

准考证号_____ 姓名_____
(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

2008年江西高考试理科数学真题及答案

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 第 I 卷1至2页, 第 II 卷3至4页, 共150分.

第 I 卷

考生注意:

1. 答题前, 考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上. 考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致.
2. 第 I 卷每小题选出答案后, 用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 第 II 卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答. 若在试题卷上作答, 答案无效.
3. 考试结束, 监考员将试题卷、答题卡一并收回.

参考公式:

如果事件A、B互斥, 那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件A、B相互独立, 那么

$$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$$

如果事件A在一次试验中发生的概率是P, 那么

n 次独立重复试验中恰好发生k次的概率

$$P_n(k)=C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S=4 \pi R^2$$

其中R表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3} \pi R^3$$

其中R表示球的半径

一. 选择题: 本大题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 在复平面内, 复数 $z = \sin 2 + i \cos 2$ 对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 定义集合运算: $A * B = \{z \mid z = xy, x \in A, y \in B\}$. 设 $A = \{1, 2\}, B = \{0, 2\}$, 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为
A. 0 B. 2 C. 3 D. 6
3. 若函数 $y = f(x)$ 的值域是 $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$, 则函数 $F(x) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ 的值域是
A. $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$ B. $[2, \frac{10}{3}]$ C. $\left[\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right]$ D. $[3, \frac{10}{3}]$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1} =$
- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. 不存在
5. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2, a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$, 则 $a_n =$
- A. $2+\ln n$ B. $2+(n-1)\ln n$ C. $2+n\ln n$ D. $1+n+\ln n$
6. 函数 $y=\tan x+\sin x-|\tan x-\sin x|$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 内的图象大致是
-
- A B C D
7. 已知 F_1, F_2 是椭圆的两个焦点. 满足 $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0$ 的点 M 总在椭圆内部, 则椭圆离心率的取值范围是
- A. $(0, 1)$ B. $(0, \frac{1}{2}]$ C. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ D. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$
8. $(1+\sqrt[3]{x})^6(1+\frac{1}{\sqrt[4]{x}})^{10}$ 展开式中的常数项为
- A. 1 B. 46 C. 4245 D. 4246
9. 若 $0 < a_1 < a_2, 0 < b_1 < b_2$, 且 $a_1+a_2=b_1+b_2=1$, 则下列代数式中值最大的是
- A. $a_1b_1+a_2b_2$ B. $a_1a_2+b_1b_2$ C. $a_1b_2+a_2b_1$ D. $\frac{1}{2}$
10. 连结球面上两点的线段称为球的弦. 半径为4的球的两条弦AB、CD的长度分别等于 $2\sqrt{7}$ 、 $4\sqrt{3}$, M、N分别为AB、CD的中点, 每条弦的两端都在球面上运动, 有下列四个命题:
- ①弦AB、CD可能相交于点M ②弦AB、CD可能相交于点N
 ③MN的最大值为5 ④MN的最小值为1
- 其中真命题的个数为
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
11. 电子钟一天显示的时间是从00:00到23:59, 每一时刻都由四个数字组成, 则一天中任一

时刻显示的四个数字之和为23的概率为

- A. $\frac{1}{180}$ B. $\frac{1}{288}$ C. $\frac{1}{360}$ D. $\frac{1}{480}$

12. 已知函数 $f(x) = 2mx^2 - 2(4-m)x + 1$, $g(x) = mx$, 若对于任一实数 x , $f(x)$ 与 $g(x)$ 的值至少有一个为正数, 则实数 m 的取值范围是
A. $(0, 2)$ B. $(0, 8)$ C. $(2, 8)$ D. $(-\infty, 0)$

绝密★启用前

第II卷

注意事项:

第II卷2页, 须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答. 若在试题卷上作答, 答案无效.

二. 填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分. 请把答案填在答题卡上.

13. 直角坐标平面内三点 $A(1, 2)$ 、 $B(3, -2)$ 、 $C(9, 7)$, 若 E 、 F 为线段 BC 的三等分点, 则

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

14. 不等式 $2^{\frac{x-3}{x}+1} \leq \frac{1}{2}$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 过抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点 F 作倾斜角为 30° 的直线, 与抛物线分别交于 A 、 B 两点 (

点 A 在 y 轴左侧), 则 $\frac{|AF|}{|FB|} = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图1, 一个正四棱柱形的密闭容器水平放置, 其底部镶嵌了同底的正四棱锥形实心装饰块, 容器内盛有 a 升水时, 水面恰好经过正四棱锥的顶点 P . 如果将容器倒置, 水面也恰好过点 P (图2). 有下列四个命题:

- A. 正四棱锥的高等于正四棱柱高的一半
B. 将容器侧面水平放置时, 水面也恰好过点 P
C. 任意摆放该容器, 当水面静止时, 水面都恰好经过点 P
D. 若往容器内再注入 a 升水, 则容器恰好能装满
- 其中真命题的代号是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出所有真命题的代号)

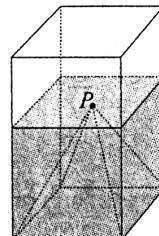


图1

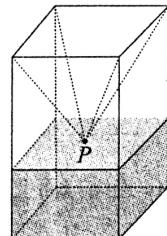


图2

三. 解答题: 本大题共6小题, 共74分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别为角 A 、 B 、 C 所对的边长,

$$a=2\sqrt{3}, \tan \frac{A+B}{2} + \tan \frac{C}{2} = 4, \sin B \sin C = \cos^2 \frac{A}{2}. \text{求} A, B \text{ 及} b, c.$$

18. (本小题满分12分)

因冰雪灾害, 某柑桔基地果林严重受损, 为此有关专家提出两种拯救果树的方案, 每种方

案都需分两年实施. 若实施方案一, 预计第一年可以使柑桔产量恢复到灾前的1.0倍、0.9倍、0.8倍的概率分别是0.3、0.3、0.4; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的1.25倍、1.0倍的概率分别是0.5、0.5. 若实施方案二, 预计第一年可以使柑桔产量达到灾前的1.2倍、1.0倍、0.8倍的概率分别是0.2、0.3、0.5; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的1.2倍、1.0倍的概率分别是0.4、0.6. 实施每种方案第一年与第二年相互独立, 令 $\xi_i (i=1,2)$ 表示方案*i*实施两年后柑桔产量达到灾前产量的倍数.

- (1) 写出 ξ_1 、 ξ_2 的分布列;
- (2) 实施哪种方案, 两年后柑桔产量超过灾前产量的概率更大?
- (3) 不管哪种方案, 如果实施两年后柑桔产量达不到、恰好达到、超过灾前产量, 预计利润分别为10万元、15万元、20万元. 问实施哪种方案的平均利润更大?

19. (本小题满分12分)

等差数列 $\{a_n\}$ 各项均为正整数, $a_1=3$, 前*n*项和为 S_n , 等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1=1$, 且

$b_2S_2=64$, $\{b_n\}$ 是公比为64的等比数列.

- (1) 求 a_n 与 b_n ;

- (2) 证明: $\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\dots+\frac{1}{S_n}<\frac{3}{4}$.

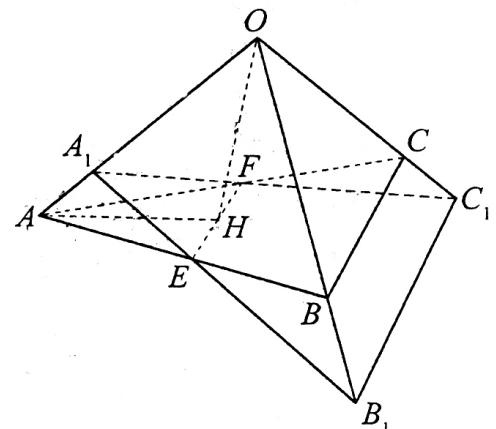
20. (本小题满分12分)

正三棱锥 $O-ABC$ 的三条侧棱 OA 、 OB 、 OC 两两垂直, 且长度均为2. E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点, H 是 EF 的中点, 过 EF 的一个平面与侧棱 OA 、 OB 、 OC 或其延长线分别相交于 A_1 、 B_1 、 C_1 ,

已知 $OA_1=\frac{3}{2}$.

- (1) 证明: $B_1C_1 \perp \text{平面 } OAH$;

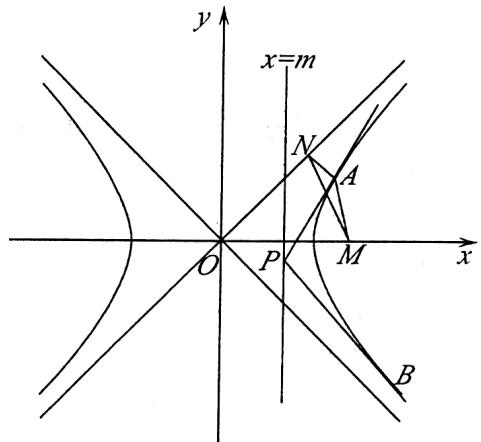
- (2) 求二面角 $O-A_1B_1-C_1$ 的大小.



21. (本小题满分12分)

设点 $P(x_0, y_0)$ 在直线 $x = m$ ($y \neq \pm m, 0 < m < 1$) 上，过点 P 作双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的两条切线 PA, PB ，切点为 A, B ，定点 $M(\frac{1}{m}, 0)$.

- (1) 过点 A 作直线 $x - y = 0$ 的垂线，垂足为 N ，试求 $\triangle AMN$ 的重心 G 所在的曲线方程；
- (2) 求证： A, M, B 三点共线.



22. (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}} + \frac{1}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{\frac{ax}{ax+8}}$, $x \in (0, +\infty)$.

- (1) 当 $a=8$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；
- (2) 对任意正数 a ，证明： $1 < f(x) < 2$.