

# 2008年江西高考文科数学真题及答案

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,第I卷1至2页,第II卷3至4页,共150分。

## 第I卷

### 考生注意:

- 答题前,考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上,考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
- 第I卷每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。第II卷用黑色墨水签字笔在答题卡上作答。若在试题卷上作答,答案无效。
- 考试结束,监考员将试题卷、答题卡一并收回。

### 参考公式

如果事件  $A, B$  互斥,那么

球的表面积公式

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

$$S=4\pi R^2$$

如果事件  $A, B$ , 相互独立,那么

其中  $R$  表示球的半径

$$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$$

球的体积公式

如果事件  $A$  在一次试验中发生的概率是  $p$ , 那么

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

$n$  次独立重复试验中恰好发生  $k$  次的概率

其中  $R$  表示球的半径

$$P_n(k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

一. 选择题: 本大题共12小题, 每小题5分, 共60分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

- “ $|x|=|y|$ ”是“ $x=y$ ”的
  - 充分不必要条件
  - 必要不充分条件
  - 充要条件
  - 既不充分也不必要条件
- 定义集合运算:  $A * B = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$ . 设  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{0, 2\}$ , 则集合  $A * B$  的所有元素之和为
  - 0
  - 2
  - 3
  - 6
- 若函数  $y=f(x)$  的定义域是  $[0, 2]$ , 则函数  $g(x)=\frac{f(2x)}{x-1}$  的定义域是
  - $[0, 1]$
  - $[0, 1)$
  - $[0, 1] \cup (1, 4]$
  - $(0, 1)$
- 若  $0 < x < y < 1$ , 则

A.  $3^y < 3^x$       B.  $\log_x 3 < \log_y 3$       C.  $\log_4 x < \log_4 y$       D.  $(\frac{1}{4})^x < (\frac{1}{4})^y$

5. 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = a_n + \ln(1 + \frac{1}{n})$ , 则  $a_n =$

A.  $2 + \ln n$       B.  $2 + (n-1)\ln n$       C.  $2 + n \ln n$       D.  $1 + n + \ln n$

6. 函数  $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + 2 \sin \frac{x}{2}}$  是

- A. 以  $4\pi$  为周期的偶函数      B. 以  $2\pi$  为周期的奇函数  
C. 以  $2\pi$  为周期的偶函数      D. 以  $4\pi$  为周期的奇函数

7. 已知  $F_1$ 、 $F_2$  是椭圆的两个焦点, 满足  $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0$  的点  $M$  总在椭圆内部, 则椭圆离心率的取值范围是

A.  $(0, 1)$       B.  $(0, \frac{1}{2}]$       C.  $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$       D.  $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

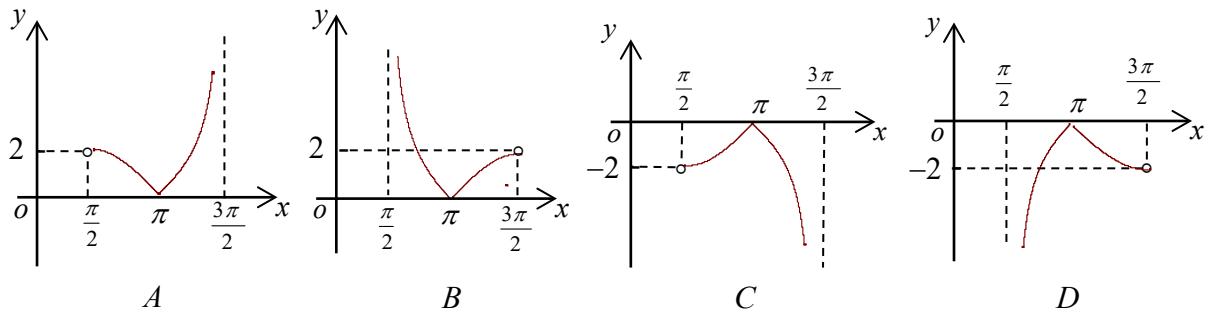
8.  $(1+x)^{10} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{10}$  展开式中的常数项为

A. 1      B.  $(C_{10}^1)^2$       C.  $C_{20}^1$       D.  $C_{20}^{10}$

9. 设直线  $m$  与平面  $\alpha$  相交但不垂直, 则下列说法中正确的是

- A. 在平面  $\alpha$  内有且只有一条直线与直线  $m$  垂直  
B. 过直线  $m$  有且只有一个平面与平面  $\alpha$  垂直  
C. 与直线  $m$  垂直的直线不可能与平面  $\alpha$  平行  
D. 与直线  $m$  平行的平面不可能与平面  $\alpha$  垂直

10. 函数  $y = \tan x + \sin x - |\tan x - \sin x|$  在区间  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  内的图象大致是



11. 电子钟一天显示的时间是从00:00到23:59, 每一时刻都由四个数字组成, 则一天中任一时刻显示的四个数字之和为23的概率为

A.  $\frac{1}{180}$       B.  $\frac{1}{288}$       C.  $\frac{1}{360}$       D.  $\frac{1}{480}$

12. 已知函数  $f(x) = 2x^2 + (4-m)x + 4 - m$ ,  $g(x) = mx$ , 若对于任一实数  $x$ ,  $f(x)$  与

$g(x)$  的值至少有一个为正数，则实数  $m$  的取值范围是

- A.  $[-4, 4]$       B.  $(-4, 4)$       C.  $(-\infty, 4)$       D.  $(-\infty, -4)$

## 第 II 卷

注意事项：

第 II 卷 2 页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，若在试题上作答，答案无效。

二. 填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分。请把答案填在答题卡上

13. 不等式  $2^{x^2+2x-4} \leq \frac{1}{2}$  的解集为\_\_\_\_\_.

14. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的两条渐近线方程为  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，若顶点到渐近

线的距离为 1，则双曲线方程为\_\_\_\_\_.

15. 连结球面上两点的线段称为球的弦。半径为 4 的球的两条弦  $AB$ 、 $CD$  的长度分别等于  $2\sqrt{7}$ 、 $4\sqrt{3}$ ，每条弦的两端都在球面上运动，则两弦中点之间距离的最大值为\_\_\_\_\_

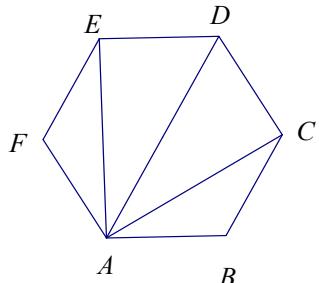
16. 如图，正六边形  $ABCDEF$  中，有下列四个命题：

A.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{BC}$

B.  $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AF}$

C.  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$

D.  $(\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF})\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}(\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{EF})$



其中真命题的代号是\_\_\_\_\_（写出所有真命题的代号）.

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

17. 已知  $\tan \alpha = -\frac{1}{3}$ ， $\cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $\alpha, \beta \in (0, \pi)$

(1) 求  $\tan(\alpha + \beta)$  的值；

(2) 求函数  $f(x) = \sqrt{2} \sin(x - \alpha) + \cos(x + \beta)$  的最大值.

18. 因冰雪灾害，某柑桔基地果林严重受损，为此有关专家提出一种拯救果树的方案，该方案需分两年实施且相互独立。该方案预计第一年可以使柑桔产量恢复到灾前的 1.0 倍、0.9 倍、0.8 倍的概率分别是 0.2、0.4、0.4；第二年可以使柑桔产量为第一年产量的 1.5 倍、1.25 倍、1.0 倍的概率分别是 0.3、0.3、0.4.

(1) 求两年后柑桔产量恰好达到灾前产量的概率；

(2) 求两年后柑桔产量超过灾前产量的概率.

19. 等差数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数,  $a_1 = 3$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $\{b_n\}$  为等比数列,

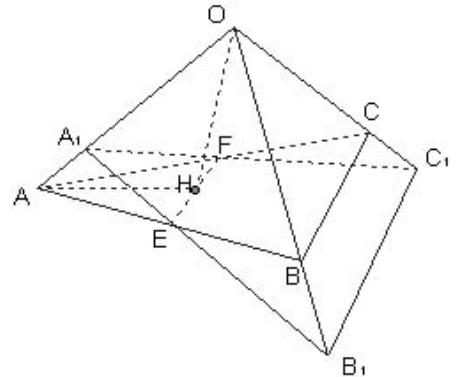
$$b_1 = 1, \text{ 且 } b_2 S_2 = 64,$$

$$b_3 S_3 = 960.$$

(1) 求  $a_n$  与  $b_n$ ;

$$(2) \text{求和: } \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \cdots + \frac{1}{S_n}.$$

20. 如图, 正三棱锥  $O-ABC$  的三条侧棱  $OA$ 、 $OB$ 、 $OC$  两两垂直, 且长度均为2.  $E$ 、 $F$  分别是  $AB$ 、 $AC$  的中点,  $H$  是  $EF$  的中点, 过  $EF$  的平面与侧棱  $OA$ 、 $OB$ 、 $OC$  或其延长线分别相交于  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ , 已知  $OA_1 = \frac{3}{2}$ .



(1) 求证:  $B_1C_1 \perp \text{面 } OAH$ ;

(2) 求二面角  $O-A_1B_1-C_1$  的大小.

21. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}ax^3 - a^2x^2 + a^4 (a > 0)$

(1) 求函数  $y = f(x)$  的单调区间;

(2) 若函数  $y = f(x)$  的图像与直线  $y = 1$  恰有两个交点, 求  $a$  的取值范围.

22. 已知抛物线  $y = x^2$  和三个点  $M(x_0, y_0)$ 、 $P(0, y_0)$ 、 $N(-x_0, y_0)$  ( $y_0 \neq x_0^2, y_0 > 0$ ), 过点  $M$  的一条直线交抛物线于  $A$ 、 $B$  两点,  $AP$ 、 $BP$  的延长线分别交抛物线于点  $E$ 、 $F$ .

(1) 证明  $E$ 、 $F$ 、 $N$  三点共线;

(2) 如果  $A$ 、 $B$ 、 $M$ 、 $N$  四点共线, 问: 是否存在  $y_0$ , 使以线段  $AB$  为直径的圆与抛物线有异于  $A$ 、 $B$  的交点? 如果存在, 求出  $y_0$  的取值范围, 并求出该交点到直线  $AB$  的距离; 若不存在, 请说明理由.

