

2014 年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数学（理科）试卷

第I卷（选择题 共50分）

一. 选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

(1) 设 i 是虚数单位， \bar{z} 表示复数 z 的共轭复数. 若 $z=1+i$, 则 $\frac{z}{i}+i\cdot\bar{z}=(\quad)$

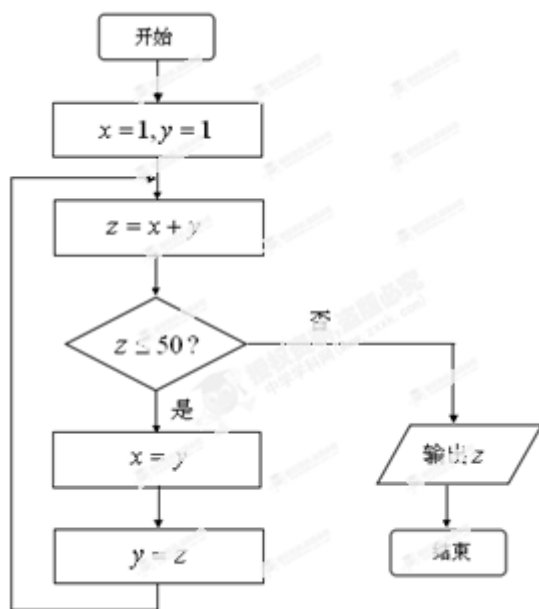
- A. -2 B. $-2i$ C. 2 D. $2i$

(2) “ $x < 0$ ”是“ $\ln(x+1) < 0$ ”的 (\quad)

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

(3) 如图所示，程序框图（算法流程图）的输出结果是 (\quad)

- A. 34 B. 55 C. 78 D. 89



4. 以平面直角坐标系的原点为极点， x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，两种坐标系中取相同的长度单位，

已知直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x=t+1 \\ y=t-3 \end{cases}$ (t 为参数)，圆 C 的极坐标方程是 $\rho=4\cos\theta$ ，则直线 l 被圆 C 截得的

弦长为 ()

- A. $\sqrt{14}$ B. $2\sqrt{14}$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

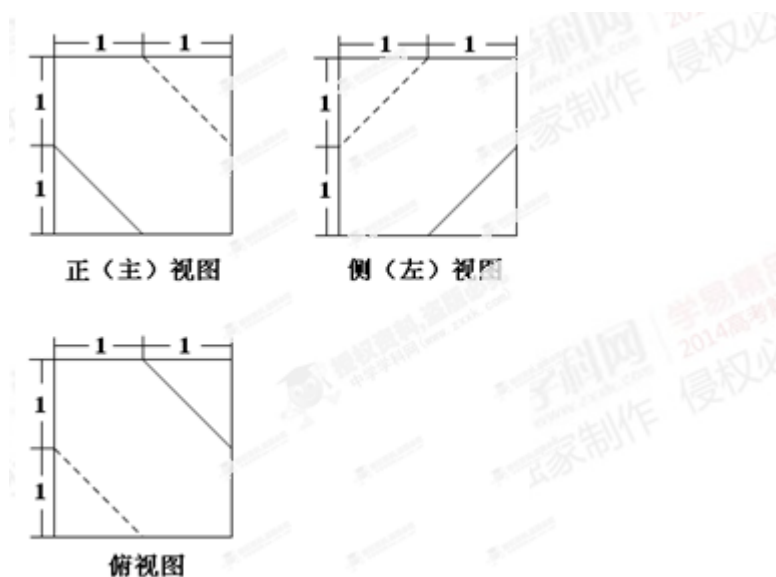
5. x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x-2y-2 \leq 0 \\ 2x-y+2 \geq 0 \end{cases}$, 若 $z = y - ax$ 取得最大值的最优解不唯一, 则实数 a 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ 或 -1 B. 2 或 $\frac{1}{2}$ C. 2 或 1 D. 2 或 -1

6. 设函数 $f(x) (x \in \mathbb{R})$ 满足 $f(x+\pi) = f(x) + \sin x$. 当 $0 \leq x < \pi$ 时, $f(x) = 0$, 则 $f(\frac{23\pi}{6}) =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 0 D. $-\frac{1}{2}$

7. 一个多面体的三视图如图所示, 则该多面体的表面积为 ()



- A. $21 + \sqrt{3}$ B. $18 + \sqrt{3}$ C. 21 D. 18

8. 从正方体六个面的对角线中任取两条作为一对, 其中所成的角为 60° 的共有 ()

- A. 24 对 B. 30 对 C. 48 对 D. 60 对

9.若函数 $f(x) = |x+1| + |2x+a|$ 的最小值为 3, 则实数 a 的值为 ()

- A. 5 或 8 B. -1 或 5 C. -1 或 -4 D. -4 或 8

10.在平面直角坐标系 xOy 中, 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}, |\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 点 Q 满足 $\overrightarrow{OQ} = \sqrt{2}(\vec{a} + \vec{b})$. 曲线

$C = \{P \mid \overrightarrow{OP} = \vec{a} \cos \theta + \vec{b} \sin \theta, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$, 区域 $\Omega = \{P \mid 0 < r \leq |\overrightarrow{PQ}| \leq R, r < R\}$. 若 $C \cap \Omega$ 为两段分离的曲线, 则()

- A. $1 < r < R < 3$ B. $1 < r < 3 \leq R$ C. $r \leq 1 < R < 3$ D. $1 < r < 3 < R$

第 II 卷 (非选择题 共 100 分)

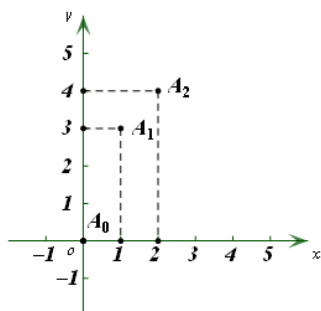
二. 选择题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11.若将函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图像向右平移 φ 个单位, 所得图像关于 y 轴对称, 则 φ 的最小正值是 _____.

12.数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 $a_1 + 1, a_3 + 3, a_5 + 5$ 构成公比为 q 的等比数列, 则 $q =$ _____.

(13) 设 $a \neq 0, n$ 是大于 1 的自然数, $\left(1 + \frac{x}{a}\right)^n$ 的展开式为 $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$. 若点

$A_i(i, a_i)(i = 0, 1, 2)$ 的位置如图所示, 则 $a =$ _____.



(14) 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 1)$ 的左、右焦点, 过点 F_1 的直线交椭圆 E 于 A, B 两点,

若 $|AF_1| = 3|BF_1|, AF_2 \perp x$ 轴, 则椭圆 E 的方程为_____

(15) 已知两个不相等的非零向量 \vec{a}, \vec{b} , 两组向量 $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4, \vec{x}_5$ 和 $\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3, \vec{y}_4, \vec{y}_5$ 均由 2 个 \vec{a} 和 3 个 \vec{b} 排列而成. 记 $S = \vec{x}_1 \cdot \vec{y}_1 + \vec{x}_2 \cdot \vec{y}_2 + \vec{x}_3 \cdot \vec{y}_3 + \vec{x}_4 \cdot \vec{y}_4 + \vec{x}_5 \cdot \vec{y}_5$, S_{\min} 表示 S 所有可能取值中的最小值. 则下列命题的是_____ (写出所有正确命题的编号).

① S 有 5 个不同的值.

② 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 S_{\min} 与 $|\vec{a}|$ 无关.

③ 若 $\vec{a} // \vec{b}$, 则 S_{\min} 与 $|\vec{b}|$ 无关.

④ 若 $|\vec{b}| > 4|\vec{a}|$, 则 $S_{\min} > 0$.

⑤ 若 $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|, S_{\min} = 8|\vec{a}|^2$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 解答写在答题卡上的指定区域内.

(16) (本小题满分 12 分) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边的长分别是 a, b, c , 且 $b = 3, c = 1, A = 2B$.

(1) 求 a 的值;

(2) 求 $\sin(A + \frac{\pi}{4})$ 的值.

(17) (本小题满分 12 分)

甲乙两人进行围棋比赛, 约定先连胜两局者直接赢得比赛, 若赛完 5 局仍未出现连胜, 则判定获胜局数多者赢得比赛, 假设每局甲获胜的概率为 $\frac{2}{3}$, 乙获胜的概率为 $\frac{1}{3}$, 各局比赛结果相互独立.

(1) 求甲在 4 局以内 (含 4 局) 赢得比赛的概率;

(2) 记 X 为比赛决出胜负时的总局数, 求 X 的分布列和均值 (数学期望).

(18) (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = 1 + (1+a)x - x^2 - x^3$, 其中 $a > 0$.

(1) 讨论 $f(x)$ 在其定义域上的单调性;

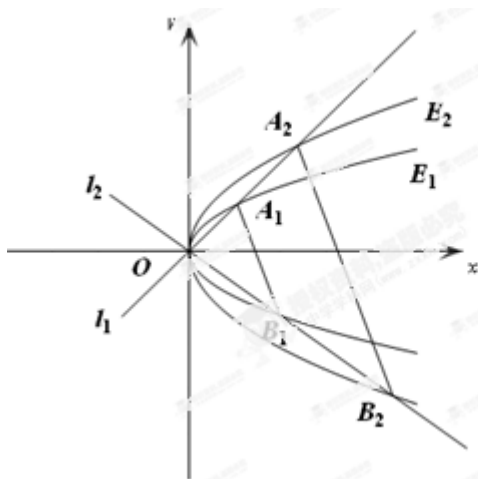
(2) 当 $x \in [0, 1]$ 时, 求 $f(x)$ 取得最大值和最小值时的 x 的值.

(19)(本小题满分 13 分)

如图, 已知两条抛物线 $E_1: y^2 = 2p_1x (p_1 > 0)$ 和 $E_2: y^2 = 2p_2x (p_2 > 0)$, 过原点 O 的两条直线 l_1 和 l_2 , l_1 与 E_1, E_2 分别交于 A_1, A_2 两点, l_2 与 E_1, E_2 分别交于 B_1, B_2 两点.

(1) 证明: $A_1B_1 \parallel A_2B_2$;

(2) 过原点 O 作直线 l (异于 l_1, l_2) 与 E_1, E_2 分别交于 C_1, C_2 两点. 记 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积分别为 S_1 与 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.



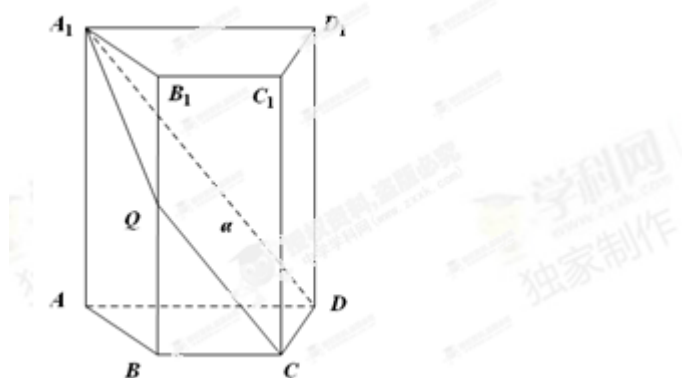
(20) (本题满分 13 分)

如图, 四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $A_1A \perp$ 底面 $ABCD$. 四边形 $ABCD$ 为梯形, $AD \parallel BC$, 且 $AD = 2BC$. 过 A_1, C, D 三点的平面记为 α , BB_1 与 α 的交点为 Q .

(1) 证明: Q 为 BB_1 的中点;

(2) 求此四棱柱被平面 α 所分成上下两部分的体积之比；

(3) 若 $A_1A = 4$, $CD = 2$, 梯形 $ABCD$ 的面积为 6, 求平面 α 与底面 $ABCD$ 所成二面角大小.



(21) (本小题满分 13 分)

设实数 $c > 0$, 整数 $p > 1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(1) 证明: 当 $x > -1$ 且 $x \neq 0$ 时, $(1+x)^p > 1+px$;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 > c^{\frac{1}{p}}$, $a_{n+1} = \frac{p-1}{p}a_n + \frac{c}{p}a_n^{1-p}$, 证明: $a_n > a_{n+1} > c^{\frac{1}{p}}$.