

# 2013年广东省高考数学试卷（理科）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. （5分）（2013•广东）设集合 $M=\{x|x^2+2x=0, x\in\mathbb{R}\}$ ， $N=\{x|x^2-2x=0, x\in\mathbb{R}\}$ ，则 $M\cup N=$ （ ）

- A  $\{0\}$                       B  $\{0, 2\}$                       C  $\{-2, 0\}$                       D  $\{-2, 0, 2\}$

2. （5分）（2013•广东）定义域为 $\mathbb{R}$ 的四个函数 $y=x^3$ ， $y=2^x$ ， $y=x^2+1$ ， $y=2\sin x$ 中，奇函数的个数是（ ）

- A 4                      B 3                      C 2                      D 1

3. （5分）（2013•广东）若复数 $z$ 满足 $iz=2+4i$ ，则在复平面内， $z$ 对应的点的坐标是（ ）

- A  $(2, 4)$                       B  $(2, -4)$                       C  $(4, -2)$                       D  $(4, 2)$

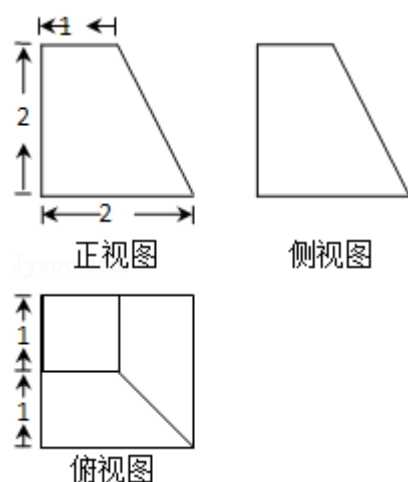
4. （5分）（2013•广东）已知离散型随机变量 $X$ 的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

则 $X$ 的数学期望 $E(X)=$ （ ）

- A  $\frac{3}{2}$                       B 2                      C  $\frac{5}{2}$                       D 3

5. （5分）（2013•广东）某四棱台的三视图如图所示，则该四棱台的体积是（ ）



- A 4                      B  $\frac{14}{3}$                       C  $\frac{16}{3}$                       D 6

6. （5分）（2013•广东）设 $m$ ， $n$ 是两条不同的直线， $\alpha$ ， $\beta$ 是两个不同的平面，下列命题中正确的是（ ）

- A 若 $\alpha\perp\beta$ ， $m\subset\alpha$ ，B 若 $\alpha\parallel\beta$ ， $m\subset\alpha$ ，

- $n \subset \beta$ , 则  $m \perp n$      $n \subset \beta$ , 则  $m \parallel n$   
 C 若  $m \perp n$ ,  $m \subset \alpha$  D 若  $m \perp \alpha$ ,  $m \parallel n$ ,  
 $n \subset \beta$ , 则  $\alpha \perp \beta$      $n \parallel \beta$ , 则  $\alpha \perp \beta$

7. (5分) (2013•广东) 已知中心在原点的双曲线C的右焦点为F(3, 0), 离心率等于 $\frac{3}{2}$ , 则C的方程是 ( )

- A  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{\sqrt{5}} = 1$     B  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$     C  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{5} = 1$     D  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{\sqrt{5}} = 1$

8. (5分) (2013•广东) 设整数 $n \geq 4$ , 集合 $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ . 令集合 $S = \{(x, y, z) | x, y, z \in X, \text{且三条件 } x < y < z, y < z < x, z < x < y \text{ 恰有一个成立}\}$ . 若 $(x, y, z)$ 和 $(z, w, x)$ 都在S中, 则下列选项正确的是 ( )

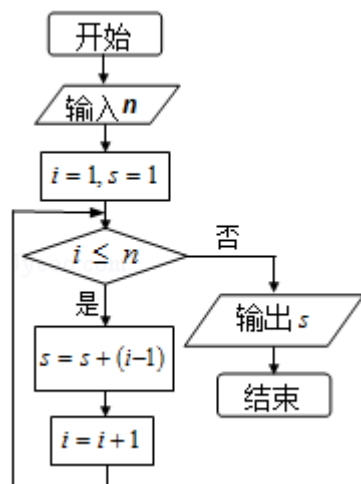
- A  $(y, z, w) \in S$     B  $(y, z, w) \in S$     C  $(y, z, w) \notin S$     D  $(y, z, w) \notin S$   
 $(x, y, w) \in S$      $(x, y, w) \in S$      $(x, y, w) \notin S$      $(x, y, w) \notin S$

二、填空题: 本大题共7小题, 考生作答6小题, 每小题5分, 满分30分.

9. (5分) (2013•广东) 不等式 $x^2 + x - 2 < 0$ 的解集为\_\_\_\_\_.

10. (5分) (2013•广东) 若曲线 $y = kx + \ln x$ 在点(1, k)处的切线平行于x轴, 则 $k =$ \_\_\_\_\_.

11. (5分) (2013•广东) 执行如图所示的程序框图, 若输入n的值为4, 则输出s的值为\_\_\_\_\_.



12. (5分) (2013•广东) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 + a_8 = 10$ , 则 $3a_5 + a_7 =$ \_\_\_\_\_.

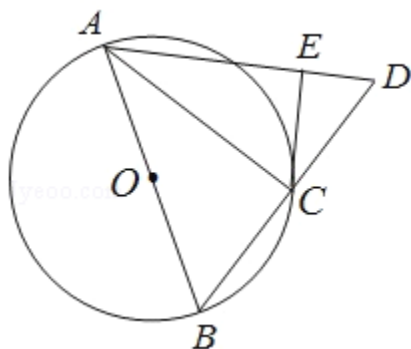
13. (5分) (2013•广东) 给定区域D:  $\begin{cases} x+4y \geq 4 \\ x+y \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ . 令点集 $T = \{(x_0, y_0) \in D | x_0, y_0 \in \mathbb{Z}, (x_0, y_0) \text{ 是 } z = x + y \text{ 在 } D \text{ 上取得最大值或最小值的点}\}$ , 则T中的点共确定\_\_\_\_\_条不同的直线.

14. (5分) (2013•广东) (坐标系与参数方程选做题)

已知曲线C的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t \\ y = \sqrt{2} \sin t \end{cases}$  (t为参数), C在点(1, 1)处的切线为l, 以坐标原点为极点, x轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 则l的极坐标方程为\_\_\_\_\_.

15. (2013•广东) (几何证明选讲选做题)

如图, AB是圆O的直径, 点C在圆O上, 延长BC到D使BC=CD, 过C作圆O的切线交AD于E. 若AB=6, ED=2, 则BC=\_\_\_\_\_.



三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16. (12分) (2013•广东) 已知函数  $f(x) = \sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{12})$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

(1) 求  $f(-\frac{\pi}{6})$  的值;

(2) 若  $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ,  $\theta \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ , 求  $f(2\theta + \frac{\pi}{3})$ .

17. (12分) (2013•广东) 某车间共有12名工人, 随机抽取6名, 他们某日加工零件个数的茎叶图如图所示, 其中茎为十位数, 叶为个位数.

(1) 根据茎叶图计算样本均值;

(2) 日加工零件个数大于样本均值的工人优秀工人. 根据茎叶图推断该车间12名工人中有几名优秀工人?

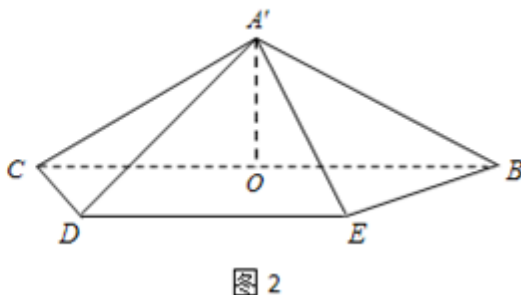
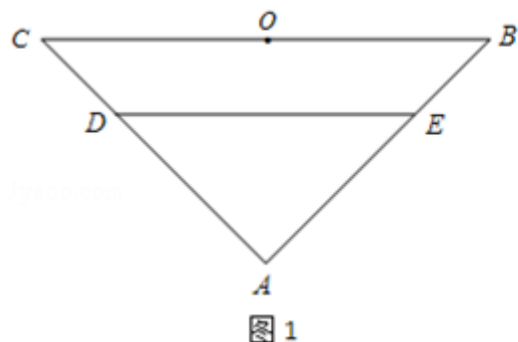
(3) 从该车间12名工人中, 任取2人, 求恰有1名优秀工人的概率.

1	7	9	
2	0	1	5
3	0		

18. (14分) (2013•广东) 如图1, 在等腰直角三角形ABC中,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $BC = 6$ , D, E分别是AC, AB上的点,  $CD = BE = \sqrt{2}$ , O为BC的中点. 将 $\triangle ADE$ 沿DE折起, 得到如图2所示的四棱锥  $A' - BCDE$ , 其中  $A'O = \sqrt{3}$ .

(1) 证明:  $A'O \perp$  平面BCDE;

(2) 求二面角  $A' - CD - B$  的平面角的余弦值.



19. (14分) (2013•广东) 设数列  $\{a_n\}$  的前n项和为  $S_n$ , 已知  $a_1 = 1$ ,  $\frac{2S_n}{n} = a_{n+1} - \frac{1}{3}n^2 - n - \frac{2}{3}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- (1) 求 $a_2$ 的值;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (3) 证明: 对一切正整数 $n$ , 有 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} < \frac{7}{4}$ .

20. (14分) (2013•广东) 已知抛物线 $C$ 的顶点为原点, 其焦点 $F(0, c)$  ( $c > 0$ ) 到直线 $l: x - y - 2 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ , 设 $P$ 为直线 $l$ 上的点, 过点 $P$ 作抛物线 $C$ 的两条切线 $PA, PB$ , 其中 $A, B$ 为切点.

- (1) 求抛物线 $C$ 的方程;
- (2) 当点 $P(x_0, y_0)$ 为直线 $l$ 上的定点时, 求直线 $AB$ 的方程;
- (3) 当点 $P$ 在直线 $l$ 上移动时, 求 $|AF| \cdot |BF|$ 的最小值.

21. (14分) (2013•广东) 设函数 $f(x) = (x - 1)e^x - kx^2$  ( $k \in \mathbb{R}$ ).

- (1) 当 $k=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 当 $k \in (\frac{1}{2}, 1]$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[0, k]$ 上的最大值 $M$ .