2016年浙江省高考数学试卷（文科）
参考答案与试题解析

一、选择题

1.（5分）（2016•浙江）已知全集U={1，2，3，4，5，6}，集合P={1，3，5}，Q={1，2，4}，则（$\complement_U P$）∪Q=（　　）

A．{1}　B．{3，5}　C．{1，2，4，6}　D．{1，2，3，4，5}

【分析】先求出$\complement_U P$，再得出（$\complement_U P$）∪Q．

【解答】解：$\complement_U P$={2，4，6}，

（$\complement_U P$）∪Q={2，4，6}∪{1，2，4}={1，2，4，6}．

故选C．

【点评】本题考查了集合的运算，属于基础题．

2.（5分）（2016•浙江）已知互相垂直的平面α，β交于直线l，若直线m，n满足m∥α，n⊥β，则（　　）

A．m∥l　B．m∥n　C．n⊥l　D．m⊥n

【分析】由已知条件推导出l⊂β，再由n⊥β，推导出n⊥l．

【解答】解：∵互相垂直的平面α，β交于直线l，直线m，n满足m∥α，

∴m∥β或m⊂β或m⊥β，l⊂β，

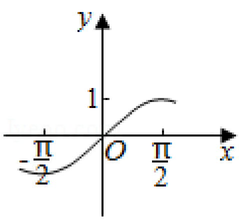
∵n⊥β，

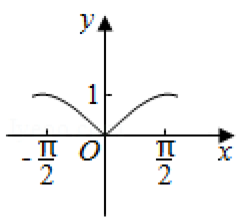
∴n⊥l．

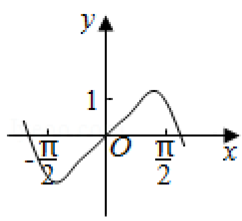
故选：C．

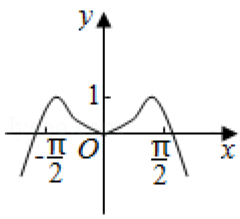
【点评】本题考查两直线关系的判断，是基础题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养．

3.（5分）（2016•浙江）函数$y=\sin x^2$的图象是（　　）

A．

B．

C．

D．

【分析】根据函数奇偶性的性质，以及函数零点的个数进行判断排除即可．

【解答】解：∵$\sin(-x)^2=\sin x^2$，

∴函数$y=\sin x^2$是偶函数，即函数的图象关于y轴对称，排除A，C；

由$y=\sin x^2=0$，

则$x^2=k\pi$，$k\geqslant 0$，

则 $x=\pm\sqrt{k\pi}$，k≥0，

故函数有无穷多个零点，排除B，

故选：D

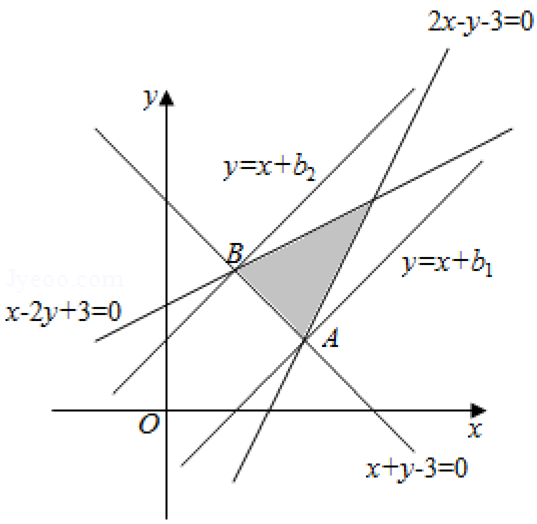
【点评】本题主要考查函数图象的识别和判断，根据函数奇偶性和函数零点的性质是解决本题的关键．比较基础．

4．（5分）（2016•浙江）若平面区域 $\begin{cases}x+y-3\geqslant 0\\2x-y-3\leqslant 0\\x-2y+3\geqslant 0\end{cases}$，夹在两条斜率为1的平行直线之间，则这两条平行直线间的距离的最小值是（　　）

A．$\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B．$\sqrt{2}$ C．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D．$\sqrt{5}$

【分析】作出平面区域，找出距离最近的平行线的位置，求出直线方程，再计算距离．

【解答】解：作出平面区域如图所示：



∴当直线 y=x+b 分别经过A，B时，平行线间的距离相等．

联立方程组 $\begin{cases}x+y-3=0\\2x-y-3=0\end{cases}$，解得A（2，1），

联立方程组 $\begin{cases}x+y-3=0\\x-2y+3=0\end{cases}$，解得B（1，2）．

两条平行线分别为 y=x﹣1，y=x+1，即 x﹣y﹣1=0，x﹣y+1=0．

∴平行线间的距离为 $d=\frac{|-1-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

故选：B．

【点评】本题考查了平面区域的作法，距离公式的应用，属于基础题．

5．（5分）（2016•浙江）已知a，b＞0且a≠1，b≠1，若 $\log_a b>1$，则（　　）

A．（a﹣1）（b﹣1）＜0　B．（a﹣1）（a﹣b）＞0　C．（b﹣1）（b﹣a）＜0　D．（b﹣1）（b﹣a）＞0

【分析】根据对数的运算性质，结合 a＞1 或 0＜a＜1 进行判断即可.

【解答】解：若 a＞1，则由 $\log_a b$＞1 得 $\log_a b$＞$\log_a a$，即 b＞a＞1，此时 b﹣a＞0，b＞1，即（b﹣1）（b﹣a）＞0，

若 0＜a＜1，则由 $\log_a b$＞1 得 $\log_a b$＞$\log_a a$，即 b＜a＜1，此时 b﹣a＜0，b＜1，即（b﹣1）（b﹣a）＞0，

综上（b﹣1）（b﹣a）＞0，

故选：D.

【点评】本题主要考查不等式的应用，根据对数函数的性质，利用分类讨论的数学思想是解决本题的关键．比较基础.

6.（5 分）（2016•浙江）已知函数 f（x）=x^2+bx，则“b＜0”是“f（f（x））的最小值与 f（x）的最小值相等”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【分析】求出 f（x）的最小值及极小值点，分别把“b＜0”和“f（f（x））的最小值与 f（x）的最小值相等”当做条件，看能否推出另一结论即可判断.

【解答】解：f（x）的对称轴为 $x=-\frac{b}{2}$，$f_{min}(x)=-\frac{b^2}{4}$.

（1）若 b＜0，则 $-\frac{b}{2}>-\frac{b^2}{4}$，∴当 $f(x)=-\frac{b}{2}$时，f（f（x））取得最小值 $f(-\frac{b}{2})=-\frac{b^2}{4}$，

即 f（f（x））的最小值与 f（x）的最小值相等.

∴“b＜0”是“f（f（x））的最小值与 f（x）的最小值相等”的充分条件.

（2）若 f（f（x））的最小值与 f（x）的最小值相等，

则 $f_{min}(x)\leqslant-\frac{b}{2}$，即 $-\frac{b^2}{4}\leqslant-\frac{b}{2}$，解得 b≤0 或 b≥2.

∴“b＜0”不是“f（f（x））的最小值与 f（x）的最小值相等”的必要条件.

故选 A.

【点评】本题考查了二次函数的性质，简易逻辑关系的推导，属于基础题.

7.（5 分）（2016•浙江）已知函数 f（x）满足：f（x）≥|x|且 f（x）≥2^x，x∈R.（　　）

A．若 f（a）≤|b|，则 a≤b　　B．若 f（a）≤2^b，则 a≤b

C．若 f（a）≥|b|，则 a≥b　　D．若 f（a）≥2^b，则 a≥b

【分析】根据不等式的性质，分别进行递推判断即可.

【解答】解：A．若 f（a）≤|b|，则由条件 f（x）≥|x|得 f（a）≥|a|，

即|a|≤|b|，则 a≤b 不一定成立，故 A 错误，

B．若 f（a）≤2^b，

则由条件知 f（x）≥2^x，

即 f（a）≥2^a，则 2^a≤f（a）≤2^b，

则 a≤b，故 B 正确，

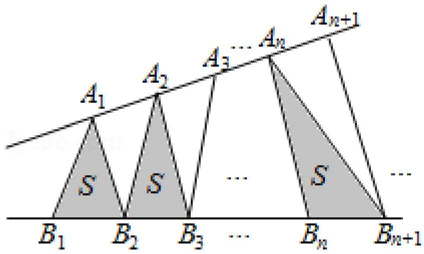
C．若 f（a）≥|b|，则由条件 f（x）≥|x|得 f（a）≥|a|，则|a|≥|b|不一定成立，故 C 错误，

D．若 f（a）≥2^b，则由条件 f（x）≥2^x，得 f（a）≥2^a，则 2^a≥2^b，不一定成立，即 a≥b 不一定成立，故 D 错误，

故选：B

【点评】本题主要考查不等式的判断和证明，根据条件，结合不等式的性质是解决本题的关键．综合性较强，有一定的难度．

8．（5 分）（2016•浙江）如图，点列$\{A_n\}$、$\{B_n\}$分别在某锐角的两边上，且$|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|$，$A_n\neq A_{n+1}$，$n\in N^*$，$|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|$，$B_n\neq B_{n+1}$，$n\in N^*$，（P≠Q 表示点 P 与 Q 不重合）若 $d_n=|A_nB_n|$，S_n为△$A_nB_nB_{n+1}$的面积，则（　　）



A．$\{S_n\}$是等差数列　B．$\{S_n^2\}$是等差数列

C．$\{d_n\}$是等差数列　D．$\{d_n^2\}$是等差数列

【分析】设锐角的顶点为 O，再设$|OA_1|=a$，$|OB_1|=b$，$|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|=b$，$|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|=d$，由于 a，b 不确定，判断 C，D 不正确，设△$A_nB_nB_{n+1}$的底边 B_nB_{n+1}上的高为 h_n，运用三角形相似知识，$h_n+h_{n+2}=2h_{n+1}$，由 $S_n=\frac{1}{2}d\bullet h_n$，可得 $S_n+S_{n+2}=2S_{n+1}$，进而得到数列$\{S_n\}$为等差数列．

【解答】解：设锐角的顶点为 O，$|OA_1|=a$，$|OB_1|=b$，

$|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|=b$，$|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|=d$，

由于 a，b 不确定，则$\{d_n\}$不一定是等差数列，

$\{d_n^2\}$不一定是等差数列，

设△$A_nB_nB_{n+1}$的底边 B_nB_{n+1}上的高为 h_n，

由三角形的相似可得$\frac{h_n}{h_{n+1}}=\frac{OA_n}{OA_{n+1}}=\frac{a+(n-1)b}{a+nb}$，

$\frac{h_{n+2}}{h_{n+1}}=\frac{OA_{n+2}}{OA_{n+1}}=\frac{a+(n+1)b}{a+nb}$，

两式相加可得，$\frac{h_n+h_{n+2}}{h_{n+1}}=\frac{2a+2nb}{a+nb}=2$，

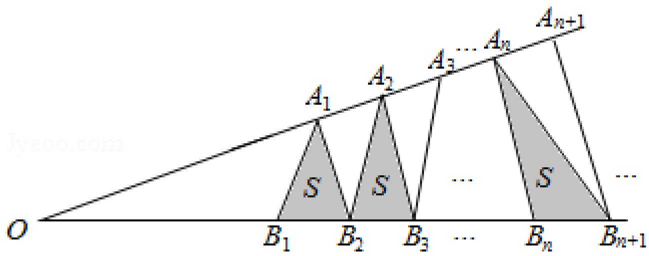
即有 $h_n+h_{n+2}=2h_{n+1}$，

由 $S_n=\frac{1}{2}d\bullet h_n$，可得 $S_n+S_{n+2}=2S_{n+1}$，

即为 $S_{n+2}-S_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，

则数列$\{S_n\}$为等差数列．

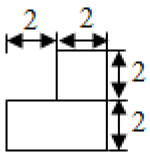
故选：A．



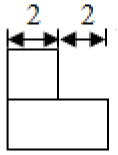
【点评】本题考查等差数列的判断，注意运用三角形的相似和等差数列的性质，考查化简整理的推理能力，属于中档题.

二、填空题

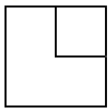
9.（6 分）（2016•浙江）某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的表面积是__80__ cm^2，体积是__40__ cm^3.



正视图



侧视图



俯视图

【分析】根据几何体的三视图，得出该几何体下部为长方体，上部为正方体的组合体，结合图中数据求出它的表面积和体积即可.

【解答】解：根据几何体的三视图，得；

该几何体是下部为长方体，其长和宽都为 4，高为 2，

表面积为 $2\times4\times4+2\times4^2=64cm^2$，体积为 $2\times4^2=32cm^3$；

上部为正方体，其棱长为 2，

表面积是 $6\times2^2=24\ cm^2$，体积为 $2^3=8cm^3$；

所以几何体的表面积为 $64+24-2\times2^2=80cm^2$，

体积为 $32+8=40cm^3$.

故答案为：80；40.

【点评】本题考查了由三视图求几何体的表面积与体积的应用问题，也考查了空间想象和计算能力，是基础题.

10.（6 分）（2016•浙江）已知 $a\in R$，方程 $a^2x^2+(a+2)y^2+4x+8y+5a=0$ 表示圆，则圆心坐标是__$(-2,\ -4)$__，半径是__5__.

【分析】由已知可得 $a^2=a+2\neq0$，解得 $a=-1$ 或 $a=2$，把 $a=-1$ 代入原方程，配方求得圆心坐标和半径，把 $a=2$ 代入原方程，由 $D^2+E^2-4F<0$ 说明方程不表示圆，则答案可求.

【解答】解：∵方程 $a^2x^2+(a+2)y^2+4x+8y+5a=0$ 表示圆，

∴$a^2=a+2\neq0$，解得 $a=-1$ 或 $a=2$.

当 $a=-1$ 时，方程化为 $x^2+y^2+4x+8y-5=0$，

配方得 $(x+2)^2+(y+4)^2=25$，所得圆的圆心坐标为 $(-2,\ -4)$，半径为 5；

当 $a=2$ 时，方程化为 $x^2+y^2+x+2y+\frac{5}{2}=0$，

此时 $D^2+E^2-4F=1+4-4\times\frac{5}{2}=-5<0$，方程不表示圆，

故答案为：$(-2,\ -4)$，5.

【点评】本题考查圆的一般方程，考查圆的一般方程化标准方程，是基础题.

11.（6分）（2016•浙江）已知 $2\cos^2x+\sin2x=A\sin(\omega x+\phi)+b$（$A>0$），则 A=__$\sqrt{2}$__，b=__1__.

【分析】根据二倍角的余弦公式、两角和的正弦函数化简左边，即可得到答案.

【解答】解：∵$2\cos^2x+\sin2x=1+\cos2x+\sin2x$

$=1+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos2x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin2x\right)+1$

$=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+1$，

∴$A=\sqrt{2}$，$b=1$，

故答案为：$\sqrt{2}$；1.

【点评】本题考查了二倍角的余弦公式、两角和的正弦函数的应用，熟练掌握公式是解题的关键.

12.（6分）（2016•浙江）设函数 $f(x)=x^3+3x^2+1$，已知 $a\neq0$，且 $f(x)-f(a)=(x-b)(x-a)^2$，$x\in R$，则实数 a=__-2__，b=__1__.

【分析】根据函数解析式化简 $f(x)-f(a)$，再化简 $(x-b)(x-a)^2$，根据等式两边对应项的系数相等列出方程组，求出 a、b 的值.

【解答】解：∵$f(x)=x^3+3x^2+1$，

∴$f(x)-f(a)=x^3+3x^2+1-(a^3+3a^2+1)$

$=x^3+3x^2-(a^3+3a^2)$

∵$(x-b)(x-a)^2=(x-b)(x^2-2ax+a^2)=x^3-(2a+b)x^2+(a^2+2ab)x-a^2b$，

且 $f(x)-f(a)=(x-b)(x-a)^2$，

∴$\begin{cases}-2a-b=3\\a^2+2ab=0\\a^3+3a^2=a^2b\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-2\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=0\\b=-3\end{cases}$（舍去），

故答案为：-2；1.

【点评】本题考查函数与方程的应用，考查化简能力和方程思想，属于中档题.

13.（4分）（2016•浙江）设双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，若点 P 在双曲线上，且 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三角形，则 $|PF_1|+|PF_2|$ 的取值范围是__$(2\sqrt{7},\ 8)$__.

【分析】由题意画出图形，以 P 在双曲线右支为例，求出 $\angle PF_2F_1$ 和 $\angle F_1PF_2$ 为直角时 $|PF_1|+|PF_2|$ 的值，可得 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三角形时 $|PF_1|+|PF_2|$ 的取值范围.

【解答】解：如图，

由双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$，得 $a^2=1$，$b^2=3$，

∴ $c=\sqrt{a^2+b^2}=2$.

不妨以 P 在双曲线右支为例，当 $PF_2\perp x$ 轴时，

把 x=2 代入 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$，得 y=±3，即$|PF_2|=3$，

此时$|PF_1|=|PF_2|+2=5$，则$|PF_1|+|PF_2|=8$；

由 $PF_1\perp PF_2$，得 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2=4c^2=16$，

又$|PF_1|-|PF_2|=2$，①

两边平方得：$|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1||PF_2|=4$，

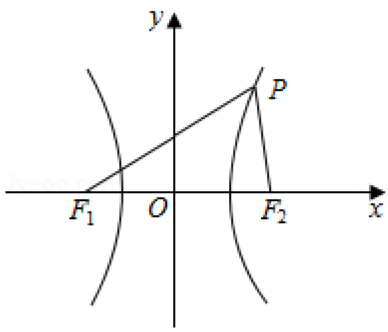
∴$|PF_1||PF_2|=6$，②

联立①②解得：$|PF_1|=1+\sqrt{7}$，$|PF_2|=-1+\sqrt{7}$，

此时$|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{7}$.

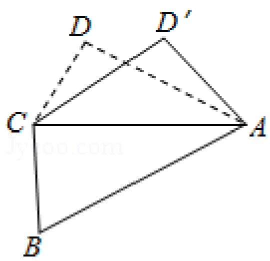
∴使$\triangle F_1PF_2$为锐角三角形的$|PF_1|+|PF_2|$的取值范围是（$2\sqrt{7}$，8）.

故答案为：（$2\sqrt{7}$，8）.



【点评】本题考查双曲线的简单性质，考查双曲线定义的应用，考查数学转化思想方法，是中档题.

14．（4 分）（2016•浙江）如图，已知平面四边形 ABCD，AB=BC=3，CD=1，AD=$\sqrt{5}$，∠ADC=90°，沿直线 AC 将△ACD 翻折成△ACD′，直线 AC 与 BD′所成角的余弦的最大值是 $\frac{\sqrt{6}}{6}$.



【分析】如图所示，取 AC 的中点 O，AB=BC=3，可得 BO⊥AC，在 Rt△ACD′中，AC=$\sqrt{6}$. 作 D′E⊥AC，垂足为 E，D′E=$\frac{\sqrt{30}}{6}$. CO=$\frac{\sqrt{6}}{2}$，CE=$\frac{D'C^2}{CA}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，EO=CO－CE=$\frac{\sqrt{6}}{3}$. 过点 B 作 BF∥BO，作 FE∥BO 交 BF 于点 F，则 EF⊥AC. 连接 D′F. ∠FBD′为直线 AC 与 BD′所成的

角．则四边形BOEF为矩形，$BF=EO=\frac{\sqrt{6}}{3}$．$EF=BO=\frac{\sqrt{30}}{2}$．则∠FED′为二面角D′－CA－B的平面角，设为θ．利用余弦定理求出$D'F^2$的最小值即可得出．

【解答】解：如图所示，取AC的中点O，∵AB=BC=3，∴BO⊥AC，

在Rt△ACD′中，$AC=\sqrt{1^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{6}$．

作D′E⊥AC，垂足为E，$D'E=\frac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{6}$．

$CO=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$CE=\frac{D'C^2}{CA}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

∴$EO=CO-CE=\frac{\sqrt{6}}{3}$．

过点B作BF∥BO，作FE∥BO交BF于点F，则EF⊥AC．连接D′F．∠FBD′为直线AC与BD′所成的角．

则四边形BOEF为矩形，∴$BF=EO=\frac{\sqrt{6}}{3}$．

$EF=BO=\sqrt{3^2-(\frac{\sqrt{6}}{2})^2}=\frac{\sqrt{30}}{2}$．

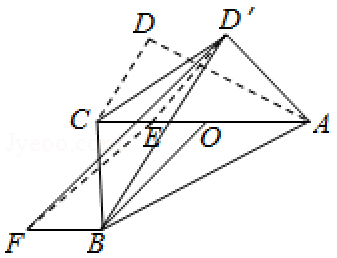
则∠FED′为二面角D′－CA－B的平面角，设为θ．

则$D'F^2=(\frac{\sqrt{30}}{6})^2+(\frac{\sqrt{30}}{2})^2-2\times\frac{\sqrt{30}}{6}\times\frac{\sqrt{30}}{2}\cos\theta=\frac{25}{3}-5\cos\theta\geqslant\frac{10}{3}$，$\cos\theta=1$时取等号．

∴D′B的最小值$=\sqrt{\frac{10}{3}+(\frac{\sqrt{6}}{3})^2}=2$．

∴直线AC与BD′所成角的余弦的最大值$=\frac{BF}{D'B}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{6}$．

故答案为：$\frac{\sqrt{6}}{6}$．



【点评】本题考查了空间位置关系、空间角，考查了空间想象能力、推理能力与计算能力，属于难题．

15．（4分）（2016•浙江）已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，若$\vec{e}$为平面单位向量，则$|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|$的最大值是__$\sqrt{7}$__．

【分析】由题意可知，$|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|$为$\vec{a}$在$\vec{e}$上的投影的绝对值与$\vec{b}$在$\vec{e}$上投影的绝对值的和，由此可知，当$\vec{e}$与$\vec{a}+\vec{b}$共线时，$|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|$取得最大值，即$|\vec{a}+\vec{b}|$.

【解答】解：$|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|=|\frac{\vec{a}\cdot\vec{e}}{|\vec{e}|}|+|\frac{\vec{b}\cdot\vec{e}}{|\vec{e}|}|$，

其几何意义为$\vec{a}$在$\vec{e}$上的投影的绝对值与$\vec{b}$在$\vec{e}$上投影的绝对值的和，

当$\vec{e}$与$\vec{a}+\vec{b}$共线时，取得最大值.

∴ $(|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|)_{max}=|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}}=\sqrt{7}$.

故答案为：$\sqrt{7}$.

【点评】本题考查平面向量的数量积运算，考查向量在向量方向上的投影的概念，考查学生正确理解问题的能力，是中档题.

三、解答题

16.（14 分）（2016•浙江）在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 b+c=2acosB.

（1）证明：A=2B；

（2）若 $\cos B=\frac{2}{3}$，求 cosC 的值.

【分析】（1）由 b+c=2acosB，利用正弦定理可得：sinB+sinC=2sinAcosB，而 sinC=sin（A+B）=sinAcosB+cosAsinB，代入化简可得：sinB=sin（A﹣B），由 A，B∈（0，π），可得 0＜A﹣B＜π，即可证明.

（II）$\cos B=\frac{2}{3}$，可得 $\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}$. $\cos A=\cos 2B=2\cos^2B-1$，$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}$. 利用 cosC=﹣cos（A+B）=﹣cosAcosB+sinAsinB 即可得出.

【解答】（1）证明：∵b+c=2acosB，

∴sinB+sinC=2sinAcosB，

∵sinC=sin（A+B）=sinAcosB+cosAsinB，

∴sinB=sinAcosB﹣cosAsinB=sin（A﹣B），由 A，B∈（0，π），

∴0＜A﹣B＜π，∴B=A﹣B，或 B=π﹣（A﹣B），化为 A=2B，或 A=π（舍去）.

∴A=2B.

（II）解：$\cos B=\frac{2}{3}$，∴$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

$\cos A=\cos 2B=2\cos^2B-1=-\frac{1}{9}$，$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{4\sqrt{5}}{9}$.

∴$\cos C=-\cos(A+B)=-\cos A\cos B+\sin A\sin B=-\frac{2}{3}\times(-\frac{1}{9})+\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{4\sqrt{5}}{9}=\frac{22}{27}$.

【点评】本题考查了正弦定理、和差公式、倍角公式、同角三角函数基本关系式、诱导公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

17．（15 分）（2016•浙江）设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，已知$S_2=4$，$a_{n+1}=2S_n+1$，$n\in N^*$.

（Ⅰ）求通项公式a_n；

（Ⅱ）求数列$\{|a_n-n-2|\}$的前 n 项和.

【分析】（Ⅰ）根据条件建立方程组关系，求出首项，利用数列的递推关系证明数列$\{a_n\}$是公比 q=3 的等比数列，即可求通项公式a_n；

（Ⅱ）讨论 n 的取值，利用分组法将数列转化为等比数列和等差数列即可求数列$\{|a_n-n-2|\}$的前 n 项和.

【解答】解：（Ⅰ）∵$S_2=4$，$a_{n+1}=2S_n+1$，$n\in N^*$.

∴$a_1+a_2=4$，$a_2=2S_1+1=2a_1+1$，

解得$a_1=1$，$a_2=3$，

当 n≥2 时，$a_{n+1}=2S_n+1$，$a_n=2S_{n-1}+1$，

两式相减得$a_{n+1}-a_n=2(S_n-S_{n-1})=2a_n$，

即$a_{n+1}=3a_n$，当 n=1 时，$a_1=1$，$a_2=3$，

满足$a_{n+1}=3a_n$，

∴$\frac{a_{n+1}}{a_n}=3$，则数列$\{a_n\}$是公比 q=3 的等比数列，

则通项公式$a_n=3^{n-1}$.

（Ⅱ）$a_n-n-2=3^{n-1}-n-2$，

设$b_n=|a_n-n-2|=|3^{n-1}-n-2|$，

则$b_1=|3^0-1-2|=2$，$b_2=|3-2-2|=1$，

当 n≥3 时，$3^{n-1}-n-2>0$，

则$b_n=|a_n-n-2|=3^{n-1}-n-2$，

此时数列$\{|a_n-n-2|\}$的前 n 项和$T_n=3+\frac{9(1-3^{n-2})}{1-3}-\frac{(5+n+2)(n-2)}{2}=$

$\frac{3^n-n^2-5n+11}{2}$，

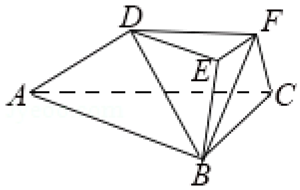
则$T_n=\begin{cases}2, & n=1\\ 3, & n=2\\ \frac{3^n-n^2-5n+11}{2}, & n\geqslant 3\end{cases}=\begin{cases}2, & n=1\\ \frac{3^n-n^2-5n+11}{2}, & n\geqslant 2\end{cases}$.

【点评】本题主要考查递推数列的应用以及数列求和的计算，根据条件建立方程组以及利用方程组法证明列$\{a_n\}$是等比数列是解决本题的关键．求出过程中使用了转化法和分组法进行数列求和.

18．（15 分）（2016•浙江）如图，在三棱台 ABC﹣DEF 中，平面 BCFE⊥平面 ABC，∠ACB=90°，BE=EF=FC=1，BC=2，AC=3.

（Ⅰ）求证：BF⊥平面 ACFD；

（Ⅱ）求直线 BD 与平面 ACFD 所成角的余弦值.



【分析】（Ⅰ）根据三棱台的定义，可知分别延长 AD，BE，CF，会交于一点，并设该点为 K，并且可以由平面 BCFE⊥平面 ABC 及∠ACB=90° 可以得出 AC⊥平面 BCK，进而得出 BF⊥AC．而根据条件可以判断出点 E，F 分别为边 BK，CK 的中点，从而得出△BCK 为等边三角形，进而得出 BF⊥CK，从而根据线面垂直的判定定理即可得出 BF⊥平面 ACFD；

（Ⅱ）由 BF⊥平面 ACFD 便可得出∠BDF 为直线 BD 和平面 ACFD 所成的角，根据条件可以求出 $BF=\sqrt{3}$，$DF=\frac{3}{2}$，从而在 Rt△BDF 中可以求出 BD 的值，从而得出 cos∠BDF 的值，即得出直线 BD 和平面 ACFD 所成角的余弦值．

【解答】解：（Ⅰ）证明：延长 AD，BE，CF 相交于一点 K，如图所示：

∵平面 BCFE⊥平面 ABC，且 AC⊥BC；

∴AC⊥平面 BCK，BF⊂平面 BCK；

∴BF⊥AC；

又 EF∥BC，BE=EF=FC=1，BC=2；

∴△BCK 为等边三角形，且 F 为 CK 的中点；

∴BF⊥CK，且 AC∩CK=C；

∴BF⊥平面 ACFD；

（Ⅱ）∵BF⊥平面 ACFD；

∴∠BDF 是直线 BD 和平面 ACFD 所成的角；

∵F 为 CK 中点，且 DF∥AC；

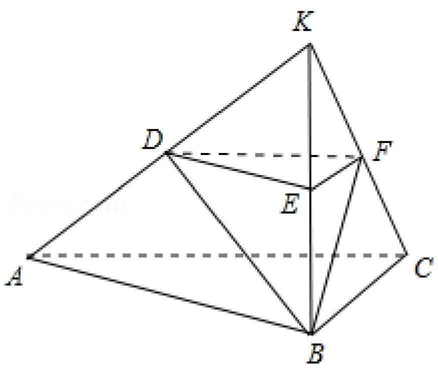
∴DF 为△ACK 的中位线，且 AC=3；

∴ $DF=\frac{3}{2}$；

又 $BF=\sqrt{3}$；

∴在 Rt△BFD 中，$BD=\sqrt{3+\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{21}}{2}$，$\cos\angle BDF=\frac{DF}{BD}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{21}}{2}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$；

即直线 BD 和平面 ACFD 所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{21}}{7}$．

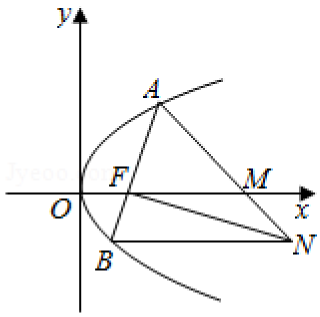


【点评】考查三角形中位线的性质，等边三角形的中线也是高线，面面垂直的性质定理，以及线面垂直的判定定理，线面角的定义及求法，直角三角形边的关系，三角函数的定义.

19.（15分）（2016•浙江）如图，设抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）的焦点为F，抛物线上的点A到y轴的距离等于$|AF|-1$，

（Ⅰ）求p的值；

（Ⅱ）若直线AF交抛物线于另一点B，过B与x轴平行的直线和过F与AB垂直的直线交于点N，AN与x轴交于点M，求M的横坐标的取值范围.



【分析】（Ⅰ）利用抛物线的性质和已知条件求出抛物线方程，进一步求得p值；

（Ⅱ）设出直线AF的方程，与抛物线联立，求出B的坐标，求出直线AB，FN的斜率，从而求出直线BN的方程，根据A、M、N三点共线，可求出M的横坐标的表达式，从而求出m的取值范围.

【解答】解：（Ⅰ）由题意可得，抛物线上点A到焦点F的距离等于A到直线$x=-1$的距离，

由抛物线定义得，$\frac{p}{2}=1$，即$p=2$；

（Ⅱ）由（Ⅰ）得，抛物线方程为$y^2=4x$，F（1，0），可设（t^2，$2t$），$t\neq0$，$t\neq\pm1$，

∵AF不垂直y轴，

∴设直线AF：$x=sy+1$（$s\neq0$），

联立$\begin{cases}y^2=4x\\x=sy+1\end{cases}$，得$y^2-4sy-4=0$.

$y_1y_2=-4$，

∴B（$\frac{1}{t^2}$，$-\frac{2}{t}$），

又直线AB的斜率为$\frac{2t}{t^2-1}$，故直线FN的斜率为$\frac{t^2-1}{2t}$，

从而得FN：$y=-\frac{t^2-1}{2t}(x-1)$，直线BN：$y=-\frac{2}{t}$，

则N（$\frac{t^2+3}{t^2-1}$，$-\frac{2}{t}$），

设 M（m，0），由 A、M、N 三点共线，得$\frac{2t}{t^2-m}=\frac{2t+\frac{2}{t}}{t^2-\frac{t^2+3}{t^2-1}}$，

于是 m=$\frac{2t^2}{t^2-1}=\frac{2}{1-\frac{1}{t^2}}$，得 m<0 或 m>2.

经检验，m<0 或 m>2 满足题意.

∴点 M 的横坐标的取值范围为（-∞，0）∪（2，+∞）.

【点评】本题考查抛物线的简单性质，考查直线与圆锥曲线位置关系的应用，考查数学转化思想方法，属中档题.

20.（15 分）（2016•浙江）设函数 f（x）=$x^3+\frac{1}{x+1}$，x∈[0，1]，证明：

（Ⅰ）f（x）≥$1-x+x^2$

（Ⅱ）$\frac{3}{4}$<f（x）≤$\frac{3}{2}$.

【分析】（Ⅰ）根据题意，$1-x+x^2-x^3=\frac{1-(-x)^4}{1-(-x)}$，利用放缩法得$\frac{1-x^4}{1+x}\leqslant\frac{1}{1+x}$，即可证明结论成立；

（Ⅱ）利用 0≤x≤1 时 $x^3\leqslant x$，证明 f（x）≤$\frac{3}{2}$，再利用配方法证明 f（x）≥$\frac{3}{4}$，结合函数的最小值得出 f（x）>$\frac{3}{4}$，即证结论成立.

【解答】解：（Ⅰ）证明：因为 f（x）=$x^3+\frac{1}{x+1}$，x∈[0，1]，

且 $1-x+x^2-x^3=\frac{1-(-x)^4}{1-(-x)}=\frac{1-x^4}{1+x}$，

所以$\frac{1-x^4}{1+x}\leqslant\frac{1}{1+x}$，

所以 $1-x+x^2-x^3\leqslant\frac{1}{x+1}$，

即 f（x）≥$1-x+x^2$；

（Ⅱ）证明：因为 0≤x≤1，所以 $x^3\leqslant x$，

所以 f（x）=$x^3+\frac{1}{x+1}\leqslant x+\frac{1}{x+1}=x+\frac{1}{x+1}-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=\frac{(x-1)(2x+1)}{2(x+1)}+\frac{3}{2}\leqslant\frac{3}{2}$；

由（Ⅰ）得，f（x）≥$1-x+x^2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\geqslant\frac{3}{4}$，

且 f（$\frac{1}{2}$）=（$\frac{1}{2}$）^{3}+$\frac{1}{1+\frac{1}{2}}$=$\frac{19}{24}$>$\frac{3}{4}$，

所以 f（x）>$\frac{3}{4}$；

综上，$\frac{3}{4}$<f（x）≤$\frac{3}{2}$.

【点评】本题主要考查了函数的单调性与最值，分段函数等基础知识，也考查了推理与论证，分析问题与解决问题的能力，是综合性题目．