

2011 年浙江省高考数学试卷和答案（理科）

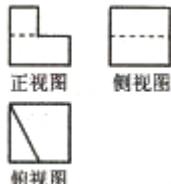
一、选择题（共 10 小题，每小题 5 分，满分 50 分）

1、(2011·浙江) 设函数 $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(a) = 4$, 则实数 $a=$ ()

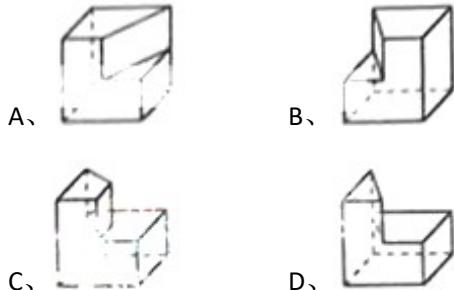
- A、-4 或 -2 B、-4 或 2
 C、-2 或 4 D、-2 或 2

2、(2011·浙江) 把复数 z 的共轭复数记作 \bar{z} , i 为虚数单位. 若 $z=1+i$, 则 $(1+z) \cdot \bar{z}=$ ()

- A、 $3-i$ B、 $3+i$
 C、 $1+3i$ D、3



3、(2011·浙江) 若某几何体的三视图如图所示, 则这个几何体的直观图可以是 ()



4、(2011·浙江) 下列命题中错误的是 ()

- A、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β , 那么平面 α 内一定存在直线平行于平面 β B、如果平面 α 不垂直于平面 β , 那么平面 α 内一定不存在直线垂直于平面 β
 C、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 γ , 平面 $\beta \perp$ 平面 γ , $\alpha \cap \beta=l$, 那么 $l \perp$ 平面 γ D、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β , 那么平面 α 内所有直线都垂直于平面 β

5、(2011·浙江) 设实数 x 、 y 满足不等式组 $\begin{cases} x+2y-5 \geq 0 \\ 2x+y-7 \geq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$, 若 x 、 y 为整数, 则 $3x+4y$ 的最小值是 ()

- A、14 B、16
 C、17 D、19

6、(2011·浙江) 若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{1}{3}$, $\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos(\alpha + \frac{\beta}{2}) =$ ()

A、 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B、 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

C、 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ D、 $-\frac{\sqrt{6}}{9}$

7、(2011•浙江) 若 a 、 b 为实数, 则“ $0 < ab < 1$ ”是“ $a < \frac{1}{b}$ ”或“ $b > \frac{1}{a}$ ”的 ()

A、充分而不必要条件 B、必要而不充分条件

C、充分必要条件 D、既不充分也不必要条件

8、(2011•浙江) 已知椭圆 $\frac{x^2}{k+8} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的离心率 $e = \frac{1}{2}$, 则 k 的值为 ()

A、4 或 $\frac{5}{4}$ B、4

C、4 或 $-\frac{5}{4}$ D、 $-\frac{5}{4}$

9、(2011•浙江) 有 5 本不同的书, 其中语文书 2 本, 数学书 2 本, 物理书 1 本. 若将其随机地摆放到书架的同一层上, 则同一科目的书都不相邻的概率是 ()

A、 $\frac{1}{5}$ B、 $\frac{2}{5}$

C、 $\frac{3}{5}$ D、 $\frac{4}{5}$

10、(2011•浙江) 设 a , b , c 为实数, $f(x) = (x+a)(x^2+bx+c)$, $g(x) = (ax+1)(cx^2+bx+1)$. 记集合 $S=\{x|f(x)=0, x\in\mathbb{R}\}$, $T=\{x|g(x)=0, x\in\mathbb{R}\}$. 若 $|S|$, $|T|$ 分别为集合 S , T 的元素个数, 则下列结论不可能的是 ()

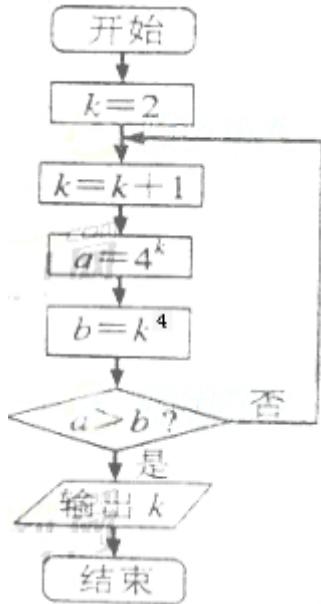
A、 $|S|=1$ 且 $|T|=0$ B、 $|S|=1$ 且 $|T|=1$

C、 $|S|=2$ 且 $|T|=2$ D、 $|S|=2$ 且 $|T|=3$

二、填空题 (共 7 小题, 每小题 4 分, 满分 28 分)

11、(2011•浙江) 若函数 $f(x) = x^2 - |x+a|$ 为偶函数, 则实数 $a=$ _____.

12、(2011•浙江) 某程序框图如图所示, 则该程序运行后输出的 k 的值是 _____.



13、(2011•浙江) 若二项式 $(x - \frac{a}{\sqrt{x}})^n$ ($a > 0$) 的展开式中 x 的系数为 A , 常数项为 B , 若 $B=4A$, 则 a 的值是_____.

14、(2011•浙江) 若平面向量 α, β 满足 $|\alpha|=1, |\beta| \leq 1$, 且以向量 α, β 为邻边的平行四边形的面积为 $\frac{1}{2}$, 则 α 和 β 的夹角 θ 的范围是_____.

15、(2011•浙江) 某毕业生参加人才招聘会, 分别向甲、乙、丙三个公司投递了个人简历, 假定该毕业生得到甲公司面试的概率为 $\frac{2}{3}$, 得到乙、丙公司面试的概率均为 p , 且三个公司是否让其面试是相互独立的. 记 X 为该毕业生得到面试的公司个数. 若 $P(X=0) = \frac{1}{12}$, 则随机变量 X 的数学期望 $E(X) =$ _____.

16、(2011•浙江) 设 x, y 为实数, 若 $4x^2+y^2+xy=1$, 则 $2x+y$ 的最大值是_____.

17、(2011•浙江) 一个椭圆的焦点将其准线间的距离三等分, 则椭圆的离心率为_____.

三、解答题 (共 5 小题, 满分 72 分)

18、(2011•浙江) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C , 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $\sin A + \sin C = p \sin B$ ($p \in \mathbb{R}$). 且 $ac = \frac{1}{4}b^2$.

(I) 当 $p = \frac{5}{4}, b = 1$ 时, 求 a, c 的值;

(II) 若角 B 为锐角, 求 p 的取值范围.

19、(2011•浙江) 已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 为 a ($a \in \mathbb{R}$). 设数列的前 n 项和为 S_n , 且 $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_4}$ 成等比数列.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及 S_n ;

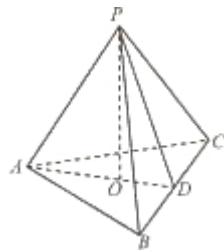
(Ⅱ) 记 $A_n = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \dots + \frac{1}{S_n}$, $B_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2^n - 1}}$, 当 $a \geq 2$ 时, 试比较 A_n 与 B_n 的大小.

20、(2011·浙江) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB=AC$, D 为 BC 的中点, $PO \perp$ 平面 ABC , 垂足 O 落在线段 AD 上, 已知

$$BC=8, PO=4, AO=3, OD=2$$

(Ⅰ) 证明: $AP \perp BC$;

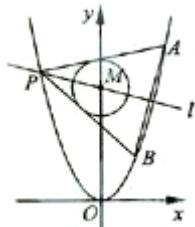
(Ⅱ) 在线段 AP 上是否存在点 M , 使得二面角 $A-MC-B$ 为直二面角? 若存在, 求出 AM 的长; 若不存在, 请说明理由.



21、(2011·浙江) 已知抛物线 $C_1: x^2=y$, 圆 $C_2: x^2+(y-4)^2=1$ 的圆心为点 M

(Ⅰ) 求点 M 到抛物线 C_1 的准线的距离;

(Ⅱ) 已知点 P 是抛物线 C_1 上一点 (异于原点), 过点 P 作圆 C_2 的两条切线, 交抛物线 C_1 于 A, B 两点, 若过 M, P 两点的直线 l 垂足于 AB , 求直线 l 的方程.



22、(2011·浙江) 设函数 $f(x) = (x-a)^2 \ln x$, $a \in \mathbb{R}$

(Ⅰ) 若 $x=e$ 为 $y=f(x)$ 的极值点, 求实数 a ;

(Ⅱ) 求实数 a 的取值范围, 使得对任意的 $x \in (0, 3a]$, 恒有 $f(x) \leq 4e^2$ 成立.

注: e 为自然对数的底数.