绝密★启用前

2020年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学Ⅰ

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1．本试卷共4页，均为非选择题(第1题~第20题，共20题)。本卷满分为160分，考试时间为120分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.

3．请认真核对监考员从答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.

4．作答试题，必须用0.5毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效.

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗.

参考公式：

柱体的体积$V=Sh$，其中S是柱体的底面积，h是柱体的高.

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分．请把答案填写在答题卡相应位置上.

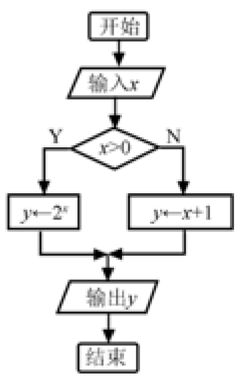
1.已知集合$A=\{-1,0,1,2\},B=\{0,2,3\}$，则$A\cap B=$_____.

2.已知i是虚数单位，则复数$z=(1+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})$的实部是_____.

3.已知一组数据$4,2a,3-a,5,6$的平均数为4，则a的值是_____.

4.将一颗质地均匀的正方体骰子先后抛掷2次，观察向上的点数，则点数和为5的概率是_____.

5.如图是一个算法流程图，若输出y的值为-2，则输入x的值是_____.

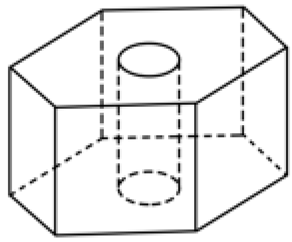


6.在平面直角坐标系xOy中，若双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}$ - $\dfrac{y^2}{5}$=1(a＞0)的一条渐近线方程为y=$\dfrac{\sqrt{5}}{2}x$，则该双曲线的离心率是____.

7.已知$y=f(x)$是奇函数，当$x\geq0$时，$f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}$，则$f(-8)$的值是____.

8.已知$\sin^2(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)=\dfrac{2}{3}$，则$\sin 2\alpha$的值是____.

9.如图，六角螺帽毛坯是由一个正六棱柱挖去一个圆柱所构成的．已知螺帽的底面正六边形边长为2 cm，高为2 cm，内孔半轻为0.5 cm，则此六角螺帽毛坯的体积是____cm.

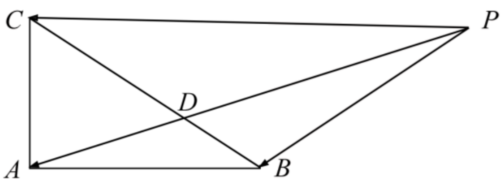


10.将函数$y=3\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$的图象向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度，则平移后的图象中与$y$轴最近的对称轴的方程是____.

11.设$\{a_n\}$是公差为d的等差数列，$\{b_n\}$是公比为q的等比数列．已知数列$\{a_n+b_n\}$的前n项和$S_n=n^2-n+2^n-1(n\in\mathbf{N}^+)$，则$d+q$的值是_______.

12.已知$5x^2y^2+y^4=1(x,y\in R)$，则x^2+y^2的最小值是_______.

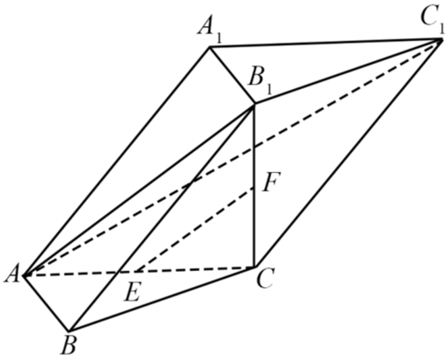
13.在△ABC中，$AB=4$，$AC=3$，$\angle BAC$=90°,D在边BC上，延长AD到P，使得AP=9，若$\overrightarrow{PA}=m\overrightarrow{PB}+(\dfrac{3}{2}-m)\overrightarrow{PC}$（$m$为常数），则$CD$的长度是________.



14.在平面直角坐标系xOy中，已知$P(\dfrac{\sqrt{3}}{2},0)$，A，B是圆C：$x^2+(y-\dfrac{1}{2})^2=36$上的两个动点，满足$PA=PB$，则△$PAB$面积的最大值是__________.

二、解答题：本大题共6小题，共计90分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

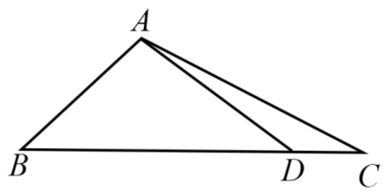
15.在三棱柱ABC-$A_1B_1C_1$中，$AB\perp AC$，$B_1C\perp$平面ABC，E，F分别是AC，B_1C的中点.



（1）求证：EF∥平面AB_1C_1；

（2）求证：平面$AB_1C\perp$平面ABB_1.

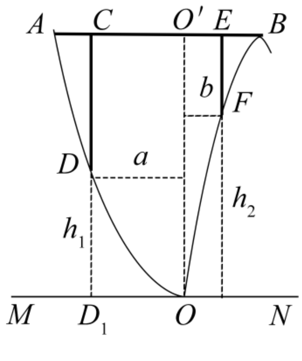
16.在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知 $a=3, c=\sqrt{2}, B=45°$.



（1）求 $\sin C$ 的值；

（2）在边BC上取一点D，使得 $\cos\angle ADC=-\frac{4}{5}$，求 $\tan\angle DAC$ 的值.

17.某地准备在山谷中建一座桥梁，桥址位置的竖直截面图如图所示：谷底O在水平线MN上、桥AB与MN平行，OO'为铅垂线(O'在AB上).经测量，左侧曲线AO上任一点D到MN的距离 h_1(米)与D到 OO' 的距离a(米)之间满足关系式 $h_1=\frac{1}{40}a^2$；右侧曲线BO上任一点F到MN的距离 h_2(米)与F到 OO' 的距离b(米)之间满足关系式 $h_2=-\frac{1}{800}b^3+6b$.已知点B到 OO' 的距离为40米.

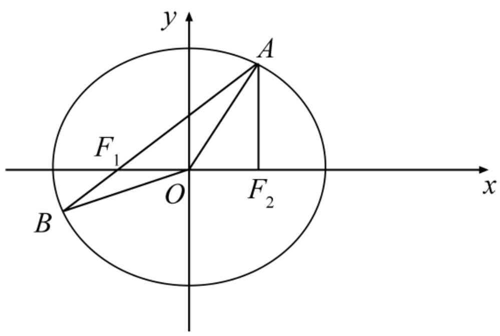


（1）求桥AB的长度；

（2）计划在谷底两侧建造平行于 OO' 的桥墩CD和EF，且CE为80米，其中C，E在AB上(不包括端点).桥

墩EF每米造价k(万元)、桥墩CD每米造价$\frac{3}{2}k$(万元)(k>0).问$O'E$为多少米时，桥墩CD与EF的总造价最低?

18.在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆$E:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$A$在椭圆$E$上且在第一象限内，$AF_2\perp F_1F_2$，直线$AF_1$与椭圆$E$相交于另一点$B$.



（1）求$\triangle AF_1F_2$的周长；

（2）在x轴上任取一点P，直线AP与椭圆E的右准线相交于点Q，求$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{QP}$的最小值；

（3）设点M在椭圆E上，记$\triangle OAB$与$\triangle MAB$的面积分别为S_1，S_2，若$S_2=3S_1$，求点M的坐标.

19.已知关于x的函数$y=f(x), y=g(x)$与$h(x)=kx+b(k,b\in\mathbf{R})$在区间$D$上恒有$f(x)\ge h(x)\ge g(x)$.

（1）若$f\left(x\right)=x^2+2x$，$g\left(x\right)=-x^2+2x$，$D=(-\infty,+\infty)$，求$h(x)$的表达式；

（2）若$f(x)=x^2-x+1$，$g(x)=k\ln x$，$h(x)=kx-k, D=(0,+\infty)$，求k的取值范围；

（3）若$f(x)=x^4-2x^2$，$g(x)=4x^2-8$，$h(x)=4\left(t^2-t\right)x-3t^4+2t^2(0<|t|\leqslant\sqrt{2}), D=[m,n]\subseteq\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$，求证：$n-m\le\sqrt{7}$.

20.已知数列$\{a_n\}(n\in N^*)$的首项a_1=1，前n项和为S_n．设λ与k是常数，若对一切正整数n，均有$S_{n+1}^{\frac{1}{k}}-S_n^{\frac{1}{k}}=\lambda a_{n+1}^{\frac{1}{k}}$成立，则称此数列为"λ–$k$"数列.

（1）若等差数列$\{a_n\}$是"λ–1"数列，求λ的值；

（2）若数列$\{a_n\}$是"$\frac{\sqrt{3}}{3}-2$"数列，且a_n>0，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（3）对于给定的λ，是否存在三个不同的数列$\{a_n\}$为"λ–3"数列，且a_n≥0?若存在，求λ的取值范围；若不存在，说明理由，

数学Ⅱ(附加题)

【选做题】本题包括A、B、C三小题，请选定其中两小题，并在相应的答题区域内作答．若多做，则按作答的前两小题评分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

A．[选修4-2：矩阵与变换]

21.平面上点 $A(2,-1)$ 在矩阵 $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{bmatrix}$ 对应的变换作用下得到点 $B(3,-4)$．

（1）求实数 a，b 的值；

（2）求矩阵 M 的逆矩阵 M^{-1}．

B．[选修4-4：坐标系与参数方程]

22.在极坐标系中，已知点 $A(\rho_1,\dfrac{\pi}{3})$ 在直线 $l:\rho\cos\theta=2$ 上，点 $B(\rho_2,\dfrac{\pi}{6})$ 在圆 $C:\rho=4\sin\theta$ 上（其中 $\rho\geq 0$，$0\leq\theta<2\pi$）．

（1）求 ρ_1，ρ_2 的值

（2）求出直线 l 与圆 C 的公共点的极坐标．

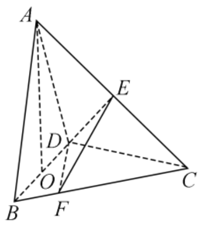
C．[选修4-5：不等式选讲]

23.设 $x\in\mathbf{R}$，解不等式 $2|x+1|+|x|\leq 4$．

【必做题】第24题、第25题，每题10分，共计20分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

24.在三棱锥A—

BCD中，已知$CB=CD=\sqrt{5}$,$BD=2$，O为BD的中点，$AO\perp$平面BCD，$AO=2$，E为AC的中点．



（1）求直线AB与DE所成角的余弦值；

（2）若点F在BC上，满足$BF=\dfrac{1}{4}BC$，设二面角F—DE—C的大小为θ，求$\sin\theta$的值．

25.甲口袋中装有2个黑球和1个白球，乙口袋中装有3个白球．现从甲、乙两口袋中各任取一个球交换放入另一口袋，重复n次这样的操作，记甲口袋中黑球个数为X_n，恰有2个黑球的概率为p_n，恰有1个黑球的概

率为q_n.

（1）求p_1·q_1和p_2·q_2；

（2）求$2p_n+q_n$与$2p_{n-1}+q_{n-1}$的递推关系式和X_n的数学期望$E(X_n)$(用n表示)．