

2018年全国统一高考数学试卷（文科）（全国新课标I）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

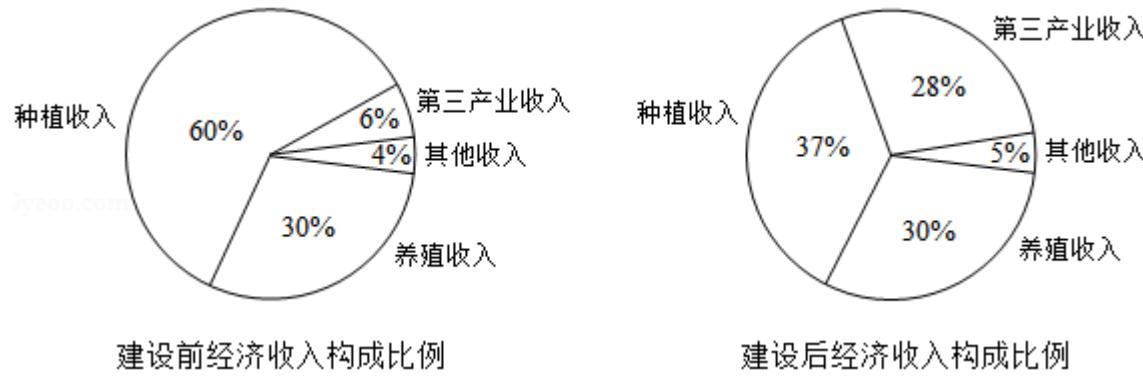
1. (5分) 已知集合 $A=\{0, 2\}$, $B=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\{0, 2\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{0\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. (5分) 设 $z=\frac{1-i}{1+i}$, 则 $|z| = (\quad)$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

3. (5分) 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番。为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



则下面结论中不正确的是 ()

- A. 新农村建设后，种植收入减少
B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. (5分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的一个焦点为 $(2, 0)$, 则 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

5. (5分) 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 , 过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为8的正方形，则该圆柱的表面积为 ()

A. $12\sqrt{2}\pi$

B. 12π

C. $8\sqrt{2}\pi$

D. 10π

6. (5分) 设函数 $f(x) = x^3 + (a - 1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 ()

A. $y = -2x$

B. $y = -x$

C. $y = 2x$

D. $y = x$

7. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB} =$ ()

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8. (5分) 已知函数 $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^2 x + 2$, 则 ()

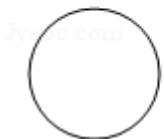
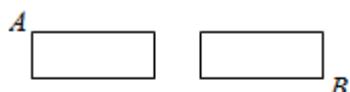
A. $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 3

B. $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 4

C. $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 3

D. $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 4

9. (5分) 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为 ()



A. $2\sqrt{17}$

B. $2\sqrt{5}$

C. 3

D. 2

10. (5分) 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=2$, AC_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 30° , 则该长方体的体积为 ()

A. 8

B. $6\sqrt{2}$

C. $8\sqrt{2}$

D. $8\sqrt{3}$

11. (5分) 已知角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边上有两点 $A(1, a)$, $B(2, b)$, 且 $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $|a - b| =$ ()

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. 1

12. (5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围

围是()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-\infty, 0)$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. (5分) 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2+a)$ ，若 $f(3)=1$ ，则 $a=$ _____.

14. (5分) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2 \leqslant 0 \\ x-y+1 \geqslant 0 \\ y \leqslant 0 \end{cases}$ ，则 $z=3x+2y$ 的最大值为_____.

15. (5分) 直线 $y=x+1$ 与圆 $x^2+y^2+2y-3=0$ 交于 A, B 两点，则 $|AB|=$ _____.

16. (5分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $b\sin C + c\sin B = 4a\sin B\sin C$, $b^2+c^2-a^2=8$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：共60分。

17. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $na_{n+1}=2(n+1)a_n$, 设 $b_n=\frac{a_n}{n}$.

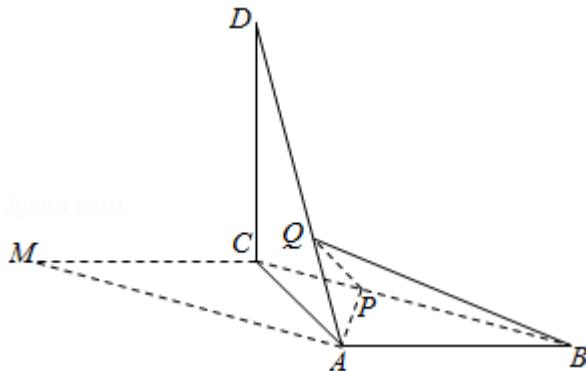
(1) 求 b_1, b_2, b_3 ;

(2) 判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列，并说明理由；

(3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (12分) 如图, 在平行四边形 $ABCM$ 中, $AB=AC=3$, $\angle ACM=90^\circ$, 以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起, 使点 M 到达点 D 的位置, 且 $AB \perp DA$.

- (1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;
- (2) Q 为线段 AD 上一点, P 为线段 BC 上一点, 且 $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$, 求三棱锥 $Q - ABP$ 的体积.



19. (12分) 某家庭记录了未使用节水龙头50天的日用水量数据(单位: m^3)和使用了节水龙头50天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

未使用节水龙头50天的日用水量频数分布表

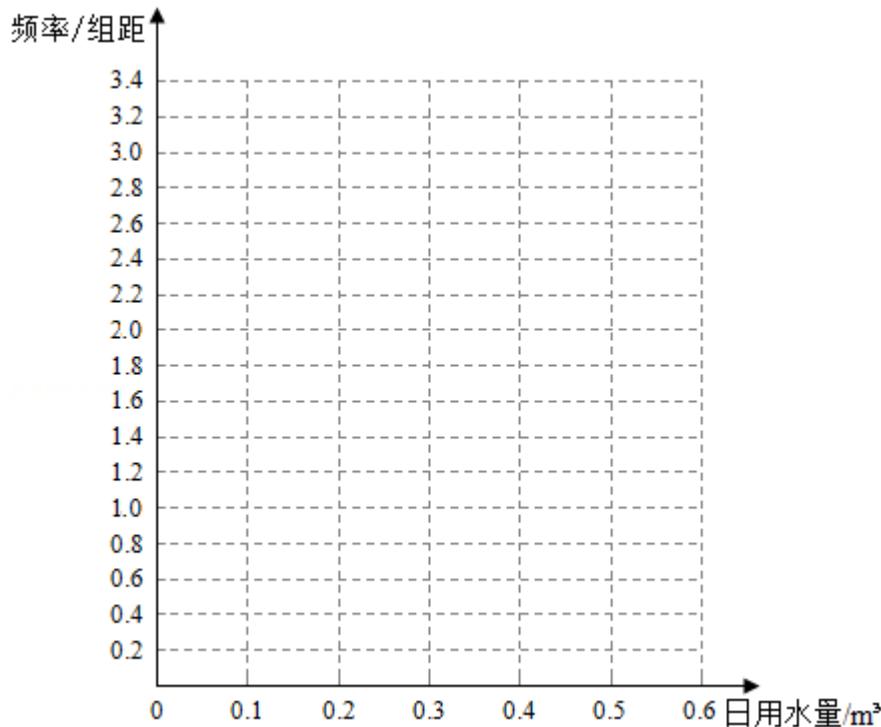
| | | | | | | | |
|------|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 日用水量 | $[0, 0.1)$ | $[0.1, 0.2)$ | $[0.2, 0.3)$ | $[0.3, 0.4)$ | $[0.4, 0.5)$ | $[0.5, 0.6)$ | $[0.6, 0.7)$ |
| 频数 | 1 | 3 | 2 | 4 | 9 | 26 | 5 |

使用了节水龙头50天的日用水量频数分布表

| | | | | | | |
|------|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 日用水量 | $[0, 0.1)$ | $[0.1, 0.2)$ | $[0.2, 0.3)$ | $[0.3, 0.4)$ | $[0.4, 0.5)$ | $[0.5, 0.6)$ |
| |) |) |) |) |) |) |

| | | | | | | |
|----|---|---|----|----|----|---|
| 频数 | 1 | 5 | 13 | 10 | 16 | 5 |
|----|---|---|----|----|----|---|

(1) 作出使用了节水龙头50天的日用水量数据的频率分布直方图;



- (2) 估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 $0.35m^3$ 的概率；
 (3) 估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按365天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表）

20. (12分) 设抛物线C: $y^2=2x$, 点A(2, 0), B(-2, 0), 过点A的直线l与C交于M, N两点.

- (1) 当l与x轴垂直时, 求直线BM的方程;
 (2) 证明: $\angle ABM = \angle ABN$.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$.

(1) 设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求 a , 并求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.

(二) 选考题: 共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。[选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta - 3=0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

[选修4-5: 不等式选讲] (10分)

23. 已知 $f(x) = |x+1| - |ax - 1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.