

2016年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

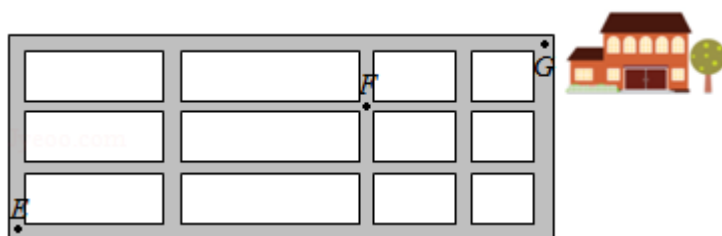
1. （5分）已知 $z = (m+3) + (m-1)i$ 在复平面内对应的点在第四象限，则实数 m 的取值范围是（ ）

A. $(-3, 1)$ B. $(-1, 3)$ C. $(1, +\infty)$
D. $(-\infty, -3)$
2. （5分）已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{x \mid (x+1)(x-2) < 0, x \in \mathbb{Z}\}$ ，则 $A \cup B$ 等于（ ）

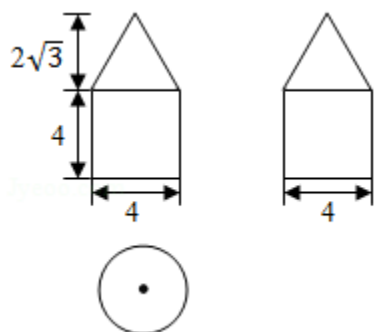
A. $\{1\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$
3. （5分）已知向量 $\vec{a} = (1, m)$ ， $\vec{b} = (3, -2)$ ，且 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ ，则 $m =$ （ ）

A. -8 B. -6 C. 6 D. 8
4. （5分）圆 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ 的圆心到直线 $ax + y - 1 = 0$ 的距离为1，则 $a =$ （ ）

A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
5. （5分）如图，小明从街道的E处出发，先到F处与小红会合，再一起到位于G处的老年公寓参加志愿者活动，则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为（ ）



- A. 24 B. 18 C. 12 D. 9
6. （5分）如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为（ ）



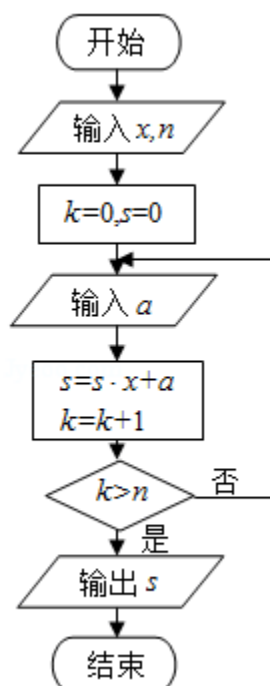
- A. 20π B. 24π C. 28π D. 32π

7. (5分) 若将函数 $y=2\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 则平移后的图象

的对称轴为 ()

- A. $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$ ($k\in\mathbb{Z}$) B. $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$ ($k\in\mathbb{Z}$)
C. $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$ ($k\in\mathbb{Z}$) D. $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$ ($k\in\mathbb{Z}$)

8. (5分) 中国古代有计算多项式值的秦九韶算法, 如图是实现该算法的程序框图. 执行该程序框图, 若输入的 $x=2$, $n=2$, 依次输入的 a 为 2, 2, 5, 则输出的 $s=$ ()



- A. 7 B. 12 C. 17 D. 34

9. (5分) 若 $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$, 则 $\sin 2\alpha=$ ()

- A. $\frac{7}{25}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. $-\frac{7}{25}$

10. (5分) 从区间 $[0, 1]$ 随机抽取 $2n$ 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ 构成 n 个数对 $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)$, 其中两数的平方和小于1的数对共有 m 个, 则用随机模拟的方法得到的圆周率 π 的近似值为 ()

- A. $\frac{4n}{m}$ B. $\frac{2n}{m}$ C. $\frac{4m}{n}$ D. $\frac{2m}{n}$

11. (5分) 已知 F_1, F_2 是双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左, 右焦点, 点 M 在 E 上, MF_1

与 x 轴垂直, $\sin \angle MF_2F_1 = \frac{1}{3}$, 则 E 的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

12. (5分) 已知函数 $f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) 满足 $f(-x) = 2 - f(x)$, 若函数 $y = \frac{x+1}{x}$ 与

$y = f(x)$ 图象的交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, 则 $\sum_{i=1}^m (x_i +$

$y_i) =$ ()

- A. 0 B. m C. $2m$ D. $4m$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分.

13. (5分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\cos A = \frac{4}{5}$, $\cos C = \frac{5}{13}$, $a=1$, 则 $b=$ _____.

14. (5分) α, β 是两个平面, m, n 是两条直线, 有下列四个命题:

- ①如果 $m \perp n, m \perp \alpha, n \parallel \beta$, 那么 $\alpha \perp \beta$.
 ②如果 $m \perp \alpha, n \parallel \alpha$, 那么 $m \perp n$.
 ③如果 $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha$, 那么 $m \parallel \beta$.
 ④如果 $m \parallel n, \alpha \parallel \beta$, 那么 m 与 α 所成的角和 n 与 β 所成的角相等.

其中正确的命题是_____ (填序号)

15. (5分) 有三张卡片, 分别写有1和2, 1和3, 2和3. 甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片, 甲看了乙的卡片后说: “我与乙的卡片上相同的数字不是2”, 乙看了丙的卡片后说: “我与丙的卡片上相同的数字不是1”, 丙说: “我的卡

片上的数字之和不是5”，则甲的卡片上的数字是_____.

16. （5分）若直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=\ln x+2$ 的切线，也是曲线 $y=\ln(x+1)$ 的切线，则 $b=$ _____.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. （12分） S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1=1$ ， $S_7=28$ ，记 $b_n=[\lg a_n]$ ，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，如 $[0.9]=0$ ， $[\lg 99]=1$.

（Ⅰ）求 b_1 ， b_{11} ， b_{101} ；

（Ⅱ）求数列 $\{b_n\}$ 的前1000项和.

18. （12分）某保险的基本保费为 a （单位：元），继续购买该保险的投保人成为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下：

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
保费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下：

一年内出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
概率	0.30	0.15	0.20	0.20	0.10	0.05

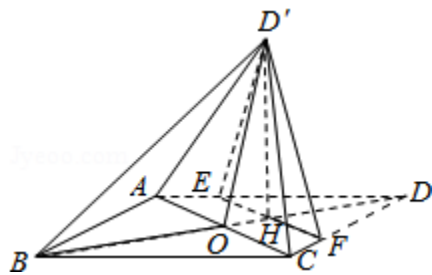
（Ⅰ）求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率；

（Ⅱ）若一续保人本年度的保费高于基本保费，求其保费比基本保费高出60%的概率；

（Ⅲ）求续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

19. （12分）如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O ， $AB=5$ ， $AC=6$ ，点 E ， F 分别在 AD ， CD 上， $AE=CF=\frac{5}{4}$ ， EF 交于 BD 于点 H ，将 $\triangle DEF$ 沿 EF 折到 $\triangle D'EF$ 的位置， $OD'=\sqrt{10}$.

- (I) 证明: $D'H \perp$ 平面 $ABCD$;
 (II) 求二面角 $B - D'A - C$ 的正弦值.



20. (12分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{t} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点在 x 轴上, A 是 E 的左顶点, 斜率为 k

($k > 0$) 的直线交 E 于 A, M 两点, 点 N 在 E 上, $MA \perp NA$.

(I) 当 $t=4$, $|AM|=|AN|$ 时, 求 $\triangle AMN$ 的面积;

(II) 当 $2|AM|=|AN|$ 时, 求 k 的取值范围.

21. (12分) (I) 讨论函数 $f(x) = \frac{x-2}{x+2}e^x$ 的单调性, 并证明当 $x > 0$ 时, $(x -$

$2)e^{x+x+2} > 0$;

(II) 证明: 当 $a \in [0, 1)$ 时, 函数 $g(x) = \frac{e^x - ax - a}{x^2}$ ($x > 0$) 有最小值. 设 g

(x) 的最小值为 $h(a)$ ，求函数 $h(a)$ 的值域.

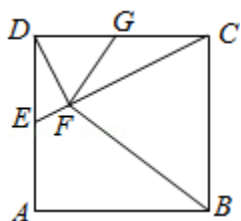
请考生在第22~24题中任选一个题作答，如果多做，则按所做的第一题计分. [

选修4-1：几何证明选讲]

22. (10分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E ， G 分别在边 DA ， DC 上（不与端点重合），且 $DE=DG$ ，过 D 点作 $DF \perp CE$ ，垂足为 F .

(I) 证明： B ， C ， G ， F 四点共圆；

(II) 若 $AB=1$ ， E 为 DA 的中点，求四边形 $BCGF$ 的面积.



[选修4-4：坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$.

(I) 以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求 C 的极坐标方程；

(II) 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x=t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数)， l 与 C 交与 A ， B 两点， $|AB|=\sqrt{10}$ ，求 l 的斜率.

[选修4-5：不等式选讲]

24. 已知函数 $f(x)=|x-\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{2}|$ ， M 为不等式 $f(x)<2$ 的解集.

(I) 求 M ；

(II) 证明：当 $a, b \in M$ 时， $|a+b|<|1+ab|$.