

绝密★启封并使用完毕前

2010年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学（文史类）

一、选择题：本小题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的。

1. 复数 $\frac{2}{1-i}$ 等于

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$

2. 下列命题中的假命题是

A. $\exists x \in R, \lg x = 0$ B. $\exists x \in R, \tan x = 1$

C. $\forall x \in R, x^3 > 0$ D. $\forall x \in R, 2^x > 0$

3. 某商品销售量y（件）与销售价格x（元/件）负相关，则其回归方程可能是

A. $\hat{y} = -10x + 200$

B. $\hat{y} = 10x + 200$

C. $\hat{y} = -10x - 200$

D. $\hat{y} = 10x - 200$

4. 极坐标 $p = \cos \theta$ 和参数方程 $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2+t \end{cases}$ (t为参数) 所表示的图形分别是

- A. 直线、直线 B. 直线、圆 C. 圆、圆 D. 圆、直线

5. 设抛物线 $y^2 = 8x$ 上一点P到y轴的距离是4，则点P到该抛物线焦点的距离是

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

6. 若非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|, (\mathbf{2a}+\mathbf{b}) \cdot \mathbf{b}=0$ ，则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为

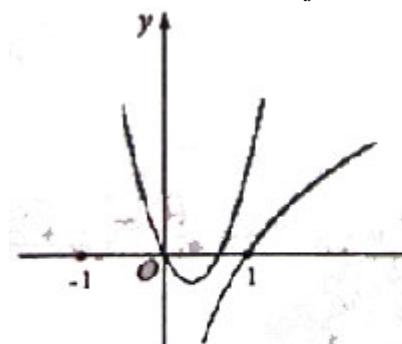
- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

7. 在 $\triangle ABC$ 中，角A, B, C所对的边长分别为a, b, c，若 $\angle C=120^\circ$ ， $c=\sqrt{2} a$ ，则

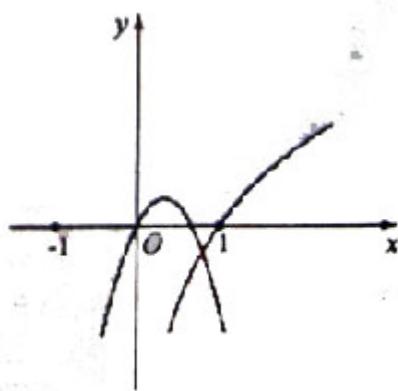
- A. $a>b$ B. $a<b$

- C. $a=b$ D. a 与 b 的大小关系不能确定

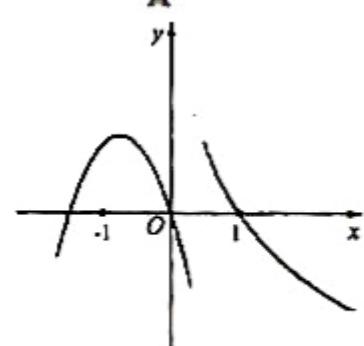
8. 函数 $y=ax^2+bx$ 与 $y=\log_{\frac{|b|}{a}}x$ ($ab \neq 0$, $|a| \neq |b|$)在同一直角坐标系中的图像可能是



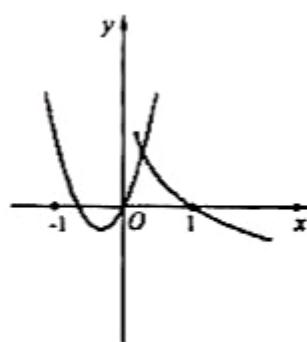
A



B



C



D

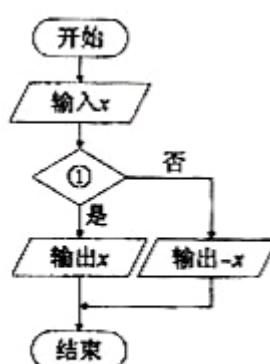
二、填空题：本大题共7小题，每小题5分，共35分，把答案填在答题卡中对应的题号后的横线上。

9. 已知集合 $A=\{1, 2, 3, \}$, $B=\{2, m, 4\}$, $A \cap B=\{2, 3\}$, 则 $m=$ _____

10. 已知一种材料的最佳加入量在100g到200g之间，若用0.618法安排试验，则第一次试点的加入量可以是_____g

11. 在区间 $[-1, 2]$ 上随即取一个数 x , 则 $x \in [0, 1]$ 的概率为_____。

12. 图1是求实数 x 的绝对值的算法程序框图，则判断框①中可填_____



13. 图2中的三个直角三角形是一个体积为 20cm^3 的几何体的三视图，则 $h=$ _____cm

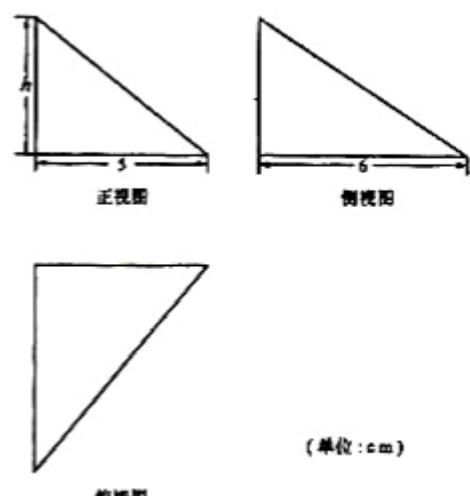


图1

图2

14. 若不同两点P,Q的坐标分别为(a, b), (3-b, 3-a), 则线段PQ的垂直平分线l的斜率为

_____, 圆 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 关于直线对称的圆的方程为_____。

15. 若规定 $E = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ 的子集 $\{a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_n}\}$ 为E的第k个子集, 其中 $k =$

$2^{k_1} + 2^{k_2-1} + \dots + 2^{k_n-1}$, 则

(1) $\{a_1, a_3\}$ 是E的第____个子集;

(2) E的第211个子集是_____

三、解答题: 本大题共6小题, 共75分, 解答应写出文字说明、说明过程或演算步骤。

16. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \sin 2x - 2 \sin^2 x$

(I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期。

(II) 求函数 $f(x)$ 的最大值及 $f(x)$ 取最大值时x的集合。

17. (本小题满分12分)

为了对某课题进行研究, 用分层抽样方法从三所高校A,B,C的相关人员中, 抽取若干人组成研究小组、有关数据见下表(单位: 人)

高校	相关人数	抽取人数
A	18	x
B	36	2
C	54	y

(I) 求x,y;

(II) 若从高校B、C抽取的人中选2人作专题发言, 求这二人都来自高校C的概率。

18. (本小题满分12分)

如图所示, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=1$, $AA_1=2$, M是棱CC₁的中点

(I) 求异面直线 A_1M 和 C_1D_1 所成的角的正切值;

(II) 证明: 平面 $ABM \perp$ 平面 $A_1B_1M_1$

19. (本小题满分13分)

为了考察冰川的融化状况, 一支科考队在某冰川山上相距8Km的A、B两点各建一个考察基地, 视冰川面为平面形, 以过A、B两点的直线为x轴, 线段AB的垂直平分线为y轴建立平面直角坐标系(图4)。考察范围到A、B两点的距离之和不超过10Km的区域。

(I) 求考察区域边界曲线的方程;

(II) 如图4所示, 设线段 P_1P_2

是冰川的部分边界线(不考虑其他边界), 当冰川融化时, 边界线沿与其垂直的方向朝考察区域平行移动, 第一年移动0.2km, 以后每年移动的距离为前一年的2倍。问: 经过多长时间, 点A恰好在冰川边界线上?

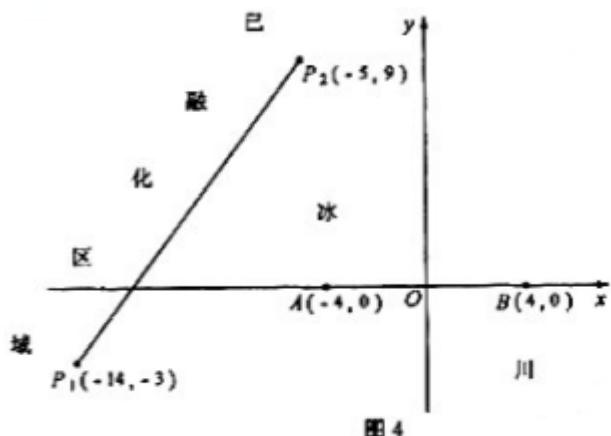


图4

20. (本小题满分13分)

给出下面的数表序列:

表1	表2	表3	...
1	1 3	1 3 5	
	4	4 8	
		12	

其中表n ($n=1,2,3 \dots$) 有n行, 第1行的n个数是1,3,5, $\dots 2n-1$, 从第2行起, 每行中的每个数都等于它肩上的两数之和。

- (I) 写出表4, 验证表4各行中数的平均数按从上到下的顺序构成等比数列, 并将结论推广到表n ($n \geq 3$) (不要求证明);
- (II) 每个数列中最后一行都只有一个数, 它们构成数列1,4,12 \dots , 记此数列为

$$\{b_n\} \text{ 求和: } \frac{b_3}{b_1 b_2} + \frac{b_4}{b_2 b_3} + \dots + \frac{b_{n+2}}{b_n b_{n+1}} \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

21. (本小题满分13分)

已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} + x + (a-1) \ln x + 15a$, 其中 $a < 0$, 且 $a \neq -1$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 设函数 $g(x) = \begin{cases} (-2x^3 + 3ax^3 + 6ax - 4a^2 - 6a)e^x, & x \leq 1 \\ e^{f(x)}, & x > 1 \end{cases}$ (e是自然数的底数)。

是否存在a, 使 $g(x)$ 在 $[a, -$

$a]$ 上为减函数? 若存在, 求a的取值范围; 若不存在, 请说明理由。

