

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（重庆卷）

数学（理科）

本试卷包括选择题、填空题和解答题三部分，共 6 页，时量 120 分钟，满分 150 分。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

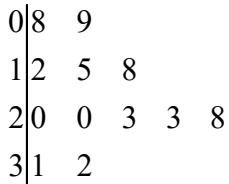
1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3\}$, 则

A、 $A=B$ B、 $A \cap B = \emptyset$ C、 $A \not\subset B$ D、 $B \not\subset A$

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_2=4$, $a_4=2$, 则 $a_6=$

A、-1 B、0 C、1 D、6

3. 重庆市 2013 年各月的平均气温 ($^{\circ}\text{C}$) 数据的茎叶图如下：



则这组数据的中位数是

A、19 B、20 C、21.5 D、23

4. “ $x > 1$ ” 是 “ $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) < 0$ ” 的

A、充要条件 B、充分不必要条件
C、必要不充分条件 D、既不充分也不必要条件

5. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为



题 (5) 图

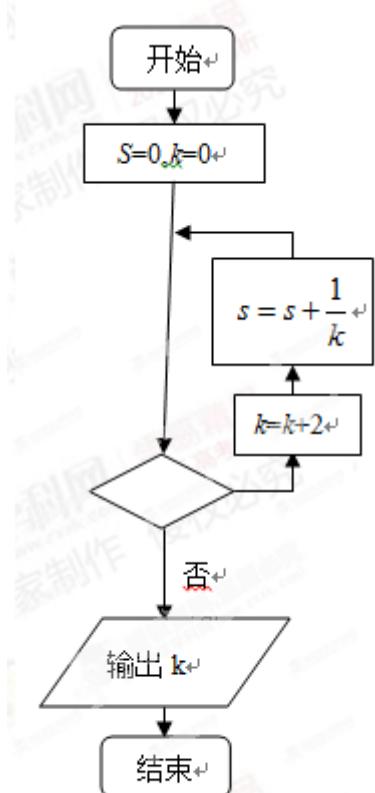
- A、 $\frac{1}{3} + \pi$ B、 $\frac{2}{3} + \pi$
C、 $\frac{1}{3} + 2\pi$ D、 $\frac{2}{3} + 2\pi$

6. 若非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}|=\frac{2\sqrt{2}}{3}|\mathbf{b}|$, 且 $(\mathbf{a}-\mathbf{b}) \perp (3\mathbf{a}+2\mathbf{b})$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为

A、 $\frac{\pi}{4}$ B、 $\frac{\pi}{2}$ C、 $\frac{3\pi}{4}$ D、 π

7. 执行如题(7)图所示的程序框图, 若输入 K 的值为 8, 则判断框图可填入的条件是

A、 $s \leq \frac{3}{4}$ B、 $s \leq \frac{5}{6}$ C、 $s \leq \frac{11}{12}$ D、 $s \leq \frac{15}{24}$



(题(7)图)

8. 已知直线 $l: x+ay-1=0$ ($a \in R$) 是圆 $C: x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 的对称轴.过点 $A (-4, a)$ 作圆 C 的一条切线, 切点为 B , 则 $|AB| =$

A、2 B、 $4\sqrt{2}$ C、6 D、 $2\sqrt{10}$

9. 若 $\tan \alpha = 2 \tan \frac{\pi}{5}$, 则 $\frac{\cos(\alpha - \frac{3\pi}{10})}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{5})} =$

A、1 B、2 C、3 D、4

10. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>0, b>0$) 的右焦点为 F , 过 F 作 AF 的垂线与双曲线交于 B, C 两点, 过 B, C 分

别作 AC , AB 的垂线交于点 D .若 D 到直线 BC 的距离小于 $a + \sqrt{a^2 + b^2}$, 则该双曲线的渐近线斜率的取值范围是

A、 $(-1, 0) \cup (0, 1)$

B、 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

C、 $(-\sqrt{2}, 0) \cup (0, \sqrt{2})$

D、 $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$

二、填空题: 本大题共 6 小题, 考生作答 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.

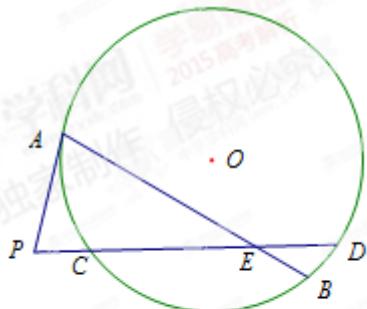
11. 设复数 $a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) 的模为 $\sqrt{3}$, 则 $(a+bi)(a-bi) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. $\left(x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中 x^8 的系数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用数字作答).

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $B=120^\circ$, $AB=\sqrt{2}$, A 的角平分线 $AD=\sqrt{3}$, 则 $AC=\underline{\hspace{2cm}}$.

考生注意: (14)、(15)、(16) 三题为选做题, 请从中任选两题作答, 若三题全做, 则按前两题给分.

14. 如图, 圆 O 的弦 AB , CD 相交于点 E , 过点 A 作圆 O 的切线与 DC 的延长线交于点 P , 若 $PA=6$, $AE=9$, $PC=3$, $CE:ED=2:1$, 则 $BE=\underline{\hspace{2cm}}$.



题(14)图

15. 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立坐标系,

曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 \cos 2\theta = 4$ ($\rho > 0, \frac{3\pi}{4} < \theta < \frac{5\pi}{4}$), 则直线 l 与曲线 C 的交点的极坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 若函数 $f(x) = |x+1| + 2|x-a|$ 的最小值为 5, 则实数 $a=\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 13 分, (1) 小问 5 分, (2) 小问 8 分)

端午节吃粽子是我国的传统习俗, 设一盘中装有 10 个粽子, 其中豆沙粽 2 个, 肉粽 3 个, 白粽 5 个,

这三种粽子的外观完全相同，从中任意选取 3 个。

- (1) 求三种粽子各取到 1 个的概率；
- (2) 设 X 表示取到的豆沙粽个数，求 X 的分布列与数学期望

18. (本小题满分 13 分，(1) 小问 7 分，(2) 小问 6 分)

已知函数 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\sin x - \sqrt{3}\cos^2 x$

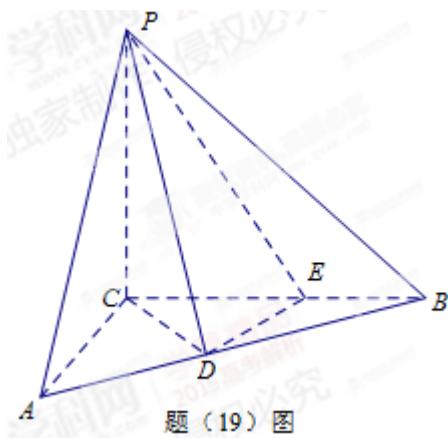
- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和最大值；
- (2) 讨论 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上的单调性.

19. (本小题满分 13 分，(1) 小问 4 分，(2) 小问 9 分)

如题(19)图，三棱锥 $P-ABC$ 中， $PC \perp$ 平面 ABC , $PC = 3$, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$. D, E 分别为线段 AB, BC

上的点，且 $CD = DE = \sqrt{2}$, $CE = 2EB = 2$.

- (1) 证明: $DE \perp$ 平面 PCD
- (2) 求二面角 $A-PD-C$ 的余弦值。



题(19)图

20. (本小题满分 12 分，(1) 小问 7 分，(2) 小问 5 分)

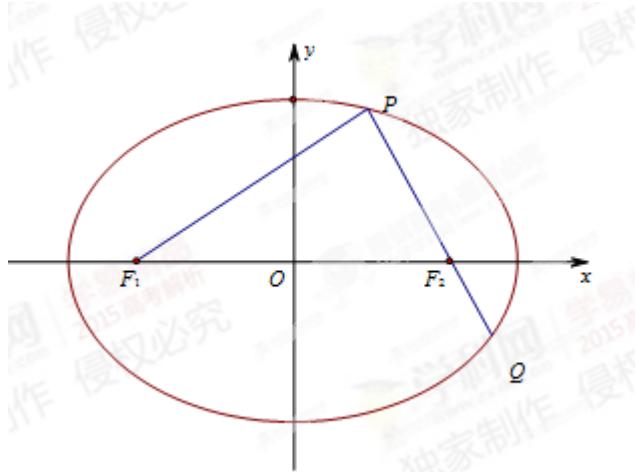
设函数 $f(x) = \frac{3x^2 + ax}{e^x}$ ($a \in R$)

- (1) 若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极值，确定 a 的值，并求此时曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；
- (2) 若 $f(x)$ 在 $[3, +\infty)$ 上为减函数，求 a 的取值范围。

21. (本小题满分 12 分, (1) 小问 5 分, (2) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线交椭圆于 P, Q

两点, 且 $PQ \perp PF_1$



(1) 若 $|PF_1| = 2 + \sqrt{2}$, $|PF_2| = 2 - \sqrt{2}$, 求椭圆的标准方程

(2) 若 $|PF_1| = |PQ|$, 求椭圆的离心率 e .

22. (本小题满分 12 分, (1) 小问 4 分, (2) 小问 8 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3, a_{n+1}a_n + \lambda a_{n+1} + \mu a_n^2 = 0 (n \in N_+)$

(1) 若 $\lambda = 0, \mu = -2$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $\lambda = \frac{1}{k_0} (k_0 \in N_+, k_0 \geq 2), \mu = -1$, 证明: $2 + \frac{1}{3k_0 + 1} < a_{k_0+1} < 2 + \frac{1}{2k_0 + 1}$