

## 2009 年高考数学浙江理科试卷含详细解答

### 一、选择题（本大题共 10 小题，共 0 分）

1. （2009 浙江理 1）设  $U = \mathbf{R}$ ， $A = \{x | x > 0\}$ ， $B = \{x | x > 1\}$ ，则  $A \cap C_U B =$  ( )

- A.  $\{x | 0 \leq x < 1\}$       B.  $\{x | 0 < x \leq 1\}$       C.  $\{x | x < 0\}$       D.  $\{x | x > 1\}$

2. （2009 浙江理 2）已知  $a, b$  是实数，则“ $a > 0$  且  $b > 0$ ”是“ $a + b > 0$  且  $ab > 0$ ”的( )

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

3. （2009 浙江理 3）设  $z = 1 + i$  ( $i$  是虚数单位)，则  $\frac{2}{z} + z^2 =$  ( )

- A.  $-1 - i$       B.  $-1 + i$       C.  $1 - i$       D.  $1 + i$

4. （2009 浙江理 4）在二项式  $(x^2 - \frac{1}{x})^5$  的展开式中，含  $x^4$  的项的系数是( ) . . .

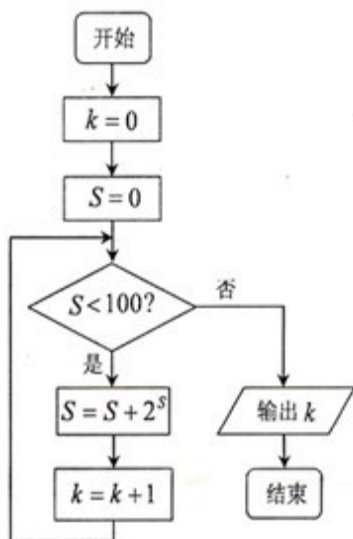
- A.  $-10$       B.  $10$       C.  $-5$       D.  $5$

5. （2009 浙江理 5）在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中，各棱长相等，侧棱垂直于底面，点  $D$  是侧面  $BB_1C_1C$

的中心，则  $AD$  与平面  $BB_1C_1C$  所成角的大小是( )

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$

6. （2009 浙江理 6）某程序框图如图所示，该程序运行后输出的  $k$  的值是( )

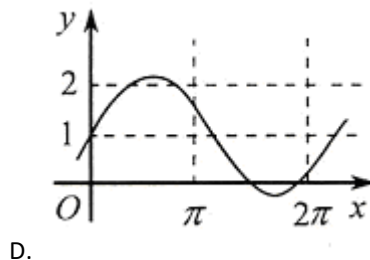
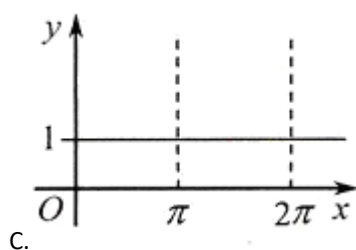
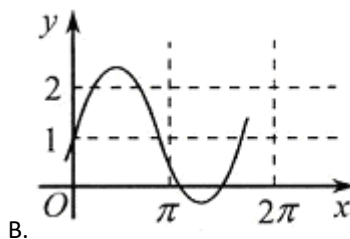
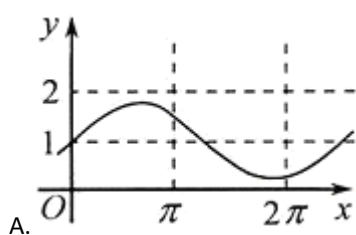


- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

7. (2009 浙江理 7) 设向量  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  满足:  $|\mathbf{a}|=3$ ,  $|\mathbf{b}|=4$ ,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=0$ . 以  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a}-\mathbf{b}$  的模为边长构成三角形, 则它的边与半径为 1 的圆的公共点个数最多为( ).

- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

8. (2009 浙江理 8) 已知  $a$  是实数, 则函数  $f(x)=1+a \sin ax$  的图象不可能是( )



9. (2009 浙江理 9) 过双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右顶点  $A$  作斜率为  $-1$  的直线, 该直线

与双曲线的两条渐近线的交点分别为  $B, C$ . 若  $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$ , 则双曲线的离心率是( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{5}$                       D.  $\sqrt{10}$

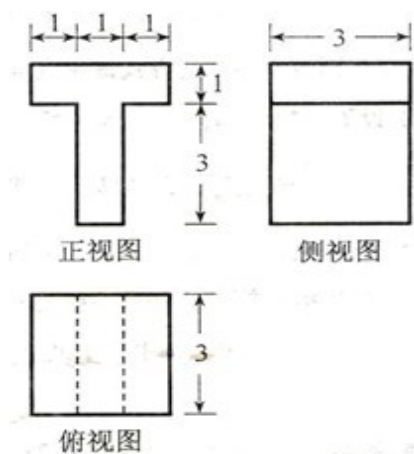
10. (2009 浙江理 10) 对于正实数  $\alpha$ , 记  $M_\alpha$  为满足下述条件的函数  $f(x)$  构成的集合:  $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$  且  $x_2 > x_1$ , 有  $-\alpha(x_2 - x_1) < f(x_2) - f(x_1) < \alpha(x_2 - x_1)$ . 下列结论中正确的是( )

- A. 若  $f(x) \in M_{\alpha_1}$ ,  $g(x) \in M_{\alpha_2}$ , 则  $f(x) \cdot g(x) \in M_{\alpha_1 \alpha_2}$   
 B. 若  $f(x) \in M_{\alpha_1}$ ,  $g(x) \in M_{\alpha_2}$ , 且  $g(x) \neq 0$ , 则  $\frac{f(x)}{g(x)} \in M_{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$   
 C. 若  $f(x) \in M_{\alpha_1}$ ,  $g(x) \in M_{\alpha_2}$ , 则  $f(x) + g(x) \in M_{\alpha_1 + \alpha_2}$   
 D. 若  $f(x) \in M_{\alpha_1}$ ,  $g(x) \in M_{\alpha_2}$ , 且  $\alpha_1 > \alpha_2$ , 则  $f(x) - g(x) \in M_{\alpha_1 - \alpha_2}$

## 二、填空题 (本大题共 7 小题, 共 0 分)

11. (2009 浙江理 11) 设等比数列  $\{a_n\}$  的公比  $q = \frac{1}{2}$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $\frac{S_4}{a_4} =$  \_\_\_\_\_.

12. (2009 浙江理 12) 若某几何体的三视图 (单位:  $cm$ ) 如图所示, 则此几何体的体积是  $cm^3$ .



13. (2009 浙江理 13) 若实数  $x, y$  满足不等式组  $\begin{cases} x + y \geq 2, \\ 2x - y \leq 4, \\ x - y \geq 0, \end{cases}$  则  $2x + 3y$  的最小值是\_\_\_\_\_

14. (2009 浙江理 14) 某地区居民生活用电分为高峰和低谷两个时间段进行分时计价.该地区的电网销售电价表如下:

高峰时段用电价格表		低谷时段用电价格表	
高峰月用电量 (单位: 千瓦时)	高峰电价 (单位: 元/千瓦时)	低谷月用电量 (单位: 千瓦时)	低谷电价 (单位: 元/千瓦时)
50 及以下的部分	0.568	50 及以下的部分	0.288
超过 50 至 200 的部分	0.598	超过 50 至 200 的部分	0.318
超过 200 的部分	0.668	超过 200 的部分	0.388

若某家庭 5 月份的高峰时段用电量为 200 千瓦时, 低谷时段用电量为 100 千瓦时, 则按这种计费方式该家庭本月应付的电费为 \_\_\_\_\_元 (用数字作答) . . .

15. (2009 浙江理 15) 观察下列等式:

$$\begin{aligned} C_5^1 + C_5^5 &= 2^3 - 2, \\ C_9^1 + C_9^5 + C_9^9 &= 2^7 + 2^3, \\ C_{13}^1 + C_{13}^5 + C_{13}^9 + C_{13}^{13} &= 2^{11} - 2^5, \\ C_{17}^1 + C_{17}^5 + C_{17}^9 + C_{17}^{13} + C_{17}^{17} &= 2^{15} + 2^7, \end{aligned}$$

.....

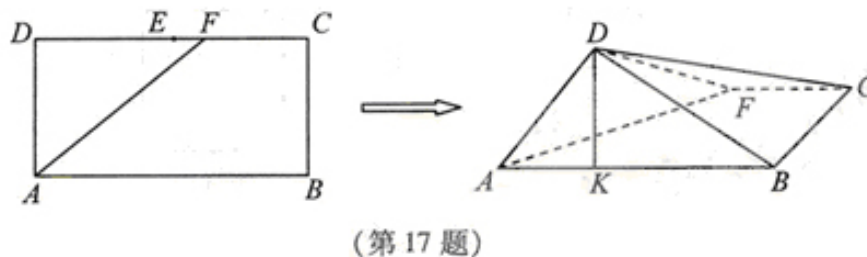
由以上等式推测到一个一般的结论:

对于  $n \in N^*$ ,  $C_{4n+1}^1 + C_{4n+1}^5 + C_{4n+1}^9 + \cdots + C_{4n+1}^{4n+1} =$  \_\_\_\_\_ . . .

16. (2009 浙江理 16) 甲、乙、丙 3 人站到共有 7 级的台阶上, 若每级台阶最多站 2 人, 同一级台阶上的人不区分站的位置, 则不同的站法种数是 \_\_\_\_\_ (用数字作答) .

17. (2009 浙江理 17) 如图, 在长方形  $ABCD$  中,  $AB = 2$ ,  $BC = 1$ ,  $E$  为  $DC$  的中点,  $F$  为线段  $EC$  (端点除外) 上一动点. 现将  $\triangle AFD$  沿  $AF$  折起, 使平面  $ABD \perp$  平面  $ABC$ . 在平面  $ABD$

内过点  $D$  作  $DK \perp AB$ ,  $K$  为垂足. 设  $AK = t$ , 则  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



### 三、解答题（本大题共 5 小题，共 0 分）

18. （2009 浙江理 18）在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，且满足  $\cos \frac{A}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ， $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3$ . (I) 求  $\triangle ABC$  的面积； (II) 若  $b + c = 6$ ，求  $a$  的值。

19. （2009 浙江理 19）在  $1, 2, 3, \dots, 9$  这 9 个自然数中，任取 3 个数.

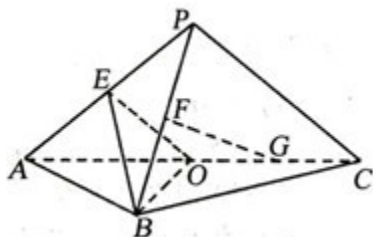
(I) 求这 3 个数中恰有 1 个是偶数的概率；

(II) 设  $\xi$  为这 3 个数中两数相邻的组数（例如：若取出的数为  $1, 2, 3$ ，则有两组相邻的数  $1, 2$  和  $2, 3$ ，此时  $\xi$  的值是 2）. 求随机变量  $\xi$  的分布列及其数学期望  $E\xi$ .

20. （2009 浙江理 20）如图，平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$ ， $\triangle ABC$  是以  $AC$  为斜边的等腰直角三角形， $E, F, O$  分别为  $PA, PB, AC$  的中点， $AC = 16, PA = PC = 10$ .

(I) 设  $G$  是  $OC$  的中点，证明： $FG \parallel$  平面  $BOE$ ；

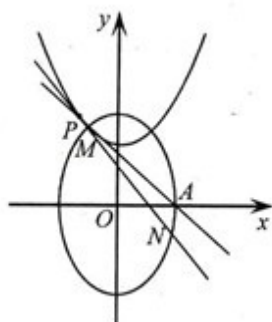
(II) 证明：在  $\triangle ABO$  内存在一点  $M$ ，使  $FM \perp$  平面  $BOE$ ，并求点  $M$  到  $OA, OB$  的距离.



21. (2009 浙江理 21) 已知椭圆  $C_1: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右顶点为  $A(1, 0)$ , 过  $C_1$  的焦点且垂直长轴的弦长为 1。

(I) 求椭圆  $C_1$  的方程;

(II) 设点  $P$  在抛物线  $C_2: y = x^2 + h (h \in \mathbf{R})$  上,  $C_2$  在点  $P$  处的切线与  $C_1$  交于点  $M, N$  当线段  $AP$  的中点与  $MN$  的中点的横坐标相等时, 求  $h$  的最小值。



22. (2009 浙江理 22) 已知函数  $f(x) = x^3 - (k^2 - k + 1)x^2 + 5x - 2$ ,  $g(x) = k^2x^2 + kx + 1$ , 其中  $k \in \mathbf{R}$ .

(I) 设函数  $p(x) = f(x) + g(x)$ . 若  $p(x)$  在区间  $(0, 3)$  上不单调, 求  $k$  的取值范围;

(II) 设函数  $q(x) = \begin{cases} g(x), & x \geq 0, \\ f(x), & x < 0. \end{cases}$  是否存在  $k$ , 对任意给定的非零实数  $x_1$ , 存在惟一

的非零实数  $x_2$  ( $x_2 \neq x_1$ ), 使得  $q'(x_2) = q'(x_1)$  成立? 若存在, 求  $k$  的值; 若不存在, 请说明理由.