2013年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

参考公式：

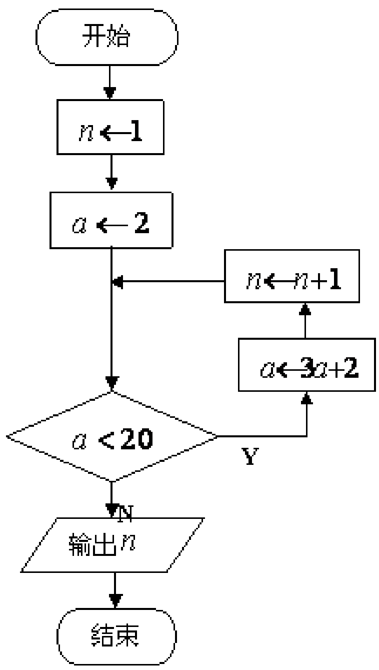
样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的方差 $s^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2$，其中 $\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ 。

棱锥的体积公式：$V=\frac{1}{3}Sh$，其中 S 是锥体的底面积，h 为高。

棱柱的体积公式：$V=Sh$，其中 S 是柱体的底面积，h 为高。

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分，请把答案填写在答题卡的相应位置上。

1、函数 $y=3\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 的最小正周期为____▲____。



2、设 $z=(2-i)^2$（i 为虚数单位)，则复数 z 的模为____▲____。

3、双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 的两条渐近线的方程为____▲____。

4、集合{-1，0，1}共有____▲____个子集。

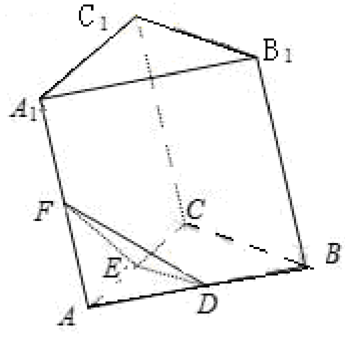
5、右图是一个算法的流程图，则输出的n的值是____▲____。

6、抽样统计甲、乙两位射击运动员的5次训练成绩（单位：环），结果如下：

运动员	第1次	第2次	第3次	第4次	第5次
甲	87	91	90	89	93
乙	89	90	91	88	92

则成绩较为稳定(方差较小)的那位运动员成绩的方差为____▲____。

7、现有某类病毒记作为 X_mY_n，其中正整数 $m,n(m\le7,n\le9)$ 可以任意选取，则 m,n 都取到奇数的概率为____▲____。



8、如图，在三棱柱$A_1B_1C_1$-ABC中，D、E、F分别为AB、AC、AA_1的中点，设三棱锥F-ADE的体积为V_1，三棱柱$A_1B_1C_1$-ABC的体积为V_2，则V_1：V_2=____▲____。

9、抛物线 $y=x^2$ 在 $x=1$ 处的切线与坐标轴围成三角形区域为D(包含三角

形内部与边界)。若点P(x，y)是区域D内的任意一点，则 $x+2y$ 的取值范围是____▲____。

10、设D、E分别是△ABC的边AB、BC上的点，且 $AD=\frac{1}{2}AB, BE=\frac{2}{3}BC$ 。若 $\overrightarrow{DE}=\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{AC}$ (λ_1、λ_2 均为实数)，则 $\lambda_1+\lambda_2$ 的值为____▲____。

11、已知 $f(x)$ 是定义在R上的奇函数。当 $x>0$ 时， $f(x)=x^2-4x$ ，则不等式 $f(x)>x$ 的解集用区间表示为____▲____。

12、在平面直角坐标系xoy中，椭圆C的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ ，右焦点为F，右准线为 l ，短轴的一个端点为B。设原点到直线BF的距离为 d_1 ，F到 l 的距离为 d_2 。若 $d_2=\sqrt{6}d_1$ ，则椭圆C的离心率为____▲____。

13、在平面直角坐标系xoy中，设定点A(a,a)，P是函数 $y=\frac{1}{x}(x>0)$ 图象上的一动点。若点P、A之间的最短距离为 $2\sqrt{2}$ ，则满足条件的实数a的所有值为=____▲____。

14、在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_5=\frac{1}{2}, a_6+a_7=3$ ，则满足 $a_1+a_2+\cdots+a_n>a_1a_2\cdots a_n$ 的最大正整数n的值为____▲____。

二、解答题：本大题共6小题，共计90分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明或演算步骤.

15、（本小题满分14分）

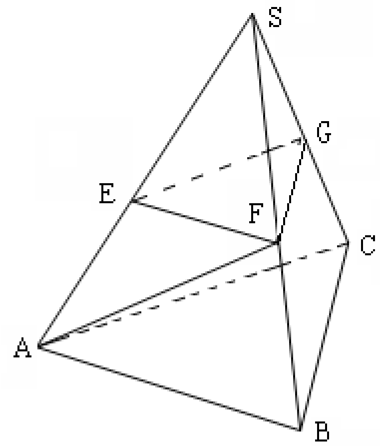
已知向量 $\vec{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha),\vec{b}=(\cos\beta,\sin\beta),0<\beta<\alpha<\pi$ 。

（1）若 $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{2}$ ，求证： $\vec{a}\perp\vec{b}$ ；

（2）设 $\vec{c}=(0,1)$ ，若 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$ ，求 α,β 的值。

16、（本小题满分14分）

如图，在三棱锥S-ABC中，平面$SAB\perp$平面SBC, $AB\perp BC$，AS=AB。过A作$AF\perp SB$，垂足为F，点E、G分别为线段SA、SC的中点。

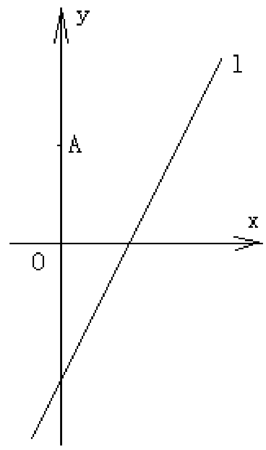


求证：（1）平面EFG//平面ABC;

（2）$BC\perp SA$。

17、（本小题满分14分）

如图，在平面直角坐标系xoy中，点A(0,3)，直线$l: y=2x-4$，设圆C的半径为1，圆心在直线l上。



（1）若圆心C也在直线$y=x-1$上，过点A作圆C的切线，求切线的方程;

（2）若圆C上存在点M，使MA=2MO，求圆心C的横坐标a的取值范围。

18、（本小题满分16分）

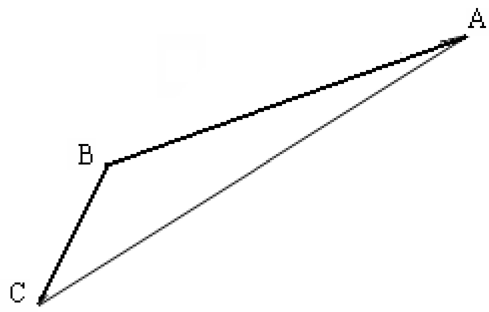
如图，游客从某旅游景区的景点A处下山至C处有两种路径。一种是从A沿直线步行到C，另

一种是先从A沿索道乘缆车到B，然后从B沿直线步行到C。
现有甲、乙两位游客从A处下山，甲沿AC匀速步行，速度为50米/分钟。在甲出发2分钟后，乙从A乘坐缆车到B，在B处停留1分钟后，再从B匀速步行到C。假设缆车速度为130米/分钟，山路AC的长为1260米，经测量，$\cos A=\dfrac{12}{13},\cos C=\dfrac{3}{5}$。

（1）求索道AB的长；

（2）问乙出发多少分钟后，乙在缆车上与甲的距离最短？

（3）为使两位游客在C处互相等待的时间不超过3分钟，乙步行的速度应控制在什么范围内？



19、（本小题满分16分）

设$\{a_n\}$是首项为a、公差为d的等差数列$(d\neq 0)$，S_n为其前n项和。记

$b_n=\dfrac{nS_n}{n^2+c},n\in N^*$，其中c为实数。

（1）若c=0，且b_1,b_2,b_4成等比数列，证明：$S_{nk}=n^2S_k(n,k\in N^*)$

（2）若$\{b_n\}$为等差数列，证明：c=0。

20、（本小题满分16分）

设函数$f(x)=\ln x-ax,g(x)=e^x-ax$，其中$a$为实数。

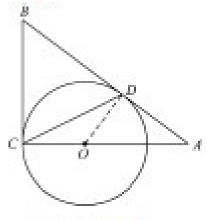
（1）若 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上是单调减函数，且 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上有最小值，求 a 的取值范围

；

（2）若 $g(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上是单调增函数，试求 $f(x)$ 的零点个数，并证明你的结论。

21．[选做题]本题包括A、B、C、D四小题，请选定其中两题，并在相应的答题区域内作答．若多做，则按作答的前两题评分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤

．



（第 21–A 题）

A．［选修4 - 1：几何证明选讲]（本小题满分10分）

如图，AB和BC分别与圆O相切于点D、C，AC经过圆心O，且BC=2OC。

求证：AC=2AD。

B．［选修4 - 2：矩阵与变换]（本小题满分10分）

已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 6\end{bmatrix}$，求矩阵 $A^{-1}B$．

C．［选修4 - 4：坐标系与参数方程]（本小题满分10分）

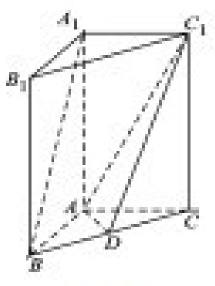
在平面直角坐标系 xoy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t+1\\ y=2t\end{cases}$（$t$ 为参数），曲线C的参数方程为

$\begin{cases}x=2\tan^2\theta\\ y=2\tan\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数）。试求直线 l 和曲线C的普通方程，并求出它们的公共点的坐标。

D．［选修4 - 5：不等式选讲]（本小题满分10分）

已知 $a \geqslant b > 0$，求证：$2a^3-b^3 \geqslant 2ab^2-a^2b$。

【必做题】第22题、第23题，每题10分，共计20分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．



22．（本小题满分10分）

如图，在直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中，AB⊥AC，AB=AC=2，A_1A =4，点D是BC的中点。

（1）求异面直线 A_1B 与 C_1D 所成角的余弦值；

（2）求平面 ADC_1 与平面 ABA_1 所成二面角的正弦值。

23．（本小题满分10分）

设数列$\{a_n\}$：1，-2，-2，3，3，3，-4，-4，-4，-4，…，$\overbrace{(-1)^{k-1}k,\cdots(-1)^{k-1}k}^{k个}$，…

即当$\frac{(k-1)k}{2}<n\le\frac{(k+1)k}{2}(k\in N^*)$时，$a_n=(-1)^{k-1}k$。记$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$ $(n\in N^*)$。

对于$l\in N^*$，定义集合P_l=｛$n\mid S_n$为a_n的整数倍，$n\in N^*$，且$1\leqslant n\leqslant l$｝

(1)求P_{11}中元素个数；

(2)求集合P_{2000}中元素个数。