2009年普通高等学校招生全国统一考试(湖南卷)

理科数学

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若$\log_2 a<0$，$(\frac{1}{2})^b>1$，则【　】

A． $a>1, b>0$　　B． $a>1, b<0$

C． $0<a<1,\ b>0$　　D． $0<a<1,\ b<0$

2．对于非零向量$\vec{a},\vec{b}$,“$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$”是“$\vec{a}//\vec{b}$”的【　】

A．充分不必要条件　　B． 必要不充分条件

C．充分必要条件　　D． 既不充分也不必要条件

3．将函数$y=\sin x$的图象向左平移$\varphi(0\le\varphi<2\pi)$个单位后，得到函数$y=\sin(x-\frac{\pi}{6})$的图象，则$\varphi$等于【 】

A． $\frac{\pi}{6}$　　B． $\frac{5\pi}{6}$　　C． $\frac{7\pi}{6}$　　D． $\frac{11\pi}{6}$

4．如图1，当参数$\lambda=\lambda_1,\lambda_2$时，连续函数$y=\frac{x}{\sqrt{1+\lambda x}}(x\ge 0)$的图像分别对应曲线$C_1$和$C_2$，则【　】

A．$0<\lambda_1<\lambda_2$　　B．$0<\lambda_2<\lambda_1$

C．$\lambda_1<\lambda_2<0$　　D．$\lambda_2<\lambda_1<0$

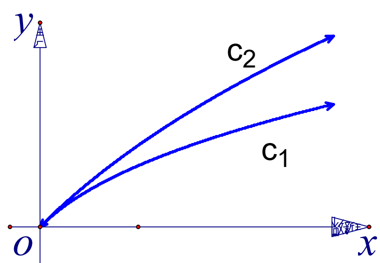


图1

5．从10名大学生毕业生中选3个人担任村长助理，则甲、乙至少有1人入选，而丙没有入选的不同选法的种数为【　】

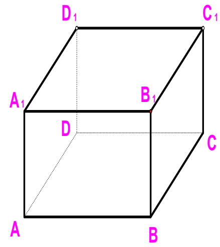
A． 85　　B． 56　　C．49　　D．28

6．已知D是由不等式组$\begin{cases}x-2y\ge 0,\\ x+3y\ge 0\end{cases}$所确定的平面区域，则圆$x^2+y^2=4$在区域D内的弧长为【　】

A． $\frac{\pi}{4}$　　B． $\frac{\pi}{2}$　　C． $\frac{3\pi}{4}$　　D． $\frac{3\pi}{2}$

7．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱上到异面直线AB，C C_1 的距离相等的点的个数为【　】

A．2　　B．3　　C．　4　　D．5



8．设函数 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义.对于给定的正数K，定义函数 $f_K(x)=\begin{cases} f(x), f(x)\le K, \\ K, \quad f(x)>K. \end{cases}$ 取函数 $f(x)=2-x-e^{-x}$ 。若对任意的 $x\in(-\infty,+\infty)$，恒有 $f_K(x)=f(x)$，则【　】

A．K的最大值为2　　B．K的最小值为2

C．K的最大值为1　　D．K的最小值为1

二、填空题：本大题共7小题，每小题5分，共35分，把答案填在答题卡中对应题号后的横线上

9．某班共30人，其中15人喜爱篮球运动，10人喜爱乒乓球运动，8人对这两项运动都不喜爱，则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为__________.

10．在 $(1+x)^3+(1+\sqrt{x})^3+(1+\sqrt[3]{x})^3$ 的展开式中，x 的系数为___(用数字作答).

11．若 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，则 $2\tan x+\tan(\dfrac{\pi}{2}-x)$ 的最小值为 _________.

12．已知以双曲线C的两个焦点及虚轴的两个端点为顶点的四边形中有一个内角为 60°，则双曲线C的离心率为________

13．一个总体分为A，B两层，其个体数之比为4：1，用分层抽样方法从总体中抽取一个容量为10的样本.已知B层中甲、乙都被抽到的概率为 $\dfrac{1}{28}$，则总体中的个体数为__。

14．在半径为13的球面上有A ，B，C 三点，AB=6，BC=8，CA=10，则

（1）球心到平面ABC的距离为 ____；

（2）过A，B两点的大圆面与平面ABC所成二面角（锐角）的正切值为 ____.

15．将正 ΔABC 分割成 $n^2(n\ge 2,n\in N^*)$ 个全等的小正三角形（图2，图3分别给出了n=2,3的情形），在每个三角形的顶点各放置一个数，使位于⊿ABC的三边及平行于某边的任一直线上的数（当数的个数不少于3时）都分别依次成等差数列.若顶点A ,B ,C处的三个数互不相同且和为1,记所有顶点上的数之和为 $f(n)$，则有 $f(2)=2$，$f(3)=$ _______ ，… ，$f(n)=$_____________.

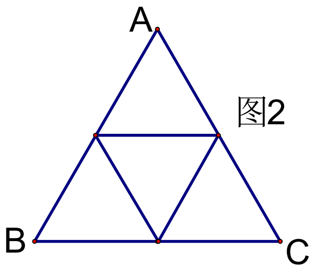


图2

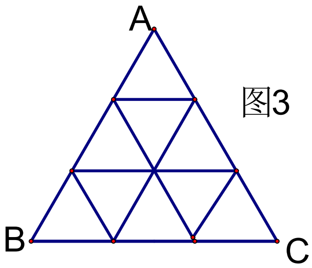


图3

三．解答题：本大题共6小题，共75分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16．（本小题满分12分）

在ΔABC中，已知$2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\sqrt{3}\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|=3\overrightarrow{BC}^2$，求角A，B，C的大小

17．（本小题满分12分）

为拉动经济增长，某市决定新建一批重点工程，分别为基础设施工程、民生工程和产业建设工程三类. 这三类工程所含项目的个数分别占总数的$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$. 现在3名工人独立地从中任选一个项目参与建设。

（I）求他们选择的项目所属类别互不相同的概率；

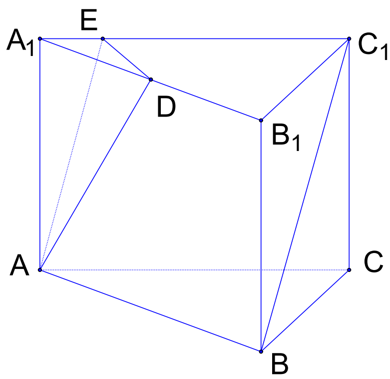
（II）记ξ为3人中选择的项目属于基础设施工程或产业建设工程的人数，求ξ的分布列及数学期望。

18．（本小题满分12分）

如图4，在正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=\sqrt{2}AA_1$，点D是A_1B_1的中点，点E在A_1C_1上，且$DE\perp AE$

（I）证明：平面$ADE\perp$平面ACC_1A_1；

（II）求直线AD和平面ABC所成角的正弦值。



19．（本小题满分13分）

某地建一座桥，两端的桥墩已建好，这两墩相距m米，余下工程只需建两端桥墩之间的桥面和桥墩. 经测算，一个桥墩的工程费用为256万元，距离为x米的相邻两墩之间的桥面工程费用为$(2+\sqrt{x})x$万元。假设桥墩等距离分布，所有桥墩都视为点，且不考虑其它因素. 记余下工程的费用为y万元。

（Ⅰ）试写出 y 关于 x 的函数关系式；

（Ⅱ）当 m =640米时，需新建多少个桥墩才能使 y 最小？

20．（本小题满分13分）

在平面直角坐标系xOy中，点P到点F（3，0）的距离的4倍与它到直线x=2的距离的3倍之和记为d. 当点P运动时，d恒等于点P的横坐标与18之和

（Ⅰ）求点P的轨迹C；

（Ⅱ）设过点F的直线 l 与轨迹C相交于M，N两点，求线段MN长度的最大值。

21．（本小题满分13分）

对于数列 $\{u_n\}$，若存在常数M＞0，对任意的 $n \in N^*$，恒有

$$|u_{n+1}-u_n|+|u_n-u_{n-1}|+\cdots+|u_2-u_1| \le M,$$

则称数列 $\{u_n\}$ 为 $B-$数列.

（Ⅰ）首项为1，公比为 $q(|q|<1)$ 的等比数列是否为B-数列？请说明理由；

请以其中一组的一个论断条件，另一组中的一个论断为结论组成一个命题

判断所给命题的真假，并证明你的结论；

（Ⅱ）设 S_n 是数列 $\left\{x_n\right\}$ 的前 n 项和，给出下列两组论断；

A组：①数列 $\left\{x_n\right\}$ 是B-数列，　　②数列 $\left\{x_n\right\}$ 不是B-数列；

B组：③数列 $\left\{S_n\right\}$ 是B-数列，　　④数列 $\left\{S_n\right\}$ 不是B-数列.

请以其中一组中的一个论断为条件，另一组中的一个论断为结论

组成一个命题。判断所给命题的真假，并证明你的结论；

(III)若数列 $\left\{a_n\right\},\left\{b_n\right\}$ 都是 $B-$数列，证明：数列 $\left\{a_nb_n\right\}$ 也是 $B-$数列。