

2011年辽宁高考理科数学真题

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分, 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号, 写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题: 本大题共12小题, 每小题5分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

(1) a 为正实数, i 为虚数单位, $\left| \frac{a+i}{i} \right| = 2$, 则 $a =$

- (A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 1

(2) 已知 M, N 为集合 I 的非空真子集, 且 M, N 不相等, 若 $N \cap C_I M = \emptyset$, 则 $M \cup N =$

- (A) M (B) N (C) I (D) \emptyset

(3) 已知 F 是抛物线 $y^2 = x$ 的焦点, A, B 是该抛物线上的两点, $|AF| + |BF| = 3$, 则线段 AB 的中点到 y 轴的距离为

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) 1 (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{7}{4}$

(4) $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a \sin A \sin B + b \cos 2A = \sqrt{2}a$ 则 $\frac{b}{a} =$

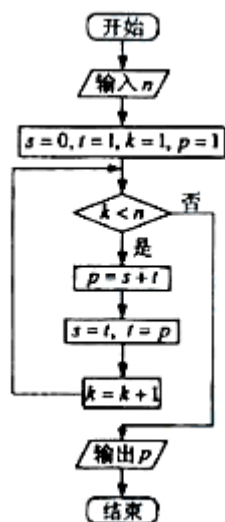
- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

(5) 从 1, 2, 3, 4, 5 中任取 2 个不同的数, 事件 $A =$ “取到的 2 个数之和为偶数”, 事件 $B =$ “取到的 2 个数均为偶数”, 则 $P(B | A) =$

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{2}$

(6) 执行右面的程序框图，如果输入的n是4，则输出的P是

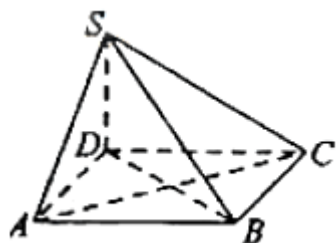
- (A) 8
(B) 5
(C) 3
(D) 2



(7) 设 $\sin(\frac{\pi}{4} + \theta) = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin 2\theta =$

- (A) $-\frac{7}{9}$ (B) $-\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{7}{9}$

(8) 如图，四棱锥S-ABCD的底面为正方形，SD⊥底面ABCD，则下列结论中不正确的是



- (A) $AC \perp SB$
(B) $AB \parallel \text{平面} SCD$
(C) SA与平面SBD所成的角等于SC与平面SBD所成的角

(D) AB与SC所成的角等于DC与SA所成的角

(9) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{1-x}, & x \leq 1, \\ 1 - \log_2 x, & x > 1, \end{cases}$ 则满足 $f(x) \leq 2$ 的 x 的取值范围是

- (A) $[-1, 2]$ (B) $[0, 2]$ (C) $[1, +\infty)$ (D) $[0, +\infty)$

(10) 若 a, b, c 均为单位向量, 且 $a \cdot b = 0$, $(a-c) \cdot (b-c) \leq 0$, 则 $|a+b-c|$ 的最大值为

- (A) $\sqrt{2}-1$ (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

(11) 函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $f(-$

$1) = 2$, 对任意 $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 2$, 则 $f(x) > 2x+4$ 的解集为

- (A) $(-1, 1)$ (B) $(-1, +\infty)$ (C) $(-\infty, -1)$ (D) $(-\infty, +\infty)$

(12) 已知球的直径 $SC=4$, A, B 是该球球面上的两点, $AB=\sqrt{3}$, $\angle ASC = \angle BSC = 30^\circ$, 则棱锥 $S-ABC$ 的体积为

- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 1

第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第13题-

第21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22题-

第24题为选考题, 考生根据要求作答。

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分。

(13) 已知点 $(2, 3)$ 在双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上, C 的焦距为4, 则它的离心率为_____。

(14) 调查了某地若干户家庭的年收入 x (单位: 万元) 和年饮食支出 y (单位: 万元), 调查显示年收入 x 与年饮食支出 y 具有线性相关关系, 并由调查数据得到 y 对 x 的回归直线方程: $\hat{y} = 0.254x + 0.321$ 。由回归直线方程可知, 家庭年收入每增加1万元, 年饮食支出平均增加_____万元。

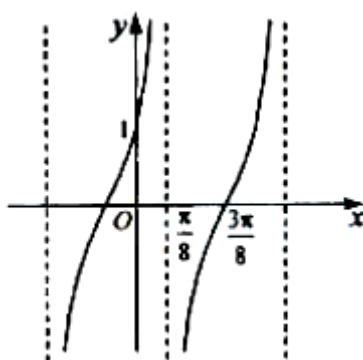
(15) 一个正三棱柱的侧棱长和底面边长相等，体积为 $2\sqrt{3}$ ，它的三视图中的俯视图如右



图所示，**俯视图** 左视图是一个矩形，则这个矩形的面积是_____.

(16) 已知函数 $f(x) = A \tan(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$), $y = f(x)$ 的部分图像如下

图，则 $f(\frac{\pi}{24}) =$ _____.



三、解答题：解答应写文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 0$, $a_6 + a_8 = -10$

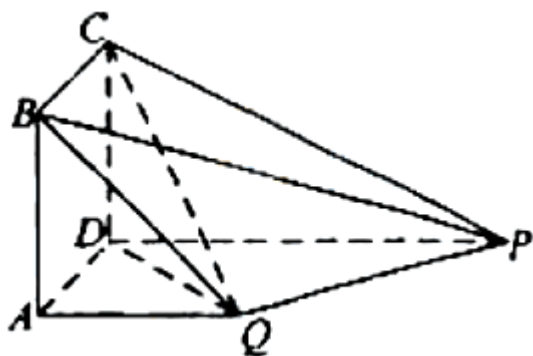
(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

$$\left\{ \frac{a_n}{2^{n-1}} \right\}$$

(II) 求数列 的前 n 项和。

(18) (本小题满分12分)

如图，四边形 $ABCD$ 为正方形， $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD \parallel QA$, $QA = AB = \frac{1}{2} PD$ 。



(I) 证明：平面PQC⊥平面DCQ

(II) 求二面角Q-BP-C的余弦值。

19. (本小题满分12分)

某农场计划种植某种新作物，为此对这种作物的两个品种（分别称为品种甲和品种乙）进行田间试验。选取两大块地，每大块地分成 n 小块地，在总共 $2n$ 小块地中，随机选 n 小块地种植品种甲，另外 n 小块地种植品种乙。

(I) 假设 $n=4$ ，在第一大块地中，种植品种甲的小块地的数目记为 X ，求 X 的分布列和数学期望；

(II) 试验时每大块地分成8小块，即 $n=8$ ，试验结束后得到品种甲和品种乙在个小块地上的每公顷产量（单位： kg/hm^2 ）如下表：

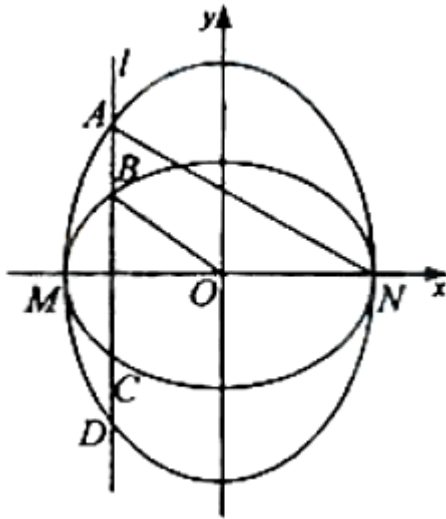
品种甲	403	397	390	404	388	400	412	406
品种乙	419	403	412	418	408	423	400	413

分别求品种甲和品种乙的每公顷产量的样本平均数和样本方差；根据试验结果，你认为应该种植哪一品种？

附：样本数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的样本方差
$$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$$
，其中 \bar{x} 为样本平均数。

(20) (本小题满分12分)

如图，已知椭圆 C_1 的中心在原点 O ，长轴左、右端点 M, N 在 x 轴上，椭圆 C_2 的短轴为 MN ，且 C_1, C_2 的离心率都为 e ，直线 $l \perp MN$ ， l 与 C_1 交于两点，与 C_2 交于两点，这四点按纵坐标从大到小依次为 A, B, C, D 。



- (I) 设 $e = \frac{1}{2}$, 求 $|BC|$ 与 $|AD|$ 的比值;
- (II) 当 e 变化时, 是否存在直线 l , 使得 $BO \parallel AN$, 并说明理由

(21) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 = (2-a)x$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

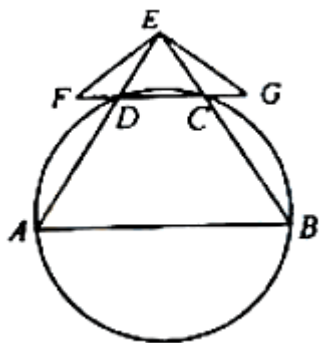
(II) 设 $a > 0$, 证明: 当 $0 < x < \frac{1}{a}$ 时, $f\left(\frac{1}{a} + x\right) > f\left(\frac{1}{a} - x\right)$;

(III) 若函数 $y = f(x)$ 的图像与 x 轴交于 A, B 两点, 线段 AB 中点的横坐标为 x_0 , 证明: $f'(x_0) < 0$.

请考生在第22、23、24三题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。做答是用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

(22) (本小题满分10分) 选修4-1: 几何证明选讲

如图, A, B, C, D 四点在同一圆上, AD 的延长线与 BC 的延长线交于 E 点, 且 $EC = ED$ 。



(I) 证明: $CD \parallel AB$;

(II) 延长CD到F, 延长DC到G, 使得 $EF=EG$, 证明: A, B, G, F四点共圆。

(23) (本小题满分10分) 选修4-4: 坐标系统与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \varphi, \\ y = \sin \varphi, \end{cases} (\varphi \text{ 为参数}),$ 曲线 C_2 的参数

方程为 $\begin{cases} x = a \cos \varphi, \\ y = b \sin \varphi, \end{cases} (a > b > 0, \varphi \text{ 为参数}).$ 在以0为极点, x 轴的正半轴为极轴

的极坐标系中, 射线 $l: \theta = a$ 与 C_1, C_2 各有一个交点。当 $a=0$ 时, 这两个交点间的距离为2, 当

$a = \frac{\pi}{2}$ 时, 这两个交点重合。

(I) 分别说明 C_1, C_2 是什么曲线, 并求出 a 与 b 的值;

(II) 设当 $a = \frac{\pi}{4}$ 时, l 与 C_1, C_2 的交点分别为 A_1, B_1 , 当 $a = -\frac{\pi}{4}$ 时, l 与 $C_1,$

C_2 的交点为 A_2, B_2 , 求四边形 $A_1A_2B_2B_1$ 的面积。

(24) (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x-2| - |x-5|$ 。

(I) 证明: $-3 \leq f(x) \leq 3$;

(II) 求不等式 $f(x) \geq x^2 - 8x + 15$ 的解集。