绝密★启用前

2016年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷（理工农医类）

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.

2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.

3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.

4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题（本大题共有14题，满分56分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分.

1．设$x\in R$,则不等式$\left|x-3\right|<1$的解集为____________.

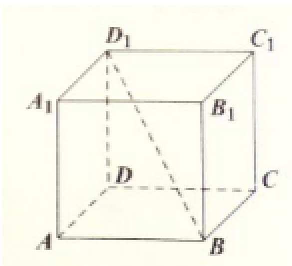
2．设$z=\dfrac{3+2i}{i}$，其中i为虚数单位，则$\operatorname{Im}z=$____________.

3．已知平行直线$l_1:2x+y-1=0,l_2:2x+y+1=0$，则$l_1$与$l_2$的距离是____________.

4．某次体检，6位同学的身高（单位：米）分别为1.72，1.78，1.75，1.80，1.69，1.77，则这组数据的中位数是_________（米）.

5．已知点$(3,9)$在函数$f(x)=1+a^x$的图像上，则$f(x)$的反函数$f^{-1}(x)=$_________.

6．如图，在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$的边长为3，BD_1与底面所成的角的大小为$\arctan\dfrac{2}{3}$，则该正四棱柱的高等于____________.



7．方程$3\sin x=1+\cos 2x$在区间$\left[0,2\pi\right]$上的解为__________.

8．在$\left(\sqrt[3]{x}-\dfrac{2}{x}\right)^n$的二项展开式中，所有项的二项式系数之和为256，则常数项等于_________.

9．已知ΔABC的三边长分别为3,5,7，则该三角形的外接圆半径等于_________.

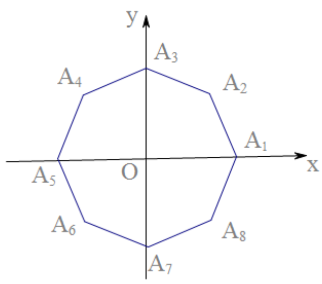
10．设$a>0,b>0$.若关于x,y的方程组$\begin{cases}ax+y=1\\x+by=1\end{cases}$，无解，则$a+b$的取值范围是____________.

11．无穷数列$\{a_n\}$由k个不同的数组成，S_n为$\{a_n\}$的前n项和.若对任意$n\in\mathrm{N}^*$，$S_n\in\{2,3\}$，则k的最大值为________.

12．在平面直角坐标系中，已知A（1,0），B（0，-1），P是曲线$y=\sqrt{1-x^2}$上一个动点，则$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{BA}$的取值范围是_____________.

13.设$a,b\in R,c\in[0,2\pi)$.若对任意实数x都有$2\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{3}\right)=a\sin(bx+c)$，则满足条件的有序实数组$(a,b,c)$的组数为____.

14.如图，在平面直角坐标系xOy中，O为正八边形$A_1A_2\cdots A_8$的中心，$A_1(1,0)$.任取不同的两点A_i,A_j，点P满足$\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OA_i}+\overrightarrow{OA_j}=\vec{0}$，则点$P$落在第一象限的概率是_____________.



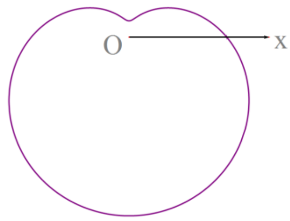
二、选择题（本大题共有4题，满分20分）每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得五分，否则一律得零分.

15.设$a\in R$，则“$a>1$”是“$a^2>1$”的（　）.

（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件

（C）充要条件　　（D）既非充分也非必要条件

16.下列极坐标方程中，对应的曲线为如图的是（　）.



（A）$\rho=6+5\cos\theta$　　（B）$\rho=6+5\sin\theta$

（C）$\rho=6-5\cos\theta$　　（D）$\rho=6-5\sin\theta$

17.已知无穷等比数列$\{a_n\}$的公比为q，前n项和为S_n，且$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=S$.下列条件中，使得$2S_n<S\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$恒成立的是（　）.

（A）$a_1>0,0.6<q<0.7$　　（B）$a_1<0,-0.7<q<-0.6$

（C）$a_1>0,0.7<q<0.8$　　（D）$a_1<0,-0.8<q<-0.7$

18．设$f(x)$、$g(x)$、$h(x)$是定义域为R的三个函数，对于命题：①若$f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$均是增函数，则$f(x)$、$g(x)$、$h(x)$中至少有一个增函数；②若$f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$均是以T为周期的函数，则$f(x)$、$g(x)$、$h(x)$均是以T为周期的函数，下列判断正确的是（　）.

（A）①和②均为真命题　　（B）①和②均为假命题

（C）①为真命题，②为假命题（D）①为假命题，②为真命题

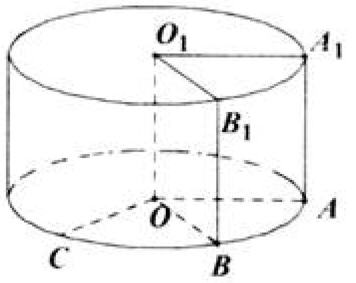
三、解答题（本大题共有5题，满分74分）解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

19.

（本题满分12分）本题共有2个小题，第一小题满分6分，第二小题满分6分.将边长为1的正方形AA_1O_1O（及其内部）绕的OO_1旋转一周形成圆柱，如图，$\overset{\frown}{AC}$长为$\frac{2}{3}\pi$，$\overset{\frown}{A_1B_1}$长为$\frac{\pi}{3}$，其中B_1与C在平面AA_1O_1O的同侧.

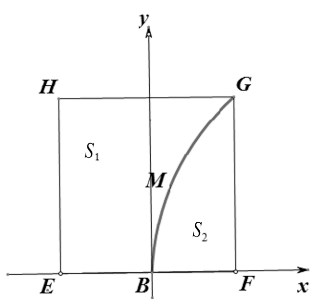
（1）求三棱锥$C-O_1A_1B_1$的体积；

（2）求异面直线B_1C与AA_1所成的角的大小.



20．（本题满分14）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

有一块正方形菜地$EFGH$,EH 所在直线是一条小河.收获的蔬菜可送到F 点或河边运走.于是，菜地分为两个区域S_1和S_2，其中S_1中的蔬菜运到河边较近，S_2中的蔬菜运到F 点较近，而菜地内S_1和S_2的分界线C上的点到河边与到F 点的距离相等，现建立平面直角坐标系，其中原点O为EF 的中点，点F 的坐标为（1,0），如图.



（1）求菜地内的分界线C的方程;

（2）菜农从蔬菜运量估计出S_1面积是S_2面积的两倍，由此得到S_1面积的“经验值”为$\dfrac{8}{3}$.设M 是C上纵坐标为1的点，请计算以EH 为一边、另有一边过点M 的矩形的面积，及五边形$EOMGH$ 的面积，并判断哪一个更接近于S_1面积的经验值.

21.（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分.

双曲线$x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，直线$l$过$F_2$且与双曲线交于$A$、$B$两点.

（1）若l的倾斜角为$\dfrac{\pi}{2}$，ΔF_1AB是等边三角形，求双曲线的渐近线方程;

（2）设 $b=\sqrt{3}$，若 l 的斜率存在，且 $(\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_1B})\cdot\overrightarrow{AB}=0$，求 l 的斜率.

22.（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分.

已知 $a\in R$，函数 $f(x)=\log_2(\frac{1}{x}+a)$.

（1）当 $a=5$ 时，解不等式 $f(x)>0$；

（2）若关于 x 的方程 $f(x)-\log_2[(a-4)x+2a-5]=0$ 的解集中恰好有一个元素，求 a 的取值范围；

（3）设 $a>0$，若对任意 $t\in[\frac{1}{2},1]$，函数 $f(x)$ 在区间 $[t,t+1]$ 上的最大值与最小值的差不超过1，求 a 的取值范围.

23.（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分.

若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足：只要 $a_p=a_q(p,q\in\mathrm{N}^*)$，必有 $a_{p+1}=a_{q+1}$，则称 $\{a_n\}$ 具有性质 P.

（1）若 $\{a_n\}$ 具有性质 P，且 $a_1=1,a_2=2,a_4=3,a_5=2$，$a_6+a_7+a_8=21$，求 a_3；

（2）若无穷数列 $\{b_n\}$ 是等差数列，无穷数列 $\{c_n\}$ 是公比为正数的等比数列，$b_1=c_5=1$，$b_5=c_1=81$，$a_n=b_n+c_n$，判断 $\{a_n\}$ 是否具有性质 P，并说明理由；

（3）设 $\{b_n\}$ 是无穷数列，已知 $a_{n+1}=b_n+\sin a_n(n\in\mathrm{N}^*)$.求证："对任意 $a_1,\{a_n\}$ 都具有性质 P"的充要条件为"$\{b_n\}$ 是常数列".