

2011年辽宁高考理科数学真题

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分，答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) a 为正实数， i 为虚数单位， $\left| \frac{a+i}{i} \right| = 2$ ，则 $a=$

- (A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 1

(2) 已知 M, N 为集合I的非空真子集，且 M, N 不相等，若 $N \cap C_I M = \emptyset$ ，则 $M \cup N =$

- (A) M (B) N (C) I (D) \emptyset

(3) 已知F是抛物线 $y^2=x$ 的焦点，A, B是该抛物线上的两点， $|AF|+|BF|=3$ ，则线段AB的中点到y轴的距离为

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) 1 (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{7}{4}$

(4) $\triangle ABC$ 的三个内角A、B、C所对的边分别为a, b, c， $\sin A \sin B + \cos 2A = \sqrt{2}a$ 则 $\frac{b}{a}=$

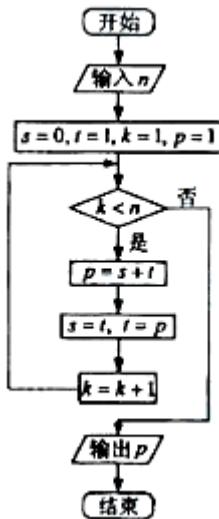
- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

(5) 从1. 2. 3. 4. 5中任取2各不同的数，事件A=“取到的2个数之和为偶数”，事件B=“取到的2个数均为偶数”，则 $P(B | A)=$

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{2}$

(6) 执行右面的程序框图, 如果输入的n是4, 则输出的P是

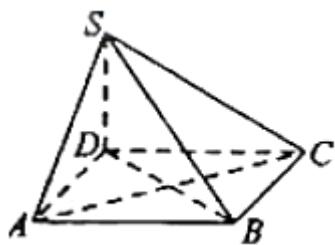
- (A) 8
 (B) 5
 (C) 3
 (D) 2



(7) 设 $\sin(\frac{\pi}{4}+\theta)=\frac{1}{3}$, 则 $\sin 2\theta=$

- (A) $-\frac{7}{9}$ (B) $-\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{7}{9}$

(8) 如图, 四棱锥S-ABCD的底面为正方形, SD \perp 底面ABCD, 则下列结论中不正确的是



- (A) AC \perp SB
 (B) AB \parallel 平面SCD
 (C) SA与平面SBD所成的角等于SC与平面SBD所成的角

(D) AB与SC所成的角等于DC与SA所成的角

(9) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{1-x}, & x \leq 1, \\ 1 - \log_2 x, & x > 1, \end{cases}$ 则满足 $f(x) \leq 2$ 的 x 的取值范围是

- (A) $[-1, 2]$ (B) $[0, 2]$ (C) $[1, +\infty)$ (D) $[0, +\infty)$

(10) 若 a, b, c 均为单位向量, 且 $a \cdot b = 0, (a-c) \cdot (b-c) \leq 0$, 则 $|a+b-c|$ 的最大值为

- (A) $\sqrt{2}-1$ (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

(11) 函数 $f(x)$ 的定义域为 R , $f(-$

1) = 2, 对任意 $x \in R$, $f'(x) > 2$, 则 $f(x) > 2x+4$ 的解集为

- (A) $(-1, 1)$ (B) $(-1, +\infty)$ (C) $(-\infty, -1)$ (D) $(-$
 $\infty, +\infty)$

(12) 已知球的直径 $SC=4$, A, B 是该球球面上的两点, $AB=\sqrt{3}$, $\angle ASC = \angle BSC = 30^\circ$,

则棱锥 S-ABC 的体积为

- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 1

第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第13题-

第21题为必考题, 每个试题考生都必须做答。第22题-

第24题为选考题, 考生根据要求做答。

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分。

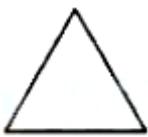
(13) 已知点 $(2, 3)$ 在双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上, C 的焦距为 4, 则它的离

心率为_____.

(14) 调查了某地若干户家庭的年收入 x (单位: 万元) 和年饮食支出 y (单位: 万元), 调查显示年收入 x 与年饮食支出 y 具有线性相关关系, 并由调查数据得到 y 对 x 的回归直线方程

: $\hat{y} = 0.254x + 0.321$. 由回归直线方程可知, 家庭年收入每增加 1 万元, 年饮食支出平均增加_____万元.

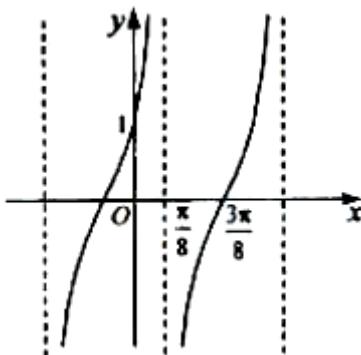
(15) 一个正三棱柱的侧棱长和底面边长相等，体积为 $2\sqrt{3}$ ，它的三视图中的俯视图如右



图所示，**俯视图** 左视图是一个矩形，则这个矩形的面积是_____.

(16) 已知函数 $f(x) = A \tan(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$)， $y=f(x)$ 的部分图像如下

图，则 $f\left(\frac{\pi}{24}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题：解答应写文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2=0$, $a_6+a_8=-10$

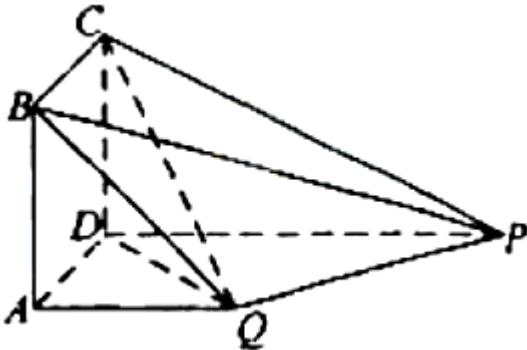
(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

$$\left\{ \frac{a_n}{2^{n-1}} \right\}$$

(II) 求数列 $\underline{\hspace{2cm}}$ 的前 n 项和。

(18) (本小题满分12分)

如图，四边形ABCD为正方形， $PD \perp$ 平面ABCD， $PD \parallel QA$ ， $QA = AB = \frac{1}{2} PD$ 。



(I) 证明: 平面PQC \perp 平面DCQ

(II) 求二面角Q-BP-C的余弦值。

19. (本小题满分12分)

某农场计划种植某种新作物, 为此对这种作物的两个品种(分别称为品种甲和品种乙)进行田间试验。选取两大块地, 每大块地分成n小块地, 在总共2n小块地中, 随机选n小块地种植品种甲, 另外n小块地种植品种乙。

- (I) 假设n=4, 在第一大块地中, 种植品种甲的小块地的数目的记为X, 求X的分布列和数学期望;
- (II) 试验时每大块地分成8小块, 即n=8, 试验结束后得到品种甲和品种乙在个小块地上的每公顷产量(单位: kg/hm²)如下表:

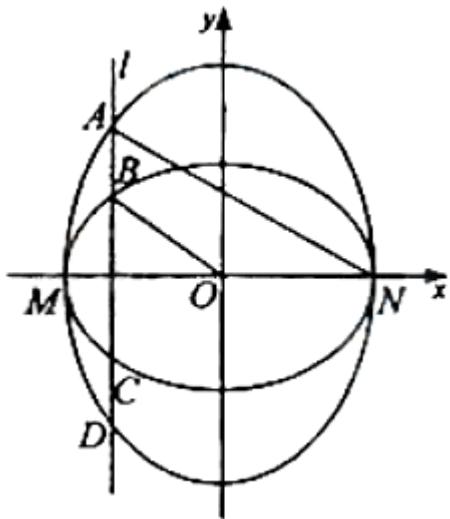
品种甲	403	397	390	404	388	400	412	406
品种乙	419	403	412	418	408	423	400	413

分别求品种甲和品种乙的每公顷产量的样本平均数和样本方差; 根据试验结果, 你认为应该种植哪一品种?

附: 样本数据x₁, x₂, ..., x_a的样本方差 $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 其中 \bar{x} 为样本平均数。

(20) (本小题满分12分)

如图, 已知椭圆C₁的中心在原点O, 长轴左、右端点M, N在x轴上, 椭圆C₂的短轴为MN, 且C₁, C₂的离心率都为e, 直线l \perp MN, l与C₁交于两点, 与C₂交于两点, 这四点按纵坐标从大到小依次为A, B, C, D。



(I) 设 $e = \frac{1}{2}$, 求 $|BC|$ 与 $|AD|$ 的比值;

(II) 当 e 变化时, 是否存在直线 l , 使得 $BO \parallel AN$, 并说明理由

(21) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 = (2-a)x$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

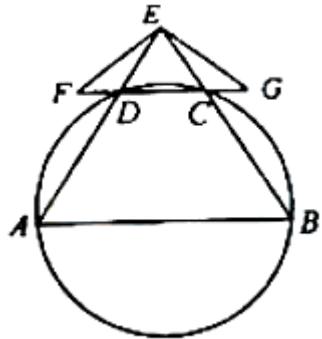
(II) 设 $a > 0$, 证明: 当 $0 < x < \frac{1}{a}$ 时, $f\left(\frac{1}{a}+x\right) > f\left(\frac{1}{a}-x\right)$;

(III) 若函数 $y=f(x)$ 的图像与 x 轴交于 A , B 两点, 线段 AB 中点的横坐标为 x_0 , 证明: $f'(x_0) < 0$.

请考生在第22、23、24三题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。做答是用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

(22) (本小题满分10分) 选修4-1: 几何证明选讲

如图, A , B , C , D 四点在同一圆上, AD 的延长线与 BC 的延长线交于 E 点, 且 $EC=ED$ 。



(I) 证明: $CD \parallel AB$;

(II) 延长 CD 到F, 延长 DC 到G, 使得 $EF=EG$, 证明: A, B, G, F四点共圆。

(23) (本小题满分10分) 选修4-4: 坐标系统与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \varphi, \\ y = \sin \varphi, \end{cases}$ (φ 为参数), 曲线 C_2 的参数

方程为 $\begin{cases} x = a \cos \varphi, \\ y = b \sin \varphi, \end{cases}$ ($a > b > 0$, φ 为参数). 在以0为极点, x轴的正半轴为极轴

的极坐标系中, 射线 $l: \theta=a$ 与 C_1 , C_2 各有一个交点。当 $a=0$ 时, 这两个交点间的距离为2, 当

$a=\frac{\pi}{2}$ 时, 这两个交点重合。

(I) 分别说明 C_1 , C_2 是什么曲线, 并求出a与b的值;

(II) 设当 $a=\frac{\pi}{4}$ 时, l 与 C_1 , C_2 的交点分别为 A_1 , B_1 , 当 $a=-\frac{\pi}{4}$ 时, l 与 C_1 ,

C_2 的交点为 A_2 , B_2 , 求四边形 $A_1A_2B_2B_1$ 的面积。

(24) (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-2|-|x-5|$ 。

(I) 证明: $-3 \leq f(x) \leq 3$;

(II) 求不等式 $f(x) \geq x^2-8x+15$ 的解集。