

# 2009年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

## 数学（文史类）

一，选择题：

(1) 设集合  $S = \{x \mid |x| < 5\}$ ,  $T = \{x \mid (x+7)(x-3) < 0\}$ , 则  $S \cap T =$

- (A)  $\{x \mid -7 < x < -5\}$  (B)  $\{x \mid 3 < x < 5\}$   
(C)  $\{x \mid -5 < x < 3\}$  (D)  $\{x \mid -7 < x < 5\}$

(2) 函数  $y = 2^{x+1}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) 的反函数是

- (A)  $y = 1 + \log_2 x$  ( $x > 0$ ) (B)  $\log_2(x-1)$  ( $x > 1$ )  
(C)  $y = -1 + \log_2 x$  ( $x > 0$ ) (D)  $\log_2(x+1)$  ( $x > -1$ )

(3) 等差数列  $\{a_n\}$  的公差为零，首项  $a_1 = 1$ ,  $a_2$  是  $a_1$  和  $a_5$  等比中项，则数列  $\{a_n\}$  的前 10 项之和是

- (A) 90 (B) 100 (C) 145 (D) 190

(4) 已知函数  $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$  ( $x \in \mathbb{R}$ ), 下面结论错误的是

- (A) 函数  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$   
(B) 函数  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上是增函数  
(C) 函数  $f(x)$  的图像关于直线  $x = 0$  对称  
(D) 函数  $f(x)$  是奇函数

(5) 设矩形的长为  $a$ , 宽为  $b$ , 其比满足  $b:a = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$ , 这种矩形给人美感, 称为黄金矩形。黄金矩形常应用于工艺品设计中。下面是某工艺品厂随机抽取两个批次的初

加工矩形宽度与长度的比值样本:

甲批次: 0.598 0.625 0.628 0.595 0.639

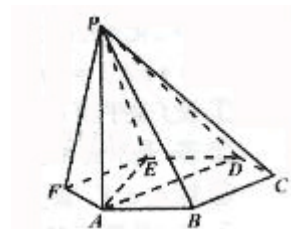
乙批次: 0.618 0.613 0.592 0.622 0.620

根据上述两个样本来估计两个批次的总体平均数, 与标准值 0.618 比较, 正确结论是

- (A) 甲批次的总体平均数与标准值更接近。

- (B) 乙批次的总体平均数与标准值更接近。  
 (C) 两个批次总体平均数与标准值接近程度相同  
 (D) 两个批次总体平均数与标准值接近程度不能确定  
 (6) 如图，已知六棱锥P-

ABCDEF的底面是正六边形， $PA \perp$  平面ABC， $PA=2AB$ ,则下列结论正确的是



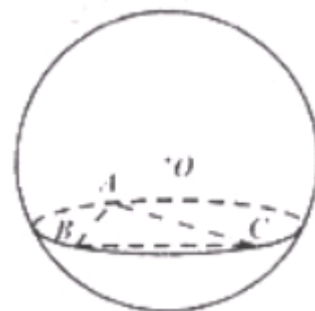
- (A)  $PB \perp AD$   
 (B) 平面PAB  $\perp$  平面PBC  
 (C) 直线BC//平面PAE.  
 (D) 直线PD与平面ABC所成的角为  $45^\circ$   
 (7) 已知a, b, c, d为实数，且  $c > d$ ，则“ $a > b$ ”是“ $a - c > b - d$ ”的  
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

- (8) 已知双曲线  $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{b^2} = 1 (b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ，其一条渐进线方程为

$y = x$ , 点  $p(\sqrt{3}, y_0)$  在该双曲线上，则  $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} =$

- A -12 B -2 C 0 D 4

(9)



如图，在半径为3的球面上有A.B.C三点， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BA=BC$ ，球心O到平面A

BC的距离是  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，则B.C两点的球面距离是

- A  $\frac{\pi}{3}$  B  $\pi$  C  $\frac{4}{3}\pi$  D  $2\pi$

(10)

某企业生产甲、乙两种产品。已知生产每吨甲产品要用A原料3吨、B原料2吨；生产每吨乙产品要用A原料1吨、B原料3吨。销售每吨甲产品可获得利润5万元、每吨

乙产品可获得利润3万元。该企业在一个生产周期内消耗A原料不超过13吨，B原料不超过18吨，那么该企业可获得最大利润是。

- A 12万    B 20万    C 25万    D 27万

(11)

2位男生和3位女生共5位同学站成一排，若男生甲不站两端，3为女生中有且只有两位女生相邻，则不同排法的种数是

- A 60    B 48    C 42    D 36

(12) 已知函数  $f(x)$  是定义在实数集  $\mathbf{R}$  上的不恒为零的偶函数，且对任意实数  $x$  都有

$$xf(x+1) = (1+x)f(x), \text{ 则 } f\left(\frac{5}{2}\right) \text{ 的值是}$$

- A 0    B  $\frac{1}{2}$     C 1    D  $\frac{5}{2}$

## 第II卷

本卷共10小题，共90分.

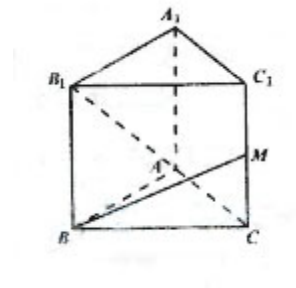
二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分.把答案填在题中横线上.

(13) 抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点到准线的距离是\_\_\_\_\_.

(14)  $\left(2x - \frac{1}{2x}\right)^6$  的展开式的常数项是\_\_\_\_\_. (用数字作答)

(15) 如图，已知正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的各条棱长都相等，

M是侧棱  $CC_1$  的中点，侧异面直线  $AB_1$  和  $BM$  所成的角的大小是\_\_\_\_\_.



(16) 设  $V$  是已知平面  $M$  上所有向量的集合，对于映射  $f: V \rightarrow V, a \in V$ , 记  $a$  的象为

$f(a)$ . 若映射  $f: V \rightarrow V$  满足：对所有  $a, b \in V$  及任意实数  $\lambda, \mu$  都有

$f(\lambda a + \mu b) = \lambda f(a) + \mu f(b)$ , 则  $f$  称为平面  $M$  上的线性变换，现有下列命题：

- ① 设  $f$  是平面  $M$  上的线性变换， $a, b \in V$ , 则  $f(a+b) = f(a) + f(b)$ ;
- ② 若  $e$  是平面  $M$  上的单位向量，对  $a \in V$ , 设  $f(a) = a + e$ , 则  $f$  是平面  $M$  上的线性变换；
- ③ 对  $a \in V$ , 设  $f(a) = -a$ , 则  $f$  是平面  $M$  上的线性变换；
- ④ 设  $f$  是平面  $M$  上的线性变换， $a \in V$ , 则对任意实数  $k$  均有  $f(ka) = kf(a)$ .

其中的真命题是\_\_\_\_. (写出所有真命题的编号) .

三、解答题：本大题共6小题，共74分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中， $A$ 、 $B$ 为锐角，角 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 所对的边分别为 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，且

$$\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}, \sin B = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

(I) 求 $A+B$ 的值；

(II) 若 $a-b=\sqrt{2}-1$ , 求 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 得值.

(18) (本小题满分12分)

为振兴旅游业，四川省2009年面向国内发行总量为2000万张的熊猫优惠卡，向省外人士发行的是熊猫金卡（简称金卡），向省内人士发行的是熊猫银卡（简称银卡），某旅游公司

组织了一个有36名游客的旅游团到四川名胜旅游，其中 $\frac{3}{4}$ 是省外游客，其余是省内游客，

在省外游客中有 $\frac{1}{3}$ 持金卡，在省内游客中有 $\frac{2}{3}$ 持银卡.

(I) 在该团中随即采访2名游客，求恰有1人持银卡的概率； .

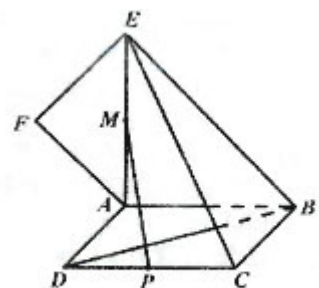
(II) 在该团中随机采访2名游客，求其中持金卡与持银卡人数相当的概率.

(19) (本小题满分12分) 如图，正方形 $ABCD$ 所在平面与平面四边形 $ABEF$ 所在平面互相垂直， $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形， $AB=AE$ ,  $FA=FE$ ,  $\angle AEF=45^\circ$ . .

(I) 求证： $EF \perp$ 平面 $BCE$ ；

(II) 设线段 $CD$ 、 $AE$ 的中点分别为 $P$ 、 $M$ ，求证： $PM \parallel$ 平面 $BCE$ ；

(III) 求二面角 $F-BD-A$ 的大小.



(20) (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = x^3 + 2bx^2 + cx - 2$  的图象在与x轴交点处的切线方程是  $y = 5x - 10$ .

(I) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(II) 设函数  $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}mx$ , 若  $g(x)$  的极值存在, 求实数m的取值范围以及函数  $g(x)$  取得极值时对应的自变量x的值.

(21) (本小题满分12分)

已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 离心率  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 右准线方程为  $x = 2$ .

(I) 求椭圆的标准方程;

(II) 过点  $F_1$  的直线  $l$  与该椭圆相交于M、N两点, 且  $|\overrightarrow{F_2M} + \overrightarrow{F_2N}| = \frac{2\sqrt{26}}{3}$ , 求直线  $l$  的方程式.

(22) (本小题满分14分)

设数列  $\{a_n\}$  的前n项和为  $s_n$ , 对任意的正整数n, 都有  $a_n = 5s_n + 1$  成立, 记

$$b_n = \frac{4 + a_n}{1 - a_n} (n \in N^+).$$

(I) 求数列  $\{a_n\}$  与数列  $\{b_n\}$  的通项公式;

(II) 设数列  $\{b_n\}$  的前n项和为  $R_n$ , 是否存在正整数k, 使得  $R_k \geq 4k$  成立? 若存在, 找出一个正整数k; 若不存在, 请说明理由;

(III) 记  $c_n = b_{2n} - b_{2n-1} (n \in N^+)$ , 设数列  $|c_n|$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 求证: 对任意正整数  $n$ , 都有  $T_n < \frac{3}{2}$ .