

2010年全国统一高考数学试卷（文科）（大纲版Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 设全集 $U=\{x \in \mathbb{N}_+ | x < 6\}$, 集合 $A=\{1, 3\}$, $B=\{3, 5\}$, 则 $C_U(A \cup B) =$ ()
A. $\{1, 4\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{2, 5\}$
2. (5分) 不等式 $\frac{x-3}{x+2} < 0$ 的解集为 ()
A. $\{x | -2 < x < 3\}$ B. $\{x | x < -2\}$
C. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$ D. $\{x | x > 3\}$
3. (5分) 已知 $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, 则 $\cos(\pi - 2\alpha) =$ ()
A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $-\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$
4. (5分) 函数 $y = \frac{1+\ln(x-1)}{2}$ ($x > 1$) 的反函数是 ()
A. $y = e^{2x-1} - 1$ ($x > 0$) B. $y = e^{2x-1} + 1$ ($x > 0$)
C. $y = e^{2x-1} - 1$ ($x \in \mathbb{R}$) D. $y = e^{2x-1} + 1$ ($x \in \mathbb{R}$)
5. (5分) 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geqslant -1 \\ y \geqslant x \\ 3x+2y \leqslant 5 \end{cases}$, 则 $z=2x+y$ 的最大值为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. (5分) 如果等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3+a_4+a_5=12$, 那么 $a_1+a_2+\dots+a_7=$ ()
A. 14 B. 21 C. 28 D. 35
7. (5分) 若曲线 $y=x^2+ax+b$ 在点 $(1, b)$ 处的切线方程是 $x-y+1=0$, 则 ()
A. $a=1, b=2$ B. $a=-1, b=2$ C. $a=1, b=-2$ D. $a=-1, b=-2$
8. (5分) 已知三棱锥 $S-ABC$ 中, 底面 ABC 为边长等于2的等边三角形, SA 垂直于底面 ABC , $SA=3$, 那么直线 AB 与平面 SBC 所成角的正弦值为 ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{3}{4}$
9. (5分) 将标号为1, 2, 3, 4, 5, 6的6张卡片放入3个不同的信封中, 若每个信封放2张, 其中标号为1, 2的卡片放入同一信封, 则不同的方法共有 ()

A. 12种

B. 18种

C. 36种

D. 54种

10. (5分) $\triangle ABC$ 中, 点D在边AB上, CD平分 $\angle ACB$, 若 $\overrightarrow{CB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CA}=\vec{b}$, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, 则 $\overrightarrow{CD}=$ ()

A. $\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$

B. $\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

C. $\frac{3}{5}\vec{a}+\frac{4}{5}\vec{b}$

D. $\frac{4}{5}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}$

11. (5分) 与正方体ABCD - A₁B₁C₁D₁的三条棱AB、CC₁、A₁D₁所在直线的距离相等的点 ()

A. 有且只有1个 B. 有且只有2个 C. 有且只有3个 D. 有无数个

12. (5分) 已知椭圆T: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 过右焦点F且

斜率为k ($k > 0$) 的直线与T相交于A, B两点, 若 $\overline{AF}=3\overline{FB}$, 则k= ()

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. 2

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 已知 α 是第二象限的角, $\tan\alpha = -\frac{1}{2}$, 则 $\cos\alpha =$ _____.

14. (5分) $(x+\frac{1}{x})^9$ 展开式中 x^3 的系数是_____. (用数字作答)

15. (5分) 已知抛物线C: $y^2=2px$ ($p>0$) 的准线l, 过M (1, 0) 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与l相交于A, 与C的一个交点为B, 若 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$, 则 $p=$ _____.

16. (5分) 已知球O的半径为4, 圆M与圆N为该球的两个小圆, AB为圆M与圆N的公共弦, AB=4, 若OM=ON=3, 则两圆圆心的距离MN=_____.

三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) $\triangle ABC$ 中, D为边BC上的一点, $BD=33$, $\sin B=\frac{5}{13}$, $\cos \angle ADC=\frac{3}{5}$, 求AD.

$$18. \text{ (12分) 已知} \{a_n\} \text{ 是各项均为正数的等比数列} a_1+a_2=2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right), a_3+a_4+a_5=64 \left(\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5} \right)$$

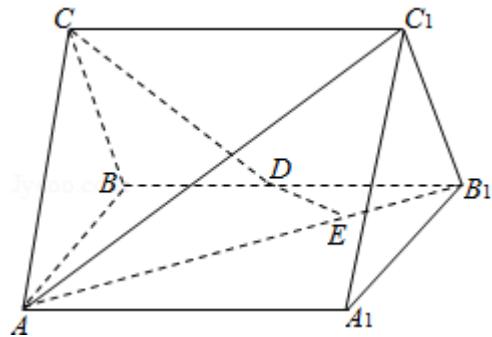
(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

$$(II) \text{ 设} b_n = (a_n + \frac{1}{a_n})^2, \text{ 求数列} \{b_n\} \text{ 的前} n \text{ 项和} T_n.$$

19. (12分) 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC$, $AA_1=AB$, D 为 BB_1 的中点, E 为 AB_1 上的一点, $AE=3EB_1$.

(I) 证明: DE 为异面直线 AB_1 与 CD 的公垂线;

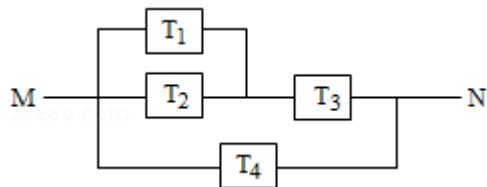
(II) 设异面直线 AB_1 与 CD 的夹角为 45° , 求二面角 $A_1 - AC_1 - B_1$ 的大小.



20. (12分) 如图, 由M到N的电路中有4个元件, 分别标为 T_1 , T_2 , T_3 , T_4 , 电流能通过 T_1 , T_2 , T_3 的概率都是P, 电流能通过 T_4 的概率是0.9, 电流动否通过各元件相互独立. 已知 T_1 , T_2 , T_3 中至少有一个能通过电流的概率为0.999.

(I) 求P;

(II) 求电流能在M与N之间通过的概率.



21. (12分) 已知函数 $f(x) = -x^2+ax+1 - \ln x$.

(I) 当 $a=3$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(II) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{1}{2})$ 上是减函数, 求实数a的取值范围.

22. (12分) 已知斜率为1的直线l与双曲线C: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0$, $b > 0$)相交于B

、D两点, 且BD的中点为M(1, 3).

(I) 求C的离心率;

(II) 设C的右顶点为A, 右焦点为F, $|DF| \cdot |BF| = 17$, 证明: 过A、B、D三点的圆与x轴相切.