

# 2013 年普通高等学校招生全国统一考试（江西卷）

## 文科数学

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页。全卷满分 150 分。考试时间 120 分钟。

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上。考生要认真核对答题卡上粘帖的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第 II 卷用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，若在试题卷上答题，答案无效。
3. 考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

### 第 I 卷

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若数  $z = i(-2 - i)$  ( $i$  为虚数单位) 在复平面内所对应的点在  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
2. 若集合  $A = \{x \in R \mid ax^2 + ax + 1\}$  中只有一个元素，则  $a = (\quad)$   
A. 4                  B. 2                  C. 0                  D. 0 或 4
3. 若  $\sin \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则  $\cos a = (\quad)$   
A.  $-\frac{2}{3}$                   B.  $-\frac{1}{3}$                   C.  $\frac{1}{3}$                   D.  $\frac{2}{3}$
4. 若集合  $A = \{2, 3\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ，从 A, B 中各任意取一个数，则这两数之和等于 4 的概率是  
A.  $\frac{2}{3}$                   B.  $\frac{1}{2}$                   C.  $\frac{1}{3}$                   D.  $\frac{1}{6}$
5. 总体由编号 01, , 02, …, 19, 20 的 20 个个体组成。利用下面的随机数表选取 5 个个体，选取方法是随机数表第 1 行的第 5 列和第 6 列数字开始由左到右依次选取两个数字，则选出来的第 5 个个体的编号为

7816	6572	0802	6314	0702	4369	9728	0198
------	------	------	------	------	------	------	------

3204	9234	4935	8200	3623	4869	6938	7481
------	------	------	------	------	------	------	------

- A. 08      B. 07      C. 02      D. 01

- A. 08      B. 07      C. 02      D. 01

6. 下列选项中, 使  $x < \frac{1}{x} < x^2$  成立的  $x$  的取值范围是 ( )

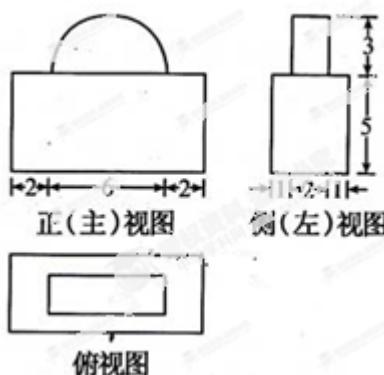
- A.  $(-\infty, -1)$     B.  $(-1, 0)$     C.  $(0, 1)$     D.  $(1, +\infty)$

7. 阅读如下程序框图, 如果输出  $i=4$ , 那么空白的判断框中应填入的条件是



- A.  $S < 8$       B.  $S < 9$       C.  $S < 10$       D.  $S < 11$

8. 一几何体的三视图如右图所示, 则该几何体的体积为 ( )

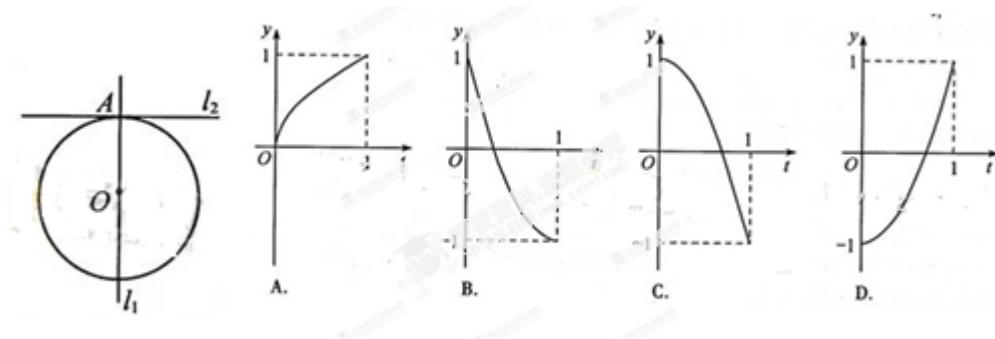


- A.  $200+9\pi$     B.  $200+18\pi$     C.  $140+9\pi$     D.  $140+18\pi$

9. 已知点  $A(2, 0)$ , 抛物线  $C: x^2=4y$  的焦点为  $F$ , 射线  $FA$  与抛物线  $C$  相交于点  $M$ , 与其准线相交于点  $N$ , 则  $|FM|: |MN|=$  ( )

- A.  $2:\sqrt{5}$       B.  $1:2$       C.  $1:\sqrt{5}$       D.  $1:3$

10. 如图, 已知  $l_1 \perp l_2$ , 圆心在  $l_1$  上, 半径为 1cm 的圆  $O$  在  $t=0$  时与  $l_2$  相切于点  $A$ , 圆  $O$  沿  $l_1$  以  $1m/s$  的速度匀速向上移动, 圆被直线  $l_2$  所截上方圆弧长记为  $x$ , 令  $y=\cos x$ , 则  $y$  与时间  $t(0 < t < 1$ , 单位: s) 的函数  $y=f(t)$  的图像大致为 ( )



## 第 II 卷

注意事项：

第 II 卷共 2 页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试卷上作答，答案无效。

二. 填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

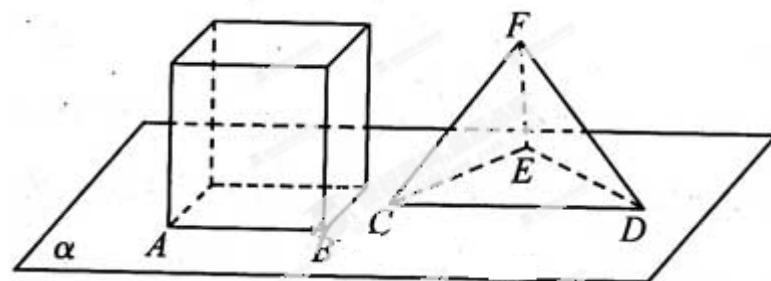
11. 若曲线  $y = x^\alpha (\alpha \in R)$  在点  $(1, 2)$  处的切线经过坐标原点，则  $\alpha =$

12. 某住宅小区计划植树不少于 100 棵，若第一天植 2 棵，以后每天植树的棵树是前一天的 2 倍，则需要的最少天数  $n (n \in N_+)$  等于\_\_\_\_\_.

13. 设  $f(x) = \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x$ ，若对任意实数  $x$  都有  $|f(x)| \leq a$ ，则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 若圆  $C$  经过坐标原点和点  $(4, 0)$ ，且与直线  $y=1$  相切，则圆  $C$  的方程是

15. 如图，正方体的底面与正四面体的底面在同一平面  $\alpha$  上，且  $AB//CD$ ，则直线  $EF$  与正方体的六个面所在的平面相交的平面个数为\_\_\_\_\_.



三. 解答题：本大题共 6 小题，共 75 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. (本小题满分 12 分)

16. 正项数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n^2 - (2n-1)a_n - 2n = 0$ .

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 通项公式 $a_n$ .

(2) 令 $b_n = \frac{1}{(n+1)a_n}$ , 求数列 $\{b_n\}$ 前 $n$ 项的和 $T_n$ .

17 (本小题满分12分). 在 $\Delta ABC$ 中, 角 $A, B, C$ 的对边分别是 $a, b, c$ , 已知 $\sin A \sin B + \sin B \sin C + \cos 2B = 1$ .

(1) 求证:  $a, b, c$ 成等差数列;

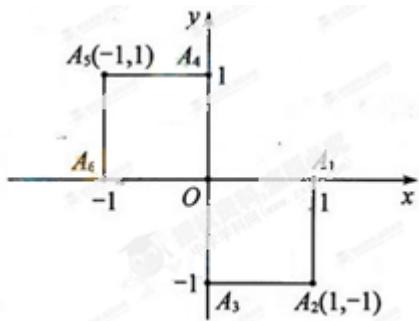
(2) 若 $C = \frac{2}{3}\pi$ , 求 $\frac{a}{b}$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

小波以游戏方式决定是去打球、唱歌还是去下棋。游戏规则为: 以 0 为起点, 再从 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$  (如图) 这六个点中任取两点分别为终点得到两个向量, 记这两个向量的数量积为 $X$ , 若 $X > 0$  就去打球, 若 $X = 0$  就去唱歌, 若 $X < 0$  就去下棋。

(1) 写出数量积 $X$ 的所有可能值;

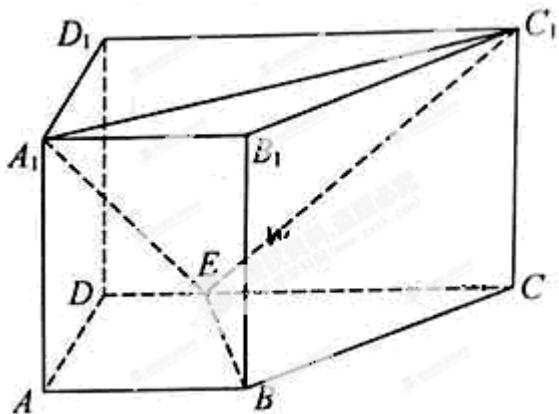
(2) 分别求小波去下棋的概率和不去唱歌的概率。



19. (本小题满分 12 分)

如图, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,  $AB // CD$ ,  $AD \perp AB$ ,  $AB=2$ ,  $AD=\sqrt{2}$ ,

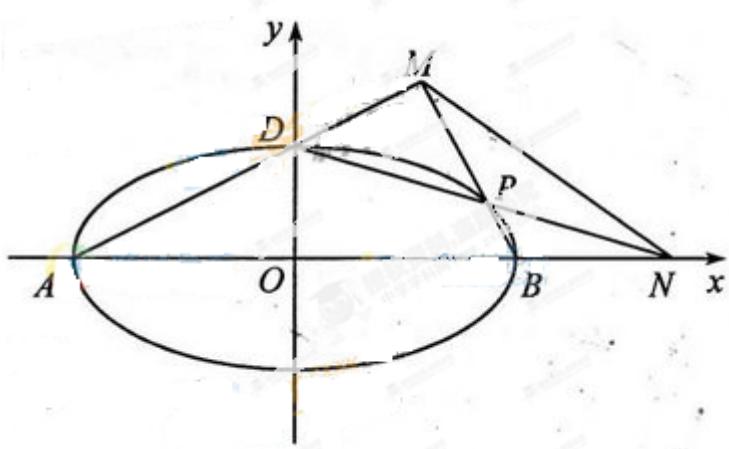
$AA_1 = 3$ , E 为 CD 上一点,  $DE = 1$ ,  $EC = 3$



- (1) 证明:  $BE \perp$  平面  $BB_1C_1C$ ;
- (2) 求点  $B_1$  到平面  $EA_1C_1$  的距离。

20. (本小题满分 13 分)

椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率  $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $a + b = 3$ .



- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 如图,  $A, B, D$  是椭圆 C 的顶点, P 是椭圆 C 上除顶点外的任意一点, 直线 DP 交 x 轴于点 N, 直线 AD 交 BP 于点 M。设 BP 的斜率为  $k$ , MN 的斜率为  $m$ . 证明:  $2m - k$  为定值

值。

21. (本小题满分 14 分)

设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}x, & 0 \leq x \leq a, \\ \frac{1}{1-a}(1-x), & a < x \leq 1. \end{cases}$ .  $a$  为常数且  $a \in (0,1)$

(1) 当  $a = \frac{1}{2}$  时, 求  $f(f(\frac{1}{3}))$ ;

(2) 若  $x_0$  满足  $f(f(x_0)) = x_0$ , 但  $f(x) \neq 0$ , 则称  $x_0$  为  $f(x)$  的二阶周期点. 证明函数  $f(x)$  有且仅有两个二阶周期点, 并求二阶周期点  $x_1, x_2$ ;

(3) 对于 (2) 中的  $x_1, x_2$ , 设  $A(x_1, f(f(x_1))), B(x_2, f(f(x_2))), C(a^2, 0)$ , 记  $\triangle ABC$  的面积为  $S(a)$ , 求  $S(a)$  在区间  $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$  上的最大值和最小值。