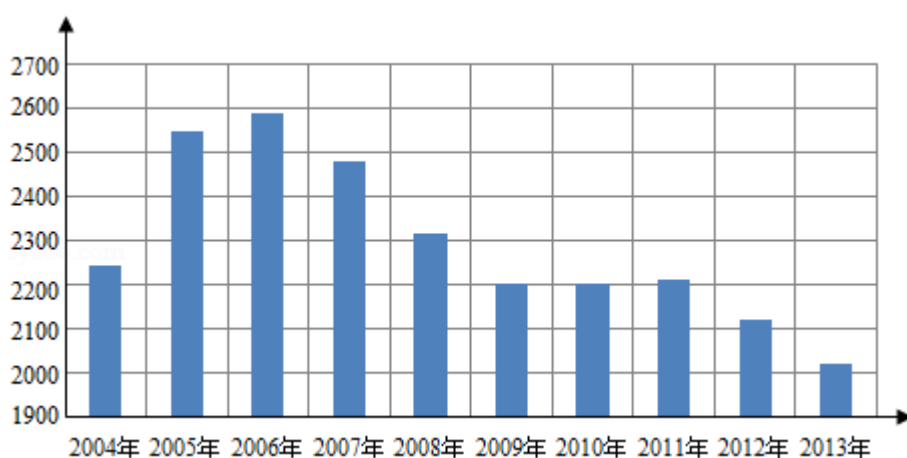


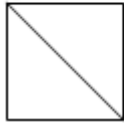
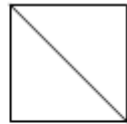
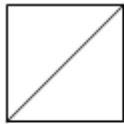
2015年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分

1. （5分）已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$ ， $B=\{x|0<x<3\}$ ，则 $A\cup B=$ （ ）
A. $(-1, 3)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 2)$ D. $(2, 3)$
2. （5分）若 a 为实数，且 $\frac{2+ai}{1+i}=3+i$ ，则 $a=$ （ ）
A. -4 B. -3 C. 3 D. 4
3. （5分）根据如图给出的2004年至2013年我国二氧化硫年排放量（单位：万吨）柱形图，以下结论中不正确的是（ ）



- A. 逐年比较，2008年减少二氧化硫排放量的效果最显著
B. 2007年我国治理二氧化硫排放显现成效
C. 2006年以来我国二氧化硫年排放量呈减少趋势
D. 2006年以来我国二氧化硫年排放量与年份正相关
4. （5分） $\vec{a}=(1, -1)$ ， $\vec{b}=(-1, 2)$ 则 $(2\vec{a}+\vec{b}) \cdot \vec{a}=$ （ ）
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
5. （5分）已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1+a_3+a_5=3$ ，则 $S_5=$ （ ）
A. 5 B. 7 C. 9 D. 11
6. （5分）一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（ ）



A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{7}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{5}$

7. (5分) 已知三点A (1, 0) , B (0, $\sqrt{3}$) , C (2, $\sqrt{3}$) 则 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心到原点的距离为 ()

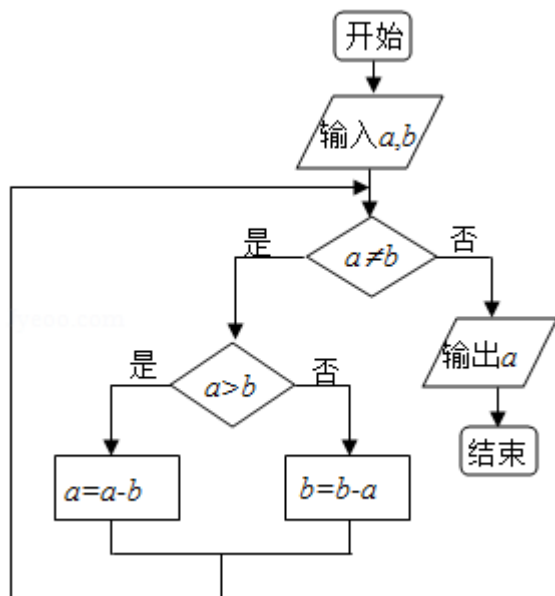
A. $\frac{5}{3}$

B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

D. $\frac{4}{3}$

8. (5分) 如图程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”. 执行该程序框图, 若输入a, b分别为14, 18, 则输出的a= ()



A. 0

B. 2

C. 4

D. 14

9. (5分) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{4}$, $a_3 a_5 = 4(a_4 - 1)$, 则 $a_2 =$ ()

A. 2

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{8}$

10. (5分) 已知A, B是球O的球面上两点, $\angle AOB = 90^\circ$, C为该球面上的动点, 若三棱锥O - ABC体积的最大值为36, 则球O的表面积为 ()

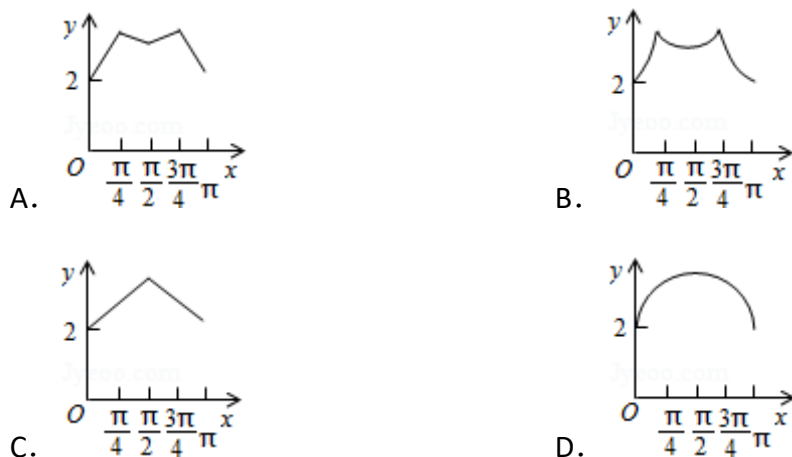
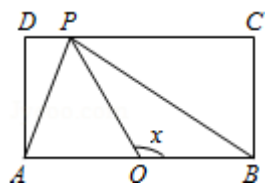
A. 36π

B. 64π

C. 144π

D. 256π

11. (5分) 如图, 长方形ABCD的边AB=2, BC=1, O是AB的中点, 点P沿着边BC, CD与DA运动, 记 $\angle BOP=x$. 将动点P到A, B两点距离之和表示为x的函数 $f(x)$, 则 $y=f(x)$ 的图象大致为 ()



12. (5分) 设函数 $f(x) = \ln(1+|x|) - \frac{1}{1+x^2}$, 则使得 $f(x) > f(2x-1)$ 成立的x的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$ B. $(\frac{1}{3}, 1)$
- C. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ D. $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

二、填空题

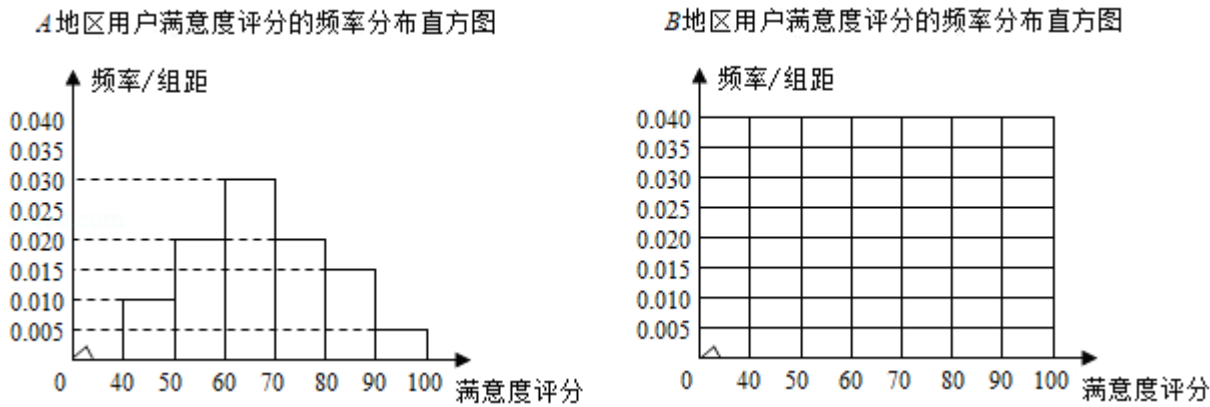
13. (3分) 已知函数 $f(x) = ax^3 - 2x$ 的图象过点 $(-1, 4)$ 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. (3分) 若x, y满足约束条件 $\begin{cases} x+y-5 \leq 0 \\ 2x-y-1 \geq 0 \\ x-2y+1 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=2x+y$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. (3分) 已知双曲线过点 $(4, \sqrt{3})$ 且渐近线方程为 $y = \pm \frac{1}{2}x$, 则该双曲线的标准方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. (3分) 已知曲线 $y = x + \ln x$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线与曲线 $y = ax^2 + (a+2)x + 1$ 相切, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

三. 解答题

17. $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上的点, AD 平分 $\angle BAC$, $BD=2DC$

- (I) 求 $\frac{\sin \angle B}{\sin \angle C}$.
- (II) 若 $\angle BAC=60^\circ$, 求 $\angle B$.

18. 某公司为了了解用户对其产品的满意度, 从A, B两地区分别随机调查了40个用户, 根据用户对产品的满意度评分, 得到A地区用户满意度评分的频率分布直方图和B地区用户满意度评分的频数分布表



B地区用户满意度评分的频数分布表

满意度评分分组	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100)
频数	2	8	14	10	6

- (I) 做出B地区用户满意度评分的频率分布直方图, 并通过直方图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度 (不要求计算出具体值, 给出结论即可)
- (II) 根据用户满意度评分, 将用户的满意度从低到高分三个不等级:

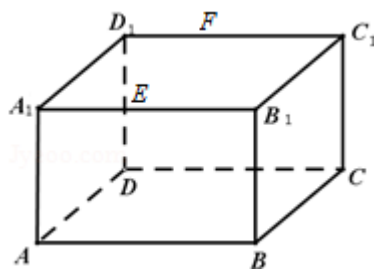
满意度评分	低于70分	70分到89分	不低于90分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

估计哪个地区用户的满意度等级为不满意的概率大? 说明理由.

19. (12分) 如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=16$, $BC=10$, $AA_1=8$, 点 E , F 分别在 A_1B_1 , D_1C_1 上, $A_1E=D_1F=4$. 过 E , F 的平面 α 与此长方体的面相交, 交线围成一个正方形

(I) 在图中画出这个正方形 (不必说出画法和理由)

(II) 求平面 α 把该长方体分成的两部分体积的比值.



20. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$) 的离心率 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 $(2, \sqrt{2})$ 在 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 直线 l 不过原点 O 且不平行于坐标轴, l 与 C 有两个交点 A , B , 线段 AB 的中点为 M . 证明: 直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值.

21. 设函数 $f(x) = \ln x + a(1 - x)$.

(I) 讨论: $f(x)$ 的单调性;

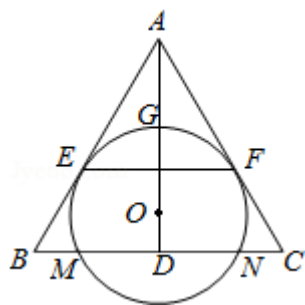
(II) 当 $f(x)$ 有最大值, 且最大值大于 $2a - 2$ 时, 求 a 的取值范围.

四、选修4-1：几何证明选讲

22. (10分) 如图, O 为等腰三角形 ABC 内一点, $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的底边 BC 交于 M, N 两点, 与底边上的高 AD 交于点 G , 且与 AB, AC 分别相切于 E, F 两点.

(1) 证明: $EF \parallel BC$;

(2) 若 AG 等于 $\odot O$ 的半径, 且 $AE = MN = 2\sqrt{3}$, 求四边形 $EBCF$ 的面积.



五、选修4-4：坐标系与参数方程

23. (10分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C_1: \begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数, $t \neq 0$), 其中 $0 \leq \alpha \leq \pi$, 在以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 $C_2: \rho = 2 \sin \theta$, $C_3: \rho = 2\sqrt{3} \cos \theta$.

(1) 求 C_2 与 C_3 交点的直角坐标;

(2) 若 C_1 与 C_2 相交于点 A , C_1 与 C_3 相交于点 B , 求 $|AB|$ 的最大值.

六、选修4-5不等式选讲

24. (10分) 设 a, b, c, d 均为正数, 且 $a+b=c+d$, 证明:

(1) 若 $ab > cd$, 则 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$;

(2) $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ 是 $|a - b| < |c - d|$ 的充要条件.