2013年高考辽宁数学（文）卷原卷（精编版）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）已知集合 $A=\{0,1,2,3,4\},B=\{x\,|\,|x|<2\}$,则$A\cap B=$

（A）$\{0\}$　　（B）$\{0,1\}$　　（C）$\{0,2\}$　　（D）$\{0,1,2\}$

（2）复数的$Z=\dfrac{1}{i-1}$模为

（A）$\dfrac{1}{2}$　　（B）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　（C）$\sqrt{2}$　　（D）2

（3）已知点 $A(1,3),B(4,-1)$,则与向量$\overline{AB}$同方向的单位向量为

（A）$\left(\dfrac{3}{5},\ -\dfrac{4}{5}\right)$　　（B）$\left(\dfrac{4}{5},\ -\dfrac{3}{5}\right)$

（C）$\left(-\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5}\right)$　　（D）$\left(-\dfrac{4}{5},\dfrac{3}{5}\right)$

（4）下面是关于公差$d>0$的等差数列(a_n)的四个命题：

p_1:数列$\{a_n\}$是递增数列；　　p_2:数列$\{na_n\}$是递增数列；

p_3:数列$\left\{\dfrac{a_n}{n}\right\}$是递增数列；　　p_4:数列$\{a_n+3nd\}$是递增数列；

其中的真命题为

（A）p_1,p_2　　（B）p_3,p_4　　（C）p_2,p_3　　（D）p_1,p_4

（5）某学校组织学生参加英语测试，成绩的频率分布直方图如图，

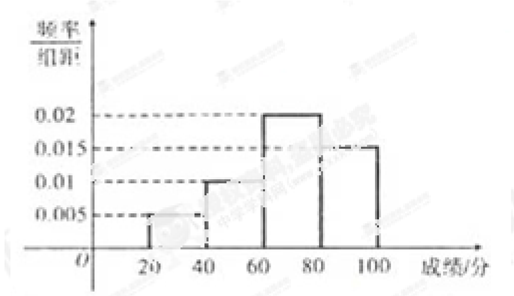
数据的分组一次为

$[20,40),[40,60),[60,80),8[20,100)$.

若低于 60 分的人数是 15 人，则该班的学生人数是

（A） 45　　（B） 50

（C） 55　　（D） 60



（6）在 ΔABC，内角 A,B,C 所对的边长分别为 $a,b,c.$ $a\sin B\cos C+c\sin B\cos A=\frac{1}{2}b,$

且 $a>b$,则 $\angle B=$

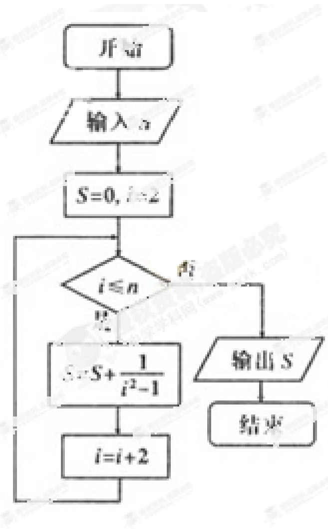
A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

（7）已知函数 $f(x)=\ln\left(\sqrt{1+9x^2}-3x\right)+1,$.则 $f(\lg 2)+f\left(\lg\frac{1}{2}\right)=$

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

（8）执行如图所示的程序框图，若输入 $n=8$,则输出的 $S=$

A. $\frac{4}{9}$　　B. $\frac{6}{7}$　　C. $\frac{8}{9}$　　D. $\frac{10}{11}$



（9）已知点 $O(0,0),A(0,b),B\left(a,a^3\right)$.若 Δ ABC为直角三角形,则必有

A．$b=a^3$　　　　　　　　B．$b=a^3+\frac{1}{a}$

C．$\left(b-a^3\right)\left(b-a^3-\frac{1}{a}\right)=0$　　　　　　D．$\left|b-a^3\right|+\left|b-a^3-\frac{1}{a}\right|=0$

（10）已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$的6个顶点都在球O的球面上.若$AB=3$，$AC=4$，$AB\perp AC$, $AA_1=12$，则球O的半径为

A．$\frac{3\sqrt{17}}{2}$　　　B．$2\sqrt{10}$　　　C．$\frac{13}{2}$　　　D．$3\sqrt{10}$

（11）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为F F,C与过原点的直线相交于A,B两点，连接AF,BF.若$|AB|=10,|BF|=8,\cos\angle \mathrm{ABF}=\frac{4}{5}$,则$C$的离心率为

（A）$\frac{3}{5}$　　（B）$\frac{5}{7}$　　（C）$\frac{4}{5}$　　（D）$\frac{6}{7}$

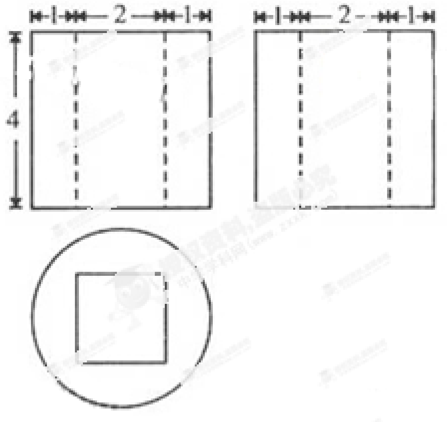
（12）已知函数$f\left(x\right)=x^2-2\left(a+2\right)x+a^2,g\left(x\right)=-x^2+2\left(a-2\right)x-a^2+8.$设$H_1\left(x\right)=\max\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\},H_2\left(x\right)=\min\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\},\left(\max\left\{p,q\right\}\right)$表示$p,q$中的较大值，$\min\left\{p,q\right\}$表示$p,q$中的较小值，记$H_1\left(x\right)$得最小值为$A$, $H_2\left(x\right)$得最小值为B，则$A-B=$

（A）$a^2-2a-16$　　　　（B）$a^2+2a-16$

（C）-16　　　　　　（D）16

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分.

（13）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是____________.



（14）已知等比数列$\{a_n\}$是递增数列, S_n是$\{a_n\}$的前n项和. 若a_1，a_3是方程

$x^2-5x+4=0$的两个根，则$S_6=$____________.

（15）已知F为双曲线$C:\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$的左焦点，$P,Q$为$C$上的点，若$PQ$的长等于

虚轴长的2倍，点$A(5,0)=$在线段PQ上，则ΔPQF的周长为____________.

（16）为了考察某校各班参加课外书法小组的人数，在全校随机抽取 5 个班级，把每个班级参加该小组的认为作为样本数据. 已知样本平均数为 7，样本方差为 4，且样本数据互相不相同，则样本数据中的最大值为____________.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

设向量$a=\left(\sqrt{3}\sin x,\sin x\right),b=\left(\cos x,\text{sinx}\right),x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

（I）若$|a|=|b|$.求x的值；

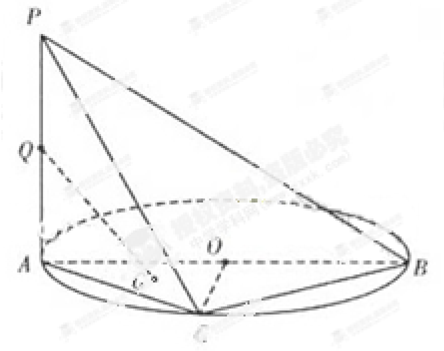
（II）设函数$f(x)=a\cdot b$，求$f(x)$的最大值

18.（本小题满分 12 分）

如图，AB是圆O的直径，PA垂直圆O所在的平面，C是圆O上的点.

（I）求证：$BC\perp$平面PAC;

（II）设Q为PA的中点，G为ΔAOC的重心，求证：$QG//$平面PBC.



19.（本小题满分 12 分）

现有 6 道题，其中 4 道甲类题，2 道乙类题，张同学从中任取 3 道题解答. 试求：

（I）所取的 2 道题都是甲类题的概率；

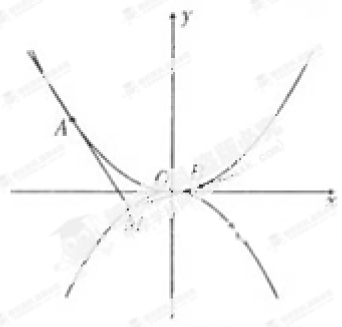
（II）所取的 2 道题不是同一类题的概率.

20.（本小题满分 12 分）

如图，抛物线$C_1: x^2 = 4y, C_2: x^2 = -2py\left(p>0\right)$.点$M\left(x_0, y_0\right)$在抛物线$C_2$上，过$M$作$C_1$的切线，切点为$A, B$（$M$为原点$O$时，$A, B$重合于$O$）.当$x_0 = 1-\sqrt{2}$时，切线$MA$的斜率为-$\frac{1}{2}$.

（I）求P的值；

（II）当M在C_2上运动时，求线段AB中点N的轨迹方程$\left(A, B\text{重合于}O\text{时,中点为}O\right)$.



21.（本小题满分 12 分）

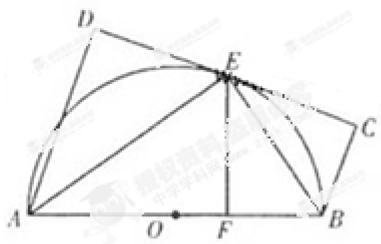
（I）证明：当$x\in\left[0,1\right]$时，$\frac{\sqrt{2}}{2}x \le \sin x \le x$;

（II）若不等式$ax + x^2 + \frac{x^3}{2} + 2\left(x+2\right)\cos x \le 4$对$x\in\left[0,1\right]$恒成立，求实数$a$的取值范围.

请考生在第 22、23、24 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分。作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

22.（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图，AB为$\odot O$直径，直线CD与$\odot O$相切于E.AD垂直于CD于D，BC垂直于CD于C，EF垂直于F，连接AE,BE.证明：



（I）$\angle FEB=\angle CEB$;

（II）$EF^2=AD\bullet BC$.

23（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xoy 中以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立坐标系. 圆 C_1，直线 C_2 的极坐标方程分别为 $\rho=4\sin\theta,\rho=\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}.$.

（I）求C_1与C_2交点的极坐标；

（II）设P为C_1的圆心，Q为C_1与C_2交点连线的中点已知直线PQ的参数方程为

$$\begin{cases}x=t^3+a\\ y=\dfrac{b}{2}t^3+1\end{cases}(t\in R\text{为参数}),\text{求}a,b\text{的值}.$$

24.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f\left(x\right)=\left|x-a\right|$,其中$a>1$.

（I）当a=2时，求不等式$f\left(x\right)\geq 4-\left|x-4\right|$的解集;

（II）已知关于x的不等式$\left|f\left(2x+a\right)-2f\left(x\right)\right|\leq 2$的解集为$\{x\,|\,1\leq x\leq 2\}$,求$a$的值.