

# 2015 年浙江省高考数学试卷（理科）

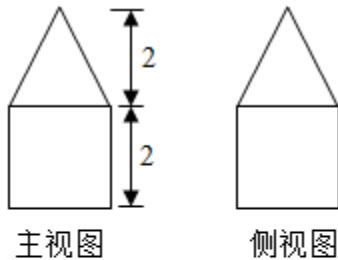
一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分 2015 年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）数学（理科）

1. (5 分) (2015•浙江) 已知集合  $P=\{x|x^2-2x\geq 0\}$ ,  $Q=\{x|1 < x \leq 2\}$ , 则  $(C_R P) \cap Q = (\quad)$

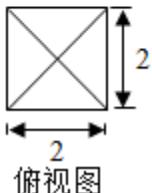
- A [0, 1]      B (0, 2]      C (1, 2)      D [1, 2]

· · · ·

2. (5 分) (2015•浙江) 某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积是（　　）



主视图      侧视图



俯视图

- A  $8\text{cm}^3$       B  $12\text{cm}^3$       C  $\frac{32}{3}\text{cm}^3$       D  $\frac{40}{3}\text{cm}^3$

· · · ·

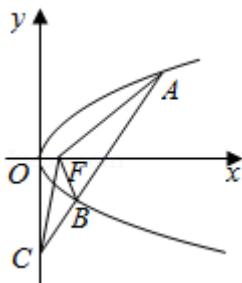
3. (5 分) (2015•浙江) 已知  $\{a_n\}$  是等差数列，公差  $d$  不为零，前  $n$  项和是  $S_n$ ，若  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $a_8$  成等比数列，则（　　）

- A  $a_1d > 0, dS_4 > 0$       B  $a_1d < 0, dS_4 < 0$       C  $a_1d > 0, dS_4 < 0$       D  $a_1d < 0, dS_4 > 0$

4. (5 分) (2015•浙江) 命题“ $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ,  $f(n) \in \mathbb{N}^*$  且  $f(n) \leq n$ ”的否定形式是（　　）

- A.  $\forall n \in \mathbb{N}^*, f(n) \notin \mathbb{N}^* \text{ 且 } f(n) > n$       B.  $\forall n \in \mathbb{N}^*, f(n) \notin \mathbb{N}^* \text{ 或 } f(n) > n$   
C.  $\exists n_0 \in \mathbb{N}^*, f(n_0) \notin \mathbb{N}^* \text{ 且 } f(n_0) > n_0$       D.  $\exists n_0 \in \mathbb{N}^*, f(n_0) \notin \mathbb{N}^* \text{ 或 } f(n_0) > n_0$

5. (5 分) (2015•浙江) 如图，设抛物线  $y^2=4x$  的焦点为  $F$ ，不经过焦点的直线上有三个不同的点  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ，其中点  $A$ ,  $B$  在抛物线上，点  $C$  在  $y$  轴上，则  $\triangle BCF$  与  $\triangle ACF$  的面积之比是（　　）



- A.  $\frac{|BF| - 1}{|AF| - 1}$       B.  $\frac{|BF|^2 - 1}{|AF|^2 - 1}$       C.  $\frac{|BF| + 1}{|AF| + 1}$       D.  $\frac{|BF|^2 + 1}{|AF|^2 + 1}$

6. (5分) (2015·浙江) 设  $A, B$  是有限集, 定义:  $d(A, B) = \text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B)$ , 其中  $\text{card}(A)$  表示有限集  $A$  中的元素个数 ( )

命题①: 对任意有限集  $A, B$ , “ $A \neq B$ ”是“ $d(A, B) > 0$ ”的充分必要条件;

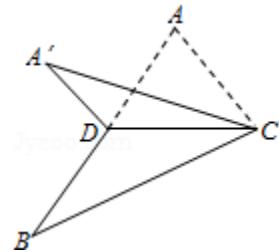
命题②: 对任意有限集  $A, B, C$ ,  $d(A, C) \leq d(A, B) + d(B, C)$

- A. 命题①和命题②都成立      B. 命题①和命题②都不成立  
C. 命题①成立, 命题②不成立      D. 命题①不成立, 命题②成立

7. (5分) (2015·浙江) 存在函数  $f(x)$  满足, 对任意  $x \in \mathbb{R}$  都有 ( )

- A.  $f(\sin 2x) = \sin x$       B.  $f(\sin 2x) = x^2 + x$       C.  $f(x^2 + 1) = |x + 1|$       D.  $f(x^2 + 2x) = |x + 1|$

8. (5分) (2015·浙江) 如图, 已知  $\triangle ABC$ ,  $D$  是  $AB$  的中点, 沿直线  $CD$  将  $\triangle ACD$  折成  $\triangle A'CD$ , 所成二面角  $A' - CD - B$  的平面角为  $\alpha$ , 则 ( )



- A.  $\angle A'DB \leq \alpha$       B.  $\angle A'DB \geq \alpha$       C.  $\angle A'CB \leq \alpha$       D.  $\angle A'CB \geq \alpha$

二、填空题: 本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单空题每题 4 分, 共 36 分.

9. (6分) (2015·浙江) 双曲线  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$  的焦距是 \_\_\_\_\_, 渐近线方程是 \_\_\_\_\_.

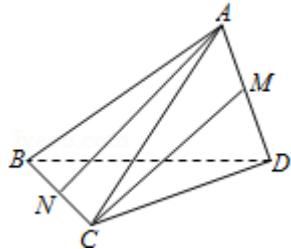
10. (6分) (2015·浙江) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x + \frac{2}{x} - 3, & x \geq 1 \\ \lg(x^2 + 1), & x < 1 \end{cases}$ , 则  $f(f(-3)) =$  \_\_\_\_\_,

$f(x)$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

11. (6分) (2015·浙江) 函数  $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 1$  的最小正周期是\_\_\_\_\_，单调递减区间是\_\_\_\_\_.

12. (4分) (2015·浙江) 若  $a = \log_4 3$ , 则  $2^a + 2^{-a} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. (4分) (2015·浙江) 如图, 三棱锥 A - BCD 中,  $AB = AC = BD = CD = 3$ ,  $AD = BC = 2$ , 点 M, N 分别是 AD, BC 的中点, 则异面直线 AN, CM 所成的角的余弦值是\_\_\_\_\_.



14. (4分) (2015·浙江) 若实数  $x, y$  满足  $x^2 + y^2 \leq 1$ , 则  $|2x+y-2|+|6-x-3y|$  的最小值是\_\_\_\_\_.

15. (6分) (2015·浙江) 已知  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  是空间单位向量,  $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \frac{1}{2}$ , 若空间向量  $\vec{b}$  满足

$\vec{b} \cdot \vec{e}_1 = 2$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{e}_2 = \frac{5}{2}$ , 且对于任意  $x, y \in \mathbb{R}$ ,

$|\vec{b} - (x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2)| \geq |\vec{b} - (x_0\vec{e}_1 + y_0\vec{e}_2)| = 1$  ( $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ ), 则  
 $x_0 = \underline{\hspace{2cm}}, y_0 = \underline{\hspace{2cm}}, |\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}.$

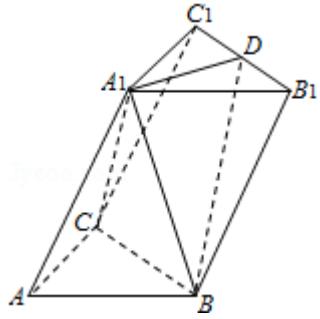
三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. (14分) (2015·浙江) 在  $\triangle ABC$  中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 已知  $A = \frac{\pi}{4}$ ,  $b^2 - a^2 = \frac{1}{2}c^2$ .

- (1) 求  $\tan C$  的值;
- (2) 若  $\triangle ABC$  的面积为 3, 求 b 的值.

17. (15分) (2015·浙江) 如图, 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC = 2$ ,  $A_1A = 4$ ,  $A_1$  在底面  $ABC$  的射影为  $BC$  的中点, D 是  $B_1C_1$  的中点.

- (1) 证明:  $A_1D \perp$  平面  $A_1BC$ ;
- (2) 求二面角  $A_1 - BD - B_1$  的平面角的余弦值.

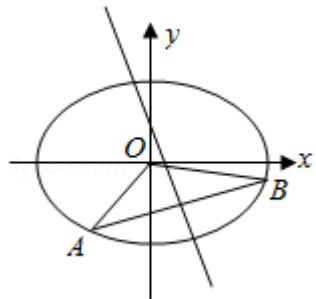


18. (15分) (2015·浙江) 已知函数  $f(x) = x^2 + ax + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ), 记  $M(a, b)$  是  $|f(x)|$  在区间  $[-1, 1]$  上的最大值.

- (1) 证明: 当  $|a| \geq 2$  时,  $M(a, b) \geq 2$ ;
- (2) 当  $a, b$  满足  $M(a, b) \leq 2$  时, 求  $|a| + |b|$  的最大值.

19. (15分) (2015·浙江) 已知椭圆  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  上两个不同的点  $A, B$  关于直线  $y = mx + \frac{1}{2}$  对称.

- (1) 求实数  $m$  的取值范围;
- (2) 求  $\triangle AOB$  面积的最大值 ( $O$  为坐标原点).



20. (15分) (2015·浙江) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = \frac{1}{2}$  且  $a_{n+1} = a_n - a_n^2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

- (1) 证明:  $1 \leq \frac{a_n}{a_{n+1}} \leq 2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ );
- (2) 设数列  $\{a_n^2\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 证明  $\frac{1}{2(n+2)} < \frac{S_n}{n} < \frac{1}{2(n+1)}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).