2015年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅰ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（5分）已知集合A={x|x=3n+2，n∈N}，B={6，8，10，12，14}，则集合A∩B中元素的个数为（　　）

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

【考点】1E：交集及其运算.

【专题】5J：集合.

【分析】根据集合的基本运算进行求解.

【解答】解：A={x|x=3n+2，n∈N}={2，5，8，11，14，17，…}，

则A∩B={8，14}，

故集合A∩B中元素的个数为2个，

故选：D.

【点评】本题主要考查集合的基本运算，比较基础.

2．（5分）已知点A（0，1），B（3，2），向量$\overrightarrow{AC}$=（﹣4，﹣3），则向量$\overrightarrow{BC}$=（　　）

A．（﹣7，﹣4）　B．（7，4）　C．（﹣1，4）　D．（1，4）

【考点】9J：平面向量的坐标运算.

【专题】5A：平面向量及应用.

【分析】顺序求出有向线段$\overrightarrow{AB}$，然后由$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$求之.

【解答】解：由已知点A（0，1），B（3，2），得到$\overrightarrow{AB}$=（3，1），向量$\overrightarrow{AC}$=（﹣4，﹣3），

则向量$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$=（﹣7，﹣4）；

故选：A．

【点评】本题考查了有向线段的坐标表示以及向量的三角形法则的运用；注意有向线段的坐标与两个端点的关系，顺序不可颠倒．

3．（5分）已知复数z满足（z－1）i=1+i，则z=（　　）

A．－2－i　　B．－2+i　　C．2－i　　D．2+i

【考点】A5：复数的运算．

【专题】5N：数系的扩充和复数．

【分析】由已知等式变形，然后利用复数代数形式的乘除运算化简求得z－1，进一步求得z．

【解答】解：由（z－1）i=1+i，得$z-1=\frac{1+i}{i}=\frac{-i(1+i)}{-i^2}=1-i$，

∴z=2－i．

故选：C．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，是基础的计算题．

4．（5分）如果3个正整数可作为一个直角三角形三条边的边长，则称这3个数为一组勾股数．从1，2，3，4，5中任取3个不同的数，则这3个数构成一组勾股数的概率为（　　）

A．$\frac{3}{10}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{1}{10}$　　D．$\frac{1}{20}$

【考点】CC：列举法计算基本事件数及事件发生的概率．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】一一列举出所有的基本事件，再找到勾股数，根据概率公式计算即可．

【解答】解：从1，2，3，4，5中任取3个不同的数，有（1，2，3），（1，2，4），（1，2，5），（1，3，4），（1，3，5），（1，4，5）（2，3，4），（2，3，5），（2，4，5），（3，4，5）共10种，

其中只有（3，4，5）为勾股数，

故这3个数构成一组勾股数的概率为$\frac{1}{10}$.

故选：C.

【点评】本题考查了古典概型概率的问题，关键是不重不漏的列举出所有的基本事件，属于基础题.

5．（5分）已知椭圆E的中心在坐标原点，离心率为$\frac{1}{2}$，E的右焦点与抛物线C：$y^2=8x$的焦点重合，A，B是C的准线与E的两个交点，则|AB|=（　　）

A．3　　B．6　　C．9　　D．12

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合；KI：圆锥曲线的综合.

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】利用椭圆的离心率以及抛物线的焦点坐标，求出椭圆的半长轴，然后求解抛物线的准线方程，求出A，B坐标，即可求解所求结果.

【解答】解：椭圆E的中心在坐标原点，离心率为$\frac{1}{2}$，E的右焦点（c，0）与抛物线C：$y^2=8x$的焦点（2，0）重合，

可得c=2，a=4，$b^2=12$，椭圆的标准方程为：$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$，

抛物线的准线方程为：x=﹣2，

由$\begin{cases}x=-2\\ \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1\end{cases}$，解得y=±3，所以A（﹣2，3），B（﹣2，﹣3）.

|AB|=6.

故选：B.

【点评】本题考查抛物线以及椭圆的简单性质的应用，考查计算能力.

6．（5分）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：”今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺．问：积及为米几何？“其意思为：”在屋内墙角处堆放米（如图，米堆为一个圆锥的四分之一），米堆底部的弧长为8尺，米堆的高为5尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少？“已

知1斛米的体积约为1.62立方尺，圆周率约为3，估算出堆放的米约有（　　）

A．14斛　　B．22斛　　C．36斛　　D．66斛

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】5F：空间位置关系与距离．

【分析】根据圆锥的体积公式计算出对应的体积即可．

【解答】解：设圆锥的底面半径为r，则$\frac{\pi}{2}r=8$，

解得$r=\frac{16}{\pi}$，

故米堆的体积为$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{16}{\pi}\right)^2\times5\approx\frac{320}{9}$，

∵1斛米的体积约为1.62立方，

∴$\frac{320}{9}\div1.62\approx22$，

故选：B．

【点评】本题主要考查椎体的体积的计算，比较基础．

7．（5分）已知$\{a_n\}$是公差为1的等差数列，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，若$S_8=4S_4$，则a_{10}=（　　）

A．$\frac{17}{2}$　　B．$\frac{19}{2}$　　C．10　　D．12

【考点】83：等差数列的性质．

【专题】11：计算题；4O：定义法；54：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列的通项公式及其前n项和公式即可得出．

【解答】解：∵$\{a_n\}$是公差为1的等差数列，$S_8=4S_4$，

$\therefore 8a_1+\frac{8\times7}{2}\times1=4\times(4a_1+\frac{4\times3}{2})$，

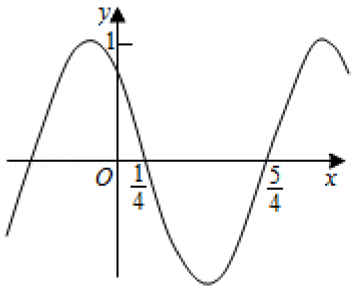
解得$a_1=\frac{1}{2}$.

则$a_{10}=\frac{1}{2}+9\times1=\frac{19}{2}$.

故选：B.

【点评】本题考查了等差数列的通项公式及其前n项和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

8．（5分）函数$f(x)=\cos(\omega x+\phi)$的部分图象如图所示，则$f(x)$的单调递减区间为（　　）



A．$(k\pi-\frac{1}{4},\ k\pi+\frac{3}{4})$，$k\in z$　　B．$(2k\pi-\frac{1}{4},\ 2k\pi+\frac{3}{4})$，$k\in z$

C．$(k-\frac{1}{4},\ k+\frac{3}{4})$，$k\in z$　　D．$(2k-\frac{1}{4},\ 2k+\frac{3}{4})$，$k\in z$

【考点】HA：余弦函数的单调性.

【专题】57：三角函数的图像与性质.

【分析】由周期求出ω，由五点法作图求出ϕ，可得$f(x)$的解析式，再根据余弦函数的单调性，求得$f(x)$的减区间.

【解答】解：由函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$的部分图象，可得函数的周期为$\frac{2\pi}{\omega}=2(\frac{5}{4}-\frac{1}{4})=2$，$\therefore\omega=\pi$，$f(x)=\cos(\pi x+\varphi)$.

再根据函数的图象以及五点法作图，可得$\frac{\pi}{4}+\varphi=\frac{\pi}{2}$，$k\in z$，即$\varphi=\frac{\pi}{4}$，$f(x)=\cos(\pi x+\frac{\pi}{4})$.

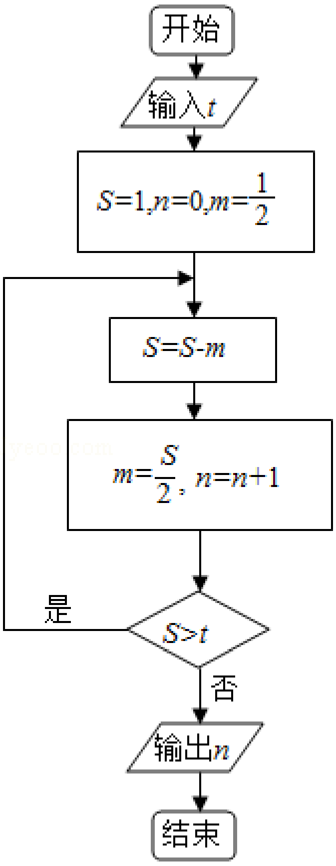
由$2k\pi\le\pi x+\frac{\pi}{4}\le2k\pi+\pi$，求得　$2k-\frac{1}{4}\le x\le2k+\frac{3}{4}$，故$f(x)$的单调递减区间为（

$2k-\frac{1}{4}$，$2k+\frac{3}{4}$），k∈z，

故选：D．

【点评】本题主要考查由函数y=Asin（ωx+ϕ）的部分图象求解析式，由周期求出ω，由五点法作图求出ϕ的值；还考查了余弦函数的单调性，属于基础题．

9．（5分）执行如图所示的程序框图，如果输入的t=0.01，则输出的n=（　　）



A．5　　B．6　　C．7　　D．8

【考点】EF：程序框图．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量n的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：第一次执行循环体后，S=$\frac{1}{2}$，m=$\frac{1}{4}$，n=1，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{4}$，m=$\frac{1}{8}$，n=2，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{8}$，m=$\frac{1}{16}$，n=3，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{16}$，m=$\frac{1}{32}$，n=4，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{32}$，m=$\frac{1}{64}$，n=5，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{64}$，m=$\frac{1}{128}$，n=6，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=$\frac{1}{128}$，m=$\frac{1}{256}$，n=7，满足退出循环的条件；

故输出的n值为7，

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环的次数不多，或有规律时，常采用模拟循环的方法解答．

10．（5分）已知函数f（x）=$\begin{cases}2^{x-1}-2, & x\leqslant 1\\ -\log_2(x+1), & x>1\end{cases}$，且f（a）=－3，则f（6－a）=（　　）

A．$-\frac{7}{4}$　　B．$-\frac{5}{4}$　　C．$-\frac{3}{4}$　　D．$-\frac{1}{4}$

【考点】3T：函数的值．

【专题】11：计算题；51：函数的性质及应用．

【分析】利用分段函数，求出a，再求f（6－a）．

【解答】解：由题意，a≤1时，$2^{\alpha-1}-2=-3$，无解；

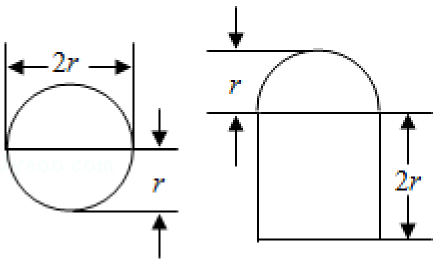
a＞1时，$-\log_2(a+1)=-3$，∴α=7，

∴f（6－a）=f（－1）=$2^{-1-1}-2=-\frac{7}{4}$．

故选：A．

【点评】本题考查分段函数，考查学生的计算能力，比较基础．

11．（5分）圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示．若该几何体的表面积为16+20π，则r=（　　）



正视图　　　　俯视图

A．1　　　　B．2　　　　C．4　　　　D．8

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】5Q：立体几何．

【分析】通过三视图可知该几何体是一个半球拼接半个圆柱，计算即可．

【解答】解：由几何体三视图中的正视图和俯视图可知，

截圆柱的平面过圆柱的轴线，

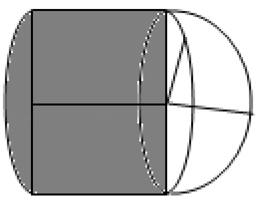
该几何体是一个半球拼接半个圆柱，

∴其表面积为：$\frac{1}{2}\times4\pi r^2+\frac{1}{2}\times\pi r^2+\frac{1}{2}\times2r\times2\pi r+2r\times2r+\frac{1}{2}\times\pi r^2=5\pi r^2+4r^2$，

又∵该几何体的表面积为16+20π，

∴$5\pi r^2+4r^2=16+20\pi$，解得r=2，

故选：B．



【点评】本题考查由三视图求表面积问题，考查空间想象能力，注意解题方法的积累，属于中档题．

12．（5分）设函数y=f（x）的图象与$y=2^{x+a}$的图象关于y=﹣x对称，且f（﹣2）+f（﹣4）=1，则a=（　　）

A． ﹣1　　　　B． 1　　　　C． 2　　　　D． 4

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】26：开放型；51：函数的性质及应用．

【分析】先求出与$y=2^{x+a}$的反函数的解析式，再由题意f（x）的图象与$y=2^{x+a}$的反函数的图象关于原点对称，继而求出函数f（x）的解析式，问题得以解决．

【解答】解：∵与$y=2^{x+a}$的图象关于y=x对称的图象是$y=2^{x+a}$的反函数，

$y=\log_2x-a$（x＞0），

即g（x）$=\log_2x-a$，（x＞0）．

∵函数y=f（x）的图象与$y=2^{x+a}$的图象关于y=﹣x对称，

∴f（x）=﹣g（﹣x）$=-\log_2(-x)+a$，x＜0，

∵f（﹣2）+f（﹣4）=1，

∴$-\log_22+a-\log_24+a=1$，

解得，a=2，

故选：C．

【点评】本题考查反函数的概念、互为反函数的函数图象的关系、求反函数的方法等相关知识和方法，属于基础题

二、本大题共4小题，每小题5分．

13．（5分）在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=2a_n$，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，若$S_n=126$，则n=__6__．

【考点】89：等比数列的前n项和．

【专题】11：计算题；54：等差数列与等比数列．

【分析】由$a_{n+1}=2a_n$，结合等比数列的定义可知数列$\{a_n\}$是$a_1=2$为首项，以2为公比的等比数列，代入等比数列的求和公式即可求解．

【解答】解：∵$a_{n+1}=2a_n$，

∴$\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$，

∵$a_1=2$，

∴数列$\{a_n\}$是$a_1=2$为首项，以2为公比的等比数列，

∴$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{2(1-2^n)}{1-2}=2^{n+1}-2=126$，

∴$2^{n+1}=128$，

∴$n+1=7$，

∴$n=6$.

故答案为：6

【点评】本题主要考查了等比数列的通项公式及求和公式的简单应用，解题的关键是熟练掌握基本公式.

14．（5分）已知函数$f(x)=ax^3+x+1$的图象在点（1，f（1））处的切线过点（2，7），则a=__1__.

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】53：导数的综合应用.

【分析】求出函数的导数，利用切线的方程经过的点求解即可.

【解答】解：函数$f(x)=ax^3+x+1$的导数为：$f'(x)=3ax^2+1$，$f'(1)=3a+1$，而$f(1)=a+2$，

切线方程为：$y-a-2=(3a+1)(x-1)$，因为切线方程经过（2，7），

所以$7-a-2=(3a+1)(2-1)$，

解得$a=1$.

故答案为：1.

【点评】本题考查函数的导数的应用，切线方程的求法，考查计算能力.

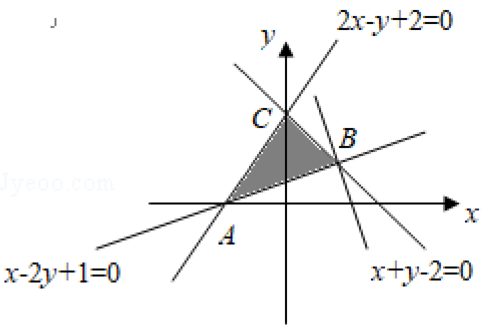
15．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\leqslant 0\\ x-2y+1\leqslant 0\\ 2x-y+2\geqslant 0\end{cases}$，则$z=3x+y$的最大值为__4__.

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】59：不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，代入最优解的坐标得答案．

【解答】解：由约束条件$\begin{cases}x+y-2\leqslant 0\\x-2y+1\leqslant 0\\2x-y+2\geqslant 0\end{cases}$作出可行域如图，



化目标函数z=3x+y为y=﹣3x+z，

由图可知，当直线y=﹣3x+z过B（1，1）时，直线在y轴上的截距最大，

此时z有最大值为3×1+1=4．

故答案为：4．

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

16．（5分）已知F是双曲线C：$x^2-\frac{y^2}{8}=1$的右焦点，P是C的左支上一点，A（0，$6\sqrt{6}$）．当△APF周长最小时，该三角形的面积为__$12\sqrt{6}$__．

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题；26：开放型；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用双曲线的定义，确定△APF周长最小时，P的坐标，即可求出△APF周长最小时，该三角形的面积．

【解答】解：由题意，设F′是左焦点，则△APF周长=|AF|+|AP|+|PF|=|AF|+|AP|+|PF′|+2

≥|AF|+|AF′|+2（A，P，F′三点共线时，取等号），

直线AF′的方程为$\frac{x}{-3}+\frac{y}{6\sqrt{6}}=1$与$x^2-\frac{y^2}{8}=1$联立可得$y^2+6\sqrt{6}y-96=0$，

∴P的纵坐标为$2\sqrt{6}$，

∴△APF周长最小时，该三角形的面积为$\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{6}-\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{6}=12\sqrt{6}$.

故答案为：$12\sqrt{6}$.

【点评】本题考查双曲线的定义，考查三角形面积的计算，确定P的坐标是关键.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17．（12分）已知a，b，c分别是△ABC内角A，B，C的对边，$\sin^2B=2\sin A\sin C$.

（Ⅰ）若a=b，求cosB；

（Ⅱ）设B=90°，且$a=\sqrt{2}$，求△ABC的面积.

【考点】HP：正弦定理；HR：余弦定理.

【专题】58：解三角形.

【分析】（I）$\sin^2B=2\sin A\sin C$，由正弦定理可得：$b^2=2ac$，再利用余弦定理即可得出.

（II）利用（I）及勾股定理可得c，再利用三角形面积计算公式即可得出.

【解答】解：（I）∵$\sin^2B=2\sin A\sin C$，

由正弦定理可得：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{1}{k}>0$，

代入可得$(bk)^2=2ak\cdot ck$，

∴$b^2=2ac$，

∵a=b，∴a=2c，

由余弦定理可得：$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{a^2+\frac{1}{4}a^2-a^2}{2a\times\frac{1}{2}a}=\frac{1}{4}$.

（II）由（I）可得：$b^2=2ac$，

∵B=90°，且$a=\sqrt{2}$，

∴$a^2+c^2=b^2=2ac$，解得$a=c=\sqrt{2}$.

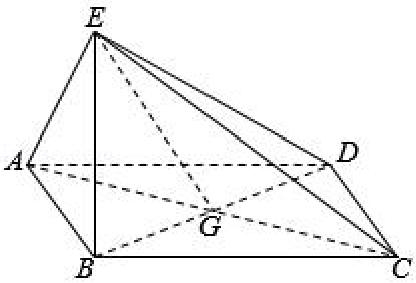
$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac=1$.

【点评】本题考查了正弦定理余弦定理、勾股定理、三角形面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

18. （12分）如图，四边形ABCD为菱形，G为AC与BD的交点，BE⊥平面ABCD.

（Ⅰ）证明：平面AEC⊥平面BED；

（Ⅱ）若∠ABC=120°，AE⊥EC，三棱锥E﹣ACD的体积为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，求该三棱锥的侧面积.



【考点】LE：棱柱、棱锥、棱台的侧面积和表面积；LY：平面与平面垂直.

【专题】5F：空间位置关系与距离.

【分析】（Ⅰ）根据面面垂直的判定定理即可证明：平面AEC⊥平面BED；

（Ⅱ）根据三棱锥的条件公式，进行计算即可.

【解答】证明：（Ⅰ）∵四边形ABCD为菱形，

∴AC⊥BD，

∵BE⊥平面ABCD，

∴AC⊥BE，

则AC⊥平面BED，

∵AC⊂平面AEC，

∴平面AEC⊥平面BED；

解：（Ⅱ）设AB=x，在菱形ABCD中，由∠ABC=120°，得AG=GC=$\frac{\sqrt{3}}{2}$x，GB=GD=$\frac{x}{2}$，

∵BE⊥平面ABCD，

∴BE⊥BG，则△EBG为直角三角形，

$\therefore EG=\frac{1}{2}AC=AG=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，

则$BE=\sqrt{EG^2-BG^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，

$\because$三棱锥E﹣ACD的体积$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}AC\cdot GD\cdot BE=\frac{\sqrt{6}}{24}x^3=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

解得x=2，即AB=2，

$\because\angle ABC=120°$，

$\therefore AC^2=AB^2+BC^2-2AB\bullet BC\cos ABC=4+4-2\times2\times2\times(-\frac{1}{2})=12$，

即$AC=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，

在三个直角三角形EBA，EBD，EBC中，斜边AE=EC=ED，

$\because AE\perp EC$，$\therefore\triangle EAC$为等腰三角形，

则$AE^2+EC^2=AC^2=12$，

即$2AE^2=12$，

$\therefore AE^2=6$，

则$AE=\sqrt{6}$，

$\therefore$从而得$AE=EC=ED=\sqrt{6}$，

$\therefore\triangle EAC$的面积$S=\frac{1}{2}\times EA\cdot EC=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{6}=3$，

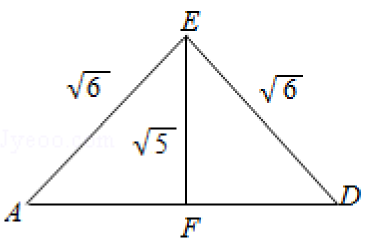
在等腰三角形EAD中，过E作EF⊥AD于F，

则$AE=\sqrt{6}$，$AF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times2=1$，

则$EF=\sqrt{(\sqrt{6})^2-1^2}=\sqrt{5}$，

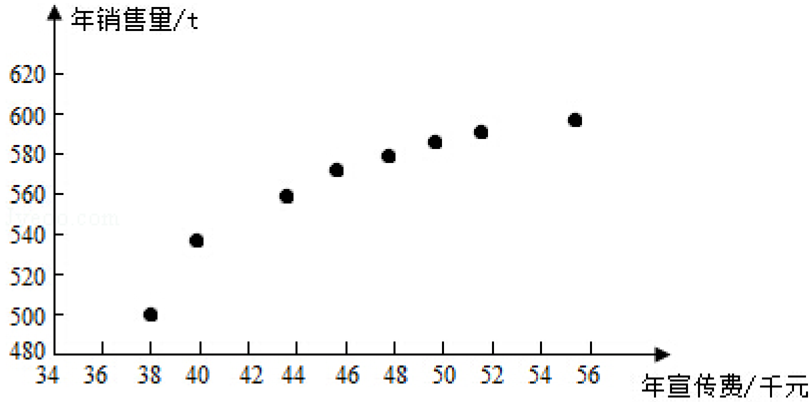
$\therefore\triangle EAD$的面积和$\triangle ECD$的面积均为$S=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{5}=\sqrt{5}$，

故该三棱锥的侧面积为$3+2\sqrt{5}$.



【点评】本题主要考查面面垂直的判定，以及三棱锥体积的计算，要求熟练掌握相应的判定定理以及体积公式.

19．（12分）某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费x（单位：千元）对年销售量y（单位：t）和年利润z（单位：千元）的影响，对近8年的年宣传费x_i和年销售量y_i（$i=1$，2，…，8）数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值．



$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{w}$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中$w_i=\sqrt{x_i}$，$\overline{w}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}w_i$

（Ⅰ）根据散点图判断，$y=a+bx$与$y=c+d\sqrt{x}$哪一个适宜作为年销售量y关于年宣传费x的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的判断结果及表中数据，建立y关于x的回归方程；

（Ⅲ）已知这种产品的年利润z与x、y的关系为$z=0.2y-x$．根据（Ⅱ）的结果回答下列问题：

(i）年宣传费$x=49$时，年销售量及年利润的预报值是多少？

(ii）年宣传费x为何值时，年利润的预报值最大？

附：对于一组数据（u_1　　v_1），（u_2　　v_2）.....（u_n　v_n），其回归线$v=\alpha+\beta u$的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{\beta}=$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2},\ \hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}.$$

【考点】BK：线性回归方程.

【专题】5I：概率与统计.

【分析】（Ⅰ）根据散点图，即可判断出，

（Ⅱ）先建立中间量$w=\sqrt{x}$，建立y关于w的线性回归方程，根据公式求出w，问题得以解决；

（Ⅲ）（i）年宣传费x=49时，代入到回归方程，计算即可，

（ii）求出预报值得方程，根据函数的性质，即可求出.

【解答】解：（Ⅰ）由散点图可以判断，$y=c+d\sqrt{x}$适宜作为年销售量y关于年宣传费x的回归方程类型；

（Ⅱ）令$w=\sqrt{x}$，先建立y关于w的线性回归方程，由于$\hat{d}=\frac{108.8}{1.6}=68$，

$\hat{c}=\overline{y}-\hat{d}\overline{w}=563-68\times6.8=100.6$，

所以y关于w的线性回归方程为$\hat{y}=100.6+68w$，

因此y关于x的回归方程为$\hat{y}=100.6+68\sqrt{x}$，

（Ⅲ）（i）由（Ⅱ）知，当x=49时，年销售量y的预报值$\hat{y}=100.6+68\sqrt{49}=576.6$，

年利润z的预报值$\hat{z}=576.6\times0.2-49=66.32$，

（ii）根据（Ⅱ）的结果可知，年利润z的预报值$\hat{z}=0.2(100.6+68\sqrt{x})-x=-x+13.6\sqrt{x}+20.12$，

当$\sqrt{x}=\frac{13.6}{2}=6.8$时，即当x=46.24时，年利润的预报值最大.

【点评】本题主要考查了线性回归方程和散点图的问题，准确的计算是本题的关键，属于中档题.

20．（12分）已知过点A（0，1）且斜率为k的直线l与圆C：$(x-2)^2+(y-3)^2=1$交于点M、N两点．

（1）求k的取值范围；

（2）若$\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{ON}=12$，其中O为坐标原点，求|MN|．

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算；J9：直线与圆的位置关系．

【专题】26：开放型；5B：直线与圆．

【分析】（1）由题意可得，直线l的斜率存在，用点斜式求得直线l的方程，根据圆心到直线的距离等于半径求得k的值，可得满足条件的k的范围．

（2）由题意可得，经过点M、N、A的直线方程为y=kx+1，根据直线和圆相交的弦长公式进行求解．

【解答】（1）由题意可得，直线l的斜率存在，

设过点A（0，1）的直线方程：y=kx+1，即：kx－y+1=0．

由已知可得圆C的圆心C的坐标（2，3），半径R=1．

故由$\frac{|2k-3+1|}{\sqrt{k^2+1}}<1$，

故当$\frac{4-\sqrt{7}}{3}<k<\frac{4+\sqrt{7}}{3}$，过点A（0，1）的直线与圆C：$(x-2)^2+(y-3)^2=1$相交于M，N两点．

（2）设M(x_1, y_1)；N(x_2, y_2)，

由题意可得，经过点M、N、A的直线方程为y=kx+1，代入圆C的方程$(x-2)^2+(y-3)^2=1$，

可得$(1+k^2)x^2-4(k+1)x+7=0$，

$\therefore x_1+x_2=\frac{4(1+k)}{1+k^2}$，$x_1\bullet x_2=\frac{7}{1+k^2}$，

$\therefore y_1\bullet y_2=(kx_1+1)(kx_2+1)=k^2x_1x_2+k(x_1+x_2)+1$

$=\frac{7}{1+k^2}\bullet k^2+k\bullet\frac{4(1+k)}{1+k^2}+1=\frac{12k^2+4k+1}{1+k^2}$，

由$\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{ON}=x_1\bullet x_2+y_1\bullet y_2=\frac{12k^2+4k+8}{1+k^2}=12$，解得 k=1，

故直线l的方程为 $y=x+1$，即 $x-y+1=0$．

圆心C在直线l上，MN长即为圆的直径．

所以 $|MN|=2$．

【点评】本题主要考查直线和圆的位置关系的应用，以及直线和圆相交的弦长公式的计算，考查学生的计算能力．

21．（12分）设函数 $f(x)=e^{2x}-a\ln x$．

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 零点的个数；

（Ⅱ）证明：当 $a>0$ 时，$f(x)\geq 2a+a\ln\frac{2}{a}$．

【考点】53：函数的零点与方程根的关系；63：导数的运算；6E：利用导数研究函数的最值．

【专题】26：开放型；53：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）先求导，在分类讨论，当 $a\leq 0$ 时，当 $a>0$ 时，根据零点存在定理，即可求出；

（Ⅱ）设导函数 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的唯一零点为 x_0，根据函数 $f(x)$ 的单调性得到函数的最小值 $f(x_0)$，只要最小值大于 $2a+a\ln\frac{2}{a}$，问题得以证明．

【解答】解：（Ⅰ）$f(x)=e^{2x}-a\ln x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$\therefore f'(x)=2e^{2x}-\frac{a}{x}$．

当 $a\leq 0$ 时，$f'(x)>0$ 恒成立，故 $f'(x)$ 没有零点，

当 $a>0$ 时，$\because y=e^{2x}$ 为单调递增，$y=-\frac{a}{x}$ 单调递增，

$\therefore f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，

又 $f'(a)>0$，

假设存在b满足 $0<b<\ln\frac{a}{2}$ 时，且 $b<\frac{1}{4}$，$f'(b)<0$，

故当 $a>0$ 时，导函数 $f'(x)$ 存在唯一的零点，

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，可设导函数 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的唯一零点为 x_0，

当 $x\in(0,x_0)$ 时，$f'(x)<0$，

当 $x\in(x_0+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，

故f（x）在（0，x_0）单调递减，在（x_0+∞）单调递增，

所欲当$x=x_0$时，f（x）取得最小值，最小值为f（x_0），

由于$2e^{2x_0}-\frac{a}{x_0}=0$，

所以f（x_0）$=\frac{a}{2x_0}+2ax_0+a\ln\frac{2}{a}\geq 2a+a\ln\frac{2}{a}$.

故当a＞0时，f（x）$\geq 2a+a\ln\frac{2}{a}$.

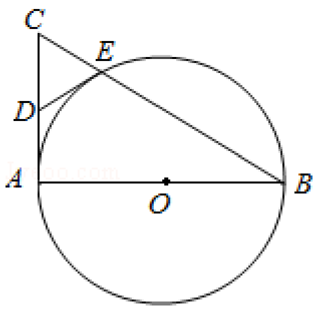
【点评】本题考查了导数和函数单调性的关系和最值的关系，以及函数的零点存在定理，属于中档题.

四、请考生在第22、23、24题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．【选修4-1：几何证明选讲】

22．（10分）如图，AB是⊙O的直径，AC是⊙O的切线，BC交⊙O于点E.

（Ⅰ）若D为AC的中点，证明：DE是⊙O的切线；

（Ⅱ）若OA=$\sqrt{3}$CE，求∠ACB的大小.



【考点】N9：圆的切线的判定定理的证明.

【专题】5B：直线与圆.

【分析】（Ⅰ）连接AE和OE，由三角形和圆的知识易得∠OED=90°，可得DE是⊙O的切线；

（Ⅱ）设CE=1，AE=x，由射影定理可得关于x的方程$x^2=\sqrt{12-x^2}$，解方程可得x值，可得所求角度.

【解答】解：（Ⅰ）连接AE，由已知得AE⊥BC，AC⊥AB，

在RT△ABC中，由已知可得DE=DC，∴∠DEC=∠DCE，

连接OE，则∠OBE=∠OEB，

又∠ACB+∠ABC=90°，∴∠DEC+∠OEB=90°，

∴∠OED=90°，∴DE是⊙O的切线；

（Ⅱ）设CE=1，AE=x，

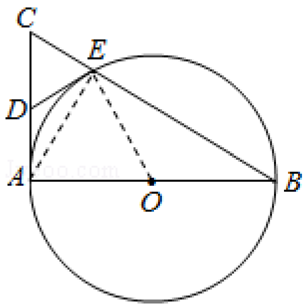
由已知得AB=$2\sqrt{3}$，BE=$\sqrt{12-x^2}$，

由射影定理可得AE^2=CE•BE，

∴$x^2=\sqrt{12-x^2}$，即$x^4+x^2-12=0$，

解方程可得x=$\sqrt{3}$

∴∠ACB=60°



【点评】本题考查圆的切线的判定，涉及射影定理和三角形的知识，属基础题

.

五、【选修4-4：坐标系与参数方程】

23．在直角坐标系xOy中，直线C_1：x=﹣2，圆C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$，以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系．

（Ⅰ）求C_1，C_2的极坐标方程；

（Ⅱ）若直线C_3的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{4}$（ρ∈R），设C_2与C_3的交点为M，N，求△C_2MN的面积．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程．

【专题】5S：坐标系和参数方程．

【分析】（Ⅰ）由条件根据x=ρcosθ，y=ρsinθ求得C_1，C_2的极坐标方程．

（Ⅱ）把直线C_3的极坐标方程代入$\rho^2-3\sqrt{2}\rho+4=0$，求得ρ_1和ρ_2的值，结合圆的半径可得$C_2M\perp C_2N$，从而求得△C_2MN的面积$\frac{1}{2}$•C_2M•C_2N的值．

【解答】解：（Ⅰ）由于$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，∴C_1：$x=-2$ 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=-2$，

故C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$的极坐标方程为：

$(\rho\cos\theta-1)^2+(\rho\sin\theta-2)^2=1$，

化简可得$\rho^2-(2\rho\cos\theta+4\rho\sin\theta)+4=0$．

（Ⅱ）把直线C_3的极坐标方程$\theta=\frac{\pi}{4}$（$\rho\in R$）代入

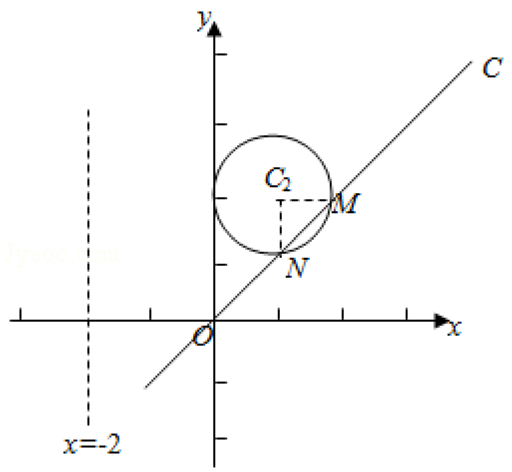
圆C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$，

可得$\rho^2-(2\rho\cos\theta+4\rho\sin\theta)+4=0$，

求得$\rho_1=2\sqrt{2}$，$\rho_2=\sqrt{2}$，

∴$|MN|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{2}$，由于圆$C_2$的半径为1，∴$C_2M\perp C_2N$，

$\triangle C_2MN$的面积为$\frac{1}{2}\bullet C_2M\bullet C_2N=\frac{1}{2}\bullet1\bullet1=\frac{1}{2}$．



【点评】本题主要考查简单曲线的极坐标方程，点的极坐标的定义，属于基础题．

六、【选修4-5：不等式选讲】

24．已知函数$f(x)=|x+1|-2|x-a|$，$a>0$．

（Ⅰ）当$a=1$时，求不等式$f(x)>1$的解集；

（Ⅱ）若$f(x)$的图象与x轴围成的三角形面积大于6，求a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【专题】59：不等式的解法及应用．

【分析】（Ⅰ）当a=1时，把原不等式去掉绝对值，转化为与之等价的三个不等式组，分别求得每个不等式组的解集，再取并集，即得所求．（Ⅱ）化简函数f（x）的解析式，求得它的图象与x轴围成的三角形的三个顶点的坐标，从而求得f（x）的图象与x轴围成的三角形面积；再根据f（x）的图象与x轴围成的三角形面积大于6，从而求得a的取值范围．

【解答】解：（Ⅰ）当a=1时，不等式f（x）＞1，即$|x+1|-2|x-1|>1$，

即$\begin{cases}x<-1\\-x-1-2(1-x)>1\end{cases}$①，或$\begin{cases}-1\leqslant x<1\\x+1-2(1-x)>1\end{cases}$②，

或$\begin{cases}x\geqslant 1\\x+1-2(x-1)>1\end{cases}$③．

解①求得x∈∅，解②求得$\frac{2}{3}<x<1$，解③求得$1\leq x<2$．

综上可得，原不等式的解集为（$\frac{2}{3}$，2）．

（Ⅱ）函数$f(x)=|x+1|-2|x-a|=\begin{cases}x-1-2a, & x<-1\\3x+1-2a, & -1\leqslant x\leqslant a\\-x+1+2a, & x>a\end{cases}$，

由此求得f（x）的图象与x轴的交点A（$\frac{2a-1}{3}$，0），

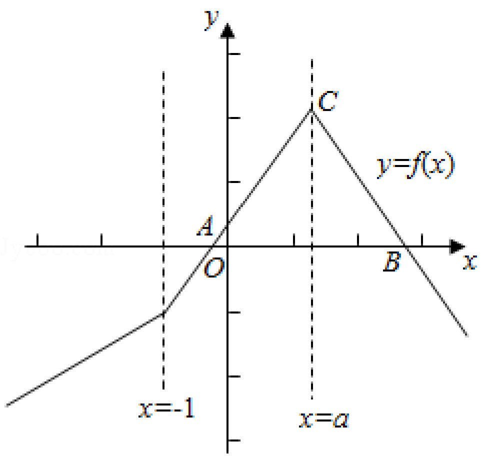
B（2a+1，0），

故f（x）的图象与x轴围成的三角形的第三个顶点C（a，a+1），

由△ABC的面积大于6，

可得$\frac{1}{2}[2a+1-\frac{2a-1}{3}]\bullet(a+1)>6$，求得a＞2．

故要求的a的范围为（2，+∞）．



【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，体现了转化、分类讨论的数学思

想，属于中档题．