

2012年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（理科A卷）

本试卷共4页，21小题，满分150分。考试用时120分钟。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设*i*为虚数单位，则复数 $\frac{5-6i}{i} =$
 - A. $6+5i$
 - B. $6-5i$
 - C. $-6+5i$
 - D. $-6-5i$

2. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $M = \{1, 2, 4\}$ 则 $\complement_U M =$
 - A. U
 - B. $\{1, 3, 5\}$
 - C. $\{3, 5, 6\}$
 - D. $\{2, 4, 6\}$

3. 若向量 $\overrightarrow{BA} = (2, 3)$, $\overrightarrow{CA} = (4, 7)$, 则 $\overrightarrow{BC} =$
 - A. $(-2, -4)$
 - B. $(3, 4)$
 - C. $(6, 10)$
 - D. $(-6, -10)$

4. 下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是
 - A. $y = \ln(x+2)$
 - B. $y = -\sqrt{x+1}$
 - C. $y = (\frac{1}{2})^x$
 - D. $y = x + \frac{1}{x}$

5. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x+y \geq 1 \\ x-y \leq 1 \end{cases}$, 则 $z = 3x+y$ 的最大值为
 - A. 12
 - B. 11
 - C. 3
 - D. -1

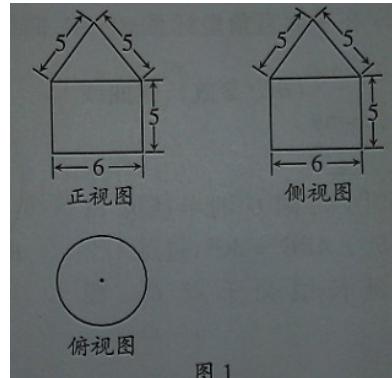


图 1

6. 某几何体的三视图如图1所示，它的体积为
 - A. 12π
 - B. 45π
 - C. 57π
 - D. 81π

7. 从个位数与十位数之和为奇数的两位数中任取一个，其中个位数为0的概率是
 - A. $\frac{4}{9}$
 - B. $\frac{1}{3}$
 - C. $\frac{2}{9}$
 - D. $\frac{1}{9}$

8. 对任意两个非零的平面向量 α, β , 定义 $\alpha \circ \beta = \frac{\alpha \cdot \beta}{|\beta|}$. 若平面向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| \geq |\vec{b}| > 0$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, 且 $\alpha \circ \beta$ 和 $\beta \circ \alpha$ 都在集合 $\left\{\frac{n}{2} \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$ 中, 则 $\vec{a} \circ \vec{b} =$
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. 1
 - C. $\frac{3}{2}$
 - D. $\frac{5}{2}$

二、填空题：本大题共7小题。考生作答6小题，每小题5分，满分30分。

(一) 必做题(9~13题)

9. 不等式 $|x+2|-|x|\leq 1$ 的解集为_____。

10. $(x^2 + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中 x^3 的系数为_____。(用数字作答)

11. 已知递增的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_3=a_2^2-4$, 则 $a_n=$ _____。

12. 曲线 $y=x^3-x+3$ 在点 $(1,3)$ 处的切线方程为_____。

13. 执行如图2所示的程序框图, 若输入 n 的值为8, 则输出 s 的值为_____。

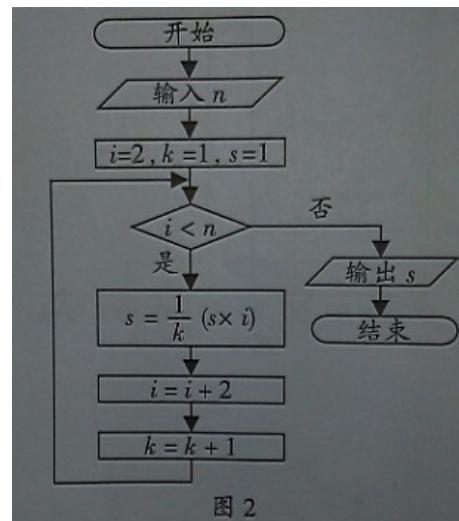


图2

(二) 选做题(14、15题, 考生只能从中选做一题)

14. (坐标系与参数方程选做题) 在平面直角坐标系中 xoy 中, 曲线 C_1 和曲线 C_2 的

参数方程分别为 $\begin{cases} x=t \\ y=\sqrt{t} \end{cases}$ (t 为参数) 和 $\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos\theta \\ y=\sqrt{2}\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 则曲线 C_1 和曲线 C_2 的交点坐标为_____。

15. (几何证明选讲选做题) 如图3, 圆 O 的半径为1, A , B , C 是圆上三点, 且满足 $\angle ABC=30^\circ$, 过点 A 做圆 O 的切线与 OC 的延长线交于点 P , 则 $PA=$ _____。

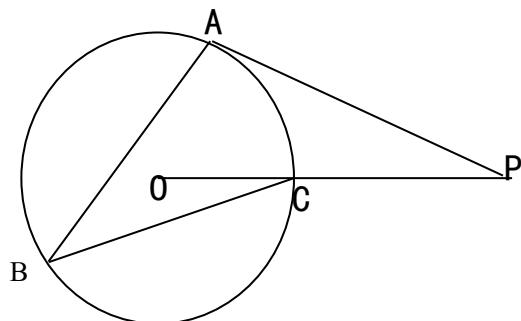


图3

三、解答题：本大题共6小题，满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = 2 \cos(\omega x + \frac{\pi}{6})$ (其中 $\omega > 0, x \in R$) 的最小正周期为 10π 。

(1) 求 ω 的值；

(2) 设 $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $f(5\alpha + \frac{5\pi}{3}) = -\frac{6}{5}$, $f(5\beta - \frac{5\pi}{6}) = \frac{16}{17}$, 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值。

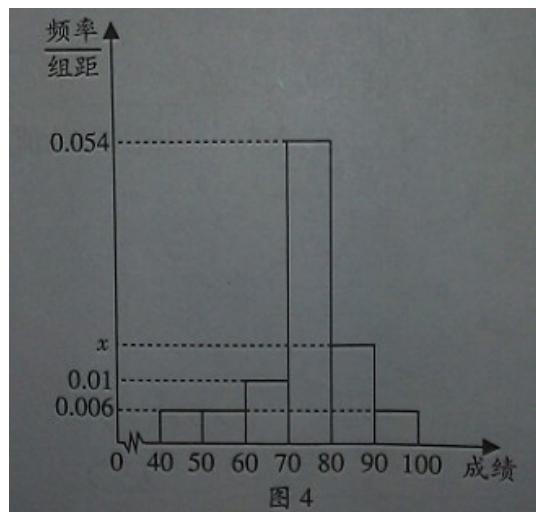
17. (本小题满分13分)

某班50位学生期中考试数学成绩的频率分布直方图如图4所示，其中成绩分组区间是：

[40,50), [50,60), [60,70), [70,80), [80,90), [90,100],

(1)求图中x的值；

(2)从成绩不低于80分的学生中随机选取2人，2人中成绩在90分以上（含90分）的人数记为 ξ ，求 ξ 的数学期望。



18. (本小题满分13分)

如图5所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，点 E 在线段 PC 上， $PC \perp$ 平面 BDE 。

(1) 证明： $BD \perp$ 平面 PAC ；

(2) 若 $PA=1$, $AD=2$, 求二面角 $B-PC-A$ 的正切值。

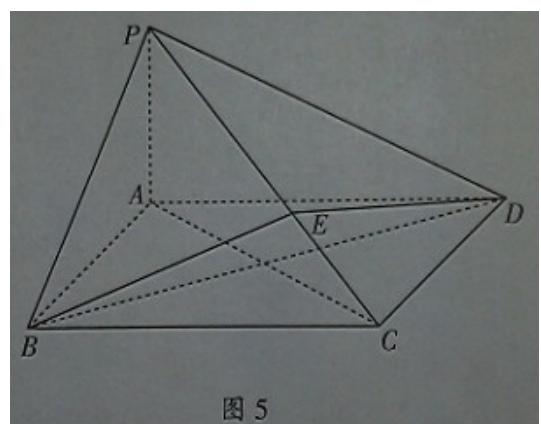


图 5

19. (本小题满分14分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $2S_n = a_{n+1} - 2^{n+1} + 1$, $n \in N^*$, 且 $a_1, a_2 + 5, a_3$ 成等差数列.

(1) 求 a_1 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 证明: 对一切正整数 n , 有 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} < \frac{3}{2}$.

20. (本小题满分14分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \sqrt{\frac{2}{3}}$, 且椭圆 C 上的点到点 $Q(0,2)$ 的距离的最大值为 3.

(1) 求椭圆 C 的方程

(2) 在椭圆 C 上, 是否存在点 $M(m,n)$, 使得直线 $l: mx + ny = 1$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 相交于不同的两点 A 、 B , 且 ΔOAB 的面积最大? 若存在, 求出点 M 的坐标及对应的 ΔOAB 的面积; 若不存在, 请说明理由.

)

21. (本小题满分14分)

设 $a < 1$, 集合 $A = \{x \in R | x > 0\}, B = \{x \in R | 2x^2 - 3(1+a)x + 6a > 0\}$, $D = A \cap B$.

(1) 求集合 D (用区间表示);

(2) 求函数 $f(x) = 2x^3 - 3(1+a)x^2 + 6ax$ 在 D 内的极值点.

