

2009年普通高等学校招生全国统一考试(广东A卷)

数学(文科)

本试卷共4页，21小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1.

答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型(A)填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。

2.

选择题每小题选出答案后，用2B铅笔将答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。

3.

非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡个项目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4.

作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，在作答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。

5. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

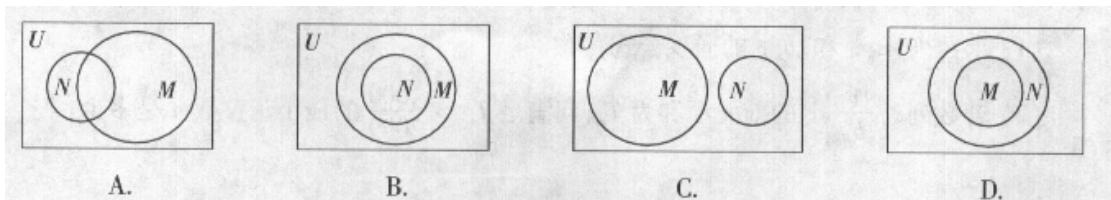
参考公式：

锥体的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中S是锥体的底面积，h是锥体的高。

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U=R$ ，则正确表示集合 $M=\{x|x^2+1=0\}$

1, 0, 1} 和 $N=\{x|x^2+1=0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是



2. 下列n的取值中，使 $i^n=1$ (i是虚数单位)的是
 A. n=2 B. n=3 C. n=4 D. n=5
3. 已知平面向量 $\mathbf{a}=(x, 1)$, $\mathbf{b}=(-x, x^2)$, 则向量 $\mathbf{a}+\mathbf{b}$
 A. 平行于x轴 B. 平行于第一、三象限的角平分线
 C. 平行于y轴 D. 平行于第二、四象限的角平分线
4. 若函数 $y=f(x)$ 是函数 $y=a^x$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$)的反函数, 且 $f(2)=1$, 则 $f(x)=$
 A. $\log_2 x$ B. $\frac{1}{2^x}$ C. $\log_{\frac{1}{2}} x$ D. 2^{x-2}
5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为正数, 且 $a_3 \cdot a_9 = 2a_5^2$, $a_2=1$, 则 $a_1=$
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2
6. 给定下列四个命题:
 ①若一个平面内的两条直线与另外一个平面都平行, 那么这两个平面相互平行;
 ②若一个平面经过另一个平面的垂线, 那么这两个平面相互垂直;
 ③垂直于同一直线的两条直线相互平行;
 ④若两个平面垂直, 那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直。
 其中, 为真命题的是
 A. ①和② B. ②和③ C. ③和④ D. ②和④
7. 已知 ΔABC 中, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的对边分别为 \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} 。若 $\mathbf{a}=\mathbf{c}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$, 且
 $\angle A=75^\circ$, 则 $\mathbf{b}=$
 A. 2 B. $4+2\sqrt{3}$ C. $4-2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$
8. 函数 $f(x)=(x-3)e^x$ 的单调递增区间是
 A. $(-\infty, 2)$ B. $(0, 3)$ C. $(1, 4)$ D. $(2, +\infty)$
9. 函数 $y=2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-1$ 是
 A. 最小正周期为 π 的奇函数 B. 最小正周期为 π 的偶函数

- C. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数 D. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数

10. 广州2010年亚运会火炬传递在A, B, C, D, E五个城市之间进行, 各城市之间的路线距离(单位: 百公里)见右表。若以A为起点, E为终点, 每个城市经过且只经过一次, 那么火炬传递的最短路线距离是

	A	B	C	D	E
A	0	5	4	5	6
B	5	0	7	6	2
C	4	7	0	9	8.6
D	5	6	9	0	5
E	6	2	8.6	5	0

- A. 20.6 B. 21 C. 22 D. 23

二、填空题: 本大题共5小题, 考生作答4小题, 每小题5分, 满分20分。

(一)必做题(11~13题)

11. 某篮球队6名主力队员在最近三场比赛中投进的三分球个数如下表所示:

队员 i	1	2	3	4	5	6
三分球个数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

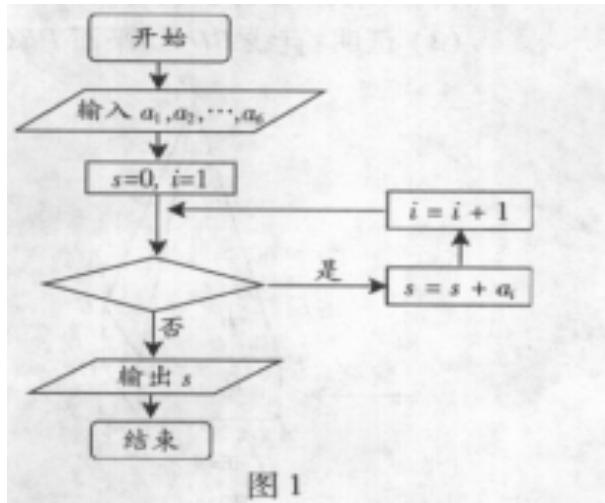


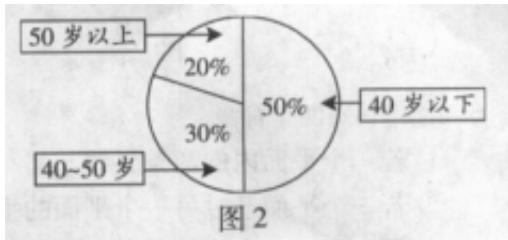
图1

图1是统计该6名队员在最近三场比赛中投进的三分球总数的程序框图, 则图中判断框应填_____, 输出的 $s = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(注: 框图中的赋值符号“=”也可以写成“←”或“:=”)

12. 某单位200名职工的年龄分布情况如图2, 现要从中抽取40名职工工作样本, 用系统抽样法, 将全体职工随机按1~200编号, 并按编号顺序平均分为40组(1~5号, 6~10号, …, 196~200号)。若第5组抽出的号码为22, 则第8组抽出的号码应是_____

。若用分层抽样方法，则40岁以下年龄段应抽取_____人。

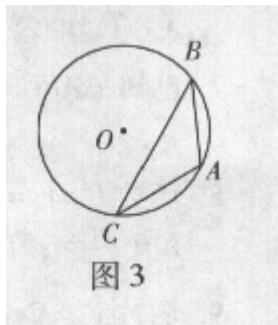


13. 以点(2, -1)为圆心且与直线 $x+y=6$ 相切的圆的方程是_____
_____。

(二) 选做题 (14、15题, 考生只能从中选作一题)

14. (坐标系与参数方程选做题) 若直线 $\begin{cases} x=1-2t, \\ y=2+3t. \end{cases}$ (t 为参数) 与直线 $4x+ky=1$ 垂直, 则常数 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. (几何证明选讲选做题) 如图3, 点A, B, C是圆O上的点, 且 $AB=4$, $\angle ACB=30^\circ$, 则圆O的面积等于_____。



三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16. (本小题满分12分)

已知向量 $a=(\sin\theta, -2)$ 与 $b=(1, \cos\theta)$ 互相垂直, 其中 $\theta=\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

- (1) 求 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 的值;
(2) 若 $5\cos(\theta-\varphi)=3\sqrt{5\cos\varphi}$, $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$, 求 $\cos\varphi$ 的值。

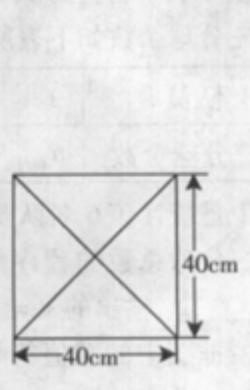
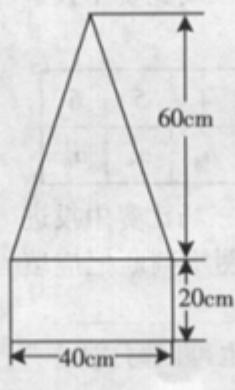
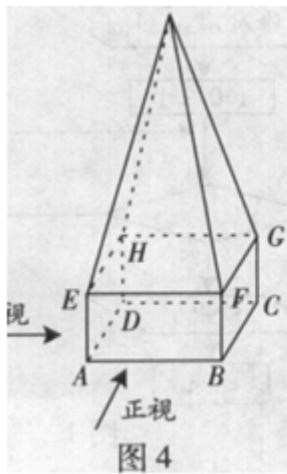
17. (本小题满分13分)

某高速公路收费站入口处的安全标识墩如图4所示。墩的上半部分是正四棱锥 $P-EFGH$ ，下半部分是长方体 $ABCD-EFGH$ 。图5、图6分别是该标识墩的正(主)视图和俯视图。

(1) 请画出该安全标识墩的侧(左)视图；

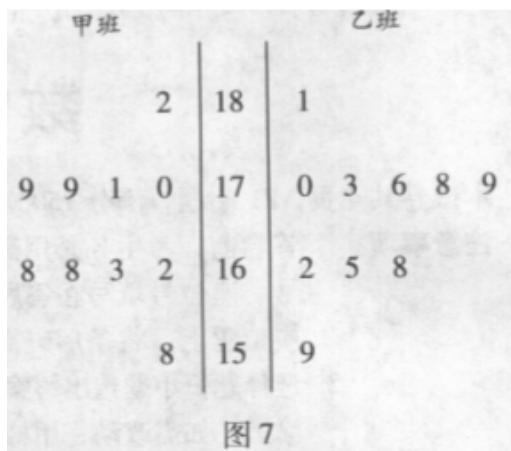
(2) 求该安全标识墩的体积；

(3) 证明：直线 $BD \perp$ 平面 PEG 。



18. (本小题满分13分)

随机抽取某中学甲、乙两班各10名同学，测量他们的身高（单位：cm），获得身高数据的茎叶图如图7。



- (1) 根据茎叶图判断哪个班的平均身高较高；
- (2) 计算甲班的样本方差；
- (3) 现从乙班这10名同学中随机抽取两名身高不低于173cm的同学，求身高为176cm的同学被抽中的概率。

19. (本小题满分14分)

已知椭圆G的中心在坐标原点，长轴在x轴上，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，两个焦点分别为 F_1 和 F_2 ，

椭圆G上一点到 F_1 和 F_2 的距离之和为12。圆 $C_k: x^2 + y^2 + 2ky - 4y - 21 = 0 (k \in R)$ 的圆心为点 A_k 。

(1) 求椭圆G的方程；

(2) 求 $\Delta A_k F_1 F_2$ 面积；

(3) 问是否存在圆 C_k 包围椭圆G？请说明理由。

20. (本小题满分14分)

已知点 $(1, \frac{1}{3})$ 是函数 $f(x) = a^x (a > 0, \text{且} a \neq 1)$ 的图像上一点。等比数列 $\{a_n\}$ 的前n项

和为 $f(n) - c$ 。数列 $\{b_n\}$ ($b_n > 0$) 的首项为c，且前n项和 s_n 满足

$$s_n - s_{n-1} = \sqrt{s_n} + \sqrt{s_{n-1}} (n \geq 2)$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 若数列 $\left\{ \frac{1}{b_n b_{n+1}} \right\}$ 的前n项和为 T_n ，问满足 $T_n > \frac{1000}{2009}$ 的最小正整数n是多少？

21. (本小题满分14分)

已知二次函数 $y = g(x)$ 的导函数的图像与直线 $y = 2x$ 平行，且 $y = g(x)$ 在 $x = -1$ 处取得极小值 $m - 1 (m \neq 0)$ 。设函数 $f(x) = \frac{g(x)}{x}$ 。

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 上的点 p 到点 $Q(0, 2)$ 的距离的最小值为 $\sqrt{2}$ ，求 m 的值；

(2) $k (k \in R)$ 如何取值时，函数 $y = f(x) - kx$ 存在零点，并求出零点。