

## 2012年北京市高考数学试卷（理科）

一、选择题共8小题。每小题5分.共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. （5分）已知集合 $A=\{x\in\mathbb{R}\mid 3x+2>0\}$ ， $B=\{x\in\mathbb{R}\mid (x+1)(x-3)>0\}$ ，则 $A\cap B=$ （ ）

A.  $(-\infty, -1)$  B.  $(-1, -\frac{2}{3})$  C.  $(-\frac{2}{3}, 3)$  D.  $(3, +\infty)$

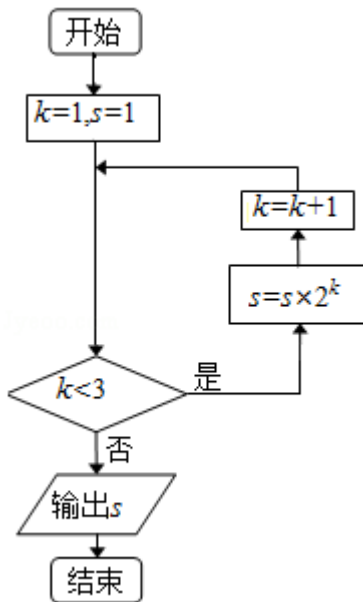
2. （5分）设不等式组 $\begin{cases} 0\leq x\leq 2 \\ 0\leq y\leq 2 \end{cases}$ ，表示的平面区域为D，在区域D内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于2的概率是（ ）

A.  $\frac{\pi}{4}$  B.  $\frac{\pi-2}{2}$  C.  $\frac{\pi}{6}$  D.  $\frac{4-\pi}{4}$

3. （5分）设 $a, b\in\mathbb{R}$ 。“ $a=0$ ”是“复数 $a+bi$ 是纯虚数”的（ ）

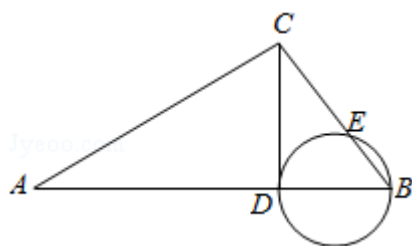
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. （5分）执行如图所示的程序框图，输出的S值为（ ）



A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

5. （5分）如图， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD\perp AB$ 于点D，以BD为直径的圆与BC交于点E。则（ ）

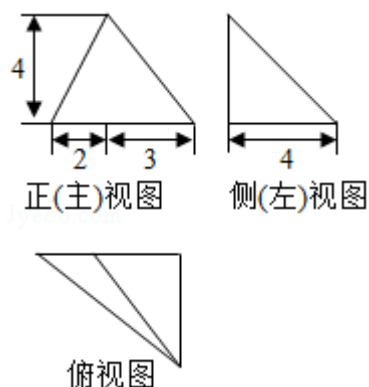


- A.  $CE \cdot CB = AD \cdot DB$     B.  $CE \cdot CB = AD \cdot AB$     C.  $AD \cdot AB = CD^2$     D.  $CE \cdot EB = CD^2$

6. (5分) 从0、2中选一个数字. 从1、3、5中选两个数字, 组成无重复数字的三位数. 其中奇数的个数为 ( )

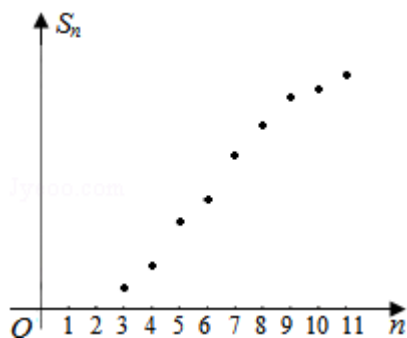
- A. 24    B. 18    C. 12    D. 6

7. (5分) 某三棱锥的三视图如图所示, 该三棱锥的表面积是 ( )



- A.  $28 + 6\sqrt{5}$     B.  $30 + 6\sqrt{5}$     C.  $56 + 12\sqrt{5}$     D.  $60 + 12\sqrt{5}$

8. (5分) 某棵果树前 $n$ 年的总产量 $S_n$ 与 $n$ 之间的关系如图所示. 从目前记录的结果看, 前 $m$ 年的年平均产量最高, 则 $m$ 的值为 ( )



- A. 5    B. 7    C. 9    D. 11

二. 填空题共6小题. 每小题5分. 共30分.

9. (5分) 直线  $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \end{cases}$  ( $t$ 为参数) 与曲线  $\begin{cases} x=3\cos\alpha \\ y=3\sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$ 为参数) 的交点个数为\_\_\_\_\_.

10. (5分) 已知  $\{a_n\}$  是等差数列,  $s_n$  为其前  $n$  项和. 若  $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $s_2 = a_3$ , 则  $a_2 =$  \_\_\_\_.

11. (5分) 在  $\triangle ABC$  中, 若  $a=2$ ,  $b+c=7$ ,  $\cos B = -\frac{1}{4}$ , 则  $b =$  \_\_\_\_.

12. (5分) 在直角坐标系  $xOy$  中. 直线  $l$  过抛物线  $y^2=4x$  的焦点  $F$ . 且与该抛物线相交于  $A$ 、 $B$  两点. 其中点  $A$  在  $x$  轴上方. 若直线  $l$  的倾斜角为  $60^\circ$ . 则  $\triangle OAF$  的面积为 \_\_\_\_.

13. (5分) 已知正方形  $ABCD$  的边长为 1, 点  $E$  是  $AB$  边上的动点. 则  $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB}$  的值为 \_\_\_\_.

14. (5分) 已知  $f(x) = m(x-2m)(x+m+3)$ ,  $g(x) = 2^x - 2$ , 若同时满足条件:

①  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 0$  或  $g(x) < 0$ ;

②  $\exists x \in (-\infty, -4), f(x)g(x) < 0$ .

则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_.

三、解答题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

15. (13分) 已知函数  $f(x) = \frac{(\sin x - \cos x) \sin 2x}{\sin x}$ .

(1) 求  $f(x)$  的定义域及最小正周期;

(2) 求  $f(x)$  的单调递增区间.

16. （14分）如图1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=6$ ， $D$ ， $E$ 分别是 $AC$ ， $AB$ 上的点，且 $DE\parallel BC$ ， $DE=2$ ，将 $\triangle ADE$ 沿 $DE$ 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置，使 $A_1C\perp CD$ ，如图2.

- （1）求证： $A_1C\perp$ 平面 $BCDE$ ；
- （2）若 $M$ 是 $A_1D$ 的中点，求 $CM$ 与平面 $A_1BE$ 所成角的大小；
- （3）线段 $BC$ 上是否存在点 $P$ ，使平面 $A_1DP$ 与平面 $A_1BE$ 垂直？说明理由.

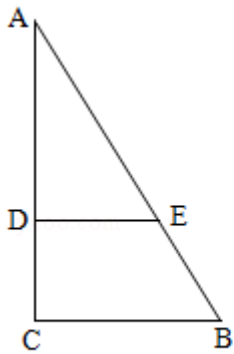


图 1

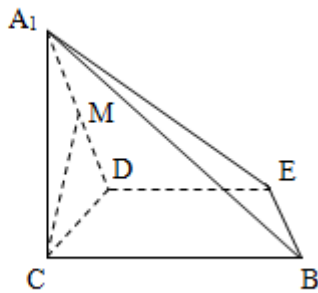


图 2

17. （13分）近年来，某市为促进生活垃圾的分类处理，将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类，并分别设置了相应的垃圾箱，为调查居民生活垃圾分类投放情况，先随机抽取了该市三类垃圾箱总计1000吨生活垃圾，数据统计如下（单位：吨）；

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30
其他垃圾	20	20	60

- （1）试估计厨余垃圾投放正确的概率；
- （2）试估计生活垃圾投放错误的概率；

(3) 假设厨余垃圾在“厨余垃圾”箱、“可回收物”箱、“其他垃圾”箱的投放量分别为 $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 其中 $a > 0$ ,  $a+b+c=600$ . 当数据 $a$ ,  $b$ ,  $c$ 的方差 $s^2$ 最大时, 写出 $a$ ,  $b$ ,  $c$ 的值(结论不要求证明), 并求此时 $s^2$ 的值.

(求:  $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ , 其中 $\bar{x}$ 为数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数)

18. (13分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + 1$  ( $a > 0$ ),  $g(x) = x^3 + bx$

(1) 若曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点 $(1, c)$ 处具有公共切线, 求 $a$ ,  $b$ 的值;

(2) 当 $a^2=4b$ 时, 求函数 $f(x)+g(x)$ 的单调区间, 并求其在区间 $(-\infty, -1)$ 上的最大值.

19. (14分) 已知曲线 $C: (5-m)x^2 + (m-2)y^2 = 8$  ( $m \in \mathbb{R}$ )

(1) 若曲线 $C$ 是焦点在 $x$ 轴上的椭圆, 求 $m$ 的取值范围;

(2) 设 $m=4$ , 曲线 $C$ 与 $y$ 轴的交点为 $A$ ,  $B$  (点 $A$ 位于点 $B$ 的上方), 直线 $y=kx+4$ 与曲线 $C$ 交于不同的两点 $M$ ,  $N$ , 直线 $y=1$ 与直线 $BM$ 交于点 $G$ . 求证:  $A$ ,  $G$ ,  $N$ 三点共线.

20. (13分) 设 $A$ 是由 $m \times n$ 个实数组成的 $m$ 行 $n$ 列的数表, 满足: 每个数的绝对值不大于1, 且所有数的和为零, 记 $S(m, n)$ 为所有这样的数表构成的集合. 对于 $A \in S(m, n)$ , 记 $r_i(A)$ 为 $A$ 的第 $i$ 行各数之和 ( $1 \leq i \leq m$ ),  $c_j(A)$ 为 $A$ 的第 $j$ 列各数之和 ( $1 \leq j \leq n$ ); 记 $K(A)$ 为 $|r_1(A)|, |r_2(A)|, \dots, |r_m(A)|, |c_1(A)|, |c_2(A)|, \dots, |c_n(A)|$ 中的最小值.

(1) 如表 $A$ , 求 $K(A)$ 的值;

1	1	- 0.8
0.1	- 0.3	- 1

(2) 设数表 $A \in S(2, 3)$ 形如

1	1	c
a	b	- 1

求 $K(A)$ 的最大值;

(3) 给定正整数 $t$ , 对于所有的 $A \in S(2, 2t+1)$ , 求 $K(A)$ 的最大值.