

且以线段 $A_1A_2$ 为直径的圆与直线 $bx - ay + 2ab = 0$ 相切，则C的离心率为（ ）

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       D.  $\frac{1}{3}$

11. (5分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + a(e^{x-1} + e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 $a =$ （ ）

- A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D. 1

12. (5分) 在矩形ABCD中， $AB=1$ ， $AD=2$ ，动点P在以点C为圆心且与BD相切的圆上。若 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD}$ ，则 $\lambda + \mu$ 的最大值为（ ）

- A. 3      B.  $2\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{5}$       D. 2

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. (5分) 若 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geqslant 0 \\ x+y-2 \leqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$ ，则 $z=3x-4y$ 的最小值为\_\_\_\_\_。

14. (5分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_2=-1$ ， $a_1-a_3=-3$ ，则 $a_4=$ \_\_\_\_\_。

15. (5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leqslant 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$ ，则满足 $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$ 的x的取值范围是\_\_\_\_\_。

16. (5分) a, b为空间中两条互相垂直的直线，等腰直角三角形ABC的直角边AC所在直线与a, b都垂直，斜边AB以直线AC为旋转轴旋转，有下列结论：

- ①当直线AB与a成 $60^\circ$ 角时，AB与b成 $30^\circ$ 角；
- ②当直线AB与a成 $60^\circ$ 角时，AB与b成 $60^\circ$ 角；
- ③直线AB与a所成角的最小值为 $45^\circ$ ；
- ④直线AB与a所成角的最小值为 $60^\circ$ ；

其中正确的是\_\_\_\_\_。（填写所有正确结论的编号）

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：60分。

17. (12分)  $\triangle ABC$ 的内角A, B, C的对边分别为a, b, c, 已知 $\sin A + \sqrt{3}\cos A = 0$ ,  $a = 2\sqrt{7}$ ,  $b = 2$ .

(1) 求c;

(2) 设D为BC边上一点, 且 $AD \perp AC$ , 求 $\triangle ABD$ 的面积.

18. (12分) 某超市计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶4元, 售价每瓶6元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶2元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温(单位:  $^{\circ}\text{C}$ )有关. 如果最高气温不低于25, 需求量为500瓶; 如果最高气温位于区间[20, 25), 需求量为300瓶; 如果最高气温低于20, 需求量为200瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率.

(1) 求六月份这种酸奶一天的需求量X(单位: 瓶)的分布列;

(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为Y(单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量n(单位: 瓶)为多少时, Y的数学期望达到最大值?