绝密★启用前

2010年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.

2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.

3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.

4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题（本大题满分56分，每小题4分）

1．已知集合$A=\{1,3,m\}$，$B=\{3,4\}$，$A\cup B=\{1,2,3,4\}$，则$m=$__________.

2．不等式$\dfrac{2-x}{x+4}>0$的解集是__________.

3．行列式$\begin{vmatrix}\cos\dfrac{\pi}{6} & \sin\dfrac{\pi}{6}\\ \sin\dfrac{\pi}{6} & \cos\dfrac{\pi}{6}\end{vmatrix}$的值是__________.

4．若复数$z=1-2\mathrm{i}$（i为虚数单位），则$z\cdot\overline{z}+z=$__________.

5．将一个总体分为A、B、C三层，其个体数之比为5:3:2．若用分层抽样方法抽取容量为100的样本，则应从C中抽取__________个个体.

6．已知四棱锥P—$ABCD$的底面是边长为6的正方体，侧棱$PA\perp$底面$ABCD$，且$PA=8$，则该四棱锥的体积是__________.

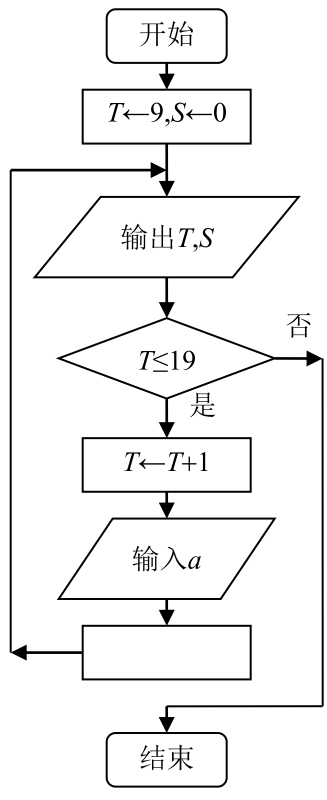
7．圆$C:x^2+y^2-2x-4y+4=0$的圆心到直线$3x+4y+4=0$的距离$d=$__________.

8．动点P到点$F(2,0)$的距离与它到直线$x+2=0$的距离相等，则点P的轨迹方程为________.

9．函数$f(x)=\log_3(x+3)$的反函数的图像与y轴的交点坐标是_____.

10．从一副混合后的扑克牌(52张)中随机抽取2张，则“抽出的2张均为红桃”的概率为__________（结果用最简分数表示）.

11．2010年上海世博会园区每天9:00开园，20:00停止入园．在右边的框图中，S表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，a表示整点报道前1个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入__________.



12．在n行n列矩阵$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \end{pmatrix}$中，

记位于第i行第j列的数为$a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$．

当n=9时，$a_{11}+a_{22}+a_{33}+\cdots+a_{99}$=________________．

13．在平面直角坐标系中，双曲线Γ的中心在原点，它的一个焦点坐标为$(\sqrt{5},0)$，$\overrightarrow{e_1}=(2,1)$、$\overrightarrow{e_2}=(2,-1)$分别是两条渐近线的方向向量．任取双曲线$\Gamma$上的点$P$，若$\overrightarrow{OP}=a\overrightarrow{e_1}+b\overrightarrow{e_2}$($a$、$b\in\mathbf{R}$)，则$a$、$b$满足的一个等式是________________．

14．将直线l_1:$x+y-1=0$、l_2:$nx+y-n=0$、l_3:$x+ny-n=0$($n\in\mathbf{N}^*,n\geq 2$)围成的三角形面积记为S_n，则$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$=________________．

二、选择题（本大题满分20分，每小题5分）

15．满足线性约束条件$\begin{cases} 2x+y\leq 3, \\ x+2y\leq 3, \\ x\geq 0, \\ y\geq 0 \end{cases}$的目标函数$z=x+y$的最大值是（　　）

A．1　　B．$\dfrac{3}{2}$　　C．2　　D．3

16．“$x=2k\pi+\dfrac{\pi}{4}$ ($k\in\mathbf{Z}$)”是“$\tan x=1$”成立的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

17．若x_0是方程$\lg x+x=2$的解，则x_0属于区间（　　）

A．(0,1)　　B．(1,1.25)　　C．(1.25,1.75)　　D．(1.75,2)

18．若ΔABC的三个内角满足$\sin A:\sin B:\sin C=5:11:13$，则$\Delta ABC$（　　）

A．一定是锐角三角形　　B．一定是直角三角形

C．一定是钝角三角形　　D．可能是锐角三角形，也可能是钝角三角形

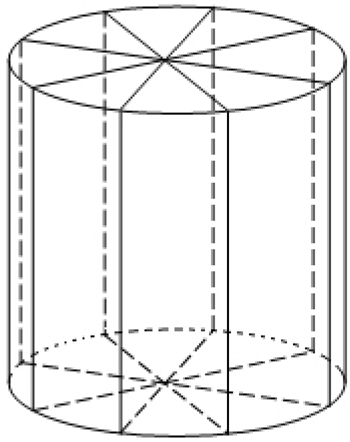
三、解答题（本大题满分74分）

19．（本题满分12分）

已知$0<x<\dfrac{\pi}{2}$，化简：$\lg(\cos x\cdot\tan x+1-2\sin^2\dfrac{x}{2})+\lg[\sqrt{2}\cos(x-\dfrac{\pi}{4})]-\lg(1+\sin 2x)$．

20．（本题满分14分）第1小题满分7分，第2小题满分7分．

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作4个全等的矩形骨架，总计耗用9.6米铁丝．再用S平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）．



(1)
当圆柱底面半径r取何值时，S取得最大值？并求出该最大值（结果精确到0.01平方米）；

(2)
若要制作一个如图放置的、底面半径为0.3米的灯笼，请作出用于制作灯笼的三视图（作图时，不需考虑骨架等因素）
．

21．（本题满分14分）第1小题满分6分，第2小题满分8分．

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=n-5a_n-85, n\in\mathbf{N}^*$．

(1) 证明：$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2) 求数列$\{S_n\}$的通项公式，并求出使得$S_{n+1}>S_n$成立的最小正整数n．

22．（本题满分16分）第1小题满分3分，第2小题满分5分，第3小题满分8分．

若实数x、y、m满足$|x-m|<|y-m|$，则称x比y接近m．

(1) 若x^2-1比3接近0，求x的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数a、b，证明：a^2b+ab^2比a^3+b^3接近$2ab\sqrt{ab}$；

(3)
已知函数$f(x)$的定义域$D=\{x|x\neq k\pi, k\in\mathbf{Z}, x\in\mathbf{R}\}$．任取$x\in D$，$f(x)$等于$1+\sin x$和$1-\sin x$中接近0的那个值．写出函数$f(x)$的解析式，并指出它的奇偶性、最小正周期、最小值和单调性（结论不要求证明）

23．（本题满分18分）第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分．

已知椭圆Γ的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$A(0,b)$、$B(0,-b)$和$Q(a,0)$为$\Gamma$的三个顶点．

(1) 若点M满足$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{AB})$，求点$M$的坐标；

(2) 设直线l_1:$y=k_1x+p$交椭圆Γ于C、D两点，交直线l_2:$y=k_2x$于点E．若$k_1\cdot k_2=-\frac{b^2}{a^2}$，

证明：E为CD的中点；

(3)
设点P在椭圆Γ内且不在x轴上，如何构作过PQ中点F的直线l，使得l与椭圆Γ的两个交点P_1、P_2满足$\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$？令$a=10$，$b=5$，点$P$的坐标是$(-8,-1)$．若椭圆$\Gamma$上的点$P_1$、$P_2$满足$\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$，求点$P_1$、$P_2$的坐标．

2010年高考数学（理科）上海试题

2010-6-7

班级_____，学号_____，姓名_____________

一、填空题（本大题满分56分，每小题4分）

1．不等式 $\dfrac{2-x}{x+4}>0$ 的解集是________________.

2．若复数z=1−2i（i为虚数单位），则 $z\cdot\bar{z}+z=$________________.

3．动点P到点$F(2,0)$的距离与它到直线$x+2=0$的距离相等，则点P的轨迹方程为__________.

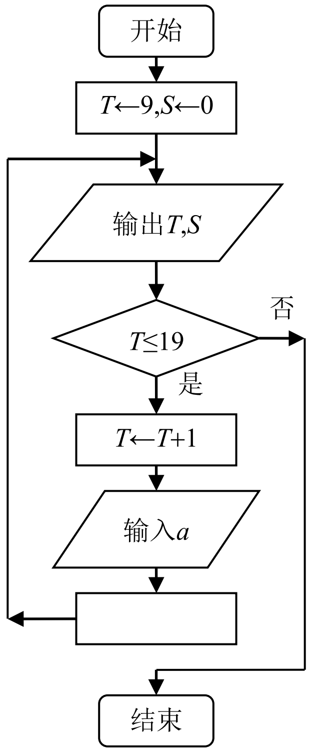
4．行列式$\begin{vmatrix}\cos\dfrac{\pi}{3} & \sin\dfrac{\pi}{6}\\ \sin\dfrac{\pi}{3} & \cos\dfrac{\pi}{6}\end{vmatrix}$的值是________________.

5．圆C:$x^2+y^2-2x-4y+4=0$的圆心到直线$3x+4y+4=0$的距离d=________________.

6．随机变量ξ的概率分布由下表给出：

x	7	8	9	10
$P(\xi=x)$	0.3	0.35	0.2	0.15

则该随机变量ξ的均值是________________.



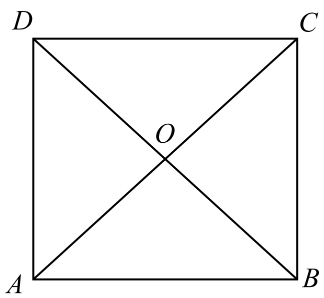
7．2010年上海世博会园区每天9:00开园，20:00停止入园．在右边的框图中，S表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，a表示整点报道前1个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入________________.

8．对于不等于1的正数a，函数$f(x)=\log_a(x+3)$的反函数的图像都经过点P，则点P的坐标为________________.

9．从一副混合后的扑克牌(52张)中，随机抽取1张，事件A为“抽得红桃K”，事件B为“抽得黑桃”，则概率$P(A\cup B)=$______________(结果用最简分数表示).

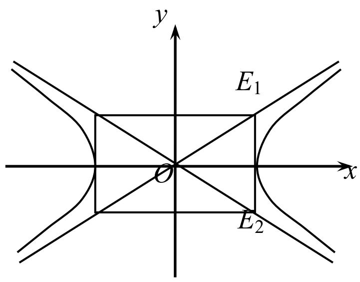
10．在n行n列矩阵$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n\\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1\\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1\end{pmatrix}$中$a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$．当$n$=9时，$a_{11}+a_{22}+a_{33}+\cdots+a_{99}=$________________.

11．将直线l_1：$nx+y-n=0$、l_2：$x+ny-n=0(n\in\mathbf{N}^*)$、$x$轴、$y$轴围成的封闭区域的面积记为$S_n$，则$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$________________.



12．如图所示，在边长为4的正方形纸片$ABCD$中，AC与BD相交于点O，剪去ΔAOB，将剩余部分沿OC、OD折叠，使OA、OB重合，则以$A(B)$、C、D、O为顶点的四面体的体积是________________.

13．如图所示，直线 $x=2$ 与双曲线 $\Gamma:\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线交于 E_1、E_2 两点，记 $\overrightarrow{OE_1}=\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{OE_2}=\overrightarrow{e_2}$，任取双曲线 Γ 上的点 P，若 $\overrightarrow{OP}=a\overrightarrow{e_1}+b\overrightarrow{e_2}(a,b\in R)$，



则 a、b 满足的一个等式是________.

14．从集合 $U=\{a,b,c,d\}$ 的子集中选出4个不同的子集，需同时满足以下两个条件：

(1) $\varnothing,U$ 都要选出；(2)对选出的任意两个子集 A 和 B，必有 $A\subseteq B$ 或 $A\supseteq B$．

那么，共有________种不同的选择．

二、**选择题**（本大题满分20分，每小题5分）

15．“$x=2k\pi+\dfrac{\pi}{4}$ $(k\in\mathbf{Z})$”是“$\tan x=1$”成立的（ ）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

16．直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2-t\end{cases}(t\in\mathbf{R})$，则 l 的方向向量 $\vec{d}$ 可以是（ ）

A．(1,2)　　B．(2,1)　　C．(−2,1)　　D．(1,−2)

17．若 x_0 是方程 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=x^{\frac{1}{3}}$ 的解，则 x_0 属于区间（ ）

A．$\left(\dfrac{2}{3},1\right)$　　B．$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{3}\right)$　　C．$\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2}\right)$　　D．$\left(0,\dfrac{1}{3}\right)$

18．某人要作一个三角形，要求它的三条高的长度分别是 $\dfrac{1}{13}$、$\dfrac{1}{11}$、$\dfrac{1}{5}$，则此人将（ ）

A．不能作出满足要求的三角形　　B．作出一个锐角三角形

C．作出一个直角三角形　　D．作出一个钝角三角形

三、**解答题**（本大题满分74分）

19．（本题满分12分）

已知 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$，化简：$\lg(\cos x\cdot\tan x+1-2\sin^2\dfrac{x}{2})+\lg[\sqrt{2}\cos(x-\dfrac{\pi}{4})]-\lg(1+\sin 2x)$．

20．（本题满分13分）第1小题满分5分，第2小题满分8分．

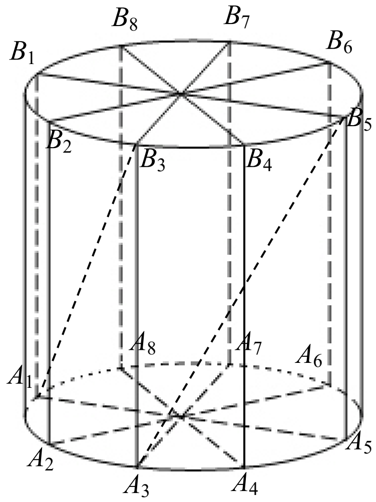
已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=n-5a_n-85,n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 证明：$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2) 求数列$\{S_n\}$的通项公式，并指出n为何值时，S_n取得最小值，并说明理由.

21．（本题满分14分）第1小题满分5分，第2小题满分8分.

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作4个全等的矩形骨架，总计耗用9.6米铁丝．骨架将圆柱底面8等分．再用S平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）.



(1)

当圆柱底面半径r取何值时，S取得最大值？并求出该最大值（结果精确到0.01平方米）；

(2)

在灯笼内，以矩形骨架的顶点为端点，安装一些霓虹灯．当灯笼底面半径为0.3米时，求图中两根直线型霓虹灯A_1B_3、A_3B_5所在异面直线所成角的大小（结果用反三角函数值表示）.

22．（本题满分18分）第1小题满分3分，第2小题满分5分，第3小题满分10分.

若实数x、y、m满足$|x-m|>|y-m|$，则称x比y远离m.

(1) 若x^2-1比1远离0，求x的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数a、b，证明：a^3+b^3比a^2b+ab^2远离$2ab\sqrt{ab}$；

(3)

已知函数$f(x)$的定义域$D=\{x\mid x\neq\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z},x\in\mathbf{R}\}$．任取$x\in D$，$f(x)$等于$\sin x$和$\cos x$中远离0的那个值．写出函数$f(x)$的解析式，并指出它的基本性质（结论不要求证明）

23．（本题满分18分）第1小题满分3分，第2小题满分6分，第3小题满分9分．

已知椭圆Γ的方程为$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，点$P$的坐标为$(-a,b)$．

(1)

若直角坐标平面上的点M、$A(0,-b)$、$B(a,0)$满足$\overrightarrow{PM}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})$，求点$M$的坐标；

(2) 设直线l_1:$y=k_1x+p$交椭圆Γ于C、D两点，交直线l_2:$y=k_2x$于点E．若$k_1\cdot k_2=-\dfrac{b^2}{a^2}$，

证明：E为CD的中点；

(3) 对于椭圆Γ上的点$Q(a\cos\theta,b\sin\theta)(0<\theta<\pi)$，如果椭圆$\Gamma$上存在不同的两点$P_1$、$P_2$使$\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$，写出求作点$P_1$、$P_2$的步骤，并求出使$P_1$、$P_2$存在的$\theta$的取值范围．