2015年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（理科）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分.

1．若集合 $M=\{x\,|\,(x+4)(x+1)=0\}$，$N=\{x\,|\,(x-4)(x-1)=0\}$，则 $M\cap N=$

A．$\varnothing$　　B．$\{-1,-4\}$　　C．$\{0\}$　　D．$\{1,4\}$

2．若复数z=i (3 – 2 i) (i是虚数单位)，则 $\bar{z}=$

A．3-2i　　B．3+2i　　C．2+3i　　D．2-3i

3．下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是

A．$y=x+e^x$　　B．$y=x+\dfrac{1}{x}$　　C．$y=2^x+\dfrac{1}{2^x}$　　D．$y=\sqrt{1+x^2}$

4．袋中共有15个除了颜色外完全相同的球，其中有10个白球，5个红球。从袋中任取2个球，所

取的2个球中恰有1个白球，1个红球的概率为

A．1　　B. $\dfrac{11}{21}$　　C. $\dfrac{10}{21}$　　D. $\dfrac{5}{21}$

5．平行于直线 $2x+y+1=0$ 且与圆 $x^2+y^2=5$ 相切的直线的方程是

A．$2x-y+\sqrt{5}=0$ 或 $2x-y-\sqrt{5}=0$　　B. $2x+y+\sqrt{5}=0$ 或 $2x+y-\sqrt{5}=0$

C. $2x-y+5=0$ 或 $2x-y-5=0$　　D. $2x+y+5=0$ 或 $2x+y-5=0$

6．若变量*x*，*y*满足约束条件 $\begin{cases}4x+5y\geq 8\\ 1\leq x\leq 3\\ 0\leq y\leq 2\end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最小值为

A. $\dfrac{31}{5}$　　B. 6　　C. $\dfrac{23}{5}$　　D. 4

7．已知双曲线*C*：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率 $e=\dfrac{5}{4}$，且其右焦点 F_2(5 , 0)，则双曲线*C*的方程为

（　）

A. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{4}=1$

8．若空间中n个不同的点两两距离都相等，则正整数n的取值

A．大于5　　B. 等于5　　C. 至多等于4　　D. 至多等于3

二、填空题:本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分.

（一）必做题（9-13题）

9．在$(\sqrt{x}-1)^4$的展开式中，x的系数为_____ 。

10．在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=25$，则a_2+a_8=_____ 。

11．设△ABC的内角A，B，C的对边分别为*a,b,c*.若*a* =$\sqrt{3}$，sinB=$\dfrac{1}{2}$，C=$\dfrac{\pi}{6}$，则b =___ 。

12．　某高三毕业班有40人，同学之间两两彼此给对方仅写一条毕业留言，那么全班共写了
条毕业留言。（用数字作答）

13．某高三毕业班有40人，同学之间两两彼此给对方仅写一条毕业留言，那么全班共写了____条毕业留言。（用数字做答）

（二）选做题（14-15题，考生只能从中选做一题）

14．(坐标系与参数方程选做题)已知直线*l*的极坐标方程为$2\rho\sin(\theta-\dfrac{\pi}{4})=\sqrt{2}$，点A的极坐标为 A($2\sqrt{2},\dfrac{7\pi}{4}$)，则点A到直线*l*的距离为___ 。

15.（几何证明选讲选作题）如图1，已知AB是圆O的直径，AB=4，EC是圆O的切线，切点为C，
BC=1，过圆心O做BC的平行线，分别交EC和AC于点D和点P，则OD=__ 。

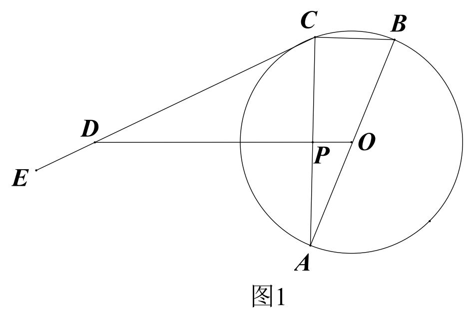


图1

三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16．**（本小题满分12分）**

在平面直角坐标系xOy中，已知向量***m***=（$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$），***n***=（sin x，cos x），x∈（0，

$\frac{\pi}{2}$）。

（1）若$\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$，求tan x的值 （2）若$\boldsymbol{m}$与$\boldsymbol{n}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，求x的值。

17. （本小题满分12分）

某工厂36名工人的年龄数据如下表。

工人编号 年龄	工人编号 年龄	工人编号 年龄	工人编号 年龄
1 40	10 36	19 27	28 34
2 44	11 31	20 43	29 39
3 40	12 38	21 41	30 43
4 41	13 39	22 37	31 38
5 33	14 43	23 34	32 42
6 40	15 45	24 42	33 53
7 45	16 39	25 37	34 37
8 42	17 38	26 44	35 49
9 43	18 36	27 42	36 39

（1）用系统抽样法从36名工人中抽取容量为9的样本，且在第一分段里用随机抽样法抽到的年龄数据为44，列出样本的年龄数据；

（2）计算（1）中样本的平均值$\bar{x}$和方差s^2；

（3）36名工人中年龄在$\bar{x}-s$与$\bar{x}+s$之间有多少人？所占的百分比是多少（精确到0.01%）？

18. **（本小题满分14分）**

如图2，三角形*PDC*所在的平面与长方形*ABCD*所在的平面垂直，$PD=PC=4$，$AB=6$，$BC=3$.点*E*是*CD*边的中点，点*F*，*G*分别在线段*AB*，*BC*上，且$AF=2FB$，$CG=2GB$.

（1）证明：$PE\perp FG$；

（2）求二面角$P-AD-C$的正切值；

（3）求直线*PA*与直线*FG*所成角的余弦值.

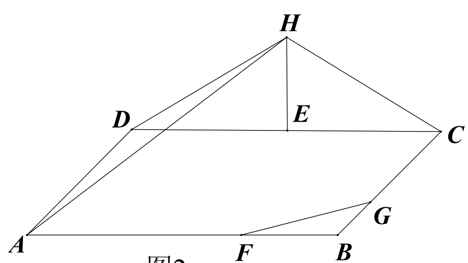


图2

19．（本小题满分14分）

设a>1，函数 $f(x)=(1+x^2)e^x-a$ 。

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 证明：$f(x)$ 在（$-\infty$，$+\infty$）上仅有一个零点；

(3)

若曲线 $y=f(x)$ 在点P处的切线与 x 轴平行，且在点 $M(m,n)$ 处的切线与直线OP平行（O是坐标原点），证明：$m\le\sqrt[3]{a-\frac{2}{e}}-1$

20．（本小题满分14分）

已知过原点的动直线 l 与圆 $C_1:x^2+y^2-6x+5=0$ 相交于不同的两点A，B.

（1）求圆 C_1 的圆心坐标；

（2）求线段AB的中点M的轨迹C的方程；

（3）是否存在实数 k，使得直线 $L:y=k(x-4)$ 与曲线C只有一个交点：若存在，求出 k 的取值范围；若不存在，说明理由.

21．（本小题满分14分）

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+2a_2+\cdots+na_n=4-\frac{n+2}{2^{n-1}}$，$n\in N^*$.

(1) 求 a_3 的值；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 前n项和Tn；

(3) 令 $b_1=a_1$，$b_n=\frac{T_{n-1}}{n}+(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n})\ a_n$ （$n\geq 2$），证明：数列$\{b_n\}$的前n项和

S_n

满足 $S_n<2+2\ln n$

2015广东高考数学（理）试题（参考答案）

1、A　2、D　3、A　4、C　5、D　6、C　7、B　8、C

9、6　　10、10　　11、1　　12、1560　　13、$\frac{1}{3}$　　$\frac{5}{2}\sqrt{2}$　　15、8

16、

解：（1）因为 $\overline{m}\perp\overline{n}$，所以 $\overline{m}\cdot\overline{n}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x=0$.

即 $\sin x=\cos x$，且 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=1$.

（2）易求得 $\left|\overline{m}\right|=1,\left|\overline{n}\right|=\sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x}=1$.

若 $\overline{m}$ 与 $\overline{n}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，则 $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{\overline{m}\cdot\overline{n}}{\left|\overline{m}\right|\cdot\left|\overline{n}\right|}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x}{1\times 1}$.

化简为：$\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

因为 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $x-\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$.

所以 $x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{6}$，解得：$x=\frac{5\pi}{12}$.

17.（本小题满分 12 分）

解：（1）由已知，将 36 名工人分为 4 组，每组抽取一名工人．因为在第一分段中抽取的是年龄为 44 的工人，即编号为 2 的工人，故每隔 4 个编号取一名工人，列出样本的数据为：44，40，36，43，36，37，44，43，37．

（2）均值 $\bar{x}=\dfrac{44+40+36+43+36+37+44+43+37}{9}=40$；

方差

$$s^2=\frac{1}{9}\left[(44-40)^2+(40-40)^2+(36-40)^2+(43-40)^2+(36-40)^2+(37-40)^2+(44-40)^2+(43-40)^2+(37-40)^2\right]$$

$$=\frac{100}{9}.$$

（3）由题意，在区间 $\left(40-\dfrac{10}{3},40+\dfrac{10}{3}\right)$ 共有工人 23 人，所占的百分比为 $\dfrac{23}{36}\times 100\%\approx 63.89\%$．

18.（本小题满分 14 分）

（1）证明：因为 $PD=PC$，点 E 为 DC 中点，所以 $PE\perp DC$．

又因为平面 $PDC\perp$ 平面 $ABCD$，交线为 DC，所以 $PE\perp$ 平面 $ABCD$．

又 $FG\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $PE\perp FG$．

（2）解：由（1）知，$PE\perp AD$．

因为四边形 $ABCD$ 为长方形，所以 $AD\perp DC$．

又因为 $PE\cap DC=E$，所以 $AD\perp$ 平面 PDC．

而 $PD\subset$ 平面 PDC，所以 $AD\perp PD$．

由二面角的平面角的定义，可知 $\angle PDC$ 为二面角 $P-AD-C$ 的平面角.

在 $Rt\Delta PDE$ 中，$PE=\sqrt{PD^2-DE^2}=\sqrt{7}$，所以 $\tan\angle PDC=\dfrac{PE}{DE}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

从而二面角 $P-AD-C$ 的正切值为 $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$．

（3）解：连结 AC．因为 $\dfrac{AF}{AB}=\dfrac{BG}{BC}=\dfrac{1}{3}$，所以 $FG/\!/AC$．

易求得 $AC=3\sqrt{5}$，$PA=\sqrt{PD^2+DA^2}=5$．

所以直线 PA 与直线 FG 所成角等于直线 PA 与直线 AC 所成角.

即 $\angle PAC$，在 ΔPAC 中，$\cos\angle PAC=\dfrac{PA^2+AC^2-PC^2}{2PA\cdot AC}=\dfrac{9\sqrt{5}}{25}$．

所以直线 PA 与直线 FG 所成角的余弦值为 $\dfrac{9\sqrt{5}}{25}$．

19.（本小题满分 14 分）

解：（1）函数 $f(x)$ 的定义域为 R.

因为 $f'(x)=2x\cdot e^x+(1+x^2)e^x=(x^2+2x+1)e^x=(x+1)^2e^x\geq 0$，

所以函数 $f(x)$ 在 R 上单调递增，即 $f(x)$ 的单调递增区间为 R，无单调递减区间.

（2）因为 $a>1$，所以 $f(0)=1-a<0$， $f(\ln a)=(1+\ln^2 a)e^{\ln a}-a=a\ln^2 a>0$.

且 $\ln a>0$，满足 $f(0)\cdot f(\ln a)<0$

由（1）知， $f(x)$ 在 R 上单调递增，故在 $(-\infty,+\infty)$ 上仅有一个零点.

（3）设点 $P(x_0,y_0)$，由题意， $f'(x_0)=(x_0+1)^2e^{x_0}=0$，解得： $x_0=-1$.

所以 $y_0=(1+x_0^2)e^{x_0}-a=\dfrac{2}{e}-a$，即 P 点的坐标为 $\left(-1,\dfrac{2}{e}-a\right)$.

所以 $k_{OP}=a-\dfrac{2}{e}$. 由题意可得， $f'(m)=(m+1)^2e^m=a-\dfrac{2}{e}$.

要证明： $m\leq\sqrt[3]{a-\dfrac{2}{e}}-1$，只需要证明： $m+1\leq\sqrt[3]{a-\dfrac{2}{e}}$，

只需要证明： $(m+1)^3\leq a-\dfrac{2}{e}=(m+1)^2e^m$，

只需要证明： $m+1\leq e^m$.

构造函数： $h(x)=e^x-x-1(x\in R)$， $h'(x)=e^x-1$.

当 $x<0$ 时， $h'(x)<0$，即 $h(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减；

当 $x>0$ 时， $h'(x)>0$，即 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

所以函数 $h(x)$ 有最小值 $h(0)=0$，即 $h(x)\geq 0$.

所以 $e^x-x-1\geq 0$，故 $m+1\leq e^m$，故原不等式证明成立.

20.（本小题满分 14 分）

解：（1）圆 C_1 的方程 $x^2+y^2-6x+5=0$ 化为 $(x-3)^2+y^2=4$，所以圆心坐标为 $(3,0)$.

（2）法 1：（代数法）

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)\ (x_1\neq x_2)$，$AB$ 的中点 $M(x_0,y_0)$

其中 $x_0=\dfrac{x_1+y_1}{2},y_0=\dfrac{y_1+y_2}{2}$.

由题意可知：直线 l 的斜率必存在，设为 $y=tx$.

将上述方程代入圆 C_1 的方程，化简得：$(1+t^2)x^2-6x+5=0$.

由题意，可得：$\begin{cases}\Delta=36-20(1+t^2)\cdots①\\ x_1+x_2=\dfrac{6}{1+t^2}\cdots②\end{cases}$.

所以 $x_0=\dfrac{3}{1+t^2}$，代入直线 l 的方程，得：$y_0=\dfrac{3t}{1+t^2}$.

因为 $x_0^2+y_0^2=\dfrac{9}{(1+t^2)^2}+\dfrac{9t^2}{(1+t^2)^2}=\dfrac{9(1+t^2)}{(1+t^2)^2}=\dfrac{9}{(1+t^2)}=3x_0$，

即 $\left(x_0-\dfrac{3}{2}\right)^2+y_0^2=\dfrac{9}{4}$.

由①解得：$0\le t^2<\dfrac{4}{5}$，所以 $\dfrac{5}{3}<x_0\le 3$.

法 2：（点差法）

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)\ (x_1\neq x_2)$，$AB$ 的中点 $M(x_0,y_0)$

其中 $x_0=\dfrac{x_1+y_1}{2},y_0=\dfrac{y_1+y_2}{2}$.

将 A,B 的坐标代入圆 C_1 的方程，得：$\begin{cases}x_1^2+y_1^2-6x_1+5=0\cdots①\\ x_2^2+y_2^2-6x_2+5=0\cdots②\end{cases}$.

由①—②得，$(x_1-x_2)(x_1+x_2-6)+(y_1-y_2)(y_1+y_2)=0$.

整理得：$\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\dfrac{x_1+x_2-6}{y_1+y_2}$.

因为 O,A,M,B 四点均在直线 l 上，所以 $\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{y_0}{x_0}$.

所以：$\dfrac{y_0}{x_0}=-\dfrac{2x_0-6}{2y_0}$，以下同法 1.

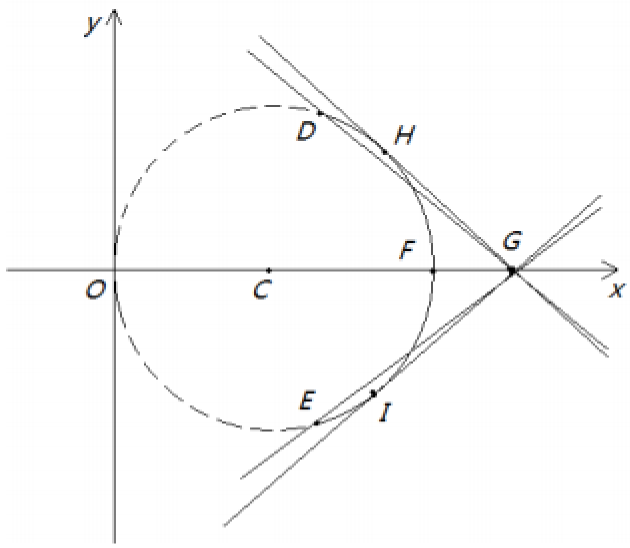
（3）由（2）知，曲线C是在区间$\frac{5}{3}<x\le 3$的一段圆弧.

如图，$D\left(\frac{5}{3},\frac{2\sqrt{5}}{3}\right),E\left(\frac{5}{3},-\frac{2\sqrt{5}}{3}\right),F(3,0)$，直线$L$过定点$G(4,0)$.

联立直线L的方程与曲线C的方程，整理得：$(1+k^2)x^2-(3+8k^2)x+16k^2=0$.

令判别式$\Delta=0$，解得：$k=\pm\frac{3}{4}$，由求根公式解得交点的横坐标为$x_{H,I}=\frac{12}{5}\in\left(\frac{5}{3},3\right]$

结合图像可以判断，当直线L在弧DFE上运动时（不包括D,E两点），要与曲线C只有一个交点，则满足$k\in(k_{DG},k_{EG})\cup\{k_{GH},k_{GI}\}$，即$k\in\left(-\frac{2\sqrt{5}}{7},\frac{2\sqrt{5}}{7}\right)\cup\left\{-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right\}$.



21. （本小题满分 14 分）

解：（1）当 $n=1$ 时，$a_1=1$；当 $n=2$ 时，$a_1+2a_2=2$．解得：$a_2=\frac{1}{2}$；

当 $n=2$ 时，$a_1+2a_2+3a_3=\frac{11}{4}$．解得：$a_3=\frac{1}{4}$．

（2）当 $n\geq 2$ 时，$a_1+2a_2+\cdots+(n-1)a_{n-1}+na_n=4-\frac{n+2}{2^{n-1}}\cdots$ ①

$$a_1+2a_2+\cdots+(n-1)a_{n-1}=4-\frac{n+1}{2^{n-2}}\cdots ②$$

由①—②得，$na_n=\frac{n}{2^{n-1}}$，所以 $a_n=\frac{1}{2^{n-1}}(n\geq 2)$

经检验，$a_1=1$ 也适合上式，所以 $a_n=\frac{1}{2^{n-1}}(n\in N^*)$．

当 $n\geq 2$ 时，$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{1}{2}$，所以数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项，$\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列.

所以 $T_n=\frac{1\times\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}}=2-\frac{1}{2^{n-1}}$．

（3）$b_1=1$，$b_n=\frac{2}{n}-\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{2^{n-2}}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)\cdot\frac{1}{2^{n-1}}(n\geq 2)$．

当 $n=1$ 时，$S_1=1<2+2\ln 1$ 显然成立.

当 $n=2$ 时，$S_2=1+\frac{5}{4}=2+\frac{1}{4}=2+2\ln e^{\frac{1}{8}}<2+2\ln 2$ 也成立.

当 $n\geq 3$ 时，$b_n=\frac{2}{n}-\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{2^{n-2}}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)\cdot\frac{1}{2^{n-1}}$

$$<\frac{2}{n}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdots+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{2^{n-1}}=\frac{2}{n}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2n+5}{2^n}$$

令 $c_n=\dfrac{2n+5}{2^n}(n\geq 1)$，数列 $\{c_n\}$ 的和为 R_n.

则 $R_n=\dfrac{7}{2}+\dfrac{9}{2^2}+\cdots+\dfrac{2n+5}{2^n}$， $\dfrac{R_n}{2}=\dfrac{7}{2^2}+\dfrac{9}{2^3}+\cdots+\dfrac{2n+5}{2^{n+1}}$.

两式相减得： $\dfrac{R_n}{2}=\dfrac{7}{2}+2\times\left(\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}\right)-\dfrac{2n+5}{2^{n+1}}$

$$=\frac{7}{2}+2\times\frac{\frac{1}{2^2}\times\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)}{1-\frac{1}{2}}-\frac{2n+5}{2^{n+1}}=\frac{9}{2}-\frac{2n+9}{2^{n+1}}$$

求得： $R_n=9-\dfrac{2n+9}{2^n}$

所以当 $n\geq 3$ 时， $S_n<1+\dfrac{5}{4}+(n-2)\cdot\dfrac{2}{n}+\dfrac{1}{3}\cdot\left(9-\dfrac{2n+9}{2^n}-\dfrac{7}{2}-\dfrac{9}{4}\right)$

$$=2+\left[\frac{9}{4}-\frac{4}{n}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{13}{4}-\frac{2n+9}{2^n}\right)\right]<2+\left(\frac{10}{3}-\frac{4}{n}\right)$$

构造函数 $f(x)=\dfrac{10}{3}-\dfrac{4}{x}-2\ln x(x\geq 3)$， $f'(x)=\dfrac{4}{x^2}-\dfrac{2}{x}=\dfrac{2(2-x)}{x^2}<0$.

所以 $f(x)$ 在 $[3,+\infty)$ 上单调递减，从而 $f(x)\leq f(3)=\dfrac{10}{3}-\dfrac{4}{3}-2\ln 3=2(1-\ln 3)<0$.

即 $\dfrac{10}{3}-\dfrac{4}{n}-2\ln n<0$，所以 $S_n<2+2\ln n$.

综上，满足 $S_n<2+2\ln n, n\in N^*$.

（以上解答若有疑问或错误，敬请指出！）

（3）$n\ge 2$时，

$$b_n=\frac{T_{n-1}}{n}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)a_n=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}}{n}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)a_n$$

故$S_n=\sum_{i=1}^{n}b_i$

$$=a_1+\frac{a_1}{2}+\left(1+\frac{1}{2}\right)a_2+\frac{a_1+a_2}{3}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)a_3+\cdots+\frac{a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}}{n}+\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)a_n$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\right)a_1+\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\right)a_2+\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\right)a_3+\cdots+\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\right)a_n$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\right)T_n$$

$$=\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)\left(2-\frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

$$<2\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right),$$

只需证明$2\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)<2+2\ln n$，$n\in\mathbb{N}^*$

往下用逐项比较也行，定积分也行……

以下为选择填空解析！

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

1.若集合$M=\{x\mid(x+4)(x+1)=0\},N=\{x\mid(x-4)(x-1)=0\}$，则$M\cap N=$

A. $\{1,4\}$　　B. $\{-1,-4\}$　　C. $\{0\}$　　D. $\varnothing$

【答案】D

【解析】$\because M=\{x|(x+4)(x+1)=0\}=\{-4,-1\}$，$N=\{x|(x-4)(x-1)=0\}=\{1,4\}$

$\therefore M \cap N = \Phi$

2.若复数 $z=i(3-2i)$ （i 是虚数单位），则 $\overline{z}=$

A. $2-3i$　　B. $2+3i$　　C. $3+2i$　　D. $3-2i$

【答案】A

【解析】$\because z=i(3-2i)=3i+2$，

$\therefore \overline{z}=2-3i$

3. 下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是

A. $y=\sqrt{1+x^2}$　　B. $y=x+\dfrac{1}{x}$　　C. $y=2^x+\dfrac{1}{2^x}$　　D. $y=x+e^x$

【答案】D

【解析】A和C选项为偶函数，B选项为奇函数， D选项为非奇非偶函数

4.

袋中共有15个除了颜色外完全相同的球，其中有10个白球，5个红球，从袋中任取2个球，所取的2个球中恰好有1个白球，1个红球的概率为

A. $\dfrac{5}{21}$　　B. $\dfrac{10}{21}$　　C. $\dfrac{11}{21}$　　D. 1

【答案】B

【解析】$P=\dfrac{C_{10}^1C_5^1}{C_{15}^2}=\dfrac{10}{21}$

5. 平行于直线 $2x+y+1=0$ 且与圆 $x^2+y^2=5$ 相切的直线的方程是

A. $2x+y+5=0$或$2x+y-5=0$　　B. $2x+y+\sqrt{5}=0$或$2x+y-\sqrt{5}=0$

C. $2x-y+5=0$或$2x-y-5=0$　　D. $2x-y+\sqrt{5}=0$或$2x-y-\sqrt{5}=0$

【答案】A

【解析】设所求直线为$2x+y+c=0$，因为圆心坐标为（0，0），则由直线与圆相切可得 $d=\dfrac{|c|}{\sqrt{2^2+1}}=\dfrac{|c|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$，解得$c=\pm5$，所求直线方程为

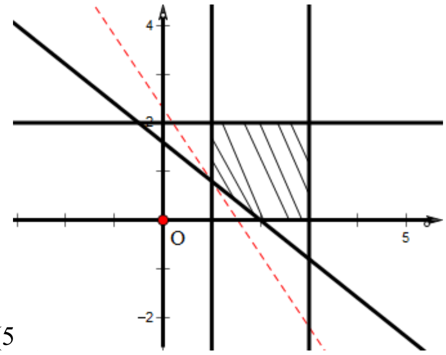
$2x+y+5=0$或$2x+y-5=0$

6. 若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}4x+5y\ge 8\\ 1\le x\le 3\\ 0\le y\le 2\end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最小值为

A. 4 B. $\frac{23}{5}$ C. 6 D. $\frac{31}{5}$

【答案】B

【解析】如图所示，阴影部分为可行域，虚线表示目标函数 $z=3x+2y$，则当目标函数过点（1，$\frac{8}{5}$），$z=3x+2y$ 取最小值为 $\frac{23}{5}$



7. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率 $e=\frac{5}{4}$，且其右焦点为 $F_2(5$

A. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ B. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ C. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ D. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$

【答案】C

【解析】由双曲线右焦点为 $F_2(5,0)$，则c=5，$\because e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}\therefore a=4$

$\therefore b^2=c^2-a^2=9$，所以双曲线方程为 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

8. 若空间中 n 个不同的点两两距离都相等，则正整数 n 的取值

A. 至多等于3 B. 至多等于4 C. 等于5 D. 大于5

【答案】B

【解析】当 $n=3$ 时，正三角形的三个顶点符合条件；当 $n=4$ 时，正四面体的四个顶点符合条件

故可排除A，C，D四个选项，故答案选B

二、填空题：本大题 共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分.

（一）必做题（9-13题）

9. 在 $(\sqrt{x}-1)^4$ 的展开式中，x 的系数为____.

【答案】6

【解析】$C_4^r\left(\sqrt{x}\right)^{4-r}(-1)^r=(-1)^r C_4^r x^{\frac{4-r}{2}}$，则当 $r=2$ 时，x 的系数为 $(-1)^2 C_4^2=6$

10. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=25$，则 $a_2+a_8=$____.

【答案】10

【解析】由等差数列性质得，$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=5a_5=25$，解得 $a_5=5$，所以

$a_2+a_8=2a_5=10$

11. 设 ΔABC 的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若 $a=\sqrt{3}$，$\sin B=\frac{1}{2}$，$C=\frac{\pi}{6}$，则b=

.

【答案】1

【解析】$\because \sin B=\frac{1}{2}, \therefore B=\frac{\pi}{6}$或$\frac{5\pi}{6}$，又$\because C=\frac{\pi}{6}$，故$B=\frac{\pi}{6}$，所以 $A=\frac{2\pi}{3}$

由正弦定理得，$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，所以$b=1$

12. 某高三毕业班有40人，同学之间两两彼此给对方仅写一条毕业留言，那么全班共写了条毕业留言。（用数字作答）

【答案】1560

13. 已知随机变量X服从二项分布$B(n,p)$，$E(X)=30$，$D(X)=20$，则$p=$____.

【答案】$\frac{1}{3}$

【解析】$E(X)=np=30$，$D(X)=np(1-p)=20$，解得$p=\frac{1}{3}$

（二）选做题（14-15题，考生只能从中选做一题），

14. (坐标系与参数方程选做题)

已知直线l的极坐标方程为$2\rho\sin(\theta-\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}$，点$A$的极坐标为$A(2\sqrt{2},\frac{7\pi}{4})$，则点$A$到直线$l$的距离为____.

【答案】$\frac{5\sqrt{2}}{2}$

【解析】$\because 2\rho\sin(\theta-\frac{\pi}{4})=2\rho(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta)=\sqrt{2}\ \therefore \rho\sin\theta-\rho\cos\theta=1$

即直线l的直角坐标方程为$y-x=1$，即$x-y+1=0$，点A的直角坐标为（2，-2）

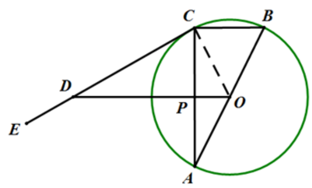
A到直线的距离为$d=\frac{|2+2+1|}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

15.

(几何证明选讲选做题)如图1，已知AB是圆O的直径，$AB=4$，EC是圆O的切线，切点为C，$BC=1$，过圆心O作BC的平行线，分别交EC和AC于点D和点P，则OD=____.

【答案】8

【解析】



如图所示，连结O，C两点，则$OC\perp CD$，$\because OD\perp AC$

$\therefore \angle CDO+\angle ACD=90°$

$\because \angle ACD=\angle CBA$，$\angle CBA+\angle CAB=90°$，$\therefore \angle CDO=\angle CAB$

则，所以$\frac{OD}{AB}=\frac{OC}{BC}$，所以$OD=8$