2010年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学（理工农医类）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $M=\{1,2,3\}$，$N=\{2,3,4\}$，则

A．$M\subseteq N$　　B．$N\subseteq M$　　C．$M\cap N=\{2,3\}$　　D．$M\cup N=\{1,4\}$

2．下列命题中的假命题是

A．$\forall x\in \mathrm{R}$，$2^{x-1}>0$　　B．$\forall x\in \mathrm{N}^*$，$(x-1)^2>0$

C．$\exists x\in \mathrm{R}$，$\lg x<1$　　D．$\exists x\in \mathrm{R}$，$\tan x=2$

3．极坐标方程 $\rho=\cos\theta$ 和参数方程 $\begin{cases}x=-1-t,\\ y=2+3t\end{cases}$（$t$为参数）所表示的图形分别是

A．圆、直线　　B．直线、圆　　C．圆、圆　　D．直线、直线

4．在 $\mathrm{Rt}\Delta ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=4$，则 $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}$ 等于

A．-16　　B．-8　　C．8　　D．16

5．$\int_2^4\frac{1}{x}\mathrm{d}x$ 等于　　A．$-2\ln 2$　　B．$2\ln 2$　　C．$-\ln 2$　　D．$\ln 2$

6．在 ΔABC 中，角A，B，C所对的边长分别为a，b，c．若 $\angle C=120^\circ$，$c=\sqrt{2}a$，则

A．$a>b$　　B．$a<b$　　C．$a=b$　　D．a与b的大小关系不能确定

7．在某种信息传输过程中，用4个数字的一个排列（数字允许重复）表示一个信息，不同排列表示不同信息，若所用数字只有0和1，则与信息0110至多有两个对应位置上的数字相同的信息个数为

A.10　　B.11　　C.12　　D.15

8．用 $\min\{a,b\}$ 表示 a,b 两数中的最小值．若函数 $f(x)=\min\{|x|,|x+t|\}$ 的图像关于直线 $x=-\frac{1}{2}$ 对称，则 t 的值为　　A．-2　　B．2　　C．-1　　D．1

二、填空题：本大题共7小题，每小题5分，共35分．把答案填在答题卡中对应题号后的横线上．

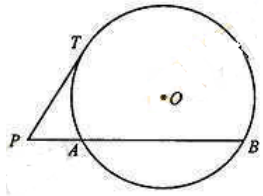


图1

9．已知一种材料的最佳加入量在110g到210g之间．若用0.618法安排实验，则

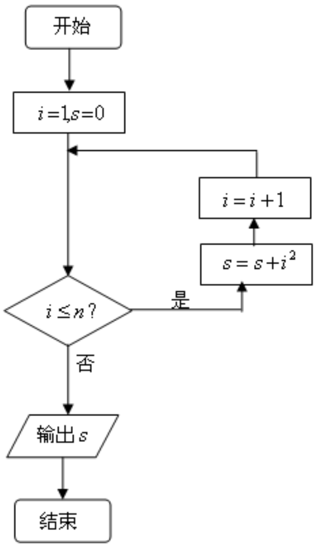
第一次试点的加入量可以是________________g.

10．如图1所示，过$\odot O$外一点P作一条直线与$\odot O$交于A,B两点．已知PA=2，点P到$\odot O$的切线长PT=4，则弦AB的长为________.

11．在区间$\left[-1,2\right]$上随机取一个数x，则$\left|x\right|\le 1$的概率为________.

12．图2是求$1^2+2^2+3^2+\ldots+100^2$的值的程序框图，则正整数$n=$________.

13．图3中的三个直角三角形是一个体积为20cm^3的几何体的三视图，则$h=$______cm.



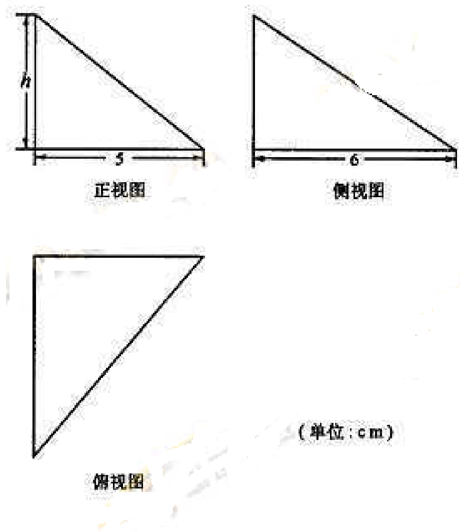


图3

14．过抛物线$x^2=2py(p>0)$的焦点作斜率为1的直线与该抛物线交于A,B两点，A,B在x轴上的正射影分别为D,C．若梯形$ABCD$的面积为$12\sqrt{2}$，则$p=$______.

15．若数列$\{a_n\}$满足：对任意的$n\in N^*$，只有有限个正整数m使得$a_m<n$成立，记这样的m的个数为$(a_n)^*$，则得到一个新数列$\{(a_n)^*\}$．例如，若数列$\{a_n\}$是$1,2,3\ldots$，$n,\ldots$，则数列$\{(a_n)^*\}$是$0,1,2,\ldots$，$n-1,\ldots$．已知对任意的$n\in \mathrm{N}^*$，$a_n=n^2$，则$(a_5)^*=$______，

$((a_n)^*)^*=$____________.

三、解答题：本大题共6小题，共75分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

16．（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-2\sin^2 x$.

（I）求函数 $f(x)$ 的最大值；（II）求函数 $f(x)$ 的零点的集合.

17. （本小题满分12分）

图4是某城市通过抽样得到的居民某年的月均用水量（单位：吨）的频率分布直方图.

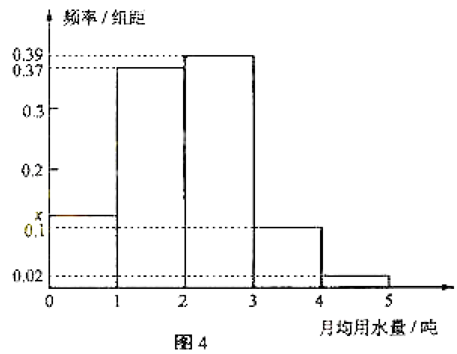


图 4

（I）求直方图中 x 的值.

（II）若将频率视为概率，从这个城市随机抽取3位居民（看作有放回的抽样），求月均用水量在3至4吨的居民数 X 的分布列和数学期望.

18. （本小题满分12分）

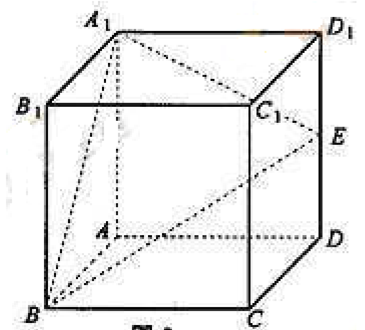


图 5

如图5所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E是棱 DD_1 的中点.

（I）求直线BE的平面 ABB_1A_1 所成的角的正弦值；

（II）在棱 C_1D_1 上是否存在一点F，使 B_1F// 平面 A_1BE ？证明你的结论.

19. （本小题满分13分）

为了考察冰川的融化状况，一支科考队在某冰川上相距8km的A，B两点各建一个考察基地. 视冰川面为平面形，以过A，B两点的直线为x轴，线段AB的垂直平分线为y轴建立平面直角坐标系（图6）. 在直线 $x=2$ 的右侧，考察范围为到点B的距离不超过 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ km的区域；在直线 $x=2$ 的左侧，考察范围为到A，B两点的距离之和不超过 $4\sqrt{5}$ km的区域.

（I）求考察区域边界曲线的方程；

（II）如图6所示，设线段 P_1P_2， P_2P_3 是冰川的部分边界线（不考虑其他边界），当冰川融化时，边界线沿与其垂直的方向朝考察区域平行移动，第一年移动0.2km，以后每年移动的距离为前一年的2倍，求冰川边界线移动到考察区域所需的最短时间.

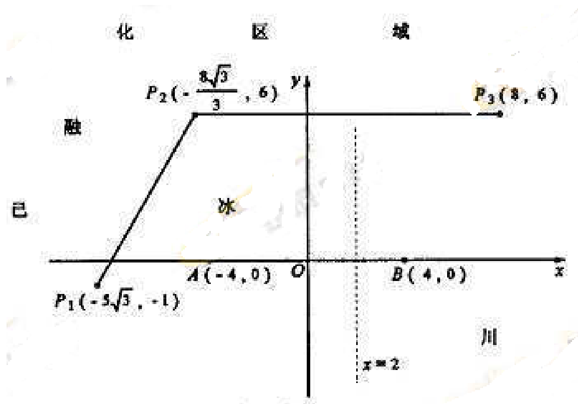


图 6

20.（本小题满分13分）

已知函数 $f(x)=x^2+bx+c(b,c\in R)$，对任意的 $x\in R$，恒有 $f'(x)\le f(x)$.

（I）证明：当 $x \geq 0$ 时，$f(x) \leq (x+c)^2$；

（II）若对满足题设条件的任意b，c，不等式 $f(c)-f(b) \leq M(c^2-b^2)$ 恒成立，求M的最小值.

21．（本小题满分13分）

数列 $\{a_n\}(n \in N^*)$ 中，$a_1 = a, a_{n+1}$ 是函数 $f_n(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(3a_n+n^2)x^2+3n^2a_nx$ 的极小值点.

（I）当 $a=0$ 时，求通项 a_n；

（II）是否存在 a，使数列 $\{a_n\}$ 是等比数列？若存在，求 a 的取值范围；若不存在，请说明理由.