

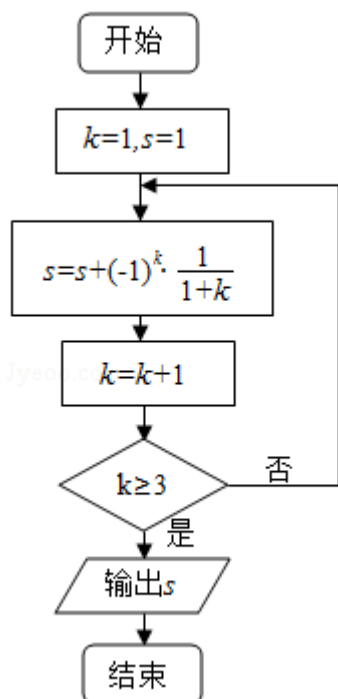
# 2018年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. （5分）已知集合 $A=\{x||x|<2\}$ ,  $B=\{-2, 0, 1, 2\}$ , 则 $A \cap B=$ （ ）
- A.  $\{0, 1\}$                       B.  $\{-1, 0, 1\}$
- C.  $\{-2, 0, 1, 2\}$             D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. (5分) 在复平面内, 复数 $\frac{1}{1-i}$ 的共轭复数对应的点位于 ( )
- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

3. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的s值为 ( )



- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{5}{6}$                       C.  $\frac{7}{6}$                       D.  $\frac{7}{12}$

4. (5分) 设 $a, b, c, d$ 是非零实数, 则“ $ad=bc$ ”是“ $a, b, c, d$ 成等比数列”的  
( )

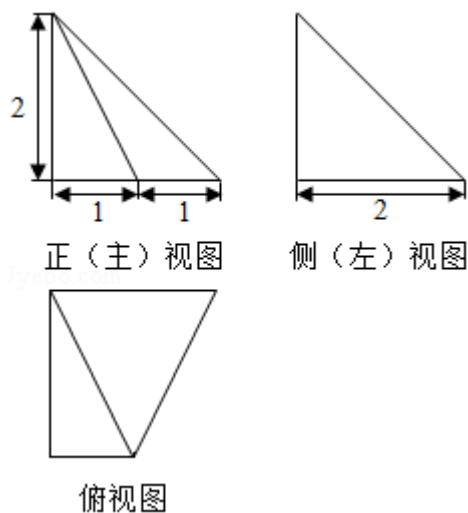
- A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件                          D. 既不充分也不必要条件

5. (5分)“十二平均律”是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为这个理论的发展做出了重要贡献，十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率

率与它的前一个单音的频率的比都等于 $12\sqrt{2}$ . 若第一个单音的频率为 $f$ , 则第八个单音的频率为 ( )

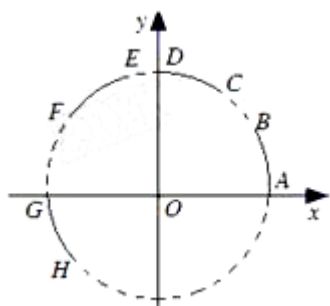
- A.  $\sqrt[3]{2}f$       B.  $\sqrt[3]{2^2}f$       C.  $\sqrt[12]{2^5}f$       D.  $\sqrt[12]{2^7}f$

6. (5分) 某四棱锥的三视图如图所示, 在此四棱锥的侧面中, 直角三角形的个数为 ( )



- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

7. (5分) 在平面直角坐标系中,  $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{CD}$ ,  $\widehat{EF}$ ,  $\widehat{GH}$ 是圆 $x^2+y^2=1$ 上的四段弧 (如图), 点 $P$ 在其中一段上, 角 $\alpha$ 以 $Ox$ 为始边,  $OP$ 为终边. 若 $\tan\alpha < \cos\alpha < \sin\alpha$ , 则 $P$ 所在的圆弧是 ( )



- A.  $\widehat{AB}$       B.  $\widehat{CD}$       C.  $\widehat{EF}$       D.  $\widehat{GH}$

8. (5分) 设集合 $A=\{(x, y) | x-y \geq 1, ax+y > 4, x-ay \leq 2\}$ , 则 ( )

- A. 对任意实数 $a$ ,  $(2, 1) \in A$       B. 对任意实数 $a$ ,  $(2, 1) \notin A$   
C. 当且仅当 $a < 0$ 时,  $(2, 1) \notin A$       D. 当且仅当 $a \leq \frac{3}{2}$ 时,  $(2, 1) \notin A$

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。

9. (5分) 设向量  $\vec{a} = (1, 0)$ ,  $\vec{b} = (-1, m)$ . 若  $\vec{a} \perp (m\vec{a} - \vec{b})$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

10. (5分) 已知直线  $l$  过点  $(1, 0)$  且垂直于  $x$  轴. 若  $l$  被抛物线  $y^2 = 4ax$  截得的线段长为4, 则抛物线的焦点坐标为\_\_\_\_\_.

11. (5分) 能说明“若  $a > b$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”为假命题的一组  $a, b$  的值依次为\_\_\_\_\_.

12. (5分) 若双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$  ( $a > 0$ ) 的离心率为  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

13. (5分) 若  $x, y$  满足  $x+1 \leq y \leq 2x$ , 则  $2y - x$  的最小值是\_\_\_\_\_.

14. (5分) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + c^2 - b^2)$ , 且  $\angle C$  为钝角, 则  $\angle B =$ \_\_\_\_\_  
;  $\frac{c}{a}$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. (13分) 设  $\{a_n\}$  是等差数列, 且  $a_1 = \ln 2$ ,  $a_2 + a_3 = 5 \ln 2$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 求  $e^{a_1} + e^{a_2} + \dots + e^{a_n}$ .

16. (13分) 已知函数  $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$ .

(I) 求  $f(x)$  的最小正周期;

(II) 若  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{3}, m]$  上的最大值为  $\frac{3}{2}$ , 求  $m$  的最小值.

17. (13分) 电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

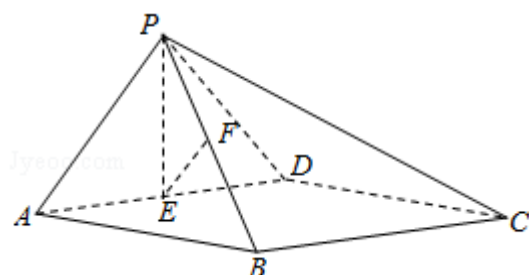
电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率是指：一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

- (I) 从电影公司收集的电影中随机选取1部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；
- (II) 随机选取1部电影，估计这部电影没有获得好评的概率；
- (III) 电影公司为增加投资回报，拟改变投资策略，这将导致不同类型电影的好评率发生变化. 假设表格中只有两类电影的好评率数据发生变化，那么哪类电影的好评率增加0.1，哪类电影的好评率减少0.1，使得获得好评的电影总部数与样本中的电影总部数的比值达到最大？（只需写出结论）

18. (14分) 如图，在四棱锥P - ABCD中，底面ABCD为矩形，平面PAD⊥平面ABCD，PA⊥PD，PA=PD，E，F分别为AD，PB的中点.

- (I) 求证：PE⊥BC；
- (II) 求证：平面PAB⊥平面PCD；
- (III) 求证：EF∥平面PCD.



19. (13分) 设函数  $f(x) = [ax^2 - (3a+1)x + 3a+2]e^x$ .

(I) 若曲线  $y=f(x)$  在点  $(2, f(2))$  处的切线斜率为0, 求  $a$ ;

(II) 若  $f(x)$  在  $x=1$  处取得极小值, 求  $a$  的取值范围.

20. (14分) 已知椭圆  $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ , 焦距为  $2\sqrt{2}$

. 斜率为  $k$  的直线  $l$  与椭圆  $M$  有两个不同的交点  $A, B$ .

(I) 求椭圆  $M$  的方程;

(II) 若  $k=1$ , 求  $|AB|$  的最大值;

(III) 设  $P(-2, 0)$ , 直线  $PA$  与椭圆  $M$  的另一个交点为  $C$ , 直线  $PB$  与椭圆  $M$  的另一个交点为  $D$ . 若  $C, D$  和点  $Q(-\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$  共线, 求  $k$ .