

## 2011年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

## 数学（文科）

本试题共4页，21小题，满分150分，考试用时120分钟。

- 注意事项：**
- 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
  - 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
  - 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
  - 作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。
  - 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

**参考公式：**锥体体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中  $S$  为锥体的底面积， $h$  为锥体的高。

$$\text{线性回归方程 } \hat{y} = \hat{b}x + \hat{a} \text{ 中系数计算公式 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x},$$

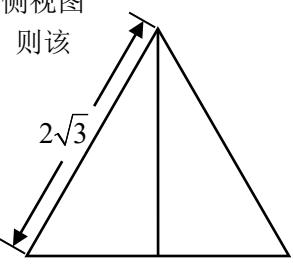
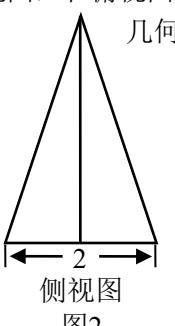
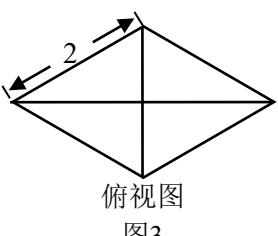
$$\text{样本数据 } x_1, x_2, \dots, x_n \text{ 的标准差, } s = \sqrt{\frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]},$$

其中  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  表示样本均值。

$$n \text{ 是正整数, 则 } a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

**一、选择题：**本大题共10小题，每小题5分，满分50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 设复数  $z$  满足  $iz = 1$ ，其中  $i$  为虚数单位，则  $z =$ 
  - A.  $-i$
  - B.  $i$
  - C.  $-1$
  - D.  $1$
- 已知集合  $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x + y = 1\}$ ,  
则  $A \cap B$  的元素个数为
  - A. 4
  - B. 3
  - C. 2
  - D. 1
- 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 0)$ ,  $\mathbf{c} = (3, 4)$ . 若  $\lambda$  为实数,  $(\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}) \parallel \mathbf{c}$ , 则  $\lambda =$

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{2}$       C. 1      D. 2
4. 函数  $f(x) = \frac{1}{1-x} + \lg(1+x)$  的定义域是  
 A.  $(-\infty, -1)$       B.  $(1, +\infty)$       C.  $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$       D.  $(-\infty, +\infty)$
5. 不等式  $2x^2 - x - 1 > 0$  的解集是  
 A.  $(-\frac{1}{2}, 1)$       B.  $(1, +\infty)$       C.  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$       D.  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$
6. 已知平面直角坐标系  $xOy$  上的区域  $D$  由不等式组  $\begin{cases} 0 \leq x \leq \sqrt{2} \\ y \leq 2 \\ x \leq \sqrt{2}y \end{cases}$  给定. 若  $M(x, y)$  为  $D$  上的动点, 点  $A$  的坐标为  $(\sqrt{2}, 1)$ , 则  $z = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA}$  的最大值为  
 A. 3      B. 4      C.  $3\sqrt{2}$       D.  $4\sqrt{2}$
7. 正五棱柱中, 不同在任何侧面上且不同在任何底面的两顶点的连线称为它的对角线, 那么一个正五棱柱对角线的条数共有  
 A. 20      B. 15      C. 12      D. 10
8. 设圆  $C$  与圆  $x^2 + (y-3)^2 = 1$  外切, 与直线  $y=0$  相切, 则  $C$  的圆心轨迹为  
 A. 抛物线      B. 双曲线      C. 椭圆      D. 圆
9. 如图1  
 3, 某几何体的正视图(主视图), 侧视图是等边三角形, 等腰三角形和菱形, 则该几何体的体积为  
 A.  $4\sqrt{3}$       B. 4      C.  $2\sqrt{3}$       D. 2
- 
- 正视图  
图1
- (左视图) 和俯视图分别  
几何体的
- 
- 侧视图  
图2
- 
- 俯视图  
图3

10. 设  $f(x), g(x), h(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的任意实值函数, 如下定义两个函数  $(f \circ g)(x)$  和  $(f \bullet g)(x)$ : 对任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ ;  $(f \bullet g)(x) = f(x)g(x)$ , 则下列等式恒成立的是
- $((f \circ g) \bullet h)(x) = ((f \bullet h) \circ (g \bullet h))(x)$
  - $((f \bullet g) \circ h)(x) = ((f \circ h) \bullet (g \circ h))(x)$
  - $((f \circ g) \circ h)(x) = ((f \circ g) \circ (g \circ h))(x)$
  - $((f \bullet g) \bullet h)(x) = ((f \bullet g) \bullet (g \bullet h))(x)$

二、填空题: 本大题共5小题, 考生作答4小题, 每小题5分, 满分20分.

(一) 必做题(9 ~ 13题)

11. 已知  $\{a_n\}$  是递增的等比数列, 若  $a_2 = 2$ ,  $a_4 - a_3 = 4$ , 则此数列的公比  $q = \underline{\hspace{2cm}}$
12. 设函数  $f(x) = x^3 \cos x + 1$ . 若  $f(a) = 11$ , 则  $f(-a) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
13. 为了解篮球爱好者小李的投篮命中率与打篮球时间之间的关系, 下表记录了小李某月1号到5号每天打篮球时间  $x$  (单位: 小时) 与当天投篮命中率  $y$  之间的关系:

时间 $x$	1	2	3	4	5
命中率 $y$	0.4	0.5	0.6	0.6	0.4

小李这5天的平均投篮命中率为  $\underline{\hspace{2cm}}$

; 用线性回归分析的方法, 预测小李该月6号打6小时篮球的投篮命中率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(二) 选做题(14 ~ 15题, 考生只能从中选做一题)

14. (坐标系与参数方程选做题) 已知两曲线参数方程分别为  $\begin{cases} x = \sqrt{5} \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} (0 \leq \theta < \pi)$  和

$$\begin{cases} x = \frac{5}{4}t^2 \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbf{R}), \text{ 它们的交点坐标为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

15. (几何证明选讲选做题) 如图4, 在梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 4$ ,  $CD = 2$ ,  $E, F$  分别为  $AD, BC$  上的点, 且  $EF = 3$ ,  $EF \parallel AB$ , 则梯形  $ABFE$  与梯形  $EFCD$  的面积比为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

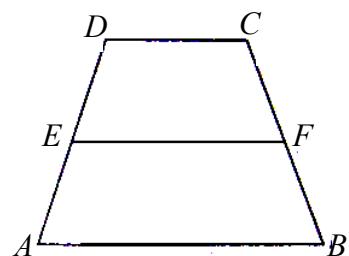


图4

三、解答题：本大题共6小题，满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16. (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{6}\right)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .

(1) 求  $f(0)$  的值；

(2) 设  $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $f(3\alpha + \frac{\pi}{2}) = \frac{10}{13}$ ,  $f(3\beta + 2\pi) = \frac{6}{5}$ , 求  $\sin(\alpha + \beta)$  的值.

17. (本小题满分13分)

在某次测验中，有6位同学的平均成绩为75分。用  $x_n$  表示编号为  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, 6$ ) 的同学所得成绩，且前5位同学的成绩如下：

编号 $n$	1	2	3	4	5
成绩 $x_n$	70	76	72	70	72

(1) 求第6位同学的成绩  $x_6$ ，及这6位同学成绩的标准差  $s$ ；

(2) 从前5位同学中，随机地选2位同学，求恰有1位同学成绩在区间 (68, 75) 中的概率。

18. (本小题满分13分)

图5所示的几何体是将高为2, 底面半径为1的直圆柱沿过轴的平面切开后, 将其中一半沿切面向右水平平移后得到的.  $A, A', B, B'$  分别为  $\widehat{CD}, \widehat{C'D'}, \widehat{DE}, \widehat{D'E'}$  的中点,  $O_1, O'_1, O_2, O'_2$  分别为  $CD, C'D', DE, D'E'$  的中点.

(1) 证明:  $O'_1, A', O_2, B$  四点共面;

(2) 设  $G$  为  $AA'$  中点, 延长  $A'O'_1$  到  $H'$ , 使得  $O'_1H' = A'O'_1$ . 证明:  $BO'_2 \perp$  平面  $H'B'G$

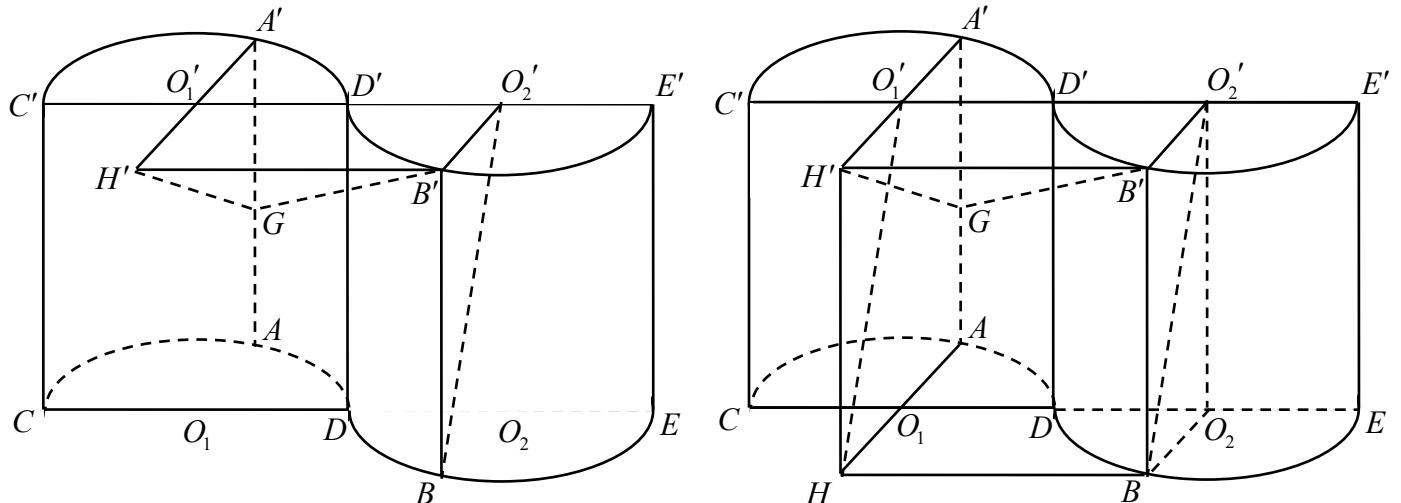


图5

19. (本小题满分14分)

设  $a > 0$ ，讨论函数  $f(x) = \ln x + a(1-a)x^2 - 2(1-a)x$  的单调性.

20. (本小题满分14分)

设  $b > 0$ ，数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = b$ ， $a_n = \frac{nba_{n-1}}{a_{n-1} + n - 1}$  ( $n \geq 2$ ).

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 证明：对于一切正整数  $n$ ， $2a_n \leq b^{n+1} + 1$ .

21. (本小题满分14分)

在平面直角坐标系  $xOy$  上, 直线  $l: x = -2$  交  $x$  轴于点  $A$ . 设  $P$  是  $l$  上一点,  $M$  是线段  $OP$  的垂直平分线上一点, 且满足  $\angle MPO = \angle AOP$ .

(1) 当点  $P$  在  $l$  上运动时, 求点  $M$  的轨迹  $E$  的方程;

(2) 已知  $T(1, -1)$ , 设  $H$  是  $E$  上动点, 求  $|HO| + |HT|$  的最小值, 并给出此时点  $H$  的坐标;

(3) 过点  $T(1, -1)$  且不平行于  $y$  轴的直线  $l_1$  与轨迹  $E$  有且只有两个不同的交点, 求直线  $l_1$  的斜率  $k$  的取值范围.