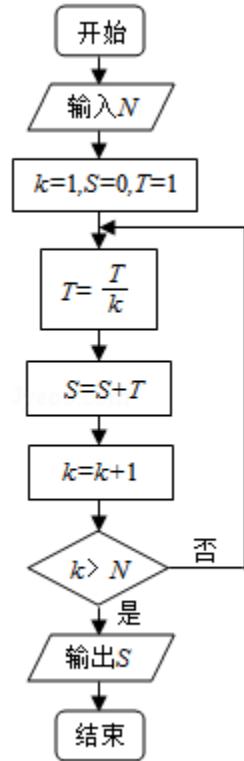


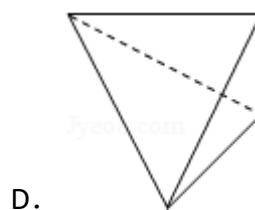
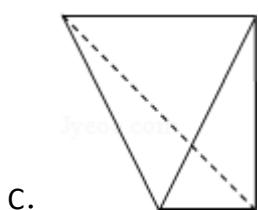
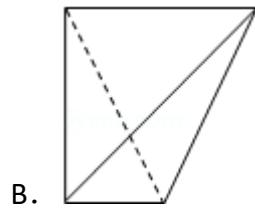
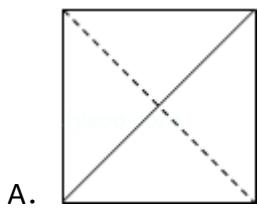
# 2013年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

**一、选择题：**本大题共12小题。每小题5分，共60分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5分) 已知集合  $M = \{x \mid (x - 1)^2 < 4, x \in \mathbb{R}\}$ ,  $N = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ , 则  $M \cap N = (\quad)$ 
  - A.  $\{0, 1, 2\}$
  - B.  $\{-1, 0, 1, 2\}$
  - C.  $\{-1, 0, 2, 3\}$
  - D.  $\{0, 1, 2, 3\}$
2. (5分) 设复数  $z$  满足  $(1 - i)z = 2i$ , 则  $z = (\quad)$ 
  - A.  $-1+i$
  - B.  $-1-i$
  - C.  $1+i$
  - D.  $1-i$
3. (5分) 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $S_3 = a_2 + 10a_1$ ,  $a_5 = 9$ , 则  $a_1 = (\quad)$ 
  - A.  $\frac{1}{3}$
  - B.  $-\frac{1}{3}$
  - C.  $\frac{1}{9}$
  - D.  $-\frac{1}{9}$
4. (5分) 已知  $m, n$  为异面直线,  $m \perp$  平面  $\alpha$ ,  $n \perp$  平面  $\beta$ . 直线  $l$  满足  $l \perp m$ ,  $l \perp n$ ,  $l \not\subset \alpha$ ,  $l \not\subset \beta$ , 则  $(\quad)$ 
  - A.  $\alpha \parallel \beta$  且  $l \parallel \alpha$
  - B.  $\alpha \perp \beta$  且  $l \perp \beta$
  - C.  $\alpha$  与  $\beta$  相交, 且交线垂直于  $l$
  - D.  $\alpha$  与  $\beta$  相交, 且交线平行于  $l$
5. (5分) 已知  $(1+ax)(1+x)^5$  的展开式中  $x^2$  的系数为 5, 则  $a = (\quad)$ 
  - A.  $-4$
  - B.  $-3$
  - C.  $-2$
  - D.  $-1$
6. (5分) 执行右面的程序框图, 如果输入的  $N=10$ , 那么输出的  $S= (\quad)$ 
  - A.  $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}$
  - B.  $1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots+\frac{1}{10!}$
  - C.  $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{11}$
  - D.  $1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots+\frac{1}{11!}$
7. (5分) 一个四面体的顶点在空间直角坐标系  $O-xyz$  中的



坐标分别是  $(1, 0, 1)$ ,  $(1, 1, 0)$ ,  $(0, 1, 1)$ ,  $(0, 0, 0)$ , 画该四面体三视图中的正视图时, 以  $zOx$  平面为投影面, 则得到正视图可以为  
( )



8. (5分) 设  $a=\log_3 6$ ,  $b=\log_5 10$ ,  $c=\log_7 14$ , 则 ( )

- A.  $c>b>a$       B.  $b>c>a$       C.  $a>c>b$       D.  $a>b>c$

9. (5分) 已知  $a>0$ , 实数  $x$ ,  $y$  满足:  $\begin{cases} x \geqslant 1 \\ x+y \leqslant 3 \\ y \geqslant a(x-3) \end{cases}$ , 若  $z=2x+y$  的最小值为 1,

则  $a=$  ( )

- A. 2      B. 1      C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{4}$

10. (5分) 已知函数  $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ , 下列结论中错误的是 ( )

- A.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}, f(x_0)=0$   
 B. 函数  $y=f(x)$  的图象是中心对称图形  
 C. 若  $x_0$  是  $f(x)$  的极小值点, 则  $f(x)$  在区间  $(-\infty, x_0)$  单调递减  
 D. 若  $x_0$  是  $f(x)$  的极值点, 则  $f'(x_0)=0$

11. (5分) 设抛物线  $C: y^2=2px$  ( $p>0$ ) 的焦点为  $F$ , 点  $M$  在  $C$  上,  $|MF|=5$ , 若以  $MF$  为直径的圆过点  $(0, 2)$ , 则  $C$  的方程为 ( )

- A.  $y^2=4x$  或  $y^2=8x$   
 B.  $y^2=2x$  或  $y^2=8x$   
 C.  $y^2=4x$  或  $y^2=16x$   
 D.  $y^2=2x$  或  $y^2=16x$

12. (5分) 已知点  $A(-1, 0)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(0, 1)$ , 直线  $y=ax+b$  ( $a>0$ ) 将  $\triangle ABC$  分割为面积相等的两部分, 则  $b$  的取值范围是 ( )

- A.  $(0, 1)$       B.  $(1-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$       C.  $(1-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{3}]$       D.  $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分.**

13. (5分) 已知正方形ABCD的边长为2, E为CD的中点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
14. (5分) 从n个正整数1, 2, ..., n中任意取出两个不同的数, 若取出的两数之和等于5的概率为 $\frac{1}{14}$ , 则n=  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
15. (5分) 设θ为第二象限角, 若 $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$ , 则 $\sin\theta + \cos\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ .
16. (5分) 等差数列{ $a_n$ }的前n项和为 $S_n$ , 已知 $S_{10}=0$ ,  $S_{15}=25$ , 则n $S_n$ 的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

**三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤：**

17. (12分)  $\triangle ABC$ 在内角A、B、C的对边分别为a, b, c, 已知 $a=b\cos C+c\sin B$

.

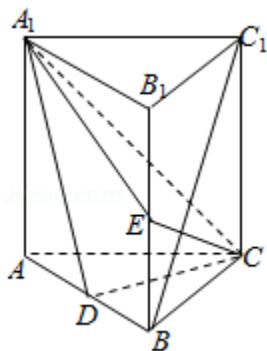
(I) 求B;

(II) 若b=2, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

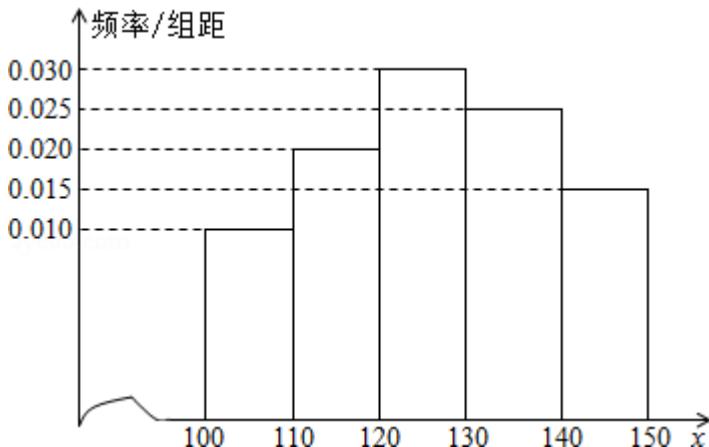
18. (12分) 如图, 直棱柱ABC - A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>中, D, E分别是AB, BB<sub>1</sub>的中点, AA<sub>1</sub>=AC=CB= $\frac{\sqrt{2}}{2}AB$ .

(I) 证明: BC<sub>1</sub>||平面A<sub>1</sub>CD

(II) 求二面角D - A<sub>1</sub>C - E的正弦值.



19. (12分) 经销商经销某种农产品，在一个销售季度内，每售出1t该产品获利润500元，未售出的产品，每1t亏损300元。根据历史资料，得到销售季度内市场需求量的频率分布直方图，如图所示。经销商为下一个销售季度购进了130t该农产品。以 $x$ （单位：t， $100 \leq x \leq 150$ ）表示下一个销售季度内的市场需求量， $T$ （单位：元）表示下一个销售季度内经销该农产品的利润。



- (I) 将 $T$ 表示为 $x$ 的函数；
- (II) 根据直方图估计利润 $T$ 不少于57000元的概率；
- (III) 在直方图的需求量分组中，以各组的区间中点值代表该组的各个值，并以需求量落入该区间的频率作为需求量取该区间中点值的概率（例如：若 $x \in [100, 110)$ ）则取 $x=105$ ，且 $x=105$ 的概率等于需求量落入[100, 110)的频率，求 $T$ 的数学期望。

20. (12分) 平面直角坐标系xOy中, 过椭圆M:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 右焦

点的直线 $x+y - \sqrt{3}=0$ 交M于A, B两点, P为AB的中点, 且OP的斜率为 $\frac{1}{2}$ .

(I) 求M的方程

(II) C, D为M上的两点, 若四边形ACBD的对角线CD $\perp$ AB, 求四边形ACBD面积的最大值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - \ln(x+m)$

(I) 设 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求m, 并讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 当 $m \leq 2$ 时, 证明 $f(x) > 0$ .

