2014年福建高考数学试题（理）

一. 选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 $z=(3-2i)i$ 的共轭复数 $\bar{z}$ 等于（　　）

$A.-2-3i$　　$B.-2+3i$　　$C.2-3i$　　$D.2+3i$

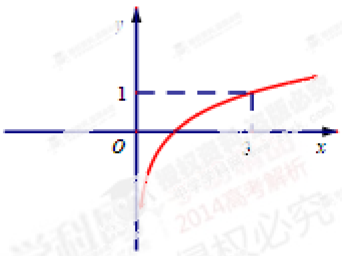
2. 某空间几何体的正视图是三角形，则该几何体不可能是（　　）

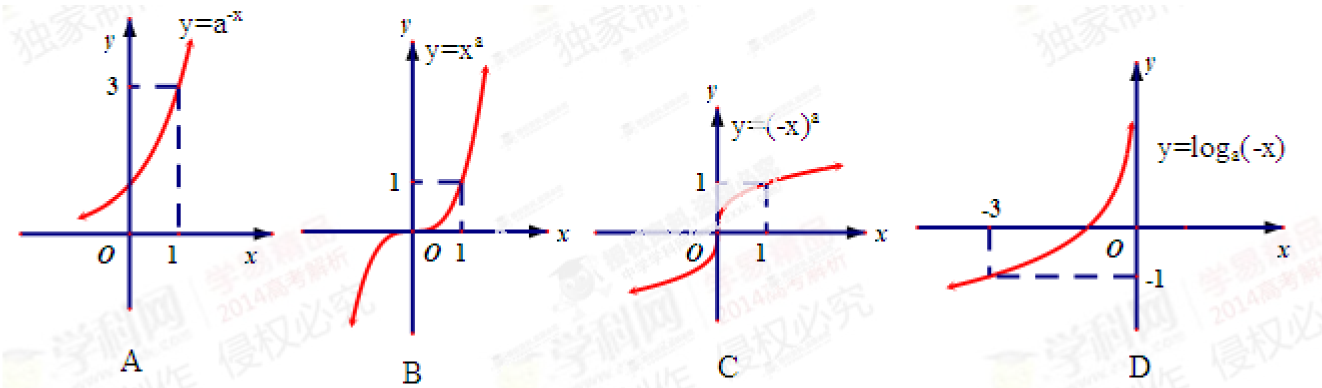
$A.$ 圆柱　　$B.$ 圆锥　　$C.$ 四面体　　$D.$ 三棱柱

3. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n，若 $a_1=2, S_3=12$，则 $a_6=$（　　）

$A.8$　　$B.10$　　$C.12$　　$D.14$

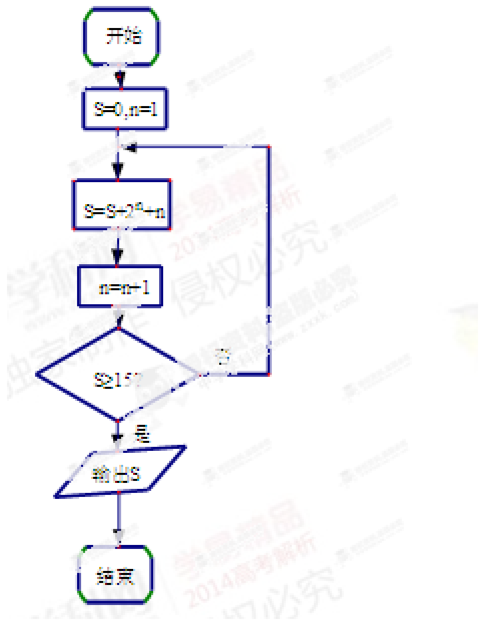
4. 若函数 $y=\log_a x(a>0,且a\neq 1)$ 的图像如右图所示，则下列函数图像正确的是（　　）





5. 阅读右图所示的程序框图，运行相应的程序，输出的 S 得值等于（　　）

$A.18$　　$B.20$　　$C.21$　　$D.40$



6. 直线 $l: y=kx+1$ 与圆 $O: x^2+y^2=1$ 相交于 A,B 两点，则"$k=1$"是“ΔOAB 的面积为 $\frac{1}{2}$”的（　　）

$A.$ 充分而不必要条件　　$B.$ 必要而不充分条件

$C.$ 充分必要条件　　$D.$ 既不充分又不必要条件

7. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x>0 \\ \cos x, & x\le 0 \end{cases}$ 则下列结论正确的是（　　）

A. $f(x)$ 是偶函数　B. $f(x)$ 是增函数　C. $f(x)$ 是周期函数　D. $f(x)$ 的值域为 $[-1,+\infty)$

8. 在下列向量组中，可以把向量 $\vec{a}=(3,2)$ 表示出来的是（　　）

A. $\vec{e_1}=(0,0),\vec{e_2}=(1,2)$　　B . $\vec{e_1}=(-1,2),\vec{e_2}=(5,-2)$

C. $\vec{e_1}=(3,5),\vec{e_2}=(6,10)$　　D. $\vec{e_1}=(2,-3),\vec{e_2}=(-2,3)$

9. 设 P,Q 分别为 $x^2+(y-6)^2=2$ 和椭圆 $\frac{x^2}{10}+y^2=1$ 上的点，则 P,Q 两点间的最大距离是（　　）

A. $5\sqrt{2}$　B. $\sqrt{46}+\sqrt{2}$　C. $7+\sqrt{2}$　D. $6\sqrt{2}$

10. 用 a 代表红球，b 代表蓝球，c 代表黑球，由加法原理及乘法原理，从 1 个红球和 1 个篮球中取出若干个球的所有取法可由 $(1+a)(1+b)$ 的展开式 $1+a+b+ab$ 表示出来，如：“1”表示一个球都不取、“a”表示取出一个红球，面“ab”用表示把红球和篮球都取出来. 以此类推，下列各式中，其展开式可用来表示

从 5 个无区别的红球、5 个有区别的黑球中取出若干个球，且所有的篮球都取出或都不取出的所有取法的是

A. $\left(1+a+a^2+a^3+a^4+a^5\right)\left(1+b^5\right)\left(1+c\right)^5$ B. $\left(1+a^5\right)\left(1+b+b^2+b^3+b^4+b^5\right)\left(1+c\right)^5$

C. $\left(1+a\right)^5\left(1+b+b^2+b^3+b^4+b^5\right)\left(1+c^5\right)$ D. $\left(1+a^5\right)\left(1+b\right)^5\left(1+c+c^2+c^3+c^4+c^5\right)$

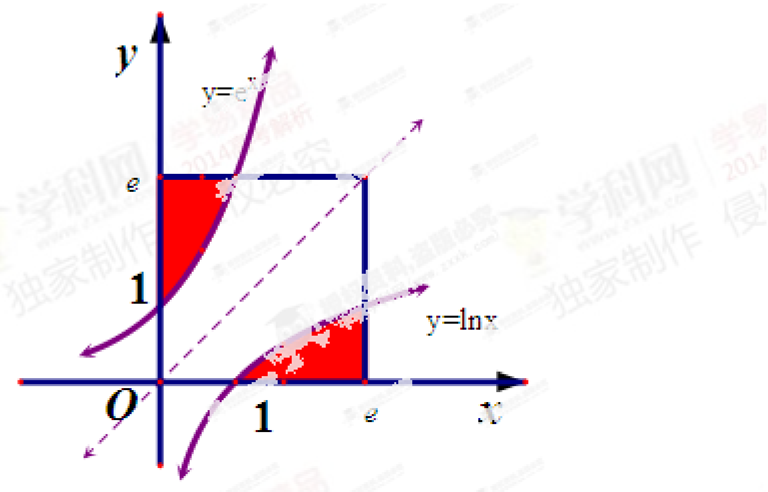
二、填空题

11、若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1\le 0 \\ x+2y-8\le 0 \\ x\ge 0 \end{cases}$ 则 $z=3x+y$ 的最小值为________.

12、在 ΔABC 中，$A=60°,AC=4,BC=2\sqrt{3}$，则 ΔABC 等于_________.

13、要制作一个容器为 4 m^3，高为 $1m$ 的无盖长方形容器，已知该容器的底面造价是每平方米 20 元，侧面造价是每平方米 10 元，则该容器的最低总造价是________（单位：元）

14. 如图，在边长为 e（e 为自然对数的底数）的正方形中随机撒一粒黄豆，则他落到阴影部分的概率为______.



15. 若集合 $\{a,b,c,d\}=\{1,2,3,4\}$，且下列四个关系：

① $a=1$；② $b\ne 1$；③ $c=2$；④ $d\ne 4$ 有且只有一个是正确的，则符合条件的有序数组 (a,b,c,d) 的个数是_________.

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.

16.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\cos x(\sin x+\cos x)-\dfrac{1}{2}$.

（1）若 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，且 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求 $f(\alpha)$ 的值；

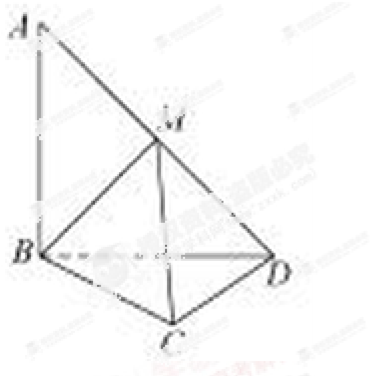
（2）求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间.

17.（本小题满分 12 分）

在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=BD=CD=1$，$AB\perp BD,CD\perp BD$. 将 ΔABD 沿 BD 折起，使得平面 $ABD\perp$ 平面 BCD，如图.

（1）求证：$\mathrm{AB}\perp CD$；

（2）若 M 为 AD 中点，求直线 AD 与平面 MBC 所成角的正弦值.



18.（本小题满分 13 分）

为回馈顾客，某商场拟通过摸球兑奖的方式对 1000 位顾客进行奖励，规定：每位顾客从一个装有 4 个标有面值的球的袋中一次性随机摸出 2 个球，球上所标的面值之和为该顾客所获的奖励额.

（1）若袋中所装的 4 个球中有 1 个所标的面值为 50 元，其余 3 个均为 10 元，求

①顾客所获的奖励额为 60 元的概率

②顾客所获的奖励额的分布列及数学期望；

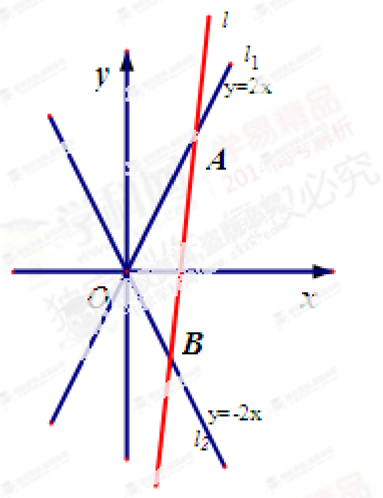
（2）商场对奖励总额的预算是 60000 元，并规定袋中的 4 个球只能由标有面值 10 元和 50 元的两种球组成，或标有面值 20 元和 40 元的两种球组成. 为了使顾客得到的奖励总额尽可能符合商场的预算且每位顾客所获的奖励额相对均衡，请对袋中的 4 个球的面值给出一个合适的设计，并说明理由.

19.（本小题满分 13 分）

已知双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两条渐近线分别为 $l_1: y=2x, l_2: y=-2x$.

（1）求双曲线 E 的离心率；

（2）如图，O 为坐标原点，动直线 l 分别交直线 l_1,l_2 于 A,B 两点（A,B 分别在第一，四象限），且 ΔOAB 的面积恒为 8，试探究：是否存在总与直线 l 有且只有一个公共点的双曲线 E？若存在，求出双曲线 E 的方程；若不存在，说明理由。



20. （本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=e^x-ax$（a 为常数）的图像与 y 轴交于点 A，曲线 $y=f(x)$ 在点 A 处的切线斜率为-1.

（I）求 a 的值及函数 $f(x)$ 的极值；

（II）证明：当 $x>0$ 时，$x^2<e^x$；

（III）证明：对任意给定的正数 c，总存在 x_0，使得当 $x\in(x_0,+\infty)$，恒有 $x^2<ce^x$.

21. 本题设有（1），（2），（3）三个选考题，每题 7 分，请考生任选 2 题作答，满分 14 分. 如果多做，则按所做的前两题计分. 作答时，先用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号右边的方框涂黑，并将所选题号填入括号中.

（1）（本小题满分 7 分）选修 4—2：矩阵与变换

已知矩阵 A 的逆矩阵 $A^{-1}=\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}$.

（I）求矩阵 A；

（II.）求矩阵 A^{-1} 的特征值以及属于每个特征值的一个特征向量.

（2）（本小题满分 7 分）选修 4—4：极坐标与参数方程

已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=a-2t\\y=-4t\end{cases}$，（$t$ 为参数），圆 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\cos\theta\\y=4\sin\theta\end{cases}$，（$\theta$ 为常数）.

（I）求直线 l 和圆 C 的普通方程；

（II）若直线 l 与圆 C 有公共点，求实数 a 的取值范围.

（3）（本小题满分 7 分）选修 4—5：不等式选将

已知定义在 R 上的函数 $f(x)=|x+1|+|x-2|$ 的最小值为 a.

（I）求 a 的值；

（II）若 p，q，r 为正实数，且 $p+q+r=a$，求证：$p^2+q^2+r^2\geq 3$.