2008高考湖南理科数学试题及全解全析

一、选择题:本大题共10小题，每小题5分，共50分.在每小题给出的四个选项中，

只有一项是符合题目要求的.

1．复数 $(i-\frac{1}{i})^3$ 等于(　　)

A.8　　B.－8　　C.8i　　D.－8i

2．“$|x-1|<2$ 成立”是“$x(x-3)<0$ 成立”的(　　)

A．充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C．充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

3.已知变量x、y满足条件$\begin{cases} x\geq 1, \\ x-y\leq 0, \\ x+2y-9\leq 0, \end{cases}$　则 $x+y$ 的最大值是(　　)

A.2　　B.5　　C.6　　D.8

4.设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(2,9)$,若 $P(\xi>c+1)=P(\xi<c-1)$,则c= (　　)

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

5.设有直线m、n和平面α 、 β ,下列四个命题中，正确的是(　　)

A.若$m\parallel\alpha$,$n\parallel\alpha$,则$m/\!/n$

B.若$m\subset\alpha$,$n\subset\alpha$,$m\parallel\beta$,$n\parallel\beta$,则$\alpha\parallel\beta$

C.若$\alpha\perp\beta$，$m\subset\alpha$,则$m\perp\beta$

D.若$\alpha\perp\beta$，$m\perp\beta$，$m\not\subset\alpha$,则$m/\!/\alpha$

6.函数 $f(x)=\sin^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值是(　　)

A.1　　B.$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D.$1+\sqrt{3}$

7.设D、E、F分别是$\triangle ABC$的三边BC、CA、AB上的点，且 $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EA}$,

$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$, 则 $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ (　　)

A.反向平行　　　　　　　　B.同向平行

C.互相垂直　　　　　　　　D.既不平行也不垂直

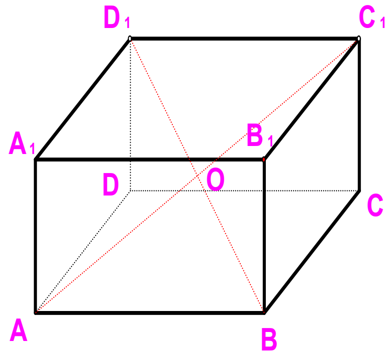
8.若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）上横坐标为 $\dfrac{3a}{2}$ 的点到右焦点的距离大于它到左准线的距离，则双曲线离心率的取值范围是(　　)

A.(1,2)　　B.(2,+∞)　　C.(1,5)　　D. (5,+∞)

9.长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的8个顶点在同一球面上，且$AB=2$,$AD=\sqrt{3}$,$AA_1=1$,

则顶点A、B间的球面距离是(　　)

A.$2\sqrt{2}\pi$　　B.$\sqrt{2}\pi$　　C.$\dfrac{\sqrt{2}\pi}{2}$　　D.$\dfrac{\sqrt{2}\pi}{4}$



10.设［x］表示不超过x的最大整数（如［2］=2,［$\dfrac{5}{4}$］=1）,对于给定的$n\in\mathbf{N}^*$,

定义 $C_n^x=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-[x]+1)}{x(x-1)\cdots(x-[x]+1)}$, $x\in[1,+\infty)$,则当$x\in\left[\dfrac{3}{2},3\right)$时，函数 C_8^x 的

值域是(　　)

A.$\left[\dfrac{16}{3},28\right]$　　　　B.$\left[\dfrac{16}{3},56\right)$

C.$\left(4,\dfrac{28}{3}\right)\cup[28,56)$　　　　D.$\left(4,\dfrac{16}{3}\right]\cup\left(\dfrac{28}{3},28\right]$

二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，共25分。把答案填在对应题号后的横线上。

11.$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{x^2+3x-4}=$ ________.

12.已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的右焦点为F,右准线为$l$,离心率$e=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

过顶点$A(0,b)$作AM$\perp l$,垂足为M，则直线FM的斜率等于______.

13.设函数$y=f(x)$存在反函数$y=f^{-1}(x)$,且函数$y=x-f(x)$的图象过点(1,2),

则函数$y=f^{-1}(x)-x$的图象一定过点___.

14.已知函数$f(x)=\dfrac{\sqrt{3-ax}}{a-1}(a\neq 1)$.

（1）若$a>0$,则$f(x)$的定义域是_____;

(2) 若$f(x)$在区间$(0,1]$上是减函数，则实数a的取值范围是______.

15.对有$n(n\geq 4)$个元素的总体$\{1,2,\cdots,n\}$进行抽样，先将总体分成两个子总体

$\{1,2,\cdots,m\}$和$\{m+1,m+2,\cdots,n\}$ (m是给定的正整数，且$2\leq m\leq n-2$),再从

每个子总体中各随机抽取2个元素组成样本.用P_{ij}表示元素i和j同时出现在样

本中的概率，则P_{1n}=_____; 所有P_{ij} $(1\leq i<j\leq n)$的和等于______.

三、解答题：本大题共6小题，共75分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16.（本小题满分12分）

甲、乙、丙三人参加了一家公司的招聘面试，面试合格者可正式签约，甲表示只要面试合格就签约.乙、丙则约定：两人面试都合格就一同签约，否则两人都不签约.设每人面试合格的概率都是$\dfrac{1}{2}$，且面试是否合格互不影响.求：

（I）至少有1人面试合格的概率;

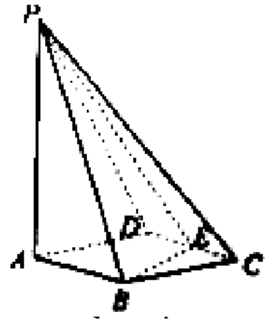
（II）签约人数ξ的分布列和数学期望.

17.（本小题满分12分）

如图所示，四棱锥P-$ABCD$的底面$ABCD$是边长为1的菱形，$\angle BCD=60°$，E是CD的中点，$PA\perp$底面$ABCD$，$PA=2$.

（I）证明：平面$PBE\perp$平面PAB;

（II）求平面PAD和平面PBE所成二面角（锐角）的大小.



18.（本小题满分12分）

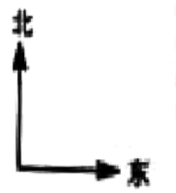
数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_1=1, a_2=2, a_{n+2}=(1+\cos^2\frac{n\pi}{2})a_n+\sin^2\frac{n\pi}{2}, n=1,2,3,\cdots.$

(I) 求a_3, a_4, 并求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

(II) 设$b_n=\frac{a_{2n-1}}{a_{2n}}, S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$. 证明：当$n\geq 6$时，$\left|S_n-2\right|<\frac{1}{n}$.

19.（本小题满分13分）

在一个特定时段内，以点E为中心的7海里以内海域被设为警戒水域.点E正北55海里处有一个雷达观测站A.某时刻测得一艘匀速直线行驶的船只位于点A北偏东45°且与点A相距$40\sqrt{2}$海里的位置B，经过40分钟又测得该船已行驶到点A北偏东$45^\circ+\theta$(其中$\sin\theta=\frac{\sqrt{26}}{26}$，$0^\circ<\theta<90^\circ$)且与点$A$相距$10\sqrt{13}$海里的位置$C$.



（I）求该船的行驶速度（单位：海里/小时）；

（II）若该船不改变航行方向继续行驶.判断它是否会进入警戒水域，并说明理由.

20.（本小题满分13分）

若A、B是抛物线$y^2=4x$上的不同两点，弦AB（不平行于y轴）的垂直平分线与x轴相交于点P，则称弦AB是点P的一条“相关弦”.已知当$x>2$时，点P（x,0）存在无穷多条“相关弦”.给定$x_0>2$.

（I）证明：点P（x_0,0）的所有“相关弦” 中的中点的横坐标相同；

(II) 试问：点P（x_0,0）的“相关弦”的弦长中是否存在最大值？若存在，求其最大值（用x_0表示）：若不存在，请说明理由.

21.（本小题满分13分）

已知函数$f(x)=\ln^2(1+x)-\frac{x^2}{1+x}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

（II）若不等式 $(1+\frac{1}{n})^{n+a}\le e$ 对任意的 $n\in \mathrm{N}^*$ 都成立（其中e是自然对数的底数）.

求a的最大值.