准考证号________________ 姓名___________________

（在此卷上答题无效）

绝密★启用前

2008年江西高考理科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，共150分．

第Ⅰ卷

考生注意：

1．答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上．考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致．

2．第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．第Ⅱ卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答．若在试题卷上作答，答案无效．

3．考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回．

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件A、B相互独立，那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件A在一次试验中发生的概率是P，那么

n次独立重复试验中恰好发生k次的概率

$P_n(k)=C_n^k P^k\ (1-P)^{n-k}$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中R表示球的半径

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中R表示球的半径

一．选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．在复平面内，复数$z=\sin 2+i\cos 2$对应的点位于

A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

2．定义集合运算：$A*B=\{z\mid z=xy,x\in A,y\in B\}$．设$A=\{1,2\},B=\{0,2\}$，则集合$A*B$的所有元素之和为

A．0　B．2　C．3　D．6

3．若函数$y=f(x)$的值域是$\left[\frac{1}{2},3\right]$，则函数$F(x)=f(x)+\frac{1}{f(x)}$的值域是

A．$[\frac{1}{2},3]$　B．$[2,\frac{10}{3}]$　C．$[\frac{5}{2},\frac{10}{3}]$　D．$[3,\frac{10}{3}]$

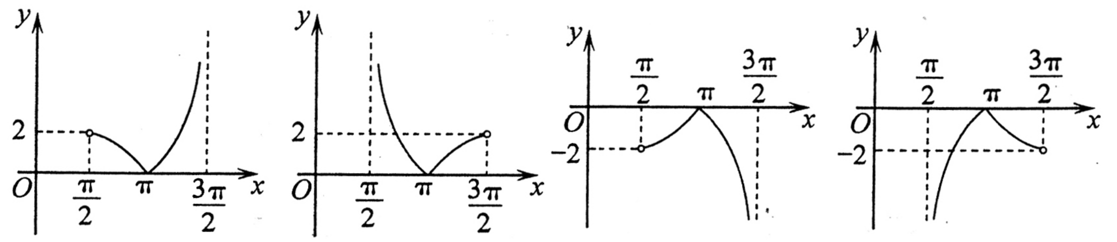
4．$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1}=$

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．0　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　D．不存在

5．在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2,a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$，则$a_n=$

A．$2+\ln n$　　B．$2+(n-1)\ln n$　C．$2+n\ln n$　　D．$1+n+\ln n$

6．函数$y=\tan x+\sin x-|\tan x-\sin x|$在区间（$\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3\pi}{2}$）内的图象大致是



A　　B　　C　　D

7．已知F_1、F_2是椭圆的两个焦点．满足$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$的点$M$总在椭圆内部，则椭圆离心率的取值范围是

A．（0，1）　　B．（0，$\dfrac{1}{2}$]　　C．（0，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$）　　D．[$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，1)

8．$(1+\sqrt[3]{x})^6(1+\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}})^{10}$展开式中的常数项为

A．1　　B．46　　C．4245　　D．4246

9．若$0<a_1<a_2,0<b_1<b_2$，且$a_1+a_2=b_1+b_2=1$，则下列代数式中值最大的是

A．$a_1b_1+a_2b_2$　　B．$a_1a_2+b_1b_2$　　C．$a_1b_2+a_2b_1$　　D．$\dfrac{1}{2}$

10．连结球面上两点的线段称为球的弦．半径为4的球的两条弦AB、CD的长度分别等于$2\sqrt{7}$、$4\sqrt{3}$，M、N分别为AB、CD的中点，每条弦的两端都在球面上运动，有下列四个命题：

①弦AB、CD可能相交于点M　　②弦AB、CD可能相交于点N

③MN的最大值为5　　④MN的最小值为1

其中真命题的个数为

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

11．电子钟一天显示的时间是从00：00到23：59，每一时刻都由四个数字组成，则一天中任一

时刻显示的四个数字之和为23的概率为

A. $\dfrac{1}{180}$　　B. $\dfrac{1}{288}$　　C. $\dfrac{1}{360}$　　D. $\dfrac{1}{480}$

12．已知函数 $f\left(x\right)=2mx^2-2\left(4-m\right)x+1,g\left(x\right)=mx$，若对于任一实数 x， $f\left(x\right)$与 $g\left(x\right)$ 的值至少有一个为正数，则实数 m 的取值范围是

A.（0，2）　　B.（0，8）　　C.（2，8）　　D.（－∞，0）

绝密★启用前

第Ⅱ卷

注意事项：

第Ⅱ卷2页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答．若在试题卷上作答，答案无效．

二．填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．请把答案填在答题卡上．

13．直角坐标平面内三点 $A\left(1,2\right)$、$B\left(3,-2\right)$、$C\left(9,7\right)$，若 E、F 为线段 BC 的三等分点，则

$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=$____________________.

14．不等式 $2^{x-\frac{3}{x}+1}\leqslant\dfrac{1}{2}$ 的解集为__________________.

15．过抛物线 $x^2=2py\left(p>0\right)$ 的焦点F作倾斜角为30° 的直线，与抛物线分别交于A、B两点(点A在y轴左侧)，则 $\dfrac{|AF|}{|FB|}=$______________________.

16．如图1，一个正四棱柱形的密闭容器水平放置，其底部镶嵌了同底的正四棱锥形实心装饰块，容器内盛有 a 升水时，水面恰好经过正四棱锥的顶点 P．如果将容器倒置，水面也恰好过点 P （图2）．有下列四个命题：

A．正四棱锥的高等于正四棱柱高的一半

B．将容器侧面水平放置时，水面也恰好过点 P

C．任意摆放该容器，当水面静止时，水面都恰好经过点 P

D．若往容器内再注入 a 升水，则容器恰好能装满

其中真命题的代号是_____．(写出所有真命题的代号)

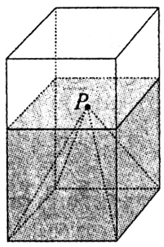


图1

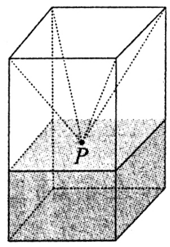


图2

三．解答题：本大题共6小题，共74分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分12分）

在△ABC中．a、b、c分别为角A、B、C所对的边长，

$a=2\sqrt{3}$，$\tan\dfrac{A+B}{2}+\tan\dfrac{C}{2}=4$，$\sin B\sin C=\cos^2\dfrac{A}{2}$．求$A$、$B$及$b$、$c$.

18．（本小题满分12分）

因冰雪灾害，某柑桔基地果林严重受损，为此有关专家提出两种拯救果树的方案，每种方

案都需分两年实施．若实施方案一，预计第一年可以使柑桔产量恢复到灾前的1.0倍、0.9倍、0.8倍的概率分别是0.3、0.3、0.4；第二年可以使柑桔产量为第一年产量的1.25倍、1.0倍的概率分别是0.5、0.5．若实施方案二，预计第一年可以使柑桔产量达到灾前的1.2倍、1.0倍、0.8倍的概率分别是0.2、0.3、0.5；第二年可以使柑桔产量为第一年产量的1.2倍、1.0倍的概率分别是0.4、0.6．实施每种方案第一年与第二年相互独立，令$\xi_i\left(i=1,2\right)$表示方案i实施两年后柑桔产量达到灾前产量的倍数．

（1）写出ξ_1、ξ_2的分布列；

（2）实施哪种方案，两年后柑桔产量超过灾前产量的概率更大?

（3）不管哪种方案，如果实施两年后柑桔产量达不到、恰好达到、超过灾前产量，预计利润分别为10万元、15万元、20万元．问实施哪种方案的平均利润更大?

19．（本小题满分12分）

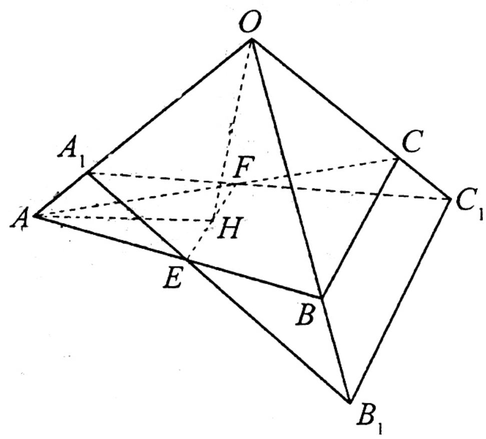
等差数列$\left\{a_n\right\}$各项均为正整数，$a_1=3$，前n项和为S_n，等比数列$\left\{b_n\right\}$中，$b_1=1$，且$b_2S_2=64$，$\left\{b_n\right\}$是公比为64的等比数列．

（1）求a_n与b_n；

（2）证明：$\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{S_n}<\dfrac{3}{4}$.

20．（本小题满分12分）

正三棱锥$O-ABC$的三条侧棱OA、OB、OC两两垂直，且长度均为2．E、F分别是AB、AC的中点，H是EF的中点，过EF的一个平面与侧棱OA、OB、OC或其延长线分别相交于A_1、B_1、C_1，已知$OA_1=\dfrac{3}{2}$.

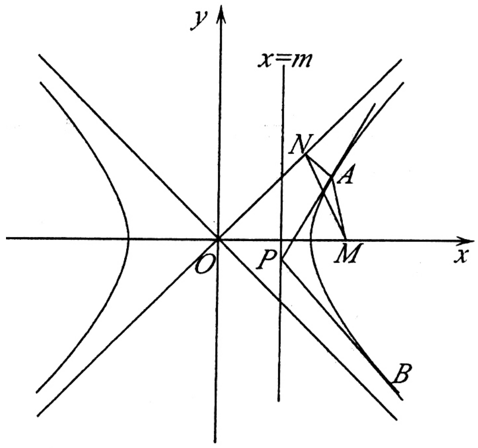


（1）证明：$B_1C_1\perp$平面OAH；

（2）求二面角$O-A_1B_1-C_1$的大小.

21．（本小题满分12分）

设点$P\left(x_0,y_0\right)$在直线$x=m\left(y\neq\pm m,0<m<1\right)$上，过点$P$作双曲线$x^2-y^2=1$的两条切线$PA$、$PB$，切点为$A$、$B$，定点$M$（$\frac{1}{m}$，0）.



（1）过点A作直线$x-y=0$的垂线，垂足为N，试求△AMN的重心G所在的曲线方程；

（2）求证：A、M、B三点共线.

22．（本小题满分14分）

已知函数$f\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{1+x}}+\frac{1}{\sqrt{1+a}}+\sqrt{\frac{ax}{ax+8}}$，$x\in(0，+\infty)$.

（1）当$a=8$时，求$f\left(x\right)$的单调区间；

（2）对任意正数a，证明：$1<f\left(x\right)<2$.

参考答案

一. 选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	D	B	A	A	D	C	D	A	C	C	B

1．D. 因$\sin 2>0,\cos 2<0$所以$z=\sin 2+i\cos 2$对应的点在第四象限，

2．D. 因$A*B=\{0,2,4\}$，

3．B. 令$t=f(x)$，则$t\in[\frac{1}{2},3]$，$F(x)=t+\frac{1}{t}\in[2,\frac{10}{3}]$

4．A. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x+3}+2)}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}$$

$$=\frac{1}{2}$$

5. A. $a_2=a_1+\ln(1+\frac{1}{1})$，$a_3=a_2+\ln(1+\frac{1}{2})$，…，$a_n=a_{n-1}+\ln(1+\frac{1}{n-1})$

$\Rightarrow a_n=a_1+\ln(\frac{2}{1})(\frac{3}{2})(\frac{4}{3})\cdots(\frac{n}{n-1})=2+\ln n$

6．D. 函数 $y=\tan x+\sin x-|\tan x-\sin x|=\begin{cases}2\tan x, & 当\tan x<\sin x时\\ 2\sin x, & 当\tan x\ge\sin x时\end{cases}$

7. C. 由题知, 垂足的轨迹为以焦距为直径的圆, 则 $c<b\Rightarrow c^2<b^2=a^2-c^2\Rightarrow e^2<\frac{1}{2}$

又 $e\in(0,1)$, 所以 $e\in(0,\frac{1}{2})$

8. D. 常数项为 $1+C_6^3C_{10}^4+C_6^6C_{10}^8=4246$

9. A. $a_1a_2+b_1b_2\le(\frac{a_1+a_2}{2})^2+(\frac{b_1+b_2}{2})^2=\frac{1}{2}$

$a_1b_1+a_2b_2-(a_1b_2+a_2b_1)=(a_1-a_2)b_1+(a_1-a_2)b_2=(a_2-a_1)(b_2-b_1)\ge 0$

$a_1b_1+a_2b_2\ge(a_1b_2+a_2b_1)$

$1=(a_1+a_2)(b_1+b_2)=a_1b_1+a_2b_2+a_1b_1+a_2b_1\le 2(a_1b_2+a_2b_2)$

$a_1b_1+a_2b_2\ge\frac{1}{2}$

10. C. 解：①③④正确，②错误。易求得 M、N 到球心 O 的距离分别为3、2，若两弦交于 N，则 $OM\perp MN$，$\mathrm{Rt}\Delta OMN$ 中，有 $OM<ON$，矛盾。当 M、O、N 共线时分别取最大值5最小值1。

11. C. 一天显示的时间总共有 $24\times60=1440$ 种, 和为23总共有4种, 故所求概率为 $\frac{1}{360}$.

12. B. 解：当 $m\le 0$ 时，显然不成立

当 $m>0$ 时，因 $f(0)=1>0$ 当 $-\frac{b}{2a}=\frac{4-m}{2}\ge 0$ 即 $0<m\le 4$ 时结论显然成立；

当 $-\frac{b}{2a}=\frac{4-m}{2}<0$ 时只要 $\Delta=4(4-m)^2-8m=4(m-8)(m-2)<0$ 即可

即 $4<m<8$

则 $0<m<8$

二. 填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。

13. 22　　14. $(-\infty,-3]\cup(0,1]$　　15. $\frac{1}{3}$　　16. B、D

13. 由已知得 $E(5,1),F(7,4)$, 则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=(4,-1)\cdot(6,-2)=22$

14. $(\frac{1}{2})^{x-\frac{3}{x}+1}\ge(\frac{1}{2})^{-1}\Rightarrow x-\frac{3}{x}+1\le -1\Rightarrow\frac{x^2+2x-3}{x}\le 0$

$$\frac{(x+3)(x-1)}{x}\le 0 \Rightarrow x\in(-\infty,-3]\cup(0,1]$$

15. $\dfrac{1}{3}$

16. 解：真命题的代号是：______BD。易知所盛水的容积为容器容量的一半，故D正确，于是A错误；水平放置时由容器形状的对称性知水面经过点P，故B正确；C的错误可由图1中容器位置向右边倾斜一些可推知点P将露出水面。

三. 解答题：本大题共6小题，共74分。

17. 解：由 $\tan\dfrac{A+B}{2}+\tan\dfrac{C}{2}=4$ 得 $\cot\dfrac{C}{2}+\tan\dfrac{C}{2}=4$

$\therefore \dfrac{\cos\frac{C}{2}}{\sin\frac{C}{2}}+\dfrac{\sin\frac{C}{2}}{\cos\frac{C}{2}}=4$ $\quad\therefore \dfrac{1}{\sin\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}}=4$

$\therefore \sin C=\dfrac{1}{2}$，又 $C\in(0,\pi)$

$\therefore C=\dfrac{\pi}{6}$，或 $C=\dfrac{5\pi}{6}$

由 $2\sin B\cos C=\sin A$ 得 $2\sin B\cos B=\sin(B+C)$

即 $\sin(B-C)=0$ $\quad\therefore B=C$

$B=C=\dfrac{\pi}{6}$

$A=\pi-(B+C)=\dfrac{2\pi}{3}$

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ 得

$$b=c=a\frac{\sin B}{\sin A}=2\sqrt{3}\times\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2$$

18. 解：（1）ξ_1 的所有取值为 0.8、0.9、1.0、1.125、1.25

ξ_2 的所有取值为 0.8、0.96、1.0、1.2、1.44，

ξ_1、ξ_2 的分布列分别为：

ξ_1	0.8	0.9	1.0	1.125	1.25
P	0.2	0.15	0.35	0.15	0.15

ξ_2	0.8	0.96	1.0	1.2	1.44
P	0.3	0.2	0.18	0.24	0.08

（2）令A、B分别表示方案一、方案二两年后柑桔产量超过灾前产量这一事件，

$P(A)=0.15+0.15=0.3$，

$P(B)=0.24+0.08=0.32$

可见，方案二两年后柑桔产量超过灾前产量的概率更大

（3）令η_i表示方案i所带来的效益，则

η_1	10	15	20
P	0.35	0.35	0.3

η_2	10	15	20
P	0.5	0.18	0.32

所以$E\eta_1=14.75, E\eta_2=14.1$

可见，方案一所带来的平均效益更大。

19．解：（1）设$\{a_n\}$的公差为d，$\{b_n\}$的公比为q，则d为正整数，

$a_n=3+(n-1)d$，$b_n=q^{n-1}$

依题意有$\begin{cases} \dfrac{b_{a_{n+1}}}{b_{a_n}}=\dfrac{q^{3+nd}}{q^{3+(n-1)d}}=q^d=64=2^6 \\ S_2b_2=(6+d)q=64 \end{cases}$ ①

由$(6+d)q=64$知q为正有理数，故d为6的因子$1,2,3,6$之一，

解①得$d=2, q=8$

故$a_n=3+2(n-1)=2n+1, b_n=8^{n-1}$

（2）$S_n=3+5+\cdots+(2n+1)=n(n+2)$

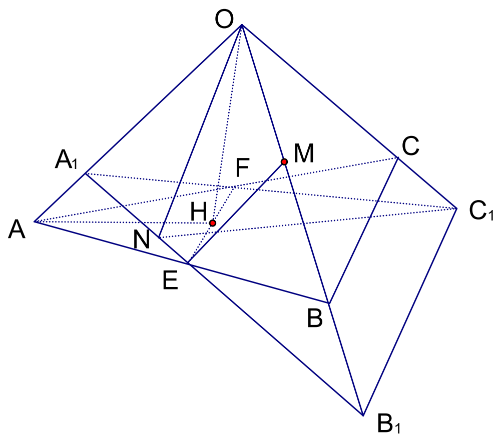
$\therefore \dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}+\cdots+\dfrac{1}{S_n}=\dfrac{1}{1\times3}+\dfrac{1}{2\times4}+\dfrac{1}{3\times5}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+2)}$

$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$

$=\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2})<\frac{3}{4}$

20．解 ：（1）证明：依题设，EF 是ΔABC的中位线，所以$EF\ /\!/\ BC$，

则$EF\ /\!/$平面OBC，所以$EF\ /\!/\ B_1C_1$。



又H是EF的中点，所以$AH\perp EF$，则$AH\perp B_1C_1$。

因为$OA\perp OB$，$OA\perp OC$，

所以$OA\perp$面OBC，则$OA\perp B_1C_1$，

因此$B_1C_1\perp$面OAH。

（2）作$ON\perp A_1B_1$于N，连C_1N。因为$OC_1\perp$平面OA_1B_1，

根据三垂线定理知，$C_1N\perp A_1B_1$，

$\angle ONC_1$就是二面角$O-A_1B_1-C_1$的平面角。

作$EM\perp OB_1$于M，则$EM\ /\!/\ OA$，则M是OB的中点，则$EM=OM=1$。

设$OB_1=x$，由$\frac{OB_1}{MB_1}=\frac{OA_1}{EM}$得，$\frac{x}{x-1}=\frac{3}{2}$，解得$x=3$，

在$\mathrm{Rt}\Delta OA_1B_1$中，$A_1B_1=\sqrt{OA_1^{\ 2}+OB_1^{\ 2}}=\frac{3}{2}\sqrt{5}$，则，$ON=\frac{OA_1\cdot OB_1}{A_1B_1}=\frac{3}{\sqrt{5}}$。

所以$\tan\angle ONC_1=\frac{OC_1}{ON}=\sqrt{5}$，故二面角$O-A_1B_1-C_1$为$\arctan\sqrt{5}$。

解法二：（1）以直线OA、OC、OB分别为x、y、z轴，建立空间直角坐标系，$O-xyz$则

$A(2,0,0),B(0,0,2),C(0,2,0),E(1,0,1),F(1,1,0),H(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

所以$\overrightarrow{AH}=(-1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}),\overrightarrow{OH}=(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}),\overrightarrow{BC}=(0,2,-2)$

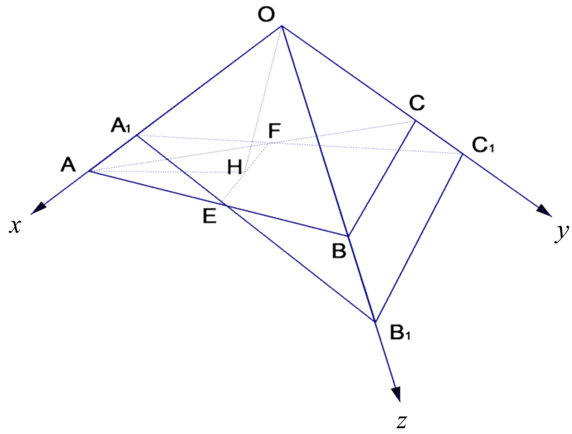
所以$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

所以$BC\perp$平面OAH

由$EF\ /\!/\ BC$得$B_1C_1\ /\!/\ BC$，故：$B_1C_1\perp$平面OAH

(2) 由已知 $A_1(\frac{3}{2},0,0)$, 设 $B_1(0,0,z)$

则 $\overrightarrow{A_1E}=(-\frac{1}{2},0,1),\overrightarrow{EB_1}=(-1,0,z-1)$



由 $\overrightarrow{A_1E}$ 与 $\overrightarrow{EB_1}$ 共线得:存在 $\lambda\in R$ 有 $\overrightarrow{A_1E}=\lambda\overrightarrow{EB_1}$ 得

$$\begin{cases}-\frac{1}{2}=-\lambda \\ 1=\lambda(z-1)\end{cases}\Rightarrow z=3 \therefore B_1(0,0,3)$$

同理: $C_1(0,3,0)$

$\therefore \overrightarrow{A_1B_1}=(-\frac{3}{2},0,3),\overrightarrow{A_1C_1}=(-\frac{3}{2},3,0)$

设 $\vec{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$ 是平面 $A_1B_1C_1$ 的一个法向量,

则 $\begin{cases}-\frac{3}{2}x+3z=0 \\ -\frac{3}{2}x+3y=0\end{cases}$ 令 $x=2$ 得 $y=x=1$ $\quad\therefore \overrightarrow{n_1}=(2,1,1)$.

又 $\overrightarrow{n_2}=(0,1,0)$ 是平面 OA_1B_1 的一个法量

$$\therefore \cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>=\frac{1}{\sqrt{4+1+1}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$$

所以二面角的大小为 $\arccos\frac{\sqrt{6}}{6}$

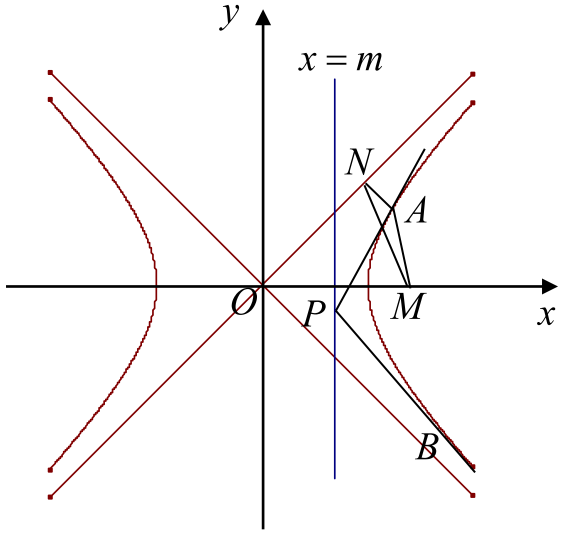
(3) 由 (2) 知, $A_1(\frac{3}{2},0,0)$, $B(0,0,2)$, 平面 $A_1B_1C_1$ 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(2,1,1)$。

则 $\overrightarrow{A_1B}=(-\frac{3}{2},0,2)$。

则点 B 到平面 $A_1B_1C_1$ 的距离为 $d=\frac{|\overrightarrow{A_1B}\cdot\overrightarrow{n_1}|}{|n_1|}=\frac{|-3+2|}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

21. 证明: (1) 设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$, 由已知得到 $y_1y_2\neq 0$, 且 $x_1^2-y_1^2=1$, $x_2^2-y_2^2=1$,

设切线 PA 的方程为：$y-y_1=k(x-x_1)$ 由 $\begin{cases}y-y_1=k(x-x_1)\\x^2-y^2=1\end{cases}$ 得



$(1-k^2)x^2-2k(y_1-kx_1)x-(y_1-kx_1)^2-1=0$

从而 $\Delta=4k^2(y_1-kx_1)^2+4(1-k^2)(y_1-kx_1)^2+4(1-k^2)=0$，

解得 $k=\dfrac{x_1}{y_1}$

因此 PA 的方程为：$y_1y=x_1x-1$

同理 PB 的方程为：$y_2y=x_2x-1$

又 $P(m,y_0)$ 在 PA、PB 上，所以 $y_1y_0=mx_1-1$，

$y_2y_0=mx_2-1$

即点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 都在直线 $y_0y=mx-1$ 上

又 $M(\dfrac{1}{m},0)$ 也在直线 $y_0y=mx-1$ 上, 所以三点 A、M、B 共线

（2）垂线 AN 的方程为：$y-y_1=-x+x_1$，

由 $\begin{cases}y-y_1=-x+x_1\\x-y=0\end{cases}$ 得垂足 $N(\dfrac{x_1+y_1}{2},\dfrac{x_1+y_1}{2})$，

设重心 $G(x,y)$

所以 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}(x_1+\dfrac{1}{m}+\dfrac{x_1+y_1}{2})\\y=\dfrac{1}{3}(y_1+0+\dfrac{x_1+y_1}{2})\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x_1=\dfrac{9x-3y-\dfrac{3}{m}}{4}\\y_1=\dfrac{9y-3x+\dfrac{1}{m}}{4}\end{cases}$

由 $x_1^2-y_1^2=1$

可得 $(3x-3y-\dfrac{1}{m})(3x+3y-\dfrac{1}{m})=2$ 即 $(x-\dfrac{1}{3m})^2-y^2=\dfrac{2}{9}$ 为重心 G 所在曲线方程

22．解：(1)、当 $a=8$ 时，$f(x)=\dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}}+\dfrac{1}{3}$，求得 $f'(x)=\dfrac{1-\sqrt{x}}{2\sqrt{x(1+x)^3}}$，

于是当$x\in(0,1]$时，$f'\left(x\right)\ge 0$；而当 $x\in[1,+\infty)$时，$f'\left(x\right)\le 0$.

即$f(x)$在$(0,1]$中单调递增，而在$[1,+\infty)$中单调递减.

（2）. 对任意给定的$a>0$，$x>0$，由$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{8}{ax}}}$，

若令 $b=\dfrac{8}{ax}$，则 $abx=8$ ⋯ ①，而 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+b}}$ ⋯ ②

（一）、先证$f\left(x\right)>1$；因为$\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}>\dfrac{1}{1+x}$，$\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}>\dfrac{1}{1+a}$，$\dfrac{1}{\sqrt{1+b}}>\dfrac{1}{1+b}$，

又由 $2+a+b+x\ge 2\sqrt{2a}+2\sqrt{bx}\ge 4\sqrt[4]{2abx}=8$，得 $a+b+x\ge 6$.

所以$f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+b}}>\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}=\dfrac{3+2(a+b+x)+(ab+ax+bx)}{(1+x)(1+a)(1+b)}$

$\ge\dfrac{9+(a+b+x)+(ab+ax+bx)}{(1+x)(1+a)(1+b)}=\dfrac{1+(a+b+x)+(ab+ax+bx)+abx}{(1+x)(1+a)(1+b)}=1$.

（二）、再证$f\left(x\right)<2$；由①、②式中关于x,a,b的对称性，不妨设$x\ge a\ge b$．则$0<b\le 2$

（ⅰ）、当$a+b\ge 7$，则$a\ge 5$，所以$x\ge a\ge 5$，因为 $\dfrac{1}{\sqrt{1+b}}<1$，

$\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}\le\dfrac{2}{\sqrt{1+5}}<1$，此时$f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}+\dfrac{1}{\sqrt{1+b}}<2$.

（ⅱ）、当$a+b<7$ ⋯③，由①得，$x=\dfrac{8}{ab}$，$\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}=\sqrt{\dfrac{ab}{ab+8}}$，

因为 $\dfrac{1}{1+b}<1-\dfrac{b}{1+b}+\dfrac{b^2}{4(1+b)^2}=[1-\dfrac{b}{2(1+b)}]^2$ 所以 $\dfrac{1}{\sqrt{1+b}}<1-\dfrac{b}{2(1+b)}$ ⋯ ④

同理得$\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}<1-\dfrac{a}{2(1+a)}$ ⋯ ⑤，于是 $f\left(x\right)<2-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a}{1+a}+\dfrac{b}{1+b}-2\sqrt{\dfrac{ab}{ab+8}}\right)$ ⋯

⑥

今证明 $\dfrac{a}{1+a}+\dfrac{b}{1+b}>2\sqrt{\dfrac{ab}{ab+8}}$ ⋯ ⑦，因为 $\dfrac{a}{1+a}+\dfrac{b}{1+b}\ge 2\sqrt{\dfrac{ab}{(1+a)(1+b)}}$，

只要证 $\frac{ab}{(1+a)(1+b)}>\frac{ab}{ab+8}$，即 $ab+8>(1+a)(1+b)$，也即 $a+b<7$，据③，此为显然．

因此⑦得证．故由⑥得 $f(x)<2$．

综上所述，对任何正数 a,x，皆有 $1<f\left(x\right)<2$．