

2009年全国统一高考数学试卷（文科）（全国卷Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）已知全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ， $M=\{1, 3, 5, 7\}$ ， $N=\{5, 6, 7\}$ ，则 $C_U(M \cap N) = (\quad)$
- A. $\{5, 7\}$ B. $\{2, 4\}$
C. $\{2, 4, 8\}$ D. $\{1, 3, 5, 6, 7\}$
2. （5分）函数 $y=\sqrt{-x}$ ($x \leq 0$) 的反函数是 (\quad)
- A. $y=x^2$ ($x \geq 0$) B. $y=-x^2$ ($x \geq 0$) C. $y=x^2$ ($x \leq 0$) D. $y=-x^2$ ($x \leq 0$)
3. （5分）函数 $y=\log_2 \frac{2-x}{2+x}$ 的图象 (\quad)
- A. 关于直线 $y=-x$ 对称 B. 关于原点对称
C. 关于 y 轴对称 D. 关于直线 $y=x$ 对称
4. （5分）已知 $\triangle ABC$ 中， $\cot A = -\frac{12}{5}$ ，则 $\cos A = (\quad)$
- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $-\frac{5}{13}$ D. $-\frac{12}{13}$
5. （5分）已知正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1=2AB$ ， E 为 AA_1 中点，则异面直线 BE 与 CD_1 所形成角的余弦值为 (\quad)
- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{3}{5}$
6. （5分）已知向量 $\vec{a}=(2, 1)$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b}=10$ ， $|\vec{a} + \vec{b}|=5\sqrt{2}$ ，则 $|\vec{b}| = (\quad)$
- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. 5 D. 25
7. （5分）设 $a=\lg e$ ， $b=(\lg e)^2$ ， $c=\lg \sqrt{e}$ ，则 (\quad)
- A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $a > c > b$ D. $c > b > a$
8. （5分）双曲线 $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的渐近线与圆 $(x-3)^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 相切，则 $r = (\quad)$
- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 3 D. 6
9. （5分）若将函数 $y=\tan(\omega x + \frac{\pi}{4})$ ($\omega > 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，与函数 $y=\tan(\omega x + \frac{\pi}{6})$ 的图象重合，则 ω 的最小值为 (\quad)

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

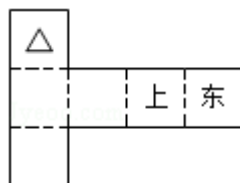
10. (5分) 甲、乙两人从4门课程中各选修2门，则甲、乙所选的课程中恰有1门相同的选法有 ()

- A. 6种 B. 12种 C. 24种 D. 30种

11. (5分) 已知直线 $y=k(x+2)$ ($k>0$) 与抛物线 $C: y^2=8x$ 相交于A、B两点，F为C的焦点，若 $|FA|=2|FB|$ ，则 $k=$ ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

12. (5分) 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北. 现在沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展平，得到如图所示的平面图形，则标“△”的面的方位 ()



- A. 南 B. 北 C. 西 D. 下

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1=1$, $S_6=4S_3$, 则 $a_4=$ _____.

14. (5分) $(x\sqrt{y} - y\sqrt{x})^4$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为_____.

15. (5分) 已知圆 $O: x^2+y^2=5$ 和点 $A(1, 2)$, 则过A且与圆O相切的直线与两坐标轴围成的三角形的面积=_____.

16. (5分) 设 OA 是球 O 的半径, M 是 OA 的中点, 过 M 且与 OA 成 45° 角的平面截球 O 的表面得到圆 C . 若圆 C 的面积等于 $\frac{7\pi}{4}$, 则球 O 的表面积等于_____.

三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3a_7 = -16$, $a_4+a_6=0$, 求 $\{a_n\}$ 前 n 项和 S_n .

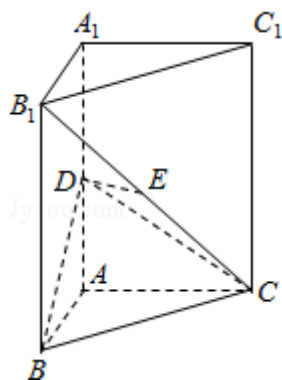
18. (12分) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边长分别为 a 、 b 、 c , $\cos(A-C) + \cos$

$sB = \frac{3}{2}$, $b^2 = ac$, 求B.

19. (12分) 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, D、E分别为 AA_1 、 B_1C 的中点, $DE \perp$ 平面 BCC_1 .

(I) 证明: $AB = AC$;

(II) 设二面角 $A - BD - C$ 为 60° , 求 B_1C 与平面 BCD 所成的角的大小.



20. (12分) 某车间甲组有10名工人, 其中有4名女工人; 乙组有10名工人, 其中有6名女工人. 现采用分层抽样(层内采用不放回简单随即抽样)从甲、乙两组中共抽取4名工人进行技术考核.

(1) 求从甲、乙两组各抽取的人数;

(2) 求从甲组抽取的工人中恰有1名女工人的概率;

(3) 求抽取的4名工人中恰有2名男工人的概率.

21. (12分) 设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (1+a)x^2 + 4ax + 24a$, 其中常数 $a > 1$,

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若当 $x \geq 0$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 过右焦点 F 的直

线 l 与 C 相交于 A 、 B 两点, 当 l 的斜率为 1 时, 坐标原点 O 到 l 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,

(I) 求 a , b 的值;

(II) C 上是否存在点 P , 使得当 l 绕 F 转到某一位置时, 有 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ 成立? 若存在, 求出所有的 P 的坐标与 l 的方程; 若不存在, 说明理由.