2014年普通高等学校招生全国统一考试(湖南卷)

数学(文)

一. 选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.设命题 $p:\forall x\in R,x^2+1>0$，则 $\neg p$ 为（　　）

$A.\ \exists x_0\in R,x_0^2+1>0$　　$B.\ \exists x_0\in R,x_0^2+1\le 0$

$C.\ \exists x_0\in R,x_0^2+1<0$　　$D.\ \forall x\in R,x^2+1\le 0$

2.已知集合 $A=\{x\,|\,x>2\},B=\{x\,|\,1<x<3\}$，则 $A\cap B=$（　　）

$A.\{x\,|\,x>2\}$　　$B.\{x\,|\,x>1\}$　　$C.\{x\,|\,2<x<3\}$　　$D.\{x\,|\,1<x<3\}$

3.对一个容量为 N 的总体抽取容量为 n 的样本，当选取简单随机抽样、系统抽样和分层抽样三种不同方法抽取样本时，总体中每个个体被抽中的概率分别为 p_1,p_2,p_3，则（　　）

$A.p_1=p_2<p_3$　　$B.p_2=p_3<p_1$　　$C.p_1=p_3<p_2$　　$D.p_1=p_2=p_3$

4.下列函数中，既是偶函数又在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增的是（　　）

$A.f(x)=\dfrac{1}{x^2}$　　$B.f(x)=x^2+1$　　$C.f(x)=x^3$　　$D.f(x)=2^{-x}$

5.在区间 $[-2,3]$ 上随机选取一个数 X，则 $X\le 1$ 的概率为（　　）

$A.\dfrac{4}{5}$　　$B.\dfrac{3}{5}$　　$C.\dfrac{2}{5}$　　$D.\dfrac{1}{5}$

6.若圆 $C_1:x^2+y^2=1$ 与圆 $C_2:x^2+y^2-6x-8y+m=0$，则 $m=$（　　）

$A.21$　　$B.19$　　$C.9$　　$D.-11$

7.执行如图1所示的程序框图，如果输入的 $t\in[-2,2]$，则输出的 S 属于（　　）

A.$[-6,-2]$　　B.$[-5,-1]$　　C.$[-4,5]$　　D.$[-3,6]$

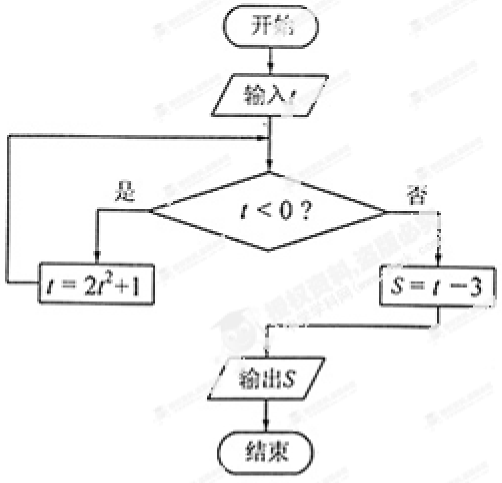

图1

8.一块石材表示的几何体的三视图如图 2 所示，将石材切削、打磨、加工成球，则能得到的最大球的半径等于（　　）

A.1　　　　B.2　　　　C.3　　　　D.4

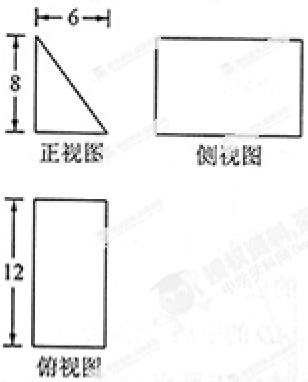

图2

9.若 $0<x_1<x_2<1$，则（　　）

A. $e^{x_2}-e^{x_1}>\ln x_2-\ln x_1$　　　　B. $e^{x_2}-e^{x_1}<\ln x_2-\ln x_1$

C. $x_2e^{x_1}>x_1e^{x_2}$　　　　D. $x_2e^{x_1}<x_1e^{x_2}$

10.在平面直角坐标系中，O 为原点，$A\left(-1,0\right)$，$B\left(0,\sqrt{3}\right)$, $C\left(3,0\right)$，动点 D 满足 $\left|\overrightarrow{CD}\right|=1$,

则 $\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}\right|$ 的取值范围是（　　）

A. $\left[4,6\right]$　　　　B. $\left[\sqrt{19}\text{-}1,\sqrt{19}+1\right]$　　　　C. $\left[2\sqrt{3},2\sqrt{7}\right]$　　　　D. $\left[\sqrt{7}\text{-}1,\sqrt{7}+1\right]$

二. 填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11.复数 $\dfrac{3+i}{i^2}$（i 为虚数单位）的实部等于________.

12.在平面直角坐标系中，曲线$C:\begin{cases} x=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$为参数）的普通方程为__________.

13.若变量x，y满足约束条件$\begin{cases} y\le x \\ x+y\le 4 \\ y\ge 1 \end{cases}$，则$z=2x+y$的最大值为_________.

14.平面上以机器人在行进中始终保持与点$F(1,\ 0)$的距离和到直线$x=-1$的距离相等.若机器人接触不到过点$P(-1,\ 0)$且斜率为k的直线，则k的取值范围是__________.

15.若$f(x)=\ln(e^{3x}+1)+ax$是偶函数，则$a=$_____________.

三、解答题：本大题共6小题，共75分.解答应写出文字说明，证明过程或演算过程.

16.（本小题满分12分）已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=\dfrac{n^2+n}{2}$，$n\in N^*$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设$b_n=2^{a_n}+(-1)^n a_n$，求数列$\{b_n\}$的前$2n$项和.

17.（本小题满分12分）某企业有甲、乙两个研发小组，为了比较他们的研发水平，现随机抽取这两个小组往年研发新产品的结果如下：

(a,b)，$(a,\vec{b})$，(a,b)，$(\vec{a},b)$，$(\vec{a},\vec{b})$，(a,b)，(a,b)，$(a,\vec{b})$，
$(\vec{a},b)$，$(a,\vec{b})$，$(\vec{a},\vec{b})$，(a,b)，$(a,\vec{b})$，$(\vec{a},b)$，(a,b)

其中a，$\vec{a}$分别表示甲组研发成功和失败；b，$\vec{b}$分别表示乙组研发成功和失败.

(1)若某组成功研发一种新产品，则给改组记1分，否记0分，试计算甲、乙两组研发新产品的成绩的平均数和方差，并比较甲、乙两组的研发水平；

(2)若该企业安排甲、乙两组各自研发一种新产品，试估算恰有一组研发成功的概率.

18.（本小题满分12分）如图3，已知二面角$\alpha-MN-\beta$的大小为60°，菱形$ABCD$在面β内，A,B两点在棱MN上，$\angle BAD=60^\circ$，E是AB的中点，$DO\perp$面α，垂足为O.

(1)证明：$AB\perp$平面ODE；

(2)求异面直线BC与OD所成角的余弦值.

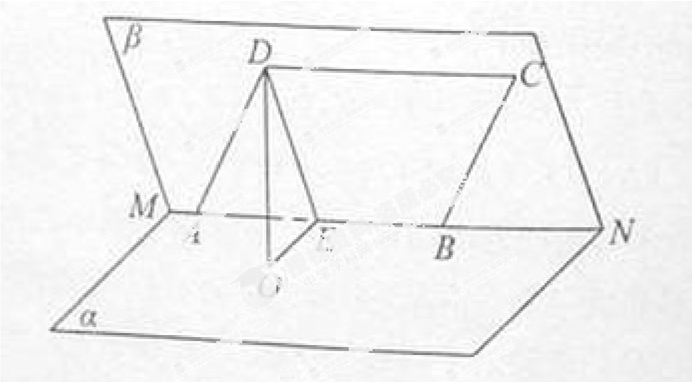

图 3

19.（本小题满分 13 分）如图.4，在平面四边形 $ABCD$ 中，

$DA\perp AB, DE=1, EC=\sqrt{7}, EA=2, \angle ADC=\dfrac{2\pi}{3}, \angle BEC=\dfrac{\pi}{3}$

(1)求 $\sin\angle CED$ 的值；

(2)求 BE 的长

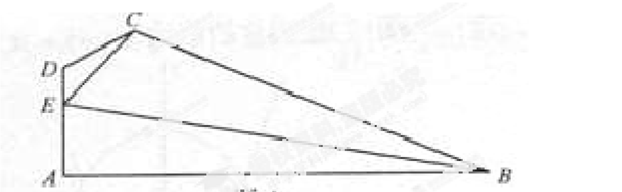

图 4

20. （本小题满分 13 分）如图 5，O 为坐标原点，双曲线 $C_1:\dfrac{x^2}{{a_1}^2}-\dfrac{y^2}{{b_1}^2}=1(a_1>0,b_1>0)$ 和椭圆 $C_2:\dfrac{x^2}{{a_2}^2}+\dfrac{y^2}{{b_2}^2}=1(a_2>b_2>0)$ 均过点 $P(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},1)$，且以 C_1 的两个.顶点和 C_2 的两个.焦点为顶点的四边形是面积为 2 的正方形.

(1)求 C_1,C_2 的方程；

(2)是否存在直线 l，使得 l .与 C_1 交于 A,B 两点，与 C_2 只有一个公共点，且 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{AB}|$？证明你的结论.

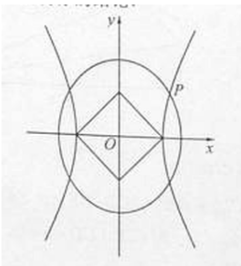

图 5

21.（本小题满分 13 分）已知函数 $f(x)=x\cos x-\sin x+1(x>0)$.

（1）求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）记 x_i 为 $f(x)$ 的从小到大的第 $i(i\in N^*)$ 个零点，证明：对一切 $n\in N^*$，有 $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}+\cdots+\frac{1}{x_n^2}<\frac{2}{3}$.

$\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}+\cdots+\frac{1}{x_n^2}<\frac{2}{3}$.$\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}+\cdots+\frac{1}{x_n^2}<\frac{2}{3}$.