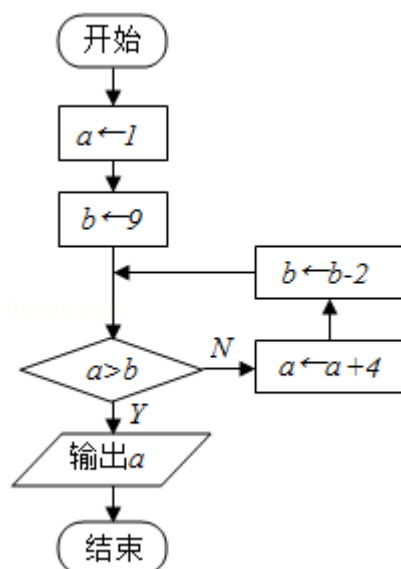


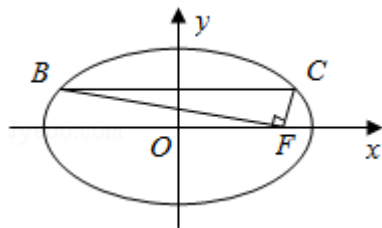
## 2016年江苏省高考数学试卷

### 一、填空题（共14小题，每小题5分，满分70分）

- （5分）（2016•江苏）已知集合 $A=\{-1, 2, 3, 6\}$ ， $B=\{x \mid -2 < x < 3\}$ ，则 $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.
- （5分）（2016•江苏）复数 $z=(1+2i)(3-i)$ ，其中 $i$ 为虚数单位，则 $z$ 的实部是\_\_\_\_\_.
- （5分）（2016•江苏）在平面直角坐标系 $xOy$ 中，双曲线 $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦距是\_\_\_\_\_.
- （5分）（2016•江苏）已知一组数据4.7, 4.8, 5.1, 5.4, 5.5，则该组数据的方差是\_\_\_\_\_.
- （5分）（2016•江苏）函数 $y=\sqrt{3-2x-x^2}$ 的定义域是\_\_\_\_\_.
- （5分）（2016•江苏）如图是一个算法的流程图，则输出的 $a$ 的值是\_\_\_\_\_.



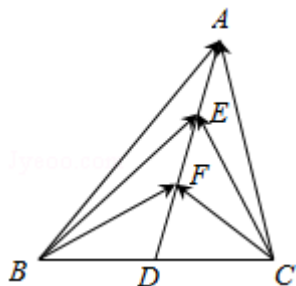
- （5分）（2016•江苏）将一颗质地均匀的骰子（一种各个面上分别标有1, 2, 3, 4, 5, 6个点的正方体玩具）先后抛掷2次，则出现向上的点数之和小于10的概率是\_\_\_\_\_.
- （5分）（2016•江苏）已知 $\{a_n\}$ 是等差数列， $S_n$ 是其前 $n$ 项和，若 $a_1+a_2=-3$ ， $S_5=10$ ，则 $a_9$ 的值是\_\_\_\_\_.
- （5分）（2016•江苏）定义在区间 $[0, 3\pi]$ 上的函数 $y=\sin 2x$ 的图象与 $y=\cos x$ 的图象的交点个数是\_\_\_\_\_.
- （5分）（2016•江苏）如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中， $F$ 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ )的右焦点，直线 $y=\frac{b}{2}$ 与椭圆交于 $B, C$ 两点，且 $\angle BFC=90^\circ$ ，则该椭圆的离心率是\_\_\_\_\_.



11. (5分) (2016•江苏) 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上且周期为 2 的函数, 在区间  $[-1, 1)$  上,
- $$f(x) = \begin{cases} x+a, & -1 \leq x < 0 \\ |\frac{2}{5}-x|, & 0 \leq x < 1 \end{cases}, \text{ 其中 } a \in \mathbb{R}, \text{ 若 } f(-\frac{5}{2}) = f(\frac{9}{2}), \text{ 则 } f(5a) \text{ 的值是 } \underline{\hspace{2cm}}$$

12. (5分) (2016•江苏) 已知实数  $x, y$  满足 
$$\begin{cases} x-2y+4 \geq 0 \\ 2x+y-2 \geq 0 \\ 3x-y-3 \leq 0 \end{cases}, \text{ 则 } x^2+y^2 \text{ 的取值范围是 } \underline{\hspace{2cm}}$$

13. (5分) (2016•江苏) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  的中点,  $E, F$  是  $AD$  上的两个三等分点,  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} = 4, \overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{CF} = -1$ , 则  $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{CE}$  的值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



14. (5分) (2016•江苏) 在锐角三角形  $ABC$  中, 若  $\sin A = 2\sin B \sin C$ , 则  $\tan A \tan B \tan C$  的最小值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

## 二、解答题 (共6小题, 满分90分)

15. (14分) (2016•江苏) 在  $\triangle ABC$  中,  $AC=6, \cos B = \frac{4}{5}, C = \frac{\pi}{4}$ .

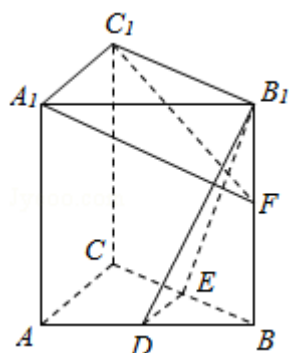
(1) 求  $AB$  的长;

(2) 求  $\cos(A - \frac{\pi}{6})$  的值.

16. (14分) (2016•江苏) 如图, 在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $D, E$  分别为  $AB, BC$  的中点, 点  $F$  在侧棱  $B_1B$  上, 且  $B_1D \perp A_1F, A_1C_1 \perp A_1B_1$ . 求证:

(1) 直线  $DE \parallel$  平面  $A_1C_1F$ ;

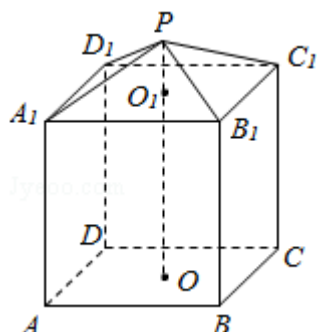
(2) 平面  $B_1DE \perp$  平面  $A_1C_1F$ .



17. (14分) (2016•江苏) 现需要设计一个仓库，它由上下两部分组成，上部的形状是正四棱锥 $P-A_1B_1C_1D_1$ ，下部的形状是正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  (如图所示)，并要求正四棱柱的高 $O_1O$ 是正四棱锥的高 $PO_1$ 的4倍.

(1) 若 $AB=6m$ ,  $PO_1=2m$ , 则仓库的容积是多少?

(2) 若正四棱锥的侧棱长为 $6m$ , 则当 $PO_1$ 为多少时, 仓库的容积最大?

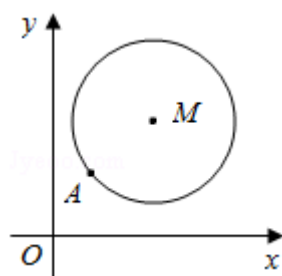


18. (16分) (2016•江苏) 如图, 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 已知以 $M$ 为圆心的圆 $M: x^2 + y^2 - 12x - 14y + 60 = 0$ 及其上一点 $A(2, 4)$ .

(1) 设圆 $N$ 与 $x$ 轴相切, 与圆 $M$ 外切, 且圆心 $N$ 在直线 $x=6$ 上, 求圆 $N$ 的标准方程;

(2) 设平行于 $OA$ 的直线 $l$ 与圆 $M$ 相交于 $B, C$ 两点, 且 $BC=OA$ , 求直线 $l$ 的方程;

(3) 设点 $T(t, 0)$ 满足: 存在圆 $M$ 上的两点 $P$ 和 $Q$ , 使得 $\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TP} = \overrightarrow{TQ}$ , 求实数 $t$ 的取值范围.



19. (16分) (2016•江苏) 已知函数 $f(x) = a^x + b^x$  ( $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$ ).

(1) 设 $a=2, b=\frac{1}{2}$ .

① 求方程 $f(x) = 2$ 的根;

② 若对于任意 $x \in \mathbb{R}$ , 不等式 $f(2x) \geq mf(x) - 6$ 恒成立, 求实数 $m$ 的最大值;

(2) 若 $0 < a < 1, b > 1$ , 函数 $g(x) = f(x) - 2$ 有且只有1个零点, 求 $ab$ 的值.

20. (16分) (2016•江苏) 记  $U=\{1, 2, \dots, 100\}$ , 对数列  $\{a_n\}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) 和  $U$  的子集  $T$ , 若  $T=\emptyset$ , 定义  $S_T=0$ ; 若  $T=\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ , 定义  $S_T=a_{t_1}+a_{t_2}+\dots+a_{t_k}$ . 例如:  $T=\{1, 3, 66\}$

时,  $S_T=a_1+a_3+a_{66}$ . 现设  $\{a_n\}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) 是公比为3的等比数列, 且当  $T=\{2, 4\}$  时,  $S_T=30$ .

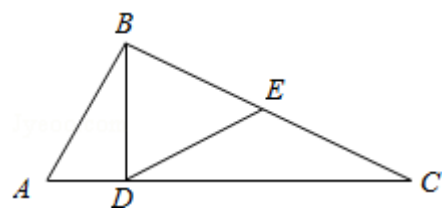
(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 对任意正整数  $k$  ( $1 \leq k \leq 100$ ), 若  $T \subseteq \{1, 2, \dots, k\}$ , 求证:  $S_T < a_{k+1}$ ;

(3) 设  $C \subseteq U$ ,  $D \subseteq U$ ,  $S_C \geq S_D$ , 求证:  $S_C + S_{C \cap D} \geq 2S_D$ .

**附加题【选做题】** 本题包括A、B、C、D四小题, 请选定其中两小题, 并在相应的答题区域内作答, 若多做, 则按作答的前两小题评分, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.  
A. 【选修4-1几何证明选讲】

21. (10分) (2016•江苏) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $BD \perp AC$ ,  $D$  为垂足,  $E$  为  $BC$  的中点, 求证:  $\angle EDC = \angle ABD$ .



B. 【选修4-2: 矩阵与变换】

22. (10分) (2016•江苏) 已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ , 矩阵  $B$  的逆矩阵  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ , 求矩阵  $AB$ .

C. 【选修4-4: 坐标系与参数方程】

23. (2016•江苏) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x=1+\frac{1}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 椭圆  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x=\cos \theta \\ y=2\sin \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 设直线  $l$  与椭圆  $C$  相交于  $A, B$  两点, 求线段  $AB$  的长.

24. (2016•江苏) 设  $a > 0$ ,  $|x-1| < \frac{a}{3}$ ,  $|y-2| < \frac{a}{3}$ , 求证:  $|2x+y-4| < a$ .

**附加题【必做题】**

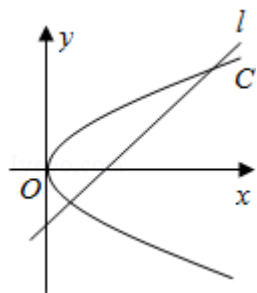
25. (10分) (2016•江苏) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l: x-y-2=0$ , 抛物线  $C: y^2=2px$  ( $p > 0$ ).

(1) 若直线  $l$  过抛物线  $C$  的焦点, 求抛物线  $C$  的方程;

(2) 已知抛物线  $C$  上存在关于直线  $l$  对称的相异两点  $P$  和  $Q$ .

① 求证: 线段  $PQ$  的中点坐标为  $(2-p, -p)$ ;

② 求  $p$  的取值范围.



26. (10分) (2016•江苏) (1) 求  $7C_6^3 - 4C_7^4$  的值;

(2) 设  $m, n \in \mathbb{N}^*$ ,  $n \geq m$ , 求证:  $(m+1)C_m^m + (m+2)C_{m+1}^m + (m+3)C_{m+2}^m + \dots + nC_{n-1}^m$

$$= \frac{m}{n-1} + (n+1)C_n^m = (m+1)C_{n+2}^{m+2}.$$