2014高考数学山东【理】

一、选择题

1. 已知$a,b\in R$，i是虚数单位，若$a-i$与$2+bi$互为共轭复数，则$(a+bi)^2=$(　　)

A. $5-4i$　　B. $5+4i$　　C. $3-4i$　　D. $3+4i$

2. 设集合$A=\{x||x-1|<2\}$，$B=\{y|y=2^x,x\in[0,2]\}$，则$A\cap B=$(　　)

A. $[0,2]$　　B. $(1,3)$　　C. $[1,3)$　　D. $(1,4)$

3. 函数$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{(\log_2 x)^2-1}}$的定义域为（　　）

A. $(0,\frac{1}{2})$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $(0,\frac{1}{2})\cup(2,+\infty)$　　D. $(0,\frac{1}{2}]\cup[2,+\infty)$

4. 用反证法证明命题:“已知a,b为实数,则方程$x^2+ax+b=0$至少有一个实根”时,要做的假设是(　　)

A. 方程$x^2+ax+b=0$没有实根　　B. 方程$x^2+ax+b=0$至多有一个实根

C. 方程$x^2+ax+b=0$至多有两个实根　　D. 方程$x^2+ax+b=0$恰好有两个实根

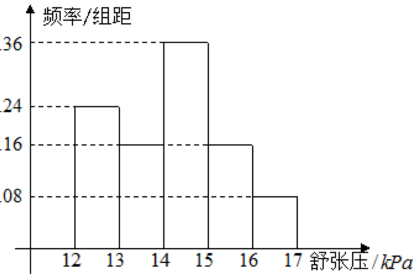
5. 已知实数x,y满足$a^x<a^y$（$0<a<1$），则下列关系式恒成立的是(　　)

A. $\dfrac{1}{x^2+1}>\dfrac{1}{y^2+1}$　　B. $\ln(x^2+1)>\ln(y^2+1)$　　C. $\sin x>\sin y$　　D. $x^3>y^3$

6. 直线$y=4x$与曲线$y=x^3$在第一象限内围成的封闭图形的面积为(　　)

A. $2\sqrt{2}$　　B. $4\sqrt{2}$　　C. 2　　D. 4

7. 为研究某药品的疗效，选取若干名志愿者进行临床试验，所有志愿者的舒张压数据（单位：kPa）的分组区间为$[12,13)$，$[13,14)$，$[14,15)$，$[15,16)$，$[16,17]$，将其按从左到右的顺序分别编号为第一组，第二组，......，第五组. 右图是根据试验数据制成的频率分布直方图. 已知第一组与第二组共有20人，第三组中没有疗效的有6人，则第三组中有疗效的人数为(　　)



A. 1　　B. 8　　C. 12　　D. 18

8. 已知函数$f(x)=|x-2|+1$, $g(x)=kx$, 若$f(x)=g(x)$有两个不相等的实根, 则实数k的取值范围是(　　)

A. $(0,\frac{1}{2})$　　　　B. $(\frac{1}{2},1)$　　　　C. $(1,2)$　　　　D. $(2,+\infty)$

9. 已知x,y满足约束条件$\begin{cases}x-y-1\le 0,\\ 2x-y-3\ge 0,\end{cases}$当目标函数$z=ax+by(a>0,b>0)$在该约束条件下取到最小值$2\sqrt{5}$时，$a^2+b^2$的最小值为(　　)

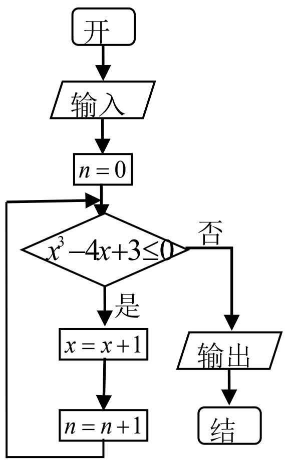
A. 5　　　　B. 4　　　　C. $\sqrt{5}$　　　　D. 2

10. 已知$a>b$，椭圆C_1的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，双曲线$C_2$的方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，$C_1$与$C_2$的离心率之积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$C_2$的渐近线方程为(　　)

A. $x\pm\sqrt{2}y=0$　　　　B. $\sqrt{2}x\pm y=0$　　　　C. $x\pm 2y=0$　　　　D. $2x\pm y=0$

二、填空题

11. 执行右面的程序框图，若输入的x的值为1，则输出的n的值为__________；



12. 在ΔABC中，已知$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\tan A$，当$A=\frac{\pi}{6}$时，$\Delta ABC$的面积为______；

13. 三棱锥$P-ABC$中，D，E分别为PB，PC的中点，记三棱锥$D-ABE$的体积为V_1，$P-ABC$的体积为V_2，则$\frac{V_1}{V_2}=$ __________；

14. 若$(ax^2+\frac{b}{x})^6$的展开式中x^3项的系数为20，则a^2+b^2的最小值为_______；

15. 已知函数$y=f(x)(x\in R)$. 对函数$y=g(x)(x\in I)$，定义$g(x)$关于$f(x)$的“对称函数”为$y=h(x)(x\in I)$，$y=h(x)$满足：对任意$x\in I$，两个点$(x,h(x))$，$(x,g(x))$关于点$(x,f(x))$对称，若$h(x)$是$g(x)=\sqrt{4-x^2}$关于$f(x)=3x+b$的“对称函数”，且$h(x)>g(x)$恒成立，则实数b的取值范围是___________；

三、解答题：本大题共6小题，共75分.

16.（本小题满分12分）

已知向量$\vec{a}=(m,\cos 2x)$，$\vec{b}=(\sin 2x,n)$，设函数$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$，且$y=f(x)$的图象过点$(\frac{\pi}{12},\sqrt{3})$和点$(\frac{2\pi}{3},-2)$.

（Ⅰ）求m,n的值；

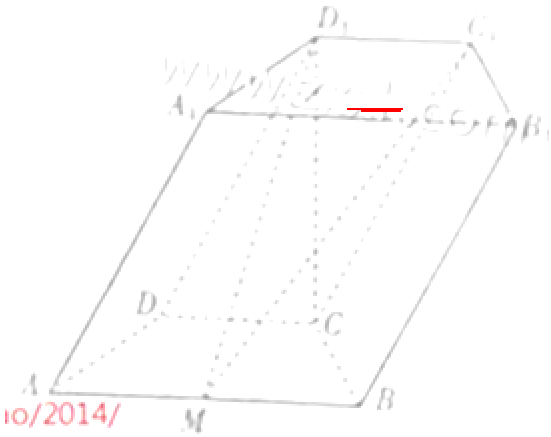
（Ⅱ）将$y=f(x)$的图象向左平移φ（$0<\varphi<\pi$）个单位后得到函数$y=g(x)$的图象.若$y=g(x)$的图象上各最高点到点$(0,3)$的距离的最小值为1，求$y=g(x)$的单调增区间.

17.（本小题满分12分）

如图，在四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$是等腰梯形，$\angle DAB=60^{\circ}$，$AB=2CD=2$，M是线段AB的中点.

（Ⅰ）求证：$C_1M\ //\ A_1ADD_1$；

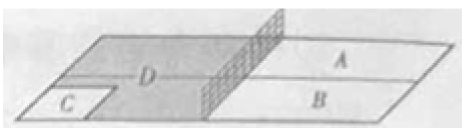
（Ⅱ）若CD_1垂直于平面$ABCD$且$CD_1=\sqrt{3}$，求平面C_1D_1M和平面$ABCD$所成的角（锐角）的余弦值.



18.（本小题满分12分）

乒乓球台面被网分成甲、乙两部分，如图，

甲上有两个不相交的区域A,B，乙被划分为两个不相交的区域C,D.某次测试要求队员接到落点在甲上的来球后向乙回球.规定：回球一次，落点在C上记3分，在D上记1分，其它情况记0分.对落点在A上的来球，小明回球的落点在C上的概率为$\frac{1}{2}$，在D上的概率为$\frac{1}{3}$；对落点在B上



的来球，小明回球的落点在C上的概率为$\frac{1}{5}$，在D上的概率为$\frac{3}{5}$.假设共有两次来球且落在A,B上各一次，小明的两次回球互不影响.求：

（Ⅰ）小明的两次回球的落点中恰有一次的落点在乙上的概率；

（Ⅱ）两次回球结束后，小明得分之和ξ的分布列与数学期望.

19.（本小题满分12分）

已知等差数列$\{a_n\}$的公差为2，前n项和为S_n，且S_1,S_2,S_4成等比数列.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）令$b_n=(-1)^{n-1}\frac{4n}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

20.（本小题满分13分）

设函数$f(x)=\frac{e^x}{x^2}-k(\frac{2}{x}+\ln x)$（$k$为常数，$e=2.71828\cdots$是自然对数的底数）.

（Ⅰ）当$k\le 0$时，求函数$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）若函数$f(x)$在$(0,2)$内存在两个极值点，求k的取值范围.

21.（本小题满分14分）

已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，A为C上异于原点的任意一点，过点A的直线l交C于另一点B，交x轴的正半轴于点D，且有$|FA|=|FD|$.当点A的横坐标为3时，ΔADF为正三角形.

（Ⅰ）求C的方程；

（Ⅱ）若直线$l_1 // l$，且l_1和C有且只有一个公共点E，

（ⅰ）证明直线AE过定点，并求出定点坐标；

（ⅱ）ΔABE的面积是否存在最小值？若存在，请求出最小值；若不存在，请说明理由.

参考答案

2014年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

理科数学参考答案

一．1、D 2、C 3、C 4、A 5、D 6、D 7、C 8、B 9、B 10、A

二．11、3 12、$\frac{1}{6}$ 13、$\frac{1}{4}$ 14、2 15、$\left(2\sqrt{10},+\infty\right)$

三．16、解：（Ⅰ）已知 $f(x)=\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=m\sin 2x+n\cos 2x$，

Q $f(x)$ 的图像过点 $\left(\frac{\pi}{12},\sqrt{3}\right),\left(\frac{2\pi}{3},-2\right)$

$\therefore f(\frac{\pi}{12})=m\sin\frac{\pi}{6}+n\cos\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}$，

$f(\frac{2\pi}{3})=m\sin\frac{4\pi}{3}+n\cos\frac{4\pi}{3}=-2$

$\therefore\begin{cases}\frac{1}{2}m+\frac{\sqrt{3}}{2}n=\sqrt{3}\\-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}=-2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=\sqrt{3}\\n=1\end{cases}$

（Ⅱ） $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$， $g(x)=f(x+\varphi)=2\sin(2x+2\varphi+\frac{\pi}{6})$

设 $g(x)$ 的对称轴为 $x=x_0$， Q $d=\sqrt{1+{x_0}^2}=1$ 解得 $x_0=0$

$\therefore g(0)=2$，解得 $\varphi=\frac{\pi}{6}$

$\therefore g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6})=2\sin(2x+\frac{\pi}{2})=2\cos 2x$

$\therefore -\pi+2k\pi\le 2x\le 2k\pi,k\in Z$

$-\frac{\pi}{2}+k\pi\le x\le k\pi,k\in Z$

$\therefore f(x)$ 的单调赠区间 $\left[-\frac{\pi}{2}+k\pi,k\pi\right],k\in Z$

17、解：（Ⅰ）证明：因为四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，

且 $AB=2CD$

所以 $AB//\mathrm{DC}$,又由 M 是 AB 中点，

因此 $CD//MA$ 且 $CD=MA$.

连接 AD_1

在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，

因为 $CD//C_1D_1$, $CD=C_1D_1$

可得 $C_1D_1//MA, C_1D_1=MA$

所以四边形 AMC_1D_1 为平行四边形

因此 $C_1M//D_1A$

又 $C_1M\not\subset$ 平面A_1ADD_1 , $D_1A\subset$ 平面A_1ADD_1 ,

所以 $C_1M//$平面A_1ADD_1

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，平 $D_1C_1M\cap$ 面 $ABCD=AB$ 过 C 向 AB 做垂线交 AB 于 N ，连接 D_1N ,

由 $CD_1\perp$ 面$ABCD$,可得 $D_1N\perp AB$,故 $\angle D_1NC$ 为二面角 C_1-AB-C 的平面角

在 $RT\triangle D_1CN$ 中， $BC=1, \angle NBC=60^\circ$可得$CN=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

所以 $ND_1=\sqrt{CD_1^2+CN^2}=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$

在 $Rt\vee D_1CN$ 中， $\cos\angle D_1NC=\dfrac{CN}{D_1N}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$,

所以平面 C_1D_1M 和平面 $ABCD$ 所成的角（锐角）的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

18、解：（Ⅰ）设恰有一次的落点在乙上为事件 A

$P(A)=\dfrac{5}{6}\times\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{3}{10}$

（Ⅱ） ξ 的可能取值为 $0,1,2,3,4,6$

$P(\xi=0)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{30}$ ， $P(\xi=1)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{6}$

$P(\xi=2)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}, P(\xi=3)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{2}{15}$

$P(\xi=4)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{5}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{11}{30}, P(\xi=6)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{10}$

$\therefore \xi$ 的分布列为

ξ	0	1	2	3	4	6
P	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{1}{10}$

$\therefore$ 其数学期望为 $E(\xi)=0\times\frac{1}{30}+1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{2}{15}+4\times\frac{11}{30}+6\times\frac{1}{10}=\frac{91}{30}$

19、解：（Ⅰ） $d=2, S_1=a_1, S_2=2a_1+d, S_4=4a_1+6d$

$\because S_1,S_2,S_4$ 成等比数列

$\therefore S_2^2=S_1S_4$

解得 $a_1=1, \therefore a_n=2n-1$

（Ⅱ）$b_n=(-1)^{n-1}\frac{4n}{a_na_{n+1}}=(-1)^{n-1}(\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n+1})$

当 n 为偶数时，$T_n=(1+\frac{1}{3})-(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})+(\frac{1}{5}+\frac{1}{7})-\cdots+(\frac{1}{2n-3}+\frac{1}{2n-1})-(\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n+1})$

当 n 为奇数时，$T_n=(1+\frac{1}{3})-(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})+(\frac{1}{5}+\frac{1}{7})-\cdots-(\frac{1}{2n-3}+\frac{1}{2n-1})+(\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n+1})$

$\therefore T_n=1+\frac{1}{2n+1}=\frac{2n+2}{2n+1}$

$$\therefore T_n=\begin{cases}\dfrac{2n}{2n+1}, n\text{为偶数}\\ \dfrac{2n+2}{2n+1}, n\text{为奇数}\end{cases}$$

20、解：（Ⅰ）$f'(x)=\frac{e^x\cdot x^2-2xe^x}{x^4}-k(-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x})$

$=\frac{(x-2)(e^x-kx)}{x^3}(x>0)$

当 $k\le 0$ 时，$kx\le 0, \therefore e^x-kx>0$

令 $f'(x)=0$，则 $x=2$

$\therefore$ 当 $x\in(0,2)$ 时，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(2,+\infty)$ 时，$f(x)$ 单调递增.

（Ⅱ）令 $g(x)=e^x-kx$

则 $g'(x)=e^x-k$

当 $k\le 0$ 时，$g'(x)>0$ 恒成立，$\therefore g(x)$ 在 $(0,2)$ 上单调递增，不符合题意.

当 $k>0$ 时

令 $g'(x)=0$，$\therefore e^x=k, x=\ln k$

$\because g'(0)=1-k<0, g(0)=1>0$

$g'(2)=e^2-k>0, g(2)=e^2-2k>0$

$\therefore k<\dfrac{e^2}{2}$

$g(\ln k)=e^{\ln k}-k\ln k<0$

$\therefore \ln k>1$

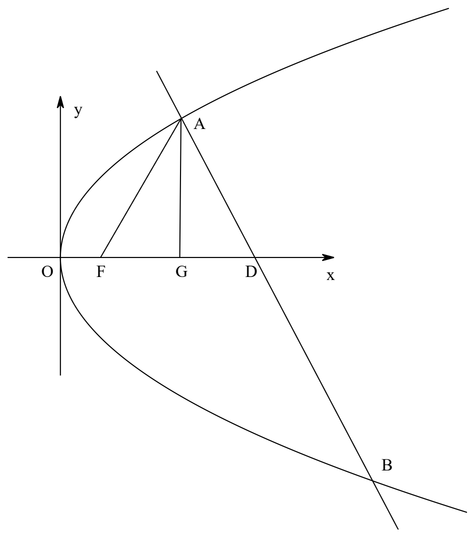
$\therefore k>e$

综上：k 的取值范围为 $\left(e,\dfrac{e^2}{2}\right)$.

21、解：（Ⅰ）当 A 的横坐标为 3 时，过 A 作 $AG\perp x$ 轴于 G，

$|AF|=3+\dfrac{p}{2}$

$\therefore |FD|=|AF|=3+\dfrac{p}{2}$



QVAFD 为等边三角形

$\therefore |FG|=\dfrac{1}{2}|FD|=\dfrac{3}{2}+\dfrac{p}{4}$

又 $|FG|=3-\dfrac{p}{2}$

$\therefore \dfrac{3}{2}+\dfrac{p}{4}=3-\dfrac{p}{2}$，$\therefore p=2$，$\therefore C: y^2=4x$

（Ⅱ）（ⅰ）设 $A(x_1,y_1)$，$|FD|=|AF|=x_1+1$

$\therefore D(x_1+2,0)$ $\therefore k_{AB}=\dfrac{y_1}{2}$

Q$l_1//l_{AB}$ $\therefore k_{l_1}=-\dfrac{1}{2}y_1$

又 l_1 与 C 相切，设切点 $E(x_E,y_E)$，

$x=\dfrac{1}{4}y^2$，$x'=\dfrac{1}{2}y$ $\therefore \dfrac{1}{2}y_E=\dfrac{-2}{y_1}$，$\therefore y_E=-\dfrac{4}{y_1}$

$x_E=\frac{1}{4}\left(-\frac{4}{y_1}\right)^2=\frac{4}{y_1^2}\ \therefore E\left(\frac{4}{y_1^2},-\frac{4}{y_1}\right),\mathrm{A}\left(\frac{y_1^2}{4},\mathrm{y}_1\right)$

$\therefore l_{AE}:\mathrm{y}-\mathrm{y}_1=\frac{\mathrm{y}_1+\frac{4}{\mathrm{y}_1}}{\frac{4}{y_1^2}-\frac{y_1^2}{4}}\left(x-\frac{y_1^2}{4}\right)$

即 $y=\frac{4y_1}{y_1^2-4}(x-1)$ 恒过点 $(1,0)$ $\therefore$ 直线 AE 过定点 $(1,0)$.

（ii） $l_{AB}:\mathrm{y}-\mathrm{y}_1=-\frac{\mathrm{y}_1}{2}\left(x-\frac{y_1^2}{4}\right)$,

即 $\begin{cases}x=-\frac{2}{y_1}y+\frac{y_1^2}{4}+2\\y^2=4x\end{cases}$

$y^2+\frac{8}{y_1}y-\left(y_1^2+8\right)=0$

$y_1+y_2=-\frac{8}{y_1}$

$\therefore y_2=-y_1-\frac{8}{y_1}$

$|AB|=\sqrt{1+\frac{4}{y_1^2}}\cdot|y_1-y_2|=\sqrt{1+\frac{4}{y_1^2}}\left|2y_1+\frac{8}{y_1}\right|$

点 E 到 AB 的距离 $d=\frac{\left|\frac{8}{y_1^2}+\frac{y_1^2}{4}+2-\frac{4}{y_1^2}\right|}{\sqrt{1+\frac{4}{y_1^2}}}=\frac{\left|\frac{4}{y_1^2}+\frac{y_1^2}{4}+2\right|}{\sqrt{1+\frac{4}{y_1^2}}}$

$\therefore S=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\left|2y_1+\frac{8}{y_1}\right|\left|\frac{4}{y_1^2}+\frac{y_1^2}{4}+2\right|=2\left|\frac{y_1}{2}+\frac{2}{y_1}\right|^3\geq 2\times 2^3=16$，当且仅当 $y_1=\pm 2$ 时，“$=$”成立.

选择填空解析

2014年全国统一高考（山东）理科真题及详解

一．选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分。在每小题给出的四个选项中，选择符

合题目要求的选项。

1. 已知 $a,b\in R,i$ 是虚数单位，若 $a-i$ 与 $2+bi$ 互为共轭复数，则 $(a+bi)^2=$

（A） $5-4i$ (B) $5+4i$ (C) $3-4i$ (D) $3+4i$

答案：D

解析： $a-i$ 与 $2+bi$ 互为共轭复数，

$\therefore a=2,b=1\therefore\left(a+bi\right)^2=\left(2+i\right)^2$

$=4+4i+i^2=3+4i$

2. 设集合 $A=\{x\|x-1|<2\},B=\{y|y=2^x,x\in[0,2]\}$, 则 $A\bigcap B=$

(A) [0,2] (B) (1,3) (C) [1,3) (D) (1,4)

答案：C

解析：

$\because |x-1|<2\therefore -2<x-1<2\therefore -1<x<3$

$\because y=2^x,x\in\left[0,2\right]\therefore y\in\left[1,4\right]$

$\therefore A\cap B=\left[1,3\right)$

3. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{(\log_2 x)^2-1}}$ 的定义域为

(A) $(0,\dfrac{1}{2})$ (B) $(2,+\infty)$ (C) $(0,\dfrac{1}{2})\bigcup(2,+\infty)$ (D) $(0,\dfrac{1}{2}]\bigcup[2,+\infty)$

答案：C

解析：

$\left(\log_2 x\right)^2-1>0$

$\therefore \log_2 x>1$ 或 $\therefore \log_2 x<-1$

$\therefore x>2$ 或 $\therefore 0<x>\dfrac{1}{2}$。

4. 用反证法证明命题“设 $a,b\in R,$ 则方程 $x^2+ax+b=0$ 至少有一个实根”时要做的假设是

(A)方程 $x^2+ax+b=0$ 没有实根 (B)方程 $x^2+ax+b=0$ 至多有一个实根

(C)方程 $x^2+ax+b=0$ 至多有两个实根 (D)方程 $x^2+ax+b=0$ 恰好有两个实根

5. 已知实数 x,y 满足 $a^x<a^y(0<a<1)$，则下列关系式恒成立的是

(A) $\dfrac{1}{x^2+1}>\dfrac{1}{y^2+1}$ (B) $\ln(x^2+1)>\ln(y^2+1)$ (C) $\sin x>\sin y$ (D) $x^3>y^3$

答案：D

解析：

$Q\, a^{x} < a^{y}, 0 < a < 1$ ，排除A,B，对于C ， $\sin x$ 是周期函数，排除C。
$\therefore x > y$

6. 直线 $y = 4x$ 与曲线 $y = x^{2}$ 在第一象限内围成的封闭图形的面积为

（A） $2\sqrt{2}$ （B） $4\sqrt{2}$ （C）2（D）4

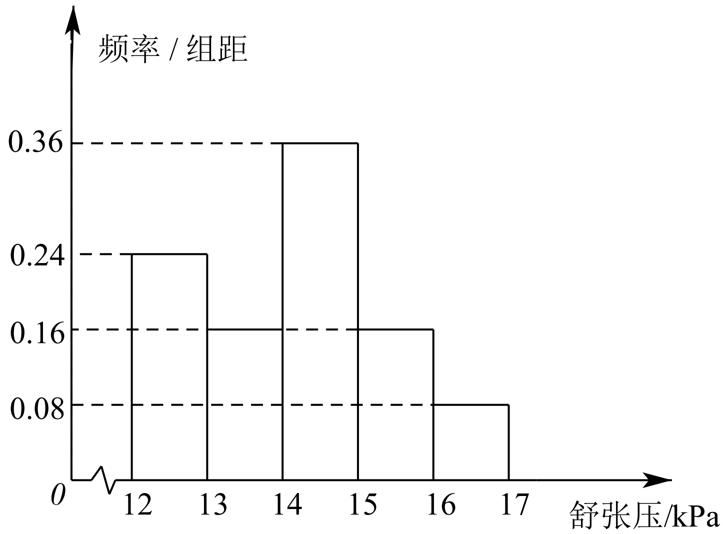
答案：D
解析：

$Q\, 4x = x^{3}$ ， $Q\, 4x - x^{3} = x\left(4 - x^{2}\right) = x\left(2 + x\right)\left(2 - x\right)$

第一象限

$\int_{0}^{2}\left(4x - x^{3}\right) = 2x^{2} - \frac{1}{4}x^{4} = 8 - 4 = 0$

7.为了研究某药厂的疗效，选取若干名志愿者进行临床试验，所有志愿者的舒张压数据（单位： kPa ）的分组区间为[12,13),[13,14),[14,15),[15,16),[16,17],将其按从左到右的顺序分别编号为第一组，第二组，……，第五组，右图是根据试验数据制成的频率分布直方图，已知第一组与第二组共有20人，第三组中没有疗效的有6人，则第三组中有疗效的人数为



（A）6　（B）8　（C）　12（D）18
答案：C
解析：第一组与第二组频率之和为0.24+0.16=0.4

$20 \div 0.4 = 50$

$50 \times 0.36 = 18$

$18 - 6 = 12$

8. 已知函数 $f\left(x\right) = \left|x - 2\right| + 1$, $g\left(x\right) = kx$. 若方程 $f\left(x\right) = g\left(x\right)$ 有两个不相等的实根，则实数k的取值范围是

（A）$(0,\frac{1}{2})$（B）$(\frac{1}{2},1)$（C）$(1,2)$（D）$(2,+\infty)$

答案：B

解析：画出 $f\left(x\right)$ 的图象最低点是 $\left(2,1\right)$， $g\left(x\right)=kx$ 过原点和 $\left(2,1\right)$ 时斜率最小为 $\frac{1}{2}$，斜率最大时 $g\left(x\right)$ 的斜率与 $f\left(x\right)=x-1$ 的斜率一致。

9. 已知 x, y 满足的约束条件 $\begin{cases} x-y-1\le 0, \\ 2x-y-3\ge 0, \end{cases}$ 当目标函数 $z=ax+by(a>0,b>0)$ 在该约束条件下取得最小值 $2\sqrt{5}$ 时， a^2+b^2 的最小值为

（A）5（B）4（C）$\sqrt{5}$（D）2

答案：B

解析：$\begin{cases} x-y-1\le 0 \\ 2x-y-3\ge 0 \end{cases}$ 求得交点为 $\left(2,1\right)$，则 $2a+b=2\sqrt{5}$，即圆心 $\left(0,0\right)$ 到直线 $2a+b-2\sqrt{5}=0$ 的距离的平方 $\left(\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right)^2=2^2=4$。

10. 已知 $a>0,b>0$，椭圆 C_1 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，双曲线 C_2 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$， C_1 与 C_2 的离心率之积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 C_2 的渐近线方程为

（A）$x\pm\sqrt{2}y=0$（B）$\sqrt{2}x\pm y=0$（C）$x\pm 2y=0$（D）$2x\pm y=0$

答案：A

解析：

$$e_1{}^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2-b^2}{a^2}$$

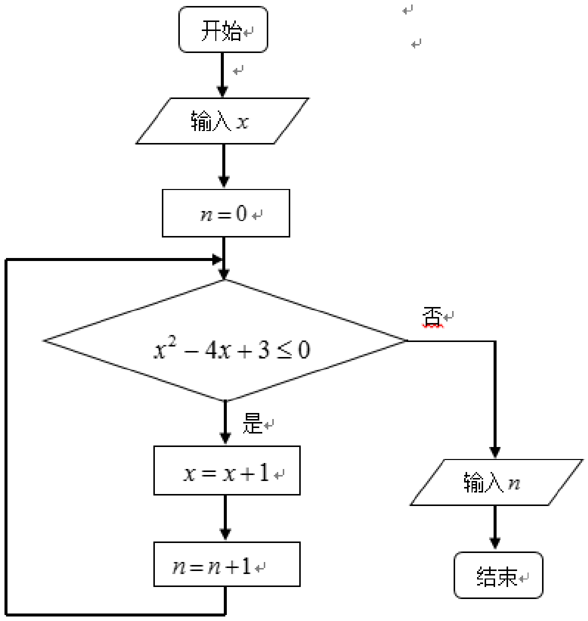
$$e_2{}^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2}$$

$$\therefore\left(e_1e_2\right)^2=\frac{a^4-b^4}{a^4}=\frac{3}{4}\therefore a^4=4b^4$$

$$\therefore\frac{b}{a}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

二．填空题：本大题共5小题，每小题5分，共25分，答案须填在题中横线上。

11. 执行下面的程序框图，若输入的 x 的值为1，则输出的 n 的值为 ________ 。



答案：3

解析：根据判断条件 $x^2-4x+3\le 0$，得 $1\le x\le 3$，

输入 $x=1$

第一次判断后循环，$x=x+1=2, n=n+1=1$

第二次判断后循环，$x=x+1=3, n=n+1=2$

第三次判断后循环，$x=x+1=4, n=n+1=3$

第四次判断不满足条件，退出循环，输出 $n=3$

12. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\tan A$，当 $A=\dfrac{\pi}{6}$ 时，$\triangle ABC$ 的面积为 ________ 。

答案：$\dfrac{1}{6}$

解析：由条件可知 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=cb\cos A=\tan A$，

当 $A=\dfrac{\pi}{6}$，$bc=\dfrac{2}{3}, S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{6}$

13. 三棱锥 $P-ABC$ 中，D,E 分别为 PB,PC 的中点，记三棱锥 $D-ABE$ 的体积为 V_1，$P-ABC$ 的体积为 V_2，则 $\dfrac{V_1}{V_2}=$ ________ 。

答案：$\dfrac{1}{4}$

解析：分别过E,C向平面做高h_1,h_2，由E为PC的中点得$\dfrac{h_1}{h_2}=\dfrac{1}{2}$，

由D为PB的中点得$S_{\Delta ABD}=\dfrac{1}{2}S_{\Delta ABP}$，所以$V_1:V_2=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABD}\cdot h_1=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABP}\cdot h_2=\dfrac{1}{4}$

14. 若$\left(ax^6+\dfrac{b}{x}\right)^4$的展开式中$x^3$项的系数为20，则$a^2+b^2$的最小值为________。

答案：2

解析：将$(ax^2+\dfrac{b}{x})^6$展开，得到$T_{r+1}=C_6^r a^{6-r}b^r x^{12-3r}$，令$12-3r=3$,得$r=3$.

由$C_6^3a^3b^3=20$，得$ab=1$，所以$a^2+b^2\geq 2ab=2$.

15. 已知函数$y=f(x)(x\in R)$，对函数$y=g\left(x\right)\left(x\in I\right)$，定义$g\left(x\right)$关于$f\left(x\right)$的“对称函数”为函数$y=h\left(x\right)\left(x\in I\right)$，$y=h\left(x\right)$满足：对任意$x\in I$，两个点$\left(x,h\left(x\right)\right),\left(x,g\left(x\right)\right)$关于点$\left(x,f\left(x\right)\right)$对称，若$h\left(x\right)$是$g\left(x\right)=\sqrt{4-x^2}$关于$f\left(x\right)=3x+b$的“对称函数”，且$h\left(x\right)>g\left(x\right)$恒成立，则实数$b$的取值范围是________。

答案：$b>2\sqrt{10}$

解析：根据图像分析得，当$f(x)=3x+b$与$g(x)=\sqrt{4-x^2}$在第二象限相切时，

$b=2\sqrt{10}$，由$h(x)>g(x)$恒成立得$b>2\sqrt{10}$.