

2013 年普通高等学校招生全国统一考试(安徽卷)

数学(文科)

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

考生注意事项：

1. 答题前，务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号，并认真核对答题卡上所粘帖的条形码中姓名、座位号与本人姓名、座位号是否一致。务必在答题卡背面规定的地方填写姓名和座位号后两位。
2. 答第 I 卷时，每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 答第 II 卷时，必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题时可先用铅笔在答题卡规定的位置画出，确认后用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束，务必将试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷（选择题 共 50 分）

一、 选择题：本大题共 10 小题。每小题 5 分，共 50 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设 i 是虚数单位，若复数 $a - \frac{10}{3-i}$ ($a \in R$) 是纯虚数，则 a 的值为 ()

- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

(2) 已知 $A = \{x | x+1 > 0\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1\}$, 则 $(C_R A) \cap B =$ ()

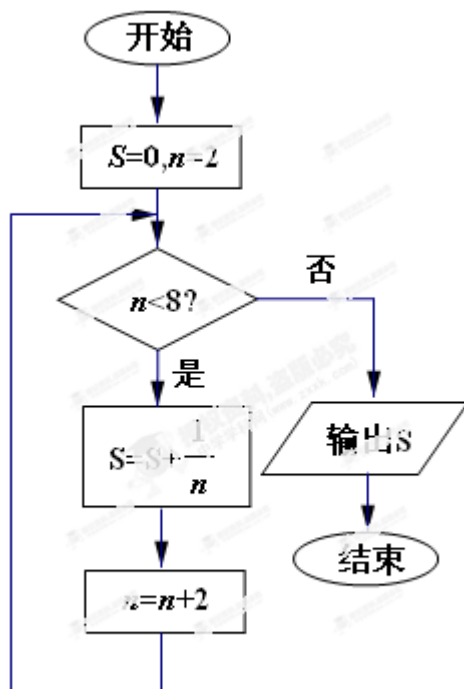
- (A) $\{-2, -1\}$ (B) $\{-2\}$
(C) $\{-1, 0, 1\}$ (D) $\{0, 1\}$

(3) 如图所示，程序据图（算法流程图）的输出结果为 ()

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{11}{12}$

(D) $\frac{25}{24}$



第(3)题图

(4) “ $(2x-1)x=0$ ” 是 “ $x=0$ ” 的 ()

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(5) 若某公司从五位大学毕业生甲、乙、丙、丁、戊中录用三人，这五人被录用的机会均等，则甲或乙被录用的概率为 ()

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$

(D) $\frac{9}{10}$

(6) 直线 $x+2y-5+\sqrt{5}=0$ 被圆 $x^2+y^2-2x-4y=0$ 截得的弦长为 ()

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) $4\sqrt{6}$

(7) 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $S_8=4a_3, a_7=-2$ ， 则 $a_9=$ ()

(A) -6

(B) -4

(C) -2

(D) 2

(8) 函数 $y = f(x)$ 的图像如图所示, 在区间 $[a, b]$ 上可找到 $n(n \geq 2)$ 个不同的数 x_1, x_2, \dots, x_n , 使得

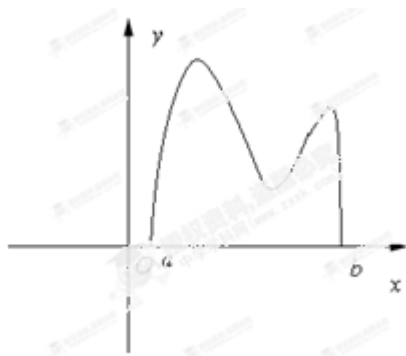
$$\frac{f(x_1)}{x_1} = \frac{f(x_2)}{x_2} = \dots = \frac{f(x_n)}{x_n}, \text{ 则 } n \text{ 的取值范围为 ()}$$

(A) $\{2, 3\}$

(B) $\{2, 3, 4\}$

(C) $\{3, 4\}$

(D) $\{3, 4, 5\}$



(9) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边的长分别为 a, b, c , 若 $b + c = 2a, 3 \sin A = 5 \sin B$, 则角 $C =$ ()

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{2\pi}{3}$

(C) $\frac{3\pi}{4}$

(D) $\frac{5\pi}{6}$

(10) 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 若 $f(x_1) = x_1 < x_2$, 则关于 x 的方程

$$3(f(x))^2 + 2af(x) + b = 0 \text{ 的不同实根个数为 ()}$$

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

第 II 卷 (非选择题 共 100 分)

考生注意事项:

请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答, 在试题卷上答题无效。

二. 填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。把答案填在答题卡的相应位置。

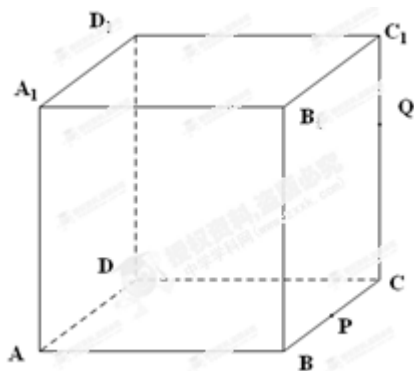
(11) 函数 $y = \ln(1 + \frac{1}{x}) + \sqrt{1-x^2}$ 的定义域为_____。

(12) 若非负数变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq -1 \\ x+2y \leq 4 \end{cases}$, 则 $x+y$ 的最大值为_____。

(13) 若非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 3|\vec{b}| = |\vec{a} + 2\vec{b}|$, 则 \vec{a}, \vec{b} 夹角的余弦值为_____。

(14) 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = 2f(x)$. 若当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x(1-x)$, 则当 $-1 \leq x \leq 0$ 时, $f(x) =$ _____。

(15) 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, P 为 BC 的中点, Q 为线段 CC_1 上的动点, 过点 A, P, Q 的平面截该正方体所得的截面记为 S , 则下列命题正确的是_____ (写出所有正确命题的编号)。



①当 $0 < CQ < \frac{1}{2}$ 时, S 为四边形

②当 $CQ = \frac{1}{2}$ 时, S 为等腰梯形

③当 $CQ = \frac{3}{4}$ 时, S 与 C_1D_1 的交点 R 满足 $C_1R = \frac{1}{3}$

④当 $\frac{3}{4} < CQ < 1$ 时, S 为六边形

⑤当 $CQ = 1$ 时, S 的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

三. 解答题

(16) (本小题满分 12 分)

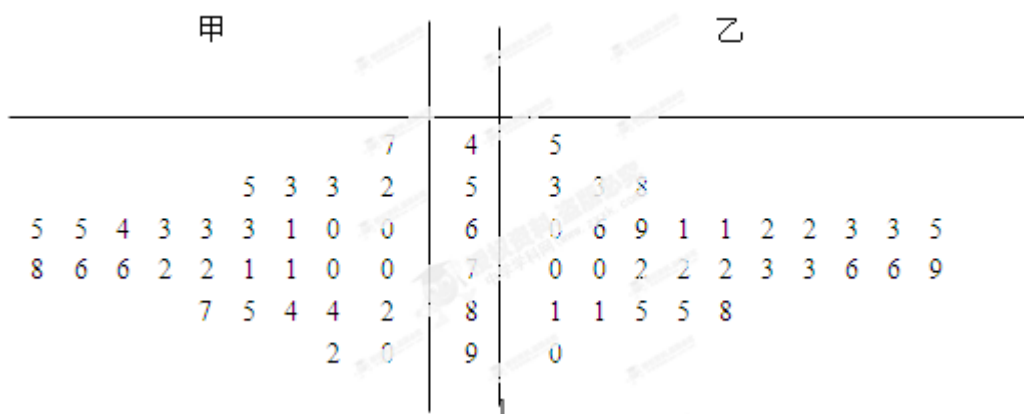
设函数 $f(x) = \sin x + \sin(x + \frac{\pi}{3})$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小值, 并求使 $f(x)$ 取得最小值的 x 的集合;

(II) 不画图, 说明函数 $y = f(x)$ 的图像可由 $y = \sin x$ 的图像经过怎样的变化得到.

(17) (本小题满分 12 分)

为调查甲、乙两校高三年级学生某次联考数学成绩情况, 用简单随机抽样, 从这两校中各抽取 30 名高三年级学生, 以他们的数学成绩 (百分制) 作为样本, 样本数据的茎叶图如下:



(I) 若甲校高三年级每位学生被抽取的概率为 0.05, 求甲校高三年级学生总人数, 并估计甲校高三年级这次联考数学成绩的及格率 (60 分及 60 分以上为及格);

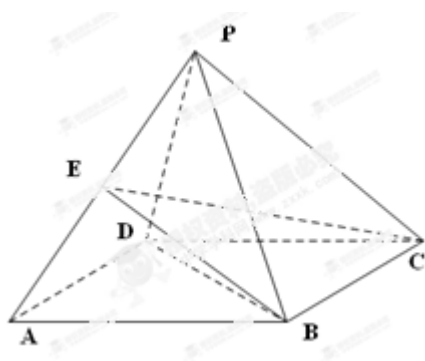
(II) 设甲、乙两校高三年级学生这次联考数学平均成绩分别为 \bar{x}_1, \bar{x}_2 , 估计 $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ 的值.

(18) (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $\angle BAD = 60^\circ$. 已知 $PB = PD = 2, PA = \sqrt{6}$.

(I) 证明: $PC \perp BD$

(II) 若 E 为 PA 的中点, 求三棱锥 $P-BCE$ 的体积.



(19) (本小题满分 13 分)

设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_2 + a_4 = 8$, 且对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 函数

$$f(x) = (a_n - a_{n+1} + a_{n+2})x + a_{n+1} \cdot \cos x - a_{n+2} \cdot \sin x \quad \text{满足 } f'(\frac{\pi}{2}) = 0$$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $b_n = 2(a_n + \frac{1}{2^{a_n}})$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

(20) (本小题满分 13 分)

设函数 $f(x) = ax - (1 + a^2)x^2$, 其中 $a > 0$, 区间 $I = \{x \mid f(x) > 0\}$.

(I) 求 I 的长度 (注: 区间 (α, β) 的长度定义为 $\beta - \alpha$);

(II) 给定常数 $k \in (0, 1)$, 当 $1 - k \leq a \leq 1 + k$ 时, 求 I 长度的最小值.

(21) (本小题满分 13 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 4, 且过点 $P(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设 $Q(x_0, y_0) (x_0 y_0 \neq 0)$ 为椭圆 C 上一点, 过点 Q 作 x 轴的垂线, 垂足为 E . 取点

$A(0, 2\sqrt{2})$, 连接 AE , 过点 A 作 AE 的垂线交 x 轴于点 D . 点 G 是点 D 关于 y 轴的对称点, 作直线 QG , 问这样作出的直线 QG 是否与椭圆 C 一定有唯一的公共点? 并说明理由.