

2014 年普通高等学校招生全国统一考试（福建卷）

数学（文科）

一. 选择题

1. 若集合 $P = \{x | 2 \leq x < 4\}$, $Q = \{x | x \geq 3\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ()

A. $\{x | 3 \leq x < 4\}$ B. $\{x | 3 < x < 4\}$ C. $\{x | 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$

2. 复数 $(3 + 2i)i$ 等于 ()

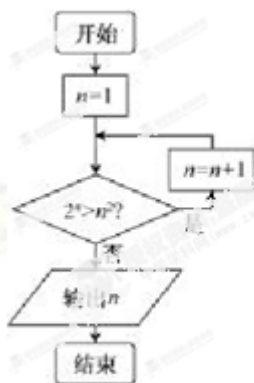
A. $-2 - 3i$ B. $-2 + 3i$ C. $2 - 3i$ D. $2 + 3i$

3. 以边长为 1 的正方形的一边所在直线为旋转轴, 将该正方形旋转一周所得圆柱的侧面积等于 ()

A. 2π B. π C. 2 D. 1

4. 阅读右图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的 n 的值为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



5. 命题 “ $\forall x \in [0, +\infty), x^3 + x \geq 0$ ” 的否定是 ()

A. $\forall x \in (-\infty, 0), x^3 + x < 0$ B. $\forall x \in (-\infty, 0), x^3 + x \geq 0$
C. $\exists x_0 \in [0, +\infty), x_0^3 + x_0 < 0$ D. $\exists x_0 \in [0, +\infty), x_0^3 + x_0 \geq 0$

6. 已知直线 l 过圆 $x^2 + (y-3)^2 = 4$ 的圆心, 且与直线 $x + y + 1 = 0$ 垂直, 则 l 的方程是 ()

A. $x + y - 2 = 0$ B. $x - y + 2 = 0$ C. $x + y - 3 = 0$ D. $x - y + 3 = 0$

7. 将函数 $y = \sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 得到函数 $y = f(x)$ 的函数图象, 则下列说法正确的是 ()

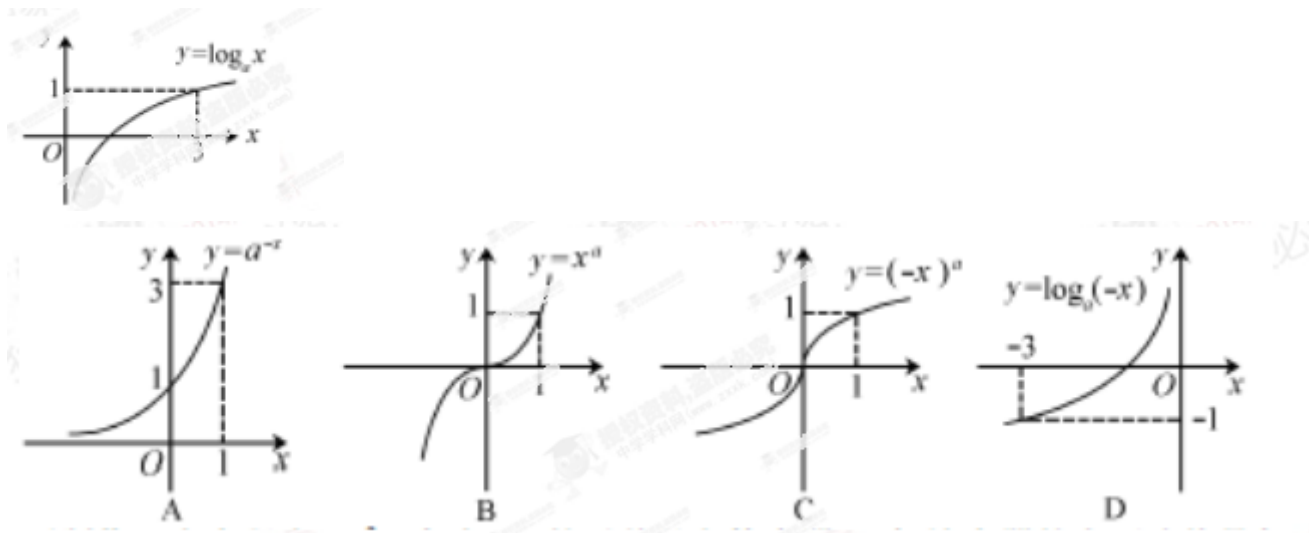
A. $y = f(x)$ 是奇函数

B. $y = f(x)$ 的周期是 π

C. $3y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称

D. $y = f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 对称

8. 若函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象如右图所示, 则下列函数正确的是 ()



9. 要制作一个容积为 $4m^3$, 高为 $1m$ 的无盖长方体容器, 已知该容器的底面造价是每平方米 20 元, 侧面造价是每平方米 10 元, 则该容器的最低总造价是 ()

A. 80 元 B. 120 元 C. 160 元 D. 240 元

10. 设 M 为平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点, O 为平行四边形 $ABCD$ 所在平面内任意一点, 则

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ 等于 ()

A. \overrightarrow{OM} B. $2\overrightarrow{OM}$ C. $3\overrightarrow{OM}$ D. $4\overrightarrow{OM}$

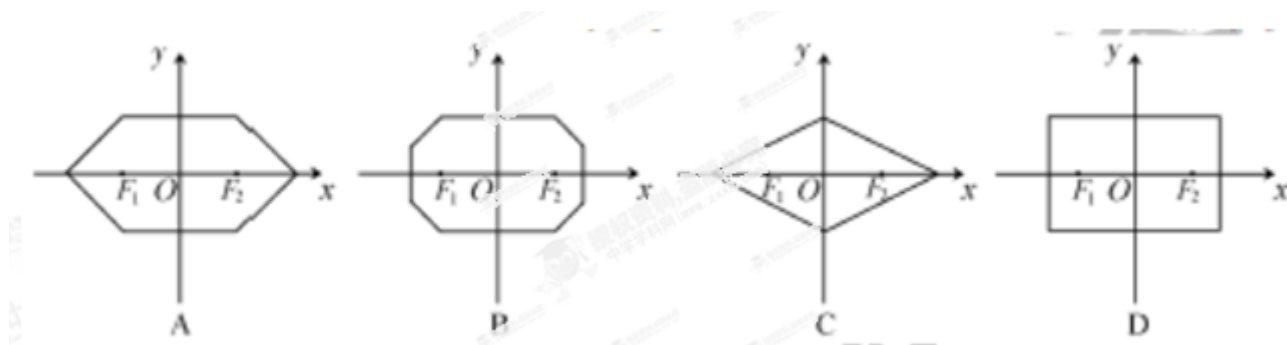
11. 已知圆 $C: (x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$, 设平面区域 $\Omega = \begin{cases} x+y-7 \leq 0, \\ x-y+3 \geq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$, 若圆心 $C \in \Omega$, 且圆 C 与 x 轴相切, 则

$a^2 + b^2$ 的最大值为 ()

A. 5 B. 29 C. 37 D. 49

12. 在平面直角坐标系中, 两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 间的“L-距离”定义为 $\|P_1P_2\| = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$. 则平面内与 x 轴上两个不同的定点 F_1, F_2 的“L-距离”之和等于定值 (大于 $\|F_1F_2\|$) 的点的轨迹可以是

()



二、填空题

13、如图，在边长为 1 的正方形中，随机撒 1000 粒豆子，有 180 粒落到阴影部分，据此估计阴影部分的面积为_____.



14、在 $\triangle ABC$ 中， $A = 60^\circ$, $AC = 2$, $BC = \sqrt{3}$, 则 AB 等于_____.

15、函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 0 \\ 2x - 6 + \ln x, & x > 0 \end{cases}$ 的零点个数是_____.

16、已知集合 $\{a, b, c\} = \{0, 1, 2\}$ ，且下列三个关系：① $a \neq 2$ ② $b = 2$ ③ $c \neq 0$ 有且只有一个正确，则

$100a + 10b + c =$ _____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分.

17. (本小题满分 12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 = 3$, $a_5 = 81$.

(1) 求 a_n ;

(2) 设 $b_n = \log_3 a_n$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2 \cos x (\sin x + \cos x)$.

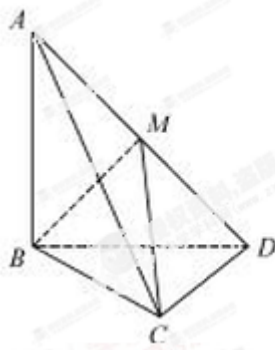
(1) 求 $f(\frac{5\pi}{4})$ 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB \perp$ 平面 BCD , $CD \perp BD$.

- (1) 求证: $CD \perp$ 平面 ABD ;
- (2) 若 $AB = BD = CD = 1$, M 为 AD 中点, 求三棱锥 $A-MBC$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分)

根据世行 2013 年新标准, 人均 GDP 低于 1035 美元为低收入国家; 人均 GDP 为 1035-4085 元为中等偏下收入国家; 人均 GDP 为 4085-12616 美元为中等偏上收入国家; 人均 GDP 不低于 12616 美元为高收入国家. 某城市有 5 个行政区, 各区人口占该城市人口比例及人均 GDP 如下表:

行政区	区人口占城市人口比例	区人均 GDP(单位:美元)
A	25%	8000
B	30%	4000
C	15%	6000
D	10%	3000
E	20%	10000

- (1) 判断该城市人均 GDP 是否达到中等偏上收入国家标准;
- (2) 现从该城市 5 个行政区中随机抽取 2 个, 求抽到的 2 个行政区人均 GDP 都达到中等偏上收入国家标准的概率.

21. (本小题满分 12 分)

已知曲线 Γ 上的点到点 $F(0,1)$ 的距离比它到直线 $y = -3$ 的距离小 2.

- (1) 求曲线 Γ 的方程;
- (2) 曲线 Γ 在点 P 处的切线 l 与 x 轴交于点 A . 直线 $y = 3$ 分别与直线 l 及 y 轴交于点 M, N , 以 MN 为直径作圆 C , 过点 A 作圆 C 的切线, 切点为 B , 试探究: 当点 P 在曲线 Γ 上运动 (点 P 与原点不重合) 时, 线段 AB 的长度是否发生变化? 证明你的结论.

22. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax$ (a 为常数) 的图像与 y 轴交于点 A , 曲线 $y = f(x)$ 在点 A 处的切线斜率为 -1 .

- (1) 求 a 的值及函数 $f(x)$ 的极值;
- (2) 证明: 当 $x > 0$ 时, $x^2 < e^x$
- (3) 证明: 对任意给定的正数 e , 总存在 x_0 , 使得当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, 恒有 $x < ce^x$