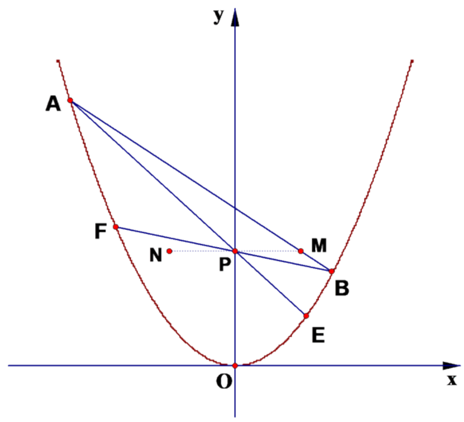
（2）求二面角$O-A_1B_1-C_1$的大小.

21．已知函数$f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}ax^3-a^2x^2+a^4(a>0)$

（1）求函数$y=f(x)$的单调区间；

（2）若函数$y=f(x)$的图像与直线$y=1$恰有两个交点，求a的取值范围.

22．已知抛物线$y=x^2$和三个点$M(x_0,y_0)$、$P(0,y_0)$、$N(-x_0,y_0)$ $(y_0\neq x_0^2,y_0>0)$，过点M的一条直线交抛物线于A、B两点，AP、BP的延长线分别交抛物线于点E、F.



（1）证明E、F、N三点共线；

（2）如果A、B、M、N四点共线，问：是否存在y_0，使以线段AB为直径的圆与抛物线有异于A、B的交点？如果存在，求出y_0的取值范围，并求出该交点到直线AB的距离；若不存在，请说明理由.

参考答案

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	B	C	A	A	C	D	B	D	C	C

1．B. 因 $|x|=|y|$ ¿ $x=y$ 但 $x=y\Rightarrow|x|=|y|$。

2． D. 因 $A*B=\{0,2,4\}$，

3．B. 因为 $f(x)$ 的定义域为[0，2]，所以对 $g(x)$， $0\le 2x\le 2$ 但 $x\ne 1$ 故 $x\in[0,1)$。

4． C 函数 $f(x)=\log_4 x$ 为增函数

5． A $a_2=a_1+\ln(1+\frac{1}{1})$， $a_3=a_2+\ln(1+\frac{1}{2})$，…， $a_n=a_{n-1}+\ln(1+\frac{1}{n-1})$

$\Rightarrow a_n=a_1+\ln(\frac{2}{1})(\frac{3}{2})(\frac{4}{3})\cdots(\frac{n}{n-1})=2+\ln n$

6． A $f(-x)=\dfrac{\sin(-x)}{\sin(-x)+2\sin\frac{-x}{2}}=f(x)$ $f(4\pi+x)=f(x)\ne f(2\pi+x)$

7． C. 由题知, 垂足的轨迹为以焦距为直径的圆, 则 $c<b\Rightarrow c^2<b^2=a^2-c^2\Rightarrow e^2<\frac{1}{2}$

又 $e\in(0,1)$, 所以 $e\in(0,\frac{1}{2})$

8． D $(1+x)^{10}(1+\frac{1}{x})^{10}=\dfrac{(1+x)^{20}}{x^{10}}$

9． C.

10． D.. 函数 $y=\tan x+\sin x-|\tan x-\sin x|=\begin{cases}2\tan x, & 当\tan x<\sin x时\\ 2\sin x, & 当\tan x\ge\sin x时\end{cases}$

11. C. 一天显示的时间总共有 $24\times 60=1440$ 种, 和为23总共有4种, 故所求概率为 $\frac{1}{360}$.

12． C. 当 $\Delta=m^2-16<0$ 时，显然成立

当 $m=4, f(0)=g(0)=0$ 时，显然不成立；当 $m=-4, f(x)=2(x+2)^2, g(x)=-4x$ 显然成立；

当 $m<-4$ 时 $x_1+x_2<0, x_1x_2>0$，则 $f(x)=0$ 两根为负，结论成立

故 $-\infty<m<4$

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。

13．$[-3,1]$　　14．$\frac{x^2}{4}-\frac{3y^2}{4}=1$　　15．5　　16．A、B、D

13．依题意 $x^2+2x-4\le -1 \Rightarrow (x+3)(x-1)\le 0 \Rightarrow x\in[-3,1]$

14．$\frac{x^2}{4}-\frac{3y^2}{4}=1$

15．

易求得 M 、N 到球心 O 的距离分别为3、2，类比平面内圆的情形可知当 M 、N 与球心 O 共线时，$|MN|$ 取最大值5。

16．$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{BC}$，$\therefore A$ 对

取 AD 的中点 O，则 $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}$，$\therefore B$ 对

设 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=1$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\sqrt{3}\times 2\times\cos\frac{\pi}{6}=3$，而 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AF}=2\times 1\times\cos\frac{\pi}{3}=1$，$\therefore C$ 错

又 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=1\times 2\times\cos\frac{\pi}{3}=1=(\overrightarrow{AF})^2$，$\therefore D$ 对

$\therefore$ 真命题的代号是 A,B,D

三、解答题：本大题共6小题，共74分。

17．解：（1）由 $\cos\beta=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\beta\in(0,\pi)$

得 $\tan\beta=2$，$\sin\beta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

于是 $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{-\frac{1}{3}+2}{1+\frac{2}{3}}=1$.

（2）因为 $\tan\alpha=-\frac{1}{3},\alpha\in(0,\pi)$

所以 $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{10}},\cos\alpha=-\frac{3}{\sqrt{10}}$

$$f(x)=-\frac{3\sqrt{5}}{5}\sin x-\frac{\sqrt{5}}{5}\cos x+\frac{\sqrt{5}}{5}\cos x-\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin x$$

$$=-\sqrt{5}\sin x$$

$f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{5}$.

18．解：（1）令A表示两年后柑桔产量恰好达到灾前产量这一事件

$P(A)=0.2\times0.4+0.4\times0.3=0.2$

（2）令B表示两年后柑桔产量超过灾前产量这一事件

$P(B)=0.2\times0.6+0.4\times0.6+0.4\times0.3=0.48$

19．（1）设$\{a_n\}$的公差为d，$\{b_n\}$的公比为q，则d为正整数，

$a_n=3+(n-1)d$，$b_n=q^{n-1}$

依题意有$\begin{cases}S_3b_3=(9+3d)q^2=960\\ S_2b_2=(6+d)q=64\end{cases}$ ①

解得$\begin{cases}d=2\\ q=8\end{cases}$，或$\begin{cases}d=-\dfrac{6}{5}\\ q=\dfrac{40}{3}\end{cases}$（舍去）

故$a_n=3+2(n-1)=2n+1, b_n=8^{n-1}$

（2）$S_n=3+5+\cdots+(2n+1)=n(n+2)$

$$\therefore \frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}=\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{3\times5}+\cdots+\frac{1}{n(n+2)}$$

$$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$$

$$=\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2})=\frac{3}{4}-\frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$$

20．解：（1）证明：依题设，EF是ΔABC的中位线，所以$EF \parallel BC$，

则$EF\parallel$平面OBC，所以$EF \parallel B_1C_1$。

又H是EF的中点，所以$AH\perp EF$，

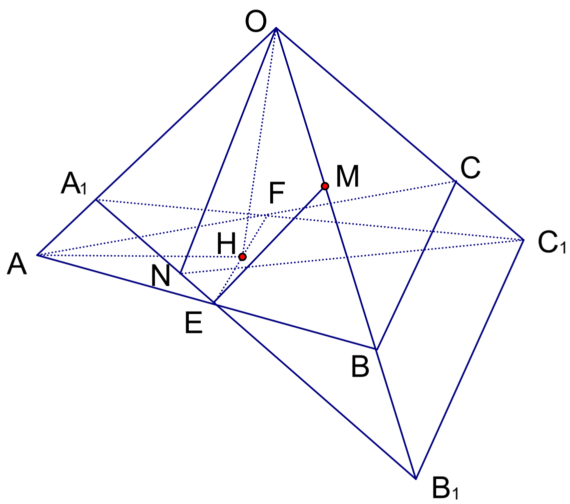
则$AH\perp B_1C_1$。

因为$OA\perp OB$，$OA\perp OC$，

所以$OA\perp$面OBC，则$OA\perp B_1C_1$，

因此$B_1C_1\perp$面OAH。

（2）作$ON\perp A_1B_1$于N，连C_1N。



因为$OC_1\perp$平面OA_1B_1，

根据三垂线定理知，$C_1N\perp A_1B_1$，

$\angle ONC_1$就是二面角$O-A_1B_1-C_1$的平面角。

作$EM\perp OB_1$于M，则$EM\parallel OA$，则M是OB的中点，则$EM=OM=1$。

设$OB_1=x$，由$\dfrac{OB_1}{MB_1}=\dfrac{OA_1}{EM}$得，$\dfrac{x}{x-1}=\dfrac{3}{2}$，解得$x=3$，

在$\mathrm{Rt}\Delta OA_1B_1$中，$A_1B_1=\sqrt{OA_1^{\ 2}+OB_1^{\ 2}}=\dfrac{3}{2}\sqrt{5}$，则，$ON=\dfrac{OA_1\cdot OB_1}{A_1B_1}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$。

所以$\tan\angle ONC_1=\dfrac{OC_1}{ON}=\sqrt{5}$，故二面角$O-A_1B_1-C_1$为$\arctan\sqrt{5}$。

解法二：（1）以直线OA、OC、OB分别为x、y、z轴，建立空间直角坐标系，

$O-xyz$则

$A(2,0,0),B(0,0,2),C(0,2,0),E(1,0,1),F(1,1,0),H(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

所以$\overrightarrow{AH}=(-1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}),\overrightarrow{OH}=(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}),\overrightarrow{BC}=(0,2,-2)$

所以$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

所以$BC\perp$平面OAH

由$EF\parallel BC$得$B_1C_1\parallel BC$，故：$B_1C_1\perp$平面OAH

(2)由已知$A_1(\frac{3}{2},0,0)$, 设$B_1(0,0,z)$

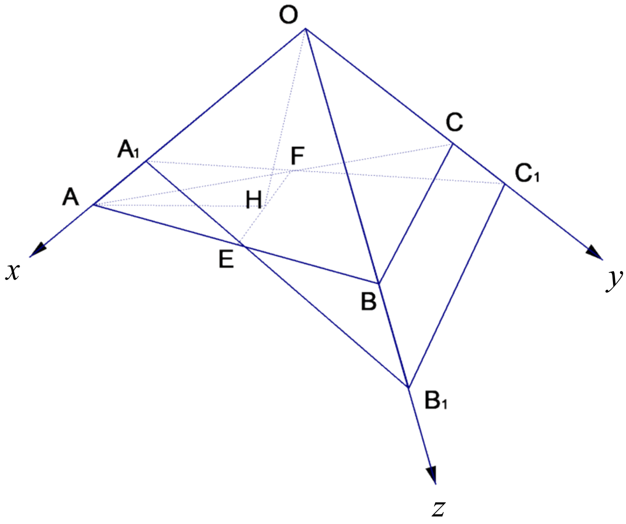
则$\overrightarrow{A_1E}=(-\frac{1}{2},0,1),\overrightarrow{EB_1}=(-1,0,z-1)$

由$\overrightarrow{A_1E}$与$\overrightarrow{EB_1}$共线得:存在$\lambda\in R$有$\overrightarrow{A_1E}=\lambda\overrightarrow{EB_1}$得

$$\begin{cases}-\dfrac{1}{2}=-\lambda\\ 1=\lambda(z-1)\end{cases}\Rightarrow z=3$$

$\therefore B_1(0,0,3)$

同理: $C_1(0,3,0)$



$\therefore \overrightarrow{A_1B_1}=(-\frac{3}{2},0,3),\overrightarrow{A_1C_1}=(-\frac{3}{2},3,0)$

设$\vec{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$是平面$A_1B_1C_1$的一个法向量,

则$\begin{cases}-\frac{3}{2}x+3z=0\\-\frac{3}{2}x+3y=0\end{cases}$ 令$x=2$得$y=x=1$

$\therefore \overrightarrow{n_1}=(2,1,1).$

又$\overrightarrow{n_2}=(0,1,0)$是平面$OA_1B_1$的一个法量

$\therefore \cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>=\frac{1}{\sqrt{4+1+1}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

所以二面角的大小为$\arccos\frac{\sqrt{6}}{6}$

21．解：（1）因为$f'(x)=x^3+ax^2-2a^2x=x(x+2a)(x-a)$

令$f'(x)=0$得$x_1=-2a,x_2=0,x_3=a$

由$a>0$时，$f'(x)$在$f'(x)=0$根的左右的符号如下表所示

x	$(-\infty,-2a)$	$-2a$	$(-2a,0)$	0	$(0,a)$	a	$(a,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	极小值	↗	极大值	↘	极小值	↗

所以$f(x)$的递增区间为$(-2a,0)$与$(a,+\infty)$

$f(x)$的递减区间为$(-\infty,-2a)$与$(0,\ a)$

（2）由（1）得到$f(x)_{极小值}=f(-2a)=-\frac{5}{3}a^4$，$f(x)_{极小值}=f(a)=\frac{7}{12}a^4$

$f(x)_{极大值}=f(0)=a^4$

要使$f(x)$的图像与直线$y=1$恰有两个交点，只要$-\frac{5}{3}a^4<1<\frac{7}{12}a^4$或$a^4<1$，

即 $a>\sqrt[4]{\dfrac{12}{7}}$ 或 $0\le a<1$.

22．（1）证明：设 $A(x_1,x_1^2)$、$B(x_2,x_2^2)$，$E(x_E,y_E)$、$B(x_F,y_F)$

则直线 AB 的方程：$y=\dfrac{x_1^2-x_2^2}{x_1-x_2}\left(x-x_1\right)+x_1^2$

即：$y=(x_1+x_2)x-x_1x_2$

因 $M(x_0,y_0)$ 在 AB 上，所以 $y_0=(x_1+x_2)x_0-x_1x_2\cdots\cdots$①

又直线 AP 方程：$y=\dfrac{x_1^2-y_0}{x_1}x+y_0$

由 $\begin{cases} y=\dfrac{x_1^2-y_0}{x_1}x+y_0 \\ x^2=y \end{cases}$ 得：$x^2-\dfrac{x_1^2-y_0}{x_1}x-y_0=0$

所以 $x_1+x_E=\dfrac{x_1^2-y_0}{x_1}\Rightarrow x_E=-\dfrac{y_0}{x_1},y_E=\dfrac{y_0^2}{x_1^2}$

同理，$x_F=-\dfrac{y_0}{x_2},y_F=\dfrac{y_0^2}{x_2^2}$

所以直线 EF 的方程：$y=-(\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2})y_0x-\dfrac{y_0^2}{x_1x_2}$

令 $x=-x_0$ 得 $y=\dfrac{y_0}{x_1x_2}[(x_1+x_2)x_0-y_0]$

将①代入上式得 $y=y_0$，即 N 点在直线 EF 上

所以 E,F,N 三点共线

（2）解：由已知 A、B、M、N 共线，所以 $A\left(-\sqrt{y_0},y_0\right),B(\sqrt{y_0},y_0)$

以 AB 为直径的圆的方程：$x^2+\left(y-y_0\right)^2=y_0$

由 $\begin{cases} x^2+\left(y-y_0\right)^2=y_0 \\ x^2=y \end{cases}$ 得 $y^2-\left(2y_0-1\right)y+y_0^2-y_0=0$

所以 $y=y_0$（舍去），$y=y_0-1$

要使圆与抛物线有异于A,B的交点，则$y_0-1\geq 0$

所以存在$y_0\geq 1$，使以AB为直径的圆与抛物线有异于A,B的交点$T\left(x_T,y_T\right)$

则$y_T=y_0-1$，所以交点T到AB的距离为$y_0-y_T=y_0-\left(y_0-1\right)=1$