

2010年普通高等学校招生全国统一考试（海南卷）

文科数学

参考公式：

样本数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的标准差

锥体体积公式

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]} \quad V = \frac{1}{3}sh$$

其中 \bar{x} 为样本平均数

其中S为底面面积，h为高

柱体体积公式

球的表面积，体积公式

$$V = Sh$$

$$S = 4\pi R^2, V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中S为底面面积，h为高

其中R为球的半径

第I卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in R\}$, $B = \{x | \sqrt{x} \leq 4, x \in Z\}$ ，则 $A \cap B =$

- (A) $(0, 2)$ (B) $[0, 2]$ (C) $|0, 2|$ (D) $|0, 1, 2|$

(2) a, b 为平面向量，已知 $a = (4, 3)$ ， $2a + b = (3, 18)$ ，则 a, b 夹角的余弦值等于

- (A) $\frac{8}{65}$ (B) $-\frac{8}{65}$ (C) $\frac{16}{65}$ (D) $-\frac{16}{65}$

(3) 已知复数 $z = \frac{\sqrt{3} + i}{(1 - \sqrt{3}i)^2}$ ，则 $|z| =$

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2

(4) 曲线 $y = x^2 - 2x + 1$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为

- (A) $y = x - 1$ (B) $y = -x + 1$
(C) $y = 2x - 2$ (D) $y = -2x + 2$

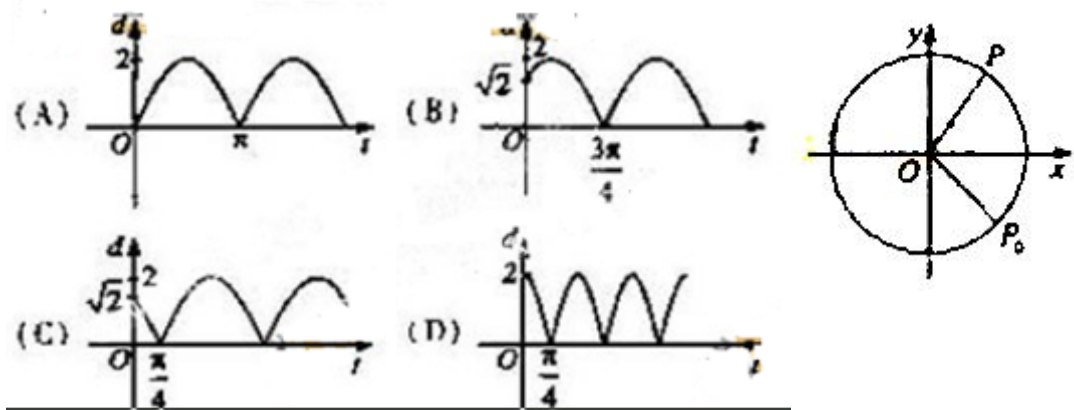
(5) 中心在原点，焦点在 x 轴上的双曲线的一条渐近线经过点 $(4, -2)$ ，则它的离心率为

- (A) $\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{5}$

(C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(6) 如图, 质点 p 在半径为2的圆周上逆时针运动, 其初始位置为 p_0 ($\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$), 角速度为1, 那么点 p 到 x 轴距离 d 关于时间 t 的函数图像大致为



(7)

设长方体的长、宽、高分别为 $2a$ 、 a 、 a , 其顶点都在一个球面上, 则该球的表面积为

(A) $3\pi a^2$

(B) $6\pi a^2$

(C) $12\pi a^2$

(D) $24\pi a^2$

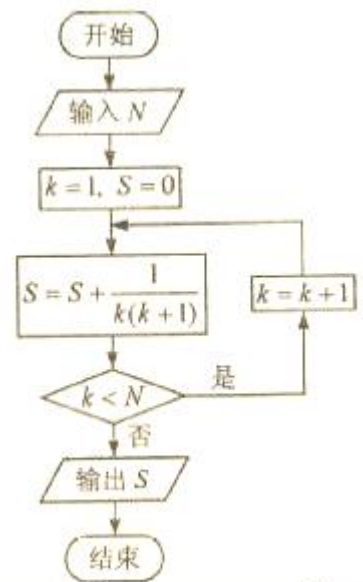
(8) 如果执行右面的框图, 输入 $N=5$, 则输出的数等于

(A) $\frac{5}{4}$

(B) $\frac{4}{5}$

(C) $\frac{6}{5}$

(D) $\frac{5}{6}$



(9) 设偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=2^x-4$ ($x \geq 0$), 则

$\{x | f(x-2) > 0\} =$

(A) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 4\}$

(B)

$\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$

(C) $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 6\}$

(D) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$

(10) 若 $\sin a = -\frac{4}{5}$, a 是第一象限的角, 则 $\sin(a + \frac{\pi}{4}) =$

(A) $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$ (B) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ (C) $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

(11) 已知▭ABCD的三个顶点为A(-1, 2), B(3, 4), C(4, -2), 点(x, y)在▭ABCD的内部, 则 $z=2x-5y$ 的取值范围是

(A) (-14, 16) (B) (-14, 20) (C) (-12, 18) (D) (-12, 20)

(12) 已知函数 $f(x)=\begin{cases} |\lg x|, & 0 \leq x \leq 10 \\ -\frac{1}{2}x+6, & x > 0 \end{cases}$ 若a, b, c互不相等, 且 $f(a)=f(b)=f(c)$, 则abc的取值范围是

(A) (1, 10) (B) (5, 6) (C) (10, 12) (D) (20, 24)

第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第(13)题~第(21)题为必考题, 每个试题考生都必须做答。第(22)题~第(24)题为选考题, 考生根据要求做答。

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分。

(13) 圆心在原点上与直线 $x+y-2=0$ 相切的圆的方程为_____。

(14) 设函数 $y=f(x)$ 为区间 $[0,1]$ 上的图像是连续不断的一条曲线, 且恒有 $0 \leq f(x) \leq 1$, 可以用随机模拟方法近似计算由曲线 $y=f(x)$ 及直线 $x=0$, $x=1$, $y=0$ 所围成部分的面积S, 先产生两组(每组N个)区间 $[0,1]$ 上的均匀随机数 x_1, x_2, \dots, x_n 和 y_1, y_2, \dots, y_n , 由此得到N个点 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, N$)。再数出其中满足 $y_i \leq f(x_i)$ ($i=1, 2, \dots, N$)的点数 N_1 , 那么由随机模拟方法可得S的近似值为_____。

(15) 一个几何体的正视图为一个三角形, 则这个几何体可能是下列几何体中的_____(填入所有可能的几何体前的编号)

①三棱锥 ②四棱锥 ③三棱柱 ④四棱柱 ⑤圆锥 ⑥圆柱

(16) 在 $\triangle ABC$ 中, D为BC边上一点, $BC=3BD$, $AD=\sqrt{2}$, $\angle ADB=135^\circ$. 若 $AC=\sqrt{2}AB$, 则BD=_____。

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分12分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3=5$, $a_{10}=-9$ 。

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

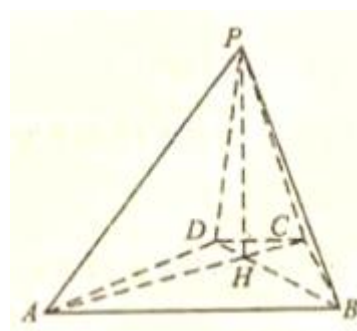
(II) 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 及使得 S_n 最大的序号 n 的值。

(18) (本小题满分12分)

如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为等腰梯形, $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$, 垂足为 H , PH 是四棱锥的高。

(I) 证明: 平面 $PAC \perp$ 平面 PBD ;

(II) 若 $AB = \sqrt{6}$, $\angle APB = \angle ADB = 60^\circ$, 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积。



请考生在第(22)、(23)、(24)三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

(19) (本小题满分12分)

为调查某地区老年人是否需要志愿者提供帮助, 用简单随机抽样方法从该地区调查了500位老人, 结果如下:

| 性别 | 男 | 女 |
|---------|-----|-----|
| 是否需要志愿者 | | |
| 需要 | 40 | 30 |
| 不需要 | 160 | 270 |

(I) 估计该地区老年人中, 需要志愿者提供帮助的老年人的比例;

(II) 能否有99%的把握认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别有关?

(III) 根据(II)的结论, 能否提出更好的调查方法来估计该地区的老年人中, 需要志愿者提供帮助的老年人的比例? 说明理由。

附:

| $P(K^2 \geq k)$ | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
|-----------------|-------|-------|--------|
| k | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

(20) (本小题满分12分)

设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < 1$) 的左、右焦点, 过 F_1 的直线 l 与 E 相交于 A, B 两点, 且 $|AF_2|, |AB|, |BF_2|$ 成等差数列。

(I) 求 $|AB|$

(II) 若直线 l 的斜率为1, 求 b 的值。

(21) 本小题满分12分)

设函数 $f_{(x)} = x(e^x - 1) - ax^2$

(I) 若 $a = \frac{1}{2}$, 求 $f_{(x)}$ 的单调区间;

(II) 若当 $x \geq 0$ 时 $f_{(x)} \geq 0$, 求 a 的取值范围

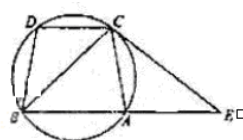
(22) (本小题满分10分) 选修4—1: 几何证明选讲

如图: 已知圆上的弧 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$, 过 C 点的圆的切线与 BA 的延长线交于

E 点, 证明:

(I) $\angle ACE = \angle BCD$ 。

(II) $BC^2 = BE \times CD$ 。



(23) (本小题满分10分) 选修4-4: 坐标系与参数方程

已知直线 $C_1: \begin{cases} x = 1 + t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数), $C_2: \begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数),

(I) 当 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 时, 求 C_1 与 C_2 的交点坐标;

(II) 过坐标原点 O 做 C_1 的垂线, 垂足为 A , P 为 OA 中点, 当 α 变化时, 求 P 点的轨迹的参数方程, 并指出它是什么曲线。

(24) (本小题满分10分) 选修4—5：不等式选讲

设函数 $f(x) = |2x - 4| + 1$ 。

(I) 画出函数 $y = f(x)$ 的图像：

(II) 若不等式 $f(x) \leq ax$ 的解集非空，求 n 的取值范围

