

2016年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题（共8小题，每小题5分，满分40分）

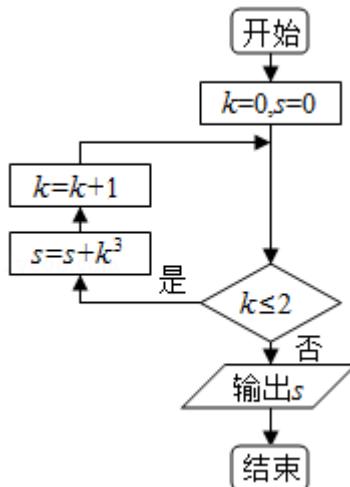
1. (5分) 已知集合 $A=\{x|2 < x < 4\}$, $B=\{x|x < 3 \text{ 或 } x > 5\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\{x|2 < x < 5\}$
- B. $\{x|x < 4 \text{ 或 } x > 5\}$
- C. $\{x|2 < x < 3\}$
- D. $\{x|x < 2 \text{ 或 } x > 5\}$

2. (5分) 复数 $\frac{1+2i}{2-i} = (\quad)$

- A. i
- B. 1+i
- C. -i
- D. 1-i

3. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出s的值为 ()



- A. 8
- B. 9
- C. 27
- D. 36

4. (5分) 下列函数中, 在区间 (-1, 1) 上为减函数的是 ()

- A. $y = \frac{1}{1-x}$
- B. $y = \cos x$
- C. $y = \ln(x+1)$
- D. $y = 2^{-x}$

5. (5分) 圆 $(x+1)^2+y^2=2$ 的圆心到直线 $y=x+3$ 的距离为 ()

- A. 1
- B. 2
- C. $\sqrt{2}$
- D. $2\sqrt{2}$

6. (5分) 从甲、乙等5名学生中随机选出2人, 则甲被选中的概率为 ()

- A. $\frac{1}{5}$
- B. $\frac{2}{5}$
- C. $\frac{8}{25}$
- D. $\frac{9}{25}$

7. (5分) 已知A(2, 5), B(4, 1). 若点P(x, y)在线段AB上, 则 $2x - y$ 的最大值为 ()

- A. -1
- B. 3
- C. 7
- D. 8

8. (5分) 某学校运动会的立定跳远和30秒跳绳两个单项比赛分成预赛和决赛两个阶段, 表中为10名学生的预赛成绩, 其中有三个数据模糊.

学生序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
立定跳远（单位： 米）	1.96	1.92	1.82	1.80	1.78	1.76	1.74	1.72	1.68	1.60
30秒跳绳（单位： 次）	63	a	75	60	63	72	70	a - 1	b	65

在这10名学生中，进入立定跳远决赛的有8人，同时进入立定跳远决赛和30秒跳绳决赛的有6人，则（ ）

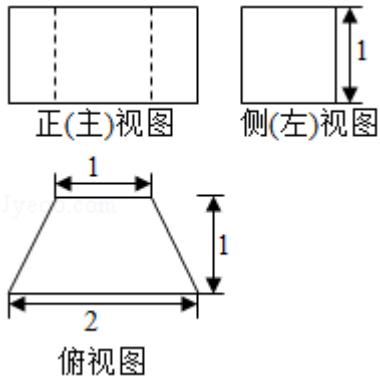
- A. 2号学生进入30秒跳绳决赛
- B. 5号学生进入30秒跳绳决赛
- C. 8号学生进入30秒跳绳决赛
- D. 9号学生进入30秒跳绳决赛

二、填空题（共6小题，每小题5分，满分30分）

9. (5分) 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (\sqrt{3}, 1)$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 夹角的大小为_____.

10. (5分) 函数 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ($x \geq 2$) 的最大值为_____.

11. (5分) 某四棱柱的三视图如图所示，则该四棱柱的体积为_____.



12. (5分) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线为 $2x+y=0$, 一个焦点为 $(\sqrt{5}, 0)$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \frac{2\pi}{3}$, $a = \sqrt{3}c$, 则 $\frac{b}{c} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (5分) 某网店统计了连续三天售出商品的种类情况：第一天售出19种商品，第二天售出13种商品，第三天售出18种商品；前两天都售出的商品有3种，后两天都售出的商品有4种，则该网店

①第一天售出但第二天未售出的商品有_____种；

②这三天售出的商品最少有_____种.

三、解答题（共6小题，满分80分）

15. (13分) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列，且 $b_2=3$ ， $b_3=9$ ， $a_1=b_1$ ， $a_4=b_4$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

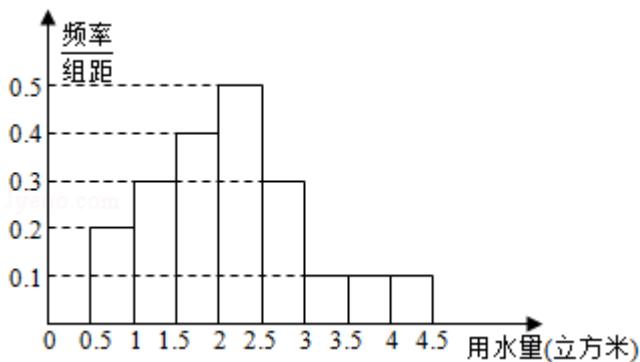
(2) 设 $c_n=a_n+b_n$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前n项和.

16. (13分) 已知函数 $f(x)=2\sin\omega x\cos\omega x+\cos 2\omega x$ ($\omega>0$) 的最小正周期为 π

(1) 求 ω 的值；

(2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

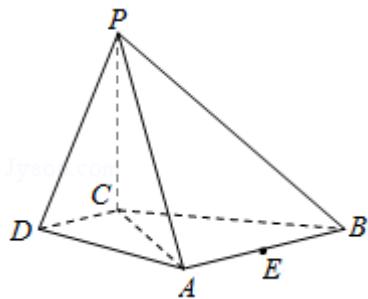
17. (13分) 某市居民用水拟实行阶梯水价，每人月用水量中不超过 w 立方米的部分按4元/立方米收费，超出 w 立方米的部分按10元/立方米收费，从该市随机调查了10000位居民，获得了他们某月的用水量数据，整理得到如图频率分布直方图：



- (1) 如果 w 为整数，那么根据此次调查，为使80%以上居民在该月的用水价格为4元/立方米， w 至少定为多少？
- (2) 假设同组中的每个数据用该组区间的右端点值代替，当 $w=3$ 时，估计该市居民该月的人均水费.

18. (14分) 如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中， $PC \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AB \parallel DC$ ， $DC \perp AC$

- (1) 求证： $DC \perp$ 平面 PAC ； (2) 求证：平面 $PAB \perp$ 平面 PAC ；
- (3) 设点 E 为 AB 的中点，在棱 PB 上是否存在点 F ，使得 $PA \parallel$ 平面 CEF ？说明理由



19. (14分) 已知椭圆C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点A(2, 0), B(0, 1)两点.

- (1) 求椭圆C的方程及离心率;
- (2) 设P为第三象限内一点且在椭圆C上, 直线PA与y轴交于点M, 直线PB与x轴交于点N, 求证: 四边形ABNM的面积为定值.

20. (13分) 设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

- (1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 设 $a=b=4$, 若函数 $f(x)$ 有三个不同零点, 求 c 的取值范围;
- (3) 求证: $a^2 - 3b > 0$ 是 $f(x)$ 有三个不同零点的必要而不充分条件.