绝密★启用前

2019年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅰ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $M=\{x|-4<x<2\}$，$N=\{x|x^2-x-6<0\}$，则 $M\cap N=$

A．$\{x|-4<x<3\}$　　B．$\{x|-4<x<-2\}$　　C．$\{x|-2<x<2\}$　　D．$\{x|2<x<3\}$

2．设复数z满足 $|z-\mathrm{i}|=1$，z在复平面内对应的点为$(x，y)$，则

A．$(x+1)^2+y^2=1$　　B．$(x-1)^2+y^2=1$　　C．$x^2+(y-1)^2=1$　　D．$x^2+(y+1)^2=1$

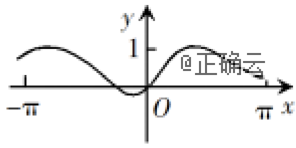
3．已知 $a=\log_2 0.2$，$b=2^{0.2}$，$c=0.2^{0.3}$，则

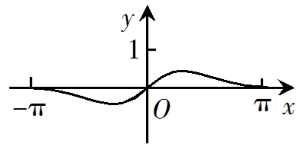
A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$c<a<b$　　D．$b<c<a$

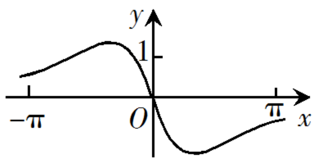
4．古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$（$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$≈0.618，称为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为105 cm，头顶至脖子下端的长度为26 cm，则其身高可能是

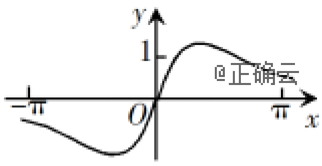
A．165 cm　　B．175 cm　　C．185 cm　　D．190 cm

5．函数$f(x)=\dfrac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$在$[-\pi,\pi]$的图像大致为

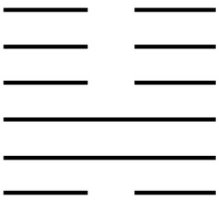
A. 

B. 

C. 

D. 

6．我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化．每一“重卦”由从下到上排列的6个爻组成，爻分为阳爻“——”和阴爻“— —”，如图就是一重卦．在所有重卦中随机取一重卦，则该重卦恰有3个阳爻的概率是

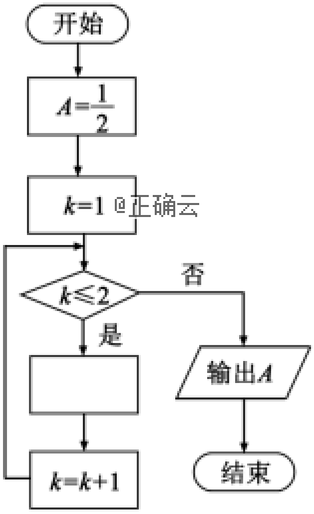


A．$\dfrac{5}{16}$　　B．$\dfrac{11}{32}$　　C．$\dfrac{21}{32}$　　D．$\dfrac{11}{16}$

7．已知非零向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$满足 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

8．如图是求$\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}$的程序框图，图中空白框中应填入



A．$A=\dfrac{1}{2+A}$　　B．$A=2+\dfrac{1}{A}$　　C．$A=\dfrac{1}{1+2A}$　　D．$A=1+\dfrac{1}{2A}$

9．记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和．已知$S_4=0$，$a_5=5$，则

A．$a_n=2n-5$　　B．$a_n=3n-10$　　C．$S_n=2n^2-8n$　　D．$S_n=\dfrac{1}{2}n^2-2n$

10．已知椭圆C的焦点为$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，过F_2的直线与C交于A，B两点．若$|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则C的方程为

A．$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$　　B．$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$　　C．$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　　D．$\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$

11．关于函数$f(x)=\sin|x|+|\sin x|$有下述四个结论：

①$f(x)$是偶函数　　②$f(x)$在区间（$\dfrac{\pi}{2},\pi$）单调递增

③$f(x)$在$[-\pi,\pi]$有4个零点　　④$f(x)$的最大值为2

其中所有正确结论的编号是

A．①②④　　B．②④　　C．①④　　D．①③

12．已知三棱锥P-

ABC的四个顶点在球O的球面上，$PA=PB=PC$，$\triangle ABC$是边长为2的正三角形，E，F分别是PA，PB的中点，$\angle CEF=90°$，则球O的体积为

A．$8\sqrt{6}\pi$　　B．$4\sqrt{6}\pi$　　C．$2\sqrt{6}\pi$　　D．$\sqrt{6}\pi$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．曲线 $y=3(x^2+x)\mathrm{e}^x$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为____________.

14．记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和．若 $a_1=\dfrac{1}{3}$，$a_4^2=a_6$，则S_5=____________.

15．甲、乙两队进行篮球决赛，采取七场四胜制（当一队赢得四场胜利时，该队获胜，决赛结束）．根据前期比赛成绩，甲队的主客场安排依次为“主主客客主客主”．设甲队主场取胜的概率为0.6，客场取胜的概率为0.5，且各场比赛结果相互独立，则甲队以4:1获胜的概率是____________.

16．已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为F_1，F_2，过F_1的直线与C的两条渐近线分别交于A，B两点．若 $\overrightarrow{F_1A}=\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{F_1B}\cdot\overrightarrow{F_2B}=0$，则$C$的离心率为____________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．(12分)

$\triangle ABC$ 的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，设

$(\sin B-\sin C)^2=\sin^2 A-\sin B\sin C$.

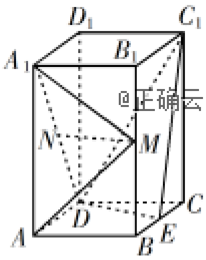
（1）求A；

（2）若 $\sqrt{2}a+b=2c$，求$\sin C$.

18．（12分）

如图，直四棱柱$ABCD$–

$A_1B_1C_1D_1$的底面是菱形，AA_1=4，AB=2，∠BAD=60°，E，M，N分别是BC，BB_1，A_1D的中点．



（1）证明：MN∥平面C_1DE；

（2）求二面角A-MA_1-N的正弦值．

19．（12分）

已知抛物线C：y^2=3x的焦点为F，斜率为$\frac{3}{2}$的直线l与C的交点为A，B，与x轴的交点为P．

（1）若|AF|+|BF|=4，求l的方程；

（2）若$\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$，求|$AB$|．

20．（12分）

已知函数$f(x)=\sin x-\ln(1+x)$，$f'(x)$为$f(x)$的导数．证明：

（1）$f'(x)$在区间$(-1,\frac{\pi}{2})$存在唯一极大值点；

（2）$f(x)$有且仅有2个零点．

21．（12分）

为了治疗某种疾病，研制了甲、乙两种新药，希望知道哪种新药更有效，为此进行动物试验．试验方案如下：每一轮选取两只白鼠对药效进行对比试验．对于两只白鼠，随机选一只施以甲药，另一只施以乙药．一轮的治疗结果得出后，再安排下一轮试验．当其中一种药治愈的白鼠比另一种药治愈的白鼠多4只时，就停止试验，并认为治愈只数多的药更有效．为了方便描述问题，约定：对于每轮试验，若施以甲药的白鼠治愈且施以乙药的白鼠未治愈则甲药得1分，乙药得-1分；若施以乙药的白鼠治愈且施以甲药的白鼠未治愈则乙药得1分，甲药得-1分；若都治愈或都未治愈则两种药均得0分．甲、乙两种药的治愈率分别记为α和β，一轮试验中甲药的得分记为X.

（1）求 X 的分布列；

（2）若甲药、乙药在试验开始时都赋予4分，$p_i(i=0,1,\cdots,8)$表示“甲药的累计得分为i时，最终认为甲药比乙药更有效”的概率，则 $p_0=0$，$p_8=1$，

$p_i=ap_{i-1}+bp_i+cp_{i+1}\ (i=1,2,\cdots,7)$，其中$a=P(X=-1)$，$b=P(X=0)$，

$c=P(X=1)$．假设$\alpha=0.5$，$\beta=0.8$．

(i)证明：$\{p_{i+1}-p_i\}\ (i=0,1,2,\cdots,7)$为等比数列；

(ii)求p_4，并根据p_4的值解释这种试验方案的合理性.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修4—4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$（$t$为参数）．以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线$l$的极坐标方程为

$2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta+11=0$.

（1）求C和l的直角坐标方程；

（2）求C上的点到l距离的最小值．

23．[选修4—5：不等式选讲]（10分）

已知a，b，c为正数，且满足abc=1．证明：

（1）$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\le a^2+b^2+c^2$；

（2）$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\ge 24$．