

2011年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）复数 $z=1+i$ ， \bar{z} 为 z 的共轭复数，则 $z \cdot \bar{z} - z - 1 =$ （ ）
A. $-2i$ B. $-i$ C. i D. $2i$
2. （5分）函数 $y=2\sqrt{x}$ ($x \geq 0$) 的反函数为（ ）
A. $y=\frac{x^2}{4}$ ($x \in \mathbb{R}$) B. $y=\frac{x^2}{4}$ ($x \geq 0$) C. $y=4x^2$ ($x \in \mathbb{R}$) D. $y=4x^2$ ($x \geq 0$)
3. （5分）下面四个条件中，使 $a > b$ 成立的充分而不必要的条件是（ ）
A. $a > b+1$ B. $a > b-1$ C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$
4. （5分）设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1=1$ ，公差 $d=2$ ， $S_{k+2} - S_k=24$ ，则 $k=$ （ ）
A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
5. （5分）设函数 $f(x) = \cos \omega x$ ($\omega > 0$)，将 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后，所得的图象与原图象重合，则 ω 的最小值等于（ ）
A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. 6 D. 9
6. （5分）已知直二面角 $\alpha - l - \beta$ ，点 $A \in \alpha$ ， $AC \perp l$ ， C 为垂足， $B \in \beta$ ， $BD \perp l$ ， D 为垂足，若 $AB=2$ ， $AC=BD=1$ ，则 D 到平面 ABC 的距离等于（ ）
A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. 1
7. （5分）某同学有同样的画册2本，同样的集邮册3本，从中取出4本赠送给4位朋友，每位朋友1本，则不同的赠送方法共有（ ）
A. 4种 B. 10种 C. 18种 D. 20种
8. （5分）曲线 $y=e^{-2x}+1$ 在点 $(0, 2)$ 处的切线与直线 $y=0$ 和 $y=x$ 围成的三角形的面积为（ ）
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1
9. （5分）设 $f(x)$ 是周期为2的奇函数，当 $0 \leq x \leq 1$ 时， $f(x) = 2x(1-x)$ ，则 $f(-\frac{5}{2}) =$ （ ）
A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$
10. （5分）已知抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点为 F ，直线 $y=2x-4$ 与 C 交于 A, B 两点，

则 $\cos\angle AFB=$ ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

11. (5分) 已知平面 α 截一球面得圆M, 过圆心M且与 α 成 60° 二面角的平面 β 截该球面得圆N, 若该球的半径为4, 圆M的面积为 4π , 则圆N的面积为 ()

- A. 7π B. 9π C. 11π D. 13π

12. (5分) 设向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1, \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}, \langle \vec{a} - \vec{c}, \vec{b} - \vec{c} \rangle = 60^\circ$, 则 $|\vec{c}|$ 的最大值等于 ()

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分. 把答案填在题中横线上. (注意: 在试题卷上作答无效)

13. (5分) $(1-\sqrt{x})^{20}$ 的二项展开式中, x 的系数与 x^9 的系数之差为_____.

14. (5分) 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\tan 2\alpha =$ _____.

15. (5分) 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$ 的左、右焦点, 点 $A \in C$, 点

M的坐标为 $(2, 0)$, AM为 $\angle F_1AF_2$ 的平分线, 则 $|AF_2| =$ _____.

16. (5分) 已知E、F分别在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱 BB_1, CC_1 上, 且 $B_1E = 2EB, CF = 2FC_1$, 则面AEF与面ABC所成的二面角的正切值等于_____.

三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) $\triangle ABC$ 的内角A、B、C的对边分别为a、b、c. 已知 $A - C = \frac{\pi}{2}$, $a + c = \sqrt{2}b$, 求C.

18. (12分) 根据以往统计资料, 某地车主购买甲种保险的概率为0.5, 购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为0.3. 设各车主购买保险相互独立.

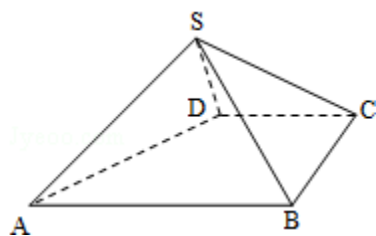
(I) 求该地1位车主至少购买甲、乙两种保险中的1种的概率;

(II) X 表示该地的100位车主中, 甲、乙两种保险都不购买的车主数. 求 X 的期望.

19. (12分) 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $BC \perp CD$, 侧面 SAB 为等边三角形, $AB=BC=2$, $CD=SD=1$.

(I) 证明: $SD \perp$ 平面 SAB ;

(II) 求 AB 与平面 SBC 所成的角的大小.



20. (12分) 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=0$ 且 $\frac{1}{1-a_{n+1}} - \frac{1}{1-a_n} = 1$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

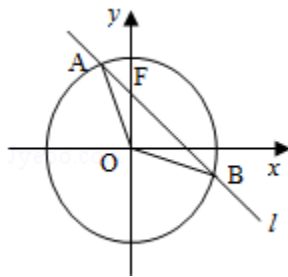
(II) 设 $b_n = \frac{1 - \sqrt{a_{n+1}}}{\sqrt{n}}$, 记 $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$, 证明: $S_n < 1$.

21. (12分) 已知O为坐标原点，F为椭圆C: $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 在y轴正半轴上的焦点

，过F且斜率为 $-\sqrt{2}$ 的直线l与C交于A、B两点，点P满足 $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OP} = \vec{0}$.

(I) 证明：点P在C上；

(II) 设点P关于点O的对称点为Q，证明：A、P、B、Q四点在同一圆上.



22. (12分) (I) 设函数 $f(x) = \ln(1+x) - \frac{2x}{x+2}$, 证明：当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$

.

(II) 从编号1到100的100张卡片中每次随机抽取一张，然后放回，用这种方式连续抽取20次，设抽到的20个号码互不相同的概率为p，证明：

$$p < \left(\frac{9}{10}\right)^{19} < \frac{1}{e^2}.$$