2009年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

理科数学

第Ⅰ卷

本试卷共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

参考公式：

如果事件 A，B 互斥，那么　　　　球的表面积公式 $S=4\pi R^2$

$P(A+B)=P(A)+P(B)$　　　　其中 R 表示球的半径

如果事件 A，B 相互独立，那么　　　　球的体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

$P(A\bullet B)=P(A)\bullet P(B)$　　　　其中 R 表示球的半径

一、选择题：

1. 设集合 $S=\{x\,|\,|x|<5\},T=\{x\,|\,x^2+4x-21<0\}$，则 $S\cap T=$

A. $\{x\,|\,-7<x<-5\}$　B. $\{x\,|\,3<x<5\}$　C. $\{x\,|\,-5<x<3\}$　D. $\{x\,|\,-7<x<5\}$

2. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} a+\log_2 x(\text{当}x\geq 2\text{时}) \\ \dfrac{x^2-4}{x-2}(\text{当}x<2\text{时}) \end{cases}$ 在点 $x=2$ 处连续，则常数 a 的值是

A．2　B．3　C．4　D．5

3. 复数 $\dfrac{(1+2i)^2}{3-4i}$ 的值是

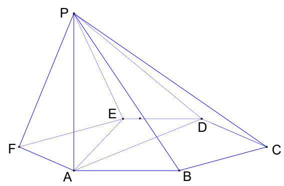
A．－1　B．1　C．－i　D．i

4. 已知函数 $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{2})(x\in R)$，下面结论错误的是

A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π　B. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上是增函数

C. 函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=0$ 对称　D. 函数 $f(x)$ 是奇函数

5.如图，已知六棱锥 $P-ABCDEF$ 的底面是正六边形，$PA\perp 平面ABC, PA=2AB$，则下列结论正确的是



A. $PB\perp AD$　　　　B.平面 $PAB\perp 平面PBC$

C. 直线 BC // 平面 PAE　　D. 直线PD与平面ABC所成的角为45°

6.已知 a,b,c,d 为实数，且 $c>d$。则"$a>b$"是"$a-c>b-d$"的

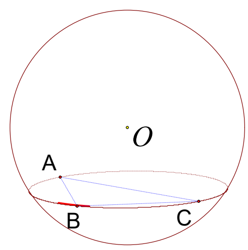
A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

7.已知双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，其一条渐近线方程为 $y=x$，点 $P(\sqrt{3},y_0)$ 在该双曲线上，则 $\overrightarrow{PF_1}\bullet\overrightarrow{PF_2}=$

A. -12　　B. -2　　C .0　　D. 4

8.如图，在半径为3的球面上有 A,B,C 三点，$\angle ABC=90^{\circ}, BA=BC$，球心 O 到平面 ABC 的距离是 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$，则 B、C 两点的球面距离是



A. $\frac{\pi}{3}$　　B. π　　C. $\frac{4\pi}{3}$　　D. 2π

9.已知直线 $l_1: 4x-3y+6=0$ 和直线 $l_2: x=-1$，抛物线 $y^2=4x$ 上一动点 P 到直线 l_1 和直线 l_2 的距离之和的最小值是

A.2　　B.3　　C. $\frac{11}{5}$　　D. $\frac{37}{16}$

10.某企业生产甲、乙两种产品，已知生产每吨甲产品要用A原料3吨、B原料2吨；生产每吨乙产品要用A原料1吨、B原料3吨。销售每吨甲产品可获得利润5万元，每吨乙产品可获得利润3万元，该企业在一个生产周期内消耗A原料不超过13吨，B原料不超过18吨，那么该企业可获得最大利润是

A. 12万元　　B. 20万元　　C. 25万元　　D. 27万元

11.3位男生和3位女生共6位同学站成一排，若男生甲不站两端，3位女生中有且只有两位女生相邻，则不同排法的种数是

A. 360　　B. 228　　C. 216　　D. 96

12.已知函数 $f(x)$ 是定义在实数集 R 上的不恒为零的偶函数，且对任意实数 x 都有 $xf(x+1)=(1+x)f(x)$，则 $f(f(\frac{5}{2}))$ 的值是

A.0　　B.$\frac{1}{2}$　　C.1　　D.$\frac{5}{2}$

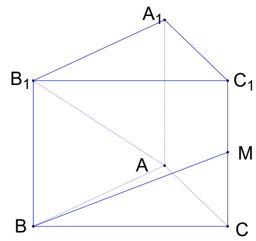
第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．把答案填在题中横线上．

13.$(2x-\frac{1}{2x})^6$ 的展开式的常数项是________（用数字作答）

14.若⊙$O_1: x^2+y^2=5$ 与⊙$O_2:(x-m)^2+y^2=20(m\in R)$ 相交于A、B两点，且两圆在点A处的切线互相垂直，则线段AB的长度是_____

15.如图，已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各条棱长都相等，M 是侧棱 CC_1 的中点，则异面直线 AB_1和BM 所成的角的大小是_____。



16．设 V 是已知平面 M 上所有向量的集合，对于映射 $f:V\to V, a\in V$，记 a 的象为 $f(a)$。若映射 $f:V\to V$ 满足：对所有 $a,b\in V$ 及任意实数 λ,μ 都有 $f(\lambda a+\mu b)=\lambda f(a)+\mu f(b)$，则 f 称为平面 M 上的线性变换。现有下列命题：

①设 f 是平面 M 上的线性变换，则 $f(0)=0$

②对 $a\in V,设f(a)=2a$，则 f 是平面 M 上的线性变换；

③若 e 是平面 M 上的单位向量，对 $a\in V,设f(a)=a-e$，则 f 是平面 M 上的线性变换；

④设 f 是平面 M 上的线性变换，$a,b\in V$，若 a,b 共线，则 $f(a),f(b)$ 也共线。

其中真命题是__________（写出所有真命题的序号）

三、解答题：本大题共6小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（本小题满分12分）

在$\triangle ABC$中，A,B为锐角，角A,B,C所对应的边分别为a,b,c，且

$$\cos 2A=\frac{3}{5},\sin B=\frac{\sqrt{10}}{10}$$

（I）求$A+B$的值；

（II）若$a+b=\sqrt{2}-1$，求a,b,c的值。

18.（本小题满分12分）

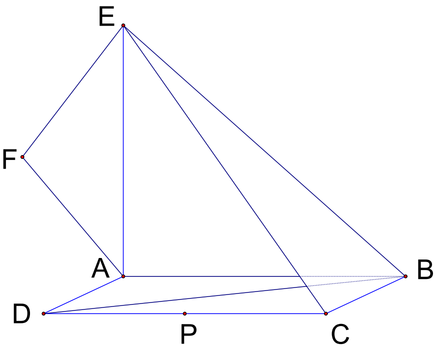
为振兴旅游业，四川省2009年面向国内发行总量为2000万张的熊猫优惠卡，向省外人士发行的是熊猫金卡（简称金卡），向省内人士发行的是熊猫银卡（简称银卡）。某旅游公司组织了一个有36名游客的旅游团到四川名胜旅游，其中$\frac{3}{4}$是省外游客，其余是省内游客。在省外游客中有$\frac{1}{3}$持金卡，在省内游客中有$\frac{2}{3}$持银卡。

（I）在该团中随机采访3名游客，求恰有1人持金卡且持银卡者少于2人的概率；

（II）在该团的省内游客中随机采访3名游客，设其中持银卡人数为随机变量ξ，求ξ的分布列及数学期望$E\xi$。

19（本小题满分12分）

如图，正方形$ABCD$所在平面与平面四边形$ABEF$所在平面互相垂直，$\triangle ABE$是等腰直角三角形，$AB=AE, FA=FE, \angle AEF=45^{\circ}$



（I）求证：$EF\perp$平面BCE；

（II）设线段CD的中点为P，在直线AE上是否存在一点M，使得$PM \parallel$平面BCE？若存在，请指出点M的位置，并证明你的结论；若不存在，请说明理由；

（III）求二面角$F-BD-A$的大小。

20（本小题满分12分）

已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b}=1(a>b>0)$的左右焦点分别为$F_1,F_2$，离心率$e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，右准线方程为$x=2$。

（I）求椭圆的标准方程；

（II）过点F_1的直线l与该椭圆交于M,N两点，且$\left|\overline{F_2M}+\overline{F_2N}\right|=\dfrac{2\sqrt{26}}{3}$，求直线$l$的方程。

21.（本小题满分12分）

已知$a>0,$且$a\neq 1$函数$f(x)=\log_a(1-a^x)$。

（I）求函数$f(x)$的定义域，并判断$f(x)$的单调性；

（II）若$n\in N^*,$求$\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{a^{f(n)}}{a^n+a};$

（III）当$a=e$（e为自然对数的底数）时，设$h(x)=(1-e^{f(x)})(x^2-m+1)$，若函数$h(x)$的极值存在，求实数$m$的取值范围以及函数$h(x)$的极值。

22.（本小题满分14分）

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，对任意的正整数n，都有$a_n=5S_n+1$成立，记

$b_n=\dfrac{4+a_n}{1-a_n}(n\in N^*)$。

（I）求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（II）记$c_n=b_{2n}-b_{2n-1}(n\in N^*)$，设数列$\{c_n\}$的前$n$项和为$T_n$，求证：对任意正整数$n$都有$T_n<\dfrac{3}{2}$；

（III）设数列$\{b_n\}$的前n项和为R_n。已知正实数λ满足：对任意正整数$n,R_n\leq\lambda n$恒成立，求λ的最小值。