

# 2013年普通高等学校夏季招生全国统一考试数学文史类 (广东卷)

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. (2013广东, 文1) 设集合  $S = \{x | x^2 + 2x = 0, x \in \mathbb{R}\}$ ,  $T = \{x | x^2 - 2x = 0, x \in \mathbb{R}\}$ , 则  $S \cap T =$  ( ).  
A.  $\{0\}$       B.  $\{0, 2\}$       C.  $\{-2, 0\}$       D.  $\{-2, 0, 2\}$

2. (2013广东, 文2) 函数  $y = \frac{\lg(x+1)}{x-1}$  的定义域是 ( ).

- A.  $(-1, +\infty)$       B.  $[-1, +\infty)$   
C.  $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$       D.  $[-1, 1) \cup (1, +\infty)$

3. (2013广东, 文3) 若  $i(x+yi) = 3+4i$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ , 则复数  $x+yi$  的模是 ( ).

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

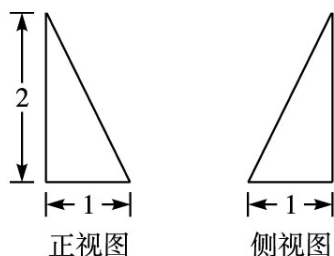
4. (2013广东, 文4) 已知  $\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{1}{5}$ , 那么  $\cos \alpha =$  ( ).

- A.  $-\frac{2}{5}$       B.  $-\frac{1}{5}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{2}{5}$

5. (2013广东, 文5) 执行如图所示的程序框图, 若输入  $n$  的值为3, 则输出  $s$  的值是 ( ).

- A. 1      B. 2      C. 4      D. 7

6. (2013广东, 文6) 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积是 ( ).



- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{2}{3}$       D. 1

7. (2013广东, 文7) 垂直于直线  $y = x + 1$  且与圆  $x^2 + y^2 = 1$  相切于第I象限的直线方程是 ( ).

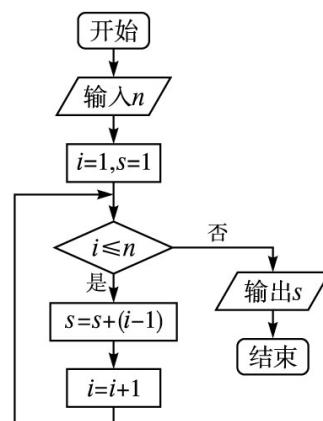
- A.  $x + y - \sqrt{2} = 0$       B.  $x + y + 1 = 0$       C.  $x + y - 1 = 0$       D.  $x + y + \sqrt{2} = 0$

8. (2013广东, 文8) 设  $l$  为直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面. 下列命题中正确的是 ( ).

- A. 若  $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$       B. 若  $l \perp \alpha, l \perp \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$   
C. 若  $l \perp \alpha, l \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$       D. 若  $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha$ , 则  $l \perp \beta$

9. (2013广东, 文9) 已知中心在原点的椭圆  $C$  的右焦点为  $F(1, 0)$ , 离心率等于  $\frac{1}{2}$ , 则  $C$  的方程是 ( ).

- A.  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$       B.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\sqrt{3}} = 1$       C.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$       D.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$



10. (2013广东, 文10) 设 $\mathbf{a}$ 是已知的平面向量且 $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$ . 关于向量 $\mathbf{a}$ 的分解, 有如下四个命题:

- ① 给定向量 $\mathbf{b}$ , 总存在向量 $\mathbf{c}$ , 使 $\mathbf{a} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ ;
- ② 给定向量 $\mathbf{b}$ 和 $\mathbf{c}$ , 总存在实数 $\lambda$ 和 $\mu$ , 使 $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b} + \mu \mathbf{c}$ ;
- ③ 给定单位向量 $\mathbf{b}$ 和正数 $\mu$ , 总存在单位向量 $\mathbf{c}$ 和实数 $\lambda$ , 使 $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b} + \mu \mathbf{c}$ ;
- ④ 给定正数 $\lambda$ 和 $\mu$ , 总存在单位向量 $\mathbf{b}$ 和单位向量 $\mathbf{c}$ , 使 $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b} + \mu \mathbf{c}$ .

上述命题中的向量 $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ 和 $\mathbf{a}$ 在同一平面内且两两不共线, 则真命题的个数是( ).

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

**二、填空题: 本大题共5小题, 考生作答4小题, 每小题5分, 满分20分.**

**(一) 必做题 (11~13题)**

11. (2013广东, 文11) 设数列 $\{a_n\}$ 是首项为1, 公比为 $-2$ 的等比数列, 则 $a_1 + |a_2| + a_3 + |a_4| =$ \_\_\_\_\_.

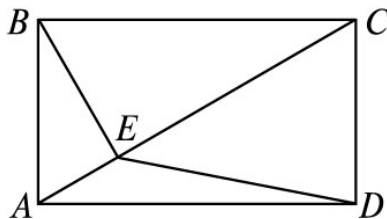
12. (2013广东, 文12) 若曲线 $y = ax^2 - \ln x$ 在 $(1, a)$ 处的切线平行于 $x$ 轴, 则 $a =$ \_\_\_\_\_.

13. (2013广东, 文13) 已知变量 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 3 \geq 0, \\ -1 \leq x \leq 1, \\ y \geq 1, \end{cases}$  则 $z = x + y$ 的最大值是\_\_\_\_\_.

**(二) 选做题 (14~15题, 考生只能从中选做一题)**

14. (2013广东, 文14) (坐标系与参数方程选做题) 已知曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos \theta$ . 以极点为原点, 极轴为 $x$ 轴的正半轴建立直角坐标系, 则曲线 $C$ 的参数方程为\_\_\_\_\_.

15. (2013广东, 文15) (几何证明选讲选做题) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中,  $AB = \sqrt{3}$ ,  $BC = 3$ ,  $BE \perp AC$ , 垂足为 $E$ , 则 $ED =$ \_\_\_\_\_.



**三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.**

16. (2013广东, 文16) (本小题满分12分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

(1) 求 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 的值;

(2) 若 $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ,  $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ , 求 $f\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$ .

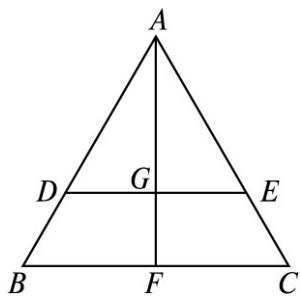
17. (2013广东, 文17) (本小题满分12分) 从一批苹果中, 随机抽取50个, 其重量(单位: 克)的频数分布表如下:

分组(重量)	[80, 85)	[85, 90)	[90, 95)	[95, 100)
频数(个)	5	10	20	15

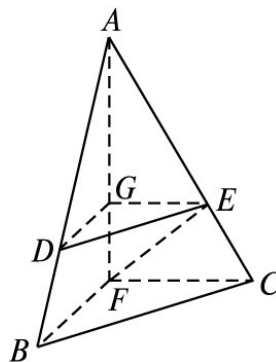
(1) 根据频数分布表计算苹果的重量在 $[90, 95)$ 的频率;

- (2) 用分层抽样的方法从重量在 $[80, 85)$ 和 $[95, 100)$ 的苹果中共抽取4个，其中重量在 $[80, 85)$ 的有几个？
- (3) 在(2)中抽出的4个苹果中，任取2个，求重量在 $[80, 85)$ 和 $[95, 100)$ 中各有1个的概率.

18. (2013广东, 文18) (本小题满分14分) 如图(1), 在边长为1的等边三角形 $ABC$ 中,  $D, E$ 分别是 $AB, AC$ 上的点,  $AD=AE$ ,  $F$ 是 $BC$ 的中点,  $AF$ 与 $DE$ 交于点 $G$ . 将 $\triangle ABF$ 沿 $AF$ 折起, 得到如图(2)所示的三棱锥 $A-BCF$ , 其中 $BC=\frac{\sqrt{2}}{2}$ .



图(1)



图(2)

(1) 证明:  $DE \parallel$  平面 $BCF$ ;

(2) 证明:  $CF \perp$  平面 $ABF$ ;

(3) 当 $AD=\frac{2}{3}$ 时, 求三棱锥 $F-DEG$ 的体积 $V_{F-DEG}$ .

19. (2013广东, 文19) (本小题满分14分) 设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 满足 $4S_n = a_{n+1}^2 - 4n - 1$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , 且 $a_2, a_5, a_{14}$ 构成等比数列.

(1) 证明:  $a_2 = \sqrt{4a_1 + 5}$ ;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 证明: 对一切正整数 $n$ , 有 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \cdots + \frac{1}{a_n a_{n+1}} < \frac{1}{2}$ .

20. (2013广东, 文20) (本小题满分14分) 已知抛物线 $C$ 的顶点为原点, 其焦点 $F(0, c)$  ( $c > 0$ ) 到直线 $l: x - y - 2 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ . 设 $P$ 为直线 $l$ 上的点, 过点 $P$ 作抛物线 $C$ 的两条切线 $PA, PB$ , 其中 $A, B$ 为切点.

(1) 求抛物线 $C$ 的方程;

(2) 当点 $P(x_0, y_0)$ 为直线 $l$ 上的定点时, 求直线 $AB$ 的方程;

(3) 当点 $P$ 在直线 $l$ 上移动时, 求 $|AF| \cdot |BF|$ 的最小值.

21. (2013广东, 文21) (本小题满分14分) 设函数  $f(x) = x^3 - kx^2 + x$  ( $k \in \mathbb{R}$ ).

(1) 当  $k=1$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 当  $k < 0$  时, 求函数  $f(x)$  在  $[k, -k]$  上的最小值  $m$  和最大值  $M$ .