

2009年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数 学（文史类）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷1至2页。第II卷3至4页。全卷满分150分，考试时间120分钟。

考生注意事项：

- 1.答题前，务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号，并认真核对答题卡上所粘贴的条形码中姓名，座位号与本人姓名、座位号是否一致。务必在答题卡背面规定的地方填写姓名和座位号后两位。
- 2.答第I卷时、每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
- 3.答第II卷时，必须用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置画出，确认后在用0.5毫米的黑色墨水签字笔清楚。必须在标号所指示的答题区域作答，超出答题卡区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。
- 4.考试结束，务必将试题卷和答题卡一并上交。

参考公式：

S 表示底面积， h 表示底面的高

如果事件A、B互斥，那么 棱柱体积 $V = Sh$

$P(A+B)=P(A)+P(B)$ 棱锥体积 $V = \frac{1}{3}Sh$

第I卷(选择题 共50分)

一.选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. i 是虚数单位， $\frac{5i}{2-i} =$

- A. $1+2i$ B. $-1-2i$ C. $1-2i$ D. $-1+2i$

2.设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 3 \\ x-y \geq -1 \\ 2x-y \leq 3 \end{cases}$ ，则目标函数 $z = 2x + 3y$ 的最小值为

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 23

3. 设 $x \in R$, 则 " $x=1$ " 是 " $x^3=x$ " 的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的虚轴长为2, 焦距为 $2\sqrt{3}$, 则双曲线的渐近线方程为

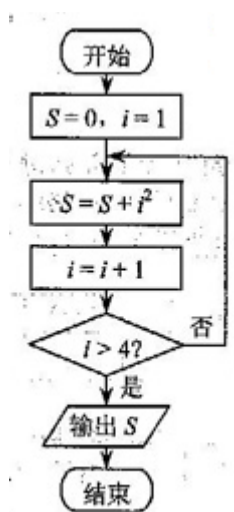
- A. $y = \pm\sqrt{2}x$ B. $y = \pm 2x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm \frac{1}{2}x$

5. 设 $a = \log_{\frac{1}{3}} 2, b = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}, c = \left(\frac{1}{2}\right)^{0.3}$, 则

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
C. $b < c < a$ D. $b < a < c$

6. 阅读右面的程序框图, 则输出的 $S =$

- A. 14 B. 20
C. 30 D. 55



7. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right) (x \in R, \omega > 0)$ 的最小正周期为 π , 将

$y = f(x)$ 的图像向左平移 $|\varphi|$ 个单位长度, 所得图像关于 y 轴对称, 则 φ 的一个值是

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{3\pi}{8}$
C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{8}$

8. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & x \geq 0 \\ x + 6, & x < 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x) > f(1)$ 的解集是

- A. $(-3, 1) \cup (3, +\infty)$ B. $(-3, 1) \cup (2, +\infty)$
C. $(-1, 1) \cup (3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3) \cup (1, 3)$

9. 设 $x, y \in R, a > 1, b > 1$, 若 $a^x = b^y = 3, a + b = 2\sqrt{3}$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最大值为

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

10. 设函数 $f(x)$ 在 R 上的导函数为 $f'(x)$ ，且 $2f(x) + xf'(x) > x^2$ ，下面的不等式在 R 上恒成立的是

- A. $f(x) > 0$ B. $f(x) < 0$ C. $f(x) > x$ D. $f(x) < x$

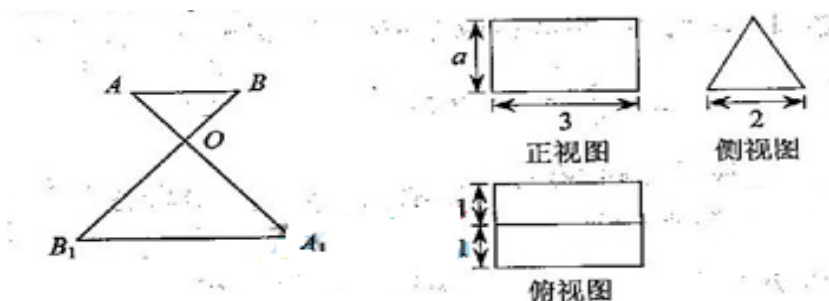
第II卷

二. 填空题: 本大题共6小题, 每小题4分, 共24分, 把答案填在答题卡的相应位置。

11. 如图, AA_1 与 BB_1 相交于点 O , $AB \parallel A_1B_1$ 且 $AB = \frac{1}{2}A_1B_1$, 若 $\triangle AOB$ 的外接圆的直径为

1, 则 $\triangle A_1OB_1$ 的外接圆的直径为_____

12. 如图是一个几何体的三视图, 若它的体积是 $3\sqrt{3}$, 则 $a =$ _____



13. 设全集 $U = A \cup B = \{x \in N^* | \lg x < 1\}$, 若 $A \cap (C_u B) = \{m | m = 2n + 1, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$,

则集合 $B =$ _____

14. 若圆 $x^2 + y^2 = 4$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2ay - 6 = 0 (a > 0)$ 的公共弦的长为 $2\sqrt{3}$, 则 $a =$ _____

15. 若等边 $\triangle ABC$ 的边长为 $2\sqrt{3}$, 平面内一点 M 满足 $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$, 则 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} =$ _____

16. 若关于 x 的不等式 $(2x - 1)^2 < ax^2$ 的解集中的整数恰有3个, 则实数 a 的取值范围是_____

三. 解答题: 本大题共6小题, 共76分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 解答

17. (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{5}$, $AC = 3$, $\sin C = 2 \sin A$

(1) 求 AB 的值

(2) 求 $\sin\left(2A - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值

18. (本小题满分12分)

为了了解某市开展群众体育活动的情况，拟采用分层抽样的方法从 A, B, C 三个区中抽取7个工厂进行调查，已知 A, B, C 区中分别有18, 27, 18个工厂

(1) 求从 A, B, C 区中应分别抽取的工厂个数

(2) 若从抽得的7个工厂中随机地抽取2个进行调查结果的对比，用列举法计算这2个工厂中至少有一个来自 A 区的概率

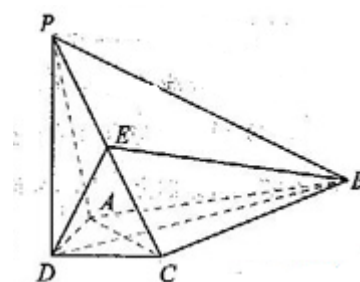
19. (本小题满分12分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AD \perp CD$ ， DB 平分 $\angle ADC$ ， E 为 PC 中点， $AD = CD = 1, DB = 2\sqrt{2}$

(1) 证明： $PA \parallel$ 平面 BDE

(2) 证明： $AC \perp$ 平面 PBD

(3) 求直线 BC 与平面 PBD 所成角的正切值



20. (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为0. 设 $S_n = a_1 + a_2q + \dots + a_nq^{n-1}$,

$$T_n = a_1 - a_2q + \dots + (-1)^{n-1} a_nq^{n-1}$$

(1) 若 $q = 1, a_1 = 1, S_3 = 15$ ，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式

(2) 若 $a_1 = d$ ，且 S_1, S_2, S_3 成等比数列，求 q 的值

(3) 若 $q \neq \pm 1$ ，证明 $(1-q)S_{2n} - (1-q)T_{2n} = \frac{2dq(1-q^{2n})}{1-q^2}$

21. (本小题满分14分)

设函数 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + (m^2 - 1)x (x \in R)$ ，其中 $m > 0$

(1) 当 $m = 1$ 时，求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值

(3) 已知函数 $f(x)$ 有三个互不相同的零点 $0, x_1, x_2$ ，且 $x_1 < x_2$ ，若对任意的

$x \in [x_1, x_2]$, $f(x) > f(1)$ 恒成立，求 m 的取值范围

22. (本小题满分14分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点分别为 $F_1(-c, 0)$ 和 $F_2(c, 0)$ ，过点 $E\left(\frac{a^2}{c}, 0\right)$

的直线与椭圆相交于 A, B 两点，且 $F_1A \parallel F_2B, |F_1A| = 2|F_2B|$

(1) 求椭圆的离心率

(2) 求直线 AB 的斜率

(3) 设点 C 与点 A 关于坐标原点对称，直线 F_2B 上有一点 $H(m, n) (m \neq 0)$ 在 $\triangle AF_1C$ 的外

接圆上，求 $\frac{n}{m}$ 的值