

# 2008年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)

## 理科数学(非延考卷)

说明: 2008年是四川省高考自主命题的第三年, 因突遭特大地震灾害, 四川六市州40县延考, 本卷为非延考卷.

一、选择题: ( $5' \times 12 = 60'$ )

1. 若集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ , 则  $C_U(A \cap B) = (\quad)$   
A.  $\{2, 3\}$       B.  $\{1, 4, 5\}$       C.  $\{4, 5\}$       D.  $\{1, 5\}$
2. 复数  $2i(1+i)^2 = (\quad)$   
A.  $-4$       B.  $4$       C.  $-4i$       D.  $4i$
3.  $(\tan x + \cot x) \cos^2 x = (\quad)$   
A.  $\tan x$       B.  $\sin x$       C.  $\cos x$       D.  $\cot x$
4. 直线  $y = 3x$  绕原点逆时针旋转  $90^\circ$ , 再向右平移1个单位后所得的直线为 (  
)  
A.  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$       B.  $y = -\frac{1}{3}x + 1$       C.  $y = 3x - 3$       D.  $y = \frac{1}{3}x + 1$
5. 若  $0 \leq \alpha < 2\pi$ ,  $\sin \alpha > \sqrt{3} \cos \alpha$ , 则  $\alpha$  的取值范围是 ( $\quad$ )  
A.  $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$       B.  $(\frac{\pi}{3}, \pi)$       C.  $(\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3})$       D.  $(\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{2})$
6. 从包括甲、乙共10人中选4人去参加公益活动, 要求甲、乙至少有1人参加, 则不同的选法有 ( $\quad$ )  
A. 70      B. 112      C. 140      D. 168
7. 已知等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 = 1$ , 则该数列前三项和  $S_3$  的取值范围是 ( $\quad$ )  
A.  $(-\infty, -1]$       B.  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$       C.  $[3, +\infty)$       D.  $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$
8. 设  $M$ 、 $N$  是球  $O$  的半径  $OP$  上的两点, 且  $NP = MN = OM$ , 分别过  $N$ 、 $M$ 、 $O$  作垂直于  $OP$  的面截球得三个圆, 则这三个圆的面积之比为 ( $\quad$ )  
A. 3: 5: 6      B. 3: 6: 8      C. 5: 7: 9      D. 5: 8: 9
9. 设直线  $l \subset$  平面  $\alpha$ , 过平面  $\alpha$  外一点  $A$  且与  $l$ 、 $\alpha$  都成  $30^\circ$  角的直线有且只有 ( $\quad$ )  
A. 1条      B. 2条      C. 3条      D. 4条
10. 设  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ , 其中  $\varphi > 0$ , 则函数  $f(x)$  是偶函数的充分必要条件是

( )

- A.  $f(0)=0$       B.  $f(0)=1$       C.  $f'(0)=1$       D.  $f'(0)=0$

11. 定义在  $R$  上的函数  $f(x)$  满足:  $f(x) \cdot f(x+2) = 13$ ,  $f(1) = 2$ , 则  $f(99) =$  ( )

- A. 13      B. 2      C.  $\frac{13}{2}$       D.  $\frac{2}{13}$

12. 设抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点为  $F$ , 准线与  $x$  轴相交于点  $K$ , 点  $A$  在  $C$  上且  $|AK| = \sqrt{2}|AF|$ , 则  $\Delta AFK$  的面积为 ( )

- A. 4      B. 8      C. 16      D. 32

**二、填空题:** (4'×4=16')

13.  $(1+2x)^3(1-x)^4$  的展开式中  $x^2$  项的系数是\_\_\_\_\_

14. 已知直线  $l: x-y+6=0$ , 圆  $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$ , 则圆  $C$  上各点到直线  $l$  的距离的最小值是\_\_\_\_\_

15. 已知正四棱柱的一条对角线长为  $\sqrt{6}$ , 且与底面所成的角的余弦值为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  
则该正四棱柱的体积是\_\_\_\_\_.

16. 设等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $S_4 \geq 10$ ,  $S_5 \leq 15$ , 则  $a_4$  的最大值是\_\_\_\_\_

**三、解答题:** (12'+12'+12'+12'+12'+14'=76') 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. 求函数  $y = 7 - 4 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x - 4 \cos^4 x$  的最大值和最小值.

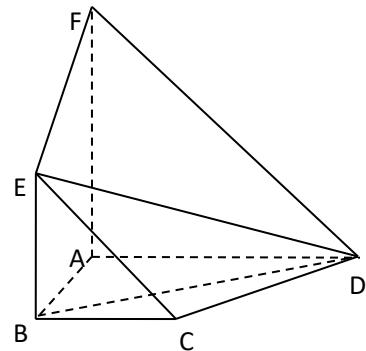
18. 设进入某商场的每一位顾客购买甲商品的概率0.5，购买乙商品的概率为0.6，且顾客购买甲商品与购买乙商品相互独立，每位顾客间购买商品也相互独立

- (I) 求进入商场的1位顾客购买甲、乙两种商品中的一种的概率；
- (II) 求进入商场的1位顾客至少购买甲、乙两种商品中的一种的概率；
- (III) 设 $\xi$ 是进入商场的3位顾客至少购买甲、乙商品中一种的人数，求 $\xi$ 的分布列及期望.

19. 如图, 面  $ABEF \perp$  面  $ABCD$ , 四边形  $ABEF$  与  $ABCD$  都是直角梯形,

$$\angle BAD = \angle BAF = 90^\circ, \quad BC \parallel \frac{1}{2}AD, \quad BE \parallel \frac{1}{2}AF.$$

- ( I ) 求证:  $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  四点共面;  
( II ) 若  $BA = BC = BE$ , 求二面角  $A-ED-B$  的大小.



20. 设数列  $\{a_n\}$  满足:  $ba_n - 2^n = (b-1)S_n$ .

( I ) 当  $b=2$  时, 求证:  $\{a_n - n \cdot 2^{n-1}\}$  是等比数列;

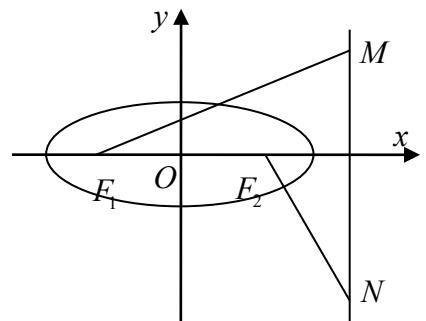
( II ) 求  $a_n$  通项公式.

21. 设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别是  $F_1$ 、 $F_2$ ，离心率  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

右准线  $l$  上的两动点  $M$ 、 $N$ ，且  $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_2N} = 0$ 。

( I ) 若  $|\overrightarrow{F_1M}| = |\overrightarrow{F_2N}| = 2\sqrt{5}$ ，求  $a$ 、 $b$  的值；

( II ) 当  $|\overrightarrow{MN}|$  最小时，求证  $\overrightarrow{F_1M} + \overrightarrow{F_2N}$  与  $\overrightarrow{F_1F_2}$  共线。



22. 已知  $x=3$  是函数  $f(x)=a \ln(1+x)+x^2-10x$  的一个极值点.

( I ) 求  $a$  的值;

( II ) 求函数  $f(x)$  的单调区间;

( III ) 当直线  $y=b$  与函数  $y=f(x)$  的图像有3个交点, 求  $b$  的取值范围.