2009年辽宁高考理科数学真题及答案

一、选择题（每小题5分，共60分）

（1）已知集合M={x|-3<x≤5},N={x|-5<x<5},则M∩N=

(A) {x|-5<x<5}　　(B) {x|-3<x<5}

(C) {x|-5<x≤5}　　(D) {x|-3<x≤5}

（2）已知复数$z=1-2i$，那么$\frac{1}{z}$=

（A）$\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{2\sqrt{5}}{5}i$　（B）$\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{2\sqrt{5}}{5}i$　（C）$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$　（D）$\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

（3）平面向量a与b的夹角为60^0，$a=(2,0)$，$|b|=1$ 则$|a+2b|=$

（A）$\sqrt{3}$　(B) $2\sqrt{3}$　(C) 4　(D)12

(4) 已知圆C与直线x-y=0 及x-y-4=0都相切，圆心在直线x+y=0上，则圆C的方程为

（A）$(x+1)^2+(y-1)^2=2$　(B) $(x-1)^2+(y+1)^2=2$

(C) $(x-1)^2+(y-1)^2=2$　(D) $(x+1)^2+(y+1)^2=2$

（5）从5名男医生、4名女医生中选3名医生组成一个医疗小分队，要求其中男、女医生都有，则不同的组队方案共有

（A）70种　（B） 80种　（C） 100种　（D）140种

（6）设等比数列{a_n}的前n 项和为S_n，若$\frac{S_6}{S_3}$=3 ，则$\frac{S_9}{S_6}$ =

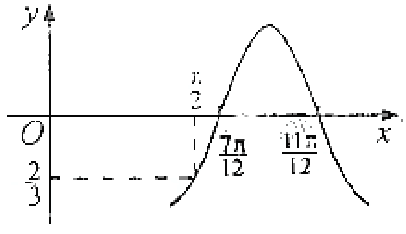
（A） 2　（B） $\frac{7}{3}$　（C） $\frac{8}{3}$　（D）3

(7)曲线y=$\frac{x}{x-2}$在点（1，-1）处的切线方程为

（A）y=x-2　(B) y=-3x+2　(C)y=2x-3　(D)y=-2x+1

(8)已知函数$f(x)$=Acos($\omega x+\varphi$)的图象如图所示，$f(\frac{\pi}{2})=-\frac{2}{3}$，则$f(0)$=

（A）$-\frac{2}{3}$　(B)-$\frac{1}{2}$　(C) $\frac{2}{3}$　(D) $\frac{1}{2}$

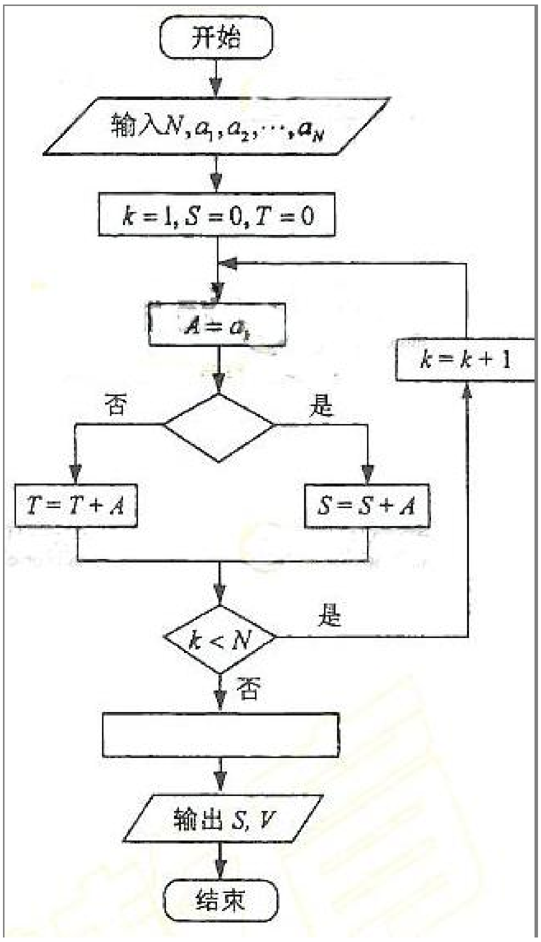


（9）已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0,+\infty\right)$ 单调增加，则满足 $f(2x-1)<f(\frac{1}{3})$ 的x

取值范围是

（A）（$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$）　（B）［$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$）　（C）（$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$）　（D）［$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$）

（10）某店一个月的收入和支出总共记录了　N个数据 a_1，a_2，。。。。a_N，其中收入记为正数，支出记为负数。该店用右边的程序框图计算月总收入S和月净盈利V，那么在图中空白的判断框和处理框中，应分别填入下列四个选项中的



（A）A>0, V=S-T

(B)　A<0, V=S-T

(C)　A>0, V=S+T

（D）A<0, V=S+T

（11）正六棱锥P-ABCDEF中，G为PB的中点，则三棱锥D-GAC与三棱锥P-GAC体积之比为

（A）1：1　(B) 1：2　(C) 2：1　(D) 3：2

（12）若 x_1 满足 $2x+2^x=5$，x_2 满足 $2x+2\log_2(x-1)=5$，$x_1+x_2=$

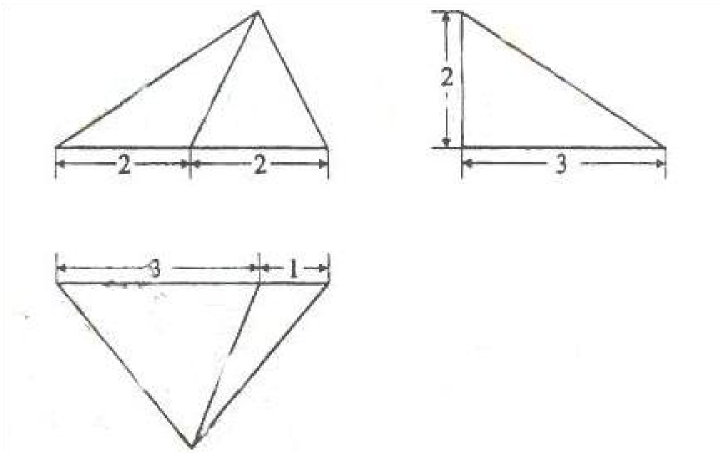
（A）$\frac{5}{2}$　(B)3　(C) $\frac{7}{2}$　(D)4

（13）某企业有3个分厂生产同一种电子产品，第一、二、三分厂的产量之比为1：2：1，用分层抽样方法（每个分厂的产品为一层）从3个分厂生产的电子产品中共取100件作使用寿命的测试，由所得的测试结果算得从第一、二、三分厂取出的产品的使用

寿命的平均值分别为980h，1020h，1032h，则抽取的100件产品的使用寿命的平均值为______________h.

（14）等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$6S_5-5S_3=5$,则$a_4=$ ______________

（15）设某几何体的三视图如下（尺寸的长度单位为m）。

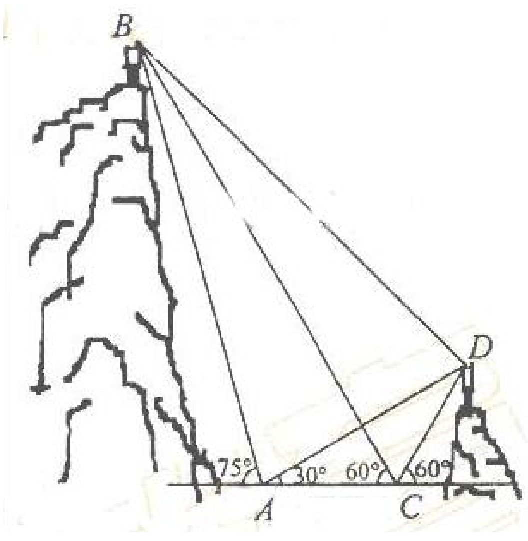


则该几何体的体积为 __________________ m^3

（16）以知F是双曲线$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$的左焦点，$A(1,4),P$是双曲线右支上的动点，则$|PF|+|PA|$的最小值为______________________________ 。

（17）（本小题满分12分）

如图，A,B,C,D都在同一个与水平面垂直的平面内，B，D为两岛上的两座灯塔的塔顶。测量船于水面A处测得B点和D点的仰角分别为75^0，30^0，于水面C处测得B点和D点的仰角均为60^0，AC=0.1km。试探究图中B，D间距离与另外哪两点间距离相等，然后求B，D的距离（计算结果精确到0.01km，$\sqrt{2}\approx$1.414，$\sqrt{6}\approx$2.449）

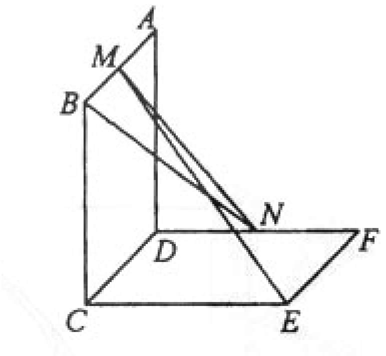


（18）（本小题满分12分）

如图，已知两个正方行ABCD 和DCEF不在同一平面内，M，N分别为AB，DF的中点。

（Ⅰ）若平面ABCD ⊥平面DCEF，求直线MN与平面DCEF所成角的正值弦；

（Ⅱ）用反证法证明：直线ME 与 BN 是两条异面直线。



（19）（本小题满分12分）

某人向一目射击4次，每次击中目标的概率为$\frac{1}{3}$。该目标分为3个不同的部分，第一、二、三部分面积之比为1：3：6。击中目标时，击中任何一部分的概率与其面积成正比。

（Ⅰ）设X表示目标被击中的次数，求X的分布列；

（Ⅱ）若目标被击中2次，A表示事件“第一部分至少被击中1次或第二部分被击中2次”，求$P(A)$

（20）（本小题满分12分）

已知，椭圆C过点A$(1,\frac{3}{2})$，两个焦点为（-1，0），（1，0）。

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）E,F是椭圆C上的两个动点，如果直线AE的斜率与AF的斜率互为相反数，证明直线EF的斜率为定值，并求出这个定值。

（21）（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-ax+(a-1)\ln x,a>1$

（Ⅰ）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

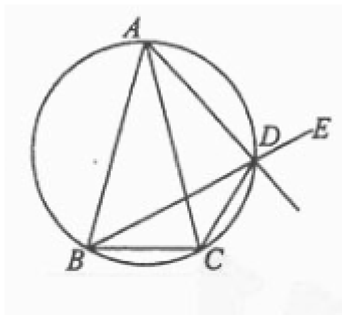
（Ⅱ）证明：若 $a<5$，则对任意x_1，$x_2\in(0,+\infty)$，$x_1\neq x_2$，有

$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>-1$。

请考生在第（22）、（23）、（24）三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

（22）（本小题满分10分）选修4-1：几何证明选讲

已知ΔABC中，AB=AC,



D是ΔABC外接圆劣弧$\overset{\frown}{AC}$上的点（不与点A,C重合），延长BD至E。

（Ⅰ）求证：AD的延长线平分∠CDE;

（Ⅱ）若∠BAC=30，ΔABC中BC边上的高为2+$\sqrt{3}$，求ΔABC外接圆的面积。

（23）（本小题满分10分）选修4-4 ：坐标系与参数方程

在直角坐标系xOy中，以O为极点，x正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C的极坐标方程为ρ cos（$\theta-\frac{\pi}{3}$）=1，M,N分别为C与x轴，y轴的交点。

（Ⅰ）写出C的直角坐标方程，并求M，N的极坐标;

（Ⅱ）设MN的中点为P，求直线OP的极坐标方程。

（24）（本小题满分10分）选修4-5：不等式选讲

设函数$f(x)=|x-1|+|x-a|$。

（Ⅰ）若$a=-1,$解不等式$f(x)\geq 3$;

（Ⅱ）如果$\forall x\in R$，$f(x)\geq 2$，求a的取值范围。

参考答案

(1) B (2) D (3) B (4)B (5)A (6)B (7)D (8) C (9) A

(10) C (11)C (12)C (13)1013 (14) $\frac{1}{3}$ (15) 4 (16)9

(17)解:

在△ABC中，∠DAC=30°，∠ADC=60°－∠DAC=30°，

所以CD=AC=0.1 又∠BCD=180°－60°－60°=60°，

故CB是△CAD底边AD的中垂线，所以BD=BA， ……5分

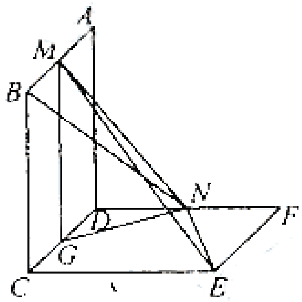
在△ABC中，$\frac{AB}{\sin\angle BCA}=\frac{AC}{\sin\angle ABC}$

即$AB=\frac{AC\sin 60^\circ}{\sin 15^\circ}=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{20},$

因此，$BD=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{20}\approx 0.33km$。

故B，D的距离约为0.33km。 ……12分

（18）（I）解法一：



取CD的中点G，连接MG，NG。

设正方形ABCD，DCEF的边长为2，

则MG⊥CD，MG=2，NG=$\sqrt{2}$

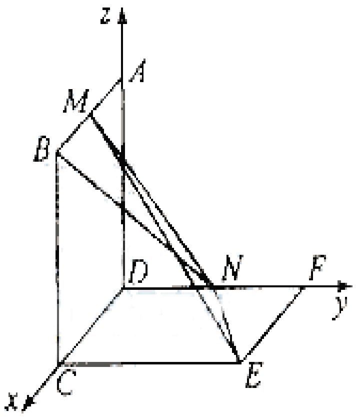
因为平面ABCD⊥平面DCED，

所以MG⊥平面DCEF，

可得∠MNG是MN与平面DCEF所成的角。

因为MN=$\sqrt{6}$，所以$\sin\angle NMG=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$为MN与平面DCEF所成角的正弦值　……6分

解法二：



设正方形ABCD，DCEF的边长为2，以D为坐标原点，分别以射线DC，DF，DA为x,y,z轴正半轴建立空间直角坐标系如图.

则M（1,0,2）,N(0,1,0),可得$\overrightarrow{MN}$=(-1,1,2).

又$\overrightarrow{DA}$=（0，0，2）为平面DCEF的法向量，

可得$\cos\left\langle\overrightarrow{MN},\overrightarrow{DA}\right\rangle=\dfrac{\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{DA}}{|\overrightarrow{MN}||\overrightarrow{DA}|}=-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

所以MN与平面DCEF所成角的正弦值为

$|\cos\left\langle\overrightarrow{MN},\overrightarrow{DA}\right\rangle|=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.　……6分

（II）假设直线ME与BN共面，　……8分

则AB⊂平面MBEN，且平面MBEN与平面DCEF交于EN

由已知，两正方形不共面，故AB⊄平面DCEF。

又AB//CD，所以AB//平面DCEF。而EN为平面MBEN与平面DCEF的交线，

所以AB//EN。

又AB//CD//EF，

所以EN//EF，这与EN∩EF=E矛盾，故假设不成立。

所以ME与BN不共面，它们是异面直线.　……12分

（19）解：

（Ⅰ）依题意知 $X \sim B(4,\frac{1}{3})$，

即 X 的分列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{16}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{1}{81}$

··················6分

（Ⅱ）设 A_i 表示事件“第一次击中目标时，击中第i部分”，i=1，2.

B_i 表示事件“第二次击中目标时，击中第i部分”，i=1，2.

依题意知 $P(A_1)=P(B_1)=0.1, P(A_2)=P(B_2)=0.3$，

$$A = A_1\overline{B_1} \cup \overline{A_1}B_1 \cup A_1B_1 \cup A_2B_2,$$

所求的概率为

$$P(A)=P(A_1\overline{B_1})+P(\overline{A_1}B_1)+P(A_1B_1)+P(A_2B_2)$$

$$=P(A_1)P(\overline{B_1})+P(\overline{A_1})P(B_1)+P(A_1)P(B_1)+P(A_2)P(B_2)$$

$$=0.1\times0.9+0.9\times0.1+0.1\times0.1+0.3\times0.3=0.28$$ ·········12分

（20）解：

（Ⅰ）由题意，c=1, 可设椭圆方程为 $\frac{x^2}{1+b^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，

因为 A 在椭圆上，所以 $\frac{1}{1+b^2}+\frac{9}{4b^2}=1$，解得 $b^2=3$，$b^2=-\frac{3}{4}$（舍去）

所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$。 ···············4分

（Ⅱ）设直线AE方程为：$y=k(x-1)+\frac{3}{2}$，代入 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 得

$$(3+4k^2)x^2+4k(3-2k)x+4(\frac{3}{2}-k)^2-12=0$$

设 $E(x_E, y_E)$，$F(x_F, y_F)$，因为点 $A(1,\frac{3}{2})$ 在椭圆上，所以

$$x_E=\frac{4(\frac{3}{2}-k)^2-12}{3+4k^2}$$

$$y_E=kx_E+\frac{3}{2}-k$$ ……8分

又直线AF的斜率与AE的斜率互为相反数，在上式中以$-k$代k，可得

$$x_F=\frac{4(\frac{3}{2}+k)^2-12}{3+4k^2}$$

$$y_F=-kx_F+\frac{3}{2}+k$$

所以直线EF的斜率$k_{EF}=\frac{y_F-y_E}{x_F-x_E}=\frac{-k(x_F+x_E)+2k}{x_F-x_E}=\frac{1}{2}$

即直线EF的斜率为定值，其值为$\frac{1}{2}$。 ……12分

(21)解：(1) $f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$。

$$f^{'}(x)=x-a+\frac{a-1}{x}=\frac{x^2-ax+a-1}{x}=\frac{(x-1)(x+1-a)}{x}$$ ……2分

（i）若$a-1=1$即$a=2$，则

$$f^{'}(x)=\frac{(x-1)^2}{x}$$

故$f(x)$在$(0,+\infty)$单调增加。

（ii）若$a-1<1$，而$a>1$，故$1<a<2$，则当$x\in(a-1,1)$时，$f^{'}(x)<0$；

当$x\in(0,a-1)$及$x\in(1,+\infty)$时，$f^{'}(x)>0$

故$f(x)$在$(a-1,1)$单调减少，在$(0,a-1),(1,+\infty)$单调增加。

（iii）若$a-1>1$，即$a>2$，同理可得$f(x)$在$(1,a-1)$单调减少，在$(0,1),(a-1,+\infty)$单调增加.

（II）考虑函数 $g(x)=f(x)+x$

$$=\frac{1}{2}x^2-ax+(a-1)\ln x+x$$

则 $g'(x)=x-(a-1)+\frac{a-1}{x}\geq 2\sqrt{x\text{g}\frac{a-1}{x}}-(a-1)=1-(\sqrt{a-1}-1)^2$

由于1<a<5,故 $g'(x)>0$，即 $g(x)$ 在(0,　　$+\infty$)单调增加，从而当 $x_1>x_2>0$ 时有

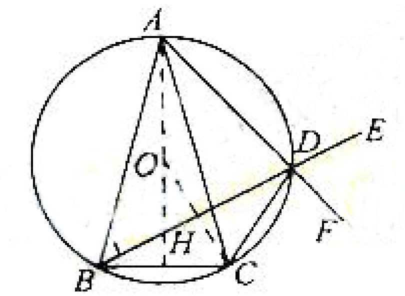
$g(x_1)-g(x_2)>0$，即 $f(x_1)-f(x_2)+x_1-x_2>0$，故 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>-1$，当

$0<x_1<x_2$ 时，有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>-1$

• • • • • • • • • • 12分

（22）解：

（Ⅰ）如图，设F为AD延长线上一点



∵A，B，C，D四点共圆，

∴∠CDF=∠ABC

又AB=AC　∴∠ABC=∠ACB,

且∠ADB=∠ACB, ∴∠ADB=∠CDF,

对顶角∠EDF=∠ADB, 故∠EDF=∠CDF,

即AD的延长线平分∠CDE.

（Ⅱ）设O为外接圆圆心，连接AO交BC于H,则AH⊥BC.

连接OC,A由题意∠OAC=∠OCA=15⁰, ∠ACB=75⁰,

∴∠OCH=60⁰.

设圆半径为 r, 则 $r+\frac{\sqrt{3}}{2}r=2+\sqrt{3}$ 得 $r=2$, 外接圆的面积为 4π 。

（23）解：

（Ⅰ）由 $\rho\cos(\theta-\frac{\pi}{3})=1$ 得

$$\rho(\frac{1}{2}\cos\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta)=1$$

从而C的直角坐标方程为

$$\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}y=1$$

即 $x+\sqrt{3}y=2$

$\theta=0$时，$\rho=2$，所以$M(2,0)$

$\theta=\frac{\pi}{2}$时，$\rho=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以$N(\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{\pi}{2})$ ……5分

（Ⅱ）M点的直角坐标为（2，0）

N点的直角坐标为$(0,\frac{2\sqrt{3}}{3})$

所以P点的直角坐标为$(1,\frac{\sqrt{3}}{3})$，则P点的极坐标为$(\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{\pi}{6})$，

所以直线OP的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{\rho},\rho\in(-\infty,+\infty)$

（24）解：

（Ⅰ）当$a=-1$时，$f(x)=|x-1|+|x+1|$

由$f(x)\geqslant3$得

$|x-1|+|x+1|\geqslant3$

（ⅰ）x≤-1时，不等式化为

1-x-1-x≥3 即-2x≥3

不等式组$\begin{cases}x>1\\f(x)\ge3\end{cases}$的解集为$[\frac{3}{2},+\infty)$

综上得，$f(x)\ge3$的解集为$(-\infty,-\frac{3}{2}]\cup[\frac{3}{2},+\infty)$ ……5分

（Ⅱ）若$a=1,f(x)=2|x-1|$，不满足题设条件

若$a<1,f(x)=\begin{cases}-2x+a+1,x\le a,\\1-a,a<x<1\\2x-(a+1),x\ge1\end{cases}$ $f(x)$的最小值为$1-a$

$$a>1, f(x)=\begin{cases}-2x+a+1, x\le 1,\\ a-1, 1<x<a\\ 2x-(a+1), x\ge a\end{cases} \qquad f(x) \text{ 的最小值为 } a-1$$

所以 $\forall x\in R, f(x)\ge 2$ 的充要条件是 $|a-1|\ge 2$，从而 a 的取值范围为

$(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$ ……10分