

2012年普通高等学校招生统一考试数学天津

(理科)

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) i是虚数单位, 复数 $\frac{7-i}{3+i} =$

- (A) $2+i$ (B) $2-i$
 (C) $-2+i$ (D) $-2-i$

(2) 设 $\varphi \in R$, 则“ $\varphi=0$ ”是“ $f(x)=\cos(x+\varphi)(x \in R)$ 为偶函数”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分与不必要条件

(3) 阅读右边的程序框图, 运行相应的程序, 当输入x的值

为-25时, 输出x的值为

- (A) -1 (B) 1
 (C) 3 (D) 9

(4) 函数 $f(x)=2^x+x^3-2$ 在区间(0,1)内的零点个数是

- (A) 0 (B) 1
 (C) 2 (D) 3

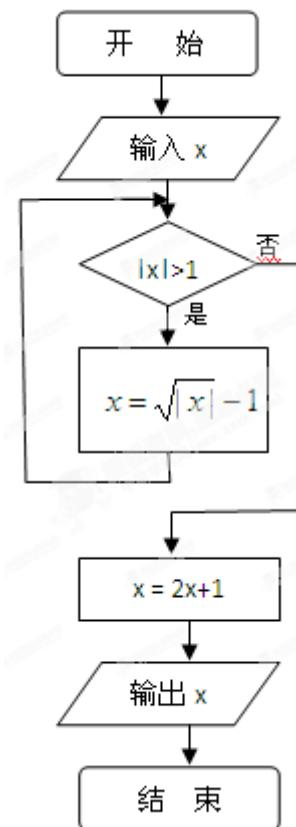
(5) 在 $(2x^2 - \frac{1}{x})^5$ 的二项展开式中, x的系数为

- (A) 10 (B) -10
 (C) 40 (D) -40

(6) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角A, B, C所对的边分别是 a, b, c , 已知 $8b=5c$, $C=2B$, 则 $\cos C=$

- (A) $\frac{7}{25}$ (B) $-\frac{7}{25}$
 (C) $\pm \frac{7}{25}$ (D) $\frac{24}{25}$

(7) 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, $AB=2$, 设点P, Q满足 $\overrightarrow{AP}=\lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda) \overrightarrow{AC}$



,

$\lambda \in R$, 若 $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}$, 则 $\lambda =$

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

(C) $\frac{1 \pm \sqrt{10}}{2}$

(D) $\frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

(8) 设 $m, n \in R$, 若直线 $(m+1)x + (n+1)y - 2 = 0$ 与圆 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 相切, 则

$m+n$ 的取值范围是

(A) $[1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}]$

(B) $(-\infty, 1-\sqrt{3}] \cup [1+\sqrt{3}, +\infty)$

(C) $[2-2\sqrt{2}, 2+2\sqrt{2}]$

(D) $(-\infty, 2-2\sqrt{2}] \cup [2+2\sqrt{2}, +\infty)$

第II卷

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

(9) 某地区有小学150所，中学75所，大学25所.

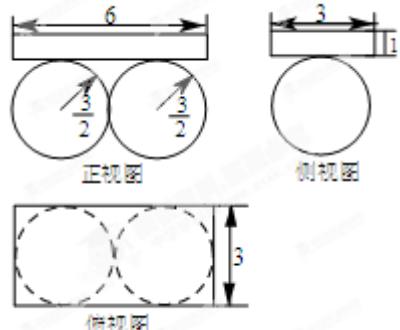
现采用分层抽样的方法从这些学校中抽取30所学校

对学生进行视力调查，应从小学中抽取_____所

学校，中学中抽取_____所学校.

(10) 一个几何体的三视图如图所示（单位：m），

则该几何体的体积为_____ m^3 .



(11) 已知集合 $A = \{x \in R \mid |x+2| < 3\}$, 集合

$B = \{x \in R \mid (x-m)(x-2) < 0\}$, 且 $A \cap B = (-1, n)$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

(12) 已知抛物线的参数方程为 $\begin{cases} x = 2pt^2, \\ y = 2pt \end{cases}$ (t为参数), 其中 $p > 0$, 焦点为F, 准线为l.

过抛物线上一点M作l的垂线, 垂足为E. 若 $|EF| = |MF|$, 点M的横坐标是3, 则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$.

(13) 如图, 已知AB和AC是圆的两条弦, 过点B作圆的切线与AC的延长线相交于点D.

过点C作BD的平行线与圆相交于点E, 与AB相交于点F, $AF=3$,

$FB=1$, $EF=\frac{3}{2}$, 则线段CD的长为_____.

(14) 已知函数 $y = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1}$ 的图象与函数 $y = kx - 2$ 的图象恰有两个交点，则实数 k 的取值范围是_____.

三. 解答题：本大题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(15) (本小题满分13分)

已知函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) + \sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 2\cos^2 x - 1, x \in R$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值。

(16) (本小题满分13分)

现有4个人去参加某娱乐活动，该活动有甲、乙两个游戏可供参加者选择。为增加趣味性，

约定：每个人通过掷一枚质地均匀的骰子决定自己去参加哪个游戏，掷出点数为1或2的人去参加甲游戏，掷出点数大于2的人去参加乙游戏。

(I) 求这4个人中恰有2人去参加甲游戏的概率；

(II) 求这4个人中去参加甲游戏的人数大于去参加乙游戏的人数的概率；

(III) 用 X, Y 分别表示这4个人中去参加甲、乙游戏的人数，记 $\xi = |X - Y|$ ，求随机变量 ξ 的分布列与数学期望 $E\xi$ 。

(17) (本小题满分13分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，

$PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AC \perp AD$ ，

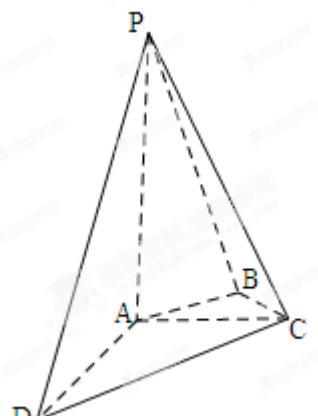
$AB \perp BC$ ， $\angle BAC = 45^\circ$ ， $PA = AD = 2$ ， $AC = 1$ 。

(I) 证明 $PC \perp AD$ ；

(II) 求二面角 $A-PC-D$ 的正弦值；

(III) 设 E 为棱 PA 上的点，满足异面

直线 BE 与 CD 所成的角为 30° ，求 AE 的长。



(18) (本小题满分13分)

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，其前 n 项和为 S_n ， $\{b_n\}$ 是等比数列，且 $a_1 = b_1 = 2$ ， $a_4 + b_4 = 27$ ，

$$S_4 - b_4 = 10.$$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 记 $T_n = a_n b_1 + a_{n-1} b_2 + \cdots + a_1 b_n$, $n \in N^*$, 证明 $T_n + 12 = -2a_n + 10b_n$ ($n \in N^*$) .

(19) (本小题满分14分)

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A , B , 点 P 在椭圆上且异于 A , B 两点,

O 为坐标原点.

(I) 若直线 AP 与 BP 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$, 求椭圆的离心率;

(II) 若 $|AP| = |OA|$, 证明直线 OP 的斜率 k 满足 $|k| > \sqrt{3}$

(20) (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = x - \ln(x + a)$ 的最小值为0, 其中 $a > 0$.

(I) 求 a 的值;

(II) 若对任意的 $x \in [0, +\infty)$, 有 $f(x) \leq kx^2$ 成立, 求实数 k 的最小值;

(III) 证明 $\sum_{i=1}^n \frac{2}{2i-1} - \ln(2n+1) < 2$ ($n \in N^*$) .