

2009年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文史类）（北京卷）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷1至2页，第II卷3至9页，共150分。考试时间120分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第I卷（选择题 共40分）

注意事项：

1. 答第I卷前，考生务必将答题卡上的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔填写，用2B铅笔将准考证号对应的信息点涂黑。

2. 每小题选出答案后，将答题卡上对应题目的答案选中涂满涂黑，黑度以盖住框内字母为准，修改时用橡皮擦除干净。在试卷上作答无效。

一、本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 设集合 $A = \{x \mid -\frac{1}{2} < x < 2\}$, $B = \{x \mid x^2 \leq 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{x \mid -1 \leq x < 2\}$ B. $\{x \mid -\frac{1}{2} < x \leq 1\}$

C. $\{x \mid x < 2\}$ D. $\{x \mid 1 \leq x < 2\}$

2. 已知向量 $a = (1, 0)$, $b = (0, 1)$, $c = ka + b$ ($k \in R$), $d = a - b$, 如果 $c // d$, 那么

A. $k = 1$ 且 c 与 d 同向 B. $k = 1$ 且 c 与 d 反向

C. $k = -1$ 且 c 与 d 同向 D. $k = -1$ 且 c 与 d 反向

3. 若 $(1 + \sqrt{2})^4 = a + b\sqrt{2}$ (a, b 为有理数), 则 $a + b =$ ()

A. 33 B. 29 C. 23 D. 19

4. 为了得到函数 $y = \lg \frac{x+3}{10}$ 的图像，只需把函数 $y = \lg x$ 的图像上所有的点 ()

A. 向左平移3个单位长度，再向上平移1个单位长度

B. 向右平移3个单位长度，再向上平移1个单位长度

C. 向左平移3个单位长度，再向下平移1个单位长度

D. 向右平移3个单位长度，再向下平移1个单位长度

5. 用数字1, 2, 3, 4, 5组成的无重复数字的四位偶数的个数为 ()
A. 8 B. 24 C. 48 D. 120

6. “ $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ”是“ $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$ ”的
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 若正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为1， AB_1 与底面ABCD成 60° 角，则 A_1C_1 到底面ABCD的距离为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

8. 设D是正 $\Delta P_1P_2P_3$ 及其内部的点构成的集合，点 P_0 是 $\Delta P_1P_2P_3$ 的中心，若集合

- $S = \{P \mid P \in D, |PP_0| \leq |PP_i|, i=1,2,3\}$ ，则集合S表示的平面区域是 ()
A. 三角形区域 B. 四边形区域
C. 五边形区域 D. 六边形区域

第II卷 (110分)

注意事项：

1. 用铅笔或圆珠笔将答案直接写在试卷上。
2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚。

题号	二	三	总分			
			15	16	17	18
分数						

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分。把答案填写在题中横线上。

9. 若 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$, $\tan \theta > 0$ ，则 $\cos \theta =$.

10. 若数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n (n \in N^*)$ ，则 $a_5 =$ ；前8项的和 $S_8 =$

. (用数字作答)

11. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y-2 \geq 0, \\ x \leq 4, \\ x \leq 5, \end{cases}$ 则 $s = x + y$ 的最大值为 .

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \leq 1, \\ -x, & x > 1, \end{cases}$ 若 $f(x) = 2$, 则 $x =$.

14. 设 A 是整数集的一个非空子集, 对于 $k \in A$, 如果 $k-1 \notin A$ 且 $k+1 \notin A$, 那么称 k 是 A 的一个“孤立元”, 给定 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 由 S 的 3 个元素构成的所有集合中, 不含“孤立元”的集合共有 个.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

15. (本小题共 12 分)

已知函数 $f(x) = 2 \sin(\pi - x) \cos x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

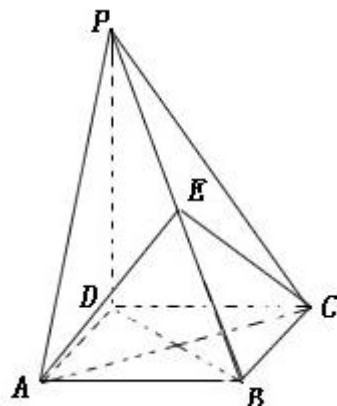
(II) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

16. (本小题共 14 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 点 E 在棱 PB 上.

(I) 求证: 平面 $AEC \perp$ 平面 PDB ;

(II) 当 $PD = \sqrt{2}AB$ 且 E 为 PB 的中点时, 求 AE 与平面 PDB 所成的角的大小.



17. (本小题共13分)

某学生在上学路上要经过4个路口，假设在各路口是否遇到红灯是相互独立的，遇到红灯的

概率都是 $\frac{1}{3}$ ，遇到红灯时停留的时间都是2min.

(I) 求这名学生在上学路上到第三个路口时首次遇到红灯的概率；

(II) 这名学生在上学路上因遇到红灯停留的总时间至多是4min的概率

18. (本小题共14分)

设函数 $f(x) = x^3 - 3ax + b(a \neq 0)$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处与直线 $y = 8$ 相切，求 a, b 的值；

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点.

19. (本小题共14分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，右准线方程为 $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

(I) 求双曲线C的方程；

(II) 已知直线 $x - y + m = 0$ 与双曲线C交于不同的两点A, B，且线段AB的中点在圆

$$x^2 + y^2 = 5$$
 上, 求m的值

20. (本小题共13分)

设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = pn + q (n \in N^*, P > 0)$. 数列 $\{b_n\}$ 定义如下: 对于正整数m , b_m 是使得不等式 $a_n \geq m$ 成立的所有n中的最小值.

(I) 若 $p = \frac{1}{2}, q = -\frac{1}{3}$, 求 b_3 ;

(II) 若 $p = 2, q = -1$, 求数列 $\{b_m\}$ 的前2m项和公式;

(III) 是否存在p和q, 使得 $b_m = 3m + 2 (m \in N^*)$? 如果存在, 求p和q的取值范围; 如果不存在, 请说明理由.