

2010年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 复数 $(\frac{3-i}{1+i})^2 = (\quad)$
A. $-3-4i$ B. $-3+4i$ C. $3-4i$ D. $3+4i$
2. (5分) 函数 $y = \frac{1+\ln(x-1)}{2}$ ($x > 1$) 的反函数是 (\quad)
A. $y = e^{2x-1} - 1$ ($x > 0$) B. $y = e^{2x-1} + 1$ ($x > 0$)
C. $y = e^{2x-1} - 1$ ($x \in \mathbb{R}$) D. $y = e^{2x-1} + 1$ ($x \in \mathbb{R}$)
3. (5分) 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq -1 \\ y \geq x \\ 3x + 2y \leq 5 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最大值为 (\quad)
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. (5分) 如果等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_4 + a_5 = 12$, 那么 $a_1 + a_2 + \dots + a_7 = (\quad)$
A. 14 B. 21 C. 28 D. 35
5. (5分) 不等式 $\frac{x^2-x-6}{x-1} > 0$ 的解集为 (\quad)
A. $\{x | x < -2, \text{ 或 } x > 3\}$ B. $\{x | x < -2, \text{ 或 } 1 < x < 3\}$
C. $\{x | -2 < x < 1, \text{ 或 } x > 3\}$ D. $\{x | -2 < x < 1, \text{ 或 } 1 < x < 3\}$
6. (5分) 将标号为1, 2, 3, 4, 5, 6的6张卡片放入3个不同的信封中, 若每个信封放2张, 其中标号为1, 2的卡片放入同一信封, 则不同的方法共有 (\quad)
A. 12种 B. 18种 C. 36种 D. 54种
7. (5分) 为了得到函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需把函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象 (\quad)
A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个长度单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个长度单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个长度单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个长度单位
8. (5分) $\triangle ABC$ 中, 点D在边AB上, CD平分 $\angle ACB$, 若 $\overrightarrow{CB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, 则 $\overrightarrow{CD} = (\quad)$

A. $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ B. $\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ C. $\frac{3}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}$ D. $\frac{4}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$

9. (5分) 已知正四棱锥S - ABCD中, $SA=2\sqrt{3}$, 那么当该棱锥的体积最大时, 它的高为()

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

10. (5分) 若曲线 $y=\frac{1}{x^{-2}}$ 在点 $(a, \frac{1}{a^{-2}})$ 处的切线与两个坐标围成的三角形的面积为18, 则 $a=()$

- A. 64 B. 32 C. 16 D. 8

11. (5分) 与正方体ABCD - A₁B₁C₁D₁的三条棱AB、CC₁、A₁D₁所在直线的距离相等的点()

- A. 有且只有1个 B. 有且只有2个 C. 有且只有3个 D. 有无数个

12. (5分) 已知椭圆T: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 过右焦点F且

斜率为k ($k > 0$) 的直线与T相交于A, B两点, 若 $\overline{AF}=3\overline{FB}$, 则k=()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 已知 α 是第二象限的角, $\tan(\pi+2\alpha) = -\frac{4}{3}$, 则 $\tan\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (5分) 若 $(x - \frac{a}{x})^9$ 的展开式中 x^3 的系数是-84, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. (5分) 已知抛物线C: $y^2=2px$ ($p>0$) 的准线l, 过M (1, 0) 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与l相交于A, 与C的一个交点为B, 若 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$, 则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. (5分) 已知球O的半径为4, 圆M与圆N为该球的两个小圆, AB为圆M与圆N的公共弦, $AB=4$, 若 $OM=ON=3$, 则两圆圆心的距离MN = $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) $\triangle ABC$ 中, D为边BC上的一点, $BD=33$, $\sin B=\frac{5}{13}$, $\cos \angle ADC=\frac{3}{5}$,

求AD.

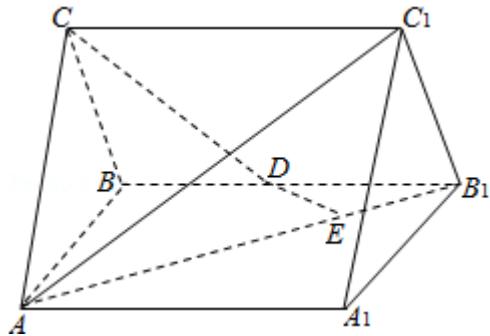
18. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前n项和 $S_n = (n^2+n) \cdot 3^n$.

(I) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n}$; (II) 证明: $\frac{a_1}{1^2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{n^2} > 3^n$.

19. (12分) 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC$, $AA_1=AB$, D 为 BB_1 的中点, E 为 AB_1 上的一点, $AE=3EB_1$.

(I) 证明: DE 为异面直线 AB_1 与 CD 的公垂线;

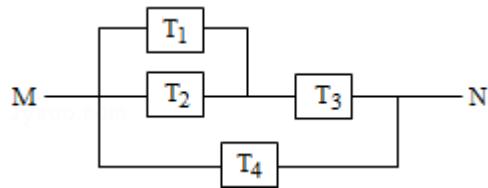
(II) 设异面直线 AB_1 与 CD 的夹角为 45° , 求二面角 $A_1 - AC_1 - B_1$ 的大小.



20. (12分) 如图, 由M到N的电路中有4个元件, 分别标为 T_1 , T_2 , T_3 , T_4 , 电流能通过 T_1 , T_2 , T_3 的概率都是P, 电流能通过 T_4 的概率是0.9, 电流通能否通过各元件相互独立. 已知 T_1 , T_2 , T_3 中至少有一个能通过电流的概率为0.999

(I) 求P;

(II) 求电能在M与N之间通过的概率.



21. (12分) 已知斜率为1的直线l与双曲线C: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)相交于B、D两点，且BD的中点为M (1, 3).

(I) 求C的离心率;

(II) 设C的右顶点为A, 右焦点为F, $|DF| \cdot |BF| = 17$, 证明: 过A、B、D三点的圆与x轴相切.

22. (12分) 设函数 $f(x) = 1 - e^{-x}$.

(I) 证明: 当 $x > -1$ 时, $f(x) \geq \frac{x}{x+1}$;

(II) 设当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \leq \frac{x}{ax+1}$, 求a的取值范围.