

2014年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（文科）试题及答案

本试卷共4页，21题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔盒涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。
5. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

参考公式：锥体的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 为锥体的底面积， h 为锥体的高。

一组数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的方差 $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，其中 \bar{x} 表示这组数据的平均数。

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{2, 3, 4\}$, $N = \{0, 2, 3, 5\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$
 - A. $\{0, 2\}$
 - B. $\{2, 3\}$
 - C. $\{3, 4\}$
 - D. $\{3, 5\}$
2. 已知复数 z 满足 $(3 - 4i)z = 25$, 则 $z = (\quad)$
 - A. $-3 - 4i$
 - B. $-3 + 4i$
 - C. $3 - 4i$
 - D. $3 + 4i$

3. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (3, 1)$ 则 $\vec{b} - \vec{a} = (\quad)$
 - A. $(-2, 1)$
 - B. $(2, -1)$
 - C. $(2, 0)$
 - D. $(4, 3)$

4. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + 2y \leq 8 \\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最大值等于 ()

A. 7 B. 8 C. 10 D. 11

5. 下列函数为奇函数的是 ()

- A. $2^x - \frac{1}{2^x}$ B. $x^3 \sin x$ C. $2 \cos x + 1$ D. $x^2 + 2^x$

6. 为了解1000名学生的学习情况，采用系统抽样的方法，从中抽取容量为40的样本，则分段的间隔为 ()

- A. 50 B. 40 C. 25 D. 20

7. 在 ΔABC 中, 角A,B,C所对应的边分别为 a,b,c , 则“ $a \leq b$ ”是“ $\sin A \leq \sin B$ ”的()

- A. 充分必要条件 B. 充分非必要条件 C. 必要非充分条件 D. 非充分非必要条件

8. 若实数 k 满足 $0 < k < 5$, 则曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5-k} = 1$ 与曲线 $\frac{x^2}{16-k} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的()

- A. 实半轴长相等 B. 虚半轴长相等 C. 离心率相等 D. 焦距相等

9. 若空间中四条两两不同的直线 l_1, l_2, l_3, l_4 , 满足 $l_1 \perp l_2, l_2 \parallel l_3, l_3 \perp l_4$, 则下列结论一定正确的是()

- A. $l_1 \perp l_4$ B. $l_1 \parallel l_4$ C. l_1 与 l_4 既不垂直也不平行 D. l_1 与 l_4 的位置关系不确定

10. 对任意复数 w_1, w_2 , 定义 $\omega_1 * \omega_2 = \omega_1 \overline{\omega_2}$, 其中 $\overline{\omega_2}$ 是 ω_2 的共轭复数, 对任意复数 z_1, z_2, z_3 有如下四个命题:

① $(z_1 + z_2) * z_3 = (z_1 * z_3) + (z_2 * z_3)$; ② $z_1 * (z_2 + z_3) = (z_1 * z_2) + (z_1 * z_3)$;

③ $(z_1 * z_2) * z_3 = z_1 * (z_2 * z_3)$; ④ $z_1 * z_2 = z_2 * z_1$;

则真命题的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题: 本大题共5小题, 考生作答4小题, 每小题5分, 满分20分。

(一) 必做题(11-13题)

11. 曲线 $y = 5e^x + 3$ 在点 $(0, -2)$ 处的切线方程为_____.

12. 从字母 a, b, c, d, e 中任取两个不同字母, 则取字母 a 的概率为_____.

13. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_1 a_5 = 4$, 则 $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \log_2 a_4 + \log_2 a_5 =$ _____.

(二) 选做题(14-15题, 考生只能从中选做一题)

14. (坐标系与参数方程选做题) 在极坐标系中, 曲线 C_1 和 C_2 的方程分别为 $2\rho \cos^2 \theta = \sin \theta$ 和 $\rho \cos \theta = 1$, 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴的正半轴, 建立直角坐标系, 则曲线 C_1 与 C_2 交点的直角坐标为_____。

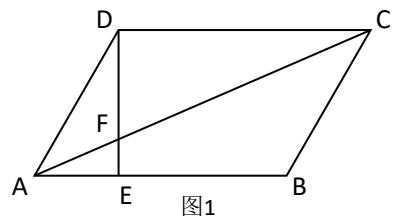
15. (几何证明选讲选做题) 如图1, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AB 上,

且 $EB = 2AE$, AC 与 DE 交于点 F , 则 $\frac{\Delta CDF \text{的周长}}{\Delta AEF \text{的周长}} =$ _____。

三. 解答题。本大题共6小题, 满分80分。解答需写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = A \sin(x + \frac{\pi}{3})$, $x \in \mathbb{R}$, 且 $f(\frac{5\pi}{12}) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.



(1) 求 A 的值;

(2) 若 $f(\theta) + f(-\theta) = \sqrt{3}$, $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 求 $f(\frac{\pi}{6} - \theta)$.

17. (本小题满分13分)

某车间20名工人年龄数据如下表：

年龄(岁)	工人数(人)
19	1
28	3
29	3
30	5
31	4
32	3
40	1
合计	20

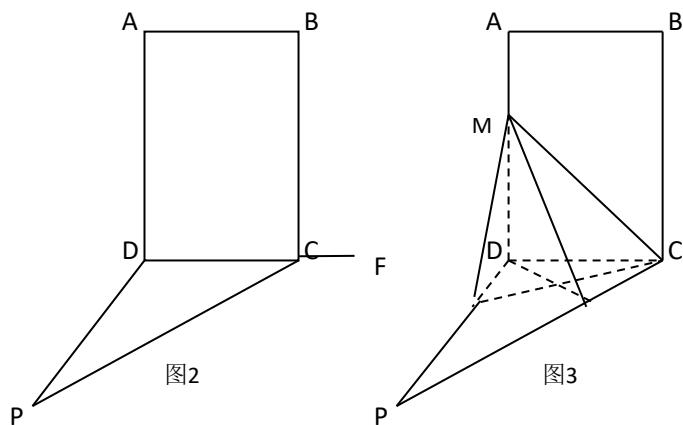
- (1) 求这20名工人年龄的众数与极差；
- (2) 以十位数为茎，个位数为叶，作出这20名工人年龄的茎叶图；
- (3) 求这20名工人年龄的方差.

18. (本小题满分13分)

如图2，四边形ABCD为矩形， $PD \perp$ 平面ABCD， $AB=1$, $BC=PC=2$. 作如图3折叠，折痕EF \parallel DC. 其中点E, F分别在线段PD, PC上，沿EF折叠后点P在线段AD上的点记为M，并且 $MF \perp CF$.

- (1) 证明： $CF \perp$ 平面MDF

- (2) 求三棱锥M-CDE的体积.



19. (本小题满分14分)

设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 S_n 满足 $S_n^2 - (n^2 + n - 3)S_n - 3(n^2 + n) = 0, n \in N^*$.

(1) 求 a_1 的值；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(3) 证明：对一切正整数 n ，有 $\frac{1}{a_1(a_1+1)} + \frac{1}{a_2(a_2+1)} + \cdots + \frac{1}{a_n(a_n+1)} < \frac{1}{3}$.

20. (本小题满分14分)

已知椭圆C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点为 $(\sqrt{5}, 0)$ ，离心率 $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ，且椭圆C上的点到Q(0, 2)的距离的最大值为3.

(1) 求椭圆C的标准方程；

(2) 若动点 $P(x_0, y_0)$ 为椭圆C外一点，且点P到椭圆C的两条切线相互垂直，求点P的轨迹方程。

21. (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + ax + 1 (a \in R)$

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 当 $a < 0$ 时，试讨论是否存在 $x_0 \in (0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 1)$ ，使得 $f(x_0) = f(\frac{1}{2})$