

## 2008年全国统一高考数学试卷（理科）（全国卷Ⅱ）

### 一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）设集合 $M=\{m\in\mathbb{Z} \mid -3 < m < 2\}$ ， $N=\{n\in\mathbb{Z} \mid -1 \leq n \leq 3\}$ ，则 $M \cap N=$ （ ）
- A.  $\{0, 1\}$                       B.  $\{-1, 0, 1\}$   
C.  $\{0, 1, 2\}$                       D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. （5分）设 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $b \neq 0$ ，若复数 $(a+bi)^3$ 是实数，则（ ）
- A.  $b^2=3a^2$                       B.  $a^2=3b^2$                       C.  $b^2=9a^2$                       D.  $a^2=9b^2$
3. （5分）函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x$ 的图象关于（ ）
- A.  $y$ 轴对称                      B. 直线 $y = -x$ 对称                      C. 坐标原点对称                      D. 直线 $y = x$ 对称
4. （5分）若 $x \in (e^{-1}, 1)$ ， $a = \ln x$ ， $b = 2\ln x$ ， $c = \ln^3 x$ ，则（ ）
- A.  $a < b < c$                       B.  $c < a < b$                       C.  $b < a < c$                       D.  $b < c < a$
5. （5分）设变量 $x, y$ 满足约束条件：
$$\begin{cases} y \geq x \\ x+2y \leq 2 \\ x \geq -2 \end{cases}$$
，则 $z = x - 3y$ 的最小值（ ）
- A.  $-2$                       B.  $-4$                       C.  $-6$                       D.  $-8$
6. （5分）从20名男同学，10名女同学中任选3名参加体能测试，则选到的3名同学中既有男同学又有女同学的概率为（ ）
- A.  $\frac{9}{29}$                       B.  $\frac{10}{29}$                       C.  $\frac{19}{29}$                       D.  $\frac{20}{29}$
7. （5分） $(1 - \sqrt{x})^6 (1 + \sqrt{x})^4$ 的展开式中 $x$ 的系数是（ ）
- A.  $-4$                       B.  $-3$                       C.  $3$                       D.  $4$
8. （5分）若动直线 $x=a$ 与函数 $f(x) = \sin x$ 和 $g(x) = \cos x$ 的图象分别交于 $M, N$ 两点，则 $|MN|$ 的最大值为（ ）
- A.  $1$                       B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D.  $2$
9. （5分）设 $a > 1$ ，则双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{(a+1)^2} = 1$ 的离心率 $e$ 的取值范围是（ ）
- A.  $(\sqrt{2}, 2)$                       B.  $(\sqrt{2}, \sqrt{5})$                       C.  $(2, 5)$                       D.  $(2, \sqrt{5})$
10. （5分）已知正四棱锥 $S - ABCD$ 的侧棱长与底面边长都相等， $E$ 是 $SB$ 的中点

，则AE、SD所成的角的余弦值为（ ）

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{2}{3}$

11. （5分）等腰三角形两腰所在直线的方程分别为 $x+y-2=0$ 与 $x-7y-4=0$ ，原点在等腰三角形的底边上，则底边所在直线的斜率为（ ）

- A. 3                      B. 2                      C.  $-\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{1}{2}$

12. （5分）已知球的半径为2，相互垂直的两个平面分别截球面得两个圆，若两圆的公共弦长为2，则两圆的圆心距等于（ ）

- A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D. 2

## 二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）

13. （5分）设向量 $\vec{a}=(1, 2)$ ， $\vec{b}=(2, 3)$ ，若向量 $\lambda\vec{a}+\vec{b}$ 与向量 $\vec{c}=(-4, -7)$ 共线，则 $\lambda=$ \_\_\_\_\_.

14. （5分）设曲线 $y=e^{ax}$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线与直线 $x+2y+1=0$ 垂直，则 $a=$ \_\_\_\_\_.

15. （5分）已知F是抛物线C:  $y^2=4x$ 的焦点，过F且斜率为1的直线交C于A, B两点. 设 $|FA| > |FB|$ ，则 $|FA|$ 与 $|FB|$ 的比值等于\_\_\_\_\_.

16. （5分）平面内的一个四边形为平行四边形的充要条件有多个，如两组对边分别平行，类似地，写出空间中的一个四棱柱为平行六面体的两个充要条件：

充要条件①\_\_\_\_\_；

充要条件②\_\_\_\_\_.

（写出你认为正确的两个充要条件）

## 三、解答题（共6小题，满分70分）

17. （10分）在 $\triangle ABC$ 中， $\cos B = -\frac{5}{13}$ ， $\cos C = \frac{4}{5}$ .

（1）求 $\sin A$ 的值

（2）设 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \frac{33}{2}$ ，求BC的长.

18. (12分) 购买某种保险, 每个投保人每年度向保险公司交纳保费 $a$ 元, 若投保人在购买保险的一年度内出险, 则可以获得10 000元的赔偿金. 假定在一年度内有10 000人购买了这种保险, 且各投保人是否出险相互独立. 已知保险公司在一年度内至少支付赔偿金10 000元的概率为 $1 - 0.999^{10^4}$ .

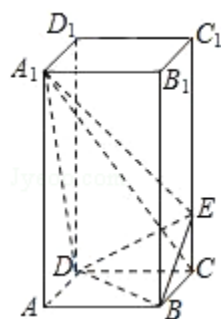
(I) 求一投保人在一年度内出险的概率 $p$ ;

(II) 设保险公司开办该项险种业务除赔偿金外的成本为50 000元, 为保证盈利的期望不小于0, 求每位投保人应交纳的最低保费 (单位: 元).

19. (12分) 如图, 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,  $AA_1 = 2AB = 4$ , 点 $E$ 在 $CC_1$ 上且 $C_1E = 3EC$ .

(I) 证明:  $A_1C \perp$  平面 $BED$ ;

(II) 求二面角 $A_1 - DE - B$ 的大小.



20. (12分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ . 已知 $a_1 = a$ ,  $a_{n+1} = S_n + 3^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

(I) 设 $b_n = S_n - 3^n$ , 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $a_{n+1} \geq a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , 求 $a$ 的取值范围.

21. (12分) 设椭圆中心在坐标原点,  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 1)$  是它的两个顶点, 直线  $y=kx$  ( $k>0$ ) 与  $AB$  相交于点  $D$ , 与椭圆相交于  $E$ 、 $F$  两点.

(I) 若  $\overrightarrow{ED}=6\overrightarrow{DF}$ , 求  $k$  的值;

(II) 求四边形  $AEBF$  面积的最大值.

22. (12分) 设函数  $f(x)=\frac{\sin x}{2+\cos x}$ .

(I) 求  $f(x)$  的单调区间;

(II) 如果对任何  $x\geq 0$ , 都有  $f(x)\leq ax$ , 求  $a$  的取值范围.