2014年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）
数学（文科）试题
第Ⅰ卷（选择题 共50分）
一. 选择题:本大题共10小题，每小题5分，共50分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设i是虚数单位，复数$i^3+\frac{2i}{1+i}$=（　　）

$-i$　　B. i　　C. -1　　D. 1

【答案】D

【解析】

试题分析：由题意$i^3+\frac{2i}{1+i}=-i+\frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=-i+i-i^2=1$，故选D.

考点：1.复数的运算.

命题“$\forall x\in R,|x|+x^2\geq 0$”的否定是（　　）

$\forall x\in R,|x|+x^2<0$　　B. $\forall x\in R,|x|+x^2\leq 0$

C. $\exists x_0\in R,|x_0|+{x_0}^2<0$　　D. $\exists x_0\in R,|x_0|+{x_0}^2\geq 0$

【答案】C
【解析】
试题分析：对于命题的否定，要将命题中“$\forall$”变为“$\exists$”，且否定结论，则命题“$\forall x\in R,|x|+x^2\geq 0$”的否定是“$\exists x_0\in R,|x_0|+{x_0}^2<0$”，故学科网选C.

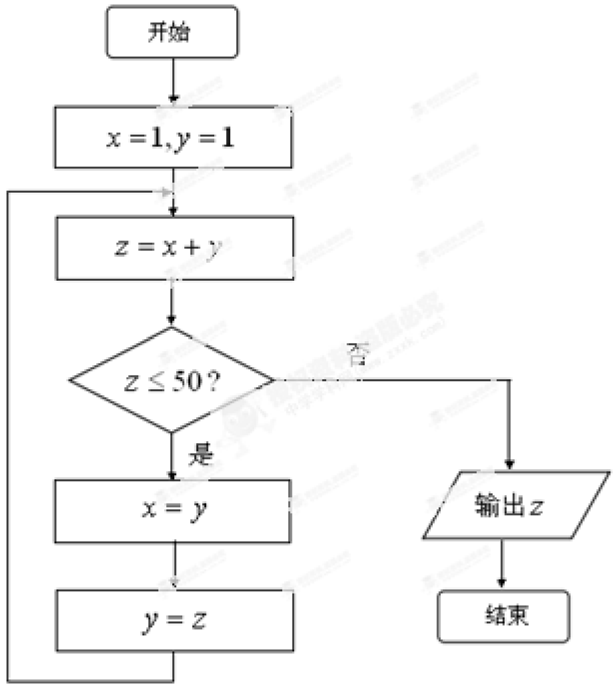
考点：1.含全称量词的命题否定.

3. 抛物线$y=\frac{1}{4}x^2$的准线方程是（　　）

A. $y=-1$　　B. $y=-2$　　C. $x=-1$　　D. $x=-2$

【答案】A
【解析】
试题分析：题中抛物线的标准形式为$x^2=4y$，则其准线方程为$y=-1$，故先A.

考点：1.抛物线的准线方程.
4. 如图所示，程序框图（算法流程图）的输出结果是（　　）
A. 34　B. 55　C. 78　D. 89



【答案】B

【解析】

试题分析：由题意，①$x=1,y=1,z=2$ ⇒②$x=y=1,y=z=2,z=3$ ⇒③$x=2,y=3,z=5$ ⇒ ④ $x=3,y=5,z=8$ ⇒ ⑤ $x=5,y=8,z=13$ ⇒ ⑥ $x=8,y=13,z=21$ ⇒ ⑦ $x=13,y=21,z=34$ ⇒⑧$x=21,y=34,z=55>50$，从而输出$z=55$，故选 B.

考点：1.程序框图的应用.

5. 设$a=\log_3 7,b=2^{1.1},c=0.8^{3.1}$则（　　）

A. $b<a<c$　　B. $c<a<b$　　C. $c<b<a$　　D. $a<c<b$

【答案】B

【解析】

试题分析：由题意，因为$a=\log_3 7$，则$1<a<2$；$b=2^{1.1}$，则$b>2$；$c=0.8^{3.1}$，则$c<0.8^0=1$，所以$c<a<b$

考点：1.指数、对数学科网的运算性质.

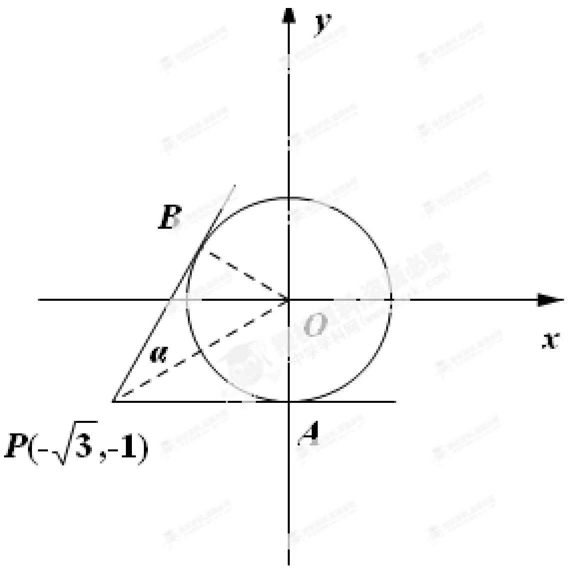
6. 过点$P(-\sqrt{3},1)$的直线l与圆$x^2+y^2=1$有公共点，则直线l的倾斜角的取值范围是（　　）

A. $(0,\frac{\pi}{6}]$　　B. $(0,\frac{\pi}{3}]$　　C. $[0,\frac{\pi}{6}]$　　D. $[0,\frac{\pi}{3}]$

【答案】D

【解析】

试题分析：如下图，要使过点P的直线l与圆有公共点，则直线l在PA与PB之间，因为$\sin\alpha=\frac{1}{2}$，所以$\alpha=\frac{\pi}{6}$，则$\angle AOB=2\alpha=\frac{\pi}{3}$，所以直线$l$的倾斜角的取值范围为$[0,\frac{\pi}{3}]$. 故选 D.



考点：1.直线的倾斜角；2.直线与圆的学科网相交问题.

7. 若将函数$f(x)=\sin 2x+\cos 2x$的图像向右平移φ个单位，所得图像关于y轴对称，则φ的最小正值是（　　）

A. $\frac{\pi}{8}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{3\pi}{8}$　　D. $\frac{3\pi}{4}$

【答案】C

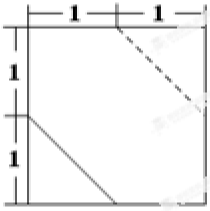
【解析】

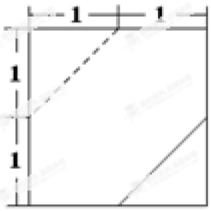
试题分析：由题意$f(x)=\sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$，将其图象向右平移$\varphi$个单位，得$\sqrt{2}\sin[2(x-\varphi)+\frac{\pi}{4}]=\sqrt{2}\sin[2x-2\varphi+\frac{\pi}{4}]$，要使图象关于$y$轴对称，则$\frac{\pi}{4}-2\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi$，解得$\varphi=-\frac{\pi}{8}-\frac{k\pi}{2}$，当$k=-1$时，$\varphi$取最小正值$\frac{3\pi}{8}$，故选 C.

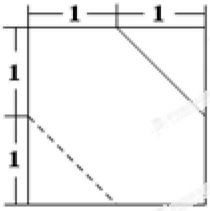
考点：1.三角函数的平移；2.三角函数恒等变换与图象性质.

8. 一个多面体的三视图如图所示，则多面体的体积是（　　）

A. $\frac{23}{3}$　　B. $\frac{47}{6}$　　C. 6　D. 7

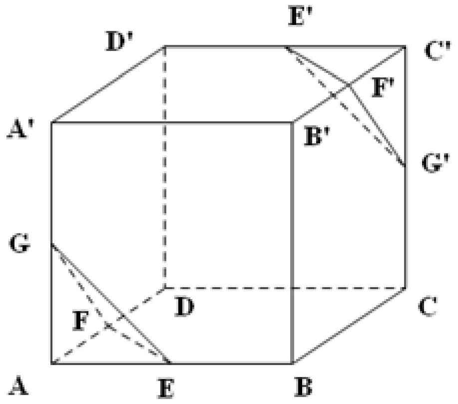






【答案】A
【解析】
试题分析：由题意，该多面体的直观图是一个正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 挖去左下角三棱锥 $A-EFG$ 和右上角三棱锥 $C'-E'F'G'$，如下图学科网，则多面体的体积 $V=2\times2\times2-2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times1=\frac{23}{3}$.

故选 A.



考点：1.多面体的三视图与体积.

9. 若函数 $f(x)=|x+1|+|2x+a|$ 的最小值 3，则实数 a 的值为（　　）

A. 5 或 8　B. -1 或 5　C. -1 或 -4　D. -4 或 8

【答案】D
【解析】

试题分析：由题意，①当$-1>-\frac{a}{2}$时，即$a>2$，$f(x)=\begin{cases}-3x-(1+a), x\le -\frac{a}{2}\\ x+a-1, -\frac{a}{2}<x\le -1\\ 3x+(a+1), x>-1\end{cases}$，则当$x=-\frac{a}{2}$时，

$f_{\min}(x)=f(-\frac{a}{2})=|-\frac{a}{2}+1|+|-a+a|=3$，解得$a=8$或$a=-4$（舍）；②当$-1<-\frac{a}{2}$时，即$a<2$，

$f(x)=\begin{cases}-3x-(1+a), x\le -1\\ -x+1-a, -1<x\le -\frac{a}{2}\\ 3x+(a+1), x>-\frac{a}{2}\end{cases}$，则当$x=-\frac{a}{2}$时，$f_{\min}(x)=f(-\frac{a}{2})=|-\frac{a}{2}+1|+|-a+a|=3$，解

得$a=8$（舍）或$a=-4$；③当$-1=-\frac{a}{2}$时，即$a=2$，$f(x)=3|x+1|$，此时$f_{\min}(x)=0$，不满足

题意，所以$a=8$或$a=-4$，故选 D.

考点：1.绝对值函数的最值；2.分类讨论思想应用.

10. 设$\vec{a},\vec{b}$为非零向量，$|\vec{b}|=2|\vec{a}|$，两组向量$\vec{x_1},\vec{x_2},\vec{x_3},\vec{x_4}$和$\vec{y_1},\vec{y_2},\vec{y_3},\vec{y_4}$均由 2 个$\vec{a}$和 2 个$\vec{b}$排列而成，若

$\vec{x_1}\cdot\vec{y_1}+\vec{x_2}\cdot\vec{y_2}+\vec{x_3}\cdot\vec{y_3}+\vec{x_4}\cdot\vec{y_4}$所有可能取值中的最小值为$4|\vec{a}|^2$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A. $\frac{2}{3}\pi$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. 0

【答案】B

【解析】

试题分析：由题意$\vec{x_1}\cdot\vec{y_1}+\vec{x_2}\cdot\vec{y_2}+\vec{x_3}\cdot\vec{y_3}+\vec{x_4}\cdot\vec{y_4}$有以下三种可能：①$\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{b}$

$=2|\vec{a}|^2+2|\vec{b}|^2=10|\vec{a}|^2$；②$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{a}=4\vec{a}\cdot\vec{b}=4|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|=4|\vec{a}|\cdot 2|\vec{a}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$

$=8|\vec{a}|^2\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$；③$\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}=2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{a}|\cdot|\vec{a}|+|\vec{b}|\cdot|\vec{b}|$

$=5|\vec{a}|^2+4|\vec{a}|^2\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$，已知第②种情况原式的值最小，即$8|\vec{a}|^2\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=4|\vec{a}|^2$，解得

$\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{1}{2}$，即$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\pi}{3}$，故选 B.

考点：1.向量的数量积运算；2.分类讨论思想的应用.

第 I I 卷（非选择题 共 100 分）

二. 选择题:本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}}+\log_3\frac{5}{4}+\log_3\frac{4}{5}=$________.

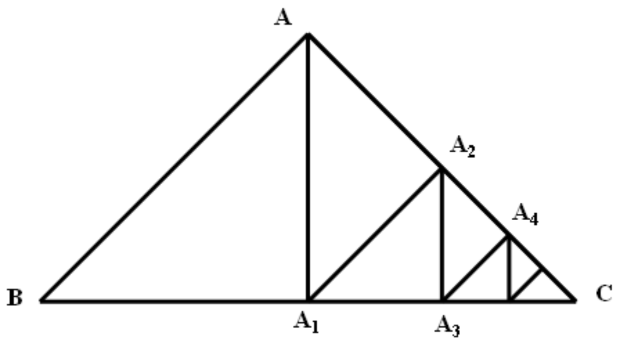
【答案】$\frac{27}{8}$

【解析】

试题分析：原式=$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^{-\frac{3}{4}}+\log_3\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{27}{8}+\log_3 1=\frac{27}{8}$

考点：1.指对数运算性质.

12. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中，斜边 $BC=2\sqrt{2}$，过点 A 作 BC 的垂线，垂足为 A_1；过点 A_1 作 AC 的垂线，垂足为 A_2；过点 A_2 作 A_1C 的垂线，垂足为 A_3；…，以此类推，设 $BA=a_1$，$AA_1=a_2$，$A_1A_2=a_3$，…，$A_5A_6=a_7$，则 $a_7=$________.



【答案】$\frac{1}{4}$

【解析】

试题学科网分析：由题意，$BA=a_1=2$，$\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_3}{a_2}=\cdots=\frac{a_n}{a_{n-1}}=\tan\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\{a_n\}$是以首项 $a_1=2$，公比 $q=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的等比数列，则 $a_7=a_1\cdot q^6=2\cdot(\frac{\sqrt{2}}{2})^6=\frac{1}{4}$.

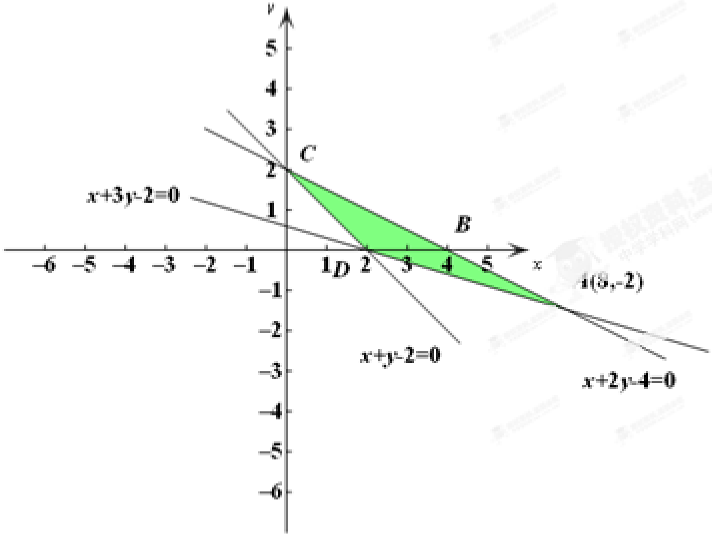
考点：1.等比数列通项公式.

不等式组$\begin{cases}x+y-2\geq 0\\x+2y-4\leq 0\\x+3y-2\geq 0\end{cases}$表示的平面区域的面积为________.

【答案】4

【解析】

试题分析：不等式组所表示的平面区域如下图阴影部分，则其表示的面积 $S_{ABCD}=S_{\Delta ABD}+S_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times2\times2=4$.



考点：1.线性规学科网划表示的区域面积.

若函数 $f(x)(x\in R)$ 是周期为 4 的奇函数，且在 $[0,2]$ 上的解析式为 $f(x)=\begin{cases}x(1-x),0\le x\le1\\ \sin\pi x,\quad 1<x\le2\end{cases}$，则 $f\left(\frac{29}{4}\right)+f\left(\frac{41}{6}\right)=$ ________.

【答案】$\frac{5}{16}$

【解析】

试题分析：由题意，$f(x+4)=f(x),f(-x)=-f(x)$，则 $f(\frac{29}{4})+f(\frac{41}{6})=f(4+\frac{13}{4})+f(4+\frac{17}{6})$

$=f(\frac{13}{4})+f(\frac{17}{6})=f(4-\frac{3}{4})+f(4-\frac{7}{6})=f(-\frac{3}{4})+f(-\frac{7}{6})=-f(\frac{3}{4})-f(\frac{7}{6})=-\frac{3}{4}\cdot(1-\frac{3}{4})-\sin\frac{7}{6}\pi$

$=-\frac{3}{16}+\frac{1}{2}=\frac{5}{16}$

考点：1.函数的奇偶性与周期性；2.分段函数求值.

15. 若直线 l 与曲线 C 满足下列两个条件：

(i) 直线 l 在点 $P(x_0,y_0)$ 处与曲线 C 相切；(ii) 曲线 C 在 P 附近位于直线 l 的两侧，则称直线 l 在点 P 处

“切过”曲线C.

下列命题正确的是_________(写出所有正确命题的编号)

①直线$l: y=0$在点$P(0,0)$处“切过”曲线C： $y=x^3$

②直线$l: x=-1$在点$P(-1,0)$处“切过”曲线C： $y=(x+1)^2$

③直线$l: y=x$在点$P(0,0)$处“切过”曲线C： $y=\sin x$

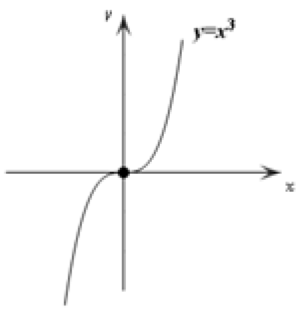
④直线$l: y=x$在点$P(0,0)$处“切过”曲线C： $y=\tan x$

⑤直线$l: y=x-1$在点$P(1,0)$处“切过”曲线C： $y=\ln x$

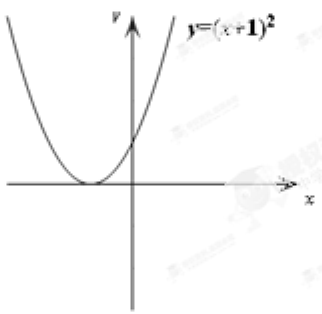
【答案】①③④

【解析】

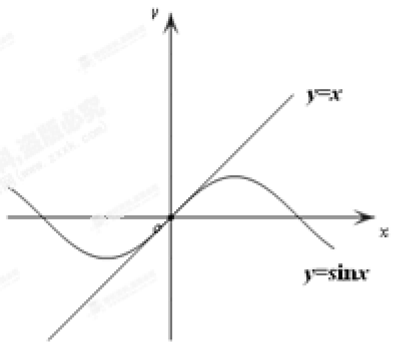
试题分析：由题学科网意，① $y=x^3$上在$P(0,0)$处的切线方程为$x=0$，曲线C在P附近位于切线的两侧，满足条件；② $y=(x+1)^2$上在$P(-1,0)$处的切线方程为$x=0$，曲线C在P附近位于切线的同侧，不满足条件；③ $y=\sin x$上在$P(0,0)$处的切线方程为$y=x$，曲线C在P附近位于切线的两侧，满足条件；④ $y=\tan x$上在$P(0,0)$处的切线方程为$y=x$，曲线C在P附近位于切线的两侧，满足条件；⑤ $y=\ln x$上在$P(1,0)$处的切线方程为$y=x-1$，曲线C在P附近位于切线的同侧，不满足条件. 故选①③④.如下图：



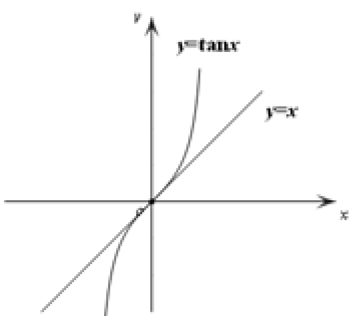
①



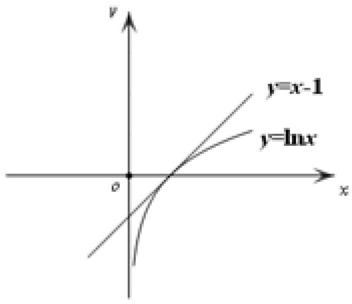
②



③



④



⑤

考点：1.函数的切线方程；2.对定义的理解.

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 75 分. 解答应写文字说明、证明过程或演算步骤. 解答写在答题卡上的指定区域内

16.（本小题满分 12 分）

设ΔABC的内角A,B,C所对边的长分别是a,b,c，且$b=3,c=1$，ΔABC的面积为$\sqrt{2}$，求$\cos A$与a的值.

【答案】$\cos A=\pm\frac{1}{3}$，$a=2\sqrt{2}$或$2\sqrt{3}$.

【解析】

试题分析：根据三角形面积公式可以求出$\sin A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，利用$\sin^2 A+\cos^2 A=1$可以解出$\cos A=\pm\frac{1}{3}$，对$\cos A$进行分类讨论，通过余弦定理即可求出$a$的值.

试题解析：由三角形面积公式，得$\frac{1}{2}\times 3\times 1\cdot\sin A=\sqrt{2}$，故$\sin A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$\because \sin^2 A+\cos^2 A=1$，$\therefore \cos A=\pm\sqrt{1-\sin^2 A}=\pm\sqrt{1-\frac{8}{9}}=\pm\frac{1}{3}$.

当$\cos A=\frac{1}{3}$时，由余弦定理得，$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=9+1-2\times 3\times 1\times\frac{1}{3}=8$，所以$a=2\sqrt{2}$；

当$\cos A=-\frac{1}{3}$时，由余弦定理得，$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=9+1+2\times 3\times 1\times\frac{1}{3}=12$，所以$a=2\sqrt{3}$.

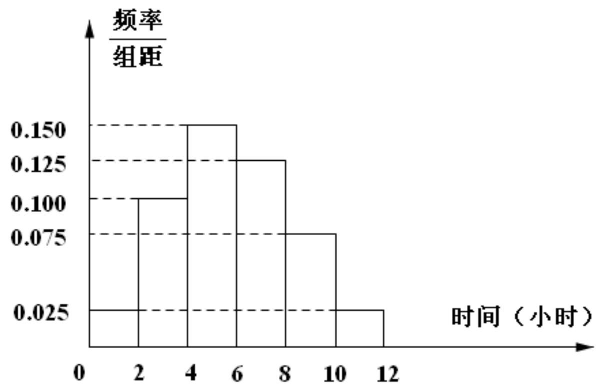
考点：1.三角形面积公式；2.余弦定理.

17、（本小题满分 12 分）

某高校共有 15000 人，其中男生 10500 人，女生 4500 人，为调查该校学生每周平均体育运动时间的情况，采用分层抽样的方法，收集 300 位学生每周平均体育运动时间的样本数据（单位:小时）

（Ⅰ）应收集多少位女生样本数据？

（Ⅱ）根据这 300 个样本数据，得到学生每周平均体育运动时间的频率分布直方图（如图所示），其中样本数据分组区间为：[0，2]，(2，4]，(4，6]，(6，8]，(8，10]，（10，12]. 估计该校学生每周平均体育运动时间超过 4 个小时的概率.



（III）在样本数据中，有 60 位女生的每周平均体育运动时间超过 4 个小时. 请完成每周平均体育运动时间与性别的列联表，并判断是否有95%的把握认为“该校学生的每周平均体育运动时间与性别有关”.

附：

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

【答案】（1）90；（2）0.75；（3）有95%的把握认为“该校学生的每周平均体育运动时间与性别有关”.

【解析】

试题分析：（1）利用分层抽样的应用可以算出$300\times\frac{4500}{15000}=90$，记应收集 90 位女生的样本数据.（2）根据频率分布直方图可得$1-2\times(0.100+0.025)=0.75$.（3）根据题意 300 位学生中有$300\times0.75=225$人的每周平均体育运动时间超过 4 小时，75 人的每周平均体育运动时间不超过 4 小时. 又因为样本数据中有 210 份是关于男生的，90 份是关于女生的. 可以画出每周平学科网均体育运动时间与性别列联表，计算$K^2=\frac{300\times(45\times60-30\times165)}{75\times225\times210\times90}=\frac{100}{21}\approx4.762>3.841$.则有95%的把握认为“该校学生的每周平均体育运动时间与性别有关”.

试题解析：（1）$300\times\frac{4500}{15000}=90$，所以应收集 90 位女生的样本数据.

由频率分布直方图得$1-2\times(0.100+0.025)=0.75$，该校学生每周平均体育运动时间超过 4 个小时的概率为0.75.

由（2）知，300 位学生中有$300\times0.75=225$人的每周平均体育运动时间超过 4 小时，75 人的每周平均体育运动时间不超过 4 小时. 又因为样本数据中有 210 份是关于男生的，90 份是关于女生的. 所以每周平均体育运动时间与性别列联表如下：

每周平均体育运动时间与性别列联表

	男生	女生	总计
每周平均体育运动时间	45	30	75

不超过 4 小时			
每周平均体育运动时间超过 4 小时	165	60	225
总计	210	90	300

结合列联表可算得 $K^2=\dfrac{300\times(45\times60-30\times165)}{75\times225\times210\times90}=\dfrac{100}{21}\approx4.762>3.841$.

有 95% 的把握认为“该校学生的每周平均体育运动时间与性别有关”.

考点：1.频率分布直方图的应用；2.列联表的画法及 K^2 的求解.

18.（本小题满分 12 分）

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, na_{n+1}=(n+1)a_n+n(n+1), n\in N^+$

证明：数列 $\{\dfrac{a_n}{n}\}$ 是等差数列；

设 $b_n=3^n\cdot\sqrt{a_n}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n

【答案】(1) 数列 $\{\dfrac{a_n}{n}\}$ 是等差数列；(2) $S_n=\dfrac{(2n-1)\cdot3^{n+1}+3}{4}$.

【解析】

试题分析：(1) 证明：在原等式两边同除以 $n(n+1)$，得 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{a_n}{n}+1$，即 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}-\dfrac{a_n}{n}=1$，所以 $\{\dfrac{a_n}{n}\}$ 是以 $\dfrac{a_1}{1}=1$ 为首项，1 为公差的等差数列.(2) 由 (1) 得 $\dfrac{a_n}{n}=1+(n-1)\cdot1=n$，所以 $a_n=n^2$，从而 $b_n=n\cdot3^n$.

用错位相减法求得 $S_n=\dfrac{(2n-1)\cdot3^{n+1}+3}{4}$.

试题解析：(1) 证明：由已知可得，$\dfrac{a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{a_n}{n}+1$，即 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1}-\dfrac{a_n}{n}=1$，所以 $\{\dfrac{a_n}{n}\}$ 是以 $\dfrac{a_1}{1}=1$ 为首项，1 为公差的等差数列.（2）由（1）得 $\dfrac{a_n}{n}=1+(n-1)\cdot1=n$，所以 $a_n=n^2$，从而 $b_n=n\cdot3^n$.

$S_n=1\cdot3^1+2\cdot3^2+3\cdot3^3+\cdots+n\cdot3^n$　　①

$3S_n=1\cdot3^2+2\cdot3^3+3\cdot3^4+\cdots+n\cdot3^{n+1}$　　②

①—②得

$$-2S_n=3^1+3^2+\cdots+3^n-n\cdot 3^{n+1}=\frac{3\cdot(1-3^n)}{1-3}-n\cdot 3^{n+1}=\frac{(1-2n)\cdot 3^{n+1}-3}{2}.$$

所以 $S_n=\dfrac{(2n-1)\cdot 3^{n+1}+3}{4}$.

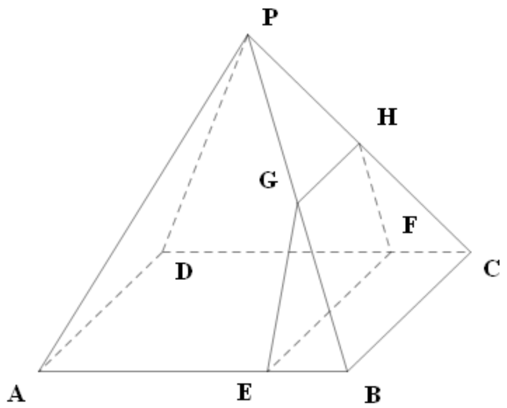
考点：1.等差数列的证明；2.错位相减法求和.

19（本题满分 13 分）

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面边长为 8 的正方形，四条侧棱长均为 $2\sqrt{17}$. 点 G,E,F,H 分别是棱 PB,AB,CD,PC 上共面的四点，平面 $GEFH\perp$ 平面 $ABCD$，BC // 平面 $GEFH$.

证明：GH // EF;

若 $EB=2$，求四边形 $GEFH$ 的面积.



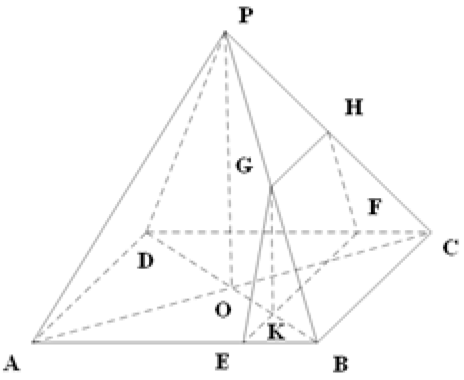
【答案】（1）$GH//EF$；（2）18.

【解析】

试题分析：（1）要证线线平行，通过线面证明线线平行，再根据平行的传递性即可证明.因为 BC // 平面 $GEFH$，$BC\subset$平面 PBC，且平面 $PBC\cap$平面 $GEFH=GH$，所以 GH // BC.同理可证 EF // BC，因此 GH // EF.（2）要求出四边形 $GEFH$ 的面积，首先需要确定四边形的形状，求出四边形一些量的大小即可求出.连接 AC,BD 交于点 O，BD 交 EF 于点 K，连接 OP,GK.因为 $PA=PC$，O 是 AC 的中点，所以 $PO\perp AC$，同理可得 $PO\perp BD$ 又 $BD\cap AC=O$，且 AC,BD 都在底面内，所以 $PO\perp$底面 $ABCD$.又因为平面 $GEFH\perp$平面 $ABCD$，且 $PO\not\subset$平面 $GEFH$，所以 PO // 平面 $GEFH$.因为平面 $PBD\cap$平面 $GEFH=GK$，所以 PO // GK，且 $GK\perp$底面 $ABCD$，从而 $GK\perp EF$.所以 GK 是梯形 $GEFH$ 的高.由 $AB=8,EB=2$ 得 $EB:AK=KB:DB=1:4$，从而 $KB=\dfrac{1}{4}DB=\dfrac{1}{2}OB$，即 K 为 OB 的中点.再由 PO // GK 得 $GK=\dfrac{1}{2}PO$，即 G 是 PB 的中点，且 $GH=\dfrac{1}{2}BC=4$.由已知可得

$OB=4\sqrt{2},PO=\sqrt{PB^2-OB^2}=\sqrt{68-32}=6$，所以 $GK=3$，故四边形 $GEFH$ 的面积 $S=\dfrac{GH+EF}{2}\cdot GK=\dfrac{4+8}{2}\times 3=18$.

试题解析：（1）证明：因为 BC // 平面 $GEFH$，$BC\subset$ 平面 PBC，且平面 $PBC\bigcap$ 平面 $GEFH=GH$，所以 // .同理可证 // ，因此 // .



连接 AC,BD 交于点 O，BD 交 EF 于点 K，连接 OP,GK .因为 $PA=PC$，O 是 AC 的中点，所以 $PO\perp AC$，同理可得 $PO\perp BD$.又 $BD\bigcap AC=O$，且 AC,BD 都在底面内，所以 $PO\perp$ 底面 $ABCD$.

又因为平面 $GEFH\perp$ 平面 $ABCD$，且 $PO\not\subset$ 平面 $GEFH$，所以 PO // 平面 $GEFH$.因为平面 $PBD\bigcap$ 平面 $GEFH=GK$，所以 PO // GK，且 $GK\perp$ 底面 $ABCD$，从而 $GK\perp EF$.所以 GK 是梯形 $GEFH$ 的高.由 $AB=8,EB=2$ 得 $EB:AK=KB:DB=1:4$，从而 $KB=\dfrac{1}{4}DB=\dfrac{1}{2}OB$，即 K 为 OB 的中点.

再由 PO // GK 得 $GK=\dfrac{1}{2}PO$，即 G 是 PB 的中点，且 $GH=\dfrac{1}{2}BC=4$. 由已知可得 $OB=4\sqrt{2},PO=\sqrt{PB^2-OB^2}=\sqrt{68-32}=6$，所以 $GK=3$，故四边形 $GEFH$ 的面积 $S=\dfrac{GH+EF}{2}\cdot GK=\dfrac{4+8}{2}\times 3=18$.

考点：1.线面平行的性质定理；2.平行的传递性；3.四边形面积的求解.

20（本小题满分 13 分）

设函数 $f(x)=1+(1+a)x-x^2-x^3$，其中 $a>0$

讨论 $f(x)$ 在其定义域上的单调性；

当 $x\in[0,1]$ 时，求 $f(x)$ 取得最大值和最小值时的 x 的值.

【答案】（1）$f(x)$在$(-\infty,x_1)$和$(x_2,+\infty)$内单调递减，在(x_1,x_2)内单调递增；（2）所以当$0<a<1$时，$f(x)$在$x=1$处取得学科网最小值；当$a=1$时，$f(x)$在$x=0$和$x=1$处同时取得最小只；当$1<a<4$时，$f(x)$在$x=0$处取得最小值.

【解析】

试题分析：（1）对原函数进行求导，$f'(x)=1+a-2x-3x^2$，令$f'(x)=0$，解得$x_1=\dfrac{-1-\sqrt{4+3a}}{3},x_2=\dfrac{-1+\sqrt{4+3a}}{3},x_1<x_2$，当$x<x_1$或$x>x_2$时$f'(x)<0$；从而得出，当$x_1<x<x_2$时，$f'(x)>0$.故$f(x)$在$(-\infty,x_1)$和$(x_2,+\infty)$内单调递减，在$(x_1,x_2)$内单调递增.（2）依据第（1）题，对$a$进行讨论，①当$a\ge4$时，$x_2\ge1$，由（1）知，$f(x)$在$[0,1]$上单调递增，所以$f(x)$在$x=0$和$x=1$处分别取得最小值和最大值.②当$0<a<4$时，$x_2<1$.由（1）知，$f(x)$在$[0,x_2]$上单调递增，在$[x_2,1]$上单调递减，因此$f(x)$在$x=x_2=\dfrac{-1+\sqrt{4+3a}}{3}$处取得最大值.又$f(0)=1,f(1)=a$，所以当$0<a<1$时，$f(x)$在$x=1$处取得最小值；当$a=1$时，$f(x)$在$x=0$和$x=1$处同时取得最小只；当$1<a<4$时，$f(x)$在$x=0$处取得最小值.

试题解析：（1）$f(x)$的定义域为R，$f'(x)=1+a-2x-3x^2$.令$f'(x)=0$，得$x_1=\dfrac{-1-\sqrt{4+3a}}{3},x_2=\dfrac{-1+\sqrt{4+3a}}{3},x_1<x_2$，所以$f'(x)=-3(x-x_1)(x-x_2)$.当$x<x_1$或$x>x_2$时$f'(x)<0$；当$x_1<x<x_2$时，$f'(x)>0$.故$f(x)$在$(-\infty,x_1)$和$(x_2,+\infty)$内单调递减，在$(x_1,x_2)$内单调递增.

因为$a>0$，所以$x_1<0,x_2>0$.

$a\ge4$时，$x_2\ge1$，由（1）知，$f(x)$在$[0,1]$上单调递增，所以$f(x)$在$x=0$和$x=1$处分别取得最小值和最大值.②当$0<a<4$时，$x_2<1$.由（1）知，$f(x)$在$[0,x_2]$上单调递增，在$[x_2,1]$上单调递减，因此$f(x)$在$x=x_2=\dfrac{-1+\sqrt{4+3a}}{3}$处取得最大值.又$f(0)=1,f(1)=a$，所以当$0<a<1$时，$f(x)$在$x=1$处取得最小值；当$a=1$时，$f(x)$在$x=0$和$x=1$处同时学科网取得最小只；当$1<a<4$时，$f(x)$

在 $x=0$ 处取得最小值.

考点：1.含参函数的单调性；2.含参函数的最值求解.

21（本小题满分 13 分）

设 F_1，F_2 分别是椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，过点 F_1 的直线交椭圆 E 于 A,B 两点，

$|AF_1|=3|BF_1|$

若 $|AB|=4,\Delta ABF_2$ 的周长为 16，求 $|AF_2|$；

若 $\cos\angle AF_2B=\frac{3}{5}$，求椭圆 E 的离心率.

【答案】(1) 5；(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

【解析】

试题分析：(1) 由题意$|AF_1|=3|F_1B|,|AB|=4$可以求得$|AF_1|=3,|F_1B|=1$，而ΔABF_2的周长为16，再由椭圆定义可得$4a=16,|AF_1|+|AF_2|=2a=8$.故$|AF_2|=2a-|AF_1|=8-3=5$. (2) 设出$|F_1B|=k$，则$k>0$且$|AF_1|=3k,|AB|=4k$.根据椭圆定义以及余弦定理可以表示出a,k的关系$(a+k)(a-3k)=0$，从而$a=3k$，$|AF_2|=3k=|AF_1|,|BF_2|=5k$，则$|BF_2|^2=|F_2A|^2+|AB|^2$，故$F_1A\perp F_2A$，$\Delta AF_1F_2$为等腰直角三角形.从而$c=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，所以椭圆$E$的离心率$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

试题解析：(1) 由$|AF_1|=3|F_1B|,|AB|=4$，得$|AF_1|=3,|F_1B|=1$.因为ΔABF_2的周长为16，所以由椭圆定义可得$4a=16,|AF_1|+|AF_2|=2a=8$.故$|AF_2|=2a-|AF_1|=8-3=5$.

(2) 设$|F_1B|=k$，则$k>0$且$|AF_1|=3k,|AB|=4k$.由椭圆定义可得$|AF_2|=2a-3k,|BF_2|=2a-k$.

在ΔABF_2中，由余弦定理可得$|AB|^2=|AF_2|^2+|BF_2|^2-2|AF_2|\cdot|BF_2|\cos\angle AF_2B$，即$(4k)^2=(2a-3k)^2+(2a-k)^2-\dfrac{6}{5}(2a-3k)\cdot(2a-k)$，化简可得$(a+k)(a-3k)=0$，而$a+k>0$，故$a=3k$.于是有$|AF_2|=3k=|AF_1|,|BF_2|=5k$.因此$|BF_2|^2=|F_2A|^2+|AB|^2$，可得$F_1A\perp F_2A$，故$\Delta AF_1F_2$为等腰直学科网角三角形.从而$c=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，所以椭圆$E$的离心率$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

考点：1.椭圆的定义；2.椭圆的离心率求解.