2017年上海市春季高考数学试卷

2017.1

一. 填空题（本大题共 12 题，满分 54 分，第 1~6 题每题 4 分，第 7~12 题每题 5 分）

1. 设集合 $A=\{1,2,3\}$，集合 $B=\{3,4\}$，则 $A\bigcup B=$________；

2. 不等式 $|x-1|<3$ 的解集为________；

3. 若复数 z 满足 $2\overline{z}-1=3+6i$（i 是虚数单位），则 $z=$________；

4. 若 $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$，则 $\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{2})=$________；

5. 若关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases}x+2y=4\\3x+ay=6\end{cases}$ 无解，则实数 $a=$________；

6. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项的和为 25，则 $a_1+a_5=$________；

7. 若 P 、 Q 是圆 $x^2+y^2-2x+4y+4=0$ 上的动点，则 $|PQ|$ 的最大值为________；

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=3^n$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{a_n}=$________；

9. 若 $(x+\dfrac{2}{x})^n$ 的二项展开式的各项系数之和为 729，则该展开式中常数项的值为________；

10. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2，点 P 在该椭圆上，则使得△ F_1F_2P 是等腰三角形的点 P 的个数是________；

11. 设 a_1 、 a_2 、⋯、 a_6 为 1、2、3、4、5、6 的一个排列，则满足 $|a_1-a_2|+|a_3-a_4|+|a_5-a_6|=3$ 的不同排列的个数为________；

12. 设 a 、 $b\in R$，若函数 $f(x)=x+\dfrac{a}{x}+b$ 在区间 $(1,2)$ 上有两个不同的零点，则 $f(1)$ 的取值范围为________；

二. 选择题（本大题共 4 题，每题 5 分，共 20 分）

13. 函数 $f(x)=(x-1)^2$ 的单调递增区间是（　　）

A. $[0,+\infty)$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $(-\infty,0]$　　D. $(-\infty,1]$

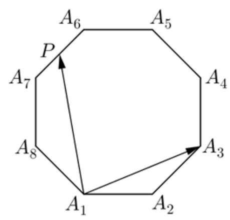
14. 设 $a\in R$，“ $a>0$ ” 是 “ $\dfrac{1}{a}>0$ ” 的（　　）条件

A. 充分非必要　　B. 必要非充分　　C. 充要　　D. 既非充分也非必要

15. 过正方体中心的平面截正方体所得的截面中，不可能的图形是（　　）

A. 三角形　　B. 长方形　　C. 对角线不相等的菱形　　D. 六边形

16. 如图所示，正八边形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ 的边长为 2，若 P 为该正八边形边上的动点，则 $\overrightarrow{A_1A_3}\cdot\overrightarrow{A_1P}$ 的取值范围为（　　）



A. $[0,8+6\sqrt{2}]$　　B. $[-2\sqrt{2},8+6\sqrt{2}]$

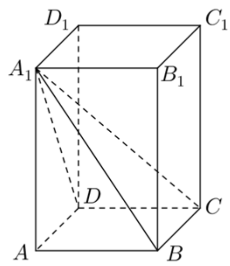
C. $[-8-6\sqrt{2},2\sqrt{2}]$　　D. $[-8-6\sqrt{2},8+6\sqrt{2}]$

三. 解答题（本大题共 5 题，共 14+14+14+16+18=76 分）

17. 如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，$AA_1=3$；

（1）求四棱锥 A_1-ABCD 的体积；

（2）求异面直线 A_1C 与 DD_1 所成角的大小；



18. 设 $a\in R$，函数 $f(x)=\dfrac{2^x+a}{2^x+1}$；

（1）求 a 的值，使得 $f(x)$ 为奇函数；

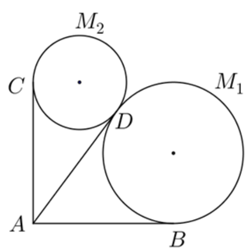
（2）若 $f(x)<\dfrac{a+2}{2}$ 对任意 $x\in R$ 成立，求 a 的取值范围；

19. 某景区欲建造两条圆形观景步道 M_1、M_2（宽度忽略不计），如图所示，已知 $AB\perp AC$，$AB=AC=AD=60$（单位：米），要求圆 M_1 与 AB、AD 分别相切于点 B、D，圆 M_2 与 AC、AD 分别相切于点 C、D；

（1）若 $\angle BAD=60^\circ$，求圆 M_1、M_2 的半径（结果精确到 0.1 米）

（2）若观景步道 M_1 与 M_2 的造价分别为每米 0.8 千元与每米 0.9 千元，如何设计圆 M_1、

M_2 的大小，使总造价最低？最低总造价是多少？（结果精确到 0.1 千元）



20. 已知双曲线$\Gamma: x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (b>0)$，直线$l: y=kx+m\ (km\neq 0)$，$l$与$\Gamma$交于$P$、$Q$两点，$P'$为$P$关于$y$轴的对称点，直线$P'Q$与$y$轴交于点$N(0,n)$；

（1）若点$(2,0)$是Γ的一个焦点，求Γ的渐近线方程；

（2）若$b=1$，点P的坐标为$(-1,0)$，且$\overrightarrow{NP'}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{P'Q}$，求$k$的值；

（3）若$m=2$，求n关于b的表达式；

21. 已知函数$f(x)=\log_2\dfrac{1+x}{1-x}$；

（1）解方程$f(x)=1$；

（2）设$x\in(-1,1)$，$a\in(1,+\infty)$，证明：$\dfrac{ax-1}{a-x}\in(-1,1)$，且$f(\dfrac{ax-1}{a-x})-f(x)=-f(\dfrac{1}{a})$；

（3）设数列$\{x_n\}$中，$x_1\in(-1,1)$，$x_{n+1}=(-1)^{n+1}\dfrac{3x_n-1}{3-x_n}$，$n\in N^*$，求$x_1$的取值范围，使得$x_3\geq x_n$对任意$n\in N^*$成立；