2015年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学（文科）

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1、 已知$\frac{(1-i)^2}{z}$=1+i（i为虚数单位），则复数z=(　　)

A、1+i　　　　B、1-i　　　　C、-1+i　　　　D、-1-i

2、 在一次马拉松比赛中，35名运动员的成绩（单位：分钟）如图I所示;

13	0	0	3	4	5	6	6	8	8	8	9						
14	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	7	8
15	0	1	2	2	3	3	3										

若将运动员按成绩由好到差编为1~35号，再用系统抽样方法从中抽取7人，则其中成绩在区间[139,151]上的运动员人数为(　　)

A、3　　　　B、4　　　　C、5　　　　D、6

3、设x∈R，则“x>1”是“x^2>1”的（　　）

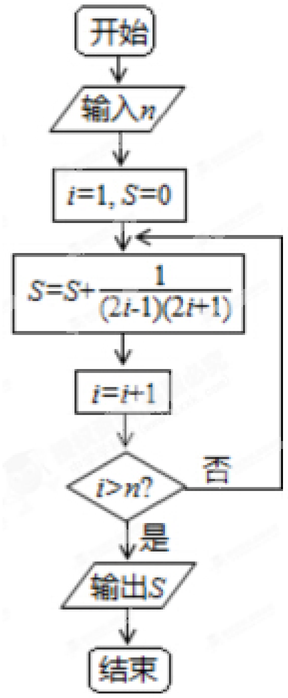
A、充分不必要条件　　　　B、必要不充分条件

C、充要条件　　　　D、既不充分也不必要条件

4、若变量x、y满足约束条件$\begin{cases} x+y\geq 1 \\ y-x\leq 1 \\ x\leq 1 \end{cases}$，则z=2x-y的最小值为(　　)

A、-1　　　　B、0　　　　C、1　　　　D、2

5、执行如图2所示的程序框图，如果输入n=3，中输入的S=(　　)



A、$\dfrac{6}{7}$　　B、$\dfrac{3}{7}$　　C、$\dfrac{8}{9}$　　D、$\dfrac{4}{9}$

6、若双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的一条渐近线经过点（3，-4），则此双曲线的离心率为

A、$\dfrac{\sqrt{7}}{3}$　　B、$\dfrac{5}{4}$　　C、$\dfrac{4}{3}$　　D、$\dfrac{5}{3}$

7、若实数 a，b 满足$\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}=\sqrt{ab}$，则 ab 的最小值为(　　)

A、$\sqrt{2}$　　B、2　　C、$2\sqrt{2}$　　D、4

8、设函数 f（x）=ln （1+x）-ln（1-x），则 f（x）是(　　)

A、奇函数，且在（0,1）上是增函数　　B、奇函数，且在（0,1）上是减函数

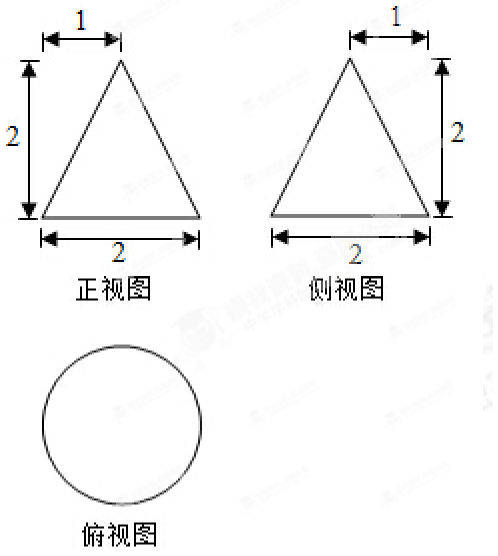
C、偶函数，且在（0,1）上是增函数　　D、偶函数，且在（0,1）上是减函数

9、已知点 A,B,C 在圆$x^2+y^2=1$上运动，且 AB⊥BC，若点 P 的坐标为（2，0），则$\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right|$的最大值为

A、6　　B、7　　C、8　　D、9

10、某工作的三视图如图 3 所示，现将该工作通过切削，加工成一个体积尽可能大的正方体新工件，并使新工件的一个面落在原工作的一个面内，则原工件材料的利用率为（材料利用率=新工件的体积/原工件的体积）

A、$\dfrac{8\pi}{9}$　　B、$\dfrac{8}{27\pi}$　　C、$\dfrac{24(\sqrt{2}-1)^2}{\pi}$　　D、$\dfrac{8(\sqrt{2}-1)^2}{\pi}$



二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11、已知集合 U=$\{1,2,3,4\}$，A=$\{1,3\}$,B=$\{1,3,4\}$,则 A$\cup$($\complement_U B$)=_____.

12、在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.若曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2sin\theta$，则曲线 C 的直角坐标方程为_____.

13. 若直线 3x-4y+5=0 与圆 $x^2+y^2=r^2\left(r>0\right)$ 相交于 A,B 两点，且 $\angle AOB=120^o$（O 为坐标原点），则 r=_____.

14、若函数 f（x）=| 2^x -2 |-b 有两个零点，则实数 b 的取值范围是_____.

15、已知 ω>0,在函数 y=2sinωx 与 y=2cosωx 的图像的交点中，距离最短的两个交点的距离为 $2\sqrt{3}$，则 ω =_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. 本小题满分 12 分）某商场举行有奖促销活动，顾客购买一定金额的商品后即可抽奖，抽奖方法是：从装有 2 个红球 A_1,A_2 和 1 个白球 B 的甲箱与装有 2 个红球 a_1,a_2 和 2 个白球 b_1,b_2 的乙箱中，各随机摸出 1 个球，若摸出的 2 个球都是红球则中奖，否则不中奖。

（I）用球的标号列出所有可能的摸出结果；

（II）有人认为：两个箱子中的红球比白球多，所以中奖的概率大于不中奖的概率，你认为正确吗？请说明理由。

17. 本小题满分 12 分）设 ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 $a,b,c,a=b\tan A$。

（I）证明：$\sin B=\cos A$；

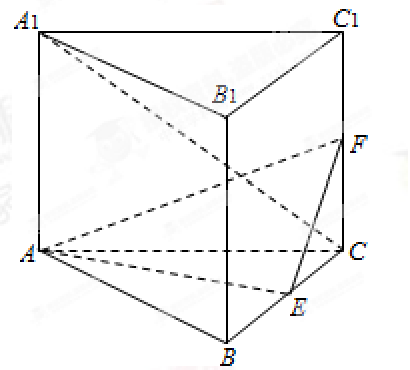
(II) 若 $\sin C-\sin A\cos B=\dfrac{3}{4}$，且 B 为锐角，求 A,B,C。

18. 本小题满分 12 分）如图 4，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是边长为 2 的正三角形，E,F 分别是 BC,CC_1

的中点。

（I）证明：平面 $AEF\perp$ 平面 B_1BCC_1；

（II）若直线 A_1C 与平面 A_1ABB_1 所成的角为 45°，求三棱锥 $F-AEC$ 的体积。



19. 本小题满分 13 分）设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_1=1,a_2=2$，且 $a_{n+1}=3S_n$

$-S_{n+1}+3,(n\in N^*)$，

（I）证明：$a_{n+2}=3a_n$；

（II）求 S_n。

20. 本小题满分 13 分）已知抛物线 $C_1:x^2=4y$ 的焦点 F 也是椭圆 $C_2:\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$

$(a>b>0)$ 的一个焦点，C_1 与 C_2 的公共弦长为 $2\sqrt{6}$，过点 F 的直线 l 与 C_1 相交于 A,B 两点，与 C_2

相交于 C,D 两点，且 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 同向。

（I）求 C_2 的方程;

（II）若 $|AC|=|BD|$，求直线 l 的斜率。

21. 本小题满分 13 分）函数 $f(x)=ae^2\cos x(x\in[0,+\infty)$，记 x_n 为 $f(x)$ 的从小到大的第 $n(n\in N^*)$ 个极值点。

（I）证明：数列 $\{f(x_n)\}$ 是等比数列;

（II）若对一切 $n\in N^*,x_n\le|f(x_n)|$ 恒成立，求 a 的取值范围。