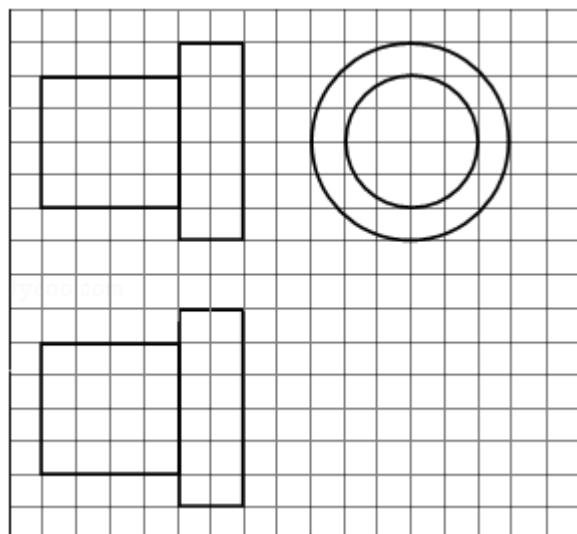


2014年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只
有一个选项符合题目要求。

1. （5分）设集合 $M=\{0, 1, 2\}$, $N=\{x \mid x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, 则 $M \cap N=$ （ ）
A. {1} B. {2} C. {0, 1} D. {1, 2}
2. （5分）设复数 z_1, z_2 在复平面内的对应点关于虚轴对称, $z_1=2+i$, 则 $z_1z_2=$ （ ）
A. -5 B. 5 C. -4+i D. -4-i
3. （5分）设向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{10}$, $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$, 则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ （ ）
A. 1 B. 2 C. 3 D. 5
4. （5分）钝角三角形ABC的面积是 $\frac{1}{2}$, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, 则 $AC=$ （ ）
A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. 2 D. 1
5. （5分）某地区空气质量监测资料表明, 一天的空气质量为优良的概率是0.75, 连续两天为优良的概率是0.6, 已知某天的空气质量为优良, 则随后一天的空气质量为优良的概率是（ ）
A. 0.8 B. 0.75 C. 0.6 D. 0.45
6. （5分）如图, 网格纸上正方形小格的边长为1（表示1cm）, 图中粗线画出的是某零件的三视图, 该零件由一个底面半径为3cm, 高为6cm的圆柱体毛坯切削得到, 则切削掉部分的体积与原来毛坯体积的比值为（ ）



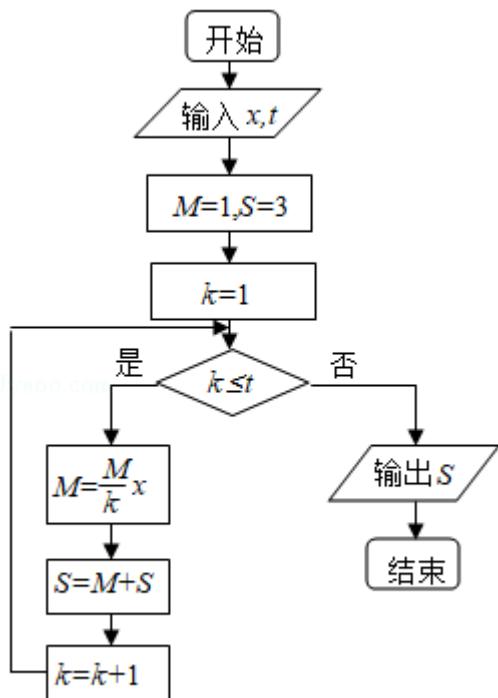
A. $\frac{17}{27}$

B. $\frac{5}{9}$

C. $\frac{10}{27}$

D. $\frac{1}{3}$

7. (5分) 执行如图所示的程序框图, 若输入的 x, t 均为2, 则输出的 $S=$ ()



A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

8. (5分) 设曲线 $y=ax - \ln(x+1)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 $y=2x$, 则 $a=$ ()

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

9. (5分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-7 \leqslant 0 \\ x-3y+1 \leqslant 0 \\ 3x-y-5 \geqslant 0 \end{cases}$, 则 $z=2x-y$ 的最大值为()

A. 10

B. 8

C. 3

D. 2

10. (5分) 设 F 为抛物线 $C: y^2=3x$ 的焦点, 过 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A, B 两点, O 为坐标原点, 则 $\triangle OAB$ 的面积为()

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{9\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{63}{32}$

D. $\frac{9}{4}$

11. (5分) 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle BCA=90^\circ$, M, N 分别是 A_1B_1, A_1C_1 的中点, $BC=CA=CC_1$, 则 BM 与 AN 所成角的余弦值为()

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. (5分) 设函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \frac{\pi x}{m}$, 若存在 $f(x)$ 的极值点 x_0 满足 $x_0^2 + [f(x_0)]^2 < m^2$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -6) \cup (6, +\infty)$ B. $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$
C. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分。(第13题~第21题为必考题，每个试题考生都必须作答，第22题~第24题为选考题，考生根据要求作答)

13. (5分) $(x+a)^{10}$ 的展开式中， x^7 的系数为 15，则 $a=$ _____.

14. (5分) 函数 $f(x) = \sin(x+2\phi) - 2\sin\phi\cos(x+\phi)$ 的最大值为 _____.

15. (5分) 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 单调递减， $f(2)=0$ ，若 $f(x-1) > 0$ ，则 x 的取值范围是 _____.

16. (5分) 设点 $M(x_0, 1)$ ，若在圆 $O: x^2+y^2=1$ 上存在点 N ，使得 $\angle OMN=45^\circ$ ，则 x_0 的取值范围是 _____.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或验算步骤.

17. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_{n+1}=3a_n+1$.

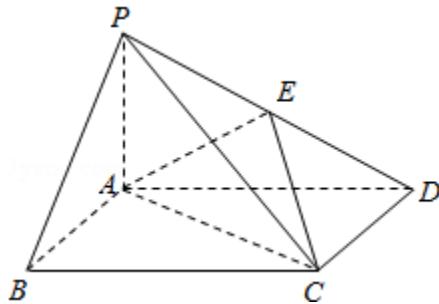
(I) 证明 $\{a_n + \frac{1}{2}\}$ 是等比数列，并求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 证明: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{3}{2}$.

18. (12分) 如图, 四棱锥P - ABCD中, 底面ABCD为矩形, PA \perp 平面ABCD, E为PD的中点.

(I) 证明: PB \parallel 平面AEC;

(II) 设二面角D - AE - C为 60° , AP=1, AD= $\sqrt{3}$, 求三棱锥E - ACD的体积.



19. (12分) 某地区2007年至2013年农村居民家庭人均纯收入y(单位:千元)的数据如表:

年份	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
年份代号t	1	2	3	4	5	6	7
人均纯收入y	2.9	3.3	3.6	4.4	4.8	5.2	5.9

(I) 求y关于t的线性回归方程;

(II) 利用(I)中的回归方程, 分析2007年至2013年该地区农村居民家庭人均纯收入的变化情况, 并预测该地区2015年农村居民家庭人均纯收入.

附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为: $\hat{b} =$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{t}.$$

20. (12分) 设 F_1, F_2 分别是 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左, 右焦点, M 是 C 上

一点且 MF_2 与 x 轴垂直, 直线 MF_1 与 C 的另一个交点为 N .

- (1) 若直线 MN 的斜率为 $\frac{3}{4}$, 求 C 的离心率;
(2) 若直线 MN 在 y 轴上的截距为2, 且 $|MN|=5|F_1N|$, 求 a, b .

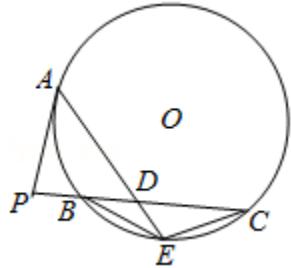
21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x} - 2x$.

- (I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
(II) 设 $g(x) = f(2x) - 4bf(x)$, 当 $x > 0$ 时, $g(x) > 0$, 求 b 的最大值;
(III) 已知 $1.4142 < \sqrt{2} < 1.4143$, 估计 $\ln 2$ 的近似值(精确到0.001).

请考生在第22、23、24三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请写清题号。【选修4-1：几何证明选讲】

22. (10分) 如图， P 是 $\odot O$ 外一点， PA 是切线， A 为切点，割线 PBC 与 $\odot O$ 相交于点 B ， C ， $PC=2PA$ ， D 为 PC 的中点， AD 的延长线交 $\odot O$ 于点 E ，证明：

- (I) $BE=EC$ ；
- (II) $AD \cdot DE = 2PB^2$.



【选修4-4：坐标系与参数方程】

23. 在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$ ， $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$

- (I) 求 C 的参数方程；
- (II) 设点 D 在半圆 C 上，半圆 C 在 D 处的切线与直线 $l: y=\sqrt{3}x+2$ 垂直，根据(1)中你得到的参数方程，求直线 CD 的倾斜角及 D 的坐标。

六、解答题（共1小题，满分0分）

24. 设函数 $f(x) = |x + \frac{1}{a}| + |x - a|$ ($a > 0$) .

(I) 证明: $f(x) \geq 2$;

(II) 若 $f(3) < 5$, 求 a 的取值范围.