2013年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数学（理科）

本试卷分第I卷和第II卷（非选择题）两部分，第I卷第1至第2页，第II卷第3至第4页.全卷满分150分，考试时间为120分钟.

参考公式：

如果事件A与B互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件A与B相互独立，那么

$P(AB)=P(A)P(B)$

第I卷（选择题 共50分）

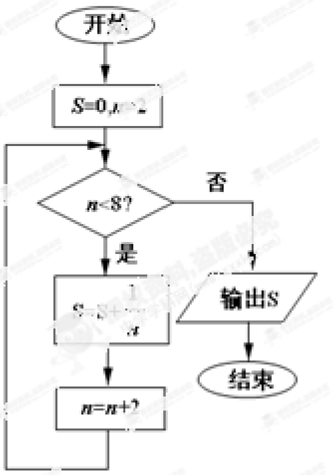
一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）设i是虚数单位，$\bar{z}$是复数z的共轭复数，若$z\cdot\bar{z}i+2=2z$，则z=（　　）

（A）$1+i$　　（B）$1-i$（C）$-1+i$　　（D）$-1-i$

（2）如图所示，程序框图（算法流程图）的输出结果是（　　）

（A）$\frac{1}{6}$　　（B）$\frac{25}{24}$　　（C）$\frac{3}{4}$　　（D）$\frac{11}{12}$



第（2）题图

（3）在下列命题中，不是公理的是（　　）

（A）平行于同一个平面的两个平面相互平行

（B）过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面

（C）如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在此平面内

（D）如果两个不重合的平面有一个公共点， 那么他们有且只有一条过该点的公共直线

（4）“$a\le 0$”“是函数 $f\left(x\right)=\left|\left(ax-1\right)x\right|$ 在区间 $\left(0,+\infty\right)$ 内单调递增”的（　　）

（A） 充分不必要条件　　　　（B）必要不充分条件

（C）充分必要条件　　　　（D）既不充分也不必要条件

（5）某班级有 50 名学生，其中有 30 名男生和 20 名女生，随机询问了该班五名男生和五名女生在某次数学测验中的成绩，五名男生的成绩分别为 86,94,88,92,90，五名女生的成绩分别为 88,93,93,88,93.下列说法一定正确的是（　　）

（A）这种抽样方法是一种分层抽样

（B）这种抽样方法是一种系统抽样

（C）这五名男生成绩的方差大于这五名女生成绩的方差

（D）该班级男生成绩的平均数小于该班女生成绩的平均数

（6）已知一元二次不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $\left\{x\,|\,x<-1或x>\frac{1}{2}\right\}$，则 $f\left(10^{x}\right)>0$ 的解（　　）

（A）$\left\{x\,|\,x<-1或x>-\lg 2\right\}$　　　　（B）$\left\{x\,|\,-1<x<-\lg 2\right\}$

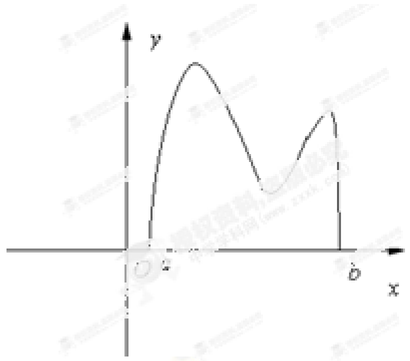
(C) $\{x\,|\,x>-\lg 2\}$　　　　(D) $\{x\,|\,x<-\lg 2\}$

（7）在极坐标系中，圆 $\rho=2\cos\theta$ 的垂直于极轴的两条切线方程分别为

（A） $\theta=0(\rho\in\mathrm{R})$ 和 $\rho\cos\theta=2$　　　　（B） $\theta=\dfrac{\pi}{2}(\rho\in\mathrm{R})$ 和 $\rho\cos\theta=2$

（C） $\theta=\dfrac{\pi}{2}(\rho\in\mathrm{R})$ 和 $\rho\cos\theta=1$　　　　（D） $\theta=0(\rho\in\mathrm{R})$ 和 $\rho\cos\theta=1$

（8）函数 $y=f(x)$ 的图像如图所示，在区间 $[a,b]$ 上可找到 $n(n\geq 2)$ 个不同的数 $x_1,x_2\ldots x_n$ 使得 $\dfrac{f(x_1)}{x_1}=\dfrac{f(x_2)}{x_2}=\ldots=\dfrac{f(x_n)}{x_n}$ 则 n 的取值范围是（　　）



（A） $\{3,4\}$　　　　（B） $\{2,3,4\}$

（C） $\{3,4,5\}$　　　　（D） $\{2,3\}$

（9）在平面直角坐标系中，O 是坐标原点，两定点 A,B 满足 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$，则点集 $\left\{P\mid\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB},|\lambda|+|\mu|\leq 1,\lambda,\mu\in R\right\}$ 所表示的区域的面积是（　　）

（A） $2\sqrt{2}$　　　　（B） $2\sqrt{3}$　　（C） $4\sqrt{2}$　　　　（D） $4\sqrt{3}$

（10）若函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 有极值点 x_1,x_2，且 $f(x_1)=x_1$，则关于 x 的方程 $3(f(x))^2+2af(x)+b=0$ 的不同实根个数是（　　）

（A）3　　　　（B）4

（C） 5　　　　（D）6

第II卷（非选择题 共100分）

考生注意事项：

请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答，在试题卷上答题无效.

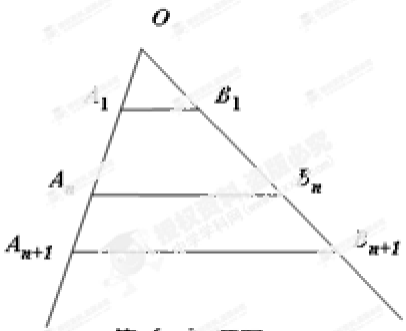
二.填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.把答案填在答题卡的相应位置.

（11）若 $\left(x+\frac{a}{\sqrt[3]{x}}\right)^8$ 的展开式中 x^4 的系数为 7，则实数 $a=$________.

（12）设 ΔABC 的内角 A,B,C 所对边的长分别为 a,b,c .若 $b+c=2a$，则 $3\sin A=5\sin B$ 则角 $C=$________.

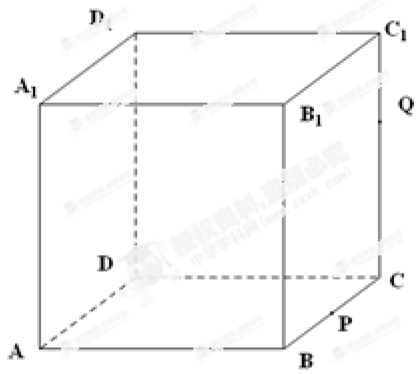
（13）已知直线 $y=a$ 交抛物线 $y=x^2$ 于 A,B 两点.若该抛物线上存在点 C，使得 $\angle ACB$ 为直角，则 a 的取值范围为__________.

（14）如图，互不相同的点 A_1，$A_2,\ldots A_n\ldots$ 和 B_1，$B_2\ldots B_n\ldots$ 分别在角 O 的两条边上，所有 A_nB_n 相互平行，且所有梯形 $A_nB_nB_{n+1}A_{n+1}$ 的面积均相等.设 $OA_n=a_n$ 若 $a_1=1,a_2=2$ 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是___________.



第（14）题图

（15）如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，P 为 BC 的中点，Q 为线段 CC_1 上的动点，过点 A,P,Q 的平面截该正方体所得的截面记为 S，则下列命题正确的是________（写出所有正确命题的编号）.



①当$0<CQ<\frac{1}{2}$时，S　　为四边形

②当$CQ=\frac{1}{2}$时，S为等腰梯形

③当$CQ=\frac{3}{4}$时，S与C_1D_1的交点R满足$C_1R=\frac{1}{3}$

④当$\frac{3}{4}<CQ<1$时，S为六边形

⑤当$CQ=1$时，S的面积为$\frac{\sqrt{6}}{2}$

三.解答题：本大题共6小题，共75分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.解答写在答题卡上的指定区域内.

（16）（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=4\cos\omega x\cdot\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)$　$(\omega>0)$的最小正周期为π.

（I）求ω的值；

（II）讨论$f(x)$在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的单调性.

（17）（本小题满分12分）

设函数$f(x)=ax-(1+a^2)x^2$，其中$a>0$，区间$I=\{x\mid f(x)>0\}$

（I）求I的长度（注：区间$(\alpha,\ \beta)$的长度定义为$\beta-\alpha$）；

（II）给定常数 $k\in(0,1)$，当 $1-k\le a\le 1+k$ 时，求 I 长度的最小值.

（18）（本小题满分 12 分）

设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{1-a^2}=1$ 的焦点在 x 轴上

（I）若椭圆 E 的焦距为 1，求椭圆 E 的方程；

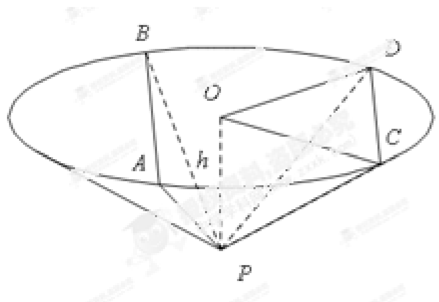
（II）设 F_1，F_2 分别是椭圆的左、右焦点，P 为椭圆 E 上第一象限内的点，直线 F_2P 交 y 轴与点 Q，并且 $F_1P\perp F_1Q$，证明：当 a 变化时，点 P 在某定直线上.

（19）（本小题满分 13 分）

如图，圆锥顶点为 P .底面圆心为 O，其母线与底面所成的角为 $22.5°$. AB 和 CD 是底面圆 O 上的两条平行的弦，轴 OP 与平面 PCD 所成的角为 $60°$，

（I）证明：平面 PAB 与平面 PCD 的交线平行于底面；

（II）求 $\cos\angle COD$.



（20）（本小题满分 13 分）

设函数 $f_x(x)=-1+x+\dfrac{x^2}{2^2}+\dfrac{x^3}{3^2}+\ldots+\dfrac{x^n}{n^2}(x\in R,n\in N^*)$，证明：

（I）对每个 $n\in N^*$，存在唯一的 $x_n\in\left[\dfrac{2}{3},1\right]$，满足 $f_x(x_n)=0$；

（II）对任意 $p\in N^*$，由（I）中 x_n 构成的数列 $\{x_n\}$ 满足 $0<x_n-x_{n+p}<\dfrac{1}{n}$.

（21）（本小题满分 13 分）

某高校数学系计划在周六和周日各举行一次主题不同的心理测试活动，分别由李老师和张老师负

责，已知该系共有n位学生，每次活动均需该系k位学生参加（n和k都是固定的正整数）.假设李老师和张老师分别将各自活动通知的信息独立、随机地发给该系k位学生，且所发信息都能收到.记该系收到李老师或张老师所发活动通知信息的学生人数为x

（I）求该系学生甲收到李老师或张老师所发活动通知信息的概率；

（II）求使$P(X=m)$取得最大值的整数m.