2016年上海市春季高考（学业水平考试）数学试卷

2016.1

一. 填空题（本大题共12题，每题3分，共36分）

1. 复数$3+4i$（i为虚数单位）的实部是____；

2. 若$\log_2(x+1)=3$，则$x=$____；

3. 直线$y=x-1$与直线$y=2$的夹角为____；

4. 函数$f(x)=\sqrt{x-2}$的定义域为____；

5. 三阶行列式$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 4 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$中，元素$5$的代数余子式的值为____；

6. 函数$f(x)=\dfrac{1}{x}+a$的反函数的图像经过点$(2,1)$，则实数$a=$____；

7. 在$\triangle ABC$中，若$A=30^\circ$，$B=45^\circ$，$BC=\sqrt{6}$，则$AC=$____；

8. 4个人排成一排照相，不同排列方式的种数为____；（结果用数值表示）

9. 无穷等比数列$\{a_n\}$的首项为2，公比为$\dfrac{1}{3}$，则$\{a_n\}$的各项和为____；

10. 若$2+i$（i为虚数单位）是关于x的实系数一元二次方程$x^2+ax+5=0$的一个虚根，则$a=$____；

11. 函数$y=x^2-2x+1$在区间$[0,m]$上的最小值为0，最大值为1，则实数m的取值范围是____；

12. 在平面直角坐标系xOy中，点A、B是圆$x^2+y^2-6x+5=0$上的两个动点，且满足$|AB|=2\sqrt{3}$，则$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|$的最小值为____；

二. 选择题（本大题共12题，每题3分，共36分）

13. 满足$\sin\alpha>0$且$\tan\alpha<0$的角α属于（　）

A. 第一象限　　*B.* 第二象限　　*C.* 第三象限　　*D.* 第四象限；

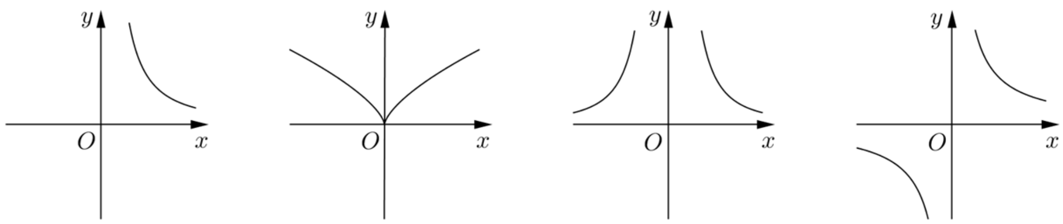
14. 半径为1的球的表面积为（　）

A. π　　*B.* $\dfrac{4}{3}\pi$　　*C.* 2π　　*D.* 4π

15. 在$(1+x)^6$的二项展开式中，x^2项的系数为（　）

A. 2　　*B.* 6　　*C.* 15　　*D.* 20

16. 幂函数$y=x^{-2}$的大致图像是（　）



A.　　　*B*.　　　*C*.　　　*D*.

17. 已知向量$\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(1,2)$，则向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$方向上的投影为（　）

A. 1　　*B*. 2　　*C*. $(1,0)$　　*D*. $(0,2)$

18. 设直线l与平面α平行，直线m在平面α上，那么（　）

A. 直线l平行于直线m　　*B*. 直线l与直线m异面

C. 直线l与直线m没有公共点　　*D*. 直线l与直线m不垂直

19. 用数学归纳法证明等式$1+2+3+...+2n=2n^2+n\ (n\in N^*)$的第（*ii*）步中，假设$n=k$时原等式成立，那么在$n=k+1$时，需要证明的等式为（　）

A. $1+2+3+...+2k+2(k+1)=2k^2+k+2(k+1)^2+(k+1)$

B. $1+2+3+...+2k+2(k+1)=2(k+1)^2+(k+1)$

C. $1+2+3+...+2k+(2k+1)+2(k+1)=2k^2+k+2(k+1)^2+(k+1)$

D. $1+2+3+...+2k+(2k+1)+2(k+1)=2(k+1)^2+(k+1)$

20. 关于双曲线$\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$与$\dfrac{y^2}{16}-\dfrac{x^2}{4}=1$的焦距和渐近线，下列说法正确的是（　）

A. 焦距相等，渐近线相同　　*B*. 焦距相等，渐近线不相同

C. 焦距不相等，渐近线相同　　*D*. 焦距不相等，渐近线不相同

21. 设函数$y=f(x)$的定义域为R，则“$f(0)=0$”是“$y=f(x)$为奇函数”的（　）

A. 充分不必要条件　　*B*. 必要不充分条件

C. 充要条件　　*D*. 既不充分也不必要条件

22. 下列关于实数a、b的不等式中，不恒成立的是（　）

A. $a^2+b^2\geq 2ab$　　*B*. $a^2+b^2\geq -2ab$

C. $(\dfrac{a+b}{2})^2\geq ab$　　*D*. $(\dfrac{a+b}{2})^2\geq -ab$

23. 设单位向量$\overrightarrow{e_1}$与$\overrightarrow{e_2}$既不平行也不垂直，对非零向量$\vec{a}=x_1\overrightarrow{e_1}+y_1\overrightarrow{e_2}$，$\vec{b}=x_2\overrightarrow{e_1}+y_2\overrightarrow{e_2}$，有结论：① 若$x_1y_2-x_2y_1=0$，则$\vec{a}\parallel\vec{b}$；② 若$x_1x_2+y_1y_2=0$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$；关于以上两个结论，正确的判断是（　）

A. ①成立，②不成立　　*B*. ①不成立，②成立

C. ①成立，②成立　　*D*. ①不成立，②不成立

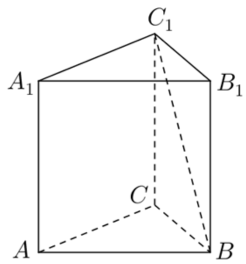
24. 对于椭圆 $C_{(a,b)}:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a,b>0,a\neq b)$，若点 (x_0,y_0) 满足 $\dfrac{{x_0}^2}{a^2}+\dfrac{{y_0}^2}{b^2}<1$，则称该点在椭圆 $C_{(a,b)}$ 内，在平面直角坐标系中，若点 A 在过点 $(2,1)$ 的任意椭圆 $C_{(a,b)}$ 内或椭圆 $C_{(a,b)}$ 上，则满足条件的点 A 构成的图形为（　）

A. 三角形及其内部　　*B*. 矩形及其内部

C. 圆及其内部　　*D*. 椭圆及其内部

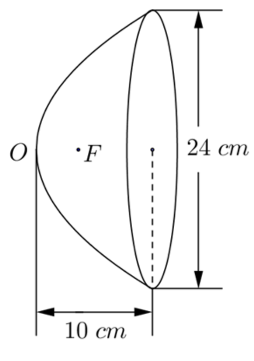
三. 解答题（本大题共5题，共8+8+8+12+12=48分）

25. 如图，已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $9\sqrt{3}$，底面边长为3，求异面直线 BC_1 与 AC 所成的角的大小；



26. 已知函数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$，求 $f(x)$ 的最小正周期及最大值，并指出 $f(x)$ 取得最大值时 x 的值；

27. 如图，汽车前灯反射镜与轴截面的交线是抛物线的一部分，灯口所在的圆面与反射镜的轴垂直，灯泡位于抛物线的焦点 F 处，已知灯口直径是 $24cm$，灯深 $10cm$，求灯泡与反射镜的顶点 O 的距离；



28. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列；

（1）若 a_1、a_3、a_4 成等比数列，求 a_1 的值；

（2）设 $a_1=-19$，数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1$，$b_{n+1}-b_n=(\frac{1}{2})^n$，记 $c_n=S_n+2^{n-1}\cdot b_n\ (n\in N^*)$，求数列 $\{c_n\}$ 的最小值 c_{n_0}；（即 $c_{n_0}\le c_n$ 对任意 $n\in N^*$ 成立）

29. 对于函数 $f(x)$ 与 $g(x)$，记集合 $D_{f>g}=\{x\,|\,f(x)>g(x)\}$；

（1）设 $f(x)=2|x|$，$g(x)=x+3$，求 $D_{f>g}$；

（2）设 $f_1(x)=x-1$，$f_2(x)=(\frac{1}{3})^x+a\cdot 3^x+1$，$h(x)=0$，如果 $D_{f_1>h}\cup D_{f_2>h}=R$，求实数 a 的取值范围；

附加题

一. 选择题（本大题共3题，每题3分，共9分）

1. 若函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)$ 是偶函数，则 φ 的一个值是（　）

A. 0　　*B.* $\frac{\pi}{2}$　　*C.* π　　*D.* 2π

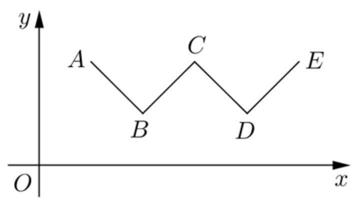
2. 在复平面上，满足 $|z-1|=4$ 的复数 z 所对应的点的轨迹是（　）

A. 两个点　　*B.* 一条线段　　*C.* 两条直线　　*D.* 一个圆

3. 已知函数 $f(x)$ 的图像是折线段 $ABCDE$，如图，其中 $A(1,2)$、$B(2,1)$、$C(3,2)$、$D(4,1)$、$E(5,2)$，若直线 $y=kx+b$ $(k,b\in R)$ 与 $f(x)$ 的图像恰有4个不同的公共点，则 k 的取值范围是（　）

A. $(-1,0)\cup(0,1)$　　*B.* $(-\frac{1}{3},\frac{1}{3})$

C. $(0,1]$　　*D.* $[0,\frac{1}{3}]$



二. 填空题（本大题共3题，每题3分，共9分）

4. 椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 的长半轴的长为____；

5. 已知圆锥的母线长为 10，母线与轴的夹角为 30°，则该圆锥的侧面积为____；

6. 小明用数列 $\{a_n\}$ 记录某地区2015年12月份31天中每天是否下过雨，方法为：当第 k 天下过雨时，记 $a_k=1$，当第 k 天没下过雨时，记 $a_k=-1$ $(1\le k\le 31)$；他用数列 $\{b_n\}$ 记录该地区该月每天气象台预报是否有雨，方法为：当预报第 k 天有雨时，记 $b_k=1$，当预报第 k 天没有雨时，记 $b_k=-1$ $(1\le k\le 31)$；记录完毕后，小明计算出 $a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3+\ldots+a_{31}b_{31}=25$，那么该月气象台预报准确的总天数为____；

三. 解答题（本大题12分）

7. 对于数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$，若对数列$\{c_n\}$的每一项c_k，均有$c_k = a_k$或$c_k = b_k$，则称数列$\{c_n\}$是$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的一个“并数列”；

（1）设数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的前三项分别为$a_1 = 1$，$a_2 = 3$，$a_3 = 5$，$b_1 = 1$，$b_2 = 2$，$b_3 = 3$，若数列$\{c_n\}$是$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的一个“并数列”，求所有可能的有序数组(c_1, c_2, c_3)；

（2）已知数列$\{a_n\}$、$\{c_n\}$均为等差数列，$\{a_n\}$的公差为1，首项为正整数t，$\{c_n\}$的前10项和为-30，前20项和为-260，若存在唯一的数列$\{b_n\}$，使得$\{c_n\}$是$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的一个“并数列”，求t的值所构成的集合；

参考答案

一. 填空题

1. 3；　2. 7；　3. $\frac{\pi}{4}$；　4. $[2,+\infty)$；

5. 8；　6. 1；　7. $2\sqrt{3}$；　8. 24；

9. 3；　10. -4；　11. $[1,2]$；　12. 4；

二. 选择题

13. B；　14. D；　15. C；　16. C；　17. A；　18. C；

19. D；　20. B；　21. B；　22. D；　23. A；　24. B；

三. 解答题

25. $h=4\Rightarrow\theta=\arccos\frac{3}{10}$；

26. $T=2\pi$，当 $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi\ (k\in Z)$ 时，有 $y_{\max}=2$；

27. $y^2=14.4x\Rightarrow|OF|=3.6cm$；

28.（1）$a_1=-8$；（2）$c_n=n^2-20n+2^n-1$，$c_{\min}=c_4=-49$；

29.（1）$D_{f>g}=(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$；（2）$a>-\frac{4}{9}$；

附加题

1. B；　2. D；　3. B；

4. 5；　5. 50π；　6. 28；

7.（1）$(1,3,5)$，$(1,3,3)$，$(1,2,5)$，$(1,2,3)$；

（2）$\{t\mid t\neq3,t\neq6,t\in N^*\}$；