

2010年高考天津卷文科数学试题

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,共150分,考试用时120分钟。
第I卷1至3页。第II卷4至11页。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

第I卷

注意事项:

1. 答I卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并在规定位置粘贴考试用条形码。

2. 每小题选出答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,答在试卷上的无效。

3. 本卷共10小题,每小题5分,共50分。

参考公式:

如果事件A、B互斥,那么

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

其中S表示棱柱的底面积。

• 棱柱的体积公式 $V = Sh$.

h表示棱柱的高

一、选择题:在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

(1) i是虚数单位,复数 $\frac{3+i}{1-i} =$

- (A) $1+2i$ (B) $2+4i$ (C) $-1-2i$ (D) $2-i$

(2) 设变量x, y满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 3, \\ x-y \geq -1, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 则目标函数 $z=4x+2y$ 的最大值为

- (A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) 2

(3) 阅读右边的程序框图,运行相应的程序,则输出s的值为

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 3

(4) 函数 $f(x) = e^x + x - 2$ 的零点所在的一个区间是

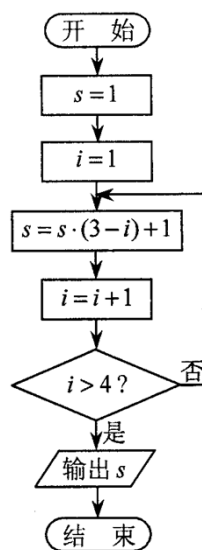
- (A) $(-2, -1)$ (B) $(-1, 0)$ (C) $(0, 1)$ (D) $(1, 2)$

(5) 下列命题中,真命题是

- (A) $\exists m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbb{R}$) 是偶函数
(B) $\exists m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbb{R}$) 是奇函数
(C) $\forall m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbb{R}$) 都是偶函数
(D) $\forall m \in \mathbb{R}$, 使函数 $f(x) = x^2 + mx$ ($x \in \mathbb{R}$) 都是奇函数

(6) 设 $a = \log_5 4$, $b = (\log_5 3)^2$, $c = \log_4 5$, 则

- (A) $a < c < b$ (B) $b < c < a$ (C) $a < b < c$ (D) $b < a < c$



(7) 设集合 $A = \{x | |x-a| < 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | 1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是

- (A) $\{a | 0 \leq a \leq 6\}$ (B) $\{a | a \leq 2, \text{或} a \geq 4\}$
 (C) $\{a | a \leq 0, \text{或} a \geq 6\}$ (D) $\{a | 2 \leq a \leq 4\}$

(8) 右图是函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbb{R}$) 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ 上的图象, 为了得到

这个函数的图象, 只要将 $y = \sin x$ ($x \in \mathbb{R}$) 的图象上所有的点

(A) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$

倍, 纵坐标不变

(B)

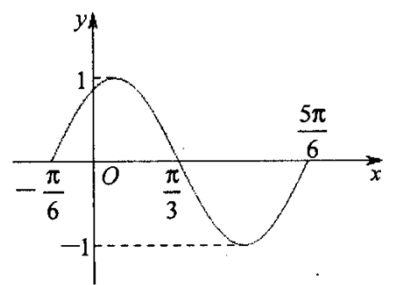
向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵

坐标不变

(C)

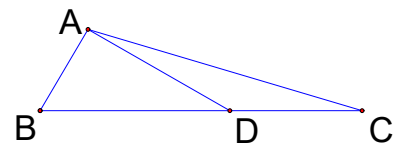
向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变

(D) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵坐标不变



(9) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp AB$, $\overrightarrow{BC} = \sqrt{3} \overrightarrow{BD}$, $|\overrightarrow{AD}| = 1$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} =$

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\sqrt{3}$



(10) 设函数 $g(x) = x^2 - 2$ ($x \in \mathbb{R}$),

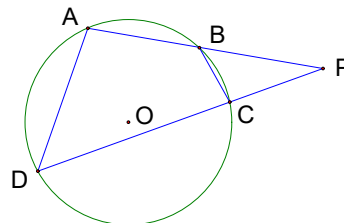
$f(x) = \begin{cases} g(x) + x + 4, & x < g(x) \\ g(x) - x, & x \geq g(x) \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的值域是

- (A) $[-\frac{9}{4}, 0] \cup (1, +\infty)$ (B) $[0, +\infty)$ (C) $[-\frac{9}{4}, +\infty)$ (D) $[-\frac{9}{4}, 0] \cup (2, +\infty)$

第II卷

二、填空题：本大题共6小题，每小题4分，共24分。把答案填在题中的横线上。

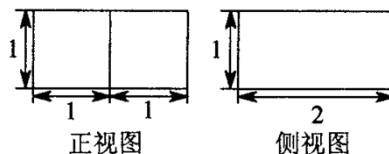
(11) 如图，四边形ABCD是圆O的内接四边形，延长AB和DC相交于点P。若PB=1，PD=3，则 $\frac{BC}{AD}$ 的值为_____。



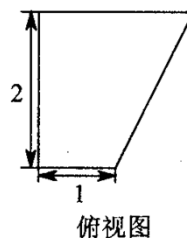
(12) 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的体积为_____。

(13) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程是

$y = \sqrt{3}x$ ，它的一个焦点与抛物线 $y^2 = 16x$ 的焦点相同。则双曲线的方程为_____。



(14) 已知圆C的圆心是直线 $x - y + 1 = 0$ 与 x 轴的交点，且圆C与直线 $x + y + 3 = 0$ 相切。则圆C的方程为_____。



(15) 设 $\{a_n\}$ 是等比数列，公比 $q = \sqrt{2}$ ， S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。记

$T_n = \frac{17S_n - S_{2n}}{a_{n+1}}, n \in N^*$. 设 T_{n_0} 为数列 $\{T_n\}$ 的最大项，则 $n_0 =$ _____。

(16) 设函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ，对任意 $x \in [1, +\infty)$ ， $f(mx) + nf(x) < 0$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是_____。

三、解答题：本大题共6小题，共76分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中， $\frac{AC}{AB} = \frac{\cos B}{\cos C}$ 。

(I) 证明 $B=C$ ；

(II) 若 $\cos A = -\frac{1}{3}$ ，求 $\sin\left(4B + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值。

(18) (本小题满分12分)

有编号为 A_1, A_2, \dots, A_{10} 的10个零件，测量其直径（单位：cm），得到下面数据：

编号	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
直径	1.51	1.49	1.49	1.51	1.49	1.51	1.47	1.46	1.53	1.47

其中直径在区间 $[1.48, 1.52]$ 内的零件为一等品。

(I) 从上述10个零件中，随机抽取一个，求这个零件为一等品的概率；

(II) 从一等品零件中，随机抽取2个。

(i) 用零件的编号列出所有可能的抽取结果；

(ii) 求这2个零件直径相等的概率。

(19) (本小题满分12分)

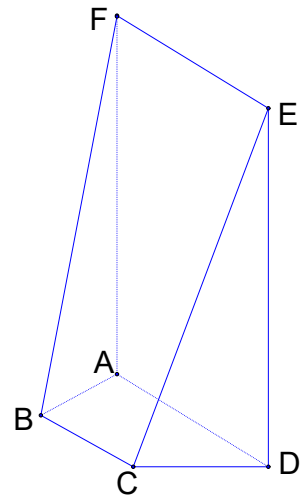
如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ADEF$ 是正方形， $FA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $BC \parallel AD$ ， $CD=1$ ，

$AD = 2\sqrt{2}$ ， $\angle BAD = \angle CDA = 45^\circ$ 。

(I) 求异面直线 CE 与 AF 所成角的余弦值；

(II) 证明 $CD \perp$ 平面 ABF ；

(III) 求二面角 $B-EF-A$ 的正切值。



(20) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = ax^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1 (x \in \mathbb{R})$ ，其中 $a > 0$ 。

(I) 若 $a=1$ ，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程；

(II) 若在区间 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上， $f(x) > 0$ 恒成立，求 a 的取值范围。

(21) (本小题满分14分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 连接椭圆的四个顶点得到的菱形的面积为4.

(I) 求椭圆的方程;

(II) 设直线 l 与椭圆相交于不同的两点 A 、 B , 已知点 A 的坐标为 $(-a, 0)$.

(i) 若 $|AB| = \frac{4\sqrt{2}}{5}$, 求直线 l 的倾斜角;

(ii) 若点 $Q(0, y_0)$ 在线段 AB 的垂直平分线上, 且 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB} = 4$. 求 y_0 的值.

(22) (本小题满分14分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 0$, 且对任意 $k \in \mathbb{N}^*$, $a_{2k-1}, a_{2k}, a_{2k+1}$ 成等差数列, 其公差为 $2k$.

(I) 证明 a_4, a_5, a_6 成等比数列;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(III) 记 $T_n = \frac{2^2}{a_2} + \frac{3^2}{a_3} + \dots + \frac{n^2}{a_n}$, 证明 $\frac{3}{2} < 2n - T_n \leq 2$ ($n \geq 2$).