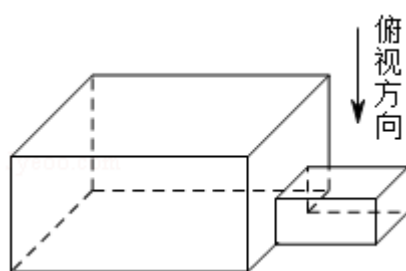


## 2018年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. （5分）已知集合 $A = \{x | x - 1 \geq 0\}$ ， $B = \{0, 1, 2\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）  
 A.  $\{0\}$                       B.  $\{1\}$                       C.  $\{1, 2\}$                       D.  $\{0, 1, 2\}$
2. （5分） $(1+i)(2-i) =$ （ ）  
 A.  $-3-i$                       B.  $-3+i$                       C.  $3-i$                       D.  $3+i$
3. （5分）中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来。构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头。若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是（ ）

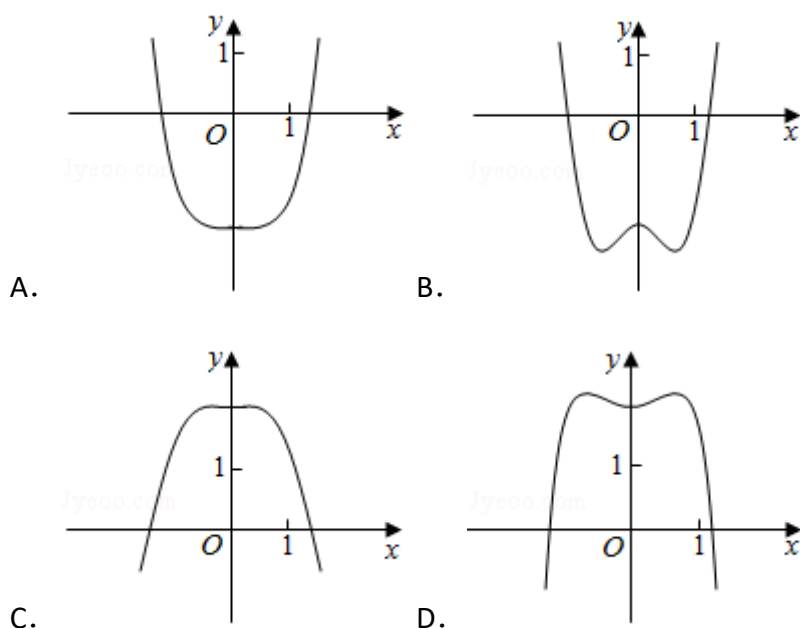


- A.

B.
- C.

D.
4. （5分）若 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ，则 $\cos 2\alpha =$ （ ）  
 A.  $\frac{8}{9}$                       B.  $\frac{7}{9}$                       C.  $-\frac{7}{9}$                       D.  $-\frac{8}{9}$
  5. （5分） $(x^2 + \frac{2}{x})^5$ 的展开式中 $x^4$ 的系数为（ ）  
 A. 10                      B. 20                      C. 40                      D. 80
  6. （5分）直线 $x+y+2=0$ 分别与 $x$ 轴， $y$ 轴交于A，B两点，点P在圆 $(x-2)^2+y^2=2$ 上，则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围是（ ）  
 A.  $[2, 6]$                       B.  $[4, 8]$                       C.  $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$                       D.  $[2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$

7. (5分) 函数 $y = -x^4 + x^2 + 2$ 的图象大致为 ( )



8. (5分) 某群体中的每位成员使用移动支付的概率都为 $p$ ，各成员的支付方式相互独立. 设 $X$ 为该群体的10位成员中使用移动支付的人数， $DX=2.4$ ， $P(X=4) < P(X=6)$ ，则 $p=$  ( )

- A. 0.7 B. 0.6 C. 0.4 D. 0.3

9. (5分)  $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ . 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4}$ ，则 $C=$  ( )

- A.  $\frac{\pi}{2}$  B.  $\frac{\pi}{3}$  C.  $\frac{\pi}{4}$  D.  $\frac{\pi}{6}$

10. (5分) 设 $A, B, C, D$ 是同一个半径为4的球的球面上四点， $\triangle ABC$ 为等边三角形且面积为 $9\sqrt{3}$ ，则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为 ( )

- A.  $12\sqrt{3}$  B.  $18\sqrt{3}$  C.  $24\sqrt{3}$  D.  $54\sqrt{3}$

11. (5分) 设 $F_1, F_2$ 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左, 右焦点,  $O$

是坐标原点. 过 $F_2$ 作 $C$ 的一条渐近线的垂线, 垂足为 $P$ , 若 $|PF_1| = \sqrt{6}|OP|$ , 则 $C$ 的离心率为 ( )

- A.  $\sqrt{5}$  B. 2 C.  $\sqrt{3}$  D.  $\sqrt{2}$

12. (5分) 设 $a = \log_{0.2} 0.3$ ,  $b = \log_2 0.3$ , 则 ( )

- A.  $a+b < ab < 0$  B.  $ab < a+b < 0$  C.  $a+b < 0 < ab$  D.  $ab < 0 < a+b$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. (5分) 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, -2)$ ,  $\vec{c} = (1, \lambda)$ . 若 $\vec{c} \parallel (2\vec{a} + \vec{b})$ , 则 $\lambda =$ \_\_\_\_\_.

14. (5分) 曲线 $y = (ax+1)e^x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线的斜率为 $-2$ , 则 $a =$ \_\_\_\_\_.

15. (5分) 函数 $f(x) = \cos(3x + \frac{\pi}{6})$ 在 $[0, \pi]$ 的零点个数为\_\_\_\_\_.

16. (5分) 已知点 $M(-1, 1)$ 和抛物线 $C: y^2 = 4x$ , 过 $C$ 的焦点且斜率为 $k$ 的直线与 $C$ 交于 $A, B$ 两点. 若 $\angle AMB = 90^\circ$ , 则 $k =$ \_\_\_\_\_.

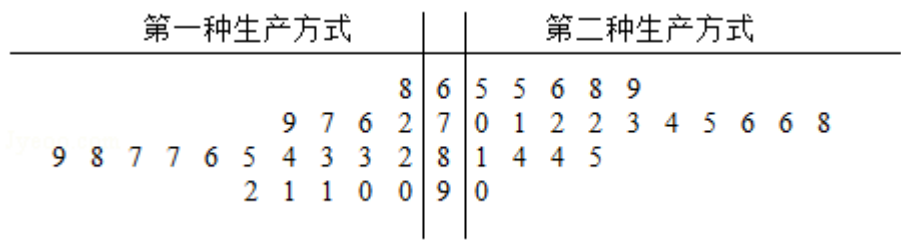
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：共60分。

17. (12分) 等比数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_1 = 1$ ,  $a_5 = 4a_3$ .

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $S_n$ 为 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和. 若 $S_m = 63$ , 求 $m$ .

18. （12分）某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式. 为比较两种生产方式的效率，选取40名工人，将他们随机分成两组，每组20人. 第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式. 根据工人完成生产任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图：



- (1) 根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；
- (2) 求40名工人完成生产任务所需时间的中位数*m*，并将完成生产任务所需时间超过*m*和不超过*m*的工人数填入下面的列联表：

	超过 <i>m</i>	不超过 <i>m</i>
第一种生产方式		
第二种生产方式		

- (3) 根据（2）中的列联表，能否有99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

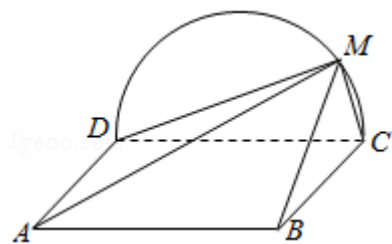
附：  $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ,

<i>P</i> （ <i>K</i> <sup>2</sup> ≥ <i>k</i> ）	0.050	0.010	0.001
<i>k</i>	3.841	6.635	10.828

19. (12分) 如图, 边长为2的正方形ABCD所在的平面与半圆弧 $\widehat{CD}$ 所在平面垂直, M是 $\widehat{CD}$ 上异于C, D的点.

(1) 证明: 平面AMD $\perp$ 平面BMC;

(2) 当三棱锥M - ABC体积最大时, 求面MAB与面MCD所成二面角的正弦值.



20. (12分) 已知斜率为k的直线l与椭圆C:  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  交于A, B两点, 线段AB

的中点为M (1, m) ( $m > 0$ ).

(1) 证明:  $k < -\frac{1}{2}$ ;

(2) 设F为C的右焦点, P为C上一点, 且 $\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \vec{0}$ . 证明:  $|\overrightarrow{FA}|$ ,  $|\overrightarrow{FP}|$ ,  $|\overrightarrow{FB}|$  成等差数列, 并求该数列的公差.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = (2+x+ax^2) \ln(1+x) - 2x$ .

(1) 若 $a=0$ , 证明: 当 $-1 < x < 0$ 时,  $f(x) < 0$ ; 当 $x > 0$ 时,  $f(x) > 0$ ;

(2) 若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 求a.

(二) 选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程] (10分)

22. (10分) 在平面直角坐标系 $xOy$ 中， $\odot O$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$ ，( $\theta$ 为参数)，过点 $(0, -\sqrt{2})$ 且倾斜角为 $\alpha$ 的直线 $l$ 与 $\odot O$ 交于A, B两点.

- (1) 求 $\alpha$ 的取值范围；
- (2) 求AB中点P的轨迹的参数方程.

[选修4-5：不等式选讲] (10分)

23. 设函数 $f(x) = |2x+1| + |x-1|$ .

- (1) 画出 $y=f(x)$ 的图象；
- (2) 当 $x \in [0, +\infty)$ 时， $f(x) \leq ax+b$ ，求 $a+b$ 的最小值.

