

# 2015年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分

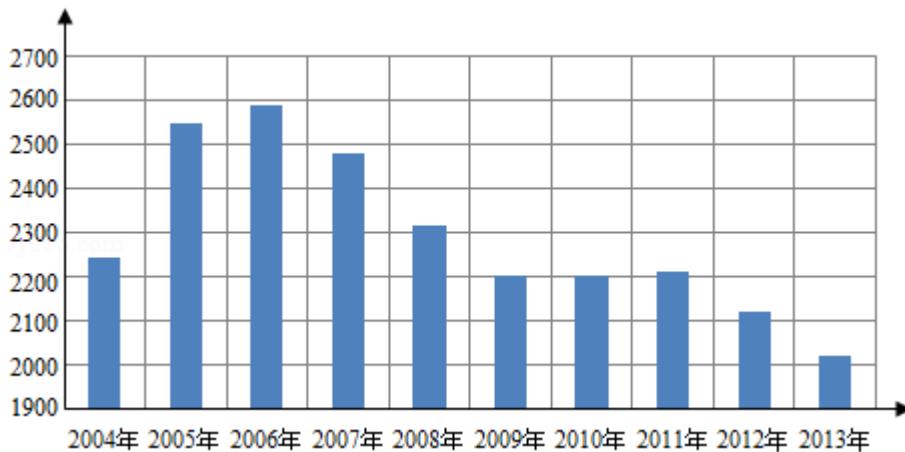
1. （5分）已知集合 $A=\{x \mid -1 < x < 2\}$ ,  $B=\{x \mid 0 < x < 3\}$ , 则 $A \cup B=$ （ ）

A.  $(-1, 3)$       B.  $(-1, 0)$       C.  $(0, 2)$       D.  $(2, 3)$

2. （5分）若为a实数，且 $\frac{2+ai}{1+i}=3+i$ , 则a=（ ）

A. -4      B. -3      C. 3      D. 4

3. （5分）根据如图给出的2004年至2013年我国二氧化硫年排放量（单位：万吨）柱形图，以下结论中不正确的是（ ）



A. 逐年比较，2008年减少二氧化硫排放量的效果最显著

B. 2007年我国治理二氧化硫排放显现成效

C. 2006年以来我国二氧化硫年排放量呈减少趋势

D. 2006年以来我国二氧化硫年排放量与年份正相关

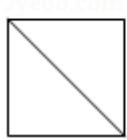
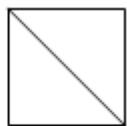
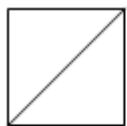
4. （5分） $\vec{a}=(1, -1)$ ,  $\vec{b}=(-1, 2)$  则 $(2\vec{a}+\vec{b}) \cdot \vec{a}=$ （ ）

A. -1      B. 0      C. 1      D. 2

5. （5分）已知 $S_n$ 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前n项和，若 $a_1+a_3+a_5=3$ , 则 $S_5=$ （ ）

A. 5      B. 7      C. 9      D. 11

6. （5分）一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（ ）



A.  $\frac{1}{8}$

B.  $\frac{1}{7}$

C.  $\frac{1}{6}$

D.  $\frac{1}{5}$

7. (5分) 已知三点  $A(1, 0)$ ,  $B(0, \sqrt{3})$ ,  $C(2, \sqrt{3})$  则  $\triangle ABC$  外接圆的圆心到原点的距离为 ( )

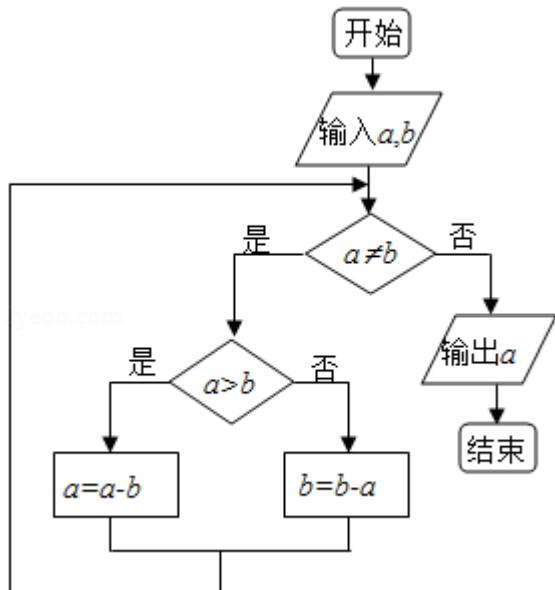
A.  $\frac{5}{3}$

B.  $\frac{\sqrt{21}}{3}$

C.  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

D.  $\frac{4}{3}$

8. (5分) 如图程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”. 执行该程序框图, 若输入  $a$ ,  $b$  分别为 14, 18, 则输出的  $a$  = ( )



A. 0

B. 2

C. 4

D. 14

9. (5分) 已知等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = \frac{1}{4}$ ,  $a_3 a_5 = 4(a_4 - 1)$ , 则  $a_2 =$  ( )

A. 2

B. 1

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{8}$

10. (5分) 已知  $A$ ,  $B$  是球  $O$  的球面上两点,  $\angle AOB = 90^\circ$ ,  $C$  为该球面上的动点, 若三棱锥  $O - ABC$  体积的最大值为 36, 则球  $O$  的表面积为 ( )

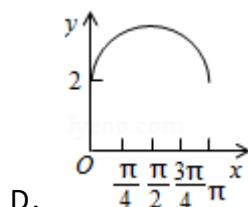
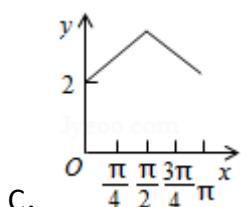
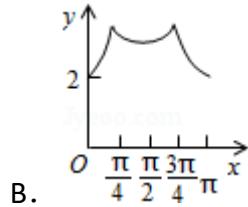
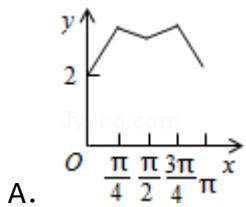
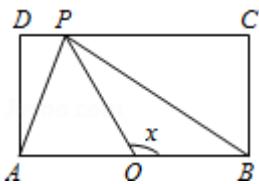
A.  $36\pi$

B.  $64\pi$

C.  $144\pi$

D.  $256\pi$

11. (5分) 如图, 长方形ABCD的边AB=2, BC=1, O是AB的中点, 点P沿着边BC运动, 记 $\angle BOP=x$ . 将动点P到A, B两点距离之和表示为x的函数 $f(x)$ , 则 $y=f(x)$ 的图象大致为( )



12. (5分) 设函数 $f(x) = \ln(1+|x|) - \frac{1}{1+x^2}$ , 则使得 $f(x) > f(2x-1)$ 成立的x的取值范围是( )

A.  $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$

B.  $(\frac{1}{3}, 1)$

C.  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

D.  $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

## 二、填空题

13. (3分) 已知函数 $f(x) = ax^3 - 2x$ 的图象过点 $(-1, 4)$ 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. (3分) 若 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-5 \leqslant 0 \\ 2x-y-1 \geqslant 0 \\ x-2y+1 \leqslant 0 \end{cases}$ , 则 $z=2x+y$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. (3分) 已知双曲线过点 $(4, \sqrt{3})$ 且渐近线方程为 $y = \pm \frac{1}{2}x$ , 则该双曲线的标准方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. (3分) 已知曲线 $y = x + \ln x$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线与曲线 $y = ax^2 + (a+2)x + 1$ 相切, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三. 解答题

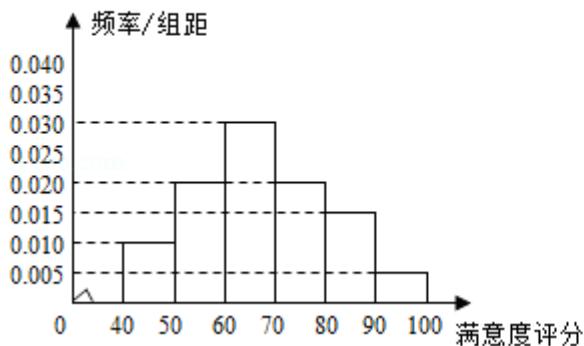
17.  $\triangle ABC$ 中,  $D$ 是 $BC$ 上的点,  $AD$ 平分 $\angle BAC$ ,  $BD=2DC$

( I ) 求  $\frac{\sin \angle B}{\sin \angle C}$ .

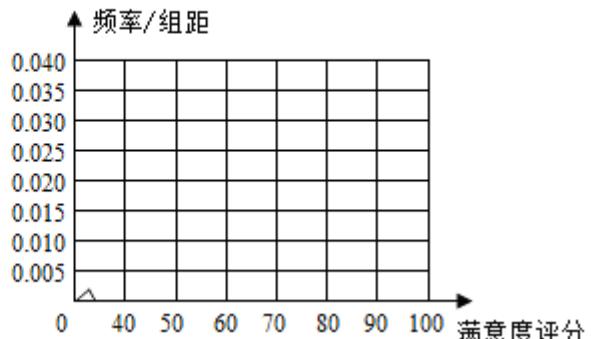
( II ) 若 $\angle BAC=60^\circ$ , 求 $\angle B$ .

18. 某公司为了解用户对其产品的满意度, 从A, B两地区分别随机调查了40个用户, 根据用户对产品的满意度评分, 得到A地区用户满意度评分的频率分布直方图和B地区用户满意度评分的频数分布表

A地区用户满意度评分的频率分布直方图



B地区用户满意度评分的频率分布直方图



B地区用户满意度评分的频数分布表

满意度评分分组	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100)
频数	2	8	14	10	6

(1) 做出B地区用户满意度评分的频率分布直方图, 并通过直方图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度(不要求计算出具体值, 给出结论即可)

( II ) 根据用户满意度评分, 将用户的满意度从低到高分为三个不等级:

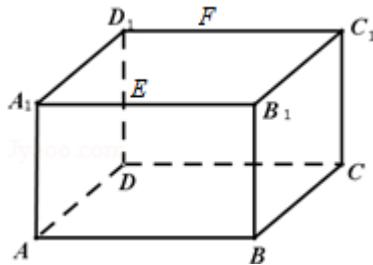
满意度评分	低于70分	70分到89分	不低于90分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

估计哪个地区用户的满意度等级为不满意的概率大? 说明理由.

19. (12分) 如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,  $AB=16$ ,  $BC=10$ ,  $AA_1=8$ , 点 $E$ ,  $F$ 分别在 $A_1B_1$ ,  $D_1C_1$ 上,  $A_1E=D_1F=4$ . 过 $E$ ,  $F$ 的平面 $\alpha$ 与此长方体的面相交, 交线围成一个正方形

(I) 在图中画出这个正方形(不必说出画法和理由)

(II) 求平面 $\alpha$ 把该长方体分成的两部分体积的比值.



20. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , ( $a > b > 0$ ) 的离心率 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 点 $(2, \sqrt{2})$ 在 $C$ 上.

(1) 求椭圆 $C$ 的方程;

(2) 直线 $l$ 不过原点 $O$ 且不平行于坐标轴,  $l$ 与 $C$ 有两个交点 $A$ ,  $B$ , 线段 $AB$ 的中点为 $M$ . 证明: 直线 $OM$ 的斜率与 $l$ 的斜率的乘积为定值.

21. 设函数 $f(x) = \ln x + a(1-x)$ .

(I) 讨论:  $f(x)$ 的单调性;

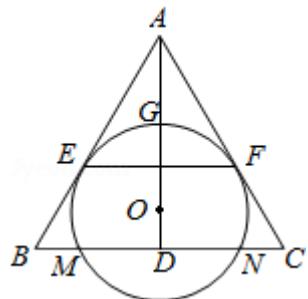
(II) 当 $f(x)$ 有最大值, 且最大值大于 $2a - 2$ 时, 求 $a$ 的取值范围.

#### 四、选修4-1：几何证明选讲

22. (10分) 如图,  $O$ 为等腰三角形ABC内一点,  $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的底边BC交于M, N两点, 与底边上的高AD交于点G, 且与AB, AC分别相切于E, F两点.

(1) 证明:  $EF \parallel BC$ ;

(2) 若 $AG$ 等于 $\odot O$ 的半径, 且 $AE=MN=2\sqrt{3}$ , 求四边形EBCF的面积.



#### 五、选修4-4：坐标系与参数方程

23. (10分) 在直角坐标系xOy中, 曲线 $C_1: \begin{cases} x=t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$  (t为参数,  $t \neq 0$ ), 其

中 $0 \leq \alpha \leq \pi$ , 在以O为极点, x轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 $C_2: \rho=2\sin\theta$ ,  $C_3: \rho=2\sqrt{3}\cos\theta$ .

(1) 求 $C_2$ 与 $C_3$ 交点的直角坐标;

(2) 若 $C_1$ 与 $C_2$ 相交于点A,  $C_1$ 与 $C_3$ 相交于点B, 求 $|AB|$ 的最大值.

#### 六、选修4-5不等式选讲

24. (10分) 设 $a, b, c, d$ 均为正数, 且 $a+b=c+d$ , 证明:

(1) 若 $ab > cd$ , 则 $\sqrt{a}+\sqrt{b} > \sqrt{c}+\sqrt{d}$ ;

(2)  $\sqrt{a}+\sqrt{b} > \sqrt{c}+\sqrt{d}$ 是 $|a-b| < |c-d|$ 的充要条件.