

# 2015 年普通高等学校招生全国统一考试（重庆卷）

## 数学（理科）

本试卷包括选择题、填空题和解答题三部分，共 6 页，时量 120 分钟，满分 150 分.

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

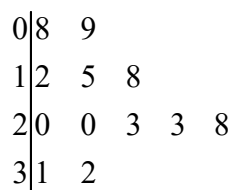
1. 已知集合  $A=\{1,2,3\}$ ,  $B=\{2,3\}$ , 则

- A、 $A=B$                       B、 $A \cap B = \emptyset$                       C、 $A \not\subset B$                       D、 $B \not\subset A$

2. 在等差数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_2=4$ ,  $a_4=2$ , 则  $a_6=$

- A、-1                      B、0                      C、1                      D、6

3. 重庆市 2013 年各月的平均气温 ( $^{\circ}\text{C}$ ) 数据的茎叶图如下:



则这组数据的中位数是

- A、19                      B、20                      C、21.5                      D、23

4. “ $x > 1$ ”是“ $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) < 0$ ”的

- A、充要条件                      B、充分不必要条件  
C、必要不充分条件                      D、既不充分也不必要条件

5. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为



题 (5) 图

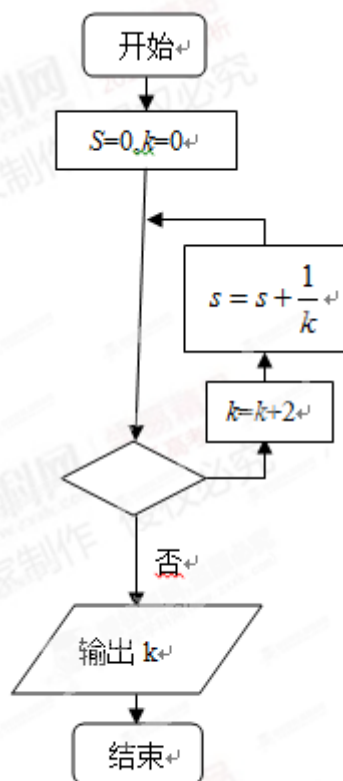
- A、 $\frac{1}{3} + \pi$                       B、 $\frac{2}{3} + \pi$   
C、 $\frac{1}{3} + 2\pi$                       D、 $\frac{2}{3} + 2\pi$

6. 若非零向量  $a, b$  满足  $|a| = \frac{2\sqrt{2}}{3}|b|$ , 且  $(a-b) \perp (3a+2b)$ , 则  $a$  与  $b$  的夹角为

- A、 $\frac{\pi}{4}$                       B、 $\frac{\pi}{2}$                       C、 $\frac{3\pi}{4}$                       D、 $\pi$

7. 执行如题 (7) 图所示的程序框图, 若输入  $K$  的值为 8, 则判断框图可填入的条件是

- A、 $s \leq \frac{3}{4}$                       B、 $s \leq \frac{5}{6}$                       C、 $s \leq \frac{11}{12}$                       D、 $s \leq \frac{15}{24}$



(题 (7) 图)

8. 已知直线  $l: x+ay-1=0$  ( $a \in R$ ) 是圆  $C: x^2+y^2-4x-2y+1=0$  的对称轴. 过点  $A(-4, a)$  作圆  $C$  的一条切线, 切点为  $B$ , 则  $|AB| =$

- A、2                      B、 $4\sqrt{2}$                       C、6                      D、 $2\sqrt{10}$

9. 若  $\tan \alpha = 2 \tan \frac{\pi}{5}$ , 则  $\frac{\cos(\alpha - \frac{3\pi}{10})}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{5})} =$

- A、1                      B、2                      C、3                      D、4

10. 设双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a>0, b>0$ ) 的右焦点为  $F$ , 过  $F$  作  $AF$  的垂线与双曲线交于  $B, C$  两点, 过  $B, C$  分

别作  $AC$ ,  $AB$  的垂线交于点  $D$ . 若  $D$  到直线  $BC$  的距离小于  $a + \sqrt{a^2 + b^2}$ , 则该双曲线的渐近线斜率的取值范围是

A、 $(-1, 0) \cup (0, 1)$

B、 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

C、 $(-\sqrt{2}, 0) \cup (0, \sqrt{2})$

D、 $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$

二、填空题：本大题共 6 小题，考生作答 5 小题，每小题 5 分，共 25 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.

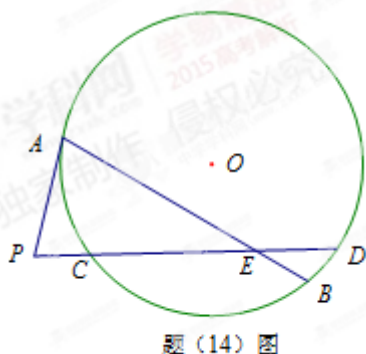
11. 设复数  $a+bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) 的模为  $\sqrt{3}$ , 则  $(a+bi)(a-bi) =$ \_\_\_\_\_.

12.  $\left(x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^5$  的展开式中  $x^8$  的系数是\_\_\_\_\_ (用数字作答).

13. 在  $\triangle ABC$  中,  $B=120^\circ$ ,  $AB=\sqrt{2}$ ,  $A$  的角平分线  $AD=\sqrt{3}$ , 则  $AC=$ \_\_\_\_\_.

考生注意: (14)、(15)、(16) 三题为选做题, 请从中任选两题作答, 若三题全做, 则按前两题给分.

14. 如图, 圆  $O$  的弦  $AB$ ,  $CD$  相交于点  $E$ , 过点  $A$  作圆  $O$  的切线与  $DC$  的延长线交于点  $P$ , 若  $PA=6$ ,  $AE=9$ ,  $PC=3$ ,  $CE:ED=2:1$ , 则  $BE=$ \_\_\_\_\_.



15. 已知直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1+t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立坐标系,

曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 \cos 2\theta = 4$  ( $\rho > 0, \frac{3\pi}{4} < \theta < \frac{5\pi}{4}$ ), 则直线  $l$  与曲线  $C$  的交点的极坐标为\_\_\_\_\_.

16. 若函数  $f(x) = |x+1| + 2|x-a|$  的最小值为 5, 则实数  $a=$ \_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 13 分, (1) 小问 5 分, (2) 小问 8 分)

端午节吃粽子是我国的传统习俗, 设一盘中装有 10 个粽子, 其中豆沙粽 2 个, 肉粽 3 个, 白粽 5 个,

这三种粽子的外观完全相同，从中任意选取 3 个。

(1) 求三种粽子各取到 1 个的概率；

(2) 设  $X$  表示取到的豆沙粽个数，求  $X$  的分布列与数学期望

18. (本小题满分 13 分，(1) 小问 7 分，(2) 小问 6 分)

已知函数  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin x - \sqrt{3} \cos^2 x$

(1) 求  $f(x)$  的最小正周期和最大值；

(2) 讨论  $f(x)$  在  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$  上的单调性.

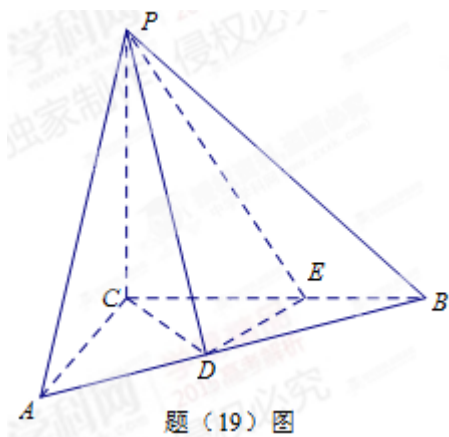
19. (本小题满分 13 分，(1) 小问 4 分，(2) 小问 9 分)

如题 (19) 图，三棱锥  $P-ABC$  中， $PC \perp$  平面  $ABC$ ,  $PC = 3$ ,  $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ .  $D, E$  分别为线段  $AB, BC$

上的点，且  $CD = DE = \sqrt{2}$ ,  $CE = 2EB = 2$ .

(1) 证明:  $DE \perp$  平面  $PCD$

(2) 求二面角  $A-PD-C$  的余弦值。



20. (本小题满分 12 分，(1) 小问 7 分，(2) 小问 5 分)

设函数  $f(x) = \frac{3x^2 + ax}{e^x} (a \in \mathbb{R})$

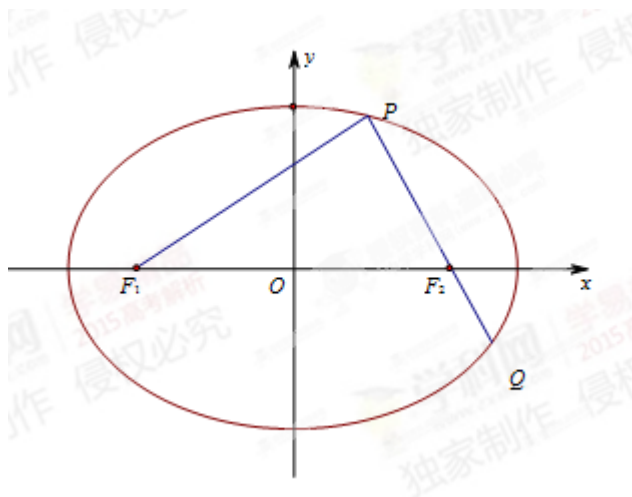
(1) 若  $f(x)$  在  $x = 0$  处取得极值，确定  $a$  的值，并求此时曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程；

(2) 若  $f(x)$  在  $[3, +\infty)$  上为减函数，求  $a$  的取值范围。

21. (本小题满分 12 分, (1) 小问 5 分, (2) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_2$  的直线交椭圆于  $P, Q$

两点, 且  $PQ \perp PF_1$



(1) 若  $|PF_1| = 2 + \sqrt{2}, |PF_2| = 2 - \sqrt{2}$ , 求椭圆的标准方程

(2) 若  $|PF_1| = |PQ|$ , 求椭圆的离心率  $e$ .

22. (本小题满分 12 分, (1) 小问 4 分, (2) 小问 8 分)

在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 3, a_{n+1}a_n + \lambda a_{n+1} + \mu a_n^2 = 0 (n \in N_+)$

(1) 若  $\lambda = 0, \mu = -2$ , 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $\lambda = \frac{1}{k_0} (k_0 \in N_+, k_0 \geq 2), \mu = -1$ , 证明:  $2 + \frac{1}{3k_0 + 1} < a_{k_0+1} < 2 + \frac{1}{2k_0 + 1}$