

2013 年普通高等学校招生全国统一考试（重庆卷）

数学试题卷（理工农医类）

特别提醒：

(14)、(15)、(16) 三题为选做题，请从中任选两题作答，若三题全做，则按前两题给分。

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个备选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

1、已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{2, 3\}$ ，则 $\complement_U(A \cup B) =$

- (A) $\{1, 3, 4\}$ (B) $\{3, 4\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\{4\}$

2、命题“对任意 $x \in R$ ，都有 $x^2 \geq 0$ ”的否定为

- (A) 对任意 $x \in R$ ，使得 $x^2 < 0$ (B) 不存在 $x \in R$ ，使得 $x^2 < 0$
(C) 存在 $x_0 \in R$ ，都有 $x_0^2 \geq 0$ (D) 存在 $x_0 \in R$ ，都有 $x_0^2 < 0$

3、 $\sqrt{(3-a)(a+6)}$ ($-6 \leq a \leq 3$) 的最大值为

- (A) 9 (B) $\frac{9}{2}$ (C) 3 (D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

4、以下茎叶图记录了甲、乙两组各 5 名学生在一次英语听力测试中的成绩（单位：分）。

甲组		乙组		
	9	0	9	
x	2	1	5	y
7	4	2	4	8

已知甲组数据的中位数为 15，乙组数据的平均数为 16.8，则 x 、 y 的值分别为

- (A) 2、5 (B) 5、5
(C) 5、8 (D) 8、8

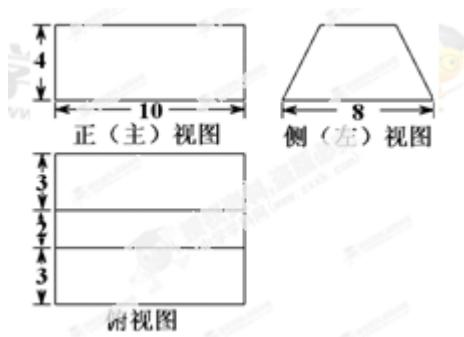
5、某几何体的三视图如题(5)图所示，则该几何体的体积为

(A) $\frac{560}{3}$

(B) $\frac{580}{3}$

(C) 200

(D) 240



6、若 $a < b < c$ ，则函数 $f(x) = (x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a)$ 两个零点分别位于区间

(A) (a, b) 和 (b, c) 内

(B) $(-\infty, a)$ 和 (a, b) 内

(C) (b, c) 和 $(c, +\infty)$ 内

(D) $(-\infty, a)$ 和 $(c, +\infty)$ 内

7、已知圆 $C_1: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ ，圆 $C_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$ ， M 、 N 分别是圆

C_1 、 C_2 上的动点， P 为 x 轴上的动点，则 $|PM| + |PN|$ 的最小值为

(A) $5\sqrt{2} - 4$

(B) $\sqrt{17} - 1$

(C) $6 - 2\sqrt{2}$

(D) $\sqrt{17}$

8、执行如题(8)图所示的程序框图，如果输出 $s = 3$ ，那么判断框内应填入的条件是

(A) $k \leq 6$

(B) $k \leq 7$

(C) $k \leq 8$

(D)

$k \leq 9$

9、 $4 \cos 50^\circ - \tan 40^\circ =$

(A) $\sqrt{2}$

(B) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

(C) $\sqrt{3}$

(D)

$2\sqrt{2} - 1$

10、在平面上， $\overrightarrow{AB}_1 \perp \overrightarrow{AB}_2$ ， $|\overrightarrow{OB}_1| = |\overrightarrow{OB}_2| = 1$ ， $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB}_1 + \overrightarrow{AB}_2$ 。若 $|\overrightarrow{OP}| < \frac{1}{2}$ ，

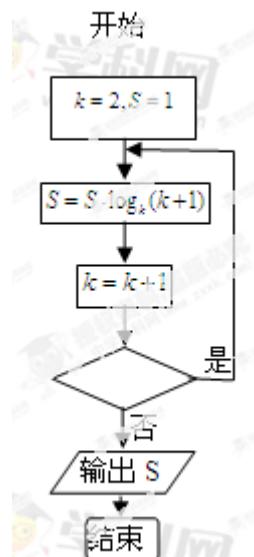
则 $|\overrightarrow{OA}|$ 的取值范围是

(A) $(0, \frac{\sqrt{5}}{2}]$

(B) $(\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}]$

(C) $(\frac{\sqrt{5}}{2}, \sqrt{2}]$

(D)



$$(\frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{2}]$$

二. 填空题: 本大题共 6 小题, 考生作答 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.

11、已知复数 $z = \frac{5i}{1+2i}$ (i 是虚数单位), 则 $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$.

12、已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = 1$, 公差 $d \neq 0$, S_n 为其前 n 项和, 若 a_1 、 a_2 、 a_5 称等比数列, 则 $S_8 = \underline{\hspace{2cm}}$.

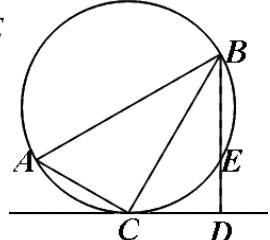
13、从 3 名骨科、4 名脑外科和 5 名内科医生中选派 5 人组成一个抗震救灾医疗小组, 则骨科、脑外科和内科医生都至少有 1 人的选派方法种数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用数字作答).

考生注意: (14)、(15)、(16) 三题为选做题, 请从中任选两题作答, 若三题全做, 则按前两题给分.

14、如题 (14) 图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 20$, 过 C 作 $\triangle ABC$ 的外接圆的切线 CD , $BD \perp CD$, BD 与外接圆交于点 E , 则 DE 为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15、在直角坐标系 xOy 中, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立

极坐标系. 若极坐标方程为 $\rho \cos \theta = 4$ 的直线与曲线 $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ (t 为参数)



相交于 A 、 B 两点, 则 $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$.

16、若关于实数 x 的不等式 $|x-5| + |x+3| < a$ 无解, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17、(本小题满分 13 分, (I) 小问 6 分, (II) 小问 7 分)

设 $f(x) = a(x-5)^2 + 6 \ln x$, 其中 $a \in R$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 y 轴相较于点 $(0, 6)$.

(I) 确定 a 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值.

18、(本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

某商场举行的“三色球”购物摸奖活动规定: 在一次摸奖中, 摸奖者先从装有 3 个红球与 4 个白球的袋中任意摸出 3 个球, 再从装有 1 个篮球与 2 个白球的袋中任意摸出 1 个

球，根据摸出 4 个球中红球与篮球的个数，设一、二、三等奖如下：

奖级	摸出红、蓝球个数	获奖金额
一等奖	3 红 1 蓝	200 元
二等奖	3 红 0 蓝	50 元
三等奖	2 红 1 蓝	10 元

其余情况无奖且每次摸奖最多只能获得一个奖级。

(I) 求一次摸球恰好摸到 1 个红球的概率；

(II) 求摸奖者在一次摸奖中获奖金额 X 的分布列与期望 $E(X)$ 。

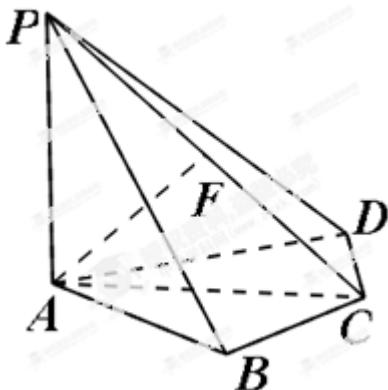
19、(本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

如题(19)图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $BC = CD = 2$, $AC = 4$,

$$\angle ACB = \angle ACD = \frac{\pi}{3}, F \text{ 为 } PC \text{ 的中点, } AF \perp PB.$$

(I) 求 PA 的长;

(II) 求二面角 $B-AF-D$ 的正弦值。



20、(本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A 、 B 、 C 的对边分别是 a 、 b 、 c , 且 $a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab = c^2$.

(I) 求 C ;

(II) 设 $\cos A \cos B = \frac{3\sqrt{2}}{5}$, $\frac{\cos(\alpha+A)\cos(\alpha+B)}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{2}}{5}$, 求 $\tan \alpha$ 的值.

21、(本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

如题(21)图, 椭圆的中心为原点 O , 长轴在 x 轴上, 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 过左焦点 F_1 作

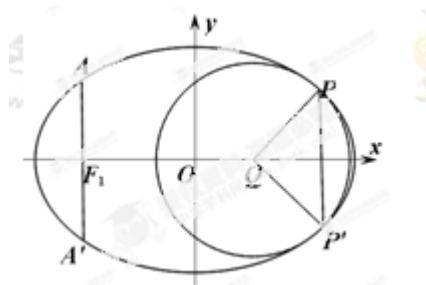
x 轴的垂线交椭圆于 A 、 A' 两点, $|AA'| = 4$.

(I) 求该椭圆的标准方程;

(II) 取垂直于 x 轴的直线与椭圆相较于不同的两点 P 、 P' ,

过 P 、 P' 作圆心为 Q 的圆, 使椭圆上的其余点均在圆 Q 外.

若 $PQ \perp P'Q$, 求圆 Q 的标准方程.



22、(本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

对正整数 n , 记 $I_n = \{1, 2, \dots, n\}$, $P_n = \left\{ \frac{m}{\sqrt{k}} \mid m \in I_n, k \in I_n \right\}$.

(I) 求集合 P_7 中元素的个数;

(II) 若 P_n 的子集 A 中任意两个元素之和不是整数的平方, 则称 A 为“稀疏集”. 求 n

的最大值, 使 P_n 能分成两个不相交的稀疏集的并.

