

绝密★启用前

2013 年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）
数 学（文史类）

本试题卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）。第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页，共 4 页。考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上大题无效。满分 150 分。考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试题卷和答题卡上一并交回。

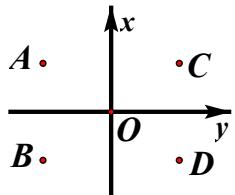
第 I 卷 (选择题 共 50 分)

注意事项:

必须使用 2B 铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个一个是符合题目要求的。



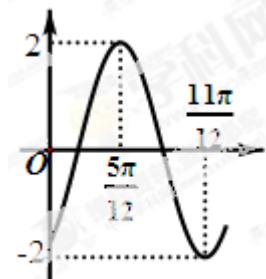


(C) $\sqrt{3}$

(D) 1

6、函数 $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，则 ω, φ 的值分别是

()

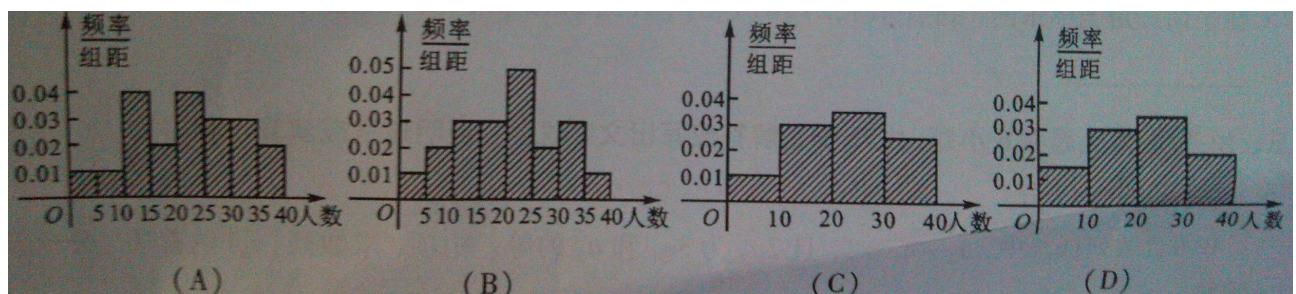


(A) $2, -\frac{\pi}{3}$

(B) $2, -\frac{\pi}{6}$

(C) $4, -\frac{\pi}{6}$

(D) $4, \frac{\pi}{3}$

7、某学校随机抽取 20 个班，调查各班中有网上购物经历的人数，所得数据的茎叶图如图所示。以组距为 5 将数据分组成 $[0,5), [5,10), \dots, [30,35), [35,40]$ 时，所作的频率分布直方图是 ()

0	7	3
1	7	6
2	7	5
3	8	5

8、若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 8, \\ 2y - x \leq 4, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 且 $z = 5y - x$ 的最大值为 a ，最小值为 b ，则 $a - b$ 的值是

()

(A) 48

(B) 30

(C) 24

(D) 16

- 9、从椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上一点 P 向 x 轴作垂线，垂足恰为左焦点 F_1 ， A 是椭圆与 x 轴正半轴的交点， B 是椭圆与 y 轴正半轴的交点，且 $AB // OP$ (O 是坐标原点)，则该椭圆的离心率是 ()

(A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- 10、设函数 $f(x) = \sqrt{e^x + x - a}$ ($a \in R$, e 为自然对数的底数)。若存在 $b \in [0, 1]$ 使 $f(f(b)) = b$ 成立，则 a 的取值范围是 ()

(A) $[1, e]$

(B) $[1, 1+e]$

(C) $[e, 1+e]$

(D) $[0, 1]$

第二部分 (非选择题 共 100 分)

注意事项：

必须使用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答。作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚。答在试题卷上无效。

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

- 11、 $\lg \sqrt{5} + \lg \sqrt{20}$ 的值是_____.

- 12、如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O ， $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AO}$ ，则 $\lambda =$ _____.



- 13、已知函数 $f(x) = 4x + \frac{a}{x}$ ($x > 0, a > 0$) 在 $x = 3$ 时取得最小值，则 $a =$ _____.

- 14、设 $\sin 2\alpha = -\sin \alpha$ ， $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，则 $\tan 2\alpha$ 的值是_____.

- 15、在平面直角坐标系内，到点 $A(1, 2)$ ， $B(1, 5)$ ， $C(3, 6)$ ， $D(7, -1)$ 的距离之和最小的点的坐标是_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

- 16、(本小题满分 12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 - a_1 = 2$ ，且 $2a_2$ 为 $3a_1$ 和 a_3 的等差中项，求数列 $\{a_n\}$ 的首项、公比及前 n 项和。

17、(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $\cos(A-B)\cos B - \sin(A-B)\sin(A+C) = -\frac{3}{5}$ 。

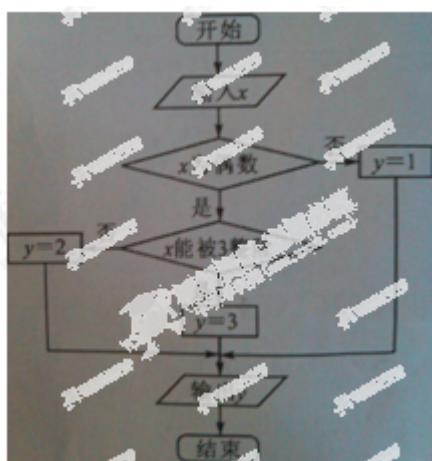
(I) 求 $\sin A$ 的值；

(II) 若 $a = 4\sqrt{2}$, $b = 5$ ，求向量 \overrightarrow{BA} 在 \overrightarrow{BC} 方向上的投影。

18、(本小题满分 12 分)

某算法的程序框图如图所示，其中输入的变量 x 在 $1, 2, 3, \dots, 24$ 这 24 个整数中等可能随机产生。

(I) 分别求出按程序框图正确编程运行时输出 y 的值为 i 的概率 $P_i(i=1, 2, 3)$ ：



(II) 甲、乙两同学依据自己对程序框图的理解，各自编写程序重复运行 n 次后，统计记录了输出 y 的值为 $i(i=1, 2, 3)$ 的频数。以下是甲、乙所作频数统计表的部分数据。

甲的频数统计表(部分)

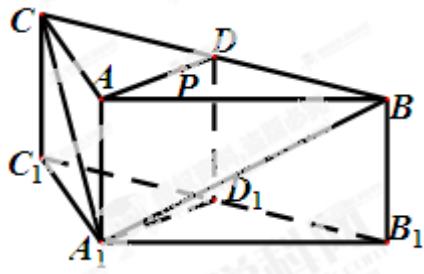
运行次数 n	输出 $y=1$ 的频数	输出 $y=2$ 的频数	输出 $y=3$ 的频数
30	14	6	10
...
2100	1027	376	697

乙的频数统计表(部分)

运行次数 n	输出 y 的值为 1 的频数	输出 y 的值为 2 的频数	输出 y 的值为 3 的频数
30	12	11	7
...
当 $n = 2100$ 时, 根据表中的数据, 分别写	2100	1051	696
出甲、乙所编程序各自输出 y 的值为 i ($i = 1, 2, 3$) 的频率 (用分数表示), 并判断两位同学中哪一位所编写程序符合算法要求的可能性较大。	353		

19、(本小题满分 12 分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , $AB = AC = 2AA_1 = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, D, D_1 分别是线段 BC, B_1C_1 的中点, P 是线段 AD 上异于端点的点。



(I) 在平面 ABC 内, 试作出过点 P 与平面 A_1BC 平行的直线 l , 说明理由, 并证明直线 $l \perp$ 平面 ADD_1A_1 :

(II) 设 (I) 中的直线 l 交 AC 于点 Q , 求三棱锥 A_1-QC_1D 的体积. (锥体体积公式:

$$V = \frac{1}{3}Sh, \text{ 其中 } S \text{ 为底面面积, } h \text{ 为高})$$

20、(本小题满分 13 分)

已知圆 C 的方程为 $x^2 + (y - 4)^2 = 4$, 点 O 是坐标原点. 直线 $l: y = kx$ 与圆 C 交于 M, N 两点.

(I) 求 k 的取值范围;

(II) 设 $Q(m, n)$ 是线段 MN 上的点, 且 $\frac{2}{|OQ|^2} = \frac{1}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2}$. 请将 n 表示为 m 的函数.

21、(本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a, & x < 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 其中 a 是实数. 设 $A(x_1, f(x_1))$, $B(x_2, f(x_2))$ 为该函数图象上的两点, 且 $x_1 < x_2$.

(I) 指出函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 A, B 处的切线互相垂直, 且 $x_2 < 0$, 证明: $x_2 - x_1 \geq 1$;

(III) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 A, B 处的切线重合, 求 a 的取值范围。