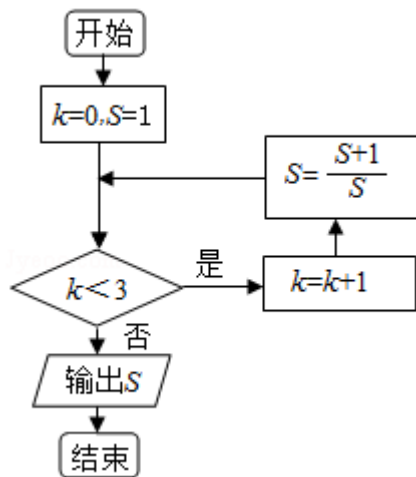


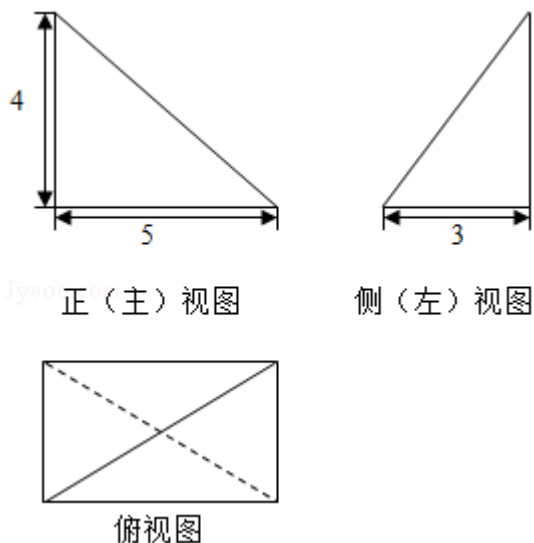
2017年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题

1. (5分) 已知全集 $U=\mathbb{R}$, 集合 $A=\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$, 则 $C_U A =$ ()
- A. $(-2, 2)$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
- C. $[-2, 2]$ D. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
2. (5分) 若复数 $(1-i)(a+bi)$ 在复平面内对应的点在第二象限, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-1, +\infty)$
3. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为 ()



- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{8}{5}$
4. (5分) 若 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 3 \\ x+y \geq 2 \\ y \leq x \end{cases}$, 则 $x+2y$ 的最大值为 ()
- A. 1 B. 3 C. 5 D. 9
5. (5分) 已知函数 $f(x) = 3^x - (\frac{1}{3})^x$, 则 $f(x)$ ()
- A. 是偶函数, 且在 \mathbf{R} 上是增函数 B. 是奇函数, 且在 \mathbf{R} 上是增函数
- C. 是偶函数, 且在 \mathbf{R} 上是减函数 D. 是奇函数, 且在 \mathbf{R} 上是减函数
6. (5分) 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积为 ()



- A. 60 B. 30 C. 20 D. 10

7. (5分) 设 \vec{m}, \vec{n} 为非零向量, 则“存在负数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$ ”是“ $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. (5分) 根据有关资料, 围棋状态空间复杂度的上限 M 约为 3^{361} , 而可观测宇宙中普通物质的原子总数 N 约为 10^{80} , 则下列各数中与 $\frac{M}{N}$ 最接近的是 ()

(参考数据: $\lg 3 \approx 0.48$)

- A. 10^{33} B. 10^{53} C. 10^{73} D. 10^{93}

二、填空题

9. (5分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 与角 β 均以 Ox 为始边, 它们的终边关于 y 轴对称, 若 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\sin \beta =$ _____.

10. (5分) 若双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则实数 $m =$ _____.

11. (5分) 已知 $x \geq 0, y \geq 0$, 且 $x + y = 1$, 则 $x^2 + y^2$ 的取值范围是 _____.

12. (5分) 已知点 P 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上, 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, O 为原点, 则 $\vec{AO} \cdot \vec{AP}$ 的最大值为 _____.

13. (5分) 能够说明“设 a, b, c 是任意实数. 若 $a > b > c$, 则 $a+b > c$ ”是假命题的一组整数 a, b, c 的值依次为_____.

14. (5分) 某学习小组由学生和教师组成, 人员构成同时满足以下三个条件:

- (i) 男学生人数多于女学生人数;
- (ii) 女学生人数多于教师人数;
- (iii) 教师人数的两倍多于男学生人数.

①若教师人数为4, 则女学生人数的最大值为_____.

②该小组人数的最小值为_____.

三、解答题

15. (13分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1=b_1=1$, $a_2+a_4=10$, $b_2b_4=a_5$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

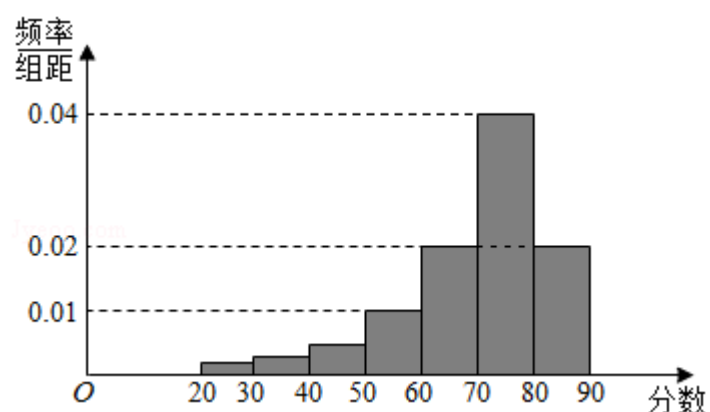
(II) 求和: $b_1+b_3+b_5+\dots+b_{2n-1}$.

16. (13分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 2\sin x \cos x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求证: 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 时, $f(x) \geq -\frac{1}{2}$.

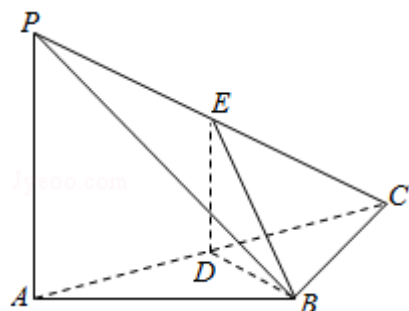
17. (13分) 某大学艺术专业400名学生参加某次测评, 根据男女学生人数比例, 使用分层抽样的方法从中随机抽取了100名学生, 记录他们的分数, 将数据分成7组: $[20, 30)$, $[30, 40)$, ..., $[80, 90]$, 并整理得到如下频率分布直方图:



- (I) 从总体的400名学生中随机抽取一人, 估计其分数小于70的概率;
- (II) 已知样本中分数小于40的学生有5人, 试估计总体中分数在区间 $[40, 50)$ 内的人数;
- (III) 已知样本中有一半男生的分数不小于70, 且样本中分数不小于70的男女生人数相等. 试估计总体中男生和女生人数的比例.

18. (14分) 如图, 在三棱锥P - ABC中, $PA \perp AB$, $PA \perp BC$, $AB \perp BC$, $PA=AB=BC=2$, D为线段AC的中点, E为线段PC上一点.

- (1) 求证: $PA \perp BD$;
- (2) 求证: 平面 $BDE \perp$ 平面 PAC ;
- (3) 当 $PA \parallel$ 平面 BDE 时, 求三棱锥 $E - BCD$ 的体积.



19. (14分) 已知椭圆C的两个顶点分别为A(-2, 0), B(2, 0), 焦点在x轴上, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (I) 求椭圆C的方程；
- (II) 点D为x轴上一点，过D作x轴的垂线交椭圆C于不同的两点M，N，过D作AM的垂线交BN于点E. 求证： $\triangle BDE$ 与 $\triangle BDN$ 的面积之比为4：5.

20. (13分) 已知函数 $f(x) = e^x \cos x - x$.

- (1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.