

绝密★启用前

# 2018年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

## 数学（文史类）

本试卷分为第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第I卷1至2页，第II卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

### 第I卷

#### 注意事项：

- 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
- 本卷共8小题，每小题5分，共40分。

#### 参考公式：

- 如果事件  $A, B$  互斥，那么  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .
- 棱柱的体积公式  $V = Sh$ . 其中  $S$  表示棱柱的底面面积， $h$  表示棱柱的高.
- 棱锥的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中  $S$  表示棱锥的底面积， $h$  表示棱锥的高.

一. 选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{-1, 0, 2, 3\}$ ,  $C = \{x \in \mathbf{R} \mid -1 \leq x < 2\}$ , 则  $(A \cup B) \cap C =$

(A)  $\{-1, 1\}$  (B)  $\{0, 1\}$

(C)  $\{-1, 0, 1\}$  (D)  $\{2, 3, 4\}$

(2) 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y \leq 5, \\ 2x - y \leq 4, \\ -x + y \leq 1, \\ y \geq 0, \end{cases}$  则目标函数  $z = 3x + 5y$  的最大值为

(A) 6 (B) 19

(C) 21 (D) 45

(3) 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则 “ $x^3 > 8$ ” 是 “ $|x| > 2$ ” 的

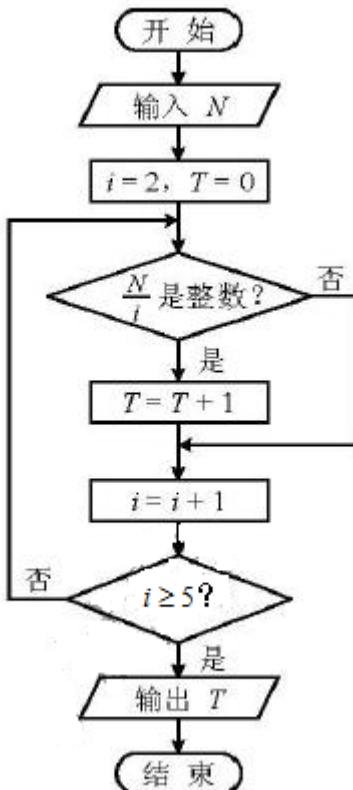
(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(4) 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 若输入  $N$  的值为 20, 则输出  $T$  的值为



(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(5) 已知  $a = \log_3 \frac{7}{2}$ ,  $b = (\frac{1}{4})^{\frac{1}{3}}$ ,  $c = \log_{\frac{1}{3}} 5$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为

(A)  $a > b > c$  (B)  $b > a > c$  (C)  $c > b > a$  (D)  $c > a > b$

(6) 将函数  $y = \sin(2x + \frac{\pi}{5})$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{10}$  个单位长度, 所得图象对应的函数

(A) 在区间  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  上单调递增 (B) 在区间  $[\frac{\pi}{4}, 0]$  上单调递减

(C) 在区间  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$  上单调递增 (D) 在区间  $[\frac{\pi}{2}, \pi]$  上单调递减

(7) 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为 2, 过右焦点且垂直于  $x$  轴的直线与双曲线交于  $A, B$  两点. 设  $A, B$  到双曲线的同一条渐近线的距离分别为  $d_1$  和  $d_2$ , 且  $d_1 + d_2 = 6$ , 则双曲线的方程为

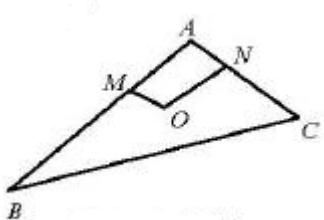
(A)  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$

(B)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$

$$(C) \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

$$(D) \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$$

- (8) 在如图的平面图形中, 已知  $OM = 1$ ,  $ON = 2$ ,  $\angle MON = 120^\circ$ ,  $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MA}$ ,  $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$ , 则  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}$  的值为






第II卷

#### **注意事项：**

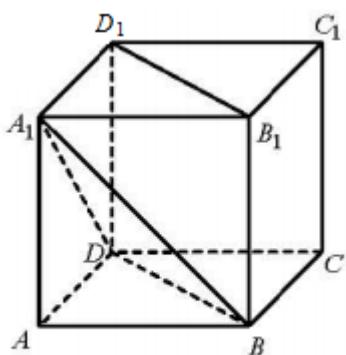
1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。
  2. 本卷共12小题，共110分。

二. 填空题: 本大题共6小题, 每小题5分, 共30分.

$$(9) \ i \text{是虚数单位, 复数} \frac{6+7i}{1+2i} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(10) 已知函数 $f(x)=e^x \ln x$ ,  $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(1)$ 的值为 .

(11) 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, 则四棱柱 $A_1-BB_1D_1D$ 的体积为 .



第(11)题图

(12) 在平面直角坐标系中, 经过三点  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(2, 0)$  的圆的方程为 \_\_\_\_\_.

(13) 已知 $a, b \in \mathbb{R}$ , 且 $a-3b+6=0$ , 则 $2^a + \frac{1}{8^b}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

(14) 已知 $a \in \mathbf{R}$ , 函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+a-2, & x \leq 0, \\ -x^2+2x-2a, & x>0.\end{cases}$ 若对任意 $x \in [-3, +\infty)$ ,  $|f(x)| \leq |x|$ 恒成立, 则 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

**三. 解答题:** 本大题共6小题, 共80分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(15) (本小题满分13分)

已知某校甲、乙、丙三个年级的学生志愿者人数分别为240, 160, 160. 现采用分层抽样的方法从中抽取7名同学去某敬老院参加献爱心活动.

(I) 应从甲、乙、丙三个年级的学生志愿者中分别抽取多少人?

(II) 设抽出的7名同学分别用 $A, B, C, D, E, F, G$ 表示, 现从中随机抽取2名同学承担敬老院的卫生工作.

(i) 试用所给字母列举出所有可能的抽取结果;

(ii) 设 $M$ 为事件“抽取的2名同学来自同一年级”, 求事件 $M$ 发生的概率.

(16) (本小题满分13分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ . 已知 $b \sin A = a \cos(B - \frac{\pi}{6})$ .

(I) 求教 $B$ 的大小;

(II) 设 $a=2, c=3$ , 求 $b$ 和 $\sin(2A-B)$ 的值.

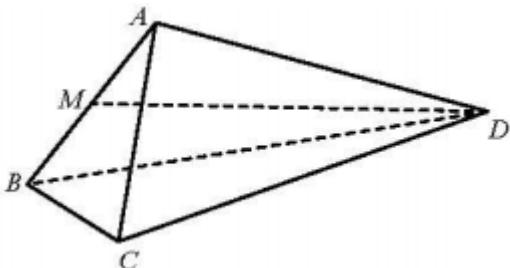
(17) (本小题满分13分)

如图, 在四面体 $ABCD$ 中,  $\triangle ABC$ 是等边三角形, 平面 $ABC \perp$ 平面 $ABD$ , 点 $M$ 为棱 $AB$ 的中点,  $AB=2, AD=2\sqrt{3}, \angle BAD=90^\circ$ .

(I) 求证:  $AD \perp BC$ ;

(II) 求异面直线 $BC$ 与 $MD$ 所成角的余弦值;

(III) 求直线 $CD$ 与平面 $ABD$ 所成角的正弦值.



(18) (本小题满分13分)

设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 $n$ 项和为 $S_n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) ;  $\{b_n\}$ 是等比数列, 公比大于0, 其前 $n$ 项和为 $T_n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ). 已

知 $b_1=1$ ,  $b_3=b_2+2$ ,  $b_4=a_3+a_5$ ,  $b_5=a_4+2a_6$ .

(I) 求 $S_n$ 和 $T_n$ ;

(II) 若 $S_n+(T_1+T_2+\dots+T_n)=a_n+4b_n$ , 求正整数 $n$ 的值.

(19) (本小题满分14分)

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$  的右顶点为 $A$ , 上顶点为 $B$ . 已知椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ,  $|AB|=\sqrt{13}$ .

(I) 求椭圆的方程;

(II) 设直线 $l: y=kx(k<0)$  与椭圆交于 $P, Q$  两点,  $l$ 与直线 $AB$ 交于点 $M$ , 且点 $P, M$ 均在第四象限. 若

$\triangle BPM$  的面积是 $\triangle BPQ$  面积的2倍, 求 $k$ 的值.

(20) (本小题满分14分)

设函数 $f(x)=(x-t_1)(x-t_2)(x-t_3)$ , 其中 $t_1, t_2, t_3 \in \mathbf{R}$ , 且 $t_1, t_2, t_3$  是公差为 $d$  的等差数列.

(I) 若 $t_2=0, d=1$ , 求曲线 $y=f(x)$  在点 $(0, f(0))$  处的切线方程;

(II) 若 $d=3$ , 求 $f(x)$  的极值;

(III) 若曲线 $y=f(x)$  与直线 $y=-(x_1-t_2)-6\sqrt{3}$  有三个互异的公共点, 求 $d$ 的取值范围.