

# 2010年山东高考数学理科

## 第 I 卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知全集  $U=\mathbb{R}$ ，集合  $M = \{x \mid |x-1| \leq 2\}$ ，则  $C_U M =$

- (A)  $\{x \mid -1 < x < 3\}$  (B)  $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$   
(C)  $\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$  (D)  $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$

(2) 已知  $\frac{a+2i}{i} = b+i (a, b \in \mathbb{R})$ ，其中  $i$  为虚数单位，则  $a+b =$

- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(3) 在空间，下列命题正确的是

- (A) 平行直线的平行投影重合 (B) 平行于同一直线的两个平面平行  
(C) 垂直于同一平面的两个平面平行 (D) 垂直于同一平面的两条直线平行

(4) 设  $f(x)$  为定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数，当  $x \geq 0$  时， $f(x) = 2^x + 2x + b$  ( $b$  为常数)，则

$f(-1) =$

- (A) 3 (B) 1 (C) -1 (D) -3

(5) 已知随机变量  $\xi$  服从正态分布  $N(1, \sigma^2)$ ，若  $P(\xi > 2) = 0.023$ ，则  $P(-2 \leq \xi \leq 2) =$

- (A) 0.477 (B) 0.628 (C) 0.954 (D) 0.977

(6) 样本中共有五个个体，其值分别为  $a, 0, 1, 2, 3$ ，若该样本的平均值为1，则样本方差为

- (A)  $\sqrt{\frac{6}{5}}$  (B)  $\frac{6}{5}$  (C)  $\sqrt{2}$  (D) 2

(7) 由曲线  $y = x^2, y = x^3$  围成的封闭图形面积为

- (A)  $\frac{1}{12}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{7}{12}$

(8) 某台小型晚会由6个节目组成，演出顺序有如下要求：节目甲必须排在前两位，节目乙不能排在第一位，节目丙必须排在最后一位，该台晚会节目演出顺序的编排方案共有

- (A) 36种 (B) 42种 (C) 48种 (D) 54种

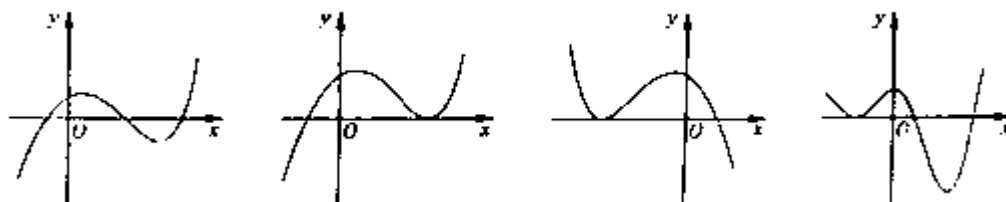
(9) 设  $\{a_n\}$  是等比数列，则“ $a_1 < a_2 < a_3$ ”是“数列  $\{a_n\}$  是递增数列”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(10) 设变量  $x, y$  满足约束条件 
$$\begin{cases} x - y + 2 \geq 0, \\ x - 5y + 10 \leq 10, \\ x + y - 8 \leq 0, \end{cases}$$
 则目标函数  $z = 3x - 4y$  的最大值和最小值分别为

- (A) 3, -11      (B) -3, -11      (C) 11, -3      (D) 11, 3

(11) 函数  $y = 2^x - x^2$  的图象大致是



- (A)      (B)      (C)      (D)

(12) 定义平面向量之间的一种运算“ $\odot$ ”如下：对任意的  $a = (m, n), b = (p, q)$ 。令  $a \odot b = mq - np$ 。下面说法错误的是

- (A) 若  $a$  与  $b$  共线，则  $a \odot b = 0$   
 (B)  $a \odot b = b \odot a$   
 (C) 对任意的  $\lambda \in R$ , 有  $(\lambda a) \odot b = \lambda(a \odot b)$   
 (D)  $(a \odot b)^2 + (a \cdot b)^2 = |a|^2 |b|^2$

## 第 II 卷 (共90分)

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。

(13) 执行右图所示的程序框图，若输入  $x = 10$ ，

则输出  $y$  的值为\_\_\_\_\_。

(14) 若对任意  $x > 0$ ,  $\frac{x}{x^2 + 3x + 1} \leq a$  恒成立，

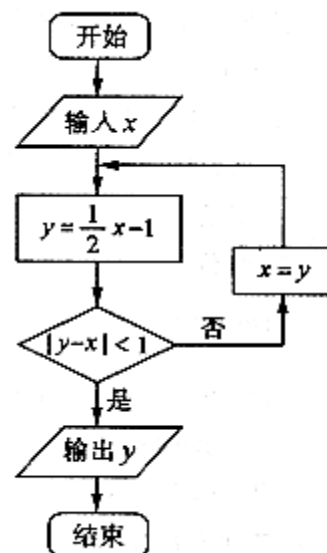
则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

(15) 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，

若  $a = \sqrt{2}, b = 2, \sin B - \cos B = \sqrt{2}$ ，则角  $A$  的大小为\_\_\_\_\_。

(16) 已知圆  $C$  过点  $(1, 0)$ ，且圆心在  $x$  轴的正半轴上，直线  $l: y = x - 1$  被圆  $C$  所截得

的弦长为  $2\sqrt{2}$ ，则过圆心且与直线  $l$  垂直的直线的方程为\_\_\_\_\_。



三、解答题：本大题共6小题，共74分。

(17) (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x \sin \varphi + \cos^2 x \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)$  ( $0 < \varphi < \pi$ )，其图象过点  $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ 。

(I) 求  $\varphi$  的值；

(II) 将函数  $y = f(x)$  的图象上各点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$ ，纵坐标不变，得到函数

$y = g(x)$  的图象，求函数  $g(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{4}]$  上的最大值和最小值。

(18) (本小题满分12分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  满足： $a_3 = 7, a_5 + a_7 = 26$ 。 $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ 。

(I) 求  $a_4$  及  $S_n$ ；

(II) 令  $b_n = \frac{1}{a_n^2 - 1}$  ( $n \in N^*$ )，求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ 。

(19) (本小题满分12分)

如图，在五棱锥P—ABCDE中， $PA \perp$  平面ABCDE， $AB \parallel CD$ ， $AC \parallel ED$ ， $AE \parallel BC$ ，

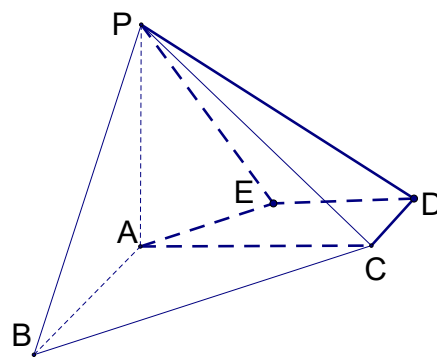
$\angle ABC = 45^\circ, AB = 2\sqrt{2}, BC = 2AE = 4$ ，三角形PAB

是等腰三角形。

(I) 求证：平面PCD  $\perp$  平面PAC；

(II) 求直线PB与平面PCD所成角的大小；

(III) 求四棱锥P—ACDE的体积。



(20) (本小题满分12分)

某学校举行知识竞赛，第一轮选拔共设有A、B、C、D四个问题，规则如下：

- ①每位参加者计分器的初初始分均为10分，答对问题A、B、C、D分别加1分、2分、3分、6分，答错任一题减2分
- ②每回答一题，计分器显示累计分数，当累计分数小于8分时，答题结束，淘汰出局；当累计分数大于或等于14分时，答题结束，进入下一轮；当答完四题，累计分数

仍不足14分时，答题结束，淘汰出局；

③每位参加者按问题A、B、C、D顺序作答，直至答题结束.

假设甲同学对问题A、B、C、D回答正确的概率依次为 $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ，且各题回答正确

与否相互之间没有影响.

(I) 求甲同学能进入下一轮的概率；

(II) 用 $\xi$ 表示甲内当家本轮答题结束时答题的个数，求 $\xi$ 的分布列和数学期望 $E\xi$ .

(21) (本小题满分12分)

如图，已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率

为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，以该椭圆上的点和椭圆的左、右焦点 $F_1, F_2$

为顶点的三角形的周长为 $4(\sqrt{2} + 1)$ ，一等轴双曲线的

的顶点是该椭圆的焦点，设P为该双曲线上异于顶点的

的任一点，直线 $PF_1$ 和 $PF_2$ 与椭圆的交点分别为A、

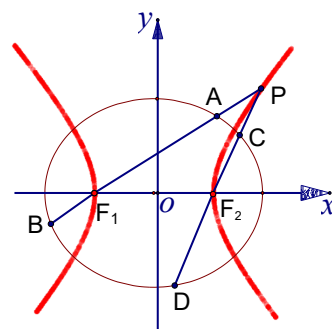
B和C、D.

(I) 求椭圆和双曲线的标准方程；

(II) 设直线 $PF_1$ 、 $PF_2$ 的斜率分别为 $k_1$ 、 $k_2$ ，证明： $k_1 \cdot k_2 = 1$ ；

(III) 是否存在常数 $\lambda$ ，使得 $|AB| + |CD| = \lambda |AB| \cdot |CD|$ 恒成立？若存在，求 $\lambda$

的值；若不存在，请说明理由.



(22) (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax - \frac{1-a}{x} - 1 (a \in \mathbb{R})$ .

(I) 当 $a \leq \frac{1}{2}$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

(II) 设 $g(x) = x^2 - 2bx + 4$ . 当 $a = \frac{1}{4}$ 时，若对任意 $x_1 \in (0, 2)$ ，存在 $x_2 \in [1, 2]$ ，使

$f(x_1) \geq g(x_2)$ ，求实数 $b$ 的取值范围.