绝密★启用前

# 2015年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

# 数学试卷(文史类)

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1. 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.
2. 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

## 一．填空题（本大题共14小题，满分56分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律零分）

1. 函数 $f(x)=1-3\sin^2 x$ 的最小正周期为___________.

2. 设全集 $U=\mathrm{R}$ . 若集合 $A=\{1,2,3,4\}$ ， $B=\{x\,|\,2\le x<3\}$ ，则 $A\bigcap(C_U B)=$ ___________

.

3. 若复数 $z$ 满足 $3z+\overline{z}=1+i$ ，其中 $i$ 是虚数单位，则 $z=$___________.

4. 设 $f^{-1}(x)$ 为 $f(x)=\dfrac{x}{2x+1}$ 的反函数，则 $f^{-1}(2)=$___________.

5. 若线性方程组的增广矩阵为 $\begin{pmatrix}2 & 3 & c_1\\ 0 & 1 & c_2\end{pmatrix}$ 解为 $\begin{cases}x=3\\ y=5\end{cases}$ ，则 $c_1-c_2=$___________.

6. 若正三棱柱的所有棱长均为 $a$ ，且其体积为 $16\sqrt{3}$ ，则 $a=$___________.

7. 抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上的动点 $Q$ 到焦点的距离的最小值为1，则 $p=$___________.

8. 方程 $\log_2(9^{x-1}-5)=\log_2(3^{x-1}-2)+2$ 的解为___________.

9. 若 $x,y$ 满足 $\begin{cases}x-y\ge 0\\ x+y\le 2\\ y\ge 0\end{cases}$ ，则目标函数 $z=x+2y$ 的最大值为___________.

10.

在报名的3名男教师和6名女教师中，选取5人参加义务献血，要求男、女教师都有，则不同

的选取方式的种数为____________（结果用数值表示）.

11. 在$(2x+\frac{1}{x^2})^6$的二项式中，常数项等于____________（结果用数值表示）.

12. 已知双曲线$C_1$、$C_2$的顶点重合，$C_1$的方程为$\frac{x^2}{4}-y^2=1$，若$C_2$的一条渐近线的斜率是$C_1$的一条渐近线的斜率的2倍，则$C_2$的方程为____________.

13. 已知平面向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$满足$\vec{a}\perp\vec{b}$，且$\{|\vec{a}|,|\vec{b}|,|\vec{c}|\}=\{1,2,3\}$，则$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$的最大值是____________.

14. 已知函数$f(x)=\sin x$. 若存在$x_1$，$x_2$，…，$x_m$满足$0\le x_1<x_2<\cdots<x_m\le 6\pi$，且$|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{m-1})-f(x_m)|=12$ $(m\ge 2, m\in\mathbf{N}^*)$，则$m$的最小值为____________.

**二．选择题（本大题共4小题，满分20分）每题有且只有一个正确答案案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得5分，否则一律零分.**

15. 设$z_1$、$z_2\in\mathbf{C}$，则“$z_1$、$z_2$均为实数”是“$z_1-z_2$是实数”的（　　）.

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

16. 下列不等式中，与不等式$\frac{x+8}{x^2+2x+3}<2$解集相同的是（　　）.

A. $(x+8)(x^2+2x+3)<2$　　B. $x+8<2(x^2+2x+3)$

C. $\frac{1}{x^2+2x+3}<\frac{2}{x+8}$　　D. $\frac{x^2+2x+3}{x+8}>\frac{1}{2}$

17. 已知点$A$的坐标为$(4\sqrt{3},1)$，将$OA$绕坐标原点$O$逆时针旋转$\frac{\pi}{3}$至$OB$，则点$B$的纵坐标为（　　）.

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

C. $\dfrac{11}{2}$ D. $\dfrac{13}{2}$

18.

设 $P_n(x_n,y_n)$ 是直线 $2x-y=\dfrac{n}{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$ 与圆 $x^2+y^2=2$ 在第一象限的交点，则极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{y_n-1}{x_n-1}=$（ ）.

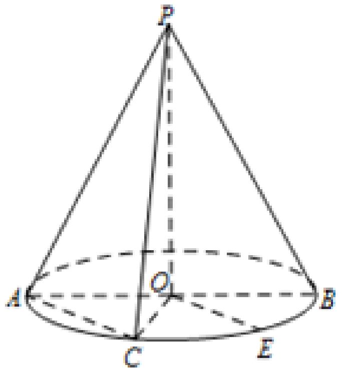
A. $-1$ B. $-\dfrac{1}{2}$

C. $1$ D. $2$

**三．解答题（本大题共5题，满分74分）解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.**

19.（本题满分12分）

如图，圆锥的顶点为 $P$，底面的一条直径为 $AB$，$C$ 为半圆弧 $AB$ 的中点，$E$ 为劣弧 $CB$ 的中点. 已知 $PO=2$，$OA=1$，求三棱锥 $P-AOC$ 的体积，并求异面直线 $PA$ 与 $OE$ 所成角的大小.




20.（本题满分14分）本题共2小题，第1小题6分，第2小题8分.

已知函数 $f(x)=ax^2+\dfrac{1}{x}$，其中 $a$ 为实数.

（1）根据 $a$ 的不同取值，判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并说明理由；

（2）若 $a\in(1,3)$，判断函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上的单调性，并说明理由.

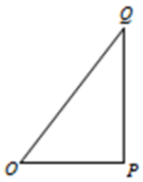
21.（本小题14分）本题共2小题，第1小题6分，第2小题8分.

如图，$O,P,Q$ 三地有直道相通，$OQ=5$ 千米，$OP=3$ 千米，$PQ=4$ 千米. 现甲、乙两

警员同时从$O$地出发匀速前往$Q$地，经过$t$小时，他们之间的距离为$f(t)$（单位：千米）. 甲的路线是$OQ$，速度为5千米/小时，乙的路线是$OPQ$，速度为8千米/小时. 乙到达$Q$地后原地等待. 设$t=t_1$时乙到达$P$地；$t=t_2$时，乙到达$Q$地.

（1）求$t_1$与$f(t_1)$的值；

（2）已知警员的对讲机的有效通话距离是3千米. 当$t_1 \le t \le t_2$时，求$f(t)$的表达式，并判断$f(t)$在$[t_1,t_2]$上得最大值是否超过3？说明理由.




22.（本题满分14分）本题共3个小题，第1小题4分，第2小题6分，第3小题6分.

已知椭圆$x^2+2y^2=1$，过原点的两条直线$l_1$和$l_2$分别于椭圆交于$A$、$B$和$C$、$D$，设$\Delta AOC$的面积为$S$.

（1）设$A(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，用$A$、$C$的坐标表示点$C$到直线$l_1$的距离，并证明$S=2|x_1y_2-x_2y_1|$；

（2）设$l_1: y=kx$，$C(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$，$S=\frac{1}{3}$，求$k$的值；

（3）设$l_1$与$l_2$的斜率之积为$m$，求$m$的值，使得无论$l_1$与$l_2$如何变动，面积$S$保持不变.

23.（本题满分16分）本题共3小题. 第1小题4分，第2小题6分，第3小题6分.

已知数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$满足$a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n)$，$n \in \mathrm{N}^*$.

（1）若$b_n=3n+5$，且$a_1=1$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$\{a_n\}$的第$n_0$项是最大项，即$a_{n_0} \ge a_n (n \in \mathrm{N}^*)$，求证：数列$\{b_n\}$的第$n_0$项是最大项；

（3）设 $a_1=3\lambda<0$， $b_n=\lambda^n\ (n\in \mathrm{N}^*)$，求 $\lambda$ 的取值范围，使得对任意 $m$， $n\in \mathbf{N}^*$

， $a_n\neq 0$，且

$$\frac{a_m}{a_n}\in(\frac{1}{6},6).$$