2025 年全国统一高考数学试卷

（新高考II卷）

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效.

3.考试结束后，本试卷和答题卡一并交回.

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 样本数据 2，8，14，16，20 的平均数为（　）

A. 8　　B. 9　　C. 12　　D. 18

2. 已知 $z=1+\mathrm{i}$，则 $\dfrac{1}{z-1}=$（　）

A. $-\mathrm{i}$　　B. i　　C. -1　　D. 1

3. 已知集合 $A=\{-4,0,1,2,8\},B=\left\{x\mid x^3=x\right\}$,则 $A\bigcap B=$（　）

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2,8\}$

C. $\{2,8\}$　　D. $\{0,1\}$

4. 不等式 $\dfrac{x-4}{x-1}\geq 2$ 的解集是（　）

A. $\{x|-2\leq x\leq 1\}$　　B. $\{x|\ x\leq -2\}$

C. $\{x|-2\leq x<1\}$　　D. $\{x|\ x>1\}$

5. 在$\vee ABC$ 中，$BC=2$，$AC=1+\sqrt{3}$，$AB=\sqrt{6}$，则 $A=$（　）

A. $45°$　　B. $60°$　　C. $120°$　　D. $135°$

6. 设抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F, 点 A 在 C 上，过 A 作 C 的准线的垂线，垂足为 B，若直线 BF 的方程为 $y=-2x+2$，则 $|AF|=$（　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

7. 记 S_n 为等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和，若 $S_3=6,S_5=-5$, 则 $S_6=$（　）

A. -20　　B. -15　　C. -10　　D. -5

8. 已知$0<\alpha<\pi$，$\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=$（　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$　　C. $\frac{3\sqrt{2}}{10}$　　D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

二、多选题：本题共3小题，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.

9. 记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和，q为$\{a_n\}$的公比，$q>0$,若$S_3=7,a_3=1$，则（　）

A. $q=\frac{1}{2}$　　B. $a_5=\frac{1}{9}$

C. $S_5=8$　　D. $a_n+S_n=8$

10. 已知$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，且当$x>0$时，$f(x)=(x^2-3)e^x+2$，则（　）

A. $f(0)=0$　　B. 当$x<0$时，$f(x)=-(x^2-3)e^{-x}-2$

C. $f(x)\geq 2$当且仅当$x\geq\sqrt{3}$　　D. $x=-1$是$f(x)$的极大值点

11. 双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别是$F_1$、$F_2$，左、右顶点分别为$A_1$，$A_2$，以$F_1F_2$为直径的圆与$C$的一条渐近线交于$M$、$N$两点，且$\angle NA_1M=\frac{5\pi}{6}$，则（　）

A. $\angle A_1MA_2=\frac{\pi}{6}$　　B. $|MA_1|=2|MA_2|$

C. C的离心率为$\sqrt{13}$　　D. 当$a=\sqrt{2}$时，四边形NA_1MA_2的面积为$8\sqrt{3}$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 已知平面向量$\vec{a}=(x,1),\vec{b}=(x-1,2x)$,若$\vec{a}\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则$|\vec{a}|=$__________

13. 若$x=2$是函数$f(x)=(x-1)(x-2)(x-a)$的极值点，则$f(0)=$__________

14. 一个底面半径为4cm，高为9cm的封闭圆柱形容器（容器壁厚度忽略不计）内有两个半径相等的铁球，则铁球半径的最大值为__________cm.

四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. 已知函数$f(x)=\cos(2x+\varphi)(0\leq\varphi<\pi),f(0)=\frac{1}{2}$.

（1）求φ;

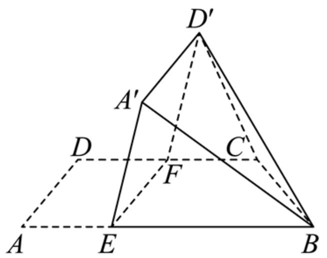
（2）设函数 $g(x)=f(x)+f\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，求 $g(x)$ 的值域和单调区间.

16. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，长轴长为 4.

（1）求 C 的方程；

（2）过点 $(0,-2)$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点，O 为坐标原点，若 $\triangle OAB$ 的面积为 $\sqrt{2}$，求 $|AB|$.

17. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD, \angle DAB=90^\circ$，$F$ 为 CD 的中点，点 E 在 AB 上，$EF//AD$，$AB=3AD, CD=2AD$，将四边形 $EFDA$ 沿 EF 翻折至四边形 $EFD'A'$，使得面 $EFD'A'$ 与面 $EFCB$ 所成的二面角为 60°.



（1）证明: $A'B//$平面 $CD'F$；

（2）求面 BCD' 与面 $EFD'A'$ 所成的二面角的正弦值.

18. 已知函数 $f(x)=\ln(1+x)-x+\dfrac{1}{2}x^2-kx^3$，其中 $0<k<\dfrac{1}{3}$.

（1）证明：$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 存在唯一的极值点和唯一的零点；

（2）设 x_1, x_2 分别为 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 的极值点和零点.

（i）设函数 $g(t)=f\left(x_1+t\right)-f\left(x_1-t\right)$·证明：$g(t)$ 在区间 $\left(0,x_1\right)$ 单调递减；

（ii）比较 $2x_1$ 与 x_2 的大小，并证明你的结论.

19. 甲、乙两人进行乒乓球练习，每个球胜者得 1 分，负者得 0 分．设每个球甲胜的概率为 $P\left(\dfrac{1}{2}<p<1\right)$，乙胜的概率为 q，$p+q=1$，且各球的胜负相互独立，对正整数 $k\geq 2$，记 p_k 为打完 k 个球后甲比乙至少多得 2 分的概率，q_k 为打完 k 个球后乙比甲至少多得 2 分的概率.

（1）求 p_3, p_4（用 p 表示）.

（2）若$\dfrac{p_4-p_3}{q_4-q_3}=4$，求 p.

（3）证明：对任意正整数 m，$p_{2m+1}-q_{2m+1}<p_{2m}-q_{2m}<p_{2m+2}-q_{2m+2}$.