

## 2013 年高考陕西数学（文）卷原卷（精编版）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1. 设全集为  $\mathbb{R}$ ，函数  $f(x) = \sqrt{1-x}$  的定义域为  $M$ ，则  $C_{\mathbb{R}}M$  为( )

- (A)  $(-\infty, 1)$                       (B)  $(1, +\infty)$                       (C)  $(-\infty, 1]$                       (D)  $[1, +\infty)$

2. 已知向量  $\vec{a} = (1, m)$ ,  $\vec{b} = (m, 2)$ ，若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则实数  $m$  等于( )

- (A)  $-\sqrt{2}$                       (B)  $\sqrt{2}$

- (C)  $-\sqrt{2}$  或  $\sqrt{2}$                       (D) 0

3. 设  $a$ ,  $b$ ,  $c$  均为不等于 1 的正实数，则下列等式中恒成立的是( )

(A)  $\log_a b \cdot \log_c b = \log_c a$

(B)  $\log_a b \cdot \log_c a = \log_a b$

(C)  $\log_a (bc) = \log_a b \cdot \log_a c$

(D)  $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$

4. 根据下列算法语句，当输入  $x$  为 60 时，输出  $y$  的值为

( )

(A) 25

(B) 30

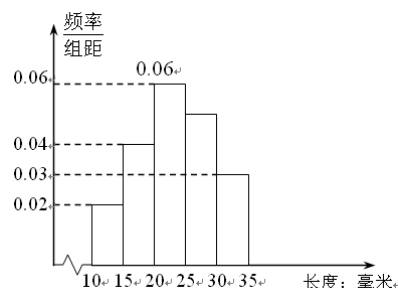
(C) 31

(D) 61

```

输入 x
If x ≤ 50 Then
    y = 0.5 * x
Else
    y = 25 + 0.6 * (x - 50)
End If
输出 y
```

5. 对一批产品的长度(单位: mm)进行抽样检测, 下图为检测结果的频率分布直方图. 根据标准, 产品长度在区间  $[20, 25)$  上的为一等品, 在区间  $[15, 20)$  和区间  $[25, 30)$  上的为二等品, 在区间  $[10, 15)$  和  $[30, 35)$  上的为三等品. 用频率估计概率, 现从该批产品中随机抽取一件, 则其为二等品的概率为( )



(A) 0.09

(B) 0.20

(C) 0.25

(D) 0.45

6. 设  $z$  是复数, 则下列命题中的假命题是( )
- (A) 若  $z^2 \geq 0$ , 则  $z$  是实数 (B) 若  $z^2 < 0$ , 则  $z$  是虚数
- (C) 若  $z$  是虚数, 则  $z^2 \geq 0$  (D) 若  $z$  是纯虚数, 则  $z^2 < 0$
7. 若点  $(x, y)$  位于曲线  $y = |x|$  与  $y = 2$  所围成的封闭区域, 则  $2x - y$  的最小值为( )
- (A)  $-6$  (B)  $-2$  (C)  $0$  (D)  $2$
8. 已知点  $M(a, b)$  在圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  外, 则直线  $ax + by = 1$  与圆  $O$  的位置关系是( )
- (A) 相切 (B) 相交 (C) 相离 (D) 不确定
9. 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $b \cos C + c \cos B = a \sin A$ , 则  $\triangle ABC$  的形状为( )
- (A) 直角三角形 (B) 锐角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 不确定
10. 设  $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数, 则对任意实数  $x, y$ , 有( )
- (A)  $[-x] = -[x]$  (B)  $[x + \frac{1}{2}] = [x]$
- (C)  $[2x] = 2[x]$  (D)  $[x] + [x + \frac{1}{2}] = [2x]$

二、填空题: 把答案填写在答题卡相应题号后的横线上 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  的离心率为\_\_\_\_\_.

12. 某几何体的三视图如图所示, 则其表面积为\_\_\_\_\_.

13. 观察下列等式:

$$(1+1) = 2 \times 1$$

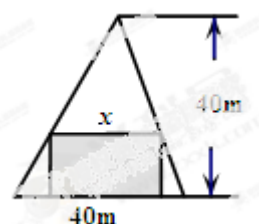
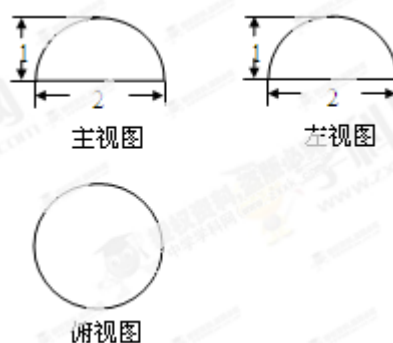
$$(2+1)(2+2) = 2^2 \times 1 \times 3$$

$$(3+1)(3+2)(3+3) = 2^3 \times 1 \times 3 \times 5$$

...

照此规律, 第  $n$  个等式可为\_\_\_\_\_.

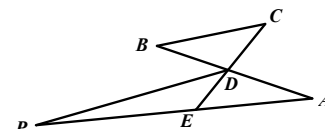
14. 在如图所示的锐角三角形空地中, 欲建一个面积最大的内接矩形花园 (阴影部分), 则其边长  $x$  为\_\_\_\_\_ (m).



15. (考生请注意:请在下列三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分)

A. (不等式选做题) 设  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $|a-b| > 2$ , 则关于实数  $x$  的不等式  $|x-a| + |x-b| > 2$  的解集是\_\_\_\_\_.

B. (几何证明选做题) 如图,  $AB$  与  $CD$  相交于点  $E$ , 过  $E$  作  $BC$  的平行线与  $AD$  的延长线相交于点  $P$ . 已知  $\angle A = \angle C$ ,  $PD = 2DA = 2$ , 则  $PE =$  \_\_\_\_\_.



C. (坐标系与参数方程选做题) 圆锥曲线  $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2t \end{cases}$  ( $t$  为参数) 的焦点坐标是\_\_\_\_\_.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程及演算步骤 (本大题共 6 小题, 共 75 分)

16. (本小题满分 12 分)

已知向量  $\mathbf{a} = (\cos x, -\frac{1}{2})$ ,  $\mathbf{b} = (\sqrt{3} \sin x, \cos 2x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , 设函数  $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ .

(I) 求  $f(x)$  的最小正周期.

(II) 求  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值和最小值.

17. (本小题满分 12 分)

设  $S_n$  表示数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和.

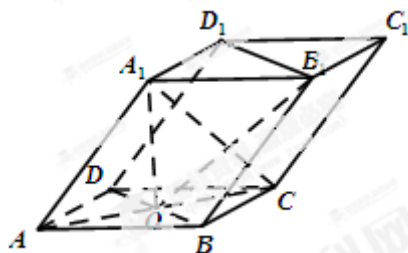
(I) 若  $\{a_n\}$  为等差数列, 推导  $S_n$  的计算公式;

(II) 若  $a_1 = 1, q \neq 0$ , 且对所有正整数  $n$ , 有  $S_n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ . 判断  $\{a_n\}$  是否为等比数列. 并证明你的结论.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  是正方形,  $O$  为底面中心,  $A_1O \perp$  平面  $ABCD$ ,

$AB = AA_1 = \sqrt{2}$ .



(I) 证明:  $A_1BD \parallel$  平面  $CD_1B_1$ ;

(II) 求三棱柱  $ABD-A_1B_1D_1$  的体积.

19. (本小题满分 12 分)

有 7 位歌手(1 至 7 号)参加一场歌唱比赛, 由 500 名大众评委现场投票决定歌手名次, 根据年龄将大众评委分为 5 组, 各组的人数如下:

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50

(I) 为了调查评委对 7 位歌手的支持状况, 现用分层抽样方法从各组中抽取若干评委, 其中从 B 组中抽取了 6 人. 请将其余各组抽取的人数填入下表.

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50
抽取人数		6			

(II) 在(I)中, 若 A, B 两组被抽到的评委中各有 2 人支持 1 号歌手, 现从这两组被抽到的评委中分别任选 1 人, 求这 2 人都支持 1 号歌手的概率.

20. (本小题满分 13 分)

已知动点  $M(x, y)$  到直线  $l: x = 4$  的距离是它到点  $N(1, 0)$  的距离的 2 倍.

(I) 求动点 M 的轨迹 C 的方程;

(II) 过点  $P(0, 3)$  的直线  $m$  与轨迹 C 交于 A, B 两点. 若 A 是 PB 的中点, 求直线 m 的斜率.

21. (本小题满分 14 分)

已知函数  $f(x) = e^x, x \in \mathbf{R}$ .

(I) 求  $f(x)$  的反函数的图象上点  $(1, 0)$  处的切线方程;

(II) 证明: 曲线  $y = f(x)$  与曲线  $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$  有唯一公共点.

(III) 设  $a < b$ , 比较  $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$  与  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$  的大小, 并说明理由.

