

# 2009年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

## 数 学（文史类）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷1至2页。第II卷3至4页。全卷满分150分，考试时间120分钟。

### 考生注意事项：

1. 答题前，务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号，并认真核对答题卡上所粘贴的条形码中姓名，座位号与本人姓名、座位号是否一致。务必在答题卡背面规定的地方填写姓名和座位号后两位。
2. 答第I卷时、每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，在选涂其他答案标号。
3. 答第II卷时，必须用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置绘出，确认后在用0.5毫米的黑色墨水签字笔清楚。必须在标号所指示的答题区域作答，超出答题卡区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束，务必将试题卷和答题卡一并上交。

### 参考公式：

S表示底面积，h表示底面的高

如果事件A、B互斥，那么

棱柱体积  $V = Sh$

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

$$\text{棱锥体积 } V = \frac{1}{3}Sh$$

### 第I卷(选择题 共50分)

一.选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.i是虚数单位， $\frac{5i}{2-i} =$

- A.  $1+2i$       B.  $-1-2i$       C.  $1-2i$       D.  $-1+2i$

2. 设变量x,y满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 3 \\ x-y \geq -1 \\ 2x-y \leq 3 \end{cases}$ ，则目标函数  $z = 2x+3y$  的最小值为

- A. 6      B. 7      C. 8      D. 23

3. 设  $x \in R$ , 则 " $x=1$ " 是 " $x^3=x$ " 的

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

4. 设双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = (a > b > 0)$  的虚轴长为 2, 焦距为  $2\sqrt{3}$ , 则双曲线的渐近线方程为

- A.  $y = \pm\sqrt{2}x$       B.  $y = \pm 2x$       C.  $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$       D.  $y = \pm\frac{1}{2}x$

5. 设  $a = \log_{\frac{1}{3}} 2, b = \log_{\frac{1}{2}} 3, c = \left(\frac{1}{2}\right)^{0.3}$ , 则

- A.  $a < b < c$       B.  $a < c < b$   
C.  $b < c < a$       D.  $b < a < c$

6. 阅读下面的程序框图, 则输出的  $S =$

- A. 14      B. 20  
C. 30      D. 55

7. 已知函数  $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$  ( $x \in R, \omega > 0$ ) 的最小正周期为  $\pi$ , 将

$y = f(x)$  的图像向左平移  $|\varphi|$  个单位长度, 所得图像关于  $y$  轴对称, 则  $\varphi$

的一个值是

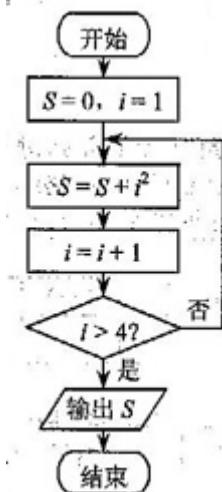
- A.  $\frac{\pi}{2}$       B.  $\frac{3\pi}{8}$   
C.  $\frac{\pi}{4}$       D.  $\frac{\pi}{8}$

8. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & x \geq 0 \\ x + 6, & x < 0 \end{cases}$ , 则不等式  $f(x) > f(1)$  的解集是

- A.  $(-3, 1) \cup (3, +\infty)$       B.  $(-3, 1) \cup (2, +\infty)$   
C.  $(-1, 1) \cup (3, +\infty)$       D.  $(-\infty, -3) \cup (1, 3)$

9. 设  $x, y \in R, a > 1, b > 1$ , 若  $a^x = b^y = 3, a + b = 2\sqrt{3}$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最大值为

- A. 2      B.  $\frac{3}{2}$       C. 1      D.  $\frac{1}{2}$



10. 设函数  $f(x)$  在  $R$  上的导函数为  $f'(x)$ , 且  $2f(x) + xf'(x) > x^2$ , 下面的不等式在  $R$  上恒成立的是

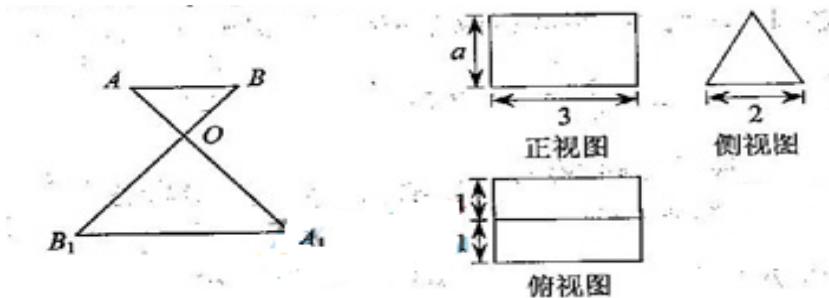
- A.  $f(x) > 0$       B.  $f(x) < 0$       C.  $f(x) > x$       D.  $f(x) < x$

## 第II卷

**二. 填空题:** 本大题共6小题, 每小题4分, 共24分, 把答案填在答题卡的相应位置。

11. 如图,  $AA_1$  与  $BB_1$  相交于点  $O$ ,  $AB \parallel A_1B_1$  且  $AB = \frac{1}{2}A_1B_1$ , 若  $\triangle AOB$  的外接圆的直径为 1, 则  $\triangle A_1OB_1$  的外接圆的直径为\_\_\_\_\_

12. 如图是一个几何体的三视图, 若它的体积是  $3\sqrt{3}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_



13. 设全集  $U = A \cup B = \{x \in N^* \mid \lg x < 1\}$ , 若  $A \cap (C_u B) = \{m \mid m = 2n+1, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$ , 则集合  $B =$  \_\_\_\_\_

14. 若圆  $x^2 + y^2 = 4$  与圆  $x^2 + y^2 + 2ay - 6 = 0 (a > 0)$  的公共弦的长为  $2\sqrt{3}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_

15. 若等边  $\triangle ABC$  的边长为  $2\sqrt{3}$ , 平面上一点  $M$  满足  $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$ , 则  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} =$  \_\_\_\_\_

16. 若关于  $x$  的不等式  $(2x-1)^2 < ax^2$  的解集中的整数恰有 3 个, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_

**三. 解答题:** 本大题共6小题, 共76分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。解答

17. (本小题满分12分)

在  $\triangle ABC$  中,  $BC = \sqrt{5}$ ,  $AC = 3$ ,  $\sin C = 2 \sin A$

(1) 求  $AB$  的值

$$(2) \text{ 求} \sin\left(2A - \frac{\pi}{4}\right) \text{ 的值}$$

18. (本小题满分12分)

为了了解某市开展群众体育活动的情况，拟采用分层抽样的方法从  $A, B, C$  三个区中抽取7个工厂进行调查，已知  $A, B, C$  区中分别有18, 27, 18个工厂

(1) 求从  $A, B, C$  区中应分别抽取的工厂个数

(2) 若从抽得的7个工厂中随机地抽取2个进行调查结果的对比，用列举法计算这2个工厂中至少有一个来自  $A$  区的概率

19. (本小题满分12分)

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，  $PD \perp$  平面  $ABCD$ ，  $AD \perp CD$ ，  $DB$  平分  $\angle ADC$ ，  $E$  为  $PC$  中点，  $AD = CD = 1, DB = 2\sqrt{2}$

(1) 证明：  $PA \parallel$  平面  $BDE$

(2) 证明：  $AC \perp$  平面  $PBD$

(3) 求直线  $BC$  与平面  $PBD$  所成角的正切值

20. (本小题满分12分)

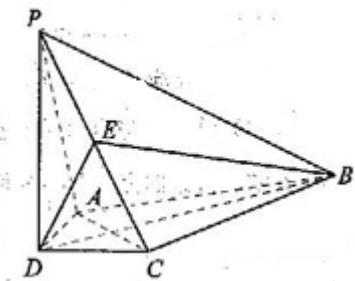
已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差不为0. 设  $S_n = a_1 + a_2q + \dots + a_nq^{n-1}$ ，

$$T_n = a_1 - a_2q + \dots + (-1)^{n-1}a_nq^{n-1}$$

(1) 若  $q = 1, a_1 = 1, S_3 = 15$ ，求数列  $\{a_n\}$  的通项公式

(2) 若  $a_1 = d$ ，且  $S_1, S_2, S_3$  成等比数列，求  $q$  的值

$$(3) \text{ 若 } q \neq \pm 1, \text{ 证明 } (1-q)S_{2n} - (1-q)T_{2n} = \frac{2dq(1-q^{2n})}{1-q^2}$$



21. (本小题满分14分)

设函数  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + (m^2 - 1)x (x \in R)$ ，其中  $m > 0$

(1) 当  $m = 1$  时，求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线的斜率

(2) 求函数  $f(x)$  的单调区间与极值

(3) 已知函数  $f(x)$  有三个互不相同的零点  $0, x_1, x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ , 若对任意的

$x \in [x_1, x_2]$ ,  $f(x) > f(1)$  恒成立, 求  $m$  的取值范围

22. (本小题满分14分)

已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的两个焦点分别为  $F_1(-c, 0)$  和  $F_2(c, 0)$ , 过点  $E\left(\frac{a^2}{c}, 0\right)$

的直线与椭圆相交于  $A, B$  两点, 且  $F_1A \parallel F_2B$ ,  $|F_1A| = 2|F_2B|$

(1) 求椭圆的离心率

(2) 求直线  $AB$  的斜率

(3) 设点  $C$  与点  $A$  关于坐标原点对称, 直线  $F_2B$  上有一点  $H(m, n)(m \neq 0)$  在  $\Delta AF_1C$  的外

接圆上, 求  $\frac{n}{m}$  的值