2016年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）设集合A={0，2，4，6，8，10}，B={4，8}，则C_AB=（　　）

A．{4，8}　　B．{0，2，6}　　C．{0，2，6，10}　　D．{0，2，4，6，8，10}

【考点】1H：交、并、补集的混合运算．

【专题】11：计算题；29：规律型；5J：集合．

【分析】根据全集A求出B的补集即可．

【解答】解：集合A={0，2，4，6，8，10}，B={4，8}，则C_AB={0，2，6，10}．

故选：C．

【点评】本题考查集合的基本运算，是基础题．

2．（5分）若z=4+3i，则$\frac{\overline{z}}{|z|}$=（　　）

A．1　　B．﹣1　　C．$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$　　D．$\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$

【考点】A5：复数的运算．

【专题】11：计算题；29：规律型；35：转化思想；5N：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的除法以及复数的模化简求解即可．

【解答】解：z=4+3i，则$\frac{\overline{z}}{|z|}=\frac{4-3i}{|4+3i|}=\frac{4-3i}{5}=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$．

故选：D．

【点评】本题考查复数的代数形式混合运算，考查计算能力．

3．（5分）已知向量$\overrightarrow{BA}$=（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），$\overrightarrow{BC}$=（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$），则∠ABC=（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．120°

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角．

【专题】11：计算题；41：向量法；49：综合法；5A：平面向量及应用．

【分析】根据向量$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{BC}$的坐标便可求出$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$，及$|\overrightarrow{BA}|$，$|\overrightarrow{BC}|$的值，从而根据向量夹角余弦公式即可求出cos∠ABC的值，根据∠ABC的范围便可得出∠ABC的值．

【解答】解：$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$|\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{BC}|=1$；

$\therefore\cos\angle ABC=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

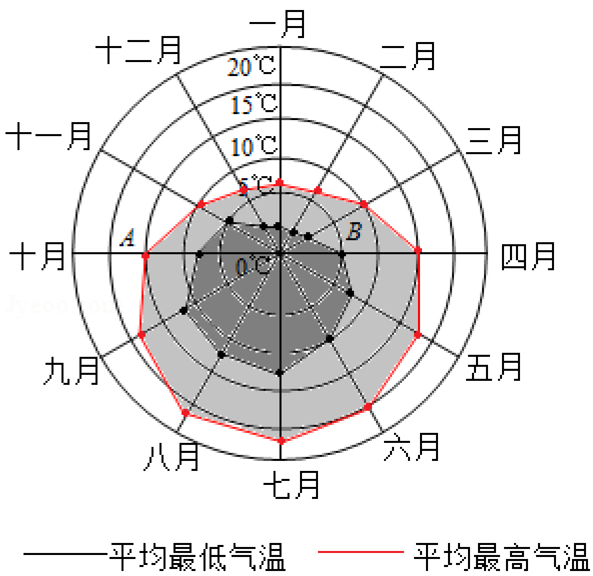
又0°≤∠ABC≤180°；

∴∠ABC=30°．

故选：A．

【点评】考查向量数量积的坐标运算，根据向量坐标求向量长度的方法，以及向量夹角的余弦公式，向量夹角的范围，已知三角函数值求角．

4．（5分）某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图，图中A点表示十月的平均最高气温约为15℃，B点表示四月的平均最低气温约为5℃，下面叙述不正确的是（　　）



A．各月的平均最低气温都在0℃以上

B．七月的平均温差比一月的平均温差大

C．三月和十一月的平均最高气温基本相同

D．平均最高气温高于20℃的月份有5个

【考点】F4：进行简单的合情推理．

【专题】31：数形结合；4A：数学模型法；5M：推理和证明．

【分析】根据平均最高气温和平均最低气温的雷达图进行推理判断即可．

【解答】解：A．由雷达图知各月的平均最低气温都在0℃以上，正确

B．七月的平均温差大约在10°左右，一月的平均温差在5°左右，故七月的平均温差比一月的平均温差大，正确

C．三月和十一月的平均最高气温基本相同，都为10°，正确

D．平均最高气温高于20℃的月份有7，8两个月，故D错误，

故选：D．

【点评】本题主要考查推理和证明的应用，根据平均最高气温和平均最低气温的雷达图，利用图象法进行判断是解决本题的关键．

5．（5分）小敏打开计算机时，忘记了开机密码的前两位，只记得第一位是M，I，N中的一个字母，第二位是1，2，3，4，5中的一个数字，则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是（　　）

A．$\frac{8}{15}$　　B．$\frac{1}{8}$　　C．$\frac{1}{15}$　　D．$\frac{1}{30}$

【考点】CC：列举法计算基本事件数及事件发生的概率．

【专题】11：计算题；38：对应思想；4B：试验法；5I：概率与统计．

【分析】列举出从M，I，N中任取一个字母，再从1，2，3，4，5中任取一个数字的基本事件数，然后由随机事件发生的概率得答案．

【解答】解：从M，I，N中任取一个字母，再从1，2，3，4，5中任取一个数字，取法总数为：

（M，1），（M，2），（M，3），（M，4），（M，5），（I，1），（I，2），（I，3），（I，4），（I，5），（N，1），（N，2），（N，3），（

N，4），（N，5）共15种．

其中只有一个是小敏的密码前两位．

由随机事件发生的概率可得，小敏输入一次密码能够成功开机的概率是$\frac{1}{15}$．

故选：C．

【点评】本题考查随机事件发生的概率，关键是列举基本事件总数时不重不漏，是基础题．

6．（5分）若tanθ=$\frac{1}{3}$，则cos2θ=（　　）

A．$-\frac{4}{5}$　　B．$-\frac{1}{5}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

【考点】GF：三角函数的恒等变换及化简求值．

【专题】11：计算题；35：转化思想；56：三角函数的求值．

【分析】原式利用二倍角的余弦函数公式变形，再利用同角三角函数间的基本关系化简，将tanθ的值代入计算即可求出值．

【解答】解：∵tanθ=$\frac{1}{3}$，

∴$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=\frac{2}{1+\tan^2\theta}-1=\frac{2}{1+\frac{1}{9}}-1=\frac{4}{5}$．

故选：D．

【点评】此题考查了二倍角的余弦函数公式，以及同角三角函数间的基本关系，熟练掌握公式是解本题的关键．

7．（5分）已知a=$2^{\frac{4}{3}}$，b=$3^{\frac{2}{3}}$，c=$25^{\frac{1}{3}}$，则（　　）

A．b＜a＜c　　B．a＜b＜c　　C．b＜c＜a　　D．c＜a＜b

【考点】4Y：幂函数的单调性、奇偶性及其应用．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】b=$4^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{4}{3}}$，c=$25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}}$，结合幂函数的单调性，可比较a，b，c，进而

得到答案.

【解答】解：∵a=$2^{\frac{4}{3}}$=$4^{\frac{2}{3}}$，

b=$3^{\frac{2}{3}}$，

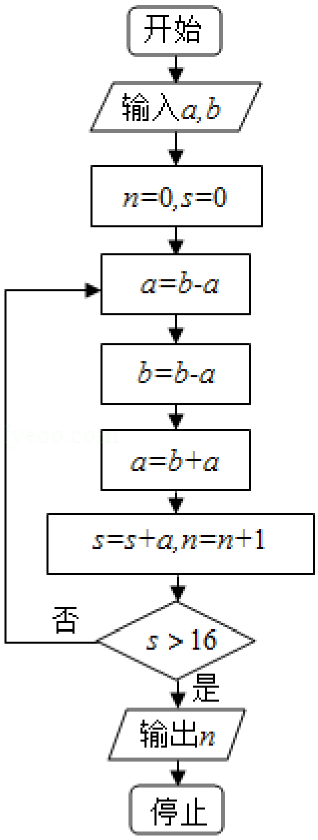
c=$25^{\frac{1}{3}}$=$5^{\frac{2}{3}}$，

综上可得：b＜a＜c，

故选：A.

【点评】本题考查的知识点是指数函数的单调性，幂函数的单调性，是函数图象和性质的综合应用，难度中档.

8．（5分）执行如图程序框图，如果输入的a=4，b=6，那么输出的n=（　　）



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【考点】EF：程序框图.

【专题】11：计算题；27：图表型；4B：试验法；5K：算法和程序框图.

【分析】模拟执行程序，根据赋值语句的功能依次写出每次循环得到的a，b，s，n的值，当s=20时满足条件s＞16，退出循环，输出n的值为4.

【解答】解：模拟执行程序，可得

a=4，b=6，n=0，s=0

执行循环体，a=2，b=4，a=6，s=6，n=1

不满足条件s＞16，执行循环体，a=﹣2，b=6，a=4，s=10，n=2

不满足条件s＞16，执行循环体，a=2，b=4，a=6，s=16，n=3

不满足条件s＞16，执行循环体，a=﹣2，b=6，a=4，s=20，n=4

满足条件s＞16，退出循环，输出n的值为4.

故选：B.

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确依次写出每次循环得到的a，b，s的值是解题的关键，属于基础题.

9．（5分）在△ABC中，B=$\frac{\pi}{4}$，BC边上的高等于$\frac{1}{3}$BC，则sinA=（　　）

A．$\frac{3}{10}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{3\sqrt{10}}{10}$

【考点】HT：三角形中的几何计算；HU：解三角形.

【专题】11：计算题；35：转化思想；58：解三角形.

【分析】由已知，结合勾股定理和余弦定理，求出AB，AC，再由三角形面积公式，可得sinA.

【解答】解：∵在△ABC中，B=$\frac{\pi}{4}$，BC边上的高等于$\frac{1}{3}$BC，

∴AB=$\frac{\sqrt{2}}{3}$BC，

由余弦定理得：AC=$\sqrt{AB^2+BC^2-2\cdot AB\cdot BC\cdot \cos B}$=$\sqrt{\frac{2}{9}BC^2+BC^2-\frac{2}{3}BC^2}$=$\frac{\sqrt{5}}{3}$BC，

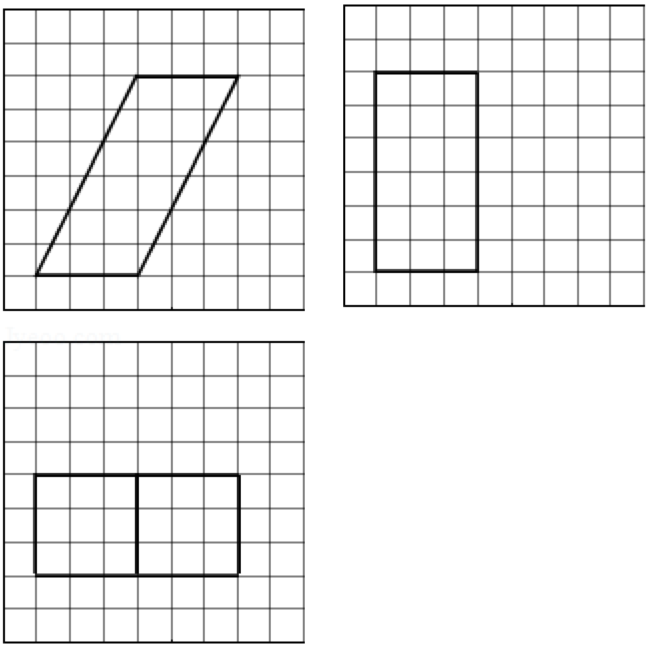
故$\frac{1}{2}$BC•$\frac{1}{3}$BC=$\frac{1}{2}$AB•AC•sinA=$\frac{1}{2}$•$\frac{\sqrt{2}}{3}$BC•$\frac{\sqrt{5}}{3}$BC•sinA，

∴sinA=$\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

故选：D.

【点评】本题考查的知识点是三角形中的几何计算，熟练掌握正弦定理和余弦定理，是解答的关键．

10．（5分）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的表面积为（　　）



A．$18+36\sqrt{5}$　　B．$54+18\sqrt{5}$　　C．90　　D．81

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何．

【分析】由已知中的三视图可得：该几何体是一个以主视图为底面的直四棱柱，进而得到答案．

【解答】解：由已知中的三视图可得：该几何体是一个以主视图为底面的直四棱柱，

其底面面积为：$3\times6=18$，

侧面的面积为：$(3\times3+3\times\sqrt{3^2+6^2})\times2=18+18\sqrt{5}$，

故棱柱的表面积为：$18\times2+18+18\sqrt{5}=54+18\sqrt{5}$．

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是由三视图，求体积和表面积，根据已知的三视图

，判断几何体的形状是解答的关键．

11．（5分）在封闭的直三棱柱ABC﹣$A_1B_1C_1$内有一个体积为V的球，若AB⊥BC，AB=6，BC=8，AA_1=3，则V的最大值是（　　）

A．4π　　B．$\frac{9\pi}{2}$　　C．6π　　D．$\frac{32\pi}{3}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何．

【分析】根据已知可得直三棱柱ABC﹣$A_1B_1C_1$的内切球半径为$\frac{3}{2}$，代入球的体积公式，可得答案．

【解答】解：∵AB⊥BC，AB=6，BC=8，

∴AC=10．

故三角形ABC的内切圆半径r=$\frac{6+8-10}{2}$=2，

又由AA_1=3，

故直三棱柱ABC﹣$A_1B_1C_1$的内切球半径为$\frac{3}{2}$，

此时V的最大值$\frac{4}{3}\pi\cdot(\frac{3}{2})^3=\frac{9\pi}{2}$，

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是棱柱的几何特征，根据已知求出球的半径，是解答的关键．

12．（5分）已知O为坐标原点，F是椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$=1（a＞b＞0）的左焦点，A，B分别为C的左，右顶点．P为C上一点，且PF⊥x轴，过点A的直线l与线段PF交于点M，与y轴交于点E．若直线BM经过OE的中点，则C的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

【考点】K4：椭圆的性质．

【专题】34：方程思想；48：分析法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由题意可得F，A，B的坐标，设出直线AE的方程为y=k（x+a），分别令x=﹣c，x=0，可得M，E的坐标，再由中点坐标公式可得H的坐标，运用三点共线的条件：斜率相等，结合离心率公式，即可得到所求值．

【解答】解：由题意可设F（﹣c，0），A（﹣a，0），B（a，0），

设直线AE的方程为y=k（x+a），

令x=﹣c，可得M（﹣c，k（a﹣c）），令x=0，可得E（0，ka），

设OE的中点为H，可得H（0，$\frac{ka}{2}$），

由B，H，M三点共线，可得$k_{BH}=k_{BM}$，

即为$\frac{\frac{ka}{2}}{-a}=\frac{k(a-c)}{-c-a}$，

化简可得$\frac{a-c}{a+c}=\frac{1}{2}$，即为a=3c，

可得$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$．

另解：由△AMF∽△AEO，

可得$\frac{a-c}{a}=\frac{MF}{OE}$，

由△BOH∽△BFM，

可得$\frac{a}{a+c}=\frac{OH}{FM}=\frac{OE}{2FM}$，

即有$\frac{2(a-c)}{a}=\frac{a+c}{a}$即a=3c，

可得$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$．

故选：A．

【点评】本题考查椭圆的离心率的求法，注意运用椭圆的方程和性质，以及直线方程的运用和三点共线的条件：斜率相等，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）

13. （5分）设x，y满足约束条件$\begin{cases}2x-y+1\geqslant 0\\x-2y-1\leqslant 0\\x\leqslant 1\end{cases}$，则z=2x+3y﹣5的最小值为___﹣10___.

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】11：计算题；35：转化思想；44：数形结合法；59：不等式的解法及应用.

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，联立方程组求得最优解的坐标，代入目标函数得答案.

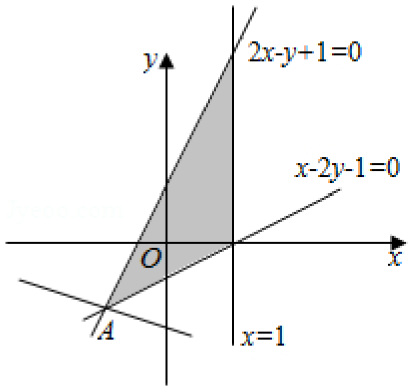
【解答】解：由约束条件$\begin{cases}2x-y+1\geqslant 0\\x-2y-1\leqslant 0\\x\leqslant 1\end{cases}$作出可行域如图，

联立$\begin{cases}2x-y+1=0\\x-2y-1=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$，即A（﹣1，﹣1）.

化目标函数z=2x+3y﹣5为$y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}+\frac{5}{3}$.

由图可知，当直线$y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}+\frac{5}{3}$过A时，直线在y轴上的截距最小，z有最小值为2×（﹣1）+3×（﹣1）﹣5=﹣10.

故答案为：﹣10.



【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题.

14. （5分）函数y=sinx﹣$\sqrt{3}$cosx的图象可由函数y=2sinx的图象至少向右平移__$\frac{\pi}{3}$__个单位长度得到.

【考点】HJ：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．

【专题】39：运动思想；49：综合法；57：三角函数的图像与性质．

【分析】令f（x）=2sinx，则f（x﹣φ）=2in（x﹣φ），依题意可得2sin（x﹣φ）=2sin（x﹣$\frac{\pi}{3}$），由﹣φ=2kπ﹣$\frac{\pi}{3}$（k∈Z），可得答案．

【解答】解：∵y=sinx﹣$\sqrt{3}$cosx=2sin（x﹣$\frac{\pi}{3}$），

令f（x）=2sinx，

则f（x﹣φ）=2in（x﹣φ）（φ>0），

依题意可得2sin（x﹣φ）=2sin（x﹣$\frac{\pi}{3}$），

故﹣φ=2kπ﹣$\frac{\pi}{3}$（k∈Z），

即φ=﹣2kπ+$\frac{\pi}{3}$（k∈Z），

当k=0时，正数ϕ_{min}=$\frac{\pi}{3}$，

故答案为：$\frac{\pi}{3}$．

【点评】本题考查函数*y=sinx*的图象变换得到*y=Asin*（*ωx+φ*）（*A*>0，*ω*>0）的图象，得到﹣φ=2kπ﹣$\frac{\pi}{3}$（k∈Z）是关键，属于中档题．

15．（5分）已知直线l：x﹣$\sqrt{3}$y+6=0与圆$x^2+y^2=12$交于A，B两点，过A，B分别作l的垂线与x轴交于C，D两点．则|CD|=__4__．

【考点】J8：直线与圆相交的性质．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5B：直线与圆．

【分析】先求出|AB|，再利用三角函数求出|CD|即可．

【解答】解：由题意，圆心到直线的距离d=$\frac{6}{\sqrt{1+3}}$=3，

∴|AB|=2$\sqrt{12-9}$=2$\sqrt{3}$，

∵直线l：x﹣$\sqrt{3}$y+6=0

∴直线l的倾斜角为30°，

∵过A，B分别作l的垂线与x轴交于C，D两点，

$\therefore |CD|=\dfrac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$.

故答案为：4.

【点评】本题考查直线与圆的位置关系，考查弦长的计算，考查学生的计算能力，比较基础.

16. （5分）已知f（x）为偶函数，当x≤0时，f（x）$=e^{-x-1}-x$，则曲线y=f（x）在点（1，2）处的切线方程是<u> y=2x </u>.

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】11：计算题；33：函数思想；4A：数学模型法；53：导数的综合应用.

【分析】由已知函数的奇偶性结合x≤0时的解析式求出x＞0时的解析式，求出导函数，得到f′（1），然后代入直线方程的点斜式得答案.

【解答】解：已知f（x）为偶函数，当x≤0时，f（x）$=e^{-x-1}-x$，

设x＞0，则﹣x＜0，

∴f（x）=f（﹣x）$=e^{x-1}+x$，

则f′（x）$=e^{x-1}+1$，

f′（1）$=e^{0}+1=2$.

∴曲线y=f（x）在点（1，2）处的切线方程是y﹣2=2（x﹣1）.

即y=2x.

故答案为：y=2x.

【点评】本题考查利用导数研究过曲线上某点处的切线方程，考查了函数解析式的求解及常用方法，是中档题.

三、解答题（共5小题，满分60分）

17. （12分）已知各项都为正数的数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$.

（1）求a_2，a_3；

（2）求$\{a_n\}$的通项公式．

【考点】8H：数列递推式．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；54：等差数列与等比数列
．

【分析】（1）根据题意，由数列的递推公式，令n=1可得$a_1^2-(2a_2-1)a_1-2a_2=0$，将$a_1=1$代入可得a_2的值，进而令n=2可得$a_2^2-(2a_3-1)a_2-2a_3=0$，将$a_2=\frac{1}{2}$代入计算可得a_3的值，即可得答案；

（2）根据题意，将$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$变形可得$(a_n-2a_{n+1})(a_n+a_{n+1})=0$，进而分析可得$a_n=2a_{n+1}$或$a_n=-a_{n+1}$，结合数列各项为正可得$a_n=2a_{n+1}$，结合等比数列的性质可得$\{a_n\}$是首项为$a_1=1$，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，由等比数列的通项公式计算可得答案．

【解答】解：（1）根据题意，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$，

当n=1时，有$a_1^2-(2a_2-1)a_1-2a_2=0$，

而$a_1=1$，则有$1-(2a_2-1)-2a_2=0$，解可得$a_2=\frac{1}{2}$，

当n=2时，有$a_2^2-(2a_3-1)a_2-2a_3=0$，

又由$a_2=\frac{1}{2}$，解可得$a_3=\frac{1}{4}$，

故$a_2=\frac{1}{2}$，$a_3=\frac{1}{4}$；

（2）根据题意，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$，

变形可得$(a_n-2a_{n+1})(a_n+1)=0$，

即有$a_n=2a_{n+1}$或$a_n=-1$，

又由数列$\{a_n\}$各项都为正数，

则有$a_n=2a_{n+1}$，

故数列$\{a_n\}$是首项为$a_1=1$，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，

则$a_n=1\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，

故$a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$．

【点评】本题考查数列的递推公式，关键是转化思路，分析得到a_n与a_{n+1}的关系

.

18．（12分）如图是我国2008年至2014年生活垃圾无害化处理量（单位：亿吨）的折线图．

注：年份代码1－7分别对应年份2008－2014．

（Ⅰ）由折线图看出，可用线性回归模型拟合y与t的关系，请用相关系数加以证明；

（Ⅱ）建立y关于t的回归方程（系数精确到0.01），预测2016年我国生活垃圾无害化处理量．

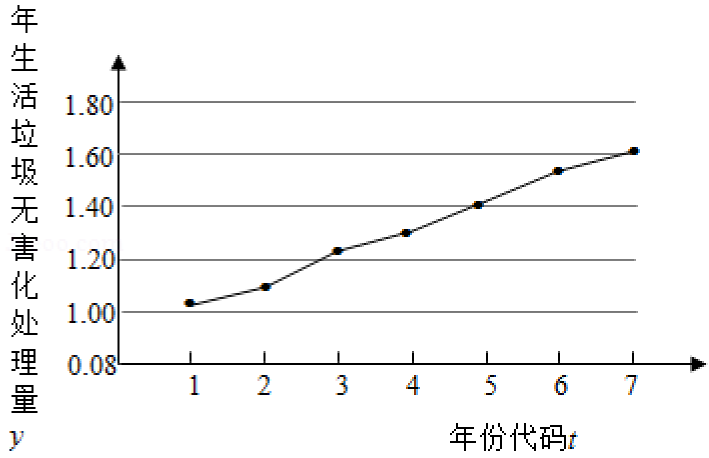
附注：

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{7}y_i=9.32$，$\sum\limits_{i=1}^{7}t_iy_i=40.17$，$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}=0.55$，$\sqrt{7}\approx2.646$．

参考公式：相关系数$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，

回归方程$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}$．



【考点】BK：线性回归方程．

【专题】11：计算题；35：转化思想；5I：概率与统计．

【分析】（1）由折线图看出，y与t之间存在较强的正相关关系，将已知数据代入相关系数方程，可得答案；

（2）根据已知中的数据，求出回归系数，可得回归方程，2016年对应的t值为9，代入可预测2016年我国生活垃圾无害化处理量．

【解答】解：（1）由折线图看出，y与t之间存在较强的正相关关系，理由如下：

$$\because r=\frac{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})^2\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{7}t_iy_i-7\overline{t}\,\overline{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})^2\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}}\approx\frac{40.17-4\times9.32}{2\sqrt{7}\cdot0.55}\approx\frac{2.89}{2.9106}\approx0.993,$$

$\because 0.993>0.75$，

故y与t之间存在较强的正相关关系；

（2）$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{7}t_iy_i-7\overline{t}\,\overline{y}}{\sum_{i=1}^{7}t_i^2-7\overline{t}^2}\approx\frac{2.89}{28}\approx0.103,$$

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}\approx1.331-0.103\times4\approx0.92$，

$\therefore$y关于t的回归方程$\hat{y}=0.10t+0.92$，

2016年对应的t值为9，

故$\hat{y}=0.10\times9+0.92=1.82$，

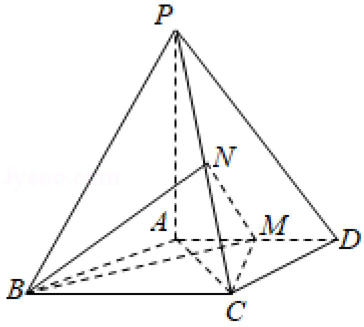
预测2016年我国生活垃圾无害化处理量为1.82亿吨．

【点评】本题考查的知识点是线性回归方程，回归分析，计算量比较大，计算时要细心．

19．（12分）如图，四棱锥P－ABCD中，PA⊥底面ABCD，AD∥BC，AB=AD=AC=3，PA=BC=4，M为线段AD上一点，AM=2MD，N为PC的中点．

（Ⅰ）证明MN∥平面PAB；

（Ⅱ）求四面体N﹣BCM的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LS：直线与平面平行．

【专题】14：证明题；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）取BC中点E，连结EN，EM，得NE是△PBC的中位线，推导出四边形ABEM是平行四边形，由此能证明MN∥平面PAB．

（Ⅱ）取AC中点F，连结NF，NF是△PAC的中位线，推导出NF⊥面ABCD，延长BC至G，使得CG=AM，连结GM，则四边形AGCM是平行四边形，由此能求出四面体N﹣BCM的体积．

【解答】证明：（Ⅰ）取BC中点E，连结EN，EM，

∵N为PC的中点，∴NE是△PBC的中位线

∴NE∥PB，

又∵AD∥BC，∴BE∥AD，

∵AB=AD=AC=3，PA=BC=4，M为线段AD上一点，AM=2MD，

∴BE=$\frac{1}{2}$BC=AM=2，

∴四边形ABEM是平行四边形，

∴EM∥AB，∴平面NEM∥平面PAB，

∵MN⊂平面NEM，∴MN∥平面PAB．

解：（Ⅱ）取AC中点F，连结NF，

∵NF是△PAC的中位线，

∴NF∥PA，NF=$\frac{1}{2}$PA=2，

又∵PA⊥面ABCD，∴NF⊥面ABCD，

如图，延长BC至G，使得CG=AM，连结GM，

∵AM $\underline{\underline{\parallel}}$ CG，∴四边形AGCM是平行四边形，

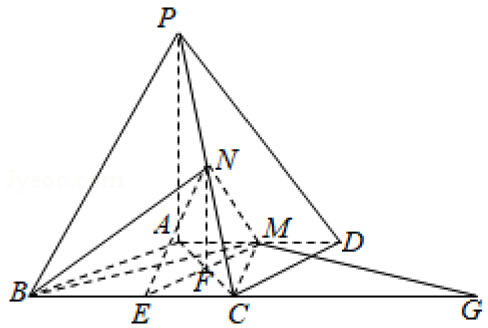
∴AC=MG=3，

又∵ME=3，EC=CG=2，

∴△MEG的高h=$\sqrt{5}$，

∴$S_{\triangle BCM}=\frac{1}{2}\times BC\times h=\frac{1}{2}\times 4\times \sqrt{5}=2\sqrt{5}$，

∴四面体N﹣BCM的体积$V_{N-BCM}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BCM}\times NF=\frac{1}{3}\times 2\sqrt{5}\times 2=\frac{4\sqrt{5}}{3}$.



【点评】本题考查线面平行的证明，考查四面体的体积的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养.

20．（12分）已知抛物线C：$y^2=2x$的焦点为F，平行于x轴的两条直线l_1，l_2分别交C于A，B两点，交C的准线于P，Q两点.

（Ⅰ）若F在线段AB上，R是PQ的中点，证明AR∥FQ；

（Ⅱ）若△PQF的面积是△ABF的面积的两倍，求AB中点的轨迹方程.

【考点】J3：轨迹方程；K8：抛物线的性质.

【专题】15：综合题；35：转化思想；49：综合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】（Ⅰ）连接RF，PF，利用等角的余角相等，证明∠PRA=∠PQF，即可证明AR∥FQ；

（Ⅱ）利用△PQF的面积是△ABF的面积的两倍，求出N的坐标，利用点差法求AB中点的轨迹方程.

【解答】（Ⅰ）证明：连接RF，PF，

由AP=AF，BQ=BF及AP∥BQ，得∠AFP+∠BFQ=90°，

∴∠PFQ=90°，

∵R是PQ的中点，

∴RF=RP=RQ，

∴△PAR≌△FAR，

∴∠PAR=∠FAR，∠PRA=∠FRA，

∵∠BQF+∠BFQ=180°﹣∠QBF=∠PAF=2∠PAR，

∴∠FQB=∠PAR，

∴∠PRA=∠PQF，

∴AR∥FQ．

（Ⅱ）设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

F（$\frac{1}{2}$，0），准线为 $x=-\frac{1}{2}$，

$S_{\triangle PQF}=\frac{1}{2}|PQ|=\frac{1}{2}|y_1-y_2|$，

设直线AB与x轴交点为N，

∴$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}|FN||y_1-y_2|$，

∵△PQF的面积是△ABF的面积的两倍，

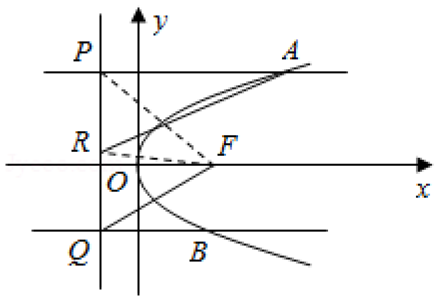
∴$2|FN|=1$，∴$x_N=1$，即N（1，0）．

设AB中点为M（x，y），由$\begin{cases}y_1^2=2x_1\\y_2^2=2x_2\end{cases}$得$y_1^2-y_2^2=2(x_1-x_2)$，

又$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y}{x-1}$，

∴$\frac{y}{x-1}=\frac{1}{y}$，即$y^2=x-1$．

∴AB中点轨迹方程为$y^2=x-1$．



【点评】本题考查抛物线的方程与性质，考查轨迹方程，考查学生的计算能力，属于中档题.

21．（12分）设函数f（x）=lnx﹣x+1.

（1）讨论f（x）的单调性；

（2）证明当x∈（1，+∞）时，$1<\frac{x-1}{\ln x}<x$；

（3）设c＞1，证明当x∈（0，1）时，1+（c﹣1）x＞c^x.

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数研究函数的最值.

【专题】35：转化思想；48：分析法；53：导数的综合应用；59：不等式的解法及应用.

【分析】（1）求出导数，由导数大于0，可得增区间；导数小于0，可得减区间，注意函数的定义域；

（2）由题意可得即证lnx＜x﹣1＜xlnx．运用（1）的单调性可得lnx＜x﹣1，设F（x）=xlnx﹣x+1，x＞1，求出单调性，即可得到x﹣1＜xlnx成立；

（3）设G（x）=1+（c﹣1）x﹣c^x，求G（x）的二次导数，判断G′（x）的单调性，进而证明原不等式.

【解答】解：（1）函数f（x）=lnx﹣x+1的导数为f′（x）=$\frac{1}{x}$﹣1，

由f′（x）＞0，可得0＜x＜1；由f′（x）＜0，可得x＞1.

即有f（x）的增区间为（0，1）；减区间为（1，+∞）；

（2）证明：当x∈（1，+∞）时，$1<\frac{x-1}{\ln x}<x$，即为lnx＜x﹣1＜xlnx.

由（1）可得f（x）=lnx﹣x+1在（1，+∞）递减，

可得f（x）＜f（1）=0，即有lnx＜x﹣1；

设$F(x)=x\ln x-x+1$，$x>1$，$F'(x)=1+\ln x-1=\ln x$，

当$x>1$时，$F'(x)>0$，可得$F(x)$递增，即有$F(x)>F(1)=0$，

即有$x\ln x>x-1$，则原不等式成立；

（3）证明：设$G(x)=1+(c-1)x-c^x$，

则需要证明：当$x\in(0,1)$时，$G(x)>0$（$c>1$）；

$G'(x)=c-1-c^x\ln c$，$G''(x)=-(\ln c)^2c^x<0$，

∴$G'(x)$在$(0,1)$单调递减，而$G'(0)=c-1-\ln c$，$G'(1)=c-1-c\ln c$，

由（1）中$f(x)$的单调性，可得$G'(0)=c-1-\ln c>0$，由（2）可得$G'(1)=c-1-c\ln c=c(1-\ln c)-1<0$，

∴$\exists t\in(0,1)$，使得$G'(t)=0$，即$x\in(0,t)$时，$G'(x)>0$，$x\in(t,1)$时，$G'(x)<0$；

即$G(x)$在$(0,t)$递增，在$(t,1)$递减；

又因为：$G(0)=G(1)=0$，

∴$x\in(0,1)$时$G(x)>0$成立，不等式得证；

即$c>1$，当$x\in(0,1)$时，$1+(c-1)x>c^x$.

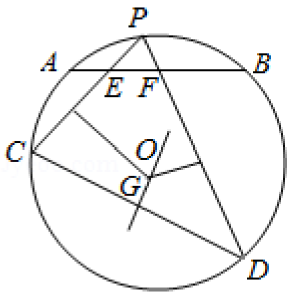
【点评】本题考查导数的运用：求单调区间和极值、最值，考查不等式的证明，注意运用构造函数法，求出导数判断单调性，考查推理和运算能力，属于中档题.

请考生在第22-24题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修4-1：几何证明选讲]

22．（10分）如图，⊙O中$\overset{\frown}{AB}$的中点为P，弦PC，PD分别交AB于E，F两点.

（1）若∠PFB=2∠PCD，求∠PCD的大小；

（2）若EC的垂直平分线与FD的垂直平分线交于点G，证明：OG⊥CD.



【考点】NC：与圆有关的比例线段．

【专题】35：转化思想；49：综合法；5M：推理和证明．

【分析】（1）连接PA，PB，BC，设∠PEB=∠1，∠PCB=∠2，∠ABC=∠3，∠PBA=∠4，∠PAB=∠5，运用圆的性质和四点共圆的判断，可得E，C，D，F共圆，再由圆内接四边形的性质，即可得到所求∠PCD的度数；

（2）运用圆的定义和E，C，D，F共圆，可得G为圆心，G在CD的中垂线上，即可得证．

【解答】（1）解：连接PB，BC，

设∠PEB=∠1，∠PCB=∠2，∠ABC=∠3，

∠PBA=∠4，∠PAB=∠5，

由⊙O中$\overset{\frown}{AB}$的中点为P，可得∠4=∠5，

在△EBC中，∠1=∠2+∠3，

又∠D=∠3+∠4，∠2=∠5，

即有∠2=∠4，则∠D=∠1，

则四点E，C，D，F共圆，

可得∠EFD+∠PCD=180°，

由∠PFB=∠EFD=2∠PCD，

即有3∠PCD=180°，

可得∠PCD=60°；

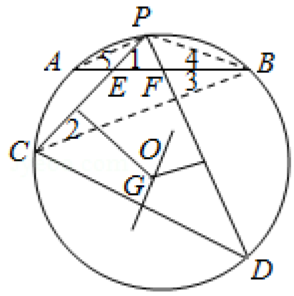
（2）证明：由C，D，E，F共圆，

由EC的垂直平分线与FD的垂直平分线交于点G

可得G为圆心，即有GC=GD，

则G在CD的中垂线，又CD为圆G的弦，

则OG⊥CD．



【点评】本题考查圆内接四边形的性质和四点共圆的判断，以及圆的垂径定理的运用，考查推理能力，属于中档题．

［选修4-4：坐标系与参数方程］

23．在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（α为参数），以坐标原点为极点，以x轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线C_2的极坐标方程为$\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$.

（1）写出C_1的普通方程和C_2的直角坐标方程；

（2）设点P在C_1上，点Q在C_2上，求$|PQ|$的最小值及此时P的直角坐标．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．

【专题】34：方程思想；48：分析法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程；5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）运用两边平方和同角的平方关系，即可得到C_1的普通方程，运用$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，以及两角和的正弦公式，化简可得C_2的直角坐标方程；

（2）由题意可得当直线$x+y-4=0$的平行线与椭圆相切时，$|PQ|$取得最值．设与直线$x+y-4=0$平行的直线方程为$x+y+t=0$，代入椭圆方程，运用判别式为0，求得t，再由平行线的距离公式，可得$|PQ|$的最小值，解方程可得P的直角坐标．

另外：设P（$\sqrt{3}\cos\alpha$，$\sin\alpha$），由点到直线的距离公式，结合辅助角公式和正弦函数的值域，即可得到所求最小值和P的坐标．

【解答】解：（1）曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（α为参数），

移项后两边平方可得$\frac{x^2}{3}$+y^2=$\cos^2\alpha$+$\sin^2\alpha$=1，

即有椭圆C_1：$\frac{x^2}{3}$+y^2=1；

曲线C_2的极坐标方程为ρsin（θ+$\frac{\pi}{4}$）=2$\sqrt{2}$，

即有ρ（$\frac{\sqrt{2}}{2}$sinθ+$\frac{\sqrt{2}}{2}$cosθ）=2$\sqrt{2}$，

由x=ρcosθ，y=ρsinθ，可得x+y﹣4=0，

即有C_2的直角坐标方程为直线x+y﹣4=0；

（2）由题意可得当直线x+y﹣4=0的平行线与椭圆相切时，

|PQ|取得最值.

设与直线x+y﹣4=0平行的直线方程为x+y+t=0，

联立$\begin{cases}x+y+t=0\\x^2+3y^2=3\end{cases}$可得$4x^2+6tx+3t^2-3=0$，

由直线与椭圆相切，可得△=$36t^2$﹣16（$3t^2$﹣3）=0，

解得t=±2，

显然t=﹣2时，|PQ|取得最小值，

即有|PQ|=$\frac{|-4-(-2)|}{\sqrt{1+1}}$=$\sqrt{2}$，

此时$4x^2-12x+9=0$，解得x=$\frac{3}{2}$，

即为P（$\frac{3}{2}$，$\frac{1}{2}$）.

另解：设P（$\sqrt{3}$cosα，sinα），

由P到直线的距离为d=$\frac{|\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha-4|}{\sqrt{2}}$

=$\frac{|2\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})-4|}{\sqrt{2}}$，

当sin（α+$\frac{\pi}{3}$）=1时，|PQ|的最小值为$\sqrt{2}$，

此时可取α=$\frac{\pi}{6}$，即有P（$\frac{3}{2}$，$\frac{1}{2}$）.

【点评】本题考查参数方程和普通方程的互化、极坐标和直角坐标的互化，同时考查直线与椭圆的位置关系，主要是相切，考查化简整理的运算能力，属于中档题.

[选修4-5：不等式选讲]

24．已知函数f（x）=|2x﹣a|+a．

（1）当a=2时，求不等式f（x）≤6的解集；

（2）设函数g（x）=|2x﹣1|，当x∈R时，f（x）+g（x）≥3，求a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；59：不等式的解法及应用．

【分析】（1）当a=2时，由已知得|2x﹣2|+2≤6，由此能求出不等式f（x）≤6的解集．

（2）由f（x）+g（x）=|2x﹣1|+|2x﹣a|+a≥3，得$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geq\frac{3-a}{2}$，由此能求出a的取值范围．

【解答】解：（1）当a=2时，f（x）=|2x﹣2|+2，

∵f（x）≤6，∴|2x﹣2|+2≤6，

|2x﹣2|≤4，|x﹣1|≤2，

∴﹣2≤x﹣1≤2，

解得﹣1≤x≤3，

∴不等式f（x）≤6的解集为{x|﹣1≤x≤3}．

（2）∵g（x）=|2x﹣1|，

∴f（x）+g（x）=|2x﹣1|+|2x﹣a|+a≥3，

$2|x-\frac{1}{2}|+2|x-\frac{a}{2}|+a\geq3$，

$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geq\frac{3-a}{2}$，

当a≥3时，成立，

当a＜3时，$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geq\frac{1}{2}|a-1|\geq\frac{3-a}{2}>0$，

∴$(a-1)^2\geq(3-a)^2$，

解得2≤a＜3，

∴a的取值范围是[2，+∞）．

【点评】本题考查含绝对值不等式的解法，考查实数的取值范围的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意不等式性质的合理运用．