2008年普通高等学校招生全国统一考试山东文科数学试题及答案

第Ⅰ卷（共60分）

参考公式：

锥体的体积公式：$V=\frac{1}{3}Sh$，其中 S 是锥体的底面积，h 是锥体的高．

球的表面积公式：$S=4\pi R^2$，其中 R 是球的半径．

如果事件 $A，B$ 互斥，那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$．

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

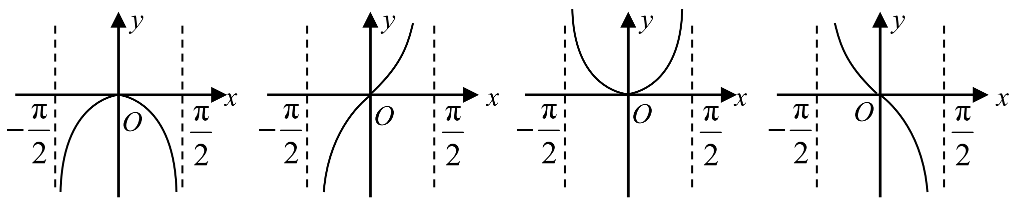
1．满足 $M\subseteq\left\{a_1，a_2，a_3，a_4\right\}$，且 $M\bigcap\left\{a_1，a_2，a_3\right\}=\left\{a_1，a_2\right\}$ 的集合 M 的个数是（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．设 z 的共轭复数是 $\overline{z}$，若 $z+\overline{z}=4$，$z\bullet\overline{z}=8$，则 $\frac{\overline{z}}{z}$ 等于（　）

A．i　　B．$-i$　　C．±1　　D．$\pm i$

3．函数 $y=\ln\cos x\left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象是（　）



A．　B．　C．　D．

4．给出命题：若函数 $y=f(x)$ 是幂函数，则函数 $y=f(x)$ 的图象不过第四象限．在它的逆命题、否命题、逆否命题三个命题中，真命题的个数是（　）

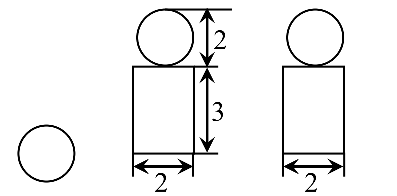
A．3　　B．2　　C．1　　D．0

5．设函数 $f(x)=\begin{cases}1-x^2, & x\leqslant1,\\ x^2+x-2, & x>1,\end{cases}$ 则 $f\left(\frac{1}{f(2)}\right)$ 的值为（　）

A．$\frac{15}{16}$　　B．$-\frac{27}{16}$　　C．$\frac{8}{9}$　　D．18

6．右图是一个几何体的三视图，根据图中数据，可得该几何体的表面积是（　）

A．9π　　B．10π



俯视图　正(主)视图　侧(左)视图

C．11π　　D．12π

7．不等式$\dfrac{x+5}{(x-1)^2}\geqslant 2$的解集是（　）

A．$\left[-3,\dfrac{1}{2}\right]$　　B．$\left[-\dfrac{1}{2},3\right]$　　C．$\left[\dfrac{1}{2},1\right)\cup(1,3]$　　D．$\left[-\dfrac{1}{2},1\right)\cup(1,3]$

8．已知a，b，c为$\triangle ABC$的三个内角A，B，C的对边，向量

$\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},-1)$，$\boldsymbol{n}=(\cos A,\sin A)$．若$\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$，且$a\cos B+b\cos A=c\sin C$，则角

A，B的大小分别为（　）

A．$\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}$　　B．$\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{\pi}{6}$　　C．$\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{6}$　　D．$\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3}$

9．从某项综合能力测试中抽取100人的成绩，统计如表，则这100人成绩的标准差为（　）

分数	5	4	3	2	1
人数	20	10	30	30	10

A．$\sqrt{3}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$　　C．3　　D．$\dfrac{8}{5}$

10．已知$\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin\alpha=\dfrac{4}{5}\sqrt{3}$，则$\sin\left(\alpha+\dfrac{7\pi}{6}\right)$的值是（　）

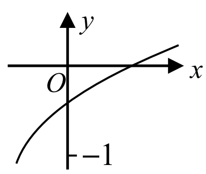
A．$-\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$　　C．$-\dfrac{4}{5}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

11．若圆C的半径为1，圆心在第一象限，且与直线$4x-3y=0$和x轴相切，则该圆的标准方程是（　）

A．$(x-3)^2+\left(y-\dfrac{7}{3}\right)^2=1$　　B．$(x-2)^2+(y-1)^2=1$

C．$(x-1)^2+(y-3)^2=1$　　D．$\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2=1$

12．已知函数$f(x)=\log_a(2^x+b-1)(a>0，a\neq 1)$的图象如图所示，则$a$，$b$满足的关系是（　）



A．$0<a^{-1}<b<1$　　B．$0<b<a^{-1}<1$

C．$0<b^{-1}<a<-1$　　D．$0<a^{-1}<b^{-1}<1$

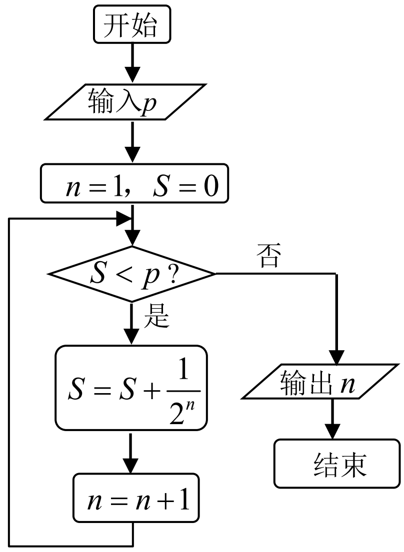
第Ⅱ卷（共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．

13．已知圆$C:x^2+y^2-6x-4y+8=0$．以圆C与坐标轴的交点分别作为双曲线的一个焦点和顶点，则适合上述条件的双曲线的标准方程为_____．

14．执行右边的程序框图，若$p=0.8$，

则输出的$n=$_____．



15．已知$f(3^x)=4x\log_2 3+233$，

则$f(2)+f(4)+f(8)+\cdots+f(2^8)$的值等于_____．

16．设x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+2\geqslant 0,\\5x-y-10\leqslant 0,\\x\geqslant 0,\\y\geqslant 0,\end{cases}$

则$z=2x+y$的最大值为_____．

三、解答题：本大题共6小题，共74分．

17．（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)-\cos(\omega x+\varphi)$（$0<\varphi<\pi$，$\omega>0$）为偶函数，且函数$y=f(x)$图象的两相邻对称轴间的距离为$\frac{\pi}{2}$．

（Ⅰ）求$f\left(\frac{\pi}{8}\right)$的值；

（Ⅱ）将函数$y=f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后，得到函数$y=g(x)$的图象，求$g(x)$的单调递减区间．

18．（本小题满分12分）

现有8名奥运会志愿者，其中志愿者A_1，A_2，A_3通晓日语，B_1，B_2，B_3通晓俄语，C_1，C_2通晓韩语．从中选出通晓日语、俄语和韩语的志愿者各1名，组成一个小组．

（Ⅰ）求A_1被选中的概率；

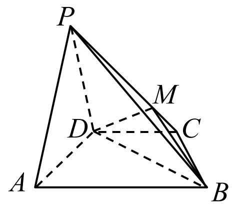
（Ⅱ）求B_1和C_1不全被选中的概率．

19．（本小题满分12分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$， $AB\,//\,DC$， $\triangle PAD$ 是等边三角形，已知 $BD=2AD=8$， $AB=2DC=4\sqrt{5}$．

（Ⅰ）设 M 是 PC 上的一点，证明：平面 $MBD\perp$ 平面 PAD；

（Ⅱ）求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积．



20．（本小题满分12分）

将数列 $\{a_n\}$ 中的所有项按每一行比上一行多一项的规则排成如下数表：

a_1

$a_2\quad a_3$

$a_4\quad a_5\quad a_6$

$a_7\quad a_8\quad a_9\quad a_{10}$

记表中的第一列数 a_1，a_2，a_4，$a_7,\cdots$ 构成的数列为 $\{b_n\}$，$b_1=a_1=1$． S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，且满足 $\dfrac{2b_n}{b_nS_n-S_n^2}=1(n\geqslant 2)$．

（Ⅰ）证明数列 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 成等差数列，并求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）上表中，若从第三行起，第一行中的数按从左到右的顺序均构成等比数列，且公比为同一个正数．当 $a_{81}=-\dfrac{4}{91}$ 时，求上表中第 $k(k\geqslant 3)$ 行所有项的和．

21．（本小题满分12分）

设函数 $f(x)=x^2e^{x-1}+ax^3+bx^2$，已知 $x=-2$ 和 $x=1$ 为 $f(x)$ 的极值点．

（Ⅰ）求a和b的值；

（Ⅱ）讨论$f(x)$的单调性；

（Ⅲ）设$g(x)=\frac{2}{3}x^3-x^2$，试比较$f(x)$与$g(x)$的大小．

22．（本小题满分14分）

已知曲线C_1:$\frac{|x|}{a}+\frac{|y|}{b}=1(a>b>0)$所围成的封闭图形的面积为$4\sqrt{5}$，曲线$C_1$的内切圆半径为$\frac{2\sqrt{5}}{3}$．记$C_2$为以曲线$C_1$与坐标轴的交点为顶点的椭圆．

（Ⅰ）求椭圆C_2的标准方程；

（Ⅱ）设AB是过椭圆C_2中心的任意弦，l是线段AB的垂直平分线．M是l上异于椭圆中心的点．

（1）若$|MO|=\lambda|OA|$（O为坐标原点），当点A在椭圆C_2上运动时，求点M的轨迹方程；

（2）若M是l与椭圆C_2的交点，求$\triangle AMB$的面积的最小值．

2008年普通高等学校招生全国统一考试答案

1．B　　解析：本小题主要考查集合子集的概念及交集运算。集合M中必含有a_1,a_2，则$M=\{a_1,a_2\}$或$M=\{a_1,a_2,a_4\}$.选B.

2．D　　解析：本小题主要考查共轭复数的概念、复数的运算。可设$\overline{z}=2+bi$，由$z\cdot\overline{z}=8$

得$4+b^2=8,b=\pm2.\ \frac{\overline{z}}{z}=\frac{\overline{z}^2}{8}=\frac{(2\pm2i)^2}{8}=\pm i.$选D.

3．A

解析：本小题主要考查复合函数的图像识别。$y=\ln\cos x(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2})$是偶函数，

可排除B、D，由$\cos x$的值域可以确定.选A.

4．C

解析：本小题主要考查四种命题的真假。易知原命题是真命题,则其逆否命题也是真命题,

而逆命题、否命题是假命题.故它的逆命题、否命题、逆否命题三个命题中, 真命题

有一个。选C.

5．A　　解析：本小题主要考查分段函数问题。正确利用分段函数来进行分段求值。

$\because f(2)=4,$ $\therefore f\left(\dfrac{1}{f(2)}\right)=f(\dfrac{1}{4})=1-\dfrac{1}{16}=\dfrac{15}{16}.$ 选A.

6．D

解析：本小题主要考查三视图与几何体的表面积。从三视图可以看出该几何体是由一个球

和一个圆柱组合而成的，其表面及为$S=4\pi\times1^2+\pi\times1^2\times2+2\pi\times1\times3=12\pi.$ 选D。

7．D解析：本小题主要考查分式不等式的解法。易知$x\neq1$排除B;由$x=0$符合可排除C;

由$x=3$排除A, 故选D。也可用分式不等式的解法,将2移到左边直接求解。

8．C　　解析：本小题主要考查解三角形问题。

$\because \sqrt{3}\cos A-\sin A=0$ $\therefore A=\dfrac{\pi}{3};$

$\Rightarrow \sin A\cos B+\sin B\cos A=\sin^2 C,$

$\sin A\cos B+\sin B\cos A=\sin(A+B)=\sin C=\sin^2 C$, $C=\dfrac{\pi}{2}.$

$\therefore B=\dfrac{\pi}{6}$.选C. 本题在求角B时,也可用验证法.

9．B　　解析：本小题主要考查平均数、方差、标准差的概念及其运算。

$$\because \bar{x}=\frac{100+40+90+60+10}{100}=3,$$

$$\therefore S^2=\frac{1}{n}[(x_1-x)^2+(x_2-x)^2+\cdots+(x_n-x)^2]$$

$$=\frac{1}{100}[20\times2^2+10\times1^2+30\times1^2+10\times2^2]=\frac{160}{100}=\frac{8}{5},\Rightarrow S=\frac{2\sqrt{10}}{5}.$$ 选B.

10．C　　解析主要考查三角函数变换与求值。

$$\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})+\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\frac{3}{2}\sin\alpha=\frac{4}{5}\sqrt{3}\ \frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=\frac{4}{5},$$

$$\sin(\alpha+\frac{7\pi}{6})=-\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha\right)=-\frac{4}{5}.$$ 选C.

11．B　解析：本小题主要考查圆与直线相切问题。

设圆心为$(a,1)$，由已知得$d=\frac{|4a-3|}{5}=1,\therefore a=2(舍-\frac{1}{2})$. 选B.

12．A 解析：本小题主要考查正确利用对数函数的图象来比较大小。

由图易得$a>1,\therefore 0<a^{-1}<1;$取特殊点$x=0\Rightarrow -1<y=\log_a b<0,$

$$\Rightarrow -1=\log_a \frac{1}{a}<\log_a b<\log_a 1=0,\quad \therefore 0<a^{-1}<b<1$$.选A.

二、填空题

13．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$　解析：本小题主要考查圆、双曲线的性质。圆

$C:x^2+y^2-6x-4y+8=0$

$y=0\Rightarrow x^2-6x+8=0,$得圆$C$与坐标轴的交点分别为$(2,0),\ (4,0),$

则$a=2,c=4,b^2=12,$所以双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$

14．4　解析：本小题主要考查程序框图。

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}>0.8$，因此输出$n=4.$

15．2008　解析：本小题主要考查对数函数问题。

$\because f(3^x)=4x\log_2 3+233=4\log_2 3^x+233,$

$$\Rightarrow f(x)=4\log_2 x+233,\therefore f(2)+f(4)+f(8)+\cdots+f(2^8)=$$

$$8\times 233+4(\log_2 2+2\log_2 2+3\log_2 2+\cdots+8\log_2 2)=1864+144=2008.$$

16．11

解析：本小题主要考查线性规划问题。作图(略)易知可行域为一个四角形,其四个顶点分别为$(0,\ 0),\ (0,\ 2),\ (2,0),\ (3,5),$验证知在点$(3,5)$时取得最大值11.

三、解答题

17．解：（Ⅰ）$f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)-\cos(\omega x+\varphi)$

$=2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\omega x+\varphi)-\frac{1}{2}\cos(\omega x+\varphi)\right]$

$=2\sin\left(\omega x+\varphi-\frac{\pi}{6}\right)$.

因为$f(x)$为偶函数，

所以对$x\in\mathbf{R}$， $f(-x)=f(x)$恒成立，

因此$\sin(-\omega x+\varphi-\frac{\pi}{6})=\sin\left(\omega x+\varphi-\frac{\pi}{6}\right)$.

即$-\sin\omega x\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\omega x\sin\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\omega x\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\omega x\sin\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)$,

整理得$\sin\omega x\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)=0$.

因为$\omega>0$，且$x\in\mathbf{R}$，

所以$\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)=0$.

又因为$0<\varphi<\pi$，

故$\varphi-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$.

所以$f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos\omega x$.

由题意得$\frac{2\pi}{\omega}=2\bullet\frac{\pi}{2}$，所以$\omega=2$.

故$f(x)=2\cos 2x$.

因此$f\left(\frac{\pi}{8}\right)=2\cos\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}$.

（Ⅱ）将$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后，得到$f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$的图象，

所以$g(x)=f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]=2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$.

当 $2k\pi \leqslant 2x-\dfrac{\pi}{3} \leqslant 2k\pi+\pi$ （$k\in\mathbf{Z}$），

即 $k\pi+\dfrac{\pi}{6} \leqslant x \leqslant k\pi+\dfrac{2\pi}{3}$ （$k\in\mathbf{Z}$）时， $g(x)$ 单调递减，

因此 $g(x)$ 的单调递减区间为 $\left[k\pi+\dfrac{\pi}{6},\ k\pi+\dfrac{2\pi}{3}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）.

18．解：（Ⅰ）从8人中选出日语、俄语和韩语志愿者各1名，其一切可能的结果组成的基本事件空间

$\Omega=\{(A_1,\ B_1,\ C_1),(A_1,\ B_1,\ C_2),(A_1,\ B_2,\ C_1)$，$(A_1,\ B_2,\ C_2),(A_1,\ B_3,\ C_1)$，

$(A_1,\ B_3,\ C_2)$，$(A_2,\ B_1,\ C_1),(A_2,\ B_1,\ C_2),(A_2,\ B_2,\ C_1)$，$(A_2,\ B_2,\ C_2)$，

$(A_2,\ B_3,\ C_1)$，$(A_2,\ B_3,\ C_2)$，$(A_3,\ B_1,\ C_1),(A_3,\ B_1,\ C_2),(A_3,\ B_2,\ C_1)$，

$(A_3,\ B_2,\ C_2),(A_3,\ B_3,\ C_1),(A_3,\ B_3,\ C_2)\}$

由18个基本事件组成．由于每一个基本事件被抽取的机会均等，因此这些基本事件的发生是等可能的．

用 M 表示“A_1 恰被选中”这一事件，则

$M=\{(A_1,\ B_1,\ C_1),(A_1,\ B_1,\ C_2),(A_1,\ B_2,\ C_1)$，

$(A_1,\ B_2,\ C_2),(A_1,\ B_3,\ C_1),(A_1,\ B_3,\ C_2)\}$

事件 M 由6个基本事件组成，

因而 $P(M)=\dfrac{6}{18}=\dfrac{1}{3}$.

（Ⅱ）用 N 表示“B_1，C_1 不全被选中”这一事件，则其对立事件 $\overline{N}$ 表示“B_1，C_1 全被选中”这一事件，

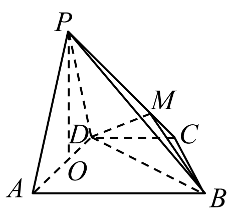
由于 $\overline{N}=\{(A_1,\ B_1,\ C_1),(A_2,\ B_1,\ C_1),(A_3,\ B_1,\ C_1)\}$，事件 $\overline{N}$ 有3个基本事件组成，

所以 $P(\overline{N})=\dfrac{3}{18}=\dfrac{1}{6}$，由对立事件的概率公式得 $P(N)=1-P(\overline{N})=1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$.

19．（Ⅰ）证明：在 $\triangle ABD$ 中，

由于 $AD=4$， $BD=8$， $AB=4\sqrt{5}$，

所以 $AD^2+BD^2=AB^2$.



故 $AD\perp BD$.

又平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

$BD\subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $BD\perp$ 平面 PAD，

又 $BD \subset$ 平面 MBD，
故平面 $MBD \perp$ 平面 PAD .
（Ⅱ）解：过 P 作 $PO \perp AD$ 交 AD 于 O，
由于平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$，
所以 $PO \perp$ 平面 $ABCD$.
因此 PO 为四棱锥 $P-ABCD$ 的高，
又 $\triangle PAD$ 是边长为4的等边三角形.

因此 $PO=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$.

在底面四边形 $ABCD$ 中， $AB // DC$ ， $AB=2DC$ ，

所以四边形 $ABCD$ 是梯形，在 $\mathrm{Rt}\triangle ADB$ 中，斜边 AB 边上的高为 $\dfrac{4\times 8}{4\sqrt{5}}=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$ ，

此即为梯形 $ABCD$ 的高，

所以四边形 $ABCD$ 的面积为 $S=\dfrac{2\sqrt{5}+4\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{8\sqrt{5}}{5}=24$.

故 $V_{P-ABCD}=\dfrac{1}{3}\times 24\times 2\sqrt{3}=16\sqrt{3}$.

20．（Ⅰ）证明：由已知，当 $n\geqslant 2$ 时， $\dfrac{2b_n}{b_nS_n-S_n^2}=1$ ，

又 $S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$ ，

所以 $\dfrac{2(S_n-S_{n-1})}{(S_n-S_{n-1})S_n-S_n^2}=1$ ，

即 $\dfrac{2(S_n-S_{n-1})}{-S_{n-1}S_n}=1$ ，

所以 $\dfrac{1}{S_n}-\dfrac{1}{S_{n-1}}=\dfrac{1}{2}$ ，

又 $S_1=b_1=a_1=1$.

所以数列 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 是首项为1，公差为 $\dfrac{1}{2}$ 的等差数列.

由上可知 $\dfrac{1}{S_n}=1+\dfrac{1}{2}(n-1)=\dfrac{n+1}{2}$ ，

即 $S_n=\dfrac{2}{n+1}$.

所以当$n\geqslant 2$时，$b_n=S_n-S_{n-1}=\dfrac{2}{n+1}-\dfrac{2}{n}=-\dfrac{2}{n(n+1)}$.

因此$b_n=\begin{cases}1, & n=1,\\ -\dfrac{2}{n(n+1)}, & n\geqslant 2.\end{cases}$

（Ⅱ）解：设上表中从第三行起，每行的公比都为q，且$q>0$.

因为$1+2+\cdots+12=\dfrac{12\times 13}{2}=78$，

所以表中第1行至第12行共含有数列$\{a_n\}$的前78项，

故a_{81}在表中第13行第三列，

因此$a_{81}=b_{13}\bullet q^2=-\dfrac{4}{91}$.

又$b_{13}=-\dfrac{2}{13\times 14}$，

所以$q=2$.

记表中第$k(k\geqslant 3)$行所有项的和为S，

则$S=\dfrac{b_k(1-q^k)}{1-q}=-\dfrac{2}{k(k+1)}\bullet\dfrac{(1-2^k)}{1-2}=\dfrac{2}{k(k+1)}(1-2^k)(k\geqslant 3)$.

21．解：（Ⅰ）因为$f'(x)=\mathrm{e}^{x-1}(2x+x^2)+3ax^2+2bx$

$=x\mathrm{e}^{x-1}(x+2)+x(3ax+2b)$，

又$x=-2$和$x=1$为$f(x)$的极值点，所以$f'(-2)=f'(1)=0$，

因此$\begin{cases}-6a+2b=0,\\ 3+3a+2b=0,\end{cases}$

解方程组得$a=-\dfrac{1}{3}$，$b=-1$.

（Ⅱ）因为$a=-\dfrac{1}{3}$，$b=-1$，

所以$f'(x)=x(x+2)(\mathrm{e}^{x-1}-1)$，

令$f'(x)=0$，解得$x_1=-2$，$x_2=0$，$x_3=1$.

因为当$x\in(-\infty,-2)\bigcup(0,1)$时，$f'(x)<0$；

当 $x \in (-2,0) \cup (1,+\infty)$ 时，$f'(x) > 0$.

所以 $f(x)$ 在 $(-2,0)$ 和 $(1,+\infty)$ 上是单调递增的;

在 $(-\infty,-2)$ 和 $(0,1)$ 上是单调递减的.

（III）由（I）可知 $f(x) = x^2 e^{x-1} - \frac{1}{3}x^3 - x^2$,

故 $f(x) - g(x) = x^2 e^{x-1} - x^3 = x^2(e^{x-1} - x)$,

令 $h(x) = e^{x-1} - x$,

则 $h'(x) = e^{x-1} - 1$.

令 $h'(x) = 0$，得 $x = 1$,

因为 $x \in (-\infty,1]$ 时，$h'(x) \leqslant 0$,

所以 $h(x)$ 在 $x \in (-\infty,1]$ 上单调递减.

故 $x \in (-\infty,1]$ 时，$h(x) \geqslant h(1) = 0$;

因为 $x \in [1,+\infty)$ 时，$h'(x) \geqslant 0$,

所以 $h(x)$ 在 $x \in [1,+\infty)$ 上单调递增.

故 $x \in [1,+\infty)$ 时，$h(x) \geqslant h(1) = 0$.

所以对任意 $x \in (-\infty,+\infty)$，恒有 $h(x) \geqslant 0$，又 $x^2 \geqslant 0$,

因此 $f(x) - g(x) \geqslant 0$,

故对任意 $x \in (-\infty,+\infty)$，恒有 $f(x) \geqslant g(x)$.

22．解：（I）由题意得 $\begin{cases} 2ab = 4\sqrt{5}, \\ \dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}. \end{cases}$

又 $a > b > 0$,

解得 $a^2 = 5$，$b^2 = 4$.

因此所求椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$.

（Ⅱ）（1）假设 AB 所在的直线斜率存在且不为零，设 AB 所在直线方程为 $y=kx(k\neq 0)$，

$A(x_A,\ y_A)$．

解方程组 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1,\\ y=kx,\end{cases}$ 得 $x_A^2=\dfrac{20}{4+5k^2}$， $y_A^2=\dfrac{20k^2}{4+5k^2}$，

所以 $|OA|^2=x_A^2+y_A^2=\dfrac{20}{4+5k^2}+\dfrac{20k^2}{4+5k^2}=\dfrac{20(1+k^2)}{4+5k^2}$．

设 $M(x,\ y)$，由题意知 $|MO|=\lambda|OA|(\lambda\neq 0)$，

所以 $|MO|^2=\lambda^2|OA|^2$，即 $x^2+y^2=\lambda^2\dfrac{20(1+k^2)}{4+5k^2}$，

因为 l 是 AB 的垂直平分线，

所以直线 l 的方程为 $y=-\dfrac{1}{k}x$，

即 $k=-\dfrac{x}{y}$，

因此 $x^2+y^2=\lambda^2\dfrac{20\left(1+\dfrac{x^2}{y^2}\right)}{4+5\bullet\dfrac{x^2}{y^2}}=\lambda^2\dfrac{20(x^2+y^2)}{4y^2+5x^2}$，

又 $x^2+y^2\neq 0$，

所以 $5x^2+4y^2=20\lambda^2$，

故 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{5}=\lambda^2$．

又当 $k=0$ 或不存在时，上式仍然成立．

综上所述，M 的轨迹方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{5}=\lambda^2(\lambda\neq 0)$．

（2）当 k 存在且 $k\neq 0$ 时，由（1）得 $x_A^2=\dfrac{20}{4+5k^2}$， $y_A^2=\dfrac{20k^2}{4+5k^2}$，

由$\begin{cases}\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1,\\ y=-\dfrac{1}{k}x,\end{cases}$解得$x_M^2=\dfrac{20k^2}{5+4k^2}$，$y_M^2=\dfrac{20}{5+4k^2}$，

所以$|OA|^2=x_A^2+y_A^2=\dfrac{20(1+k^2)}{4+5k^2}$，$|AB|^2=4|OA|^2=\dfrac{80(1+k^2)}{4+5k^2}$，$|OM|^2=\dfrac{20(1+k^2)}{5+4k^2}$.

解法一：由于$S_{\triangle AMB}^2=\dfrac{1}{4}|AB|^2\cdot|OM|^2$

$=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{80(1+k^2)}{4+5k^2}\times\dfrac{20(1+k^2)}{5+4k^2}$

$=\dfrac{400(1+k^2)^2}{(4+5k^2)(5+4k^2)}$

$\geqslant\dfrac{400(1+k^2)^2}{\left(\dfrac{4+5k^2+5+4k^2}{2}\right)^2}$

$=\dfrac{1600(1+k^2)^2}{81(1+k^2)^2}=\left(\dfrac{40}{9}\right)^2$，

当且仅当$4+5k^2=5+4k^2$时等号成立，即$k=\pm1$时等号成立，此时$\triangle AMB$面积的最小值是$S_{\triangle AMB}=\dfrac{40}{9}$.

当$k=0$，$S_{\triangle AMB}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2=2\sqrt{5}>\dfrac{40}{9}$.

当k不存在时，$S_{\triangle AMB}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}\times4=2\sqrt{5}>\dfrac{40}{9}$.

综上所述，$\triangle AMB$的面积的最小值为$\dfrac{40}{9}$.

解法二：因为$\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OM|^2}=\dfrac{1}{\frac{20(1+k^2)}{4+5k^2}}+\dfrac{1}{\frac{20(1+k^2)}{5+4k^2}}=\dfrac{4+5k^2+5+4k^2}{20(1+k^2)}=\dfrac{9}{20}$，

又$\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OM|^2}\geqslant\dfrac{2}{|OA|\cdot|OM|}$，$|OA|\cdot|OM|\geqslant\dfrac{40}{9}$，

当且仅当$4+5k^2=5+4k^2$时等号成立，即$k=\pm1$时等号成立，

此时$\triangle AMB$面积的最小值是$S_{\triangle AMB}=\dfrac{40}{9}$.

当$k=0$，$S_{\triangle AMB}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times 2=2\sqrt{5}>\frac{40}{9}$.

当k不存在时，$S_{\triangle AMB}=\frac{1}{2}\times \sqrt{5}\times 4=2\sqrt{5}>\frac{40}{9}$.

综上所述，$\triangle AMB$的面积的最小值为$\frac{40}{9}$.