2010年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数学（理工农医类）

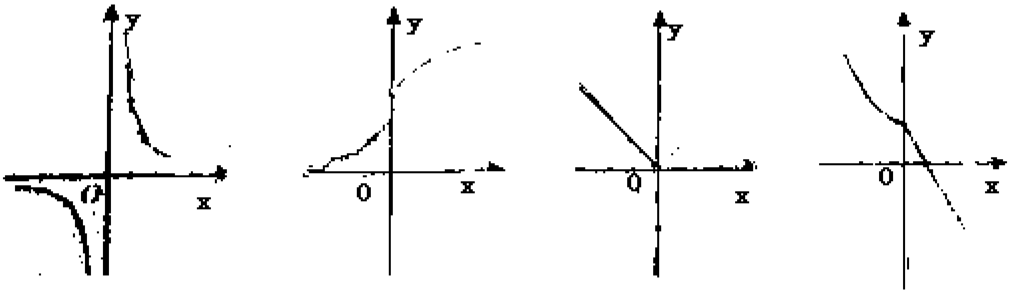
第 Ⅰ 卷

一、选择题：

（1）i 是虚数单位，计算 $i+i^2+i^3=$

（A）-1　　（B）1　　（C）$-i$　　（D）i

（2）下列四个图像所表示的函数，在点 $x=0$ 处连续的是



（A）　　（B）　　（C）　　（D）

（3）$2\log_5 10+\log_5 0.25=$

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）4

（4）函数 $f(x)=x^2+mx+1$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称的充要条件是

（A）$m=-2$　　（B）$m=2$　　（C）$m=-1$　　（D）$m=1$

（5）设点 M 是线段 BC 的中点，点 A 在直线 BC 外，$\overrightarrow{BC}^2=16,\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$，

则 $\left|\overrightarrow{AM}\right|=$

（A）8　　（B）4　　（C）2　　（D）1

（6）将函数 $y=\sin x$ 的图像上所有的点向右平行移动 $\dfrac{\pi}{10}$ 个单位长度，再把所得各点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），所得图像的函数解析式是

（A） $y=\sin(2x-\frac{\pi}{10})$　　（B） $y=\sin(2x-\frac{\pi}{5})$

（C） $y=\sin(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{10})$　　（D） $y=\sin(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{20})$

（7）某加工厂用某原料由甲车间加工出 A 产品，由乙车间加工出 B 产品．甲车间加工一箱原料需耗费工时 10 小时可加工出 7 千克 A 产品，每千克 A 产品获利 40 元，乙车间加工一箱原料需耗费工时 6 小时可加工出 4 千克 B 产品，每千克 B 产品获利 50 元．甲、乙两车间每天共能完成至多 70 箱原料的加工，每天甲、乙两车间耗费工时总和不得超过 480 小时，甲、乙两车间每天总获利最大的生产计划为

（A）甲车间加工原料 10 箱，乙车间加工原料 60 箱

（B）甲车间加工原料 15 箱，乙车间加工原料 55 箱

（C）甲车间加工原料 18 箱，乙车间加工原料 50 箱

（D）甲车间加工原料 40 箱，乙车间加工原料 30 箱

（8）已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1\neq 0$，其前 n 项的和为 S_n，且 $S_{n+1}=2S_n+a_1$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{S_n}=$

（A）0　　（B） $\frac{1}{2}$　　（C） 1　　（D）2

（9）椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点 F，其右准线与 x 轴的交点为 A，在椭圆上存在点 P 满足线段 AP 的垂直平分线过点 F，则椭圆离心率的取值范围是

（A） $\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　（B） $\left(0,\frac{1}{2}\right]$　　（C） $\left[\sqrt{2}-1,1\right)$　　（D） $\left[\frac{1}{2},1\right)$

（10）由 1、2、3、4、5、6 组成没有重复数字且 1、3 都不与 5 相邻的六位偶数的个数是

（A）72　　（B）96　　（C） 108　　（D）144

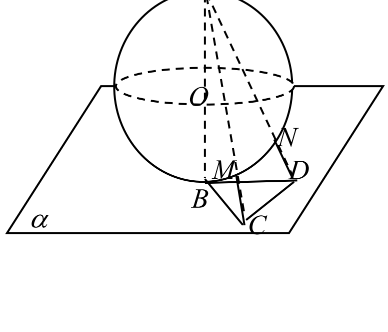
（11）半径为 R 的球 O 的直径 AB 垂直于平面 α，垂足为 B，ΔBCD 是平面 α 内边长为 R 的正三角形，线段 AC、AD 分别与球面交于点 M，N，那么 M、N 两点间的球面距离是

（A） $R\arccos\frac{17}{25}$

（B） $R\arccos\frac{18}{25}$

（C） $\frac{1}{3}\pi R$

（D） $\frac{4}{15}\pi R$



（12）设 $a>b>c>0$，则 $2a^2+\frac{1}{ab}+\frac{1}{a(a-b)}-10ac+25c^2$ 的最小值是

（A）2　　　　（B）4　　　　（C） $2\sqrt{5}$　　　　（D）5

2010年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数学（理工农医类）

第 II 卷

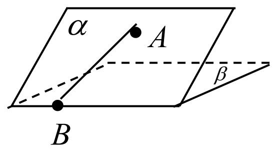
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．把答案填在题中横线上．

（13）$(2-\frac{1}{\sqrt[3]{x}})^6$ 的展开式中的第四项是__________．

（14）直线 $x-2y+5=0$ 与圆 $x^2+y^2=8$ 相交于 A、B 两点，则 $|AB|=$________．

（15）如图，二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小是 60°，线段 $AB\subset\alpha$．

$B\in l$，AB 与 l 所成的角为 30°．则 AB 与平面 β 所成的角的正弦值是_________．



（16）设 S 为复数集 C 的非空子集．若对任意 $x,y\in S$，都有 $x+y,x-y,xy\in S$，则称 S 为封闭集。下列命题：

①集合 $S=|a+bi|$ （a,b 为整数，i 为虚数单位）为封闭集；

②若 S 为封闭集，则一定有 $0\in S$；

③封闭集一定是无限集；

④若 S 为封闭集，则满足 $S\subseteq T\subseteq C$ 的任意集合 T 也是封闭集.

其中真命题是__________________ （写出所有真命题的序号）

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分 12 分）

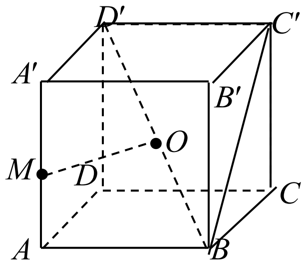
某种有奖销售的饮料，瓶盖内印有“奖励一瓶”或“谢谢购买”字样，购买一瓶若其瓶盖内印有“奖励一瓶”字样即为中奖，中奖概率为 $\frac{1}{6}$．甲、乙、丙三位同学每人购买了一瓶该饮料。

（Ⅰ）求甲中奖且乙、丙都没有中奖的概率；

（Ⅱ）求中奖人数ξ的分布列及数学期望 Eξ．

（18）（本小题满分 12 分）

已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1，点 M 是棱 AA' 的中点，点 O 是对角线 BD' 的中点.



（Ⅰ）求证：OM 为异面直线 AA' 和 BD' 的公垂线；

（Ⅱ）求二面角 $M-BC'-B'$ 的大小；

（Ⅲ）求三棱锥 $M-OBC$ 的体积.

（19）（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）①证明两角和的余弦公式 $C_{\alpha+\beta}: cos(\alpha+\beta)=cos\alpha cos\beta-sin\alpha sin\beta$；

②由 $C_{a+\beta}$ 推导两角和的正弦公式 $S_{a+\beta}:\sin(a+\beta)=\sin a\cos\beta+\cos a\sin\beta$..

（Ⅱ）已知△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=3$，且 $cos B=\frac{3}{5}$，求 $cos C$.

（20）（本小题满分 12 分）

已知定点 $A(-1,0),F(2,0)$，定直线 $l: x=\frac{1}{2}$，不在 x 轴上的动点 P 与点 F 的距离是它到直线 l 的距离的 2 倍．设点 P 的轨迹为 E，过点 F 的直线交 E 于 B、C 两点，直线 AB、AC 分别交 l 于点 M、N

（Ⅰ）求 E 的方程；

（Ⅱ）试判断以线段 MN 为直径的圆是否过点 F，并说明理由.

（21）（本小题满分 12 分）

已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_1=0,a_2=2$，且对任意 $m,n\in N^*$ 都有

$$a_{2m-1}+a_{2n-1}=2_{m+n-1}+2(m-n)^2$$

（Ⅰ）求 a_3,a_5；

（Ⅱ）设 $b_n=a_{2n+1}-a_{2n-1}\quad(n\in N^*)$ 证明：$\left\{b_n\right\}$ 是等差数列；

（Ⅲ）设 $c_n=(a_{2n+1}-a_n)q^{n-1}(q\neq 0,n\in N^*)$，求数列 $\left\{c_n\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

（22）（本小题满分 14 分）

设 $f(x)=\frac{1+a^x}{1-a^x}$（$a>0$ 且 $a\neq 1$），$g(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数.

（Ⅰ）设关于 x 的方程 $log_a \dfrac{t}{(x^2-1)(7-x)} = g(x)$ 在区间 $[2,6]$ 上有实数解，求 t 的取值范围；

（Ⅱ）当 $a=e$（e 为自然对数的底数）时，证明：$\sum\limits_{k=2}^{n} g(k) > \dfrac{2-n-n^2}{\sqrt{2n(n+1)}}$；

（Ⅲ）当 $0<\alpha\le\frac{1}{2}$ 时，试比较 $\left|\sum\limits_{k=1}^{n} f(k)-n\right|$ 与 4 的大小，并说明理由.

参考答案

一、选择题：本题考查基本概念和基本运算。每小题 5 分，满分 60 分。

1—6：ADCACC

1—12：BBDCAB

二、填空题：本题考查基础知识和和基本运算。每小题 4 分，满分 16 分。

（13）$-\dfrac{160}{x}$　　（14）$2\sqrt{3}$　　（15）$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　（16）①②

三、解答题

（17）本小题主要考查相互独立事件、随机变量的分布列、数学期望等概念及相关计算，考查运用所学知识与方法解决实际问题的能力。

解：（Ⅰ）设甲、乙、丙中奖的事件分别为 A、B、C，那么

$$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{6},$$
$$P(A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C})=P(A)P(\overline{B})P(\overline{C})=\frac{1}{6}\cdot(\frac{5}{6})^2=\frac{25}{216}.$$

答：甲中奖且乙、丙都没有中奖的概率是 $\dfrac{25}{216}$…………（6 分）

（Ⅱ）ξ 的可能取值为 0，1，2，3。

$$P(\xi=k)=C_3^4(\frac{1}{6})^k(\frac{5}{6})^{3-k},k=0,1,2,3.$$

所以中奖人数 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{125}{216}$	$\frac{25}{72}$	$\frac{5}{72}$	$\frac{1}{216}$

$E\xi = 0\times\frac{125}{216}+1\times\frac{25}{72}+2\times\frac{5}{72}+3\times\frac{1}{216}=\frac{1}{2.}$…………（12 分）

（18）本小题主要考查异面直线、直线与平面垂直、二面角、正方体、三棱锥体积等基础知识，并考查空间想象能力和逻辑推理能力，考查应用向量知识解决数学问题的能力。

（Ⅰ）连结 AC，取 AC 的中点 K，则 K 为 BD 的中点，连结 OK。

因为点 M 是棱 AA' 的中点，点 O 是 BD' 的中点，

所以 $AM \overset{//}{=} \frac{1}{2}DD' \overset{//}{=}$ OK

所以 MO $\overset{//}{=}$ AK

$AA'\perp AK$,得$MO\perp AA'$,

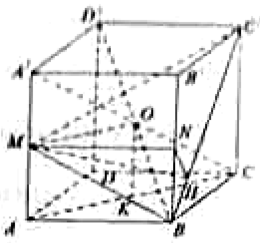
因为$AK\perp BD, AK\perp BB'$,所以$AK\perp$平面$BDD'B'$,

所以$AK\perp BD'$.

所以$BO\perp BD'$.

又因为OM与z异面直线AA'和BD'都相交,

故OM为异面直线AA'和BD'的公垂线。……（4 分）



（Ⅱ）取 BB'的中点N,连结MN,则$MN\perp$平面$BCC'B'$,

过点N作$NH\perp BC'$于H,连结MH,

则由三垂线定理得，$BC'\perp MH$.

从而，$\angle MHN$为二面角$M-BC'-B'$的平面角.

$MN=1, NH=BN\sin 45^\circ=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

在$Rt\Delta MNH$中, $\tan MHN=\frac{MN}{NH}=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{4}}=2\sqrt{2}$.

故二面角 $M-BC'-B'$的大小为$atc\tan 2\sqrt{2}$.……………………（9 分）

（Ⅲ）易知，

$S_{\Delta DBC}=S_{\Delta OCB}$,且$\Delta OBC$和$\Delta OA'D'$都在平面$BCD'A'$内,点$O$到平面$MA'D'$

的距离$h=\dfrac{1}{2}$.

$V_{M-OBC}=V_{M-OA'D'}=V_{O-MA'D'}=\dfrac{1}{3}S\Delta\Delta\ A'D'h=\dfrac{1}{24}$.…………（12 分）

解法二

以点 D 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$,

（Ⅰ）因为点 M 是棱 AA'的中点,点O是BD'的中点,

所以$M(1,0,\dfrac{1}{2}),O(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2},)$,

$\overrightarrow{OM}=(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2},0),\overrightarrow{AA'}=(0,0,1),\overrightarrow{BD'}=(-1,-1,1)$

$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{AA'}=0,\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{BD'}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+0=0$,

所以$OM\perp AA',OM\perp BD'$,

又因为OM与异面直线AA'和BD'都相交,

故OM为异面直线AA'和BD'的公垂线.

………………（4 分）

（Ⅱ）设平面BMC'的一个法向量为$\overrightarrow{n_1}=(x,y,z)$.

$\overrightarrow{BM}=(0,-1,\dfrac{1}{2}),\overrightarrow{BC'}=(-1,0,1)$,

$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BM'}=0,\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BC'}=0,\end{cases}$即$\begin{pmatrix}-y+\dfrac{1}{2}z=0,\\ -x+z=0.\end{pmatrix}$

取$z=2$,则$z=2,y=1$,从而$\overrightarrow{n_1}=(2,1,2)$.

取平面$BC'B'$的一个法向量为$\overrightarrow{n_2}=(0,1,0)$,

$\cos(\left\langle\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right\rangle=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{9}\cdot 1}=\dfrac{1}{3}$.

由图可知,二面角$M-BC'-B'$的平面角为锐角.

故二面角$M-BC'-B'$的大小为$\arccos\dfrac{1}{3}$.………………（9 分）

（Ⅲ）易知，$S_{\Delta OBC}=\dfrac{1}{4}S_{\Delta CDA}==\dfrac{1}{4}\cdot 1\cdot\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

设平面OBC的一个法向量为$\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$,

$\overrightarrow{BD'}=(-1,-1,1),\overrightarrow{BC'}=(-1,0,0)$

$$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BD'}=0,\\ \overrightarrow{n_3}\cdot\overrightarrow{BC}=0.\end{cases}\text{即}\begin{cases}-x_1-y_1+z_1=0,\\ -x_1=0.\end{cases}$$

取 $z_1=1$,则$y_1=1$,从而$\overrightarrow{n_3}=(0,1,1)$.

点 M 到平面 OBC 的距离

$$d=\frac{\left|\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{n_1}\right|}{\left|\overrightarrow{n_3}\right|}=\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

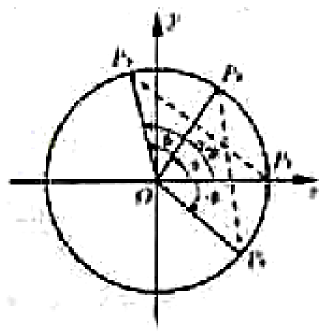
$V_{M-ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta OBC}\cdot d=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{4}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{24}$.………………（12 分）

（19）本小题考查两角和的正、余弦公式、诱导公式、同角三角函数间的关系等基础知识及运算能力。

解：（Ⅰ）①如图，在直角坐标系 xOy 内作单位圆 O，并作出角 a,β与$-\beta$,使角a的始边

为Ox,交⊙O 于点 P_1，终边交⊙O 于点 P_2；角 β 的始边为 OP_2，终边交⊙O 于点 P_3，

角 $-\beta$ 的始边为 OP_2，终边交⊙0 于点 P_4。



则 $P_1(1,0),P_2(\cos a,\sin a)$,

$P_3(\cos(a+\beta),\sin(a+\beta)$,

$P_4(\cos(-\beta),\sin(-\beta)$.

由$P_1P_3=P_2P_4$及两点间的距离公式,得

$[\cos(a+\beta)-1]^2+\sin^2(a+\beta)$

$=[\cos(-\beta)-\cos a]^2+[\sin(-\beta)-\sin a]^2$

展开并整理，得 $2-2\cos(a+\beta)=2-2(\cos a\cos\beta-\sin a\sin\beta)$.

$\therefore\cos(a+\beta)=\cos a\cos\beta-\sin a\sin\beta$.…………（4 分）

②由①易得，$\cos(\dfrac{\pi}{2}-a)=\sin a,\sin(\dfrac{\pi}{2}-a)=\cos a$.

$$\sin(a+\beta)=\cos[\frac{\pi}{2}-(a+\beta)]=\cos[(\frac{\pi}{2}-a)+(-\beta)]$$

$$=\cos(\frac{\pi}{2}-a)\cos(-\beta)-\sin(\frac{\pi}{2}-a)\sin(-\beta)$$
$$=\sin a\cos\beta+\cos a\sin\beta.$$

$\therefore \sin(a+\beta)=\sin a\cos\beta+\cos a\sin\beta.$…………（6 分）

（Ⅱ）由题意，设ΔABC的角B、C 的对边分别为 b、c，则$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}.$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=bc\cos A=3>0,$

$\therefore A\in(0,\frac{\pi}{2}),\cos A=3\sin A.$

又$\sin^2 A+\cos^2 A=1,\therefore \sin A=\frac{\sqrt{10}}{10},\cos A=\frac{3\sqrt{10}}{10}.$

由题意$\cos B=\frac{3}{5}$,得$\sin B=\frac{4}{5}.$

$\therefore \cos 9(A+B)=\cos A\cos B=\sin A\sin B=\frac{\sqrt{10}}{10}.$

故$\cos C=\cos[\pi-(A+B)]=-\cos(A+B)=-\frac{\sqrt{10}}{10}.$…………（12 分）

（20）本小题主要考查直线、轨迹方程、双曲线等基础知识，考查平面解析几何的思想方法及推理运算能力。

解：（Ⅰ）设$P(x,y)$,则

$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=2\left|x-\frac{1}{2}\right|,$

化简得$x^2-\frac{y^2}{3}=1(y\neq 0).$………………（4 分）

（Ⅱ）①当直线 BC 与x轴不生直时，设 BC 的方程为$y=k(x-2)(k\neq 0).$

与双曲线方程$x^2-\frac{y^2}{3}=1$联立消去y得

$(3-k^2)x^2+4k^2x-(4k^2+3)=0,$

由题意知,$3-k^2\neq 0$且$\Delta>0.$

设$B(x_1,y_1),C(x_2,y_2)$,则$x_1+x_2=\frac{4k^2}{k^2-3*}x_1x_2=\frac{4k^2+3}{k^2-3},$

$y_1y_2=k^2(x_1-2)(x_2-2)=k^2[x_1x_2-2(x_1+x_2)+4]$

$=k^2(\frac{4k^2+3}{k^2-3}-\frac{8k^2}{k^2-3}+4)$

$=\frac{-9k^2}{k^2-3}.$

因为 $x_1, x_2 \neq -1$.

所以直线AB的方程为$y = \frac{y_1}{x_1 = 1}(x+1)$,因此$M$点的坐标为$(\frac{1}{2}, \frac{3y_2}{2(x_1+1)}$,

$\overrightarrow{FM} = (-\frac{3}{2} \cdot \frac{3y_2}{2(x_2+1)}$.

同理可得$\overrightarrow{FN} = (-\frac{3}{2}, \frac{3y_2}{2(x_2+1)})$,

因此 $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{FN} = (-\frac{3}{2}) \times (-\frac{3}{2}) + \frac{9y_1y_2}{4(x_1+1)(x_2+1)}$

$$= \frac{9}{4} + \frac{\frac{-81k^2}{k^2-3}}{4(\frac{4k^2+3}{k^2-3} + \frac{4k^2}{k^2-3} = 1)}$$

$$= 0$$

②当直线 BC 与 x 轴垂直时，其方程为$x = 2$,则$B(2,3), C(2,-3)$,

AB 的方程为 $y = x+1$,因此M点的坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}), \overrightarrow{FM} = (-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.

同理可得 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} = (-\frac{3}{2}) \times (\frac{3}{2}) + (-\frac{3}{2}) \times \frac{3}{2} = 0$,

综上，$\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FN} = 0$,即$FM \perp FN$.

故以线段 MN 为直径的圆过点 F。………………（12 分）

（21）本小题主要考查数列的基础知识和化归，分类整合等数学思想，以及推理论证、分析与解决问题的能力。

解:（Ⅰ）由题意，令 $m = 2, n = 1$可得$a_3 = 2a_2 - a_1 + 2 = 6$.

再令 $m = 3, n = 1$可得$a_5 = 2a_3 - a_1 + 8 = 20$.………………（2 分）

当$n \in N^*$时,由已知(以$n+2$代替m)可得

（Ⅱ）$a_{2n+1} + a_{2n-1} = 2a_{2n+1} = 8$

于是$[a_{2(n=1)+1} - a_{2(n+1)-1}] - (a_{2n+1} - a_{2n-1}) = 8$即

$b_{n+1} - b_n = 8$.

所以，数列$\{b_n\}$是公差为8的等差数列.………………（5 分）

（Ⅲ）由（Ⅰ）、（Ⅱ）的解答可知$\{b_n\}$是首项$b_1 = a_3 - a_1 = 6$,公差为8的等差数列.

则$b_n=8_n-2$,即

$a_{2n+1}-a_{2n-1}=8n-2.$

另由已知（令$m=1$)可得，

$$a_n=\frac{a_{2n+1}=a_n}{2}-(n-1)^3$$

那么，$a_{n+1}-a_n=\dfrac{a_{2n+1}-a_{2n-1}}{2}-2n+1$

$$=\frac{8n-2}{2}-2n+1$$
$$=2n$$

于是，$c_n=2nq^{n-1}$

当$q=1$时,$S_n=2+4+6+\ldots+2n=n(n+1).$

当$q\neq1$时,$S_n=2\cdot q^6+4\cdot q^4+6\cdot q^2+\cdots+2n\cdot q^{n-1}$

两边同乘q可得

$$qS_n=2\cdot q^2+4\cdot q^2+6\cdot q^2+\cdots+2(n-1)\cdot q^{n+1}+2n\cdot q^n.$$

上述两式相减即得

$$(1-q)S_n=2(1+q^1+q^2+\cdots+q^{n-1})-2nq^n$$

$$=2\cdot\frac{1-q^n}{1-q}-2nq^n$$

$$=2\cdot\frac{1-(n+1)q^n+nq^{n+1}}{1-q}$$

所以$S_n=2\cdot\dfrac{nq^{n+1}-(n+1)q^n+1}{(q-1)^2}$

综上所述，$S_n=\begin{cases}n(n+1)\cdot(q=1)\\2\cdot\dfrac{nq^{n+1}-(n+1)q^n+1}{(q-1)^2},(q\neq1),\cdots\cdots\cdots\cdots(12分)\end{cases}$

（22）本小题考查函数、反函数、方程、不等式、导数及其应用等基础知识，考查化归、分类整合等数学思想方法，以及推理论证、分析与解决问题的能力。

解：（Ⅰ）由题意，得 $a^n=\dfrac{y-1}{y+1}>0,$

故 $g(x)=\log_a\dfrac{x-1}{x+1}, x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty).$

由 $\log_a\dfrac{t}{(x^2-1)(7-x)}=\log_a\dfrac{x-1}{x+1}$ 得

$t=(x-1)^2(7-x), x\in[2,6]$

则 $t'=-3x^2+18x-15=-3(x-1)(x-5).$

列表如下：

x	2	（2，5）	5	（5，6）	6
t'		＋	0	－	
t	5		极大值	$\searrow$	25

所以 $t_{最小值}=5, t_{最大值}=32$

所以 t 的取值范围为[5，32]………………………………（5 分）

（Ⅱ）$\sum\limits_{n=2}^{n}g(k)=1n\dfrac{1}{3}+1n\dfrac{2}{4}+1n\dfrac{3}{5}+\cdots1n\dfrac{n-1}{n+1}$

$$=1n(\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}\times\frac{3}{5}\times\cdots\times\frac{n-1}{n+1})$$

$$=-1n\frac{n(n=1)}{2}$$

令 $u(z)=-1nz^2-\dfrac{1-z^2}{z}=-21nz+z-\dfrac{1}{z}, z>0,$

则 $u'(z)=-\dfrac{2}{z}+1=\dfrac{1}{z^2}=(1-\dfrac{1}{z})^2\geq0.$

所以 $u(z)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数.

又因为$\sqrt{\frac{n(n+1)}{2}}>1>0$,所以$n(\sqrt{\frac{n(n+1)}{2}})>n(1)=0$

却$1n\frac{2}{n(n+1)}-\frac{1-\frac{n(n+1)}{2}}{\sqrt{\frac{n(n+1)}{2}}}>0$,

即$\sum_{n=2}^{n}g(k)>\frac{2-n-n^2}{\sqrt{2n(n+1)}}$…………(9分)

（III）

设$n=\frac{1}{1+p}$,则$p\geq 1,1<f(1)=\frac{1+n}{1-n}=1+\frac{2}{n}\leq 3$

当$n=1$时,$\left|f(1)-1\right|=\frac{2}{p}\leq 2<4.$

当$n\geq 2$时,

设$k\geq 2,k\in N^*$时,则$f(k)=\frac{(1+p)^{k+1}}{(1+p)^{k-1}}=1+\frac{2}{(1+p)^k-1}$

$$=1+\frac{2}{C_4^2P+C_4^2P^2+\cdots+C_4^2P^n}$$

所以$1<f(k)\leq 1+\frac{2}{C_4^1+C_4^2}=1+\frac{4}{k(k+1)}=1+\frac{4}{k}-\frac{4}{k+1}$

从而$n-1<\sum_{n=2}^{n}f(k)\leq n-1+\frac{4}{2}-\frac{4}{n+1}=n+1-\frac{4}{n+1}<n+1.$

所以$n<\sum_{n=1}^{n}f(k)<f(1)+n+1\leq n+4$

综上，总有$\left|\sum_{n=1}^{n}\int(k)-n\right|<4.$……………………………………（14 分）