

# 2014年陕西高考数学试题（理）

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $M = \{x | x \geq 0, x \in R\}$ ,  $N = \{x | x^2 < 1, x \in R\}$ , 则  $M \cap N = (\quad)$

- A.[0,1]      B.[0,1)      C.(0,1]      D.(0,1)

2. 函数  $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$  的最小正周期是 ( )

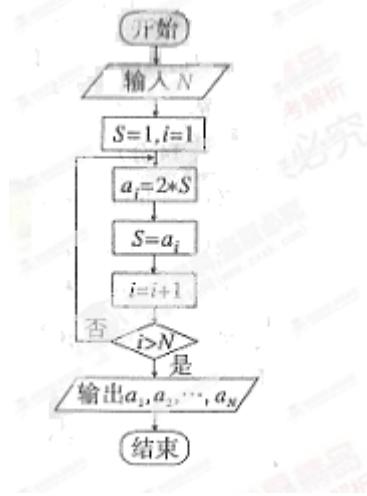
- A. $\frac{\pi}{2}$       B. $\pi$       C. $2\pi$       D. $4\pi$

3. 定积分  $\int_0^1 (2x + e^x) dx$  的值为 ( )

- A. $e+2$       B. $e+1$       C. $e$       D. $e-1$

4. 根据右边框图, 对大于 2 的整数  $N$ , 得出数列的通项公式是 ( )

- A. $a_n = 2n$       B. $a_n = 2(n-1)$       C. $a_n = 2^n$       D. $a_n = 2^{n-1}$



5. 已知底面边长为 1, 侧棱长为  $\sqrt{2}$  则正四棱柱的各顶点均在同一个球面上, 则该球的体积为 ( )

- A. $\frac{32\pi}{3}$       B. $4\pi$       C. $2\pi$       D. $\frac{4\pi}{3}$

6. 从正方形四个顶点及其中心这 5 个点中, 任取 2 个点, 则这 2 个点的距离不小于该正方形边长的概率为 ( )

- A. $\frac{1}{5}$       B. $\frac{2}{5}$       C. $\frac{3}{5}$       D. $\frac{4}{5}$

7. 下列函数中, 满足 “ $f(x+y) = f(x)f(y)$ ” 的单调递增函数是 ( )

$$(A) f(x) = x^2 \quad (B) f(x) = x^3 \quad (C) f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad (D) f(x) = 3^x$$

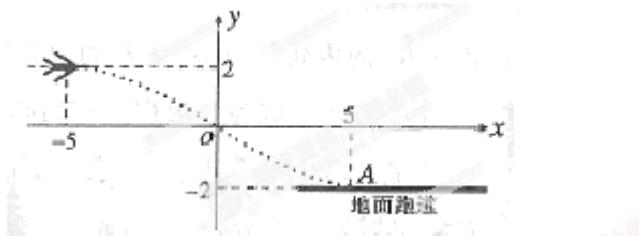
8. 原命题为：“若  $z_1, z_2$  互为共轭复数，则  $|z_1| = |z_2|$ ”，关于逆命题，否命题，逆否命题真假性的判断依次如下，正确的是（ ）

- (A) 真，假，真      (B) 假，假，真      (C) 真，真，假      (D) 假，假，假

9. 设样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  的均值和方差分别为 1 和 4，若  $y_i = x_i + a$  ( $a$  为非零常数， $i = 1, 2, \dots, 10$ )，则  $y_1, y_2, \dots, y_{10}$  的均值和方差分别为（ ）

- (A)  $1+a, 4$       (B)  $1+a, 4+a$       (C)  $1, 4$       (D)  $1, 4+a$

10. 如图，某飞行器在 4 千米高空水平飞行，从距着陆点 A 的水平距离 10 千米处下降，已知下降飞行轨迹为某三次函数图像的一部分，则函数的解析式为（ ）



- (A)  $y = \frac{1}{125}x^3 - \frac{3}{5}x$       (B)  $y = \frac{2}{125}x^3 - \frac{4}{5}x$   
 (C)  $y = \frac{3}{125}x^3 - x$       (D)  $y = -\frac{3}{125}x^3 + \frac{1}{5}x$

二、填空题：把答案填写在答题卡相应题号后的横线上（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）。

11. 已知  $4^a = 2, \lg x = a$ ，则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 若圆 C 的半径为 1，其圆心与点  $(1, 0)$  关于直线  $y = x$  对称，则圆 C 的标准方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 设  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，向量  $\vec{a} = (\sin 2\theta, \cos \theta)$ ,  $\vec{b} = (\cos \theta, 1)$ ，若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则  $\tan \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 观察分析下表中的数据：

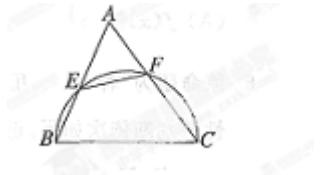
多面体	面数 (F)	顶点数 (V)	棱数 (E)
三棱锥	5	6	9
五棱锥	6	6	10
立方体	6	8	12

猜想一般凸多面体中， $F, V, E$  所满足的等式是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. (考生注意: 请在下列三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题评分)

A. (不等式选做题) 设  $a, b, m, n \in R$ , 且  $a^2 + b^2 = 5, ma + nb = 5$ , 则  $\sqrt{m^2 + n^2}$  的最小值为\_\_\_\_\_

B. (几何证明选做题) 如图,  $\Delta ABC$  中,  $BC = 6$ , 以  $BC$  为直径的半圆分别交  $AB, AC$  于点  $E, F$ , 若  $AC = 2AE$ , 则  $EF =$  \_\_\_\_\_



C. (坐标系与参数方程选做题) 在极坐标系中, 点  $(2, \frac{\pi}{6})$  到直线  $\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) = 1$  的距离是\_\_\_\_\_

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤 (本大题共 6 小题, 共 75 分)

16. (本小题满分 12 分)

$\Delta ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ .

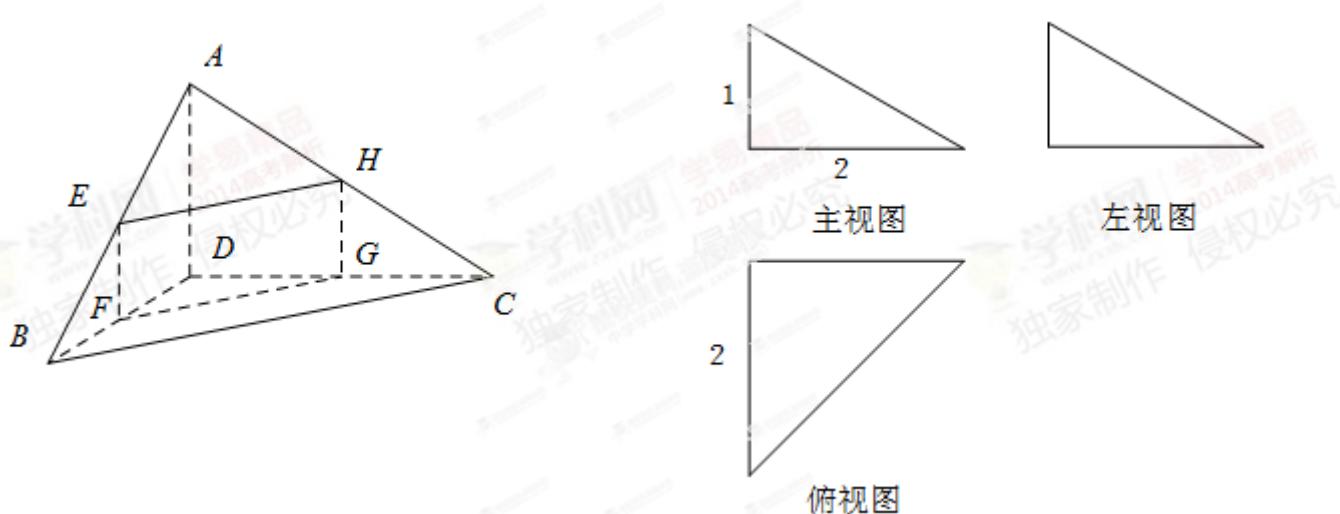
(1) 若  $a, b, c$  成等差数列, 证明:  $\sin A + \sin C = 2 \sin(A + C)$ ;

(2) 若  $a, b, c$  成等比数列, 求  $\cos B$  的最小值.

17. (本小题满分 12 分)

四面体  $ABCD$  及其三视图如图所示, 过棱  $AB$  的中点  $E$  作平行于  $AD, BC$  的平面分

别交四面体的棱  $BD, DC, CA$  于点  $F, G, H$ .



(1) 证明: 四边形  $EFGH$  是矩形;

(2) 求直线  $AB$  与平面  $EFGH$  夹角  $\theta$  的正弦值.

18. (本小题满分 12 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $A(1,1), B(2,3), C(3,2)$ , 点  $P(x,y)$  在  $\Delta ABC$  三边围成的区域 (含边界) 上

(1) 若  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$ , 求  $|\overrightarrow{OP}|$ ;

(2) 设  $\overrightarrow{OP} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$  ( $m, n \in R$ ), 用  $x, y$  表示  $m - n$ , 并求  $m - n$  的最大值.

19. (本小题满分 12 分)

在一块耕地上种植一种作物, 每季种植成本为 1000 元, 此作物的市场价格和这块地上的产量均具有随机性, 且互不影响, 其具体情况如下表:

作物产量 (kg)	300	500	作物市场价格(元/kg)	6	10
概率	0.5	0.5	概率	0.4	0.6

(1) 设  $X$  表示在这块地上种植 1 季此作物的利润, 求  $X$  的分布列;

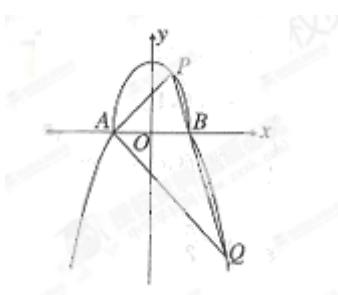
(2) 若在这块地上连续 3 季种植此作物, 求这 3 季中至少有 2 季的利润不少于 2000 元的概率.

20. (本小题满分 13 分)

如图, 曲线  $C$  由上半椭圆  $C_1 : \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0, y \geq 0$ ) 和部分抛物线  $C_2 : y = -x^2 + 1$  ( $y \leq 0$ ) 连接而成,  $C_1, C_2$  的公共点为  $A, B$ , 其中  $C_1$  的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(1) 求  $a, b$  的值;

(2) 过点  $B$  的直线  $l$  与  $C_1, C_2$  分别交于  $P, Q$  (均异于点  $A, B$ ), 若  $AP \perp AQ$ , 求直线  $l$  的方程.



21. (本小题满分 14 分)

设函数  $f(x) = \ln(1+x)$ ,  $g(x) = xf'(x)$ ,  $x \geq 0$ , 其中  $f'(x)$  是  $f(x)$  的导函数.

- (1)  $g_1(x) = g(x), g_{n+1}(x) = g(g_n(x)), n \in N_+$ , 求  $g_n(x)$  的表达式;
- (2) 若  $f(x) \geq ag(x)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围;
- (3) 设  $n \in N_+$ , 比较  $g(1) + g(2) + \dots + g(n)$  与  $n - f(n)$  的大小, 并加以证明.