2015年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数学（理科）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷第1至第2页，第II卷第3至第4页.全卷满分150分，考试时间120分钟.

考生注意事项：

1. 答题前，务必在试卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号，并认真核对答题卡上所粘贴的条形码中姓名、座位号与本人姓名、座位号是否一致.务必在答题卡背面规定的地方填写姓名和座位号后两位.
2. 答第I卷时，每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.
3. 答第II卷时，必须使用0.5毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰.作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置绘出，确认后再用0.5毫米的黑色墨水签字笔描清楚.必须在题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在答题卷、草稿纸上答题无效.
4. 考试结束，务必将试卷和答题卡一并上交.

参考公式：

如果事件 A 与 B 互斥，那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$.

标准差 $s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]}$，其中 $\overline{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$.

第I卷（选择题 共50分）

一、选择题：本大题共10个小题；每小题5分，共50分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的.

（1）设i是虚数单位，则复数 $\frac{2i}{1-i}$ 在复平面内所对应的点位于（　　）

（A）第一象限　（B）第二象限　（C）第三象限　（D）第四象限

（2）下列函数中，既是偶函数又存在零点的是（　　）

（A）$y=\cos x$　（B）$y=\sin x$　（C）$y=\ln x$　（D）$y=x^2+1$

（3）设 $p:1<x<2,q:2^x>1$，则 p 是 q 成立的（　　）

（A）充分不必要条件　（B）必要不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（4）下列双曲线中，焦点在 y 轴上且渐近线方程为 $y=\pm 2x$ 的是（　　）

（A）$x^2-\frac{y^2}{4}=1$　　（B）$\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　（C）$\frac{y^2}{4}-x^2=1$　　（D）$y^2-\frac{x^2}{4}=1$

（5）已知 m，n 是两条不同直线，α，β 是两个不同平面，则下列命题正确的是（　　）

（A）若 α，β 垂直于同一平面，则 α 与 β 平行

（B）若 m，n 平行于同一平面，则 m 与 n 平行

（C）若 α，β 不平行，则在 α 内不存在与 β 平行的直线

（D）若 m，n 不平行，则 m 与 n 不可能垂直于同一平面

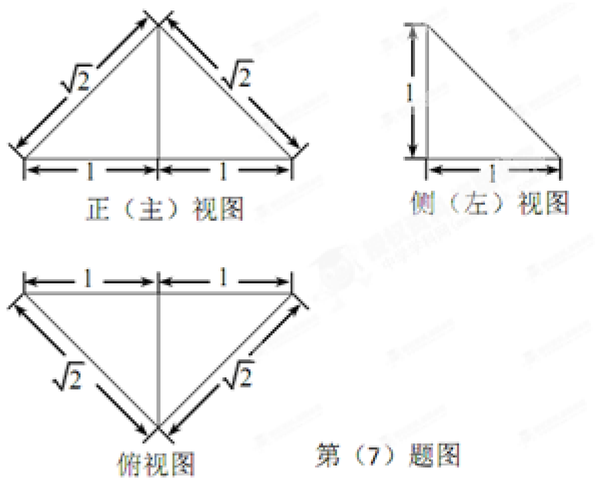
（6）若样本数据 x_1，x_2，…，x_{10} 的标准差为 8，则数据 $2x_1-1$，$2x_2-1$，…，$2x_{10}-1$ 的标准差为（　　）

（A）8　　（B）15　　（C）16　　（D）32

（7）一个四面体的三视图如图所示，则该四面体的表面积是（　　）

（A）$1+\sqrt{3}$　　（B）$2+\sqrt{3}$

（C）$1+2\sqrt{2}$　　（D）$2\sqrt{2}$



第（7）题图

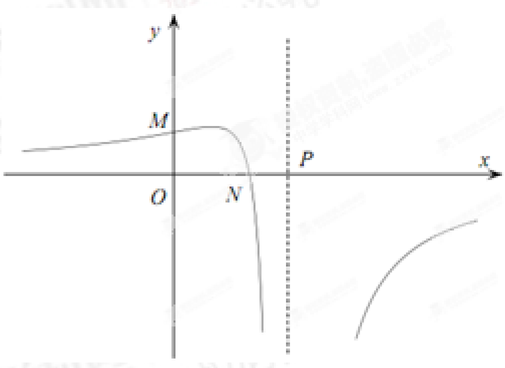
（8）ΔABC 是边长为 2 的等边三角形，已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\overrightarrow{AB}=2\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=2\vec{a}+\vec{b}$，则下列结论正确的是（　　）

（A）$\left|\vec{b}\right|=1$　　（B）$\vec{a}\perp\vec{b}$　　（C）$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$　　（D）$\left(4\vec{a}+\vec{b}\right)\perp\overline{\mathrm{BC}}$

（9）函数 $f\left(x\right)=\dfrac{ax+b}{\left(x+c\right)^2}$ 的图象如图所示，则下列结论成立的是（　　）

（A）$a>0$，$b>0$，$c<0$　　（B）$a<0$，$b>0$，$c>0$

（C）$a<0$，$b>0$，$c<0$　　（D）$a<0$，$b<0$，$c<0$



（10）已知函数 $f\left(x\right)=\mathrm{A}\sin\left(\omega x+\varphi\right)$（A，$\omega$，$\varphi$ 均为正的常数）的最小正周期为 π，当 $x=\dfrac{2\pi}{3}$ 时，函数 $f\left(x\right)$ 取得最小值，则下列结论正确的是（　　）

（A）$f\left(2\right)<f\left(-2\right)<f\left(0\right)$　　（B）$f\left(0\right)<f\left(2\right)<f\left(-2\right)$

（C）$f\left(-2\right)<f\left(0\right)<f\left(2\right)$　　（D）$f\left(2\right)<f\left(0\right)<f\left(-2\right)$

第Ⅱ卷（非选择题 共 100　　分）

考生注意事项：

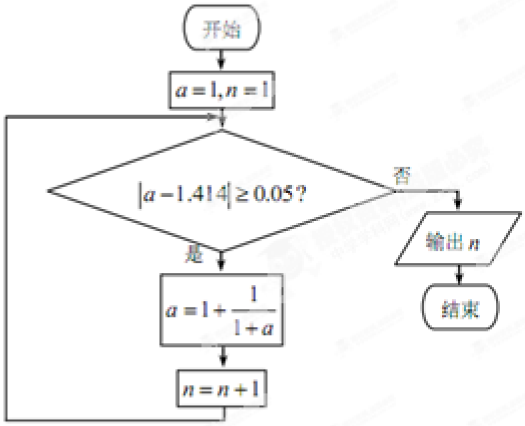
. 请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答，在试题卷上答题无效.

二．填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.把答案填在答题卡的相应位置.

（11）$(x^3+\dfrac{1}{x})^7$ 的展开式中 x^5 的系数是_______.（用数字填写答案）

（12）在极坐标中，圆 $\rho=8\sin\theta$ 上的点到直线 $\theta=\dfrac{\pi}{3}(\rho\in R)$ 距离的最大值是_____.

（13）执行如图所示的程序框图（算法流程图），输出的 n 为_____.



（第 13 题图）

（14）已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列，$a_1+a_4=9, a_2a_3=8$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和等于_____.

（15）设 $x^3+ax+b=0$，其中 a,b 均为实数，下列条件中，使得该三次方程仅有一个实根的是________.

（写出所有正确条件的编号）

①$a=-3,b=-3$；②$a=-3,b=2$；③$a=-3,b>2$；④$a=0,b=2$；⑤$a=1,b=2$.

三.解答题：本大题共 6 小题，共 75 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.解答写在答题卡上的指定区域内.

（16）（本小题满分 12 分）

在 ΔABC 中，$A=\frac{3\pi}{4}, AB=6, AC=3\sqrt{2}$，点 D 在 BC 边上，$AD=BD$，求 AD 的长.

（17）（本小题满分 12 分）

已知 2 件次品和 3 件正品放在一起，现需要通过检测将其区分，每次随机检测一件产品，检测后不放回，直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时检测结束.

（Ⅰ）求第一次检测出的是次品且第二次检测出的是正品的概率；

（Ⅱ）已知每检测一件产品需要费用 100 元，设 X 表示直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时所需要的检测费用（单位：元），求 X 的分布列和均值（数学期望）.

（18）（本小题满分 12 分.）

设 $n\in N^*$，x_n 是曲线 $y=x^{2n+2}+1$ 在点 $(1,2)$ 处的切线与 x 轴交点的横坐标.

（Ⅰ）求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式；

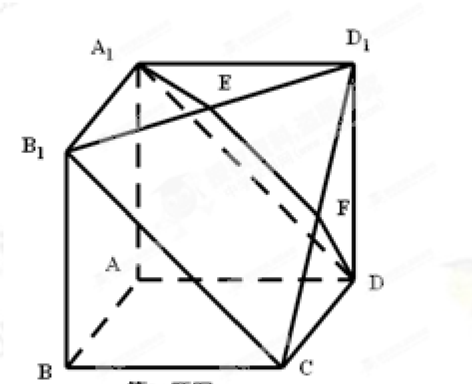
（Ⅱ）记 $T_n=x_1^2x_3^2\cdots x_{2n-1}^2$，证明 $T_n\ge\frac{1}{4n}$.

（19）（本小题满分 13 分）

如图所示，在多面体 $A_1B_1D_1DCBA$，四边形 AA_1B_1B，ADD_1A_1，$ABCD$ 均为正方形，E 为 B_1D_1 的中点，过 A_1,D,E 的平面交 CD_1 于 F.

（Ⅰ）证明：$EF//B_1C$；

（Ⅱ）求二面角 $E-A_1D-B_1$ 余弦值.



第19题图

（20）（本小题满分 13 分）

设椭圆 E 的方程为 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$，点 O 为坐标原点，点 A 的坐标为 $\left(a,0\right)$，点 B 的坐标为 $\left(0,b\right)$，点 M 在线段 AB 上，满足 $\left|BM\right|=2\left|MA\right|$，直线 OM 的斜率为 $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$.

（I）求 E 的离心率 e；

（II）设点 C 的坐标为 $\left(0,-b\right)$，N 为线段 AC 的中点，点 N 关于直线 AB 的对称点的纵坐标为 $\dfrac{7}{2}$，求 E 的方程.

（21）（本小题满分 13 分）

设函数 $f(x)=x^2-ax+b$.

（Ⅰ）讨论函数 $f(\sin x)$ 在 $(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})$ 内的单调性并判断有无极值，有极值时求出极值；

（Ⅱ）记 $f_0(x)=x^2-a_0x+b_0$，求函数 $\left|f(\sin x)-f_0(\sin x)\right|$ 在 $[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]$ 上的最大值 D；

（Ⅲ）在（Ⅱ）中，取 $a_0=b_0=0$，求 $z=b-\dfrac{a^2}{4}$ 满足 $\mathrm{D}\le 1$ 时的最大值.