

# 2018年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

**一、选择题：**本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

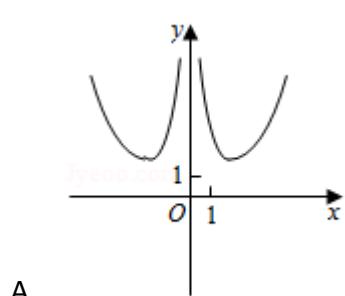
1. (5分)  $\frac{1+2i}{1-2i} = (\quad)$

- A.  $-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$       B.  $-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$       C.  $-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$       D.  $-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$

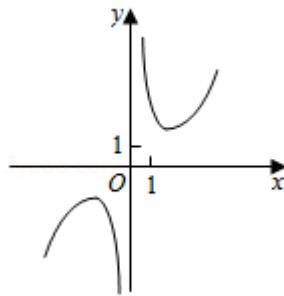
2. (5分) 已知集合 $A=\{(x, y) \mid x^2+y^2\leq 3, x\in\mathbb{Z}, y\in\mathbb{Z}\}$ ，则A中元素的个数为( )

- A. 9      B. 8      C. 5      D. 4

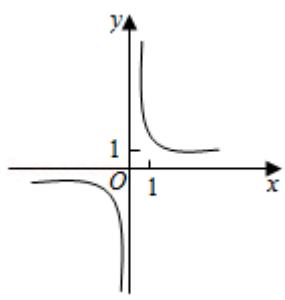
3. (5分) 函数 $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{x^2}$ 的图象大致为( )



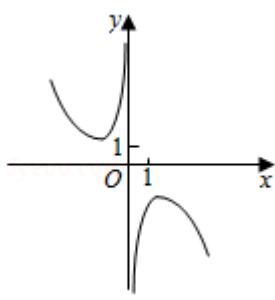
A.



B.



C.



D.

4. (5分) 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1, \vec{a} \cdot \vec{b}=-1$ ，则 $\vec{a} \cdot (2\vec{a}-\vec{b})=(\quad)$

- A. 4      B. 3      C. 2      D. 0

5. (5分) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$  ( $a>0, b>0$ ) 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，则其渐近线方程为( )

- A.  $y=\pm\sqrt{2}x$       B.  $y=\pm\sqrt{3}x$       C.  $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$       D.  $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

6. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $BC=1$ ， $AC=5$ ，则 $AB=(\quad)$

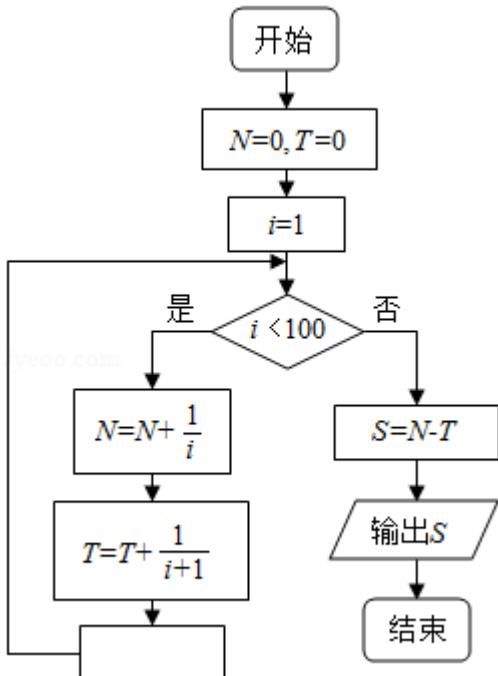
A.  $4\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{30}$

C.  $\sqrt{29}$

D.  $2\sqrt{5}$

7. (5分) 为计算  $S=1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$ , 设计了如图的程序框图, 则在空白框中应填入 ( )



A.  $i=i+1$

B.  $i=i+2$

C.  $i=i+3$

D.  $i=i+4$

8. (5分) 我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果

. 哥德巴赫猜想是“每个大于2的偶数可以表示为两个素数的和”, 如 $30=7+23$

. 在不超过30的素数中, 随机选取两个不同的数, 其和等于30的概率是 ( )

A.  $\frac{1}{12}$

B.  $\frac{1}{14}$

C.  $\frac{1}{15}$

D.  $\frac{1}{18}$

9. (5分) 在长方体ABCD-A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>中, AB=BC=1, AA<sub>1</sub>= $\sqrt{3}$ , 则异面直线AD<sub>1</sub>与DB<sub>1</sub>所成角的余弦值为 ( )

A.  $\frac{1}{5}$

B.  $\frac{\sqrt{5}}{6}$

C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. (5分) 若  $f(x) = \cos x - \sin x$  在  $[-a, a]$  是减函数, 则  $a$  的最大值是 ( )

A.  $\frac{\pi}{4}$

B.  $\frac{\pi}{2}$

C.  $\frac{3\pi}{4}$

D.  $\pi$

11. (5分) 已知  $f(x)$  是定义域为  $(-\infty, +\infty)$  的奇函数, 满足  $f(1-x) = f(1+x)$ , 若  $f(1)=2$ , 则  $f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(50) =$  ( )

A. - 50

B. 0

C. 2

D. 50

12. (5分) 已知 $F_1, F_2$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右焦点, A是C的左顶点, 点P在过A且斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 的直线上,  $\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形,  $\angle F_1F_2P = 120^\circ$ , 则C的离心率为( )

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{1}{4}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. (5分) 曲线 $y=2\ln(x+1)$  在点(0, 0)处的切线方程为\_\_\_\_\_.

14. (5分) 若x, y满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-5 \geqslant 0 \\ x-2y+3 \geqslant 0, \\ x-5 \leqslant 0 \end{cases}$ , 则 $z=x+y$ 的最大值为\_\_\_\_\_.

15. (5分) 已知 $\sin\alpha+\cos\beta=1, \cos\alpha+\sin\beta=0$ , 则 $\sin(\alpha+\beta)=$ \_\_\_\_\_.

16. (5分) 已知圆锥的顶点为S, 母线SA, SB所成角的余弦值为 $\frac{7}{8}$ , SA与圆锥底面所成角为 $45^\circ$ , 若 $\triangle SAB$ 的面积为 $5\sqrt{15}$ , 则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_.

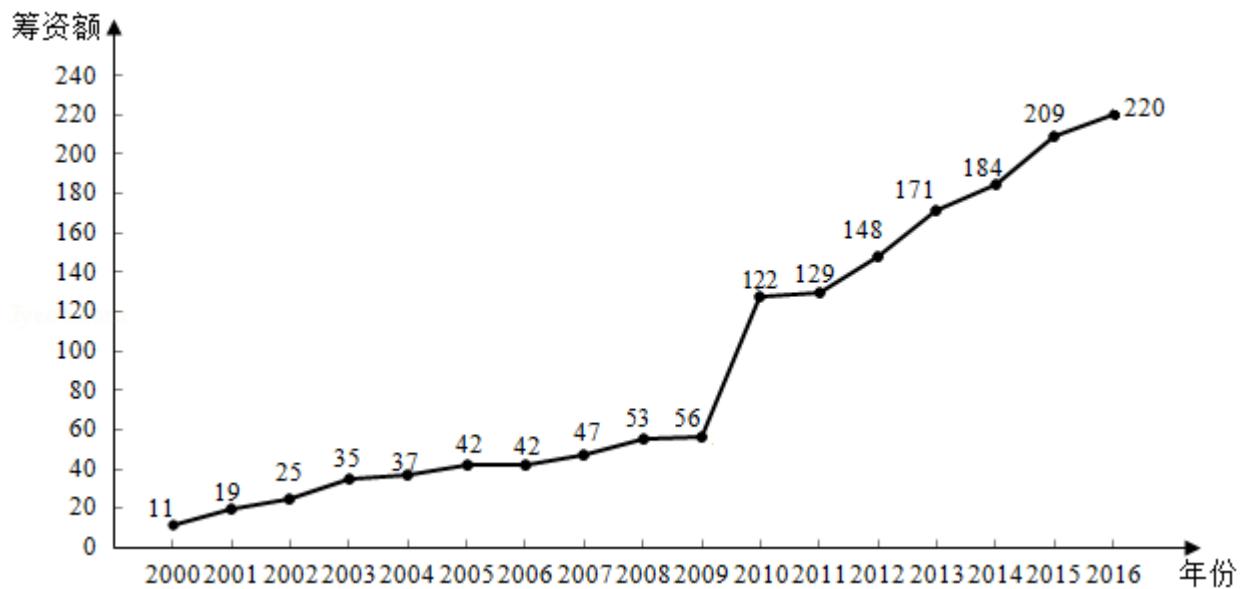
三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生根据要求作答。(一)必考题: 共60分。

17. (12分) 记 $S_n$ 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前n项和, 已知 $a_1 = -7, S_3 = -15$ .

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $S_n$ , 并求 $S_n$ 的最小值.

18. (12分) 如图是某地区2000年至2016年环境基础设施投资额y(单位:亿元)的折线图.



为了预测该地区2018年的环境基础设施投资额, 建立了 $y$ 与时间变量 $t$ 的两个线性回归模型. 根据2000年至2016年的数据(时间变量 $t$ 的值依次为1, 2, ..., 17)建立模型①:  $\hat{y} = -30.4 + 13.5t$ ; 根据2010年至2016年的数据(时间变量 $t$ 的值依次为1, 2, ..., 7)建立模型②:  $\hat{y} = 99 + 17.5t$ .

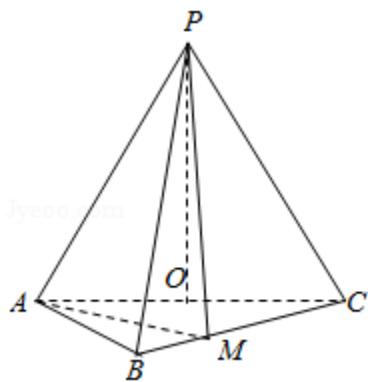
- (1) 分别利用这两个模型, 求该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值;
- (2) 你认为用哪个模型得到的预测值更可靠? 并说明理由.

19. (12分) 设抛物线  $C: y^2=4x$  的焦点为  $F$ , 过  $F$  且斜率为  $k$  ( $k>0$ ) 的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点,  $|AB|=8$ .

- (1) 求  $l$  的方程;
- (2) 求过点  $A, B$  且与  $C$  的准线相切的圆的方程.

20. (12分) 如图, 在三棱锥  $P - ABC$  中,  $AB=BC=2\sqrt{2}$ ,  $PA=PB=PC=AC=4$ ,  $O$  为  $AC$  的中点.

- (1) 证明:  $PO \perp \text{平面 } ABC$ ;
- (2) 若点  $M$  在棱  $BC$  上, 且二面角  $M - PA - C$  为  $30^\circ$ , 求  $PC$  与平面  $PAM$  所成角的正弦值.



21. (12分) 已知函数  $f(x) = e^x - ax^2$ .

- (1) 若  $a=1$ , 证明: 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) \geq 1$ ;
- (2) 若  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  只有一个零点, 求  $a$ .

(二) 选考题: 共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4: 坐标系与参数方程]

22. (10分) 在直角坐标系xOy中, 曲线C的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos\theta \\ y=4\sin\theta \end{cases}$ , ( $\theta$ 为参数), 直线l的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t\cos\alpha \\ y=2+t\sin\alpha \end{cases}$ , ( $t$ 为参数).

(1) 求C和l的直角坐标方程;

(2) 若曲线C截直线l所得线段的中点坐标为(1, 2), 求l的斜率.

[选修4-5: 不等式选讲]

23. 设函数 $f(x)=5-|x+a|-|x-2|$ .

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x)\geq 0$ 的解集;

(2) 若 $f(x)\leq 1$ , 求a的取值范围.