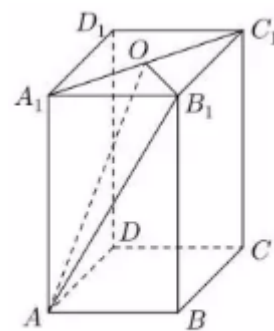


## 一、填空题

1. 不等式  $|x| > 1$  的解集为 \_\_\_\_\_
2. 计算:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+2} =$  \_\_\_\_\_
3. 设集合  $A = \{x | 0 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_
4. 若复数  $z = 1 + i$  ( $i$  是虚数单位), 则  $z + \frac{2}{z} =$  \_\_\_\_\_
5. 已知  $\{a_n\}$  是等差数列, 若  $a_2 + a_8 = 10$ , 则  $a_3 + a_5 + a_7 =$  \_\_\_\_\_
6. 已知平面上动点  $P$  到两个定点  $(1, 0)$  和  $(-1, 0)$  的距离之和等于 4, 则动点  $P$  的轨迹方程为 \_\_\_\_\_
7. 如图, 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=3$ ,  $BC=4$ ,  $AA_1=5$ ,  $O$  是  $A_1C_1$  的中点, 则三棱锥  $A - A_1OB_1$  的体积为 \_\_\_\_\_



(第 7 题)

8. 某校组队参加辩论赛, 从 6 名学生中选出 4 人分别担任一、二、三、四辩, 若其中学生甲必须参赛且不担任四辩, 则不同的安排方法种数为 \_\_\_\_\_ (结果用数值表示)
9. 设  $a \in \mathbb{R}$ , 若  $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^9$  与  $\left(x + \frac{a}{x^2}\right)^9$  的二项展开式中的常数项相等, 则  $a =$  \_\_\_\_\_
10. 设  $m \in \mathbb{R}$ , 若  $z$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + mx + m^2 - 1 = 0$  的一个虚根, 则  $|z|$  的取值范围是 \_\_\_\_\_
11. 设  $a > 0$ , 函数  $f(x) = x + 2(1-x)\sin(ax)$ ,  $x \in (0, 1)$ , 若函数  $y = 2x - 1$  与  $y = f(x)$  的图像有且仅有两个不同的公共点, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_



17. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

已知  $y = \cos x$ .

(1) 若  $f(\alpha) = \frac{1}{3}$ , 且  $\alpha \in [0, \pi]$ , 求  $f\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$  的值;

(2) 求函数  $y = f(2x) - 2f(x)$  的最小值.

18. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

已知  $a \in \mathbb{R}$ , 双曲线  $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ .

(1) 若点  $(2, 1)$  在  $\Gamma$  上, 求  $\Gamma$  的焦点坐标;

(2) 若  $a = 1$ , 直线  $y = kx + 1$  与  $\Gamma$  相交于 A、B 两点, 且线段 AB 中点的横坐标为 1, 求实数  $k$  的值.

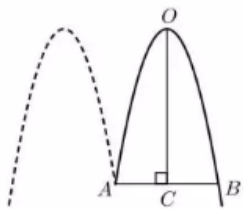
19. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 7 分, 第 2 小题满分 7 分)

利用“平行于圆锥母线的平面截圆锥面, 所得截线是抛物线”的几何原理, 某快餐店用两个射灯 (射出的光锥为圆锥) 在广告牌上投影出其标识, 如图 1 所示, 图 2 是投影射出的抛物线的平面图, 图 3 是一个射灯投影的直观图, 在图 2 与图 3 中, 点  $O$ 、 $A$ 、 $B$  在抛物线上,  $OC$  是抛物线的对称轴,  $OC \perp AB$  于  $C$ ,  $AB=3$  米,  $OC=4.5$  米.

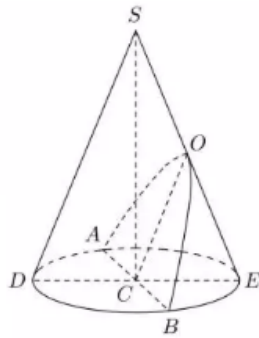
- (1) 求抛物线的焦点到准线的距离;
- (2) 在图 3 中, 已知  $OC$  平行于圆锥的母线  $SD$ ,  $AB$ 、 $DE$  是圆锥底面的直径, 求圆锥的母线与轴的夹角的大小 (精确到  $0.01^\circ$ ).



(图 1)



(图 2)



(图 3)

20. (本题满分 16 分, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 6 分)

设  $a > 0$ , 函数  $f(x) = \frac{1}{1+a \cdot 2^x}$ .

- (1) 若  $a = 1$ , 求  $f(x)$  的反函数  $f^{-1}(x)$ ;
- (2) 求函数  $y = f(x) \cdot f(-x)$  的最大值 (用  $a$  表示);
- (3) 设  $g(x) = f(x) - f(x-1)$ . 若对任意  $x \in (-\infty, 0]$ ,  $g(x) \geq g(0)$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

21. (本题满分 18 分, 第 1 小题满分 3 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 9 分)

若  $\{c_n\}$  是递增数列, 数列  $\{a_n\}$  满足: 对任意  $n \in \mathbb{N}^*$ , 存在  $m \in \mathbb{N}^*$ , 使得  $\frac{a_m - c_n}{a_m - c_{n+1}} \leq 0$ , 则称  $\{a_n\}$  是

$\{c_n\}$

的“分隔数列”.

- (1) 设  $c_n = 2n, a_n = n+1$ , 证明: 数列  $\{a_n\}$  是  $\{c_n\}$  的分隔数列.
- (2) 设  $c_n = n-4$ ,  $S_n$  是  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和,  $d_n = c_{3n-2}$ , 判断数列  $\{S_n\}$  是否是数列  $\{d_n\}$  的分隔数列, 并说明理由;
- (3) 设  $c_n = aq^{n-1}$ ,  $T_n$  是  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和, 若数列  $\{T_n\}$  是  $\{c_n\}$  的分隔数列, 求实数  $a, q$  的取值范围.

## 参考答案

### 一、填空题

1.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$       2. 3      3.  $(0, 1)$       4. 2      5. 15  
6.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$       7. 5      8. 180      9. 4      10.  $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$   
11.  $\left[\frac{11\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}\right]$       12. 4.4

### 二、选择题

13. A      14. C      15. D      16. B

### 三、解答题

17. (1)  $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$ ; (2)  $-\frac{3}{2}$   
18. (1)  $(\sqrt{3}, 0), (-\sqrt{3}, 0)$ ; (2)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$   
19. (1)  $\frac{1}{4}$ ; (2)  $9.59^\circ$ ;