

2009 年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

一、选择题（每小题 5 分）

(1) i 是虚数单位, $\frac{5i}{2-i} =$

- (A) $1+2i$ (B) $-1-2i$ (C) $1-2i$ (D) $-1+2i$

(2) 设变量 x, y 满足约束条件: $\begin{cases} x+y \geq 3 \\ x-y \geq -1 \\ 2x-y \leq 3 \end{cases}$. 则目标函数 $z=2x+3y$ 的最小值为

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 23

(3) 命题“存在 $x_0 \in \mathbb{R}, 2^{x_0} \leq 0$ ”的否定是

- (A) 不存在 $x_0 \in \mathbb{R}, 2^{x_0} > 0$ (B) 存在 $x_0 \in \mathbb{R}, 2^{x_0} \geq 0$
(C) 对任意的 $x \in \mathbb{R}, 2^x \leq 0$ (D) 对任意的 $x \in \mathbb{R}, 2^x > 0$

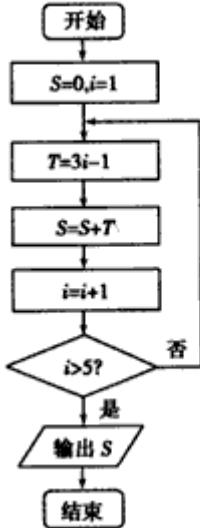
(4) 设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x - \ln x (x > 0)$, 则 $y = f(x)$

A 在区间 $(\frac{1}{e}, 1), (1, e)$ 内均有零点。

B 在区间 $(\frac{1}{e}, 1), (1, e)$ 内均无零点。

C 在区间 $(\frac{1}{e}, 1)$ 内有零点, 在区间 $(1, e)$ 内无零点。

D 在区间 $(\frac{1}{e}, 1)$ 内无零点, 在区间 $(1, e)$ 内有零点。



(5) 阅读右图的程序框图，则输出的 $S =$

- A 26 B 35 C 40 D 57

(6) 设 $a > 0, b > 0$. 若 $\sqrt{3}$ 是 3^a 与 3^b 的等比中项，则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为

- A 8 B 4 C 1 D $\frac{1}{4}$

(7) 已知函数 $f(x) = \sin(\varpi x + \frac{\pi}{4})$ ($x \in R, \varpi > 0$) 的最小正周期为 π ，为了得到函数

$g(x) = \cos \varpi x$ 的图象，只要将 $y = f(x)$ 的图象

- A 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度 B 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

- C 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度 D 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

(8) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \geq 0, \\ 4x - x^2, & x < 0, \end{cases}$ 若 $f(2 - a^2) > f(a)$ ，则实数 a 的取值范围是

- A $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ B $(-1, 2)$ C $(-2, 1)$ D $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

(9). 设抛物线 $y^2 = 2x$ 的焦点为 F ，过点 $M(\sqrt{3}, 0)$ 的直线与抛物线相交于 A, B 两点，

与抛物线的准线相交于 C ， $|BF| = 2$ ，则 ΔBCF 与 ΔACF 的面积之比 $\frac{S_{\Delta BCF}}{S_{\Delta ACF}} =$

- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{4}{7}$ (D) $\frac{1}{2}$

(10) $0 < b < 1+a$, 若关于 x 的不等式 $(x-b)^2 > (ax)^2$ 的解集中的整数恰有 3 个, 则

- (A) $-1 < a < 0$ (B) $0 < a < 1$ (C) $1 < a < 3$ (D) $3 < a < 6$

二、填空题: (6 小题, 每题 4 分, 共 24 分)

(11) 某学院的 A, B, C 三个专业共有 1200 名学生, 为了调查这些学生勤工俭学的情况, 拟采用分层抽样的方法抽取一个容量为 120 的样本。已知该学院的 A 专业有 380 名学生, B 专业有 420 名学生, 则在该学院的 C 专业应抽取____名学生。

(12) 如图是一个几何体的三视图, 若它的体积是 $3\sqrt{3}$, 则

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

(13) 设直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l_2 的方程

为 $y = 3x + 4$ 则 l_1 与 l_2 的距离为____

(14) 若圆 $x^2 + y^2 = 4$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2ay - 6 = 0$ ($a > 0$) 的公共弦的长为 $2\sqrt{3}$,

$$\text{则 } a = \underline{\hspace{2cm}}$$

(15) 在四边形 ABCD 中, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = (1, 1)$, $\frac{1}{|\overrightarrow{BA}|} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{|\overrightarrow{BC}|} \overrightarrow{BC} = \frac{\sqrt{3}}{|\overrightarrow{BD}|} \overrightarrow{BD}$, 则

四边形 ABCD 的面积是____

(16) 用数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成没有重复数字的四位数, 其中个位、十位和百位上的数字之和为偶数的四位数共有____个(用数字作答)

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 76 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

(17) (满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{5}$, $AC = 3$, $\sin C = 2 \sin A$

(I) 求 AB 的值;

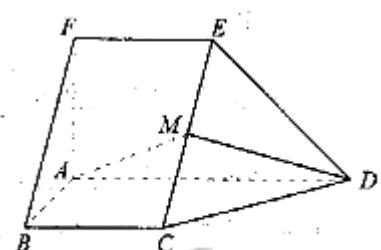
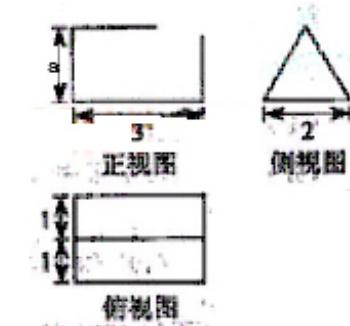
(II) 求 $\sin\left(2A - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值

(18) (满分 12 分) 在 10 件产品中, 有 3 件一等品, 4 件二等品, 3 件三等品。从这 10 件产品中任取 3 件, 求:

(I) 取出的 3 件产品中一等品件数 X 的分布列和数学期望;

(II) 取出的 3 件产品中一等品件数多于二等品件数的概率。

(19) (满分 12 分) 如图, 在五面体 ABCDEF 中, $FA \perp$ 平面 ABCD, $AD \parallel BC \parallel FE$, $AB \perp AD$, M 为 EC 的中点, $AF = AB = BC = FE =$



$$\frac{1}{2} \text{AD}$$

- (I) 求异面直线 BF 与 DE 所成的角的大小;
 (II) 证明平面 AMD \perp 平面 CDE;
 (III) 求二面角 A-CD-E 的余弦值

(20) (满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x^2 + ax - 2a^2 + 3a)e^x (x \in R)$, 其中 $a \in R$

- (1) 当 $a = 0$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率;
 (2) 当 $a \neq \frac{2}{3}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值。

(21) (满分 14 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点分别为 $F_1(-c, 0)$ 和 $F_2(c, 0) (c > 0)$, 过点

$E\left(\frac{a^2}{c}, 0\right)$ 的直线与椭圆相交于 A, B 两点, 且 $F_1A // F_2B, |F_1A| = 2|F_2B|$ 。

- (1) 求椭圆的离心率
 (2) 求直线 AB 的斜率;
 (3) 设点 C 与点 A 关于坐标原点对称, 直线 F_2B 上有一点 $H(m, n) (m \neq 0)$ 在 Δ

AF_1C 的外接圆上, 求 $\frac{n}{m}$ 的值

(22) (满分 14 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $d (d \neq 0)$, 等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q

($q > 1$)。设 $s_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n, T_n = a_1b_1 - a_2b_2 + \dots + (-1)^{n-1}a_nb_n, n \in N^+$

(I) 若 $a_1 = b_1 = 1, d = 2, q = 3$, 求 S_3 的值;

(II) 若 $b_1 = 1$, 证明 $(1-q)S_{2n} - (1+q)T_{2n} = \frac{2dq(1-q^{2n})}{1-q^2}, n \in N^+$;

(III) 若正数 n 满足 $2 \leq n \leq q$, 设 k_1, k_2, \dots, k_n 和 l_1, l_2, \dots, l_n 是 $1, 2, \dots, n$ 的两个不同的排列,

$$c_1 = a_{k_1}b_1 + a_{k_2}b_2 + \dots + a_{k_n}b_n, \quad c_2 = a_{l_1}b_1 + a_{l_2}b_2 + \dots + a_{l_n}b_n \quad \text{证明 } c_1 \neq c_2.$$