

2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

- 1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $A=\{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$ ， $B=\{x|3<x<15\}$ ，则 $A\cap B$ 中元素的个数为

A.2 B.3 C.4 D.5

2.若 $\bar{z}(1+i)=1-i$ ，则 $z=$

A.1-i B.1+i C.-i D.i

3.设一组样本数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的方差为0.01，则数据 $10x_1, 10x_2, \dots, 10x_n$ 的方差为

A.0.01 B.0.1 C.1 D.10

4.Logistic模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领域，有学者根据公布数据建立了某

地区新冠肺炎累计确诊病例数 $I(t)$ (t 的单位：天)的Logistic模型： $I(t)=\frac{K}{1+e^{-0.23(t-53)}}$ ，其中 K

为最大确诊病例数。当 $I(t^*)=0.95K$ 时，标志着已初步遏制疫情，则 t^* 约为($\ln 19 \approx 3$)

A.60 B.63 C.66 D.69

5.已知 $\sin\theta+\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=1$ ，则 $\sin(\theta+\frac{\pi}{6})=$

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6.在平面内， A, B 是两个定点， C 是动点，若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}=1$ ，则 C 的轨迹为

A.圆 B.椭圆 C.抛物线 D.直线

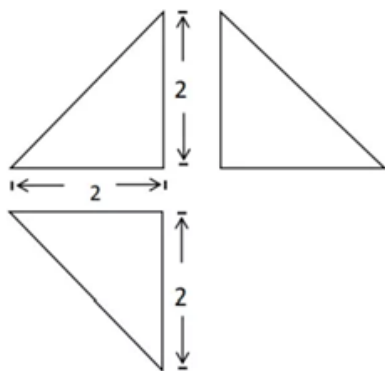
7.设 O 为坐标原点，直线 $x=2$ 与抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 交于 D, E 两点，若 $OD \perp OE$ ，则 C 的焦点坐标为

A. $(\frac{1}{4}, 0)$ B. $(\frac{1}{2}, 0)$ C. $(1, 0)$ D. $(2, 0)$

8. 点 $(0, 1)$ 到直线 $y = k(x + 1)$ 距离的最大值为

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

9. 右图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是



A. $6 + 4\sqrt{2}$ B. $4 + 4\sqrt{2}$ C. $6 + 2\sqrt{3}$ D. $4 + 2\sqrt{3}$

10. 设 $a = \log_3 2$, $b = \log_5 3$, $c = \frac{2}{3}$, 则

A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos C = \frac{2}{3}$, $AC = 4$, $BC = 3$, 则 $\tan B =$

A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $8\sqrt{5}$

12. 已知函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{\sin x}$, 则

A. $f(x)$ 的最小值为 2

B. $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称

C. $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \pi$ 对称

D. $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \geq 0 \\ 2x - y \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$, 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为_____。

14. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线为 $y = \sqrt{2}x$, 则 C 的离心率为_____。

15. 设函数 $f(x) = \frac{e^x}{x+a}$ ，若 $f(1) = \frac{e}{4}$ ，则 $a =$ _____。

16. 已知圆锥的底面半径为1，母线长为3，则该圆锥内半径最大的球的体积为_____。

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共60分。

17.(12分)

设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 4$ ， $a_3 - a_1 = 8$ 。

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)记 S_n 为数列 $\{\log_3 a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_m + S_{m+1} = S_{m+3}$ ，求 m 。

18.(12分)

某学生兴趣小组随机调查了某市100天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次，整理数据得到下表(单位：天)：

锻炼人次 空气质量等级	[0,200]	(200, 400]	(400, 600]
1 (优)	2	16	25
2 (良)	5	10	12
3 (轻度污染)	6	7	8
4 (中度污染)	7	2	0

(1)分别估计该市一天的空气质量等级为1，2，3，4的概率；

(2)求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表)；

(3)若某天的空气质量等级为1或2，则称这天“空气质量好”；若某天的空气质量等级为3或4，则称这天“空气质量不好”。根据所给数据，完成下面的 2×2 列联表，并根据列联表，判断是否有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关？

21.(12分)

已知椭圆C: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m^2} = 1 (0 < m < 5)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{15}}{4}$, A, B分别为C的左、右顶点。

(1)求C的方程;

(2)若点P在C上, 点Q在直线x=6上, 且|BP|=|BQ|, BP⊥BQ, 求△APQ的面积。

(二)选考题: 共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22.[选修4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系xOy中, 曲线C的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 - t - t^2 \\ y = 2 - 3t + t^2 \end{cases}$ (t为参数且t≠1), C与坐标轴交于

A, B两点。

(1)求|AB|;

(2)以坐标原点为极点, x轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求直线AB的极坐标方程。

23.[选修4-5: 不等式选讲](10分)

设a, b, c∈R, a+b+c=0, abc=1。

(1)证明: ab+bc+ca<0;

(2)用max{a, b, c}表示a, b, c的最大值, 证明: $\max\{a, b, c\} \geq \sqrt[3]{4}$ 。