

2016年天津市高考数学试卷（文科）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的

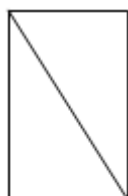
1. （5分）（2016•天津）已知集合 $A=\{1, 2, 3\}$ ， $B=\{y|y=2x-1, x\in A\}$ ，则 $A\cap B=$ （ ）

A. $\{1, 3\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

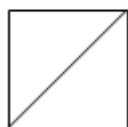
2. （5分）（2016•天津）甲、乙两人下棋，两人下成和棋的概率是 $\frac{1}{2}$ ，甲获胜的概率是 $\frac{1}{3}$ ，则甲不输的概率为（ ）

A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

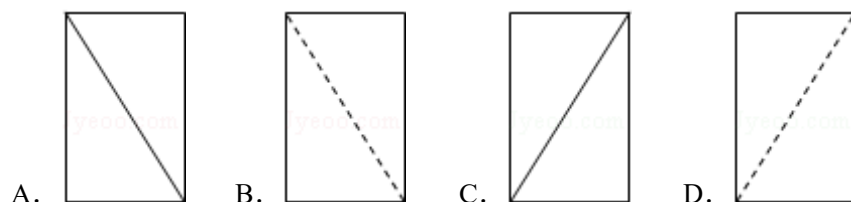
3. （5分）（2016•天津）将一个长方体沿相邻三个面的对角线截去一个棱锥，得到的几何体的正视图与俯视图如图所示，则该几何体的侧（左）视图为（ ）



正视图



俯视图



4. （5分）（2016•天津）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ （ $a>0, b>0$ ）的焦距为 $2\sqrt{5}$ ，且双曲线的一条渐近线与直线 $2x+y=0$ 垂直，则双曲线的方程为（ ）

A. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ B. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{3x^2}{20} - \frac{3y^2}{5} = 1$ D. $\frac{3x^2}{5} - \frac{3y^2}{20} = 1$

5. （5分）（2016•天津）设 $x>0, y\in\mathbb{R}$ ，则“ $x>y$ ”是“ $x>|y|$ ”的（ ）

A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

6. (5分) (2016•天津) 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 且在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增, 若实数 a 满足 $f(2^{|a|-1}) > f(-\sqrt{2})$, 则 a 的取值范围是()

- A. $(-\infty, \frac{1}{2})$ B. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ C. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ D. $(\frac{3}{2}, +\infty)$

7. (5分) (2016•天津) 已知 $\triangle ABC$ 是边长为1的等边三角形, 点D、E分别是边AB、BC的中点, 连接DE并延长到点F, 使得 $DE=2EF$, 则 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值为()

- A. $-\frac{5}{8}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{11}{8}$

8. (5分) (2016•天津) 已知函数 $f(x) = \sin^2 \frac{\omega x}{2} + \frac{1}{2} \sin \omega x - \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$), $x \in \mathbb{R}$, 若 $f(x)$ 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有零点, 则 ω 的取值范围是()

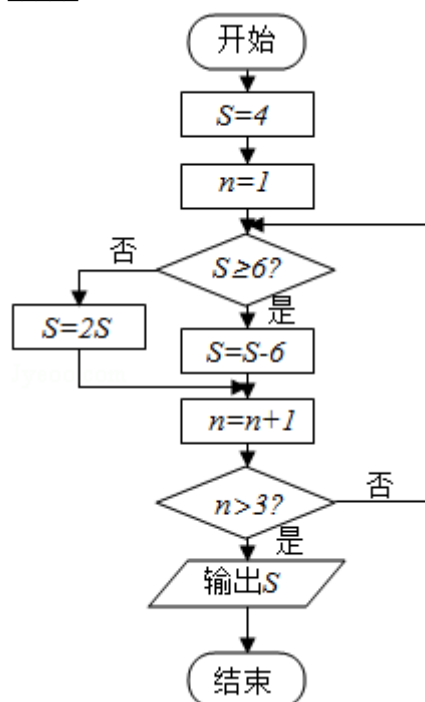
- A. $(0, \frac{1}{8}]$ B. $(0, \frac{1}{4}] \cup [\frac{5}{8}, 1)$ C. $(0, \frac{5}{8}]$ D. $(0, \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}, \frac{5}{8}]$

二、填空题本大题6小题, 每题5分, 共30分

9. (5分) (2016•天津) i 是虚数单位, 复数 z 满足 $(1+i)z=2$, 则 z 的实部为_____.

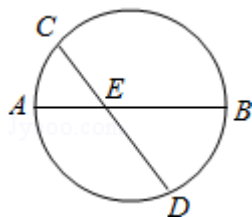
10. (5分) (2016•天津) 已知函数 $f(x) = (2x+1)e^x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(0)$ 的值为_____.

11. (5分) (2016•天津) 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 则输出 S 的值为_____.



12. (5分) (2016•天津) 已知圆 C 的圆心在 x 轴正半轴上, 点 $(0, \sqrt{5})$ 圆 C 上, 且圆心到直线 $2x - y = 0$ 的距离为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$, 则圆 C 的方程为_____.

13. (5分) (2016•天津) 如图, AB 是圆的直径, 弦 CD 与 AB 相交于点 E , $BE=2AE=2$, $BD=ED$, 则线段 CE 的长为_____.



14. (5分) (2016•天津) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + (4a-3)x + 3a, & x < 0 \\ \log_a(x+1) + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)

在 \mathbb{R} 上单调递减, 且关于 x 的方程 $|f(x)| = 2 - \frac{x}{3}$ 恰有两个不相等的实数解, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题: 本大题共6小题, 80分

15. (13分) (2016•天津) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a \sin 2B = \sqrt{3} b \sin A$.

(1) 求 B ;

(2) 已知 $\cos A = \frac{1}{3}$, 求 $\sin C$ 的值.

16. (13分) (2016•天津) 某化工厂生产甲、乙两种混合肥料, 需要 A, B, C 三种主要原料, 生产1扯皮甲种肥料和生产1车皮乙种肥料所需三种原料的吨数如表所示:

原料 肥料	A	B	C
甲	4	8	3
乙	5	5	10

现有 A 种原料200吨, B 种原料360吨, C 种原料300吨, 在此基础上生产甲、乙两种肥料. 已知生产1车皮甲种肥料, 产生的利润为2万元; 生产1车皮乙种肥料, 产生的利润为3万元、分别用 x, y 表示计划生产甲、乙两种肥料的车皮数.

(1) 用 x, y 列出满足生产条件的数学关系式, 并画出相应的平面区域;

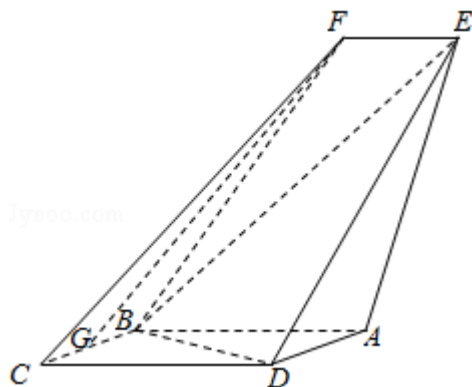
(2) 问分别生产甲、乙两种肥料, 求出此最大利润.

17. (13分) (2016•天津) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 平面 $AED \perp$ 平面 $ABCD$, $E \parallel AB$, $AB=2$, $DE=3$, $BC=EF=1$, $AE=\sqrt{6}$, $\angle BAD=60^\circ$, G 为 BC 的中点.

(1) 求证: $FG \parallel$ 平面 BED ;

(2) 求证: 平面 $BED \perp$ 平面 AED ;

(3) 求直线 EF 与平面 BED 所成角的正弦值.



18. (13分) (2016•天津) 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 前 n 项和为 S_n ($n \in \mathbb{N}^*$), 且 $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{2}{a_3}$, $S_6 = 63$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$, b_n 是 $\log_2 a_n$ 和 $\log_2 a_{n+1}$ 的等差中项, 求数列 $\{(-1)^n b_n^2\}$ 的前 $2n$ 项和.

19. (14分) (2016•天津) 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1$ ($a > \sqrt{3}$) 的右焦点为 F , 右顶点为 A , 已知

$$\frac{1}{|OF|} + \frac{1}{|OA|} = \frac{3e}{|FA|},$$

其中 O 为原点, e 为椭圆的离心率.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 设过点 A 的直线 l 与椭圆交于 B (B 不在 x 轴上), 垂直于 l 的直线与 l 交于点 M , 与 y 轴交于点 H , 若 $BF \perp HF$, 且 $\angle MOA = \angle MAO$, 求直线 l 的斜率.

20. (14分) (2016•天津) 设函数 $f(x) = x^3 - ax - b$, $x \in \mathbb{R}$, 其中 $a, b \in \mathbb{R}$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $f(x)$ 存在极值点 x_0 , 且 $f(x_1) = f(x_0)$, 其中 $x_1 \neq x_0$, 求证: $x_1 + 2x_0 = 0$;

(3) 设 $a > 0$, 函数 $g(x) = |f(x)|$, 求证: $g(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值不小于 $\frac{1}{4}$.