

绝密 ★ 启用前

## 2008年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

### 数学（文史类）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至10页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

### 第Ⅰ卷

注意事项：

1.答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、科目涂写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。

2.每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答在试卷上的无效。

3.本卷共10小题，每小题5分，共50分。

参考公式：

如果事件A，B互斥，那么 球的表面积公式

$$P(A+B) = P(A) + P(B) \quad S = 4\pi R^2.$$

如果事件A，B相互独立，那么 其中R表示球的半径.

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

一、选择题：在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

(1) 设集合  $U = \{x \in N \mid 0 < x \leq 8\}$ ， $S = \{1, 2, 4, 5\}$ ， $T = \{3, 5, 7\}$ ，则  $S \cap (\complement_U T) =$

(A)  $\{1, 2, 4\}$  (B)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$  (C)  $\{1, 2\}$  (D)  $\{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

(2) 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + y \leq 1 \\ x + 2y \geq 1 \end{cases}$ ，则目标函数  $z = 5x + y$  的最大值为

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(3) 函数  $y = 1 + \sqrt{x}$  ( $0 \leq x \leq 4$ ) 的反函数是

(A)  $y = (x-1)^2$  ( $1 \leq x \leq 3$ )      (B)  $y = (x-1)^2$  ( $0 \leq x \leq 4$ )

(C)  $y = x^2 - 1$  ( $1 \leq x \leq 3$ )      (D)  $y = x^2 - 1$  ( $0 \leq x \leq 4$ )

(4) 若等差数列  $\{a_n\}$  的前5项和  $S_5 = 25$ ，且  $a_2 = 3$ ，则  $a_7 =$

(A) 12      (B) 13      (C) 14      (D) 15

(5) 设  $a, b$  是两条直线， $\alpha, \beta$  是两个平面，则  $a \perp b$  的一个充分条件是

(A)  $a \perp \alpha, b // \beta, \alpha \perp \beta$       (B)  $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha // \beta$

(C)  $a \subset \alpha, b \perp \beta, \alpha // \beta$       (D)  $a \subset \alpha, b // \beta, \alpha \perp \beta$

(6) 把函数  $y = \sin x$  ( $x \in R$ ) 的图象上所有点向左平行移动  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度，再把所得图象上所有点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  倍 (纵坐标不变)，得到的图象所表示的函数是

(A)  $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ ,  $x \in R$       (B)  $y = \sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6})$ ,  $x \in R$

(C)  $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ,  $x \in R$       (D)  $y = \sin(2x + \frac{2\pi}{3})$ ,  $x \in R$

(7) 设椭圆  $\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1$  ( $m > 0$ ,  $n > 0$ ) 的右焦点与抛物线  $y^2 = 8x$  的焦点相同，离心率为  $\frac{1}{2}$ ，则此椭圆的方程为

(A)  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$       (B)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$       (C)  $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{64} = 1$       (D)  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$

(8) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 0 \\ -x+2, & x > 0 \end{cases}$ ，则不等式  $f(x) \geq x^2$  的解集是

(A)  $[-1, 1]$       (B)  $[-2, 2]$       (C)  $[-2, 1]$       (D)  $[-1, 2]$

(9) 设  $a = \sin \frac{5\pi}{7}$ ,  $b = \cos \frac{2\pi}{7}$ ,  $c = \tan \frac{2\pi}{7}$ ，则

(A)  $a < b < c$       (B)  $a < c < b$       (C)  $b < c < a$       (D)  $b < a < c$

(10) 设  $a > 1$ ，若对于任意的  $x \in [a, 2a]$ ，都有  $y \in [a, a^2]$  满足方程  $\log_a x + \log_a y = 3$ ，这时  $a$  的取值集合为

(A)  $\{a | 1 < a \leq 2\}$       (B)  $\{a | a \geq 2\}$       (C)  $\{a | 2 \leq a \leq 3\}$       (D)  $\{2, 3\}$

## 第II卷

注意事项:

1. 答卷前将密封线内的项目填写清楚。
2. 用钢笔或圆珠笔直接答在试卷上
3. 本卷共12小题, 共100分。

### 二、填空题(本大题共6个小题, 每小题4分, 共24分.把答案填在题中横线上.)

(11) 一个单位共有职工200人, 其中不超过45岁的有120人, 超过45岁的有80人. 为了调查职工的健康状况, 用分层抽样的方法从全体职工中抽取一个容量为25的样本, 应抽取超过45岁的职工\_\_\_\_\_人.

(12)  $(x + \frac{2}{x})^5$  的二项展开式中,  $x^3$  的系数是\_\_\_\_\_ (用数字作答) .

(13) 若一个球的体积为  $4\sqrt{3}\pi$ , 则它的表面积为\_\_\_\_\_.

(14) 已知平面向量  $\vec{a} = (2, 4)$ ,  $\vec{b} = (-1, 2)$ . 若  $\vec{c} = \vec{a} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{b}$ , 则  $|\vec{c}| =$ \_\_\_\_\_.

(15) 已知圆C的圆心与点  $P(-2, 1)$  关于直线  $y = x + 1$  对称. 直线  $3x + 4y - 11 = 0$  与圆C相交于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = 6$ , 则圆C的方程为\_\_\_\_\_.

(16) 有4张分别标有数字1, 2, 3, 4的红色卡片和4张分别标有数字1, 2, 3, 4的蓝色卡片, 从这8张卡片中取出4张卡片排成一行. 如果取出的4张卡片所标数字之和等于10, 则不同的排法共有\_\_\_\_\_种 (用数字作答) .

### 三、解答题(本题共6道大题, 满分76分)

(17) (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = 2\cos^2 \omega x + 2\sin \omega x \cos \omega x + 1$  ( $x \in R, \omega > 0$ ) 的最小值正周期是  $\frac{\pi}{2}$ .

(I) 求  $\omega$  的值;

(II) 求函数  $f(x)$  的最大值, 并且求使  $f(x)$  取得最大值的  $x$  的集合.

(17) 本小题主要考查特殊角三角函数值、两角和的正弦、二倍角的正弦与余弦、函数  $y = A\sin(\omega x + \varphi)$  的性质等基础知识, 考查基本运算能力. 满分12分.

(18) (本小题满分12分)

甲、乙两个篮球运动员互不影响地在同一位置投球，命中率分别为 $\frac{1}{2}$ 与 $p$ ，且乙投球2次均未命中的概率为 $\frac{1}{16}$ 。

(I) 求乙投球的命中率 $p$ ；

(II) 求甲投球2次，至少命中1次的概率；

(III) 若甲、乙两人各投球2次，求两人共命中2次的概率。

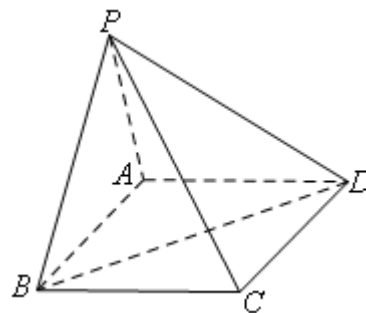
(19) (本小题满分12分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形。已知 $AB=3, AD=2, PA=2, PD=2\sqrt{2}, \angle PAB=60^\circ$ 。

(I) 证明 $AD \perp$ 平面 $PAB$ ；

(II) 求异面直线 $PC$ 与 $AD$ 所成的角的大小；

(III) 求二面角 $P-BD-A$ 的大小。



(20) (本小题满分12分)

在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1=1$ ,  $a_2=2$ , 且  $a_{n+1}=(1+q)a_n-qa_{n-1}$  ( $n \geq 2, q \neq 0$ ).

(I) 设  $b_n=a_{n+1}-a_n$  ( $n \in N^*$ ), 证明  $\{b_n\}$  是等比数列;

(II) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(III) 若  $a_3$  是  $a_6$  与  $a_9$  的等差中项, 求  $q$  的值, 并证明: 对任意的  $n \in N^*$ ,  $a_n$  是  $a_{n+3}$  与  $a_{n+6}$  的等差中项.

(21) (本小题满分14分)

已知函数  $f(x)=x^4+ax^3+2x^2+b$  ( $x \in R$ ), 其中  $a, b \in R$ .

(I) 当  $a=-\frac{10}{3}$  时, 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(II) 若函数  $f(x)$  仅在  $x=0$  处有极值, 求  $a$  的取值范围;

(III) 若对于任意的  $a \in [-2, 2]$ , 不等式  $f(x) \leq 1$  在  $[-1, 1]$  上恒成立, 求  $b$  的取值范围.

(21) 本小题主要考查利用导数研究函数的单调性、函数的最大值、解不等式等基础知识, 考查综合分析和解决问题的能力. 满分14分.

(22) (本小题满分14分)

已知中心在原点的双曲线C的一个焦点是  $F_1(-3,0)$ ，一条渐近线的方程是  $\sqrt{5}x - 2y = 0$  .

( I ) 求双曲线C的方程；

( II ) 若以  $k(k \neq 0)$  为斜率的直线  $l$  与双曲线C相交于两个不同的点M, N, 且线段MN的垂直平分线与两坐标轴围成的三角形的面积为  $\frac{81}{2}$ , 求  $k$  的取值范围.