

2012 年高考重庆理科数学试卷解析（学生版）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个备选项中，只有一项是符合题目要求的

(1) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2=1, a_4=5$ ，则 $\{a_n\}$ 的前 5 项和 $S_5=$

- (A) 7 (B) 15 (C) 20 (D) 25

(2) 不等式 $\frac{x-1}{2x+1} \leq 0$ 的解集为

- (A) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ (B) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right)$ (C) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup [1, +\infty)$ (D) $\left[-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, +\infty)$

(3) 对任意的实数 k ，直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2=2$ 的位置关系一定是

- (A) 相离 (B) 相切 (C) 相交但直线不过圆心 (D) 相交且直线过圆心

(4) $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^8$ 的展开式中常数项为

- (A) $\frac{35}{16}$ (B) $\frac{35}{8}$ (C) $\frac{35}{4}$ (D) 105

(5) 设 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2-3x+2=0$ 的两根，则 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值

- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

(6) 设 $x, y \in \mathbb{R}$ ，向量 $\vec{a}=(x, 1), \vec{b}=(1, y), \vec{c}=(2, -4)$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{c}, \vec{b} \parallel \vec{c}$ ，则 $|\vec{a}+\vec{b}|=$

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) 10

(7) 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数，且以 2 为周期，则“ $f(x)$ 为 $[0, 1]$ 上的增函数”

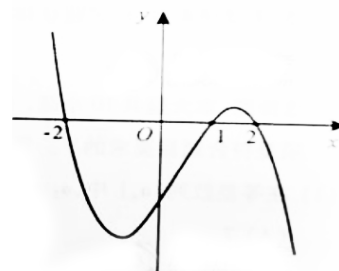
是“ $f(x)$ 为 $[3, 4]$ 上的减函数”的

- (A) 既不充分也不必要的条件 (B) 充分而不必要的条件
(C) 必要而不充分的条件 (D) 充要条件

(8) 设函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上可导，其导函数为 $f'(x)$ ，且函数 $y=(1-x)f'(x)$ 的图像如题

(8) 图所示，则下列结论中一定成立的是

- (A) 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(2)$ 和极小值 $f(1)$
(B) 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-2)$ 和极小值 $f(1)$



题(8)图

(C) 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(2)$ 和极小值 $f(-2)$. .

(D) 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-2)$ 和极小值 $f(2)$

(9) 设四面体的六条棱的长分别为 $1, 1, 1, 1, \sqrt{2}$ 和 a , 且长为 a 的棱与长为 $\sqrt{2}$ 的棱异面, 则 a 的取值范围是

(A) $(0, \sqrt{2})$ (B) $(0, \sqrt{3})$

(C) $(1, \sqrt{2})$ (D) $(1, \sqrt{3})$

(10) 设平面点集 $A = \left\{ (x, y) \mid (y-x)(y-\frac{1}{x}) \geq 0 \right\}$, $B = \left\{ (x, y) \mid (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1 \right\}$, 则

$A \cap B$ 所表示的平面图形的面积为

(A) $\frac{3}{4}\pi$ (B) $\frac{3}{5}\pi$ (C) $\frac{4}{7}\pi$ (D) $\frac{\pi}{2}$

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分, 把答案填写在答题卡相应位置上

(11) 若 $(1+i)(2+i) = a+bi$, 其中 $a, b \in R, i$ 为虚数单位, 则 $a+b =$ _____;

(12) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 5n} - n} =$ _____。

(13) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\cos A = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{5}{13}, b = 3$, 则 $c =$ _____

(14) 过抛物线 $y^2 = 2x$ 的焦点 F 作直线交抛物线于 A, B 两点, 若 $|AB| = \frac{25}{12}, |AF| < |BF|$, 则

$|AF| =$ _____。

(15) 某艺校在一天的 6 节课中随机安排语文、数学、外语三门文化课和其他三门艺术课个 1 节, 则在课表上的相邻两节文化课之间最多间隔 1 节艺术课的概率为 _____ (用数字作答)。

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16. (本小题满分 13 分, (I) 小问 6 分, (II) 小问 7 分)

设函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2x} + \frac{3}{2}x + 1$, 其中 $a \in \mathbb{R}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线垂直于 y 轴 (I) 求 a 的值; (II) 求函数 $f(x)$ 极值.

17. (本小题满分 13 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 6 分)

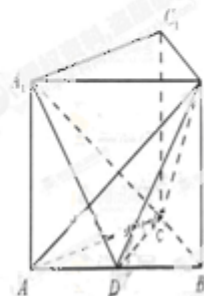
甲、乙两人轮流投篮, 每人每次投一票. 约定甲先投中者获胜, 一直到有人获胜或每人都已投球 3 次时投篮结束. 设甲每次投篮投中的概率为 $\frac{1}{3}$, 乙每次投篮投中的概率为 $\frac{1}{2}$, 且各次投篮互不影响. (I) 求甲获胜的概率; (II) 求投篮结束时甲的投篮次数 ξ 的分布列与期望

18. (本小题满分 13 分, (I) 小问 8 分, (II) 小问 5 分) 设

$f(x) = 4 \cos(\omega x - \frac{\pi}{6}) - \cos(2\omega x + \pi)$ 其中 $\omega > 0$ (I) 求函数 $y = f(x)$ 的值域; (II) 若 $f(x)$ 在 $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上为增函数, 求 ω 的最大值

19. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = 4$, $AC = BC = 3$, D 为 AB 的中点. (I) 求点 C 到平面 A_1ABB_1 的距离; (II) 若 $AB_1 \perp A_1C$, 求二面角 $A_1 - CD - C_1$ 的平面角的余弦值.



(20) (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

已知椭圆的中心为原点 O , 长轴在 x 轴上, 上顶点为 A , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 线段 OF_1, OF_2 的中点分别为 B_1, B_2 , 且 $\triangle AB_1B_2$ 是面积为 4 的直角三角形. (I) 求该椭圆的离心率和标准方程; (II) 过 B_1 作直线 l 交椭圆于 P, Q , $PB_2 \perp QB_2$, 求直线 l 的方程

21. (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分) 已知 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足

$S_{n+1} = a_2 S_n + a_1$, 其中 $a_2 \neq 0$ (I) 求证: $\{a_n\}$ 为首项为 1 的等比数列; (II) 若 $a_2 > -1$,

求证: $S_n \leq \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$, 并给指出等号成立的充要条件.