

数学(理科)

1. \bar{z} 是 z 的共轭复数. 若 $z + \bar{z} = 2$, $(z - \bar{z})i = 2$ (i 为虚数单位), 则 $z =$ ()

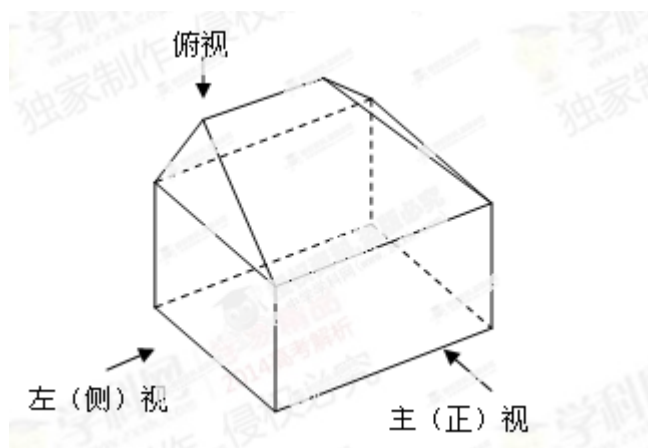
2. 函数 $f(x) = \ln(x^2 - x)$ 的定义域为 ()

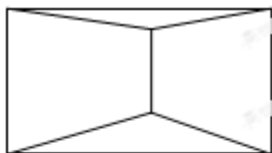
3. 已知函数 $f(x)=5^{|x|}$, $g(x)=ax^2-x(a \in R)$, 若 $f[g(1)]=1$, 则 $a=$ ()

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 所对应的边分别为 a,b,c , , 若 $c^2 = (a-b)^2 + 6$, $C = \frac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积 ()

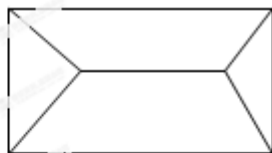
- A.3 B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $3\sqrt{3}$

5. 一几何体的直观图如右图，下列给出的四个俯视图中正确的是（ ）

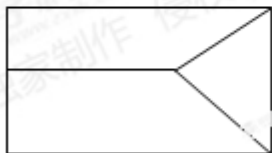




A



B



C



D

6. 某人研究中学生的性别与成绩、视力、智商、阅读量这 4 个变量之间的关系，随机抽查 52 名中学生，得到统计数据如表 1 至表 4，这与性别有关联的可能性最大的变量是（ ）

表 1	不及格	及格	总计
男	6	14	20
女	10	22	32
总计	16	36	52

A.成绩

表 2	不及格	及格	总计
男	4	16	20
女	12	20	32
总计	16	36	52

B.视力

表 3	不及格	及格	总计
男	8	12	20
女	8	24	32
总计	16	36	52

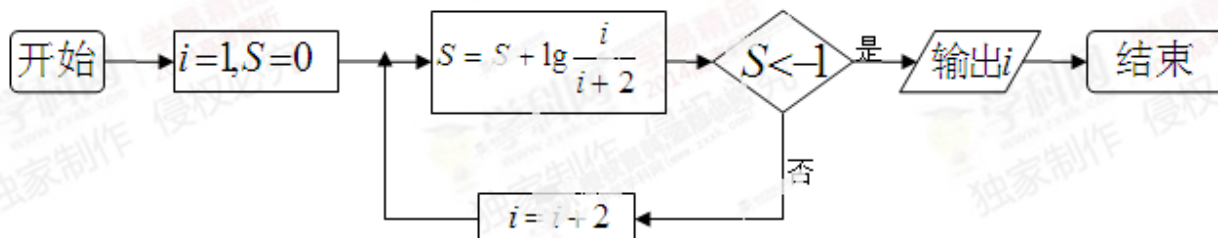
C.智商

表 4	不及格	及格	总计
男	14	6	20
女	2	30	32

总计	16	36	52
----	----	----	----

D.阅读量

7. 阅读如下程序框图，运行相应的程序，则程序运行后输出的结果为（ ）



A.7 B.9 C.10 D.11

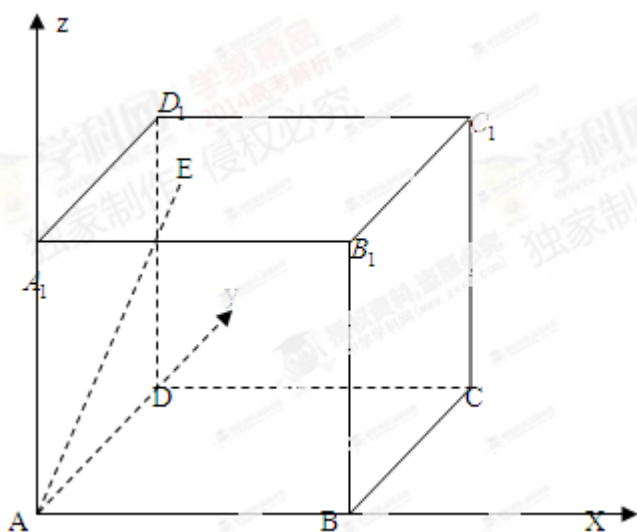
8. 若 $f(x) = x^2 + 2 \int_0^1 f(x) dx$, 则 $\int_0^1 f(x) dx =$ ()

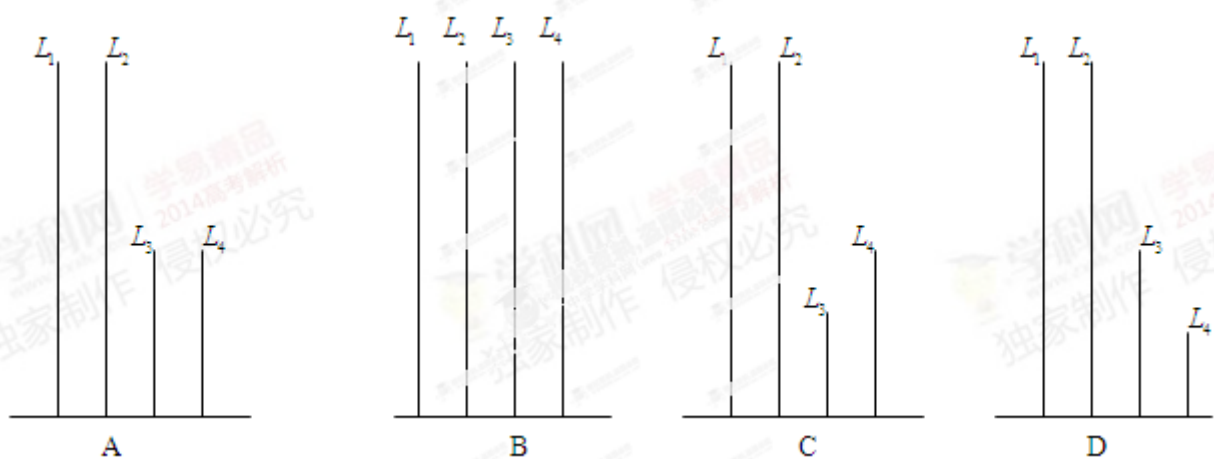
A. -1 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 1

9. 在平面直角坐标系中， A, B 分别是 x 轴和 y 轴上的动点，若以 AB 为直径的圆 C 与直线 $2x + y - 4 = 0$ 相切，则圆 C 面积的最小值为 ()

A. $\frac{4}{5}\pi$ B. $\frac{3}{4}\pi$ C. $(6 - 2\sqrt{5})\pi$ D. $\frac{5}{4}\pi$

10. 如右图，在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=11$ ， $AD=7$ ， $AA_1=12$ ，一质点从顶点 A 射向点 $E(4,3,12)$ ，遇长方体的面反射（反射服从光的反射原理），将 $i-1$ 次到第 i 次反射点之间的线段记为 $L_i (i=2,3,4)$ ， $L_1 = AE$ ，将线段 L_1, L_2, L_3, L_4 竖直放置在同一水平线上，则大致的图形是 ()





二.选做题：请考生在下列两题中任选一题作答，若两题都做，则按所做的第一题评阅计分，本题共 5 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

11. (1). (不等式选做题) 对任意 $x, y \in R$, $|x-1|+|x|+|y-1|+|y+1|$ 的最小值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. (2). (坐标系与参数方程选做题) 若以直角坐标系的原点为极点， x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，则线段 $y=1-x(0 \leq x \leq 1)$ 的极坐标为 ()

- A. $\rho = \frac{1}{\cos \theta + \sin \theta}, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ B. $\rho = \frac{1}{\cos \theta + \sin \theta}, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ C. $\rho = \cos \theta + \sin \theta, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ D. $\rho = \cos \theta + \sin \theta, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$

三、填空题

12. 10 件产品中有 7 件正品，3 件次品，从中任取 4 件，则恰好取到 1 件次品的概率是_____.

13. 若曲线 $y = e^{-x}$ 上点 P 处的切线平行于直线 $2x + y + 1 = 0$ ，则点 P 的坐标是_____.

14. 已知单位向量 \vec{e}_1 与 \vec{e}_2 的夹角为 α ，且 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ ，向量 $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$ 与 $\vec{b} = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ 的夹角为 β ，则 $\cos \beta =$ _____

15. 过点 $M(1,1)$ 作斜率为 $-\frac{1}{2}$ 的直线与椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 相交于 A, B ，若 M 是线段 AB 的中点，则椭圆 C 的离心率为_____

三、解答题

16. 已知函数 $f(x) = \sin(x + \theta) + a \cos(x + 2\theta)$, 其中 $a \in \mathbb{R}, \theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

(1) 当 $a = \sqrt{2}, \theta = \frac{\pi}{4}$ 时, 求 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的最大值与最小值;

(2) 若 $f(\frac{\pi}{2}) = 0, f(\pi) = 1$, 求 a, θ 的值.

17. (本小题满分 12 分)

已知首项都是 1 的两个数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ ($b_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^+$), 满足 $a_n b_{n+1} - a_{n+1} b_n + 2b_{n+1} b_n = 0$.

(1) 令 $c_n = \frac{a_n}{b_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = 3^{n-1}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x^2 + bx + b)\sqrt{1 - 2x}$ ($b \in \mathbb{R}$).

(1) 当 $b = 4$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;

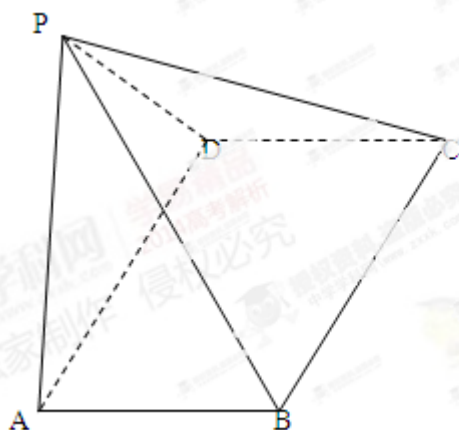
(2) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{1}{3})$ 上单调递增, 求 b 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $ABCD$ 为矩形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$.

(1) 求证: $AB \perp PD$;

(2) 若 $\angle BPC = 90^\circ, PB = \sqrt{2}, PC = 2$, 问 AB 为何值时, 四棱锥 $P-ABCD$ 的体积最大? 并求此时平面 PBC 与平面 DPC 夹角的余弦值.



20. (本小题满分 13 分)

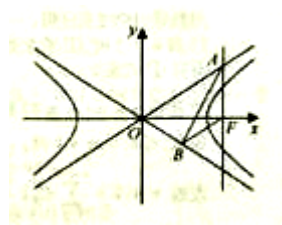
如图, 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的右焦点 F , 点 A, B 分别在 C 的两条渐近线上, $AF \perp x$ 轴,

$AB \perp OB, BF \parallel OA (O$ 为坐标原点).

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 过 C 上一点 $P(x_0, y_0) (y_0 \neq 0)$ 的直线 $l: \frac{x_0 x}{a^2} - y_0 y = 1$ 与直线 AF 相交于点 M , 与直线 $x = \frac{3}{2}$ 相交于

点 N , 证明点 P 在 C 上移动时, $\left| \frac{MF}{NF} \right|$ 恒为定值, 并求此定值.



21. (满分 14 分) 随机将 $1, 2, \dots, 2n (n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2)$ 这 $2n$ 个连续正整数分成 A, B 两组, 每组 n 个数, A 组最小数为 a_1 , 最大数为 a_2 ; B 组最小数为 b_1 , 最大数为 b_2 , 记 $\xi = a_2 - a_1, \eta = b_2 - b_1$

(1) 当 $n = 3$ 时, 求 ξ 的分布列和数学期望;

(2) 令 C 表示事件 ξ 与 η 的取值恰好相等, 求事件 C 发生的概率 $p(C)$;

(3) 对 (2) 中的事件 C, \bar{C} 表示 C 的对立事件, 判断 $p(C)$ 和 $p(\bar{C})$ 的大小关系, 并说明理由.