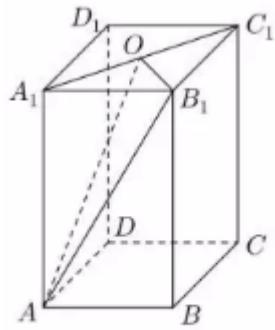


## 一、填空题

1. 不等式  $|x| > 1$  的解集为 \_\_\_\_\_
2. 计算:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+2} =$  \_\_\_\_\_
3. 设集合  $A = \{x | 0 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_
4. 若复数  $z = 1+i$  ( $i$  是虚数单位), 则  $z + \frac{2}{z} =$  \_\_\_\_\_
5. 已知  $\{a_n\}$  是等差数列, 若  $a_2 + a_8 = 10$ , 则  $a_3 + a_5 + a_7 =$  \_\_\_\_\_
6. 已知平面上动点  $P$  到两个定点  $(1, 0)$  和  $(-1, 0)$  的距离之和等于 4, 则动点  $P$  的轨迹方程为 \_\_\_\_\_

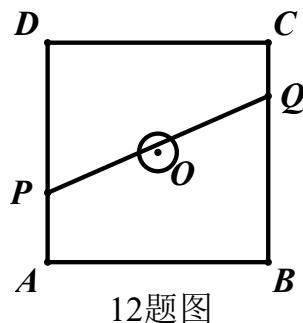
7. 如图, 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=3$ ,  $BC=4$ ,  $AA_1=5$ ,  $O$  是  $A_1C_1$  的中点, 则三棱锥  $A-A_1OB_1$  的体积为 \_\_\_\_\_



(第 7 题)

8. 某校组队参加辩论赛, 从 6 名学生中选出 4 人分别担任一、二、三、四辩, 若其中学生甲必须参赛且不担任四辩, 则不同的安排方法种数为 \_\_\_\_\_ (结果用数值表示)
9. 设  $a \in R$ , 若  $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^9$  与  $\left(x + \frac{a}{x^2}\right)^9$  的二项展开式中的常数项相等, 则  $a =$  \_\_\_\_\_
10. 设  $m \in R$ , 若  $z$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + mx + m^2 - 1 = 0$  的一个虚根, 则  $|z|$  的取值范围是 \_\_\_\_\_
11. 设  $a > 0$ , 函数  $f(x) = x + 2(1-x)\sin(ax)$ ,  $x \in (0, 1)$ , 若函数  $y = 2x - 1$  与  $y = f(x)$  的图像有且仅有两个不同的公共点, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_

12. 如图, 正方形 ABCD 的边长为 20 米, 圆 O 的半径为 1 米, 圆心是正方形的中心, 点 P、Q 分别在线段 AD、CB 上, 若线段 PQ 与圆 O 有公共点, 则称点 Q 在点 P 的“盲区”中, 已知点 P 以 1.5 米/秒的速度从 A 出发向 D 移动, 同时, 点 Q 以 1 米/秒的速度从 C 出发向 B 移动, 则在点 P 从 A 移动到 D 的过程中, 点 Q 在点 P 的盲区中的时长约为\_\_\_\_\_秒 (精确到 0.1)



12题图

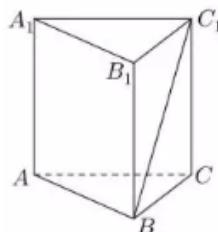
## 二、选择题

13. 下列函数中, 为偶函数的是 ( )

- A.  $y = x^{-2}$   
 B.  $y = x^{\frac{1}{3}}$   
 C.  $y = x^{-\frac{1}{2}}$   
 D.  $y = x^3$

14. 如图, 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的棱所在的直线中, 与直线  $BC_1$  异面的直线的条数为 ( )

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4



15. 设  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, “ $\{a_n\}$  是递增数列” 是 “ $\{S_n\}$  是递增数列”的 ( )

- A. 充分非必要条件  
 B. 必要非充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既非充分又非必要条件

16. 已知 A、B 为平面上的两个定点, 且  $|\overrightarrow{AB}|=2$ , 该平面上的动线段 PQ 的端点 P、Q, 满足  $|\overrightarrow{AP}| \leq 5$ ,

- $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = 6$ ,  $\overrightarrow{AQ} = -2\overrightarrow{AP}$ , 则动线段 PQ 所形成图形的面积为 ( )

- A. 36      B. 60      C. 72      D. 108

## 三、解答题

17. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

已知  $y = \cos x$ .

(1) 若  $f(\alpha) = \frac{1}{3}$ , 且  $\alpha \in [0, \pi]$ , 求  $f\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$  的值;

(2) 求函数  $y = f(2x) - 2f(x)$  的最小值.

18. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

已知  $a \in R$ , 双曲线  $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ .

(1) 若点  $(2, 1)$  在  $\Gamma$  上, 求  $\Gamma$  的焦点坐标;

(2) 若  $a = 1$ , 直线  $y = kx + 1$  与  $\Gamma$  相交于 A、B 两点, 且线段 AB 中点的横坐标为 1, 求实数  $k$  的值.

19. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 7 分, 第 2 小题满分 7 分)

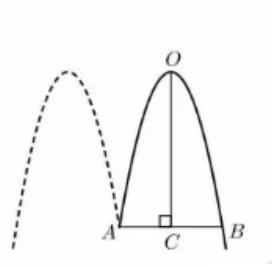
利用“平行于圆锥母线的平面截圆锥面, 所得截线是抛物线”的几何原理, 某快餐店用两个射灯(射出的光锥为圆锥)在广告牌上投影出其标识, 如图 1 所示, 图 2 是投影射出的抛物线的平面图, 图 3 是一个射灯投影的直观图, 在图 2 与图 3 中, 点 O、A、B 在抛物线上, OC 是抛物线的对称轴,  $OC \perp AB$  于 C,  $AB=3$  米,  $OC=4.5$  米.

(1) 求抛物线的焦点到准线的距离;

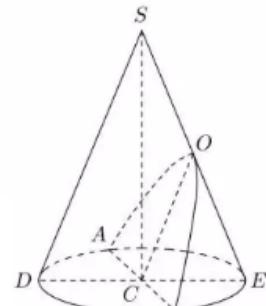
(2) 在图 3 中, 已知 OC 平行于圆锥的母线 SD, AB、DE 是圆锥底面的直径, 求圆锥的母线与轴的夹角的大小(精确到  $0.01^\circ$ ).



(图 1)



(图 2)



(图 3)

20. (本题满分 16 分, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 6 分)

设  $a > 0$ , 函数  $f(x) = \frac{1}{1+a \cdot 2^x}$ .

- (1) 若  $a=1$ , 求  $f(x)$  的反函数  $f^{-1}(x)$ ;
- (2) 求函数  $y=f(x) \cdot f(-x)$  的最大值 (用  $a$  表示);
- (3) 设  $g(x)=f(x)-f(x-1)$ . 若对任意  $x \in (-\infty, 0]$ ,  $g(x) \geq g(0)$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

21. (本题满分 18 分, 第 1 小题满分 3 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 9 分)

若  $\{c_n\}$  是递增数列, 数列  $\{a_n\}$  满足: 对任意  $n \in \mathbb{N}^*$ , 存在  $m \in \mathbb{N}^*$ , 使得  $\frac{a_m - c_n}{a_m - c_{n+1}} \leq 0$ , 则称  $\{a_n\}$  是

$\{c_n\}$

的“分隔数列”.

- (1) 设  $c_n = 2n, a_n = n+1$ , 证明: 数列  $\{a_n\}$  是  $\{c_n\}$  的分隔数列.
- (2) 设  $c_n = n-4$ ,  $S_n$  是  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和,  $d_n = c_{3n-2}$ , 判断数列  $\{S_n\}$  是否是数列  $\{d_n\}$  的分隔数列, 并说明理由;
- (3) 设  $c_n = aq^{n-1}$ ,  $T_n$  是  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和, 若数列  $\{T_n\}$  是  $\{c_n\}$  的分隔数列, 求实数  $a, q$  的取值范围.

