2008 年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数　学（文科）及参考答案

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，第Ⅰ卷第 1 至第 2 页，第Ⅱ卷第 3 至第 4 页。全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

考生注意事项：

1. 答题前，务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的座位号、姓名，并认真核对答题卡上所粘贴的条形码中"座位号、姓名、科类"与本人座位号、姓名、科类是否一致。
2. 答第Ⅰ卷时，每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动、用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 答第Ⅱ卷时，必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写。在试题卷上作答无效。
4. 考试结束，监考员将试题卷和答题卡一并收回。

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件 A、B 相互独立，那么

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次实验中发生的概率是 p，那么 n 次独立重复实验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k},(k=0,1,2,\cdots,n)$$

球的表面积公式

$$S=4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

第Ⅰ卷

一．选择题：

1．设集合 $U=\{1,2,3,4,5\},A=\{1,2,3\},B=\{2,3,4\}$，则 $\complement_U(A\cap B)=$(B)

（A） $\{2,3\}$　　（B） $\{1,4,5\}$　　（C） $\{4,5\}$　　（D） $\{1,5\}$

【解】：$\because A=\{1,2,3\},B=\{2,3,4\}$　$\therefore A\cap B=\{2,3\}$

又 $\because U=\{1,2,3,4,5\}$　$\therefore \complement_U(A\cap B)=\{1,4,5\}$　故选 B；

2．函数 $y=\ln(2x+1)\left(x>-\frac{1}{2}\right)$ 的反函数是(C)

（A） $y=\frac{1}{2}e^x-1(x\in R)$　　（B） $y=e^{2x}-1(x\in R)$

（C） $y=\frac{1}{2}\left(e^{x}-1\right)(x\in R)$ （D） $y=e^{\frac{x}{2}}-1(x\in R)$

【解】：$\because$ 由 $y=\ln(2x+1)$ 反解得 $x=\frac{1}{2}\left(e^{y}-1\right)$ $\therefore y=\frac{1}{2}\left(e^{x}-1\right)$ 从而淘汰（B）、（D）

又$\because$原函数定义域为 $x>-\frac{1}{2}$ $\therefore$反函数值域为 $y>-\frac{1}{2}$ 故选 C；

【考点】：此题重点考察求反函数的方法，考察原函数与反函数的定义域与值域的互换性；

【突破】：反解得解析式，或利用原函数与反函数的定义域与值域的互换对选项进行淘汰；

3．设平面向量 $\vec{a}=(3,5),\vec{b}=(-2,1)$，则 $\vec{a}-2\vec{b}=$(A)

（A） $(7,3)$ （B） $(7,7)$ （C） $(1,7)$ （D） $(1,3)$

【解】：$\because \vec{a}=(3,5),\vec{b}=(-2,1)$ $\therefore \vec{a}-2\vec{b}=(3,5)-2(-2,1)=(3+4,5-2)=(7,3)$

故选 C；

【考点】：此题重点考察向量加减、数乘的坐标运算；

【突破】：准确应用向量的坐标运算公式是解题的关键；

4．$(\tan x+\cot x)\cos^{2}x=$(D)

（A） $\tan x$ （B） $\sin x$ （C） $\cos x$ （D） $\cot x$

【解】：$\because (\tan x+\cot x)\cos^{2}x=\left(\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}\right)\cos^{2}x=\frac{\sin^{2}x+\cos^{2}x}{\sin x\cos x}\cdot\cos^{2}x$

$=\frac{\cos x}{\sin x}=\cot x$ 故选 D；

【点评】：此题重点考察各三角函数的关系；

【突破】：熟悉三角公式，化切为弦；以及注意 $\sin^{2}x+\cos^{2}x=1,\tan x=\frac{\sin x}{\cos x},\cot x=\frac{\cos x}{\sin x}$；

5．不等式的解集为(A)

（A） $(-1,2)$ （B） $(-1,1)$ （C） $(-2,1)$ （D） $(-2,2)$

【解】：$\because \left|x^{2}-x\right|<2$ $\therefore -2<x^{2}-x<2$ 即 $\begin{cases}x^{2}-x+2>0\\x^{2}-x-2<0\end{cases}$，$\begin{cases}x\in R\\-1<x<2\end{cases}$，

$\therefore x\in(-1,2)$ 故选 A；

【点评】：此题重点考察绝对值不等式的解法；

【突破】：准确进行不等式的转化去掉绝对值符号为解题的关键，可用公式法，平方法，特值验证淘汰法；

6．直线 $y=3x$ 绕原点逆时针旋转 90^{0}，再向右平移 1 个单位，所得到的直线为(A)

（A） $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{3}$　　　　（B） $y=-\dfrac{1}{3}x+1$

（C） $y=3x-3$　　　　（D） $y=\dfrac{1}{3}x+1$

【解】：$\because$直线 $y=3x$ 绕原点逆时针旋转 90^0 的直线为 $y=-\dfrac{1}{3}x$，从而淘汰（C），（D）

又$\because$将 $y=-\dfrac{1}{3}x$ 向右平移 1 个单位得 $y=-\dfrac{1}{3}(x-1)$，即 $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{3}$　　故选 A；

【点评】：此题重点考察互相垂直的直线关系，以及直线平移问题；

【突破】：熟悉互相垂直的直线斜率互为负倒数，过原点的直线无常数项；重视平移方法："左加右减"；

7． ΔABC 的三内角 A,B,C 的对边边长分别为 a,b,c，若 $a=\dfrac{\sqrt{5}}{2}b,A=2B$，则 $\cos B=$ (B)

（A） $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　（B） $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$　　（C） $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　（D） $\dfrac{\sqrt{5}}{6}$

【解】：$\because$ ΔABC 中 $\begin{cases} a=\dfrac{\sqrt{5}}{2}b \\ A=2B \end{cases}$　$\therefore \begin{cases} \sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\sin B \\ \sin A=\sin 2B=2\sin B\cos B \end{cases}$　$\therefore \cos B=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$　故选 B；

【点评】：此题重点考察解三角形，以及二倍角公式；

【突破】：应用正弦定理进行边角互化，利用三角公式进行角的统一，达到化简的目的；在解三角形中，利用正余弦定理进行边角转化是解题的基本方法，在三角函数的化简求值中常要重视角的统一，函数的统一，降次思想的应用。

8．设 M 是球心 O 的半径 OP 的中点，分别过 M,O 作垂直于 OP 的平面，截球面得两个圆，则这两个圆的面积比值为：(D)

（A） $\dfrac{1}{4}$　　（B） $\dfrac{1}{2}$　　（C） $\dfrac{2}{3}$　　（D） $\dfrac{3}{4}$

【解】：设分别过 M,O 作垂线于 OP 的面截球得三个圆的半径为 r_1,r_2，球半径为 R，

则：$r_1^{\ 2}=R^2-\left(\dfrac{1}{2}R\right)^2=\dfrac{3}{4}R^2,r_2^{\ 2}=R^2$

$\therefore r_1^{\ 2}:r_2^{\ 2}=\dfrac{3}{4}R^2:R^2=\dfrac{3}{4}$　$\therefore$这两个圆的面积比值为：$\dfrac{3}{4}$　　故选 D

【点评】：此题重点考察球中截面圆半径，球半径之间的关系；

【突破】：画图数形结合，提高空间想象能力，利用勾股定理；

9．函数 $f(x)$ 满足 $f(x)\cdot f(x+2)=13$，若 $f(1)=2$，则 $f(99)=$ (C)

（A）13　　　　（B）2　　　　（C）$\dfrac{13}{2}$　　　　（D）$\dfrac{2}{13}$

【解】：$\because f\left(x\right)\cdot f\left(x+2\right)=13$ 且 $f\left(1\right)=2$　　$\therefore f\left(1\right)=2$，$f\left(3\right)=\dfrac{13}{f\left(1\right)}=\dfrac{13}{2}$，

$f\left(5\right)=\dfrac{13}{f\left(3\right)}=2$，$f\left(7\right)=\dfrac{13}{f\left(5\right)}=\dfrac{13}{2}$，$f\left(9\right)=\dfrac{13}{f\left(5\right)}=2$，$\cdots$，

$\therefore f\left(2n-1\right)=\begin{cases}2 & n\text{为奇数}\\ \dfrac{13}{2} & n\text{为偶数}\end{cases}$，$\therefore f\left(99\right)=f\left(2\times 100-1\right)=\dfrac{13}{2}$　　故选 C

【点评】：此题重点考察递推关系下的函数求值；

【突破】：此类题的解决方法一般是求出函数解析式后代值，或者得到函数的周期性求解；

10．设直线 $l\subset$ 平面 α，经过 α 外一点 A 与 l,α 都成 30^0 角的直线有且只有：(B)

（A）1 条　　（B）2 条　　（C）3 条　　（D）4 条

【解】：如图，当 $\angle AOC=\angle ACB=30^0$ 时，直线 AC 满足条件；

又由图形的对称性，知当 $\angle AOB=\angle ABC=30^0$ 时，

直线 AB 满足条件；　故选 B

【点评】：此题重点考察线线角，线面角的关系，以及空间想象能力，图形的对称性；

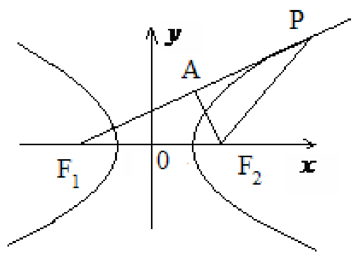
【突破】：数形结合，利用圆锥的母线与底面所成的交角不变画图，重视空间想象能力和图形的对称性；

11．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，P 为 C 的右支上一点，且 $\left|PF_1\right|=\left|F_1F_2\right|$，则 ΔPF_1F_2 的面积等于(C)

（A）24　　　　（B）36　　　　（C）48　　　　（D）96

【解 1】：$\because$ 双曲线 $C:\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 中 $a=3,b=4,c=5$　　$\therefore F_1\left(-5,0\right),F_2\left(5,0\right)$

$\because \left|PF_2\right|=\left|F_1F_2\right|$　　$\therefore \left|PF_1\right|=2a+\left|PF_2\right|=6+10=16$



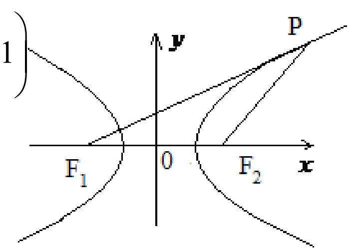
作 PF_1 边上的高 AF_2，则 $AF_1=8$　　$\therefore AF_2=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\therefore \Delta PF_1F_2$ 的面积为 $\dfrac{1}{2}\left|PF_1\right|\cdot\left|PF_2\right|=\dfrac{1}{2}\times 16\times 6=48$　　故选 C

【解 2】：$\because$ 双曲线 $C:\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 中 $a=3,b=4,c=5$　　$\therefore F_1\left(-5,0\right),F_2\left(5,0\right)$

设 $P\left(x_0,\ y_0\right),\left(x_0>0\right)$，　则由 $\left|PF_2\right|=\left|F_1F_2\right|$ 得 $\left(x_0-5\right)^2+{y_0}^2=10^2$

又$\because P$为C的右支上一点 $\therefore \frac{x_0^2}{9}-\frac{y_0^2}{16}=1$ $\therefore y_0^2=16\left(\frac{x_0^2}{9}-1\right)$



$\therefore (x_0-5)^2+16\left(\frac{x_0^2}{9}-1\right)=100$ 即 $25x_0^2+90x_0-819=0$

解得 $x_0=\frac{21}{5}$ 或 $x_0=-\frac{39}{5}<0$（舍去）

$\therefore y_0=\sqrt{16\left(\frac{x_0^2}{9}-1\right)}=\sqrt{16\left[\left(\frac{21}{5}\right)^2\times\frac{1}{9}-1\right]}=\frac{48}{5}$

$\therefore \Delta PF_1F_2$ 的面积为 $\frac{1}{2}\left|F_1F_2\right|\cdot\left|y_0\right|=\frac{1}{2}\times10\times\frac{48}{5}=48$ 故选 B

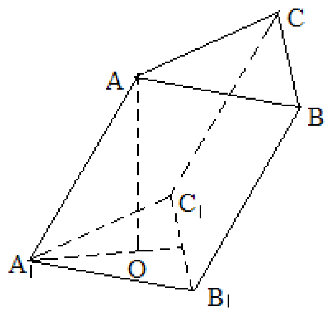
【点评】：此题重点考察双曲线的第一定义，双曲线中与焦点，准线有关三角形问题；

【突破】：由题意准确画出图象，解法 1 利用数形结合，注意到三角形的特殊性；解法 2 利用待定系数法求 P 点坐标，有较大的运算量；

12. 若三棱柱的一个侧面是边长为 2 的正方形，另外两个侧面都是有一个内角为 60^0 的菱形，则该棱柱的体积等于(B)

（A） $\sqrt{2}$ （B） $2\sqrt{2}$ （C） $3\sqrt{2}$ （D） $4\sqrt{2}$

【解】：如图在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，设 $\angle AA_1B_1=\angle AA_1C_1=60^0$，



由条件有 $\angle C_1A_1B_1=60^0$，作 $AO\perp$ 面$A_1B_1C_1$ 于点 O，

则 $\cos\angle AA_1O=\frac{\cos\angle AA_1B_1}{\cos\angle B_1A_1O}=\frac{\cos60^0}{\cos30^0}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin\angle AA_1O=\frac{\sqrt{6}}{3}$ $\therefore AO=AA_1\cdot\sin\angle AA_1O=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\therefore V_{ABC-A_1B_{1AO}C_1}=S_{\Delta A_1B_1C_1}\cdot AO=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin60^0\times\frac{2\sqrt{6}}{3}=2\sqrt{2}$ 故选 B

【点评】：此题重点考察立体几何中的最小角定理和柱体体积公式，同时考察空间想象能力；

【突破】：具有较强的空间想象能力，准确地画出图形是解决此题的前提，熟悉最小角定理并能准确应用是解决此题的关键；

第Ⅱ卷

二．填空题：本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分。把答案填在题中横线上。

13．$(1+2x)^3(1-x)^4$ 展开式中 x 的系数为______2_________。

【解】：$\because \left(1+2x\right)^3\left(1-x\right)^4$ 展开式中 x 项为

$$C_3^0 1^3\left(2x\right)^0\cdot C_4^1 1^3\left(-x\right)^1+C_3^1 1^2\left(2x\right)^1\cdot\cdot C_4^0 1^4\left(-x\right)^0$$

$\therefore$ 所求系数为 $C_3^0\cdot C_4^1\left(-1\right)+C_3^1\cdot 2=-4+6=2$　　故填 2

【点评】：此题重点考察二项展开式中指定项的系数，以及组合思想；
【突破】：利用组合思想写出项，从而求出系数；

14．已知直线 $l:x-y+4=0$ 与圆 $C:\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=2$，则 C 上各点到 l 的距离的最小值为______ $\sqrt{2}$ ______。

【解】：如图可知：过原心作直线 $l:x-y+4=0$ 的垂线，则 AD 长即为所求；

$\because C:\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=2$ 的圆心为 $C\left(2,2\right)$，半径为 $\sqrt{2}$

点 C 到直线 $l:x-y+4=0$ 的距离为 $d=\dfrac{\left|1-1+4\right|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

$\therefore$　$AD=CD-AB=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$　　故 C 上各点到 l 的距离的最小值为 $\sqrt{2}$

【点评】：此题重点考察圆的标准方程和点到直线的距离；
【突破】：数形结合，使用点 C 到直线 l 的距离距离公式。

15．从甲、乙等 10 名同学中挑选 4 名参加某校公益活动，要求甲、乙中至少有 1 人参加，则不同的挑选方法共有______ 140 ______种。

【解】：$\because$ 从 10 个同学中挑选 4 名参加某项公益活动有 C_{10}^4 种不同挑选方法；

从甲、乙之外的 8 个同学中挑选 4 名参加某项公益活动有 C_8^4 种不同挑选方法；

$\therefore$ 甲、乙中至少有 1 人参加，则不同的挑选方法共有 $C_{10}^4-C_8^4=210-70=140$ 种不同挑选方法　故填 140；

【考点】：此题重点考察组合的意义和组合数公式；
【突破】：从参加 “某项”切入，选中的无区别，从而为组合问题；由“至少”从反面排除易于解决；

16．设数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，$a_1=2,a_{n+1}=a_n+n+1$，则通项 $a_n=$ ______ $\dfrac{n\left(n+1\right)}{2}+1$ ______。

【解】：$\because a_1=2,a_{n+1}=a_n+n+1$　$\therefore a_n=a_{n-1}+\left(n-1\right)+1$，$a_{n-1}=a_{n-2}+\left(n-2\right)+1$，

$a_{n-2}=a_{n-3}+\left(n-3\right)+1$，$\ldots$，$a_3=a_2+2+1$，$a_2=a_1+1+1$，$a_1=2=1+1$

将以上各式相加得：$a_n=\left[\left(n-1\right)+\left(n-2\right)+\left(n-3\right)+\cdots+2+1\right]+n+1$

$$=\frac{(n-1)\left[(n-1)+1\right]}{2}+n+1=\frac{(n-1)n}{2}+n+1=\frac{n(n+1)}{2}+1$$ 故应填 $\frac{n(n+1)}{2}+1$；

【考点】：此题重点考察由数列的递推公式求数列的通项公式；

【突破】：重视递推公式的特征与解法的选择；抓住 $a_{n+1}=a_n+n+1$ 中 a_{n+1},a_n 系数相同是找到方法的突破口；此题可用累和法，迭代法等；

三．解答题：本大题共 6 个小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．（本小题满分 12 分）

求函数 $y=7-4\sin x\cos x+4\cos^2 x-4\cos^4 x$ 的最大值与最小值。

解：$y=7-4\sin x\cos x+4\cos^2 x-4\cos^4 x$

$$=7-2\sin 2x+4\cos^2 x\left(1-\cos^2 x\right)$$

$$=7-2\sin 2x+4\cos^2 x\sin^2 x$$

$$=7-2\sin 2x+\sin^2 2x$$

$$=(1-\sin 2x)^2+6$$

由于函数 $z=(u-1)^2+6$ 在 $[-1,1]$ 中的最大值为

$$z_{\max}=(-1-1)^2+6=10$$

最小值为

$$z_{\min}=(1-1)^2+6=6$$

故当 $\sin 2x=-1$ 时 y 取得最大值 10，当 $\sin 2x=1$ 时 y 取得最小值 6

18．（本小题满分 12 分）

设进入某商场的每一位顾客购买甲种商品的概率为 0.5，购买乙种商品的概率为 0.6，且购买甲种商品与购买乙种商品相互独立，各顾客之间购买商品也是相互独立的。

（Ⅰ）求进入商场的 1 位顾客购买甲、乙两种商品中的一种的概率；

（Ⅱ）求进入商场的 3 位顾客中至少有 2 位顾客既未购买甲种也未购买乙种商品的概率。

解：（Ⅰ）记 A 表示事件：进入商场的 1 位顾客购买甲种商品，

记 B 表示事件：进入商场的 1 位顾客购买乙种商品，

记 C 表示事件：进入商场的 1 位顾客购买甲、乙两种商品中的一种，

$$C=\left(A\cdot\overline{B}\right)+\left(\overline{A}\cdot B\right)$$

$$P(C)=P\left(A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B\right)$$

$$=P\left(A\cdot\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}\cdot B\right)$$

$$=P\left(A\right)\cdot P\left(\overline{B}\right)+P\left(A\right)\cdot P\left(\overline{B}\right)$$

$$=0.5\times0.4+0.5\times0.6$$
$$=0.5$$

（Ⅱ）记 A_2 表示事件：进入商场的 3 位顾客中都未选购甲种商品，也未选购买乙种商品；

D 表示事件：进入商场的 1 位顾客未选购甲种商品，也未选购买乙种商品；

E 表示事件：进入商场的 3 位顾客中至少有 2 位顾客既未选购甲种商品，也未选选购乙种商品；

$$\overline{D}=\overline{A}\cdot\overline{B}$$

$$P\left(\overline{D}\right)=P\left(\overline{A}\cdot\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right)\cdot P\left(\overline{B}\right)=0.5\times0.4=0.2$$

$$P\left(A_2\right)=C_2^2\times0.2^2\times0.8=0.096$$

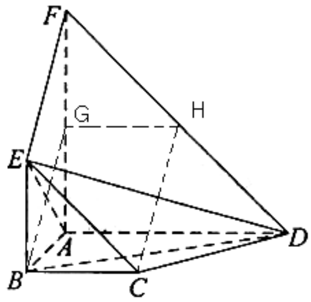
$$P\left(A_3\right)=0.2^3=0.008$$

$$P\left(E\right)=P\left(A_1+A_2\right)=P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)=0.096+0.008=0.104$$

19.（本小题满分 12 分）

如图，平面 $ABEF\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABEF$ 与 $ABCD$ 都是直角梯形，

$\angle BAD=\angle FAB=90^0, BC\underset{=}{/\!/}\frac{1}{2}AD$， $BE\underset{=}{/\!/}\frac{1}{2}AF$， G,H 分别为 FA,FD 的中点



（Ⅰ）证明：四边形 $BCHG$ 是平行四边形；

（Ⅱ） C,D,F,E 四点是否共面？为什么？

（Ⅲ）设 $AB=BE$，证明：平面 $ADE\perp$ 平面 CDE；

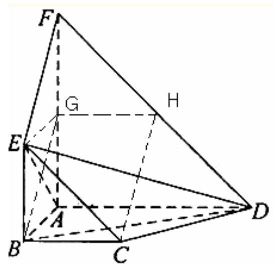
解法一：

（Ⅰ）由题意知， $FG=GA, FH=HD$

所以 $GH\underset{=}{/\!/}\frac{1}{2}AD$

又 $BC\underset{=}{/\!/}\frac{1}{2}AD$，故 $GH\underset{=}{/\!/}BC$

所以四边形 $BCHG$ 是平行四边形。



（Ⅱ） C,D,F,E 四点共面。理由如下：

由 $BC \underset{=}{/\!/} \frac{1}{2}AF$， G 是 FA 的中点知， $BE \underset{=}{/\!/} GH$，所以 $EF /\!/ BG$

由（Ⅰ）知 $BG /\!/ CH$，所以 $EF /\!/ CH$，故 EC, FH 共面。又点 D 在直线 FH 上

所以 C, D, F, E 四点共面。

（Ⅲ）连结 EC，由 $AB = BE$， $BE \underset{=}{/\!/} AG$ 及 $\angle BAG = 90^0$ 知 $ABEG$ 是正方形

故 $BG \perp EA$。由题设知 FA, FD, AB 两两垂直，故 $AD \perp$ 平面 $FABE$，

因此 EA 是 ED 在平面 $FABE$ 内的射影，根据三垂线定理， $BG \perp ED$
又 $ED \cap EA = E$，所以 $BG \perp$ 平面 ADE
由（Ⅰ）知 $CH /\!/ BG$，所以 $CH \perp$ 平面 ADE。
由（Ⅱ）知 $F \in$ 平面 CDE，故 $CH \subset$ 平面 CDE，得平面 $ADE \perp$ 平面 CDE

解法二：
由平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$， $AF \perp AB$，得 $AF \perp$ 平面 $ABCD$，以 A 为坐标原点，

射线 AB 为 x 轴正半轴，建立如图所示的直角坐标系 $A - xyz$

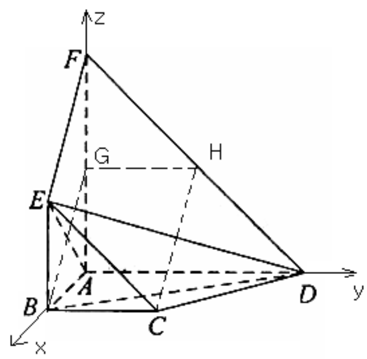
（Ⅰ）设 $AB = a, BC = b, BE = c$，则由题设得

$$A(0,0,0), B(a,0,0), C(a,b,0), D(0,2b,0), E(a,0,c), G(0,0,c), H(0,b,c)$$

所以 $\overrightarrow{HG} = (0,b,0), \overrightarrow{BC} = (0,b,0)$

于是 $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{BC}$

又点 G 不在直线 BC 上
所以四边形 $BCHG$ 是平行四边形。



（Ⅱ） C, D, F, E 四点共面。理由如下：

由题设知 $F(0,0,2c)$，所以

$\overrightarrow{EF} = (-a, 0.c), \overrightarrow{CH} = (-a, 0.c), \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CH}$

又 $C \notin EF, H \in FD$，故 C, D, E, F 四点共面。

（Ⅲ）由 $AB = BE$ 得，所以 $\overrightarrow{CH} = (-a, 0, a), \overrightarrow{AE} = (a, 0, a)$

又 $\overrightarrow{AD} = (0, 2b, 0)$，因此 $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AE} = 0, \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

即 $CH \perp AE, CH \perp AD$

又 $AD\bigcap AE=A$，所以 $CH\perp$ 平面 ADE

故由 $CH\subset$ 平面 $CDFE$，得平面 $ADE\perp$ 平面 CDE

20.（本小题满分 12 分）

设 $x=1$ 和 $x=2$ 是函数 $f\left(x\right)=x^5+ax^3+bx+1$ 的两个极值点。

（Ⅰ）求 a 和 b 的值；

（Ⅱ）求 $f\left(x\right)$ 的单调区间

解：（Ⅰ）因为 $f'\left(x\right)=5x^4+3ax^2+b$

由假设知：$f'\left(1\right)=5+3a+b=0$

$$f'\left(2\right)=2^4\times5+2^2\times3a+b=0$$

解得 $a=\dfrac{25}{3},b=20$

（Ⅱ）由（Ⅰ）知

$$f'\left(x\right)=5x^4+3ax^2+b=5\left(x^2-1\right)\left(x^4-4\right)=5\left(x+1\right)\left(x+2\right)\left(x-1\right)\left(x-2\right)$$

当 $x\in\left(-\infty,-2\right)\bigcup\left(-1,1\right)\bigcup\left(2,+\infty\right)$ 时，$f'\left(x\right)>0$

当 $x\in\left(-2,-1\right)\bigcup\left(1,2\right)$ 时，$f'\left(x\right)<0$

因此 $f\left(x\right)$ 的单调增区间是 $\left(-\infty,-2\right),\left(-1,1\right),\left(2,+\infty\right)$

$f\left(x\right)$ 的单调减区间是 $\left(-2,-1\right),\left(1,2\right)$

21.（本小题满分 12 分）

设数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 $S_n=2a_n-2^n$，

（Ⅰ）求 a_1,a_4

（Ⅱ）证明：$\left\{a_{n+1}-2a^n\right\}$ 是等比数列；

（Ⅲ）求 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式

解：（Ⅰ）因为 $a_1=S_1,2a_1=S_1+2$，

所以 $a_1=2,S_1=2$

由 $2a_n=S_n+2^n$ 知

$$2a_{n+1}=S_{n+1}+2^{n+1}=a_{n+1}+S_n+2^{n+1}$$

得 $a_n=S_n+2^{n+1}$ ①

所以 $a_2=S_1+2^2=2+2^2=6, S_2=8$

$a_3=S_2+2^3=8+2^3=16, S_2=24$

$a_4=S_3+2^4=40$

（II）由题设和①式知

$$a_{n+1}-a_n=\left(S_n+2^{n+1}\right)-\left(S_n+2^n\right)$$
$$=2^{n+1}-2^n$$
$$=2^n$$

所以是首项为 2，公比为 2 的等比数列。

（III）$a_n=\left(a_n-2a_{n-1}\right)+2\left(a_{n-1}-2a_{n-2}\right)+\cdots+2^{n-2}\left(a_2-2a_1\right)+2^{n-1}a_1$

$$=\left(n+1\right)\cdot 2^{n-1}$$

22.（本小题满分 14 分）

设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,\left(a>b>0\right)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，离心率 $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，点 F_2 到右准线为 l 的距离为 $\sqrt{2}$

（I）求 a,b 的值；

（II）设 M,N 是 l 上的两个动点，$\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=0$，

证明：当 $\left|MN\right|$ 取最小值时，$\overrightarrow{F_1F_2}+\overrightarrow{F_2M}+\overrightarrow{F_2N}=\vec{0}$

解：因为 $e=\dfrac{a}{c}$，F_2 到 l 的距离 $d=\dfrac{a}{c}-c$，所以由题设得

$$\begin{cases}\dfrac{a}{c}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \dfrac{a}{c}-c=\sqrt{2}\end{cases}$$ 解得 $c=\sqrt{2},a=2$

由 $b^2=a^2-c^2=2$，得 $b=\sqrt{2}$

（Ⅱ）由 $c=\sqrt{2}, a=2$ 得 $F_1\left(-\sqrt{2}, 0\right), F_2\left(\sqrt{2}, 0\right)$，$l$ 的方程为 $x=2\sqrt{2}$

故可设 $M\left(2\sqrt{2}, y_1\right), N\left(2\sqrt{2}, y_2\right)$

由知 $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_2N}=0$ 知

$\left(2\sqrt{2}+\sqrt{2}, y_1\right) \cdot \left(2\sqrt{2}-\sqrt{2}, y_2\right)=0$

得 $y_1 y_2=-6$，所以 $y_1 y_2 \neq 0, y_2=-\dfrac{6}{y_1}$

$$|MN|=\left|y_1-y_2\right|=\left|y_1+\frac{6}{y_1}\right|=\left|y_1\right|+\frac{1}{\left|y_1\right|} \geq 2\sqrt{6}$$

当且仅当 $y_1= \pm \sqrt{6}$ 时，上式取等号，此时 $y_2=-y_1$

所以，$\overrightarrow{F_1F_2}+\overrightarrow{F_2M}+\overrightarrow{F_2N}=\left(-2\sqrt{2}, 0\right)+\left(\sqrt{2}, y_1\right)+\left(\sqrt{2}, y_2\right)$

$$=\left(0, y_1+y_2\right)$$

$$=\vec{0}$$