绝密 ★ 启用前

2010年普通高等学校招生全国统一考试（广东A卷）
数学（理科）

一、

选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.若集合A={$x|$-2＜x＜1}，B={$x|$0＜x＜2}则集合$A\cap B$=

A. {$x|$-1＜x＜1}　　　　B. {$x|$-2＜x＜1}

C. {$x|$-2＜x＜2}　　　　D. {$x|$0＜x＜1}

2.若复数z_1=1+i，z_2=3-i，则$z_1\cdot z_2$=

A．4　　B. 2+ i　　C. 2+2 i　　*D.3*

3．若函数f（x）=3^x+3^{-x}与g（x）=3^x-3^{-x}的定义域均为R，则

A．f（x）与g（x）均为偶函数　　　B. f（x）为偶函数，g（x）为奇函数

A．f（x）与g（x）均为奇函数　　　B. f（x）为奇函数，g（x）为偶函数

4. 4.已知$\{a_n\}$为等比数列，S_n是它的前n项和。若$a_2\cdot a_3=2a_1$，

且a_4与2a_7的等差中项为$\frac{5}{4}$，则S_5=

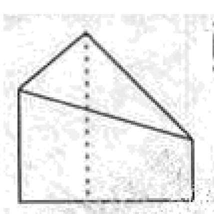
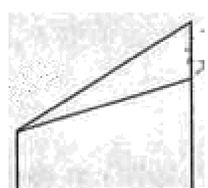
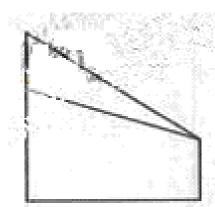
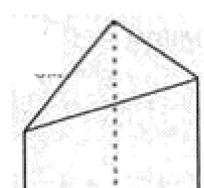
A．35　　B.33　　C.31　　D.29

5.“$m<\frac{1}{4}$”是“一元二次方程$x^2+x+m=0$”有实数解“的

A．充分非必要条件　　　B.充分必要条件

C．必要非充分条件　　　D.非充分必要条件

6.如图1，△ ABC为三角形，$AA'//BB'//CC'$，CC'⊥平面ABC 且3 $AA'=\frac{3}{2}BB'=CC'$=AB,则多面体△ABC - $A'B'C'$的正视图（也称主视图）是

A 
B 
C 
D 

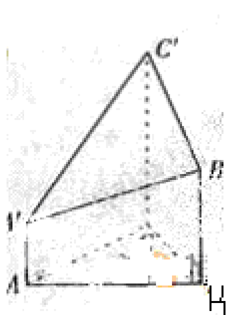


图 1

7已知随机变量X服从正态分布N(3.1)，且p(2 ≤X ≤4)=0.6826，则p（X>4）=

A、0.1588　　B、0.1587　　C、0.1586　　D0.1585

8.为了迎接2010年广州亚运会，某大楼安装5个彩灯，它们闪亮的顺序不固定，每个彩灯彩灯闪亮只能是红、橙、黄、绿、蓝中的一种颜色，且这5个彩灯商量的颜色各不相同。记这这5个彩灯有序地闪亮一次为一个闪烁，在每个闪烁中，每秒钟有且仅有一个彩灯闪亮，而相邻两个闪烁的时间间隔均为5妙。如果要实现所有不同的闪烁，那么需要的时间至少是

A、 1205秒　B.1200秒　C.1195秒　D.1190秒

二、填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分。

（一）必做题（9-13题）

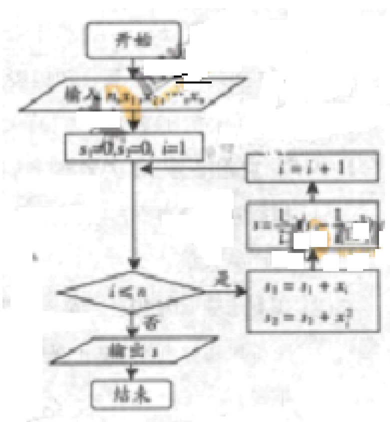
9. 函数 $f(x)$ =lg(x -2)的定义域是_____.

10.若向量 $\vec{a}$ =（1,1,x）, $\vec{b}$ =(1,2,1), $\vec{c}$ =(1,1,1),满足条件 $(\vec{c}-\vec{a})\cdot(2\vec{b})$ =-2,则 x =____.

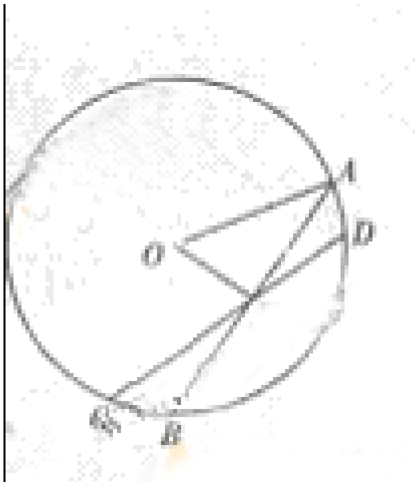
11.已知a,b,c分别是△ABC的三个内角A,B,C所对的边，若a=1,b= $\sqrt{3}$, A+C=2B,则sinC=___.

12.已知圆心在x轴上，半径为 $\sqrt{2}$ 的圆O位于y轴左侧，且与直线x+y=0相切，则圆O的方程是__

13.某城市缺水问题比较突出，为了制定节水管理办法，对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查，其中n位居民的月均用水量分别为$x_1 \ldots x_n$(单位：吨)，根据图2所示的程序框图，若n=2,且$x_1,$ x_2 分别为1,2，则输出地结果s为___.



14、（几何证明选讲选做题）如图3，AB，CD是半径为a的圆O的两条弦，它们相交于AB的中点P，PD= $\frac{2a}{3}$ ，∠OAP=30°，则CP＝______.



15、（坐标系与参数方程选做题）在极坐标系（ρ，θ）（0 ≤ θ<2π）中，曲线ρ=$2\sin\theta$ 与 $p\cos\theta=-1$ 的交点的极坐标为______。

三、解答题：本大题共6小题，满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16、（本小题满分14分）

已知函数 $f(x)=A\sin(3x+\varphi)(A>0,x\in(-\infty,+\infty),0<\varphi<\pi$ 在 $x=\dfrac{\pi}{12}$ 时取得最大值4

(1) 求f(x)的最小正周期；

(2) 求f(x)的解析式；

(3) 若f($\dfrac{2}{3}\alpha+\dfrac{\pi}{12}$)=$\dfrac{12}{5}$，求sinα

17.(本小题满分12分)

某食品厂为了检查一条自动包装流水线的生产情况，随即抽取该流水线上40件产品作为样本算出他们的重量（单位：克）重量的分组区间为（490, 495]，（495, 500]，……（510, 515]，由此得到样本的频率分布直方图，如图4所示。

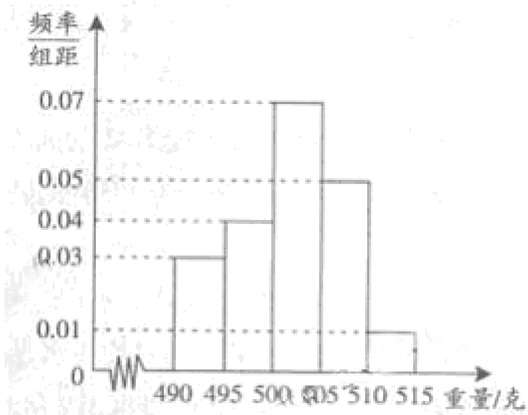


图4

（1） 根据频率分布直方图，求重量超过505克的产品数量。

（2）

在上述抽取的40件产品中任取2件，设Y为重量超过505克的产品数量，求Y的分布列。

（3） 从流水线上任取5件产品，求恰有2件产品合格的重量超过505克的概率。

18.（本小题满分14分）

如图5，$\overset{\frown}{ABC}$ 是半径为a的半圆，AC为直径，点E为 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，点B和点C为线段AD的三等分点。平面AEC外一点F满足FB=FD= $\sqrt{5}$ a，FE= $\sqrt{6}$ a

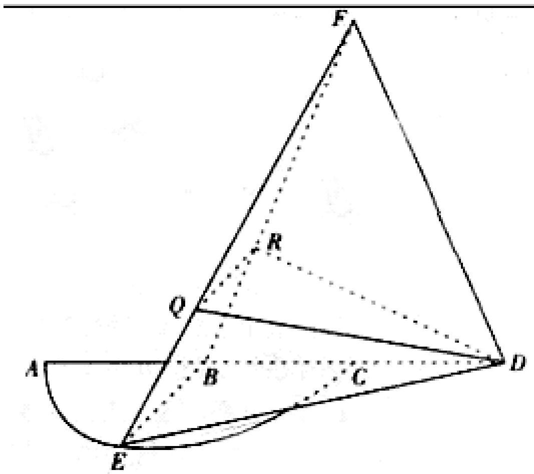


图5

（1） 证明：EB⊥FD；

（2）已知点Q,R分别为线段FE,FB上的点，使得BQ= $\frac{2}{3}$ FE, FR= $\frac{2}{3}$ FB, 求平面BED与平面RQD所成二面角的正弦值。

19.（本小题满分12分）

某营养师要为某个儿童预定午餐和晚餐。已知一个单位的午餐含12个单位的碳水化合物6个单位蛋白质和6个单位的维生素C；一个单位的晚餐含8个单位的碳水化合物，6个单位的蛋白质和10个单位的维生素C. 另外，该儿童这两餐需要的营养中至少含64个单位的碳水化合物，42个单位的蛋白质和54个单位的维生素C.

如果一个单位的午餐、晚餐的费用分别是2.5元和4元，那么要满足上述的营养要求，并且花费最少，应当为该儿童分别预定多少个单位的午餐和晚餐？

20.（本小题满分为14分）

一直双曲线 $\frac{x^2}{2}-y^2=1$
的左、右顶点分别为A_1,A_2，点 $p(x_1,y_1)$，$Q(x_1,-y_1)$是双曲线上不同的两个动点

（1） 求直线A与A_2Q交点的轨迹E的方程式；

（2） 若点H(O, h)（h>1）的两条直线l_1和l_2与轨迹E都只有一个交点，且 $l_1 \perp l_2$,求h的值。

21．（本小题满分14分）

设A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)是平面直角坐标系xOy上的两点，先定义由点A到点B的一种折线距离p(A, B)为

P(A,B)=$\left|x_2-x_1\right|$+$\left|y_2-y_1\right|$.

对于平面 xOy 上给定的不同的两点A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)

(1) 若点C（x, y）是平面 xOy 上的点，试证明P(A,C)+P(C,B) $\geq$ P(A,B);

(2) 在平面 xOy 上是否存在点C(x, y),同时满足

1. ①P(A,C)+P(C,B)=P(A,B) ②P(A,C)=P(C,B)

若存在，请求所给出所有符合条件的点；若不存在，请予以证明。

2010年普通高等学校招生全国统一考试(广东卷)

数学(理科)参考答案

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分.

1．D．【解析】$A\cap B=\{x|-2<x<1\}\cap\{x|0<x<2\}=\{x|0<x<1\}$.

2．A．【解析】$z_1\cdot z_2=(1+i)\cdot(3-i)=1\times3+1\times1+(3-1)i=4+2i$

3．B．【解析】$f(-x)=3^{-x}+3^{x}=f(x),g(-x)=3^{-x}-3^{x}=-g(x)$.

4．C．【解析】设$\{a_n\}$的公比为q，则由等比数列的性质知，$a_2\cdot a_3=a_1\cdot a_4=2a_1$，即$a_4=2$。

由a_4与$2a_7$的等差中项为$\frac{5}{4}$知，$a_4+2a_7=2\times\frac{5}{4}$，$\therefore a_7=\frac{1}{2}(2\times\frac{5}{4}-a_4)=\frac{1}{4}$.

$\therefore q^3=\frac{a_7}{a_4}=\frac{1}{8}$，即$q=\frac{1}{2}$．$a_4=a_1q^3=a_1\times\frac{1}{8}=2$，$\therefore a_1=16$，$S_5=\dfrac{16(1-\frac{1}{2^5})}{1-\frac{1}{2}}=31$.

5．A．【解析】由$x^2+x+m=0$知，$(x+\frac{1}{2})^2=\frac{1-4m}{4}\geq0\Leftrightarrow m\leq\frac{1}{4}$.

（或由$\Delta\geq0$得$1-4m\geq0$，$\therefore m\leq\frac{1}{4}$。）$m<\frac{1}{4}\Rightarrow m\leq\frac{1}{4}$，反之不成立，故选A。

6．D．

7．B．【解析】$P(X>4)=\frac{1}{2}[1-P(2<X<4)]=\frac{1}{2}(1-0.6826)=0.1587.$

8．C．【解析】共有5！=120个不同的闪烁，每个闪烁时间为5秒，共5×120=600秒；每两个闪烁之间的间隔为5秒，共5×（120—1）=595秒。那么需要的时间至少是600＋595=1195秒。

二、填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分.

9．$(2,+\infty)$．【解析】由$x-2>0$，得$x>2$，所以函数的定义域为$(2,+\infty)$.

10．2．【解析】$\vec{c}-\vec{a}=(0,0,1-x)$，$(\vec{c}-\vec{a})\cdot(2\vec{b})=2(0,0,1-x)\cdot(1,2,1)=2(1-x)=-2$，解得$x=2$.

11．1．【解析】由$A+C=2B$及$A+B+C=180°$知，B

=60° ．由正弦定理知，$\dfrac{1}{\sin A}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}$，

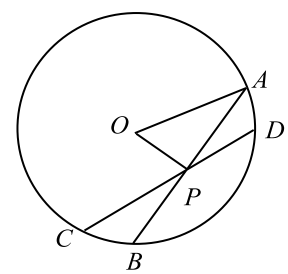
即$\sin A=\dfrac{1}{2}$．由$a<b$知，$A<B=60^\circ$，则$A=30^\circ$，$C=180^\circ-A-B=90^\circ$

于是$\sin C=\sin 90^\circ=1$．

12．$(x+2)^2+y^2=2$．【解析】设圆心为$(a,0)(a<0)$，则$r=\dfrac{|a+2\times 0|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$，解得

$a=-2$．

13．$\dfrac{1}{4}$．　14．$\dfrac{9}{8}a$．【解析】因为点P是AB的中点，由垂径定理知，$OP\perp AB$．



在$Rt\Delta OPA$中，$BP=AP=a\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$．

由相交弦定理知，$BP\cdot AP=CP\cdot DP$，

即$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=CP\cdot\dfrac{2}{3}a$，所以$CP=\dfrac{9}{8}a$．

15．$(\sqrt{2},\dfrac{3\pi}{4})$．**【解法1】**两条曲线的普通方程分别为$x^2+y^2=2y,x=-1$．解得$\begin{cases}x=-1,\\y=1.\end{cases}$

由$\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$得点$(-1,1)$的极坐标为$(\sqrt{2},\dfrac{3\pi}{4})$．

【解法2】由$\begin{cases}\rho=2\sin\theta\\\rho\cos\theta=-1\end{cases}$得$\sin 2\theta=-\dfrac{1}{2}$，Q$0\le\theta<2\pi$　$\therefore 0\le 2\theta<4\pi$，

$\therefore 2\theta=\dfrac{3\pi}{2}$或$2\theta=\dfrac{3\pi}{2}+2\pi$，$\therefore\theta=\dfrac{3\pi}{4}$或$\dfrac{7\pi}{4}$（舍），从而$\rho=\sqrt{2}$，交点坐标为$(\sqrt{2},\dfrac{3\pi}{4})$

。**三、解答题：本大题共6小题，满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．**

16. 解：（1）$T=\dfrac{2\pi}{3}$；

（2）由 $f\left(x\right)$ 的最大值是 4 知，$A=4$，

$f\left(x\right)_{\max}=f(\dfrac{\pi}{12})=4\sin\left(3\times\dfrac{\pi}{12}+\varphi\right)=4$，即 $\sin(\dfrac{\pi}{4}+\varphi)=1$，

$\because 0<\varphi<\pi$，$\therefore \dfrac{\pi}{4}<\dfrac{\pi}{4}+\varphi<\dfrac{5\pi}{4}$． $\therefore \dfrac{\pi}{4}+\varphi=\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore \varphi=\dfrac{\pi}{4}$．

$\therefore f\left(x\right)=4\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)$；

（3）$f(\dfrac{2}{3}\alpha+\dfrac{\pi}{12})=4\sin[3(\dfrac{2}{3}\alpha+\dfrac{\pi}{12})+\dfrac{\pi}{4}]=\dfrac{12}{5}$，即 $\sin[3(\dfrac{2}{3}\alpha+\dfrac{\pi}{12})+\dfrac{\pi}{4}]=\dfrac{3}{5}$，

$\sin(2\alpha+\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{3}{5}$，$\cos 2\alpha=\dfrac{3}{5}$，$1-2\sin^2\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\sin^2\alpha=\dfrac{1}{5}$，$\sin\alpha=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$．

17．（1）重量超过505克的产品数量是

$40\times(0.05\times5+0.01\times5)=12$ 件；

（2）Y的所有可能取值为0，1，2；

$P(Y=0)=\dfrac{C_{28}^2}{C_{40}^2}=\dfrac{63}{130}$，$P(Y=1)=\dfrac{C_{12}^1C_{28}^1}{C_{40}^2}=\dfrac{56}{130}$，$P(Y=1)=\dfrac{C_{12}^2}{C_{40}^2}=\dfrac{11}{130}$，

Y的分布列为

Y	0	1	2
P	$\dfrac{63}{130}$	$\dfrac{56}{130}$	$\dfrac{11}{130}$

（3）从流水线上任取5件产品，恰有2件产品合格的重量超过505克的概率为

$$\frac{C_{12}^2C_{28}^3}{C_{40}^5}=\frac{\dfrac{12\times11}{2\times1}\times\dfrac{28\times27\times26}{3\times2\times1}}{\dfrac{40\times39\times38\times37\times36}{5\times4\times3\times2\times1}}=\frac{21\times11}{37\times19}=\frac{231}{703}。$$

18．（1）证明：

连结 CF，因为 $\overset{\frown}{AEC}$ 是半径为 a 的半圆，AC 为直径，点 E 为 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，所以 $EB\perp AC$。

在 $RT\Delta BCE$ 中，$EC=\sqrt{BC^2+BE^2}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$。

在 ΔBDF 中，$BF=DF=\sqrt{5}a$，ΔBDF 为等腰三角形，且点 C 是底边 BD 的中点，故

$CF \perp BD$。

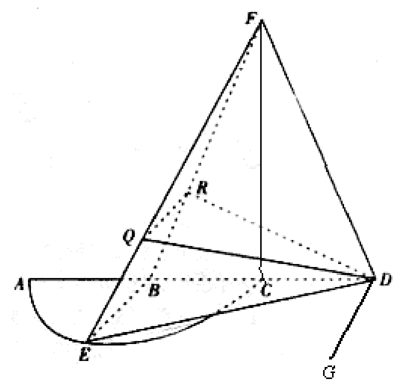
在ΔCEF中，$CE^2+CF^2=(\sqrt{2}a)^2+(2a)^2=6a^2=EF^2$，所以$\Delta CEF$为$Rt\Delta$，且$CF \perp EC$。

因为$CF \perp BD$，$CF \perp EC$，且$CE \cap BD=C$，所以$CF \perp$平面BED，

而$EB \subset$平面BED，$\therefore CF \perp EB$。

因为$EB \perp AC$，$EB \perp CF$，且$AC \cap CF=C$，所以$EB \perp$平面BDF，

而$FD \subset$平面BDF，$\therefore EB \perp FD$。



（2）设平面BED与平面RQD的交线为DG.

由$FQ=\dfrac{2}{3}FE$，$FR=\dfrac{2}{3}FB$，知$QR // EB$.

而$EB \subset$平面BDE，$\therefore QR //$平面BDE，

而平面$BDE \cap$平面$RQD=DG$，$\therefore QR // DG // EB$.

由（1）知，$BE \perp$平面BDF，$\therefore DG \perp$平面BDF，

而$DR, DB \subset$平面BDF，$\therefore DG \perp DR$，$DG \perp DQ$，

$\therefore \angle RDB$是平面BED与平面RQD所成二面角的平面角.

在$Rt\Delta BCF$中，$CF=\sqrt{BF^2-BC^2}=\sqrt{(\sqrt{5}a)^2-a^2}=2a$，

$\sin\angle RBD=\dfrac{FC}{BF}=\dfrac{2a}{\sqrt{5}a}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$\cos\angle RBD=\sqrt{1-\sin^2\angle RBD}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

在ΔBDR中，由$FR=\dfrac{2}{3}FB$知，$BR=\dfrac{1}{3}FB=\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$，

由余弦定理得，$RD=\sqrt{BD^2+BR^2-2BD\cdot BR\cos\angle RBD}$

$$=\sqrt{(2a)^2+(\frac{\sqrt{5}a}{3})^2-2\cdot 2a\cdot\frac{\sqrt{5}a}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}}=\frac{\sqrt{29}}{3}a$$

由正弦定理得，$\dfrac{BR}{\sin\angle RDB}=\dfrac{RD}{\sin\angle RBD}$，即$\dfrac{\frac{\sqrt{5}}{3}a}{\sin\angle RDB}=\dfrac{\frac{\sqrt{29}}{3}a}{\frac{2}{\sqrt{5}}}$，

$\sin\angle RDB=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$。

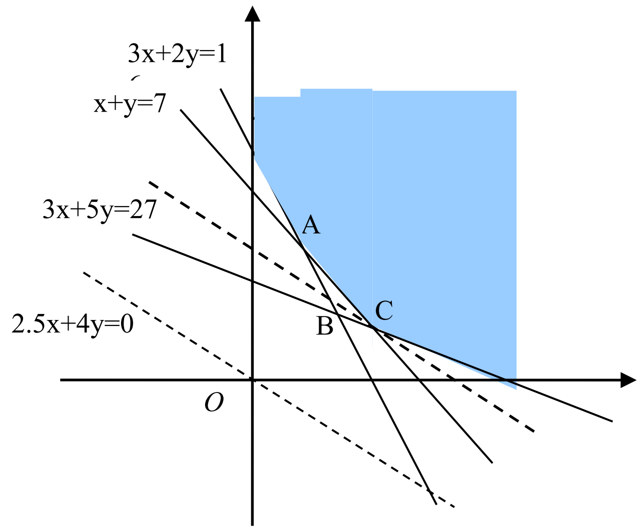
故平面BED与平面RQD所成二面角的正弦值为$\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$。

19．解：设为该儿童分别预订x, y个单位的午餐和晚餐，共花费z元，则$z=2.5x+4y$，且

y

满足以下条件

$$\begin{cases}12x+8y\geq 64\\6x+6y\geq 42\\6x+10y\geq 54\\x,y\geq 0\end{cases} \text{即} \begin{cases}3x+2y\geq 16\\x+y\geq 7\\3x+5y\geq 27\\x,y\geq 0\end{cases}$$



作直线$l:2.5x+4y=0$，平移直线l至l_0，

当l_0经过C点时，可使z达到最小值。

由$\begin{cases}3x+5y=27\\x+y=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$ 即$C(4,3)$，

此时$z=2.5\times4+4\times3=22$，

答:

午餐和晚餐分别预定4个单位和3个单位，花费最少z=22元。

20．（1）解：由A_1,A_2为双曲线的左右顶点知，$A_1(-\sqrt{2},0)$, $A_2(\sqrt{2},0)$,

$A_1P:y=\dfrac{y_1}{x_1+\sqrt{2}}(x+\sqrt{2})$，$A_2Q:y=\dfrac{-y_1}{x_1-\sqrt{2}}(x-\sqrt{2})$，两式相乘$y^2=\dfrac{-y_1^2}{x_1^2-2}(x^2-2)$，

因为点$P(x_1,y_1)$在双曲线上，所以$\dfrac{x_1^2}{2}-y_1^2=1$，即$\dfrac{y_1^2}{x_1^2-2}=\dfrac{1}{2}$，故$y^2=-\dfrac{1}{2}(x^2-2)$，

所以$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，即直线A_1P与A_2Q交点的轨迹E的方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$.

（2）**解法1：**设$l_1:y=kx+h$，则由$l_1\perp l_2$知，$l_2:y=-\dfrac{1}{k}x+h$。将$l_1:y=kx+h$代入

$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$得

$\dfrac{x^2}{2}+(kx+h)^2=1$，即$(1+2k^2)x^2+4khx+2h^2-2=0$，

由l_1与E只有一个交点知，$\Delta=16k^2h^2-4(1+2k^2)(2h^2-2)=0$，即$1+2k^2=h^2$。

同理，由l_2与E只有一个交点知，$1+2\cdot\dfrac{1}{k^2}=h^2$，消去$h^2$得$\dfrac{1}{k^2}=k^2$，即$k^2=1$，

从而$h^2=1+2k^2=3$，又$\because h>1$，$\therefore h=\sqrt{3}.$。

解法2：由题意知直线l_1和l_2都是椭圆E的切线，由对称性知，两直线的倾斜角分别为45°

和$135°$，设其方程为$y=\pm x+h$，代入椭圆E的方程$\frac{x^2}{2}+y^2=1$得$\frac{x^2}{2}+(\pm x+h)^2=1$，即

$3x^2\pm 4hx+2h^2-2=0$

由$\Delta=0$得$16h^2-4\times 3\times(2h^2-2)=0$，即$h^2=3$，$\because h>1$，$\therefore h=\sqrt{3}.$

21．（1）证明：由绝对值不等式知，

$$\begin{aligned}\rho(A,C)+\rho(C,B)&=|x-x_1|+|x_2-x|+|y-y_1|+|y_2-y\\&\geq|(x-x_1)+(x_2-x)|+|(y-y_1)+(y_2-y)|\\&=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|\\&=\rho(A,B)\end{aligned}$$

当且仅当$(x-x_1)\cdot(x_2-x)\geq 0$且$(y-y_1)\cdot(y_2-y)\geq 0$时等号成立。

（2）解：由$\rho(A,C)+\rho(C,B)=\rho(A,B)$得

$(x-x_1)\cdot(x_2-x)\geq 0$且$(y-y_1)\cdot(y_2-y)\geq 0$　　　（Ⅰ）

由$\rho(A,C)=\rho(C,B)$得　$|x-x_1|+|y-y_1|=|x_2-x|+|y_2-y|$　（Ⅱ）

因为$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$是不同的两点，则：

1°　若$x_1=x_2$且$y_1\neq y_2$，不妨设$y_1<y_2$，

由（Ⅰ）得　$x=x_1=x_2$且$y_1\leq y\leq y_2$，由（Ⅱ）得　$y=\frac{y_1+y_2}{2}$，

此时，点C是线段AB的中点，即只有点$C(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$满足条件；

2°　若$x_1\neq x_2$且$y_1=y_2$，同理可得：只有AB的中点$C(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$满足条件；

3°　若$x_1\neq x_2$且$y_1\neq y_2$，不妨设$x_1<x_2$且$y_1<y_2$，

由（Ⅰ）得$x_1\leq x\leq x_2$且$y_1\leq y\leq y_2$，

由（Ⅱ）得$x+y=\frac{x_1+x_2}{2}+\frac{y_1+y_2}{2}$，

此时，所有符合条件的点C的轨迹是一条线段，即：过AB的中点$(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，斜率为$-1$的直线$x+y=\frac{x_1+x_2}{2}+\frac{y_1+y_2}{2}$夹在矩形$AA_1BB_1$之间的部分，其中$A(x_1,y_1)$，$A_1(x_2,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$B_1(x_1,y_2)$。