

## 2012年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版）

一、选择题（共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. （5分）复数 $\frac{-1+3i}{1+i}$  = ( )

- A.  $2+i$                       B.  $2-i$                       C.  $1+2i$                       D.  $1-2i$

2. （5分）已知集合 $A=\{1, 3, \sqrt{\pi}\}$ ,  $B=\{1, m\}$ ,  $A \cup B=A$ , 则 $m$ 的值为 ( )

- A. 0或 $\sqrt{3}$                       B. 0或3                      C. 1或 $\sqrt{3}$                       D. 1或3

3. （5分）椭圆的中心在原点，焦距为4，一条准线为 $x=-4$ ，则该椭圆的方程为 ( )

- A.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$     B.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$     D.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$

4. （5分）已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=2$ ,  $CC_1=2\sqrt{2}$ ,  $E$ 为 $CC_1$ 的中点，则直线 $AC_1$ 与平面 $BED$ 的距离为 ( )

- A. 2                      B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{2}$                       D. 1

5. （5分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,  $a_5=5$ ,  $S_5=15$ , 则数列 $\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\}$ 的前100项和为 ( )

- A.  $\frac{100}{101}$                       B.  $\frac{99}{101}$                       C.  $\frac{99}{100}$                       D.  $\frac{101}{100}$

6. （5分） $\triangle ABC$ 中， $AB$ 边的高为 $CD$ ，若 $\overrightarrow{CB}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CA}=\vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}=0$ ,  $|\vec{a}|=1$ ,  $|\vec{b}|=2$ , 则 $\overrightarrow{AD}=( )$

- A.  $\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$                       B.  $\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$                       C.  $\frac{3}{5}\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$                       D.  $\frac{4}{5}\vec{a} - \frac{4}{5}\vec{b}$

7. （5分）已知 $\alpha$ 为第二象限角， $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则 $\cos 2\alpha = ( )$

- A.  $-\frac{\sqrt{5}}{3}$                       B.  $-\frac{\sqrt{5}}{9}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{9}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

8. （5分）已知 $F_1$ 、 $F_2$ 为双曲线 $C: x^2 - y^2 = 2$ 的左、右焦点，点 $P$ 在 $C$ 上， $|PF_1|=2|PF_2|$ , 则 $\cos \angle F_1PF_2 = ( )$

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{3}{5}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{4}{5}$

9. (5分) 已知 $x=\ln\pi$ ,  $y=\log_5 2$ ,  $z=e^{-\frac{1}{2}}$ , 则 ( )
- A.  $x < y < z$       B.  $z < x < y$       C.  $z < y < x$       D.  $y < z < x$
10. (5分) 已知函数 $y=x^3 - 3x+c$ 的图象与 $x$ 轴恰有两个公共点, 则 $c=$  ( )
- A.  $-2$ 或 $2$       B.  $-9$ 或 $3$       C.  $-1$ 或 $1$       D.  $-3$ 或 $1$
11. (5分) 将字母 $a, a, b, b, c, c$ 排成三行两列, 要求每行的字母互不相同, 每列的字母也互不相同, 则不同的排列方法共有 ( )
- A. 12种      B. 18种      C. 24种      D. 36种
12. (5分) 正方形 $ABCD$ 的边长为1, 点 $E$ 在边 $AB$ 上, 点 $F$ 在边 $BC$ 上,  $AE=BF=\frac{3}{7}$ , 动点 $P$ 从 $E$ 出发沿直线向 $F$ 运动, 每当碰到正方形的边时反弹, 反弹时反射角等于入射角, 当点 $P$ 第一次碰到 $E$ 时,  $P$ 与正方形的边碰撞的次数为 ( )
- A. 16      B. 14      C. 12      D. 10

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分, 把答案填在题中横线上.

(注意: 在试题卷上作答无效)

13. (5分) 若 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ x+y-3 \leq 0 \\ x+3y-3 \geq 0 \end{cases}$  则 $z=3x-y$ 的最小值为\_\_\_\_\_.
14. (5分) 当函数 $y=\sin x - \sqrt{3}\cos x$  ( $0 \leq x < 2\pi$ ) 取得最大值时,  $x=$ \_\_\_\_\_.
15. (5分) 若 $(x+\frac{1}{x})^n$ 的展开式中第3项与第7项的二项式系数相等, 则该展开式中 $\frac{1}{x^2}$ 的系数为\_\_\_\_\_.
16. (5分) 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面边长和侧棱长都相等,  $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$ , 则异面直线 $AB_1$ 与 $BC_1$ 所成角的余弦值为\_\_\_\_\_.

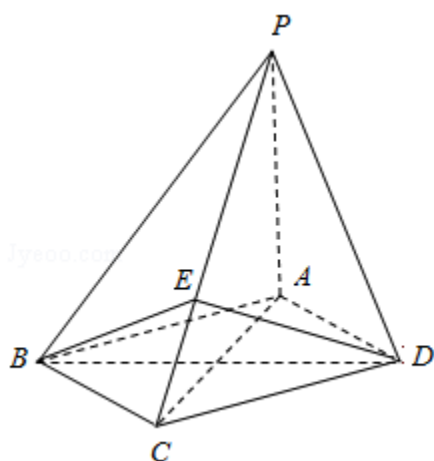
三、解答题: 本大题共6小题, 共70分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10分)  $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ , 已知 $\cos(A-C) + \cos B = 1$ ,  $a=2c$ , 求 $C$ .

18. (12分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形,  $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ,  $AC=2\sqrt{2}$ ,  $PA=2$ ,  $E$ 是 $PC$ 上的一点,  $PE=2EC$ .

(I) 证明:  $PC \perp$ 平面 $BED$ ;

(II) 设二面角 $A-PB-C$ 为 $90^\circ$ , 求 $PD$ 与平面 $PBC$ 所成角的大小.



19. (12分) 乒乓球比赛规则规定: 一局比赛, 双方比分在10平前, 一方连续发球2次后, 对方再连续发球2次, 依次轮换. 每次发球, 胜方得1分, 负方得0分. 设在甲、乙的比赛中, 每次发球, 发球方得1分的概率为0.6, 各次发球的胜负结果相互独立. 甲、乙的一局比赛中, 甲先发球.

(I) 求开始第4次发球时, 甲、乙的比分为1比2的概率;

(II)  $\xi$ 表示开始第4次发球时乙的得分, 求 $\xi$ 的期望.

20. (12分) 设函数  $f(x) = ax + \cos x$ ,  $x \in [0, \pi]$ .

(I) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(II) 设  $f(x) \leq 1 + \sin x$ , 求  $a$  的取值范围.

21. (12分) 已知抛物线  $C: y = (x+1)^2$  与圆  $M: (x-1)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = r^2$  ( $r > 0$ )

有一个公共点  $A$ , 且在  $A$  处两曲线的切线为同一直线  $l$ .

(I) 求  $r$ ;

(II) 设  $m, n$  是异于  $l$  且与  $C$  及  $M$  都相切的两条直线,  $m, n$  的交点为  $D$ , 求  $D$  到  $l$  的距离.

22. (12分) 函数  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ , 定义数列  $\{$

$x_n\}$  如下:  $x_1 = 2$ ,  $x_{n+1}$  是过两点  $P(4, 5)$ ,  $Q_n(x_n, f(x_n))$  的直线  $PQ_n$  与  $x$  轴交点的横坐标.

(I) 证明:  $2 \leq x_n < x_{n+1} < 3$ ;

(II) 求数列  $\{x_n\}$  的通项公式.