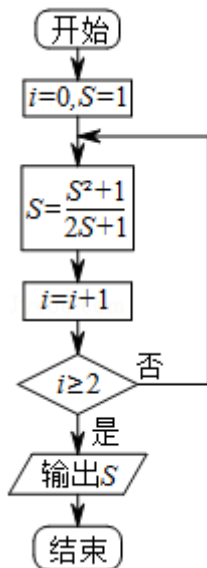


## 2013年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. （5分）已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$ ， $B = \{x \mid -1 \leq x < 1\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）  
A.  $\{0\}$                       B.  $\{-1, 0\}$                       C.  $\{0, 1\}$                       D.  $\{-1, 0, 1\}$
2. （5分）设 $a, b, c \in \mathbb{R}$ ，且 $a > b$ ，则（ ）  
A.  $ac > bc$                       B.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$                       C.  $a^2 > b^2$                       D.  $a^3 > b^3$
3. （5分）下列函数中，既是偶函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是（ ）  
A.  $y = \frac{1}{x}$                       B.  $y = e^{-x}$                       C.  $y = \lg|x|$                       D.  $y = -x^2 + 1$
4. （5分）在复平面内，复数 $i(2 - i)$ 对应的点位于（ ）  
A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限
5. （5分）在 $\triangle ABC$ 中， $a = 3$ ， $b = 5$ ， $\sin A = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin B =$ （ ）  
A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{5}{9}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       D. 1
6. （5分）执行如图所示的程序框图，输出的S值为（ ）



- A. 1                      B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{13}{21}$                       D.  $\frac{610}{987}$
7. （5分）双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率大于 $\sqrt{2}$ 的充分必要条件是（ ）

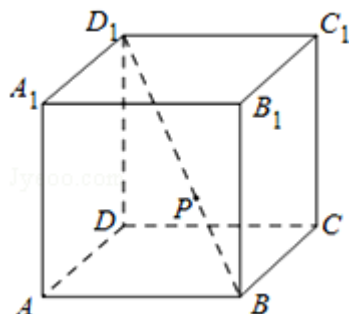
A.  $m > \frac{1}{2}$

B.  $m \geq 1$

C.  $m > 1$

D.  $m > 2$

8. (5分) 如图，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $P$ 为对角线 $BD_1$ 的三等分点， $P$ 到各顶点的距离的不同取值有 ( )



A. 3个

B. 4个

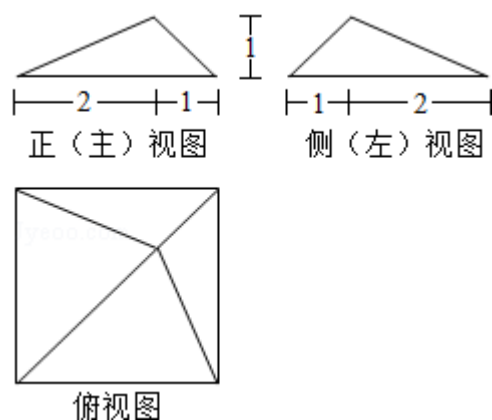
C. 5个

D. 6个

## 二、填空题共6小题，每小题5分，共30分.

9. (5分) 若抛物线 $y^2=2px$ 的焦点坐标为 $(1, 0)$ ，则 $p=$ \_\_\_\_\_；准线方程为\_\_\_\_\_.

10. (5分) 某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥的体积为\_\_\_\_\_.



11. (5分) 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_4=20$ ， $a_3+a_5=40$ ，则公比 $q=$ \_\_\_\_\_；前 $n$ 项和 $S_n=$ \_\_\_\_\_.

12. (5分) 设 $D$ 为不等式组 $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x-y \leq 0 \\ x+y-3 \leq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域，区域 $D$ 上的点与点 $(1, 0)$ 之间的距离的最小值为\_\_\_\_\_.

13. (5分) 函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x, & x \geq 1 \\ 2^x, & x < 1 \end{cases}$ 的值域为\_\_\_\_\_.

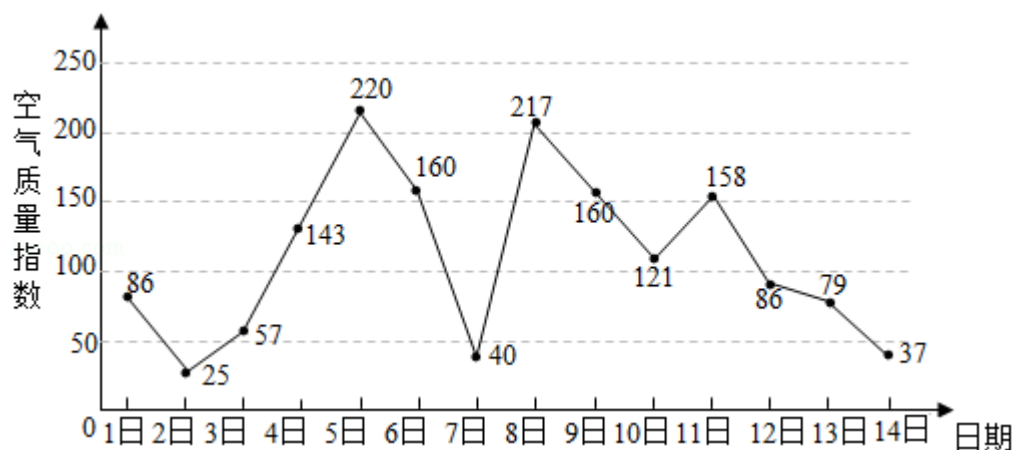
14. (5分) 已知点A (1, -1), B (3, 0), C (2, 1). 若平面区域D由所有满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$  ( $1 \leq \lambda \leq 2$ ,  $0 \leq \mu \leq 1$ ) 的点P组成, 则D的面积为\_\_\_\_\_

三、解答题共6小题, 共80分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

15. (13分) 已知函数 $f(x) = (2\cos^2x - 1) \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 4x$ .

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及最大值;  
 (2) 若 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 且 $f(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 求 $\alpha$ 的值.

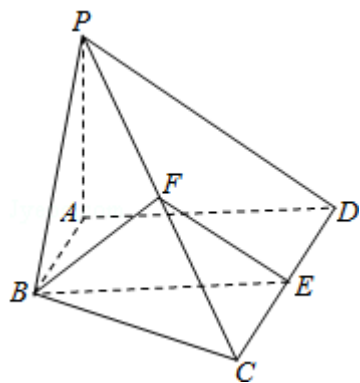
16. (13分) 如图是某市3月1日至14日的空气质量指数趋势图. 空气质量指数小于100表示空气质量优良, 空气质量指数大于200表示空气重度污染. 某人随机选择3月1日至3月13日中的某一天到达该市, 并停留2天.



- (I) 求此人到达当日空气质量优良的概率;  
 (II) 求此人在该市停留期间只有1天空气重度污染的概率;  
 (III) 由图判断从哪天开始连续三天的空气质量指数方差最大? (结论不要求证明)

17. (13分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中,  $AB \parallel CD$ ,  $AB \perp AD$ ,  $CD=2AB$ , 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$ ,  $PA \perp AD$ .  $E$ 和 $F$ 分别是 $CD$ 和 $PC$ 的中点, 求证:

- (I)  $PA \perp$  底面 $ABCD$ ;
- (II)  $BE \parallel$  平面 $PAD$ ;
- (III) 平面 $BEF \perp$  平面 $PCD$ .



18. (13分) 已知函数 $f(x) = x^2 + x \sin x + \cos x$ .

- (I) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(a, f(a))$ 处与直线 $y=b$ 相切, 求 $a$ 与 $b$ 的值;
- (II) 若曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=b$ 有两个不同交点, 求 $b$ 的取值范围.

19. (14分) 直线 $y=kx+m$  ( $m \neq 0$ ) 与椭圆 $W: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 相交于A, C两点, O是坐标原点.

(I) 当点B的坐标为(0, 1), 且四边形OABC为菱形时, 求AC的长;

(II) 当点B在W上且不是W的顶点时, 证明: 四边形OABC不可能为菱形.

20. (14分) 给定数列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ . 对 $i=1, 2, \dots, n-1$ , 该数列前 $i$ 项的最大值记为 $A_i$ , 后 $n-i$ 项 $a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_n$ 的最小值记为 $B_i$ ,  $d_i = A_i - B_i$ .

(I) 设数列 $\{a_n\}$ 为3, 4, 7, 1, 写出 $d_1, d_2, d_3$ 的值;

(II) 设 $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$  ( $n \geq 4$ ) 是公比大于1的等比数列, 且 $a_1 > 0$ . 证明:  $d_1, d_2, \dots, d_{n-1}$ 是等比数列;

(III) 设 $d_1, d_2, \dots, d_{n-1}$ 是公差大于0的等差数列, 且 $d_1 > 0$ . 证明:  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ 是等差数列.