2011年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学（理工农医类）

参考公式：（1）$P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$，其中$A,B$为两个事件，且$P(A)>0$，

（2）柱体体积公式$V=Sh$，其中S为底面面积，h为高。

（3）球的体积公式$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$，其中R为求的半径。

一、选择题（共8小题，每小题5分，满分40分）

1．（5分）（2011•湖南）若a，b∈R，i为虚数单位，且（a+i）i=b+i则（　　）

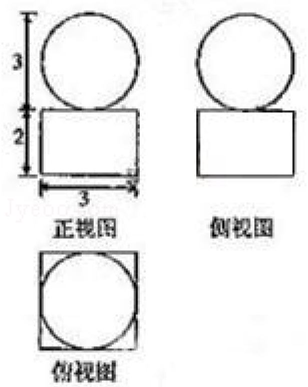
A．a=1，b=1　　B．a=﹣1，b=1　　C．a=﹣1，b=﹣1　　D．a=1，b=﹣1

2．（5分）（2011•湖南）设集合M={1，2}，N={a^2}，则"a=1"是"N⊆M"的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分又不必要条件

3．（5分）（2011•湖南）设如图是某几何体的三视图，则该几何体的体积为（　　）



A．9π+42　　B．36π+18　　C．$\frac{9}{2}\pi+12$　　D．$\frac{9}{2}\pi+18$

4．（5分）（2011•湖南）通过随机询问110名性别不同的大学生是否爱好某项运动，得到如下的列联表：

	男	女	总计
爱好	40	20	60
不爱好	20	30	50
总计	60	50	110

由$k^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$算得，

$k^2=\frac{110\times(40\times30-20\times20)^2}{60\times50\times60\times50}\approx7.8$．

$P(K^2\geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

参照附表，得到的正确结论是（　　）

A．在犯错误的概率不超过0.1%的前提下，认为“爱好该项运动与性别有关”

B．在犯错误的概率不超过0.1%的前提下，认为“爱好该项运动与性别无关”

C．有99%以上的把握认为“爱好该项运动与性别有关”

D．有99%以上的把握认为“爱好该项运动与性别无关”

5．（5分）（2011•湖南）设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{9}=1$（$a>0$）的渐近线方程为3x±2y=0，则a的值为（　　）

A．4　B．3　C．2　D．1

6．（5分）（2011•湖南）由直线$x=-\frac{\pi}{3}$，$x=\frac{\pi}{3}$，$y=0$与曲线y=cosx所围成的封闭图形的面积为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　B．1　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　D．$\sqrt{3}$

7．（5分）（2011•湖南）设m＞1，在约束条件$\begin{cases}y\geqslant x\\ y\leqslant mx\\ x+y\leqslant 1\end{cases}$下，目标函数Z=X+my的最大值小于2，则m的取值范围为（　　）

A．（1，$1+\sqrt{2}$）　B．（$1+\sqrt{2}$，+∞）　C．（1，3）　D．（3，+∞）

8．（5分）（2011•湖南）设直线x=t与函数f（x）=x^2，g（x）=lnx的图象分别交于点M，N，则当|MN|达到最小时t的值为（　　）

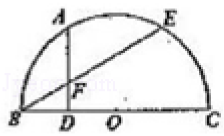
A．1　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题（共8小题，每小题5分，满分35分）

9．（5分）（2011•湖南）在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\alpha\\ y=1+\sin\alpha\end{cases}$（α为参数）在极坐标系（与直角坐标系xOy取相同的长度单位，且以原点O为极点，以x轴正半轴为极轴）中，曲线C_2的方程为p（cosθ﹣sinθ）+1=0，则C_1与C_2的交点个数为____________.

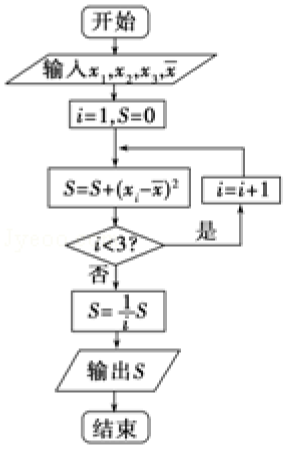
10．（5分）（2011•湖南）设x，y∈R，且xy≠0，则$\left(x^2+\frac{1}{y^2}\right)\left(\frac{1}{x^2}+4y^2\right)$的最小值为____________.

11．（2011•湖南）如图，A，E是半圆周上的两个三等分点，直径BC=4，AD⊥BC，垂足为D，BE与AD相交与点F，则AF的长为____________.



12．（5分）（2011•湖南）设S_n是等差数列$\{a_n\}$（n∈N^*）的前n项和，且$a_1=1$，$a_4=7$，则S_9=____________.

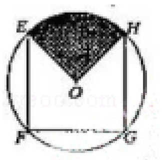
13．（5分）（2011•湖南）若执行如图所示的框图，输入$x_1=1$，$x_2=2$，$x_3=3$，$\overline{x}=2$，则输出的数等于____________.



14．（5分）（2011•湖南）在边长为1的正三角形ABC中，设$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{CA}=3\overrightarrow{CE}$则

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BE}$=____________．

15．（5分）（2011•湖南）如图，EFGH 是以O
为圆心，半径为1的圆的内接正方形．将一颗豆子随机地扔到该院内，用A表示事件“豆子落在正方形EFGH内”，B表示事件“豆子落在扇形OHE（阴影部分）内”，则
（1）P（A）=____________；　　（2）P（B|A）=____________．



16．（5分）（2011•湖南）对于$n\in N^+$，将n
表示$n=a_0\times2^k+a_1\times2^{k-1}+a_2\times2^{k-2}+\ldots+a_{k-1}\times2^1+a_k\times2^0$，当i=0时，$a_i=1$，当$1\le i\le k$时，$a_1$为0或1．记I（n）为上述表示中$a_i$为0的个数（例如：$1=1\times2^0$，$4=1\times2^2+0\times2^1+0\times2^0$，故I（1）=0，I（4）=2），则

（1）I（12）=____________；（2）$\sum\limits_{n=1}^{127}2^{I(n)}$=____________．

三、解答题（共6小题，满分75分）

17．（12分）（2011•湖南）在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且满足csinA=acosC．
（1）求角C的大小；
（2）求$\sqrt{3}\sin A-\cos\left(B+\frac{\pi}{4}\right)$的最大值，并求取得最大值时角A、B的大小．

18．（12分）（2011•湖南）某商店试销某种商品20天，获得如下数据：

日销售量（件）	0	1	2	3
频数	1	5	9	5

试销结束后（假设该商品的日销售量的分布规律不变），设某天开始营业时有该商品3件，当天营业结束后检查存货，若发现存货少于2件，则当天进货补充至3件，否则不进货，将频率视为概率．

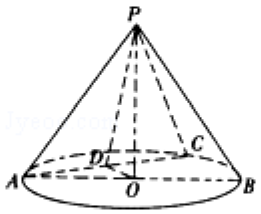
（Ⅰ）求当天商品不进货的概率；

（Ⅱ）记X为第二天开始营业时该商品的件数，求X的分布列和数学期望．

19．（12分）（2011•湖南）如图，在圆锥PO中，已知PO=$\sqrt{2}$，⊙O的直径AB=2，C是$\widehat{AB}$的中点，D为AC的中点．

（Ⅰ）证明：平面POD⊥平面PAC；

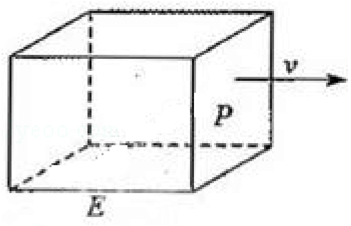
（Ⅱ）求二面角B﹣PA﹣C的余弦值．



20．（13分）（2011•湖南）如图，长方形物体E在雨中沿面P（面积为S）的垂直方向作匀速移动，速度为v（v＞0），雨速沿E移动方向的分速度为c（c∈R）．E移动时单位时间内的淋雨量包括两部分：（1）P或P的平行面（只有一个面淋雨）的淋雨量，假设其值与|v﹣c|×S成正比，比例系数为$\frac{1}{10}$；（2）其它面的淋雨量之和，其值为$\frac{1}{2}$，记y为E移动过程中的总淋雨量，当移动距离d=100，面积S=$\frac{3}{2}$时．

（Ⅰ）写出y的表达式

（Ⅱ）设0＜v≤10，0＜c≤5，试根据c的不同取值范围，确定移动速度v，使总淋雨量y最少．



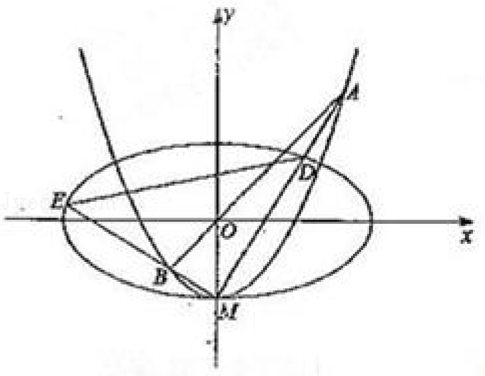
21．（13分）（2011•湖南）如图，椭圆C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，x轴被曲线$C_2$：$y=x^2-b$截得的线段长等于$C_1$的长半轴长．

（Ⅰ）求C_1，C_2的方程；

（Ⅱ）设C_2与y轴的交点为M，过坐标原点O的直线l与C_2相交于点A、B，直线MA，MB分别与C_1相交与D，E．

（i）证明：MD⊥ME；

（ii）记△MAB，△MDE的面积分别是S_1，S_2．问：是否存在直线l，使得$\frac{S_1}{S_2}=\frac{17}{32}$？请说明理由．



22．（13分）（2011•湖南）已知函数f（x）=x^3，g（x）=x+$\sqrt{x}$.

（Ⅰ）求函数h（x）=f（x）﹣g（x）的零点个数．并说明理由；

（Ⅱ）设数列{a_n}（n∈N^*）满足a_1=a（a＞0），f（a_{n+1}）=g（a_n），证明：存在常数M，使得对于任意的n∈N^*，都有a_n≤M．