

# 2015年广东省高考数学试卷（文科）

一、选择题（共10小题，每小题5分，满分50分）2015年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）数学（文科）

1. (5分) (2015•广东) 若集合  $M = \{-1, 1\}$ ,  $N = \{-2, 1, 0\}$  则  $M \cap N = (\quad)$   
A.  $\{0, -1\}$  B.  $\{0\}$  C.  $\{1\}$  D.  $\{-1, 1\}$
2. (5分) (2015•广东) 已知  $i$  是虚数单位，则复数  $(1+i)^2 = (\quad)$   
A.  $2i$  B.  $-2i$  C. 2 D. -2
3. (5分) (2015•广东) 下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是（ $\quad$ ）  
A.  $y = x + \sin 2x$  B.  $y = x^2 - \cos x$  C.  $y = 2^x + \frac{1}{2^x}$  D.  $y = x^2 + \sin x$
4. (5分) (2015•广东) 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y \leq 2 \\ x+y \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$ ，则  $z = 2x + 3y$  的最大值为（ $\quad$ ）  
A. 2 B. 5 C. 8 D. 10
5. (5分) (2015•广东) 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $a=2, c=2\sqrt{3}$ ,  $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . 且  $b < c$ , 则  $b = (\quad)$   
A. 3 B.  $2\sqrt{2}$  C. 2 D.  $\sqrt{3}$
6. (5分) (2015•广东) 若直线  $l_1$  和  $l_2$  是异面直线,  $l_1$  在平面  $\alpha$  内,  $l_2$  在平面  $\beta$  内,  $l_1$  是平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  的交线, 则下列命题正确的是（ $\quad$ ）  
A.  $l_1$  与  $l_2$  都不相交 B.  $l_1$  与  $l_2$  都相交  
C.  $l_1$  至多与  $l_2$  中的一条相交 D.  $l_1$  至少与  $l_2$  中的一条相交
7. (5分) (2015•广东) 已知 5 件产品中有 2 件次品, 其余为合格品. 现从这 5 件产品中任取 2 件, 恰有一件次品的概率为（ $\quad$ ）  
A. 0.4 B. 0.6 C. 0.8 D. 1
8. (5分) (2015•广东) 已知椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m^2} = 1$  ( $m > 0$ ) 的左焦点为  $F_1(-4, 0)$ , 则  $m = (\quad)$   
A. 2 B. 3 C. 4 D. 9
9. (5分) (2015•广东) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知四边形 ABCD 是平行四边形,  $\overrightarrow{AB} = (1, -2)$ ,  $\overrightarrow{AD} = (2, 1)$  则  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = (\quad)$   
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
10. (5分) (2015•广东) 若集合  $E = \{(p, q, r, s) | 0 \leq p \leq s \leq 4, 0 \leq q \leq s \leq 4, 0 \leq r \leq s \leq 4 \text{ 且 } p, q, r, s \in \mathbb{N}\}$ ,  $F = \{(t, u, v, w) | 0 \leq t \leq u \leq 4, 0 \leq v \leq w \leq 4 \text{ 且 } t, u, v, w \in \mathbb{N}\}$ , 用  $\text{card}(X)$  表示集合  $X$  中的元素个数, 则  $\text{card}(E) + \text{card}(F) = (\quad)$   
A. 200 B. 150 C. 100 D. 50

**二、填空题（共3小题，考生作答4小题，每小题5分，满分15分）（一）必做题（11~13题）**

11. (5分) (2015·广东) 不等式  $-x^2 - 3x + 4 > 0$  的解集为\_\_\_\_\_。(用区间表示)
12. (5分) (2015·广东) 已知样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的均值  $\bar{x}=5$ , 则样本数据  $2x_1+1, 2x_2+1, \dots, 2x_n+1$  的均值为\_\_\_\_\_.
13. (5分) (2015·广东) 若三个正数  $a, b, c$  成等比数列, 其中  $a=5+2\sqrt{6}$ ,  $c=5-2\sqrt{6}$ , 则  $b=$ \_\_\_\_\_.

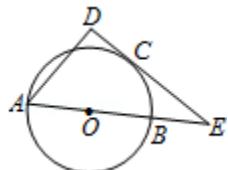
**坐标系与参数方程选做题**

14. (5分) (2015·广东) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 以原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系. 曲线  $C_1$  的极坐标方程为  $\rho(\cos\theta+\sin\theta) = -2$ , 曲线  $C_2$  的参数方程为

$$\begin{cases} x=t^2 \\ y=2\sqrt{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}), \text{ 则 } C_1 \text{ 与 } C_2 \text{ 交点的直角坐标为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

**几何证明选讲选做题**

15. (2015·广东) 如图,  $AB$  为圆  $O$  的直径,  $E$  为  $AB$  的延长线上一点, 过  $E$  作圆  $O$  的切线, 切点为  $C$ , 过  $A$  作直线  $EC$  的垂线, 垂足为  $D$ . 若  $AB=4$ ,  $CE=2\sqrt{3}$ , 则  $AD=$ \_\_\_\_\_.



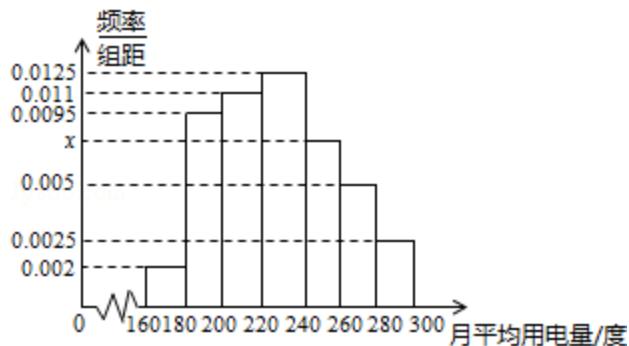
**三、解答题（共6小题，满分80分）**

16. (12分) (2015·广东) 已知  $\tan\alpha=2$ .

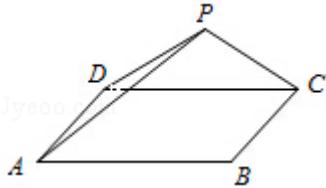
(1) 求  $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})$  的值;

(2) 求  $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2\alpha + \sin\alpha \cos\alpha - \cos^2\alpha - 1}$  的值.

17. (12分) (2015·广东) 某城市100户居民的月平均用电量(单位: 度), 以[160, 180), [180, 200), [200, 220), [220, 240), [240, 260), [260, 280), [280, 300] 分组的频率分布直方图如图.



- (1) 求直方图中x的值;  
 (2) 求月平均用电量的众数和中位数;  
 (3) 在月平均用电量为, [220, 240), [240, 260), [260, 280), [280, 300) 的四组用户中, 用分层抽样的方法抽取11户居民, 则月平均用电量在[220, 240) 的用户中应抽取多少户?
18. (14分) (2015•广东) 如图, 三角形PDC所在的平面与长方形ABCD所在的平面垂直,  $PD=PC=4$ ,  $AB=6$ ,  $BC=3$ .
- (1) 证明:  $BC \parallel \text{平面PDA}$ ;
  - (2) 证明:  $BC \perp PD$ ;
  - (3) 求点C到平面PDA的距离.



19. (14分) (2015•广东) 设数列  
 $\{a_n\}$ 的前n项和为 $S_n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . 已知 $a_1=1$ ,  $a_2=\frac{3}{2}$ ,  $a_3=\frac{5}{4}$ , 且当 $n \geq 2$ 时,  $4S_{n+2}+5S_n=8S_{n+1}+S_{n-1}$
- (1) 求 $a_4$ 的值;
  - (2) 证明:  $\{a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n\}$ 为等比数列;
  - (3) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.
20. (14分) (2015•广东) 已知过原点的动直线l与圆 $C_1: x^2+y^2 - 6x+5=0$ 相交于不同的两点A, B.
- (1) 求圆 $C_1$ 的圆心坐标;
  - (2) 求线段AB的中点M的轨迹C的方程;
  - (3) 是否存在实数k, 使得直线L:  $y=k(x-4)$ 与曲线C只有一个交点? 若存在, 求出k的取值范围; 若不存在, 说明理由.
21. (14分) (2015•广东) 设a为实数, 函数 $f(x) = (x-a)^2 + |x-a| - a(a-1)$ .
- (1) 若 $f(0) \leq 1$ , 求a的取值范围;
  - (2) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
  - (3) 当 $a \geq 2$ 时, 讨论 $f(x) + \frac{4}{x}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内的零点个数.