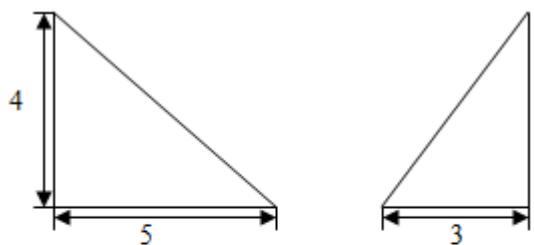


2017年北京市高考数学试卷（文科）

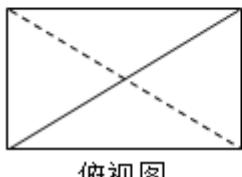
一、选择题

1. (5分) 已知全集 $U=\mathbb{R}$, 集合 $A=\{x|x<-2 \text{或} x>2\}$, 则 $C_U A= (\quad)$
- A. $(-2, 2)$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
C. $[-2, 2]$ D. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
2. (5分) 若复数 $(1-i)(a+i)$ 在复平面内对应的点在第二象限, 则实数 a 的取值范围是 (\quad)
- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-1, +\infty)$
3. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为 (\quad)
-
- ```
graph TD
 Start([开始]) --> Init[k=0, S=1]
 Init --> Cond{K < 3}
 Cond -- 是 --> Update[S = (S+1)/S]
 Update --> Inc[k = k + 1]
 Inc --> Cond
 Cond -- 否 --> Output[输出 S]
 Output --> End([结束])
```
- A. 2      B.  $\frac{3}{2}$       C.  $\frac{5}{3}$       D.  $\frac{8}{5}$
4. (5分) 若 $x, y$ 满足 $\begin{cases} x \leq 3 \\ x+y \geq 2 \\ y \leq x \end{cases}$ , 则 $x+2y$ 的最大值为 $(\quad)$
- A. 1      B. 3      C. 5      D. 9
5. (5分) 已知函数 $f(x)=3^x - (\frac{1}{3})^x$ , 则 $f(x) (\quad)$
- A. 是偶函数, 且在 $\mathbb{R}$ 上是增函数      B. 是奇函数, 且在 $\mathbb{R}$ 上是增函数  
C. 是偶函数, 且在 $\mathbb{R}$ 上是减函数      D. 是奇函数, 且在 $\mathbb{R}$ 上是减函数
6. (5分) 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积为 $(\quad)$



正(主)视图

侧(左)视图



俯视图

- A. 60      B. 30      C. 20      D. 10

7. (5分) 设 $\vec{n}$ ,  $\vec{m}$ 为非零向量, 则“存在负数 $\lambda$ , 使得 $\vec{m}=\lambda\vec{n}$ ”是“ $\vec{m}\cdot\vec{n}<0$ ”的( )

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

8. (5分) 根据有关资料, 围棋状态空间复杂度的上限 $M$ 约为 $3^{361}$ , 而可观测宇宙中普通物质的原子总数 $N$ 约为 $10^{80}$ , 则下列各数中与 $\frac{M}{N}$ 最接近的是( )

(参考数据:  $\lg 3 \approx 0.48$ )

- A.  $10^{33}$       B.  $10^{53}$       C.  $10^{73}$       D.  $10^{93}$

## 二、填空题

9. (5分) 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 角 $\alpha$ 与角 $\beta$ 均以 $Ox$ 为始边, 它们的终边关于 $y$ 轴对称, 若 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$ , 则 $\sin\beta=$ \_\_\_\_\_.

10. (5分) 若双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$ , 则实数 $m=$ \_\_\_\_\_.

11. (5分) 已知 $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ , 且 $x+y=1$ , 则 $x^2+y^2$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. (5分) 已知点 $P$ 在圆 $x^2+y^2=1$ 上, 点 $A$ 的坐标为 $(-2, 0)$ ,  $O$ 为原点, 则 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AP}$ 的最大值为\_\_\_\_\_.

13. (5分) 能够说明“设 $a, b, c$ 是任意实数. 若 $a>b>c$ , 则 $a+b>c$ ”是假命题的一组整数 $a, b, c$ 的值依次为\_\_\_\_\_.

14. (5分) 某学习小组由学生和教师组成, 人员构成同时满足以下三个条件:

- (i) 男学生人数多于女学生人数;
- (ii) 女学生人数多于教师人数;
- (iii) 教师人数的两倍多于男学生人数.

①若教师人数为4, 则女学生人数的最大值为\_\_\_\_\_.

②该小组人数的最小值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

15. (13分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1=b_1=1$ ,  $a_2+a_4=10$ ,  $b_2b_4=a_5$

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

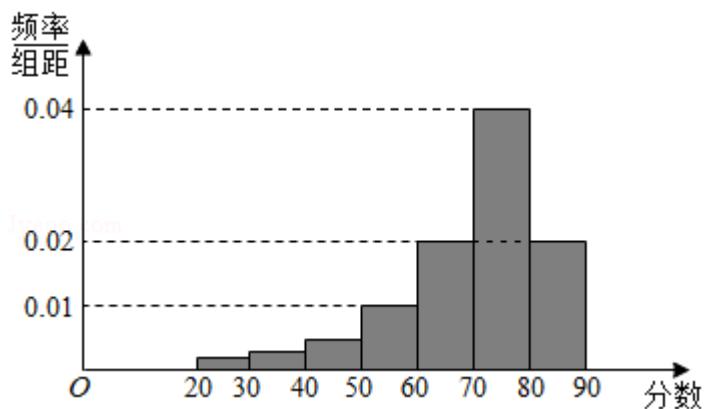
(II) 求和:  $b_1+b_3+b_5+\dots+b_{2n-1}$ .

16. (13分) 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos(2x-\frac{\pi}{3})-2\sin x \cos x$ .

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求证: 当 $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 时,  $f(x) \geq -\frac{1}{2}$ .

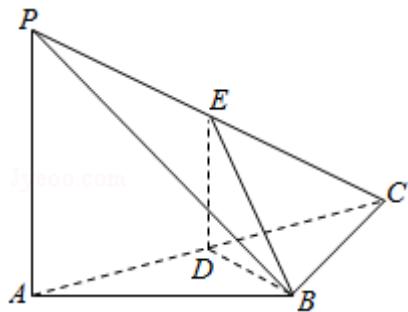
17. (13分) 某大学艺术专业400名学生参加某次测评，根据男女学生人数比例，使用分层抽样的方法从中随机抽取了100名学生，记录他们的分数，将数据分成7组： $[20, 30)$ ,  $[30, 40)$ , ... $[80, 90]$ ，并整理得到如下频率分布直方图：



- (I) 从总体的400名学生中随机抽取一人，估计其分数小于70的概率；
- (II) 已知样本中分数小于40的学生有5人，试估计总体中分数在区间 $[40, 50)$ 内的人数；
- (III) 已知样本中有一半男生的分数不小于70，且样本中分数不小于70的男女学生人数相等。试估计总体中男生和女生人数的比例。

18. (14分) 如图, 在三棱锥P - ABC中, PA $\perp$ AB, PA $\perp$ BC, AB $\perp$ BC, PA=AB=BC=2, D为线段AC的中点, E为线段PC上一点.

- (1) 求证: PA $\perp$ BD;
- (2) 求证: 平面BDE $\perp$ 平面PAC;
- (3) 当PA//平面BDE时, 求三棱锥E - BCD的体积.



19. (14分) 已知椭圆C的两个顶点分别为A (-2, 0), B (2, 0), 焦点在x轴上, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

- (I) 求椭圆C的方程;
- (II) 点D为x轴上一点, 过D作x轴的垂线交椭圆C于不同的两点M, N, 过D作AM的垂线交BN于点E. 求证:  $\triangle BDE$ 与 $\triangle BDN$ 的面积之比为4: 5.

20. (13分) 已知函数  $f(x) = e^x \cos x - x$ .

- (1) 求曲线  $y=f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程;
- (2) 求函数  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值和最小值.