

2017 年浙江省高考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 5 分，满分 50 分）

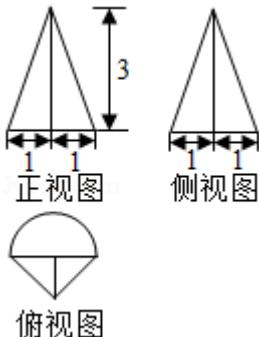
1. (5 分) 已知集合 $P = \{x \mid -1 < x < 1\}$, $Q = \{x \mid 0 < x < 2\}$, 那么 $P \cup Q = (\quad)$

- A. $(-1, 2)$ B. $(0, 1)$ C. $(-1, 0)$ D. $(1, 2)$

2. (5 分) 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率是 ()

- A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{9}$

3. (5 分) 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积 (单位: cm^3) 是 ()



- A. $\frac{\pi}{2} + 1$ B. $\frac{\pi}{2} + 3$ C. $\frac{3\pi}{2} + 1$ D. $\frac{3\pi}{2} + 3$

4. (5 分) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geqslant 0 \\ x+y-3 \geqslant 0 \\ x-2y \leqslant 0 \end{cases}$, 则 $z=x+2y$ 的取值范围是 ()

- A. $[0, 6]$ B. $[0, 4]$ C. $[6, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

5. (5 分) 若函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值是 M , 最小值是 m , 则 $M - m$ ()

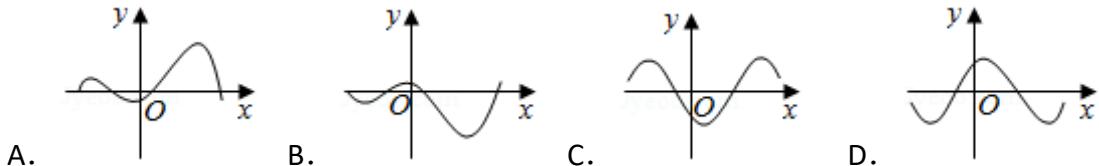
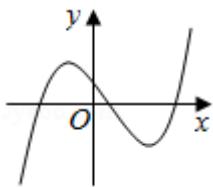
- A. 与 a 有关, 且与 b 有关 B. 与 a 有关, 但与 b 无关

- C. 与 a 无关, 且与 b 无关 D. 与 a 无关, 但与 b 有关

6. (5 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 前 n 项和为 S_n , 则 “ $d > 0$ ” 是 “ $S_4 + S_6 > 2S_5$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

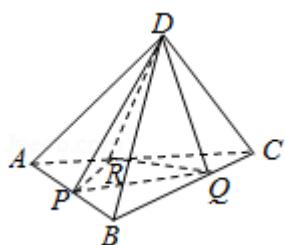
7. (5分) 函数 $y=f(x)$ 的导函数 $y=f'(x)$ 的图象如图所示, 则函数 $y=f(x)$ 的图象可能是 ()



8. (5分) 已知随机变量 ξ_i 满足 $P(\xi_i=1)=p_i$, $P(\xi_i=0)=1-p_i$, $i=1, 2$. 若 $0 < p_1 < p_2 < \frac{1}{2}$, 则 ()

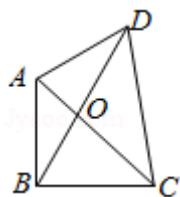
- A. $E(\xi_1) < E(\xi_2)$, $D(\xi_1) < D(\xi_2)$ B. $E(\xi_1) < E(\xi_2)$, $D(\xi_1) > D(\xi_2)$
 C. $E(\xi_1) > E(\xi_2)$, $D(\xi_1) < D(\xi_2)$ D. $E(\xi_1) > E(\xi_2)$, $D(\xi_1) > D(\xi_2)$

9. (5分) 如图, 已知正四面体 $D-ABC$ (所有棱长均相等的三棱锥), P, Q, R 分别为 AB, BC, CA 上的点, $AP=PB$, $\frac{BQ}{QC}=\frac{CR}{RA}=2$, 分别记二面角 $D-PR-Q$, $D-PQ-R$, $D-QR-P$ 的平面角为 α, β, γ , 则 ()



- A. $\gamma < \alpha < \beta$ B. $\alpha < \gamma < \beta$ C. $\alpha < \beta < \gamma$ D. $\beta < \gamma < \alpha$

10. (5分) 如图, 已知平面四边形 $ABCD$, $AB \perp BC$, $AB=BC=AD=2$, $CD=3$, AC 与 BD 交于点 O , 记 $I_1=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$, $I_2=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$, $I_3=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}$, 则 ()



- A. $I_1 < I_2 < I_3$ B. $I_1 < I_3 < I_2$ C. $I_3 < I_1 < I_2$ D. $I_2 < I_1 < I_3$

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分

11. (4 分) 我国古代数学家刘徽创立的“割圆术”可以估算圆周率 π ，理论上能把 π 的值计算到任意精度，祖冲之继承并发展了“割圆术”，将 π 的值精确到小数点后七位，其结果领先世界一千多年，“割圆术”的第一步是计算单位圆内接正六边形的面积 S_6 ， $S_6=$ _____.

12. (6 分) 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, $(a+bi)^2 = 3+4i$ (i 是虚数单位)，则 $a^2+b^2=$ _____，
 $ab=$ _____.

13. (6 分) 已知多项式 $(x+1)^3(x+2)^2 = x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5$ ，则 $a_4=$ _____，
 $a_5=$ _____.

14. (6 分) 已知 $\triangle ABC$ ， $AB=AC=4$ ， $BC=2$ ，点 D 为 AB 延长线上一点， $BD=2$ ，连接 CD ，则 $\triangle BDC$ 的面积是_____， $\cos \angle BDC=$ _____.

15. (6 分) 已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=1$ ， $|\vec{b}|=2$ ，则 $|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|$ 的最小值是_____，最大值是_____.

16. (4 分) 从 6 男 2 女共 8 名学生中选出队长 1 人，副队长 1 人，普通队员 2 人组成 4 人服务队，要求服务队中至少有 1 名女生，共有_____种不同的选法。(用数字作答)

17. (4 分) 已知 $a \in \mathbb{R}$ ，函数 $f(x) = |x + \frac{4}{x} - a| + a$ 在区间 $[1, 4]$ 上的最大值是 5，
则 a 的取值范围是_____.

三、解答题（共 5 小题，满分 74 分）

18. (14 分) 已知函数 $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x$ ($x \in \mathbb{R}$).

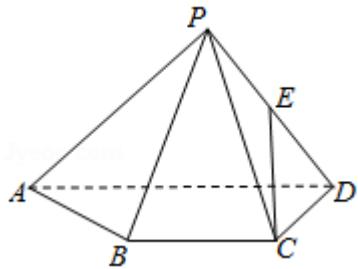
(I) 求 $f(\frac{2\pi}{3})$ 的值.

(II) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间.

19. (15 分) 如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ ， $\triangle PAD$ 是以 AD 为斜边的等腰直角三角形， $BC \parallel AD$ ， $CD \perp AD$ ， $PC=AD=2DC=2CB$ ， E 为 PD 的中点.

(I) 证明： $CE \parallel$ 平面 PAB ；

(II) 求直线 CE 与平面 PBC 所成角的正弦值.



20. (15分) 已知函数 $f(x) = (x - \sqrt{2x-1}) e^{-x}$ ($x \geq \frac{1}{2}$).

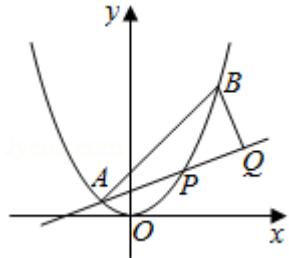
(1) 求 $f(x)$ 的导函数;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, +\infty)$ 上的取值范围.

21. (15分) 如图, 已知抛物线 $x^2=y$, 点 $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$, $B(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$, 抛物线上的点 $P(x, y)$ ($-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$), 过点 B 作直线 AP 的垂线, 垂足为 Q .

(I) 求直线 AP 斜率的取值范围;

(II) 求 $|PA| \cdot |PQ|$ 的最大值.



22. (15分) 已知数列 $\{x_n\}$ 满足: $x_1=1$, $x_n=x_{n+1}+\ln(1+x_{n+1})$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 证明: 当 $n \in \mathbb{N}^*$ 时,

(I) $0 < x_{n+1} < x_n$;

(II) $2x_{n+1} - x_n \leq \frac{x_n x_{n+1}}{2}$;

(III) $\frac{1}{2^{n-1}} \leq x_n \leq \frac{1}{2^{n-2}}$.