

绝密★启用前

2013 年普通高等学校招生全国统一考试（湖北卷）

数 学（文史类）

本试题卷共 5 页，22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★



注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。用统一提供的 2B 铅笔将答题卡上试卷类型 A 后的方框涂黑。
- 选择题的作答：每小题选出答案后，用统一提供的 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。答在试题卷、草稿纸上无效。
- 填空题和解答题的作答：用统一提供的签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。答在试题卷、草稿纸上无效。
- 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

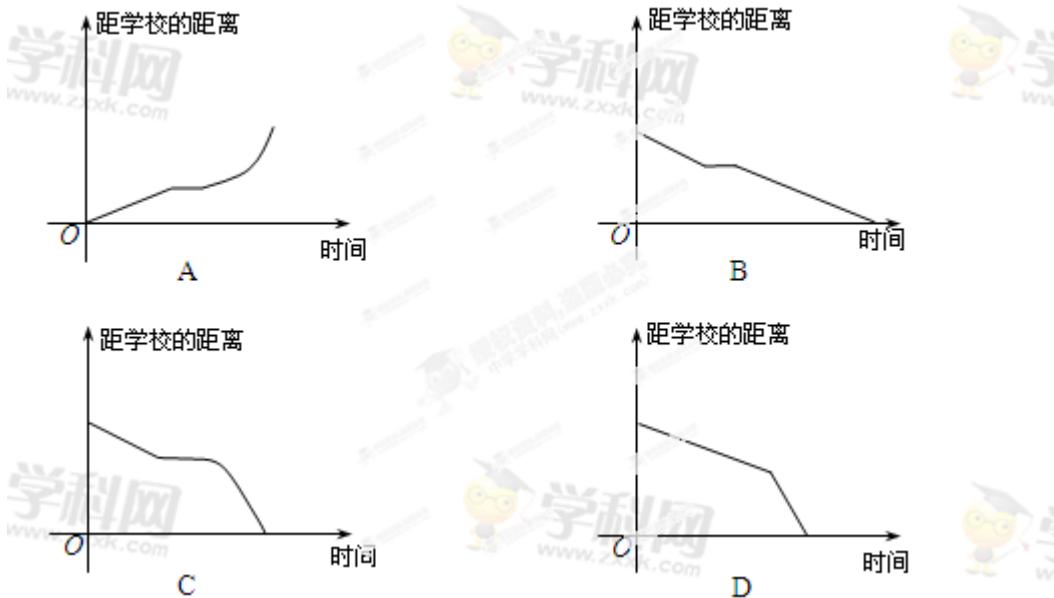
- 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{2, 3, 4\}$ ，则 $B \cap \complement_U A =$
A. $\{2\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{1, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4, 5\}$
- 已知 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ，则双曲线 $C_1: \frac{x^2}{\sin^2 \theta} - \frac{y^2}{\cos^2 \theta} = 1$ 与 $C_2: \frac{y^2}{\cos^2 \theta} - \frac{x^2}{\sin^2 \theta} = 1$ 的
A. 实轴长相等 B. 虚轴长相等 C. 离心率相等 D. 焦距相等
- 在一次跳伞训练中，甲、乙两位学员各跳一次。设命题 p 是“甲降落在指定范围”， q 是“乙降落在指定范围”，则命题“至少有一位学员没有降落在指定范围”可表示为
A. $(\neg p) \vee (\neg q)$ B. $p \vee (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \vee q$
- 四名同学根据各自的样本数据研究变量 x, y 之间的相关关系，并求得回归直线方程，分别得到以下四个结论：
① y 与 x 负相关且 $\hat{y} = 2.347x - 6.423$ ； ② y 与 x 负相关且 $\hat{y} = -3.476x + 5.648$ ；
③ y 与 x 正相关且 $\hat{y} = 5.437x + 8.493$ ； ④ y 与 x 正相关且 $\hat{y} = -4.326x - 4.578$ 。

其中一定不正确的结论的序号是

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ①④

- 小明骑车上学，开始时匀速行驶，途中因交通堵塞停留了一段时间，后为了赶时间加快

速度行驶. 与以上事件吻合得最好的图象是



6. 将函数 $y = \sqrt{3} \cos x + \sin x$ ($x \in \mathbf{R}$) 的图象向左平移 m ($m > 0$) 个单位长度后, 所得到的图象关于 y 轴对称, 则 m 的最小值是
- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
7. 已知点 $A(-1, 1)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(-2, -1)$ 、 $D(3, 4)$, 则向量 \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{CD} 方向上的投影为
- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ C. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{3\sqrt{15}}{2}$
8. x 为实数, $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则函数 $f(x) = x - [x]$ 在 \mathbf{R} 上为
- A. 奇函数 B. 偶函数 C. 增函数 D. 周期函数
9. 某旅行社租用 A 、 B 两种型号的客车安排 900 名客人旅行, A 、 B 两种车辆的载客量分别为 36 人和 60 人, 租金分别为 1600 元/辆和 2400 元/辆, 旅行社要求租车总数不超过 21 辆, 且 B 型车不多于 A 型车 7 辆. 则租金最少为
- A. 31200 元 B. 36000 元 C. 36800 元 D. 38400 元
10. 已知函数 $f(x) = x(\ln x - ax)$ 有两个极值点, 则实数 a 的取值范围是
- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, \frac{1}{2})$ C. $(0, 1)$ D. $(0, +\infty)$

二、填空题：本大题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分。请将答案填在答题卡对应题号的位置上。答错位置，书写不清，模棱两可均不得分。

11. i 为虚数单位，设复数 z_1 , z_2 在复平面内对应的点关于原点对称，若 $z_1 = 2 - 3i$ ，则

$$z_2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

12. 某学员在一次射击测试中射靶 10 次，命中环数如下：

7, 8, 7, 9, 5, 4, 9, 10, 7, 4

则（I）平均命中环数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

（II）命中环数的标准差为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序。若输入 m 的值为 2，则输出的结果 $i = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 5$ ，直线 $l: x \cos \theta + y \sin \theta = 1$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)。设圆 O

上到直线 l 的距离等于 1 的点的个数为 k ，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 在区间 $[-2, 4]$ 上随机地取一个数 x ，若 x 满足 $|x| \leq m$ 的概率为 $\frac{5}{6}$ ，

则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题：在下雨时，用一个圆台形的天池盆接雨水。天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸。若盆中积水深九寸，则平地降雨量是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 寸。

(注：①平地降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积；②一尺等于十寸)

17. 在平面直角坐标系中，若点 $P(x, y)$ 的坐标 x, y 均为整数，则称点 P 为格点。若一个多边形的顶点全是格点，则称该多边形为格点多边形。格点多边形的面积记为 S ，其内部的格点数记为 N ，边界上的格点数记为 L 。例如图中 $\triangle ABC$ 是格点三角形，对应的 $S = 1, N = 0, L = 4$ 。

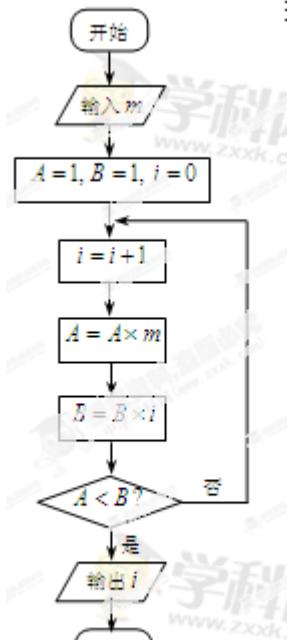
(I) 图中格点四边形 $DEFG$ 对应的 S, N, L 分别是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(II) 已知格点多边形的面积可表示为

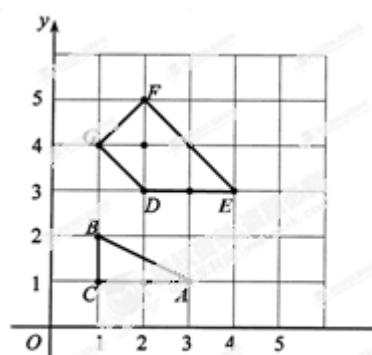
$$S = aN + bL + c, \text{ 其中 } a, b, c \text{ 为常数。}$$

若某格点多边形对应的 $N = 71, L = 18$,

则 $S = \underline{\hspace{2cm}}$ (用数值作答)。



第 13 题图



第 17 题图

三、解答题：本大题共 5 小题，共 65 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 对应的边分别是 a, b, c . 已知 $\cos 2A - 3\cos(B+C) = 1$.

(I) 求角 A 的大小；

(II) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = 5\sqrt{3}$, $b = 5$, 求 $\sin B \sin C$ 的值.

19. (本小题满分 13 分)

已知 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, S_4, S_2, S_3 成等差数列, 且 $a_2 + a_3 + a_4 = -18$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 是否存在正整数 n , 使得 $S_n \geq 2013$? 若存在, 求出符合条件的所有 n 的集合;

若不存在, 说明理由.

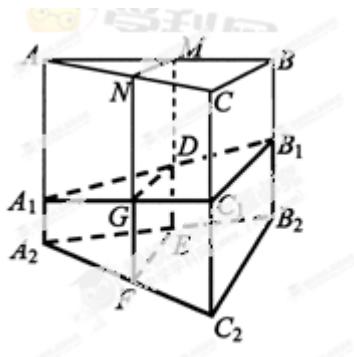
20. (本小题满分 13 分)

如图, 某地质队自水平地面 A, B, C 三处垂直向地下钻探, 自 A 点向下钻到 A_1 处发现矿藏, 再继续下钻到 A_2 处后下面已无矿, 从而得到在 A 处正下方的矿层厚度为 $A_1A_2 = d_1$. 同样可得在 B, C 处正下方的矿层厚度分别为 $B_1B_2 = d_2$, $C_1C_2 = d_3$, 且 $d_1 < d_2 < d_3$. 过 AB, AC 的中点 M, N 且与直线 AA_2 平行的平面截多面体 $A_1B_1C_1 - A_2B_2C_2$ 所得的截面 $DEFG$ 为该多面体的一个中截面, 其面积记为 $S_{\text{中}}$.

(I) 证明: 中截面 $DEFG$ 是梯形;

(II) 在 $\triangle ABC$ 中, 记 $BC = a$, BC 边上的高为 h , 面积为 S . 在估测三角形 ABC 区域内正下方的矿藏储量 (即多面体 $A_1B_1C_1 - A_2B_2C_2$ 的体积 V) 时, 可用近似公式

$V_{\text{估}} = S_{\text{中}} \cdot h$ 来估算. 已知 $V = \frac{1}{3}(d_1 + d_2 + d_3)S$, 试判断 $V_{\text{估}}$ 与 V 的大小关系, 并加以证明.



第 20 题图

21. (本小题满分 13 分)

设 $a > 0$, $b > 0$, 已知函数 $f(x) = \frac{ax+b}{x+1}$.

- (I) 当 $a \neq b$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
 (II) 当 $x > 0$ 时, 称 $f(x)$ 为 a 、 b 关于 x 的加权平均数.

(i) 判断 $f(1)$, $f(\sqrt{\frac{b}{a}})$, $f(\frac{b}{a})$ 是否成等比数列, 并证明 $f(\frac{b}{a}) \leq f(\sqrt{\frac{b}{a}})$;

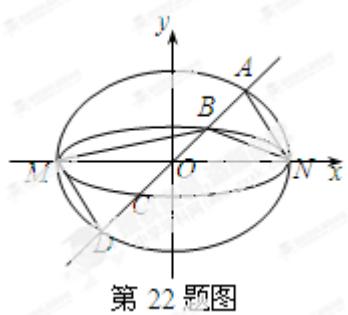
(ii) a 、 b 的几何平均数记为 G . 称 $\frac{2ab}{a+b}$ 为 a 、 b 的调和平均数, 记为 H .

若 $H \leq f(x) \leq G$, 求 x 的取值范围.

22. (本小题满分 14 分)

如图, 已知椭圆 C_1 与 C_2 的中心在坐标原点 O , 长轴均为 MN 且在 x 轴上, 短轴长分别为 $2m$, $2n$ ($m > n$), 过原点且不与 x 轴重合的直线 l 与 C_1 , C_2 的四个交点按纵坐标从大到小依次为 A , B , C , D . 记 $\lambda = \frac{m}{n}$, $\triangle BDM$ 和 $\triangle ABN$ 的面积分别为 S_1 和 S_2 .

- (I) 当直线 l 与 y 轴重合时, 若 $S_1 = \lambda S_2$, 求 λ 的值;
 (II) 当 λ 变化时, 是否存在与坐标轴不重合的直线 l , 使得 $S_1 = \lambda S_2$? 并说明理由.



第 22 题图