2014年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷理科）

一．选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\,|\,x^2-x-2\le 0\}$，集合 B 为整数集，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{-1,0,1,2\}$　　B．$\{-2,-1,0,1\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{-1,0\}$

2．在 $x(1+x)^6$ 的展开式中，含 x^3 项的系数为（　　）

A．30　B．20　C．15　D．10

3．为了得到函数 $y=\sin(2x+1)$ 的图象，只需把函数 $y=\sin 2x$ 的图象上所有的点（　　）

A．向左平行移动 $\frac{1}{2}$ 个单位长度　　B．向右平行移动 $\frac{1}{2}$ 个单位长度

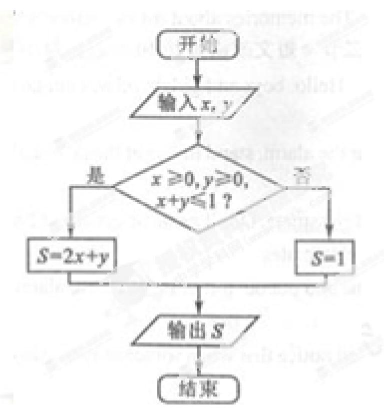
C．向左平行移动1个单位长度　　D．向右平行移动1个单位长度

4．若 $a>b>0$，$c<d<0$，则一定有（　　）

A．$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$　　B．$\frac{a}{c}<\frac{b}{d}$　　C．$\frac{a}{d}>\frac{b}{c}$　　D．$\frac{a}{d}<\frac{b}{c}$

5．执行如图1所示的程序框图，如果输入的 $x,y\in R$，则输出的 S 的最大值为（　　）

A．0　B．1　C．2　D．3



6．六个人从左至右排成一行，最左端只能排甲或乙，学科网最右端不能排甲，则不同的排法共有（　）

A．192种　B．216种　C．240种　D．288种

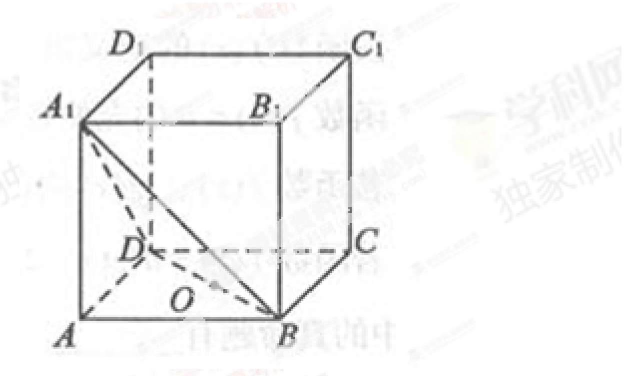
7. 平面向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4,2)$，$\vec{c}=m\vec{a}+\vec{b}$（$m\in R$），且 $\vec{c}$ 与 $\vec{a}$ 的夹角等于 $\vec{c}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角，则 $m=$（　　）

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

8．如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 O 为线段 BD 的中点。设点 P 在线段 CC_1 上，直线 OP 与平

面 A_1BD 所成的角为 α，则 $\sin\alpha$ 的取值范围是（　　）

A．$[\frac{\sqrt{3}}{3},1]$　　B．$[\frac{\sqrt{6}}{3},1]$　　C．$[\frac{\sqrt{6}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3}]$　　D．$[\frac{2\sqrt{2}}{3},1]$



9．已知 $f(x)=\ln(1+x)-\ln(1-x)$，$x\in(-1,1)$.现有下列命题：

① $f(-x)=-f(x)$；② $f(\frac{2x}{x^2+1})=2f(x)$；③ $|f(x)|\ge 2|x|$.其中的所有正确命题的序号是（　　）

A．①②③　　B．②③　　C．①③　　D．①②

10．已知 F 是抛物线 $y^2=x$ 的焦点，点 A，B 在该抛物线上且位于 x 轴的两侧，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$（其中 O 为坐标原点），则 ΔABO 与 ΔAFO 面积之和的最小值是（　　）

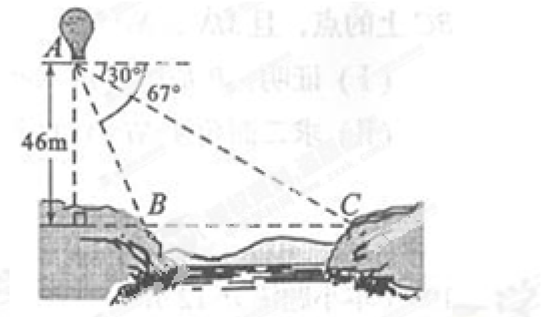
A．2　　B．3　　C．$\frac{17\sqrt{2}}{8}$　　D．$\sqrt{10}$

二．填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11．复数 $\frac{2-2i}{1+i}=$_______。

12．设 $f(x)$ 是定义在 R 上的周期为 2 的函数，当 $x\in[-1,1)$ 时，$f(x)=\begin{cases}-4x^2+2, & -1\le x<0,\\ x, & 0\le x<1,\end{cases}$，则 $f(\frac{3}{2})=$_______。

13．如图，从气球 A 上测得正前方的河流的两岸 B，C 的俯角分别为 67°，30°，此时气球的高是 $46m$，则河流的宽度 BC 约等于_______ m。（用四舍五入法将结果精确到个位。参考数据：$\sin 67^\circ\approx 0.92$，$\cos 67^\circ\approx 0.39$，$\sin 37^\circ\approx 0.60$，$\cos 37^\circ\approx 0.80$，$\sqrt{3}\approx 1.73$）



14．设 $m\in R$，过定点 A 的动直线 $x+my=0$ 和过定点 B 的动直线 $mx-y-m+3=0$ 交于点 $P(x,y)$，则 $|PA|\cdot|PB|$ 的最大值是_______。

15．以 A 表示值域为 R 的函数组成的集合，B 表示具有如下性质的函数 $\varphi(x)$ 组成的集合：对于函数 $\varphi(x)$，存在一个正数 M，使得函数 $\varphi(x)$ 的值域包含于区间 $[-M,M]$。例如，当 $\varphi_1(x)=x^3$，$\varphi_2(x)=\sin x$ 时，$\varphi_1(x)\in A$，$\varphi_2(x)\in B$。现有如下命题：

①设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，则“$f(x)\in A$”的充要条件是“$\forall b\in R$，$\exists a\in D$，$f(a)=b$”;

②学科网函数 $f(x)\in B$ 的充要条件是 $f(x)$ 有最大值和最小值;

③若函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域相同，且 $f(x)\in A$，$g(x)\in B$，则 $f(x)+g(x)\notin B$；

④若函数 $f(x)=a\ln(x+2)+\dfrac{x}{x^2+1}$（$x>-2$，$a\in R$）有最大值，则 $f(x)\in B$。

其中的真命题有_______。（写出所有真命题的序号）

三．解答题：本大题共 6 小题，共 75 分。解答须写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16．已知函数 $f(x)=\sin(3x+\dfrac{\pi}{4})$。

（1）求 $f(x)$ 的单调递增区间;

（2）若 α 是第二象限角，$f(\dfrac{\alpha}{3})=\dfrac{4}{5}\cos(\alpha+\dfrac{\pi}{4})\cos 2\alpha$，求 $\cos\alpha-\sin\alpha$ 的值。

17．一款击鼓小游戏的规则如下：每盘游戏都需要击鼓三次，每次击鼓要么出现一次音乐，要么不出现音乐；每盘游戏击鼓三次后，出现一次音乐获得 10 分，出现两次音乐获得 20 分，出现三次音乐获得 100 分，没有出现音乐则扣除 200 分（即获得 -200 分）。学科网设每次击鼓出现音乐的概率为 $\dfrac{1}{2}$，且各次击鼓出现音乐相互独立。

（1）设每盘游戏获得的分数为 X，求 X 的分布列;

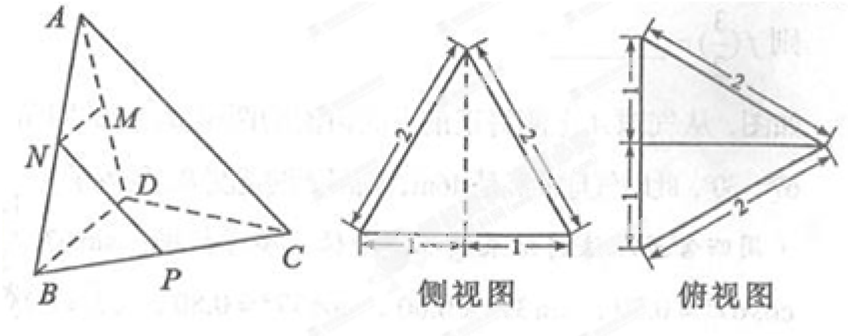
（2）玩三盘游戏，至少有一盘出现音乐的概率是多少？

（3）玩过这款游戏的许多人都发现，若干盘游戏后，与最初的分数相比，分数没有增加反而减少了。请运用概率统计的相关知识分析分数减少的原因。

18．三棱锥 $A-BCD$ 及其侧视图、俯视图如图所示。设 M，N 分别为线段 AD，AB 的中点，P 为线段 BC 上的点，且 $MN \perp NP$。

（1）证明：P 为线段 BC 的中点；

（2）求二面角 $A-NP-M$ 的余弦值。



19．设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，点 (a_n,b_n) 在函数 $f(x)=2^x$ 的图象上（$n\in N^*$）。

（1）若 $a_1=-2$，点 $(a_8,4b_7)$ 在函数 $f(x)$ 的图象上，求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n；

（2）若 $a_1=1$，学科网函数 $f(x)$ 的图象在点 (a_2,b_2) 处的切线在 x 轴上的截距为 $2-\dfrac{1}{\ln 2}$，求数列 $\{\dfrac{a_n}{b_n}\}$ 的前 n 项和 T_n。

20．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的焦距为 4，其短轴的两个端点与长轴的一个端点构成正三角形。

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）设 F 为椭圆 C 的左焦点，T 为直线 $x=-3$ 上任意一点，过 F 作 TF 的垂线交椭圆 C 于点 P，Q。

（i）证明：OT 平分线段 PQ（其中 O 为坐标原点）；

（ii）当 $\dfrac{|TF|}{|PQ|}$ 最小时，求点 T 的坐标。

21．已知函数 $f(x)=e^x-ax^2-bx-1$，其中 $a,b\in R$，$e=2.71828\cdots$ 为自然对数的底数。

（Ⅰ）设 $g(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，求函数 $g(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值；

（Ⅱ）若 $f(1)=0$，函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 内有零点，求 a 的取值范围