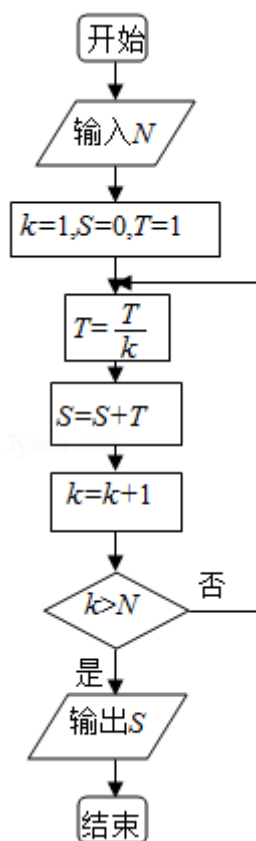


2013年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. (5分) 已知集合 $M=\{x \mid -3 < x < 1, x \in \mathbb{R}\}$, $N=\{-3, -2, -1, 0, 1\}$, 则 $M \cap N =$ ()
- A. $\{-2, -1, 0, 1\}$ B. $\{-3, -2, -1, 0\}$
C. $\{-2, -1, 0\}$ D. $\{-3, -2, -1\}$
2. (5分) $|\frac{2}{1+i}| =$ ()
- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 1
3. (5分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ x+y+1 \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$, 则 $z=2x-3y$ 的最小值是 ()
- A. -7 B. -6 C. -5 D. -3
4. (5分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b=2, B=\frac{\pi}{6}, C=\frac{\pi}{4}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
- A. $2\sqrt{3}+2$ B. $\sqrt{3}+1$ C. $2\sqrt{3}-2$ D. $\sqrt{3}-1$
5. (5分) 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是 C 上的点, $PF_2 \perp F_1F_2$, $\angle PF_1F_2 = 30^\circ$, 则 C 的离心率为 ()
- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
6. (5分) 已知 $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $\cos^2(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ ()
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
7. (5分) 执行如图的程序框图, 如果输入的 $N=4$, 那么输出的 $S =$ ()

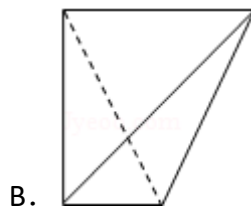
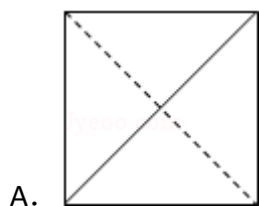


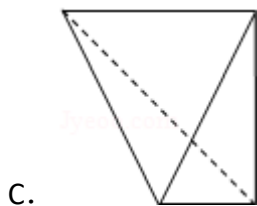
- A. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
- B. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{4 \times 3 \times 2}$
- C. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$
- D. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{4 \times 3 \times 2} + \frac{1}{5 \times 4 \times 3 \times 2}$

8. (5分) 设 $a = \log_3 2$, $b = \log_5 2$, $c = \log_2 3$, 则 ()

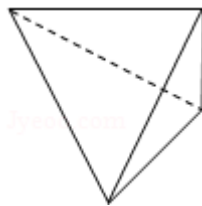
- A. $a > c > b$ B. $b > c > a$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

9. (5分) 一个四面体的顶点在空间直角坐标系 $O - xyz$ 中的坐标分别是 $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(0, 0, 0)$, 画该四面体三视图中的正视图时, 以 zOx 平面为投影面, 则得到正视图可以为 ()





C.



D.

10. (5分) 设抛物线C: $y^2=4x$ 的焦点为F, 直线l过F且与C交于A, B两点. 若 $|AF|=3|BF|$, 则l的方程为 ()

A. $y=x-1$ 或 $y=-x+1$

B. $y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$ 或

$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$

C. $y=\sqrt{3}(x-1)$ 或 $y=-\sqrt{3}(x-1)$

D. $y=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$ 或

$y=-\frac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$

11. (5分) 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, 下列结论中错误的是 ()

A. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, f(x_0)=0$

B. 函数 $y=f(x)$ 的图象是中心对称图形

C. 若 x_0 是 $f(x)$ 的极小值点, 则 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, x_0)$ 上单调递减

D. 若 x_0 是 $f(x)$ 的极值点, 则 $f'(x_0)=0$

12. (5分) 若存在正数 x 使 $2^x(x-a) < 1$ 成立, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(-2, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(-1, +\infty)$

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题4分.

13. (4分) 从1, 2, 3, 4, 5中任意取出两个不同的数, 其和为5的概率是_____.

14. (4分) 已知正方形ABCD的边长为2, E为CD的中点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD}$ =_____.

15. (4分) 已知正四棱锥O-ABCD的体积为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 底面边长为 $\sqrt{3}$, 则以O为球心, OA为半径的球的表面积为_____.

16. (4分) 函数 $y=\cos(2x+\phi)$ ($-\pi \leq \phi < \pi$)的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后, 与函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象重合, 则 ϕ =_____.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (12分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为零， $a_1=25$ ，且 a_1 ， a_{11} ， a_{13} 成等比数列.

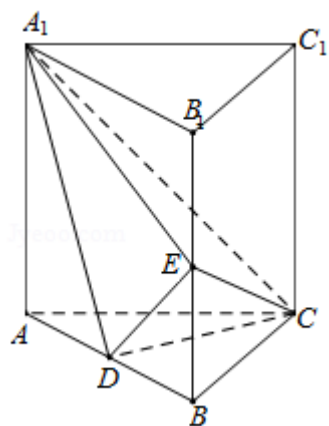
(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 求 $a_1+a_4+a_7+\dots+a_{3n-2}$.

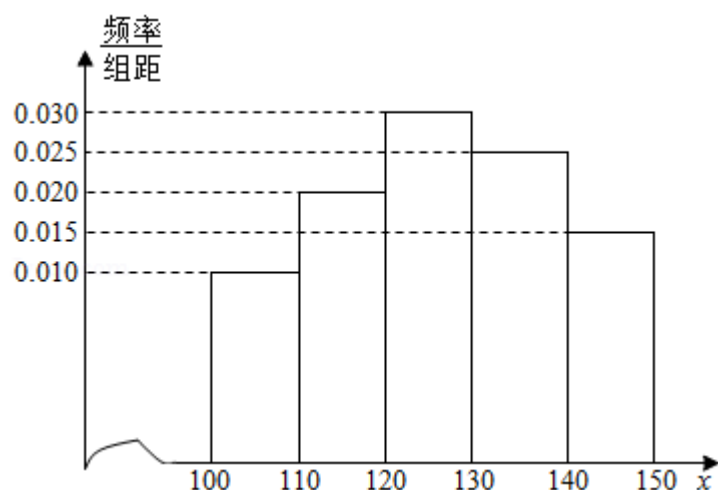
18. (12分) 如图，直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，D，E分别是AB， BB_1 的中点

(I) 证明： $BC_1 \parallel$ 平面 A_1CD ；

(II) $AA_1=AC=CB=2$ ， $AB=2\sqrt{2}$ ，求三棱锥 $C - A_1DE$ 的体积.



19. (12分) 经销商经销某种农产品, 在一个销售季度内, 每售出1t该产品获利润500元, 未售出的产品, 每1t亏损300元. 根据历史资料, 得到销售季度内市场需求量的频率分布直方图, 如图所示. 经销商为下一个销售季度购进了130t该农产品. 以 X (单位: t, $100 \leq X \leq 150$) 表示下一个销售季度内的市场需求量, T (单位: 元) 表示下一个销售季度内经销该农产品的利润.



- (I) 将 T 表示为 X 的函数;
 (II) 根据直方图估计利润 T 不少于57000元的概率.

20. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 P 在 x 轴上截得线段长为 $2\sqrt{2}$, 在 y 轴上截得线段长为 $2\sqrt{3}$.

- (I) 求圆心 P 的轨迹方程;
 (II) 若 P 点到直线 $y=x$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 求圆 P 的方程.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = x^2 e^{-x}$

(I) 求 $f(x)$ 的极小值和极大值;

(II) 当曲线 $y=f(x)$ 的切线 l 的斜率为负数时, 求 l 在 x 轴上截距的取值范围.

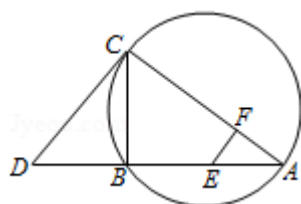
选做题. 请考生在第22、23、24题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一部分, 作答时请写清题号.

22. 【选修4 - 1几何证明选讲】

如图, CD 为 $\triangle ABC$ 外接圆的切线, AB 的延长线交直线 CD 于点 D , E 、 F 分别为弦 AB 与弦 AC 上的点, 且 $BC \cdot AE = DC \cdot AF$, B 、 E 、 F 、 C 四点共圆.

(1) 证明: CA 是 $\triangle ABC$ 外接圆的直径;

(2) 若 $DB = BE = EA$, 求过 B 、 E 、 F 、 C 四点的圆的面积与 $\triangle ABC$ 外接圆面积的比值.



23. 已知动点P、Q都在曲线C: $\begin{cases} x=2\cos\beta \\ y=2\sin\beta \end{cases}$ (β 为参数)上, 对应参数分别为 $\beta=\alpha$ 与 $\beta=2\alpha$ ($0<\alpha<2\pi$), M为PQ的中点.

(1) 求M的轨迹的参数方程;

(2) 将M到坐标原点的距离d表示为 α 的函数, 并判断M的轨迹是否过坐标原点.

24. (14分) 【选修4 - 5; 不等式选讲】

设a, b, c均为正数, 且 $a+b+c=1$, 证明:

$$(I) \quad ab+bc+ca \leq \frac{1}{3}$$

$$(II) \quad \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq 1.$$