绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1. 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.
2. 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题（本大题共有12题，满分54分，第1～6题每题4分，第7～12题每题5分）

1.行列式$\begin{vmatrix}4 & 1\\ 2 & 5\end{vmatrix}$的值为________.

2.双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线方程为________.

3.在$(1+x)^7$的二项展开式中，x^2项的系数为________.（结果用数值表示）

4.设常数$a\in R$，函数$f(x)=\log_2(x+a)$。若$f(x)$的反函数的图像经过点$(3,1)$，则

$a=$________.

5.已知复数z满足$(1+i)z=1-7i$（i是虚数单位），则$|z|=$________.

6.记等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_3=0$，$a_6+a_7=14$，则$S_7=$________.

7.已知$\alpha\in\left\{-2,-1,-\frac{1}{2},1,2,3\right\}$。若幂函数$f(x)=x^\alpha$为奇函数，且在$(0,+\infty)$上递减，则

$\alpha=$________.

8.在平面直角坐标系中，已知点$A(-1,0)$，$B(2,0)$，E、F是y轴上的两个动点，且

$\left|\overrightarrow{EF}\right|=2$，则$\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{BF}$的最小值为________.

9.有编号互不相同的五个砝码，其中5克、3克、1克砝码各一个，2克砝码两个。从中随机

选取三个，则这三个砝码的总质量为9克的概率是_________.（结果用最简分数表示）

10.设等比数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=q^{n-1}$（$n\in\mathbf{N}^*$），前n项和为S_n。若$\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{S_n}{a_{n+1}}=\dfrac{1}{2}$

，则$q=$_________.

11.已知常数$a>0$，函数$f(x)=\dfrac{2^x}{2^x+ax}$的图像经过点$P\left(p,\dfrac{6}{5}\right)$、$Q\left(q,-\dfrac{1}{5}\right)$。若

$2^{p+q}=36pq$，则$a=$_________.

12.已知实数x_1、x_2、y_1、y_2满足：${x_1}^2+{y_1}^2=1$，${x_2}^2+{y_2}^2=1$，$x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{1}{2}$，则

$\dfrac{|x_1+y_1-1|}{\sqrt{2}}+\dfrac{|x_2+y_2-1|}{\sqrt{2}}$的最大值为_________.

二、选择题（本大题共有4题，满分20分，每题5分）

13.设P是椭圆$\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{3}=1$上的动点，则$P$到该椭圆的两个焦点的距离之和为（）

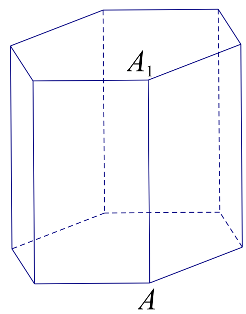
（A）$2\sqrt{2}$（B）$2\sqrt{3}$（C）$2\sqrt{5}$（D）$4\sqrt{2}$

14.已知$a\in\mathbf{R}$，则“$a>1$”是“$\dfrac{1}{a}<1$”的（）

（A）充分非必要条件（B）必要非充分条件

（C）充要条件（D）既非充分又非必要条件

15.《九章算术》中，称底面为矩形而有一侧棱垂直于底面的四棱锥为阳马。设AA_1是正六棱柱的一条侧棱，如图。若阳马以该正六棱柱的顶点为顶点、以AA_1为底面矩形的一边，则这样的阳马的个数是（）



（A）4（B）8（C）12（D）16

16.设 D 是含数1的有限实数集，$f(x)$ 是定义在 D 上的函数。若 $f(x)$ 的图像绕原点逆时针旋转 $\frac{\pi}{6}$ 后与原图像重合，则在以下各项中，$f(1)$ 的可能取值只能是（）

（A）$\sqrt{3}$（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}$（C）$\frac{\sqrt{3}}{3}$（D）0

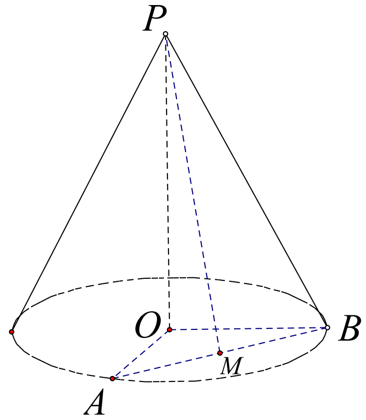
三、解答题（本大题共有5题，满分76分）

17.（本题满分14分，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

已知圆锥的顶点为 P，底面圆心为 O，半径为2.

（1）设圆锥的母线长为4，求圆锥的体积；

（2）设 $PO=4$，OA、OB 是底面半径，且 $\angle AOB=90°$，M 为线段 AB 的中点，如图，求异面直线 PM 与 OB 所成的角的大小。



18.（本题满分14分，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

设常数 $a \in \mathbf{R}$，函数 $f(x)=a\sin 2x+2\cos^2 x$。

（1）若 $f(x)$ 为偶函数，求 a 的值；

（2）若 $f(\frac{\pi}{4})=\sqrt{3}+1$，求方程 $f(x)=1-\sqrt{2}$ 在区间 $[-\pi,\pi]$ 上的解。

19.（本题满分14分，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

某群体的人均通勤时间，是指单日内该群体中成员从居住地到工作地的平均用时。某地上班族S中的成员仅以自驾或公交方式通勤。分析显示：当S中$x\%$（$0<x<100$）的成员自驾时，自驾群体的人均通勤时间为

$$f(x)=\begin{cases}30, & 0<x\le 30,\\ 2x+\dfrac{1800}{x}-90, & 30<x<100\end{cases}$$（单位：分钟）

而公交群体的人均通勤时间不受x影响，恒为40分钟。试根据上述分析结果回答下列问题：

（1）当x在什么范围内时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间？

（2）求该地上班族S的人均通勤时间$g(x)$的表达式；讨论$g(x)$的单调性，并说明其实际意义。

20.（本题满分16分，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分）

设常数$t>2$，在平面直角坐标系xOy中，已知点$F(2,0)$，直线l：$x=t$，曲线$\Gamma: y^2=8x$（$0\le x\le t$，$y\ge 0$），l与x轴交于点A，与Γ交于点B。P、Q分别是曲线Γ与线段AB上的动点。

（1）用t表示点B到点F的距离；

（2）设$t=3$，$|FQ|=2$，线段OQ的中点在直线FP上，求$\triangle AQP$的面积；

（3）设$t=8$，是否存在以FP、FQ为邻边的矩形$FPEQ$，使得点E在Γ上？若存在，求点P的坐标；若不存在，说明理由。

21.（本题满分18分，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分）

给定无穷数列$\{a_n\}$，若无穷数列$\{b_n\}$满足：对任意$n\in \mathbf{N}^*$，都有$\left|b_n-a_n\right|\le 1$，则称$\{b_n\}$与$\{a_n\}$“接近”。

（1）设$\{a_n\}$是首项为1，公比为$\dfrac{1}{2}$的等比数列，$b_n=a_{n+1}+1$，$n\in \mathbf{N}^*$。判断数列$\{b_n\}$是否与$\{a_n\}$接近，并说明理由；

（2）设数列$\{a_n\}$的前四项为：$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=4$，$a_4=8$，$\{b_n\}$是一个与$\{a_n\}$接近的数列，记集合$M=\{x\mid x=b_i,i=1,2,3,4\}$，求$M$中元素的个数$m$；

（3）已知$\{a_n\}$是公差为d的等差数列。若存在数列$\{b_n\}$满足：$\{b_n\}$与$\{a_n\}$接近，且在b_2-b_1，b_3-b_2，…，$b_{201}-b_{200}$中至少有100个为正数，求d的取值范围。