

2014 年普通高等学校招生全国统一考试 (重庆卷)

数学试题 (文史类)

一.选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个备选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 实部为 -2, 虚部为 1 的复数所对应的点位于复平面的 ()

A. 第一象限 B. 第二象限

C. 第三象限 D. 第四象限

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_3 + a_5 = 10$, 则 $a_7 =$ ()

A. 5

B. 8

C. 10

D. 14

3. 某中学有高中生 3500 人, 初中生 1500 人, 为了解学生的学习情况, 用分层抽样的方法从该校学生中抽取一个容量为 n 的样本, 已知从高中生中抽取 70 人, 则 n 为 ()

A. 100

B. 150

C. 200

D. 250

4. 下列函数为偶函数的是 ()

A. $f(x) = x - 1$

B. $f(x) = x^2 + x$

C. $f(x) = 2^x - 2^{-x}$

D. $f(x) = 2^x + 2^{-x}$

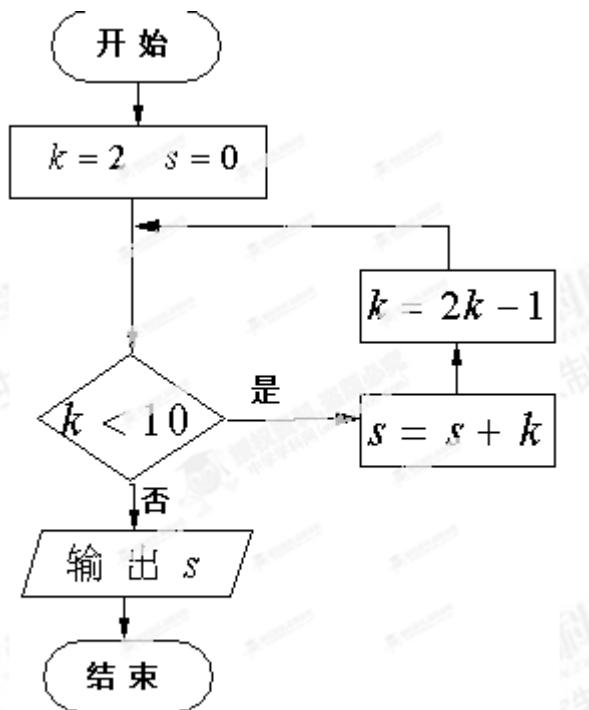
5. 执行如题 (5) 图所示的程序框图, 则输出 s 的值为 ()

A. 10

B. 17

C. 19

D. 36

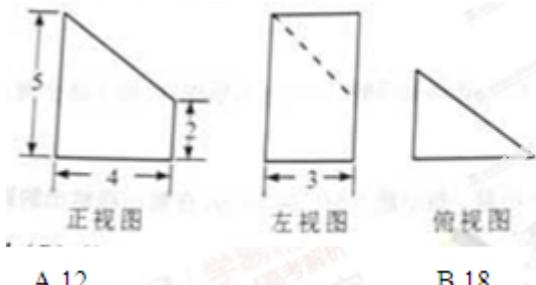


题(5)图

6. 已知命题 p : 对任意 $x \in R$, 总有 $|x| \geq 0$; q : $x=1$ 是方程 $x+2=0$ 的根, 则下列命题为真命题的是()

A. $p \wedge \neg q$ B. $\neg p \wedge q$ C. $\neg p \wedge \neg q$ D. $p \wedge q$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为()



A. 12

B. 18

C. 24

D. 30

8. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 双曲线上存在一点 P 使得 $(|PF_1| - |PF_2|)^2 = b^2 - 3ab$, 则该双曲线的离心率为()

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{15}$ C. 4 D. $\sqrt{17}$

9. 若 $\log_4(3a+4b) = \log_2 \sqrt{ab}$, 则 $a+b$ 的最小值是()

A. $6+2\sqrt{3}$ B. $7+2\sqrt{3}$ C. $6+4\sqrt{3}$ D. $7+4\sqrt{3}$

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} - 3, & x \in (-1, 0] \\ x, & x \in (0, 1] \end{cases}$, 且 $g(x) = f(x) - mx - m$ 在 $(-1, 1]$ 内有且仅有两个不同的零点, 则实数 m 的取值范围是()

A. $(-\frac{9}{4}, -2] \cup (0, \frac{1}{2}]$

B. $(-\frac{11}{4}, -2] \cup (0, \frac{1}{2}]$

C. $(-\frac{9}{4}, -2] \cup (0, \frac{2}{3}]$

D. $(-\frac{11}{4}, -2] \cup (0, \frac{2}{3}]$

二、填空题: 本大题共 5 小题, 第小题 5 分, 共 25 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.

11. 已知集合 $A = \{3, 4, 5, 12, 13\}$, $B = \{2, 3, 5, 8, 13\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 60° , 且 $\vec{a} = (-2, -\sqrt{3})$, $|\vec{b}| = \sqrt{10}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$) 图像上每一点的横坐标缩短为原来的

一半, 纵坐标不变, 再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到 $y = \sin x$ 的图像, 则 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知直线 $x - y + a = 0$ 与圆心为 C 的圆 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ 相交于 A, B 两点, 且

$AC \perp BC$, 则实数 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 某校早上 8:00 开始上课, 假设该校学生小张与小王在早上 7:30—7:50 之间到校, 且每人在该时间段的任何时刻到校是等可能的, 则小张比小王至少早 5 分钟到校的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用数字作答)

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

16. (本小题满分 13 分. (I) 小问 6 分, (II) 小问 7 分)

已知 $\{a_n\}$ 是首项为 1, 公差为 2 的等差数列, S_n 表示 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

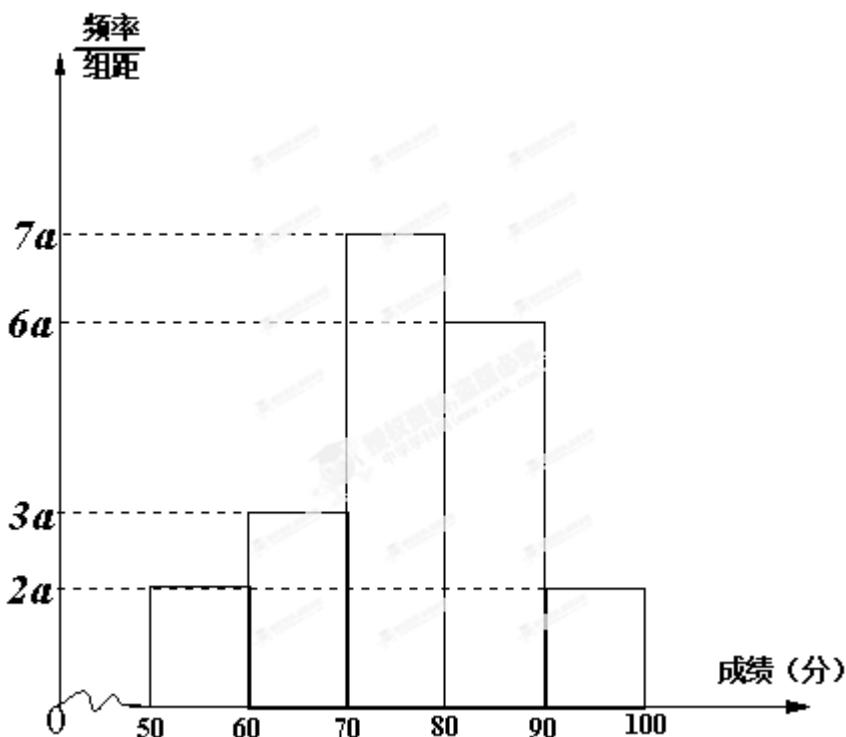
(I) 求 a_n 及 S_n ;

(II) 设 $\{b_n\}$ 是首项为 2 的等比数列, 公比 q 满足 $q^2 - (a_4 + 1)q + S_4 = 0$, 求 $\{b_n\}$ 的通项公式及其前 n

项和 T_n .

17. (本小题满分 13 分. (I) 小问 4 分, (II) 小问 4 分, (III) 小问 5 分)

20 名学生某次数学考试成绩 (单位: 分) 的频数分布直方图如下:



- (I) 求频率分布直方图中 a 的值；
 (II) 分别求出成绩落在 $[50, 60)$ 与 $[60, 70)$ 中的学生人数；
 (III) 从成绩在 $[50, 70)$ 的学生中人选 2 人，求此 2 人的成绩都在 $[60, 70)$ 中的概率.

18. (本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a+b+c=8$

(I) 若 $a=2, b=\frac{5}{2}$, 求 $\cos C$ 的值;

(II) 若 $\sin A \cos^2 \frac{B}{2} + \sin B \cos^2 \frac{A}{2} = 2 \sin C$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{9}{2} \sin C$, 求 a 和 b 的值.

19. (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

已知函数 $f(x)=\frac{x}{4}+\frac{a}{x}-\ln x-\frac{3}{2}$, 其中 $a \in R$, 且曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线垂直于 $y=\frac{1}{2}x$.

(I) 求 a 的值;

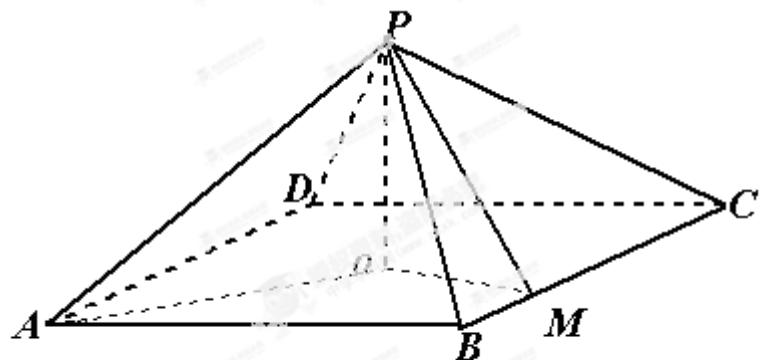
(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值.

20. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

如题 (20) 图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是以 O 为中心的菱形, $PO \perp$ 底面 $ABCD$,

$AB = 2, \angle BAD = \frac{\pi}{3}$, M 为 BC 上一点, 且 $BM = \frac{1}{2}$.

- (I) 证明: $BC \perp$ 平面 POM ;
 (II) 若 $MP \perp AP$, 求四棱锥 $P - ABMO$ 的体积.



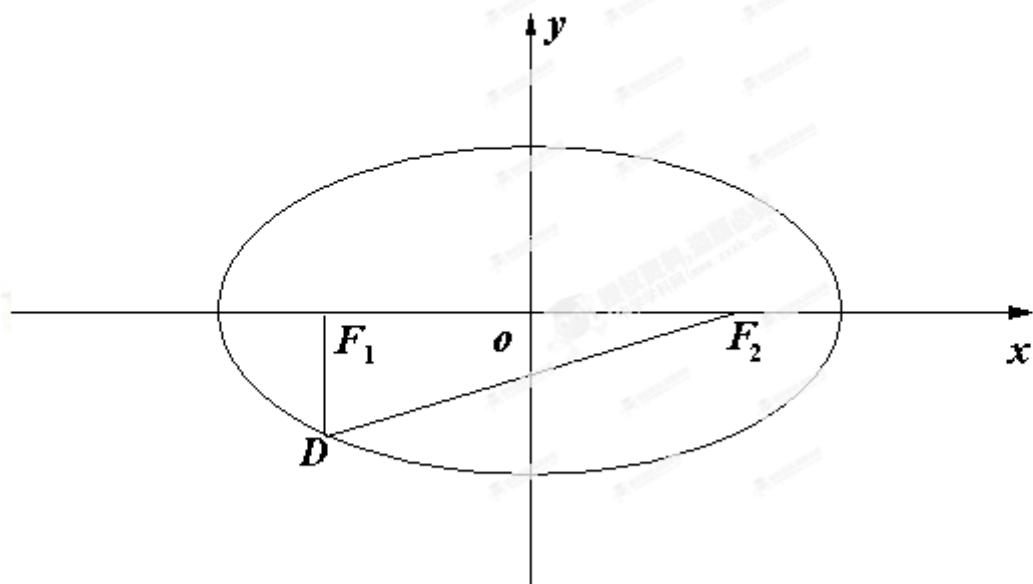
题(20)图

21. (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 D 在椭圆上,

$DF_1 \perp FF_2$, $\frac{|F_1F_2|}{|DF_1|} = 2\sqrt{2}$, ΔDF_1F_2 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- (I) 求该椭圆的标准方程;
- (II) 是否存在圆心在 y 轴上的圆, 使圆在 x 轴的上方与椭圆两个交点, 且圆在这两个交点处的两条切线相互垂直并分别过不同的焦点? 若存在, 求圆的方程, 若不存在, 请说明理由.



题(21)图