2012年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数学（理科）

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷第 1 至 2 页，第 II 卷第 3 至第 4 页。全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

考生注意事项：

1. 务必在试题卷、答题卡 自己的姓名、座位号，并认真 粘贴的条形码中姓名 座位号是否一致。务必 面规定的地方填写姓名和座位号后两位。

2.答第 I 卷时，每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

3.答第 II 卷时，必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置绘出，确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。

4.考试结束，务必将试卷和答题卡一并上交。

参考：

如果事件 A 与 B 互斥；则 $P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A 与 B 相互独立；则 $P(AB)=P(A)P(B)$

如果 A 与 B 是事件，且 $P(B)>0$；则 $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$

试卷总评：安徽卷的试题在整体上题目比去年容易很多，注重了学生对基础知识、基本技能的全面考查，试题难易程度适中，布局比较合理，适合与对中等生的能力选拔应试。但对于最后的难题（压轴题，如选择最后 1 题，填空最后一题，解答题压轴题）的区分度不大。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

（1）复数 x 满足 $(z-i)(2-i)=5$．则(　　)

A. $-2-2i$　　B $-2+2i$　　C $2-2i$　　D $2+2i$

【答案】D

【解析】因 $(z-i)(2-i)=5$，所以 $z=\dfrac{5}{2-i}+i=2+2i$，选 D。

【考点定位】考查复数运算。

(2) 下列函数中，不满足 $f(2x)=2f(x)$ 的是(　　)

A f(x)＝$|x|$　　B f (x)=x-$|x|$　　C f(x)＝x+1　　D f(x)＝-x

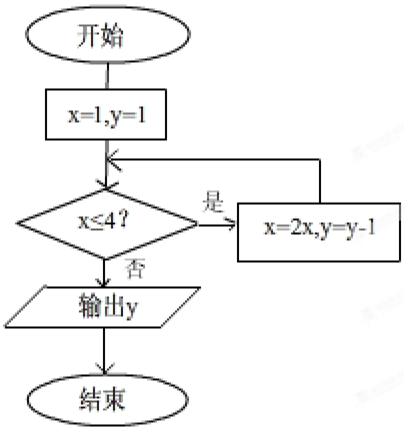
【答案】C

【解析】由题中选项可知 C 不满足，因 $f(2x)=2x+1$，$2f(x)=2(x+1)=2x+2$，选 C。

【考点定位】考查函数的表示

3　如图所示，程序框图（算法流程图）的输出结果是(　　　)

A.3　　　　B.4　　　　C.5　　　　D.8



【答案】B

【解析】由框图可知 $x=1, y=1$，①$1\le 4$，满足条件，则 $x=2, y=2$；②$2\le 4$，满足条件，则 $x=4, y=3$；③$4\le 4$，满足条件，则 $x=8, y=4$；④$8\le 4$，不满足条件，输出 $y=4$；选 B。

【考点定位】考查程序框图的推理运算。

4. 公比为 2 的等比数列$\{a_n\}$ 的各项都是正数，且 $a_3a_{11}=16$，则 $\log_2 a_{10}=$(　　　)

（A）4　（B）5　（C）6　　（D）7

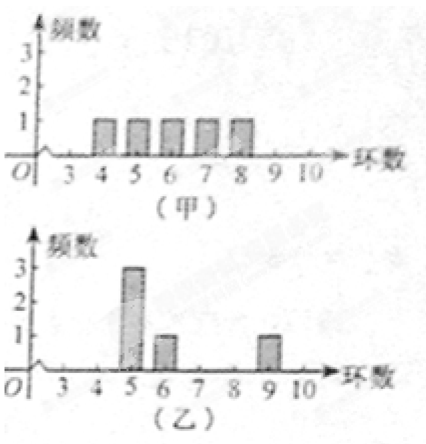
【答案】B

【解析】因 $a_3a_{11}=16=a_7^2$，$a_n>0$，所以 $a_7=4$，故 $a_{10}=a_7\cdot q^3=2^5$，即

$\log_2 a_{10}=\log_2 2^5=5$，选 B。

【考点定位】考查对数的运算。

5.甲、乙两人在一次射击比赛中各射靶 5 次，两人成绩的条形统计图如图所示，则(　　　)



第(5)题图

（A）甲的成绩的平均数小于乙的成绩的平均数
（B）甲的成绩的中位数等于乙的成绩的中位数
（C）甲的成绩的方差小于乙的成绩的方差
（D）甲的成绩的极差小于乙的成绩的极差

【答案】C

【解析】由条形图可知，$\overline{x_{甲}}=\frac{1}{5}(4+5+6+7+8)=6,\overline{x_{乙}}=\frac{1}{5}(5\times3+6+9)=6$，甲的成绩的方差为$\frac{1}{5}(2^2\times2+1^2\times2)=2$，乙的成绩的方差为$\frac{1}{5}(1^2\times3+3^2\times1)=2.4$故甲的成绩的方差小于乙的成绩的方差，选 C。
【考点定位】考查统计知识，平均数和方差。

（6）设平面 α 与平面 β 相交于直线 m，直线 a 在平面 α 内。直线 b 在平面 β 内，且 b⊥m，则“α⊥β”是“a⊥b”的(　　)
（A）充分不必要条件
（B）必要不充分条件
（C）充分必要条件
（D）既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】由题中条件可得，若“$\alpha\perp\beta$”，则$b\perp\alpha$，即可得“$a\perp b$”，即充分性成立，反之则不然，故选 A。
【考点定位】考查充分必要条件的判定。

(7) $(x^2+2)\left(\frac{1}{x^2}-1\right)^5$ 的展开式的常数项是(　　)

（A）-3　　（B）-2　　（C）2　　(D)3

【答案】D

【解析】由二项展开式通项公式可求得$\left(\frac{1}{x^2}-1\right)^5$含$x^{-2}$的项为$5x^{-2}$，常数项为$-1$，故可得$(x^2+2)\left(\frac{1}{x^2}-1\right)^5$的展开式的常数项是$5-2=3$，选 D。

【考点定位】考查二项式通项公式应用。

(8).在平面直角坐标系中，点$O(0,0)$，$P(6,8)$，将向量$\overrightarrow{OP}$绕点O逆时针方向旋转$\frac{3\pi}{4}$后得向量$\overrightarrow{OQ}$,则点的坐标是(　　)

$(A)\ (-7\sqrt{2},-\sqrt{2})$　$(B)\ (-7\sqrt{2},\sqrt{2})$　$(C)\ (-4\sqrt{6},-2)$　$(D)\ (-4\sqrt{6},2)$

【答案】A

【解析】

法一：设 $\overrightarrow{OP}=(10\cos\theta,10\sin\theta)\Rightarrow\cos\theta=\frac{3}{5},\sin\theta=\frac{4}{5}$，

则 $\overrightarrow{OQ}=(10\cos(\theta+\frac{3\pi}{4}),10\sin(\theta+\frac{3\pi}{4}))=(-7\sqrt{2},-\sqrt{2})$，选 A

法二：将向量 $\overrightarrow{OP}=(6,8)$ 按逆时针旋转 $\frac{3\pi}{2}$ 后得 $\overrightarrow{OM}=(8,-6)$，则

$\overrightarrow{OQ}=-\frac{1}{\sqrt{2}}(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OM})=(-7\sqrt{2},-\sqrt{2})$，选 A

【考点定位】考查平面向量的坐标运算。

（9）过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A，B 两点，O 为坐标原点。若 $|AF|=3$，则△AOB 的面积为(　　)

（A）$\frac{\sqrt{2}}{2}$　（B）$\sqrt{2}$　（C）$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　（D）$2\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

法一：由题可知焦点 $F(1,0)$，设点 $A(x_A,y_A)$，$B(x_B,y_B)$ 由 $|AF|=3$，则 $x_A=2$，即 $A(2,2\sqrt{2})$，故直线 $AB:y=2\sqrt{2}(x-1)$，联立方程可得 $2x^2-5x+2=0$，解得 $x_B=\frac{1}{2}$，即 $B(\frac{1}{2},-\sqrt{2})$，所以△AOB 的面积 $S=\frac{1}{2}\times1\times(2\sqrt{2}+\sqrt{2})=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，选 C。

法二：设 $\angle AFx=\theta(0<\theta<\pi)$ 及 $|BF|=m$；则点 A 到准线 $l:x=-1$ 的距离为 3，

得：$3=2+3\cos\theta\Leftrightarrow\cos\theta=\frac{1}{3}$ 又 $m=2+m\cos(\pi-\theta)\Leftrightarrow m=\frac{2}{1+\cos\theta}=\frac{3}{2}$，

ΔAOB 的面积为 $S=\frac{1}{2}\times|OF|\times|AB|\times\sin\theta=\frac{1}{2}\times1\times(3+\frac{3}{2})\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，选 C。

【考点定位】考查抛物线的性质。

（10）6 位同学在毕业聚会活动中进行纪念品的交换，任意两位同学之间最多交换一次，进行交换的两位同学互赠一份纪念品。已知 6 位同学之间共进行了 13 次交换，则收到 4 份纪念品的同学人数为(　　)

（A）1 或 3　（B）1 或 4　（C）2 或 3　（D）2 或 4

【答案】D

【解析】因 6 位同学之间任意两位同学交换一次有 $C_6^2=15$,则现在进行了 13 次交换，意味着有两对同学没有交换，故①设仅有甲与乙，丙没交换纪念品，则收到 4 份纪念品的同学人数为 2 人；②设仅有甲与乙，丙与丁没交换纪念品，则收到 4 份纪念品的同学人数为 4 人。

【考点定位】考查排列组合的应用。

2012 年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数 学（理科）

第 II 卷（非选择题 共 100 分）

请用 0.5 毫米海瑟墨水签字笔在答题卡上作答，在试卷上答题无效。

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡的相应位置。

（11）若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x\ge 0 \\ x+2y\ge 3 \\ 2x+y\le 3 \end{cases}$,则 $x-y$ 的取值范围是______。

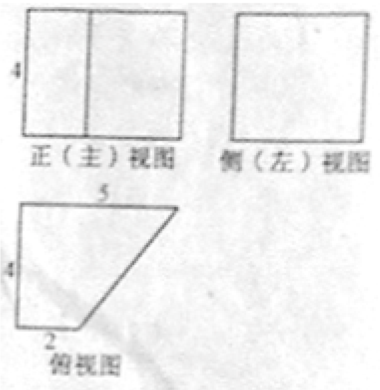
【答案】$[-3,0]$.

【解析】画出可行域可知，约束条件对应 ΔABC 边际及内的区域：$A(0,3),B(0,\frac{3}{2}),C(1,1)$

则在点 $(0,3)$ 取最小值为 -3，在点 $(1,1)$ 处取最大值 0，即取值范围是 $[-3,0]$.

【考点定位】考查线性规划。

（12）某几何体的三视图如图所示，该几何体的表面积是______。



第(12)题图

【答案】92

【解析】由三视图可知，原几何体是一个底面是直角梯形，高为 4 的直四棱柱，其底面积为 $2\times\frac{(2+5)4}{2}=28$，侧面积为 $(4+2+5+5)\times 4=64$，故表面积为 92.

【考点定位】考查三视图和表面积计算。

（13）在极坐标系中，圆 $\rho=4\sin\theta$ 的圆心到直线 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\in R)$ 的距离是___________。

【答案】$\sqrt{3}$

【解析】因圆 $\rho=4\sin\theta$ 化普通方程为 $x^2+y^2=4y$，其圆心为 $(0,2)$，直线 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\in R)$ 化普通方程为 $x-\sqrt{3}y=0$，则所求距离为 $d=\frac{|0-2\sqrt{3}|}{2}=\sqrt{3}$。

【考点定位】考查极坐标与参数方程。

（14）若平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|2\vec{a}-\vec{b}|\le 3$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最小值是__________。

【答案】$-\frac{9}{8}$

【解析】因 $\left|2\vec{a}-\vec{b}\right|\le 3 \Leftrightarrow 4\vec{a}^2+\vec{b}^2\le 9+4\vec{a}\cdot\vec{b}$，而 $4\vec{a}^2+\vec{b}^2\ge 4\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\ge -4\vec{a}\cdot\vec{b}$，故 $9+4\vec{a}\cdot\vec{b}\ge -4\vec{a}\cdot\vec{b}\Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}\ge -\frac{9}{8}$。

【考点定位】考查平面向量的数量积及应用。

（15）设△ABC 的内角 A，B，C 所对边的长分别为 a,b,c，则下列命题正确的是________（写出所有正确命题的编号）。

①若 $ab>c^2$，则 $C<\frac{\pi}{3}$　　②若 $a+b>2c$，则 $C<\frac{\pi}{3}$

③若 $a^3+b^3=c^3$，则 $C>\frac{\pi}{2}$　　④若 $(a+b)c=2ab$，则 $C>\frac{\pi}{2}$

⑤若 $(a^2+b^2)c^2=2a^2b^2$，则 $C>\frac{\pi}{3}$

【答案】①②③

【解析】① $ab>c^2\Rightarrow \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}>\frac{2ab-ab}{2ab}=\frac{1}{2}\Rightarrow C<\frac{\pi}{3}$；

② $a+b>2c\Rightarrow \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}>\frac{4(a^2+b^2)-(a+b)^2}{8ab}\ge\frac{1}{2}\Rightarrow C<\frac{\pi}{3}$；

③当 $C\ge\frac{\pi}{2}$ 时，$c^2\ge a^2+b^2\Rightarrow c^3\ge a^2c+b^2c>a^3+b^3$ 与 $a^3+b^3=c^3$ 矛盾；

④取 $a=b=2,c=1$ 满足 $(a+b)c<2ab$ 得：$C<\frac{\pi}{2}$；

⑤取 $a=b=2,c=1$ 满足 $(a^2+b^2)c^2<2a^2b^2$ 得：$C<\frac{\pi}{3}$；

【考点定位】考查解三角形即余弦定理。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演

算步骤。解答写在答题卡上的指定区域内。

（16）（本小题满分 12 分）设函数 $f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(2x+\frac{\pi}{4})+\sin^2 x$，

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）设函数 $g(x)$ 对任意 x∈R，有 $g(x+\frac{\pi}{2})=g(x)$，且当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 时，$g(x)=\frac{1}{2}-f(x)$，求 $g(x)$ 在区间 $[-\pi,0]$ 上的解析式。

【解析】

$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(2x+\frac{\pi}{4})+\sin^2 x=\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}(1-\cos 2x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sin 2x$

（Ⅰ）函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$

（Ⅱ）当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 时，$g(x)=\frac{1}{2}-f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x$

当 $x\in[-\frac{\pi}{2},0]$ 时，$(x+\frac{\pi}{2})\in[0,\frac{\pi}{2}]$ $g(x)=g(x+\frac{\pi}{2})=\frac{1}{2}\sin 2(x+\frac{\pi}{2})=-\frac{1}{2}\sin 2x$，

当 $x\in[-\pi,-\frac{\pi}{2})$ 时，$(x+\pi)\in[0,\frac{\pi}{2})$ $g(x)=g(x+\pi)=\frac{1}{2}\sin 2(x+\pi)=\frac{1}{2}\sin 2x$，

则函数 $g(x)$ 在 $[-\pi,0]$ 上的解析式为 $g(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}\sin 2x,(-\frac{\pi}{2}\le x\le 0)\\ \frac{1}{2}\sin 2x,(-\pi\le x<-\frac{\pi}{2})\end{cases}$。

【考点定位】考查三角函数的性质和三角表示。

（17）（本小题满分 12 分）

某单位招聘面试，每次从试题库随机调用一道试题，若调用的是 A 类型试题，则使用后该试题回库，并增补一道 A 类试题和一道 B 类型试题入库，此次调题工作结束；若调用的是 B 类型试题，则使用后该试题回库，此次调题工作结束。试题库中现共有 $n+m$ 道试题，其中有 n 道 A 类型试题和 m 道 B 类型试题，以 X 表示两次调题工作完成后，试题库中 A 类试题的数量。

（Ⅰ）求 $X=n+2$ 的概率；

（Ⅱ）设 $m=n$，求 X 的分布列和均值（数学期望）。

【解析】（Ⅰ）$X=n+2$ 表示两次调题均为 A 类型试题，由事件的独立性可得所求概率为 $\frac{n}{m+n}\times\frac{n+1}{m+n+2}$。

（Ⅱ）$m=n$ 时，每次调用的是 A 类型试题的概率为 $p=\frac{1}{2}$

随机变量 X 可取 $n,n+1,n+2$，则

$P(X=n)=(1-p)^2=\frac{1}{4}$，$P(X=n+1)=2p(1-p)=\frac{1}{2}$，$P(X=n+2)=p^2=\frac{1}{4}$

X 的分布列如下：

X	n	$n+1$	$n+2$
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

所以 $EX=n\times\frac{1}{4}+(n+1)\times\frac{1}{2}+(n+2)\times\frac{1}{4}=n+1$。

答：（Ⅰ）$X=n+2$ 的概率为 $\frac{n}{m+n}\times\frac{n+1}{m+n+2}$；（Ⅱ）$X$ 的均值为 $n+1$。

【考点定位】考查概率分布列和数学期望。

（18）（本小题满分 12 分）

平面图形 $ABB_1A_1C_1C$ 如图 1 所示，其中 BB_1C_1C 是矩形，$BC=2,BB_1=4$，$AB=AC=\sqrt{2}$，$A_1B_1=A_1C_1=\sqrt{5}$。现将该平面图形分别沿 BC 和 B_1C_1 折叠，使 ΔABC 与 $\Delta A_1B_1C_1$ 所在平面都与平面 BB_1C_1C 垂直，再分别连接 AA_1,BA_1,CA_1，得到如图 2 所示的空间图形，对此空间图形解答下列问题。

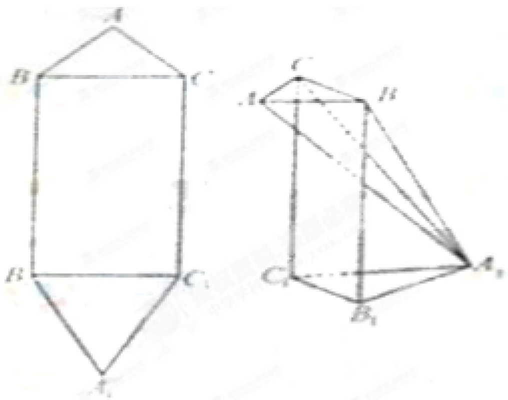


图 1　　图 2

第（18）题图

。

（Ⅰ）证明：$AA_1\perp BC$；（Ⅱ）求 AA_1 的长；（Ⅲ）求二面角 $A-BC-A_1$ 的余弦值。

【解析】(I) 取 BC,B_1C_1 的中点为点 O,O_1，连接 AO,OO_1,A_1O,A_1O_1

则 $AB=AC\Rightarrow AO\perp BC$，面 $ABC\perp$ 面 $BB_1C_1C\Rightarrow AO\perp$ 面 BB_1C_1C

同理：$A_1O_1\perp$ 面 BB_1C_1C 得：$AO//A_1O_1\Rightarrow A,O,A_1,O_1$ 共面，

又 $OO_1\perp BC,OO_1\cap AO=O\Rightarrow BC\perp$ 面 $AOO_1A_1\Rightarrow AA_1\perp BC$

（Ⅱ）延长 A_1O_1 到 D，使 $O_1D=OA$　　得：$O_1D \underline{//} OA \Rightarrow AD \underline{//} OO_1$

$OO_1 \perp BC$，面 $A_1B_1C_1 \perp$ 面 $BB_1C_1C \Rightarrow OO_1 \perp$ 面 $A_1B_1C_1 \Rightarrow AD \perp$ 面 $A_1B_1C_1$

$AA_1=\sqrt{AD^2+DA^2}=\sqrt{4^2+(2+1)^2}=5$

（III）$AO \perp BC, A_1O \perp BC \Rightarrow \angle AOA_1$ 是二面角 $A-BC-A_1$ 的平面角，

在 $Rt\Delta OO_1A_1$ 中，$A_1O=\sqrt{OO_1^2+A_1O_1^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

在 $Rt\Delta OAA_1$ 中，$\cos\angle AOA_1=\dfrac{AO^2+A_1O^2-AA_1^2}{2AO\times A_1O}=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

得：二面角 $A-BC-A_1$ 的余弦值为 $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$。

【考点定位】考查立体几何的垂直的证明，距离和夹角的计算。

19.（本小题满分 13 分）

设函数 $f(x)=ae^x+\dfrac{1}{ae^x}+b\ (a>0)$

（Ⅰ）求 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 内的最小值；

（Ⅱ）设曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程为 $y=\dfrac{3}{2}x$，求 a,b 的值。

【解析】（Ⅰ）设 $t=e^x(t\geq 1)$；则 $y=at+\dfrac{1}{at}+b \Rightarrow y'=a-\dfrac{1}{at^2}=\dfrac{a^2t^2-1}{at^2}$，令 $y'=0$，

则 $t=\dfrac{1}{a}$，

①当 $a\geq 1$ 时，$y'>0 \Rightarrow y=at+\dfrac{1}{at}+b$ 在 $t\geq 1$ 上是增函数，得：当 $t=1(x=0)$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $a+\dfrac{1}{a}+b$；

②当 $0<a<1$ 时，$y=at+\dfrac{1}{at}+b\geq 2+b$，当且仅当 $at=1(t=e^x=\dfrac{1}{a}, x=-\ln a)$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $b+2$，

故 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 内的最小值为 $f(x)=\begin{cases} a+\dfrac{1}{a}+b, a\geq 1 \\ b+2, 0<a<1 \end{cases}$。

（Ⅱ）$f(x)=ae^x+\dfrac{1}{ae^x}+b \Rightarrow f'(x)=ae^x-\dfrac{1}{ae^x}$，

则 $t=\frac{1}{a}$，

①当 $a\ge 1$ 时，$y'>0\Rightarrow y=at+\frac{1}{at}+b$ 在 $t\ge 1$ 上是增函数， 得：当 $t=1(x=0)$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $a+\frac{1}{a}+b$；

②当 $0<a<1$ 时，$y=at+\frac{1}{at}+b\ge 2+b$，当且仅当 $at=1(t=e^x=\frac{1}{a},x=-\ln a)$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $b+2$，

故 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 内的最小值为 $f(x)=\begin{cases}a+\frac{1}{a}+b,a\ge 1\\ b+2,0<a<1\end{cases}$。

（Ⅱ） $f(x)=ae^x+\frac{1}{ae^x}+b\Rightarrow f'(x)=ae^x-\frac{1}{ae^x}$，

由题意得：$\begin{cases}f(2)=3\\ f'(2)=\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}ae^2+\frac{1}{ae^2}+b=3\\ ae^2-\frac{1}{ae^2}=\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{2}{e^2}\\ b=\frac{1}{2}\end{cases}$。

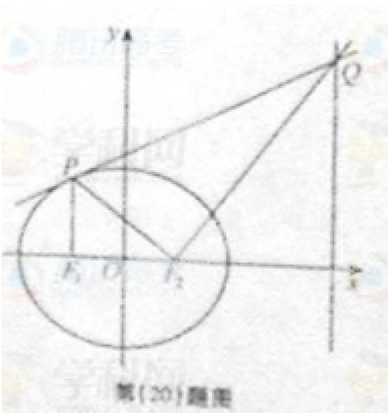
【考点定位】考查导数的应用。

20.（本小题满分13分）

如图，点 $F_1(-c,0),F_2(c,0)$ 分别是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左右焦点，经过 F_1 做 x 轴的垂线交椭圆 C 的上半部分于点 P，过点 F_2 作直线 PF_2 垂线交直线 $x=\frac{a^2}{c}$ 于点 Q。

（Ⅰ）如果点 Q 的坐标为 $(4,4)$，求此时椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）证明：直线 PQ 与椭圆 C 只有一个交点。



【解析】(I) 点 $P(-c,y_1)(y_1>0)$ 代入 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 得：$y_1=\frac{b^2}{a}$，

$$PF_1\perp QF_2\Leftrightarrow\frac{\frac{b^2}{a}-0}{-c-c}\times\frac{4-0}{4-c}=-1\quad①$$

又 $\frac{a^2}{c}=4$ ②　$c^2=a^2-b^2(a,b,c>0)$③

由①②③得：$a=2,c=1,b=\sqrt{3}$ 既椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

(II) 设 $Q(\frac{a^2}{c},y_2)$；则 $PF_1\perp QF_2\Leftrightarrow\frac{\frac{b^2}{a}-0}{-c-c}\times\frac{y_2-0}{\frac{a^2}{c}-c}=-1\Leftrightarrow y_2=2a$

得：$k_{PQ}=\frac{2a-\frac{b^2}{a}}{\frac{a^2}{c}+c}=\frac{c}{a}$　$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\Rightarrow y=\sqrt{b^2-\frac{b^2}{a^2}x^2}\Rightarrow y'=\frac{-\frac{b^2}{a^2}x}{\sqrt{b^2-\frac{b^2}{a^2}x^2}}$

过点 P 与椭圆 C 相切的直线斜率 $k=y'|_{x=-c}=\frac{c}{a}=k_{PQ}$

得：直线 PQ 与椭圆 C 只有一个交点。

【考点定位】考查椭圆方程、直线与椭圆的位置关系。

21.（本小题满分 13 分）

数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1=0,x_{n+1}=-x_n^{\ 2}+x_n+c(n\in N_+)$

（Ⅰ）证明：$\{x_n\}$ 是从递减数列的充分必要条件是 $c<0$；

（Ⅱ）求 c 的取值范围，使 $\{x_n\}$ 是递增数列。

【解析】（Ⅰ）证明：必要条件：

当 $c<0$ 时，$x_{n+1}=-x_n^2+x_n+c<x_n\Rightarrow$ 数列 $\{x_n\}$ 是单调递减数列

充分条件：

数列 $\{x_n\}$ 是单调递减数列 $\Rightarrow x_1>x_2=-x_1^2+x_1+c\Leftrightarrow c<x_1^2=0$

得：数列 $\{x_n\}$ 是单调递减数列的充分必要条件是 $c<0$

（Ⅱ）由（Ⅰ）得：$c \geq 0$，①当$c=0$时，$a_n=a_1=0$，不合题意；

②当$c>0$时，$x_2=c>x_1, x_3=-c^2+2c>x_2=c \Leftrightarrow 0<c<1$，

$$x_{n+1}-x_n=c-x_n^2>0 \Leftrightarrow x_n^2<c<1 \Leftrightarrow 0=x_1 \leq x_n<\sqrt{c}$$

$$x_{n+2}-x_{n+1}=-(x_{n+1}^2-x_n^2)+(x_{n+1}-x_n)=-(x_{n+1}-x_n)(x_{n+1}+x_n-1)$$

当$c \leq \frac{1}{4}$时，$x_n<\sqrt{c} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow x_n+x_{n+1}-1<0 \Leftrightarrow x_{n+2}-x_{n+1}$与$x_{n+1}-x_n$同号，

由$x_2-x_1=c>0 \Rightarrow x_{n+2}-x_n>0 \Leftrightarrow x_{n+1}>x_n$，

$\lim\limits_{n\to\infty} x_{n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}(-x_n^2+x_n+c) \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} x_n=\sqrt{c}$

当$c>\frac{1}{4}$时，存在N，使$x_N>\frac{1}{2} \Rightarrow x_N+x_{N+1}>1 \Rightarrow x_{N+2}-x_{N+1}$与$x_{N+1}-x_N$异号

与数列$\{x_n\}$是单调递减数列矛盾。

得：当$0<c \leq \frac{1}{4}$时，数列$\{x_n\}$是单调递增数列

【考点定位】考查数列的证明。