绝密★启用前　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　试卷类型：B

2010年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（文科）

本试卷共4页，21小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：1.答卷时，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。

2.选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。

3.非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4.作答选作题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答。

5.考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

参考公式：锥体的体积公式$V=\frac{1}{3}Sh$，其中S是锥体的底面积，h是锥体的高.

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.若集合$A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{1,2,4\}$则集合$A\cup B=$

A. $\{0,1,2,3,4\}$　　B. $\{1,2,3,4\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0\}$

解：并集，选A.

2.函数$f(x)=\lg(x-1)$的定义域是

A. $(2,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $[1,+\infty)$　　D. $[2,+\infty)$

解：$x-1>0$，得$x>1$，选B.

3.若函数$f(x)=3^x+3^{-x}$与$g(x)=3^x-3^{-x}$的定义域均为R，则

A. $f(x)$与$g(x)$与均为偶函数　　B. $f(x)$为奇函数，$g(x)$为偶函数

C. $f(x)$与$g(x)$与均为奇函数　　D. $f(x)$为偶函数，$g(x)$为奇函数

解:由于$f(-x)=3^{-x}+3^{-(-x)}=f(x)$,故$f(x)$是偶函数,排除B、C

由题意知，圆心在y轴左侧，排除A、C

在$Rt\Delta 0AO$，$\frac{OA}{0A}=|k|=\frac{1}{2}$，故$\frac{0A}{0O}=\frac{\sqrt{5}}{0O}=\frac{1}{\sqrt{5}}\Rightarrow 0O=5$，选D

4. 已知数列$\{a_n\}$为等比数列，S_n是它的前n项和. 若$a_2 \cdot a_3 = 2a_1$且a_4与$2a_7$的等差中项为$\frac{5}{4}$，则$S_5 =$

A. 35　　　　B. 33　　　　C. 31　　　　D. 29

解：$a_2 \cdot a_3 = a_1 q \cdot a_1 q^2 = 2a_1 \Rightarrow a_4 = 2$

$$a_4 + 2a_4 q^3 = 2\times\frac{5}{4} \Rightarrow 2 + 4q^3 = \frac{5}{2} \Rightarrow q = \frac{1}{2}, a_1 = \frac{a_4}{q^3} = \frac{2}{\frac{1}{2^3}} = 16$$

故：$S_5 = \dfrac{16(1-\frac{1}{2^5})}{1-\frac{1}{2}} = 32(1-\frac{1}{32}) = 32 - 1 = 31$，选 C

5. 若向量$\vec{a} = (1,1)$，$\vec{b} = (2,5)$，$\vec{c} = (3,x)$满足条件$(8\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c} = 30$，则$x =$

A. 6　　　　B. 5　　　　C. 4　　　　D. 3

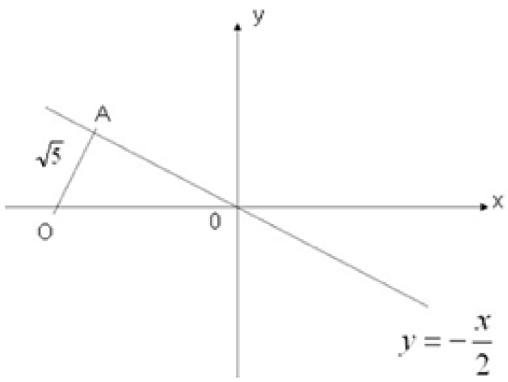
解：$(8\vec{a}-\vec{b}) = (8,8)-(2,5) = (6,3)$

$(8\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c} = 6\times 3 + 3x = 30 \Rightarrow x = 4$，选 C

6. 若圆心在x轴上、半径为$\sqrt{5}$的圆O位于y轴左侧，且与直线$x+2y=0$相切，则圆O的方程是

A. $(x-\sqrt{5})^2 + y^2 = 5$　　　　B. $(x+\sqrt{5})^2 + y^2 = 5$

C. $(x-5)^2 + y^2 = 5$　　　　D. $(x+5)^2 + y^2 = 5$



7. 若一个椭圆长轴的长度、短轴的长度和焦距成等差数列，则该椭圆的离心率是

A. $\frac{4}{5}$　　　　B. $\frac{3}{5}$　　　　C. $\frac{2}{5}$　　　　D. $\frac{1}{5}$

解：设长轴为$2a$，短轴为$2b$，焦距为$2c$，则$2a+2c=2\times 2b$

即 $a+c=2b\Rightarrow (a+c)^2=4b^2=4(a^2-c^2)$

整理得：$5c^2+2ac-3a^2=0$，即$5e^2+2e-3=0\Rightarrow e=\dfrac{3}{5}$或$e=-1$(舍)，选 B

8. “$x>0$”是“$\sqrt[3]{x^2}>0$”成立的

A. 充分非必要条件　　　　B. 必要非充分条件

C. 非充分非必要条件　　　D. 充要条件

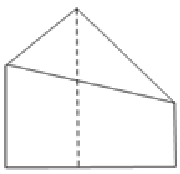
解：当$x>0$时，$x^2>0$，有$\sqrt[3]{x^2}>0$，“$x>0$”是“$\sqrt[3]{x^2}>0$”成立的充分条件;

由于：$\sqrt[3]{(-1)^2}=1>0$,而$-1<0$，则$\sqrt[3]{x^2}>0$不是$x>0$成立的充分条件

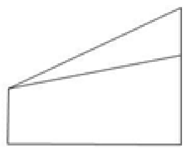
综上：“$x>0$”是“$\sqrt[3]{x^2}>0$”成立的充分非必要条件，选 A

9.如图，为正三角形，平面且，则多面体的正视图（也称主视图）是

A.



B.



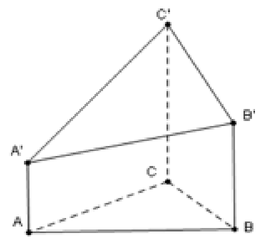
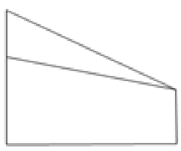
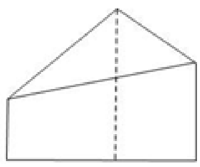


图 1

C.



D.



解：由“张氏”垂点法知，选 D

10. 在集合$\{a,b,c,d\}$上定义两种运算$\oplus$和$\circledast$如下

$\oplus$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	b	b	b
c	c	b	c	b
d	d	b	b	d

那么$d\circledast(a\oplus c)=$

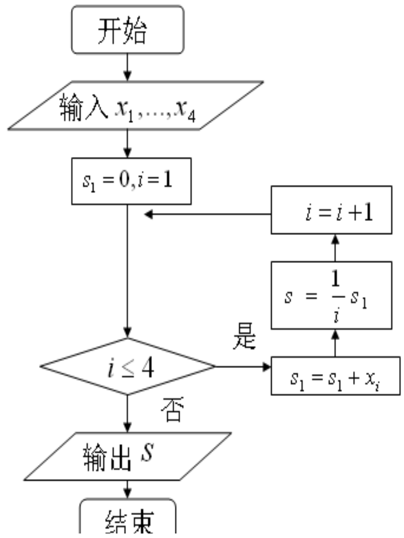
A. a　　B. b　　C. c　　D. d

解：由上表可知：$(a\oplus c)=c$,故$d\circledast(a\oplus c)=d\circledast c=a$，选A

二、填空题：本大题共5小题，考生作答4小题，每小题5分，满分20分。

（一）必做题（11~13题）

11.某城市缺水问题比较突出，为了制定节水管理办法，对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查，其中4位居民的月均用水量分别为（单位：吨）。根据图2所示的程序框图，若分别为1，1.5，1.5，2，则输出的结果 s 为__$\frac{3}{2}$__.



第一（$i=1$）步：$s_1=s_1+x_i=0+1=1$

第二（$i=2$）步：$s_1=s_1+x_i=1+1.5=2.5$

第三（$i=3$）步：$s_1=s_1+x_i=2.5+1.5=4$

第四（$i=4$）步：$s_1=s_1+x_i=4+2=6$，$s=\frac{1}{4}\times 6=\frac{3}{2}$

第五（$i=5$）步：$i=5>4$，输出 $s=\frac{3}{2}$

12.某市居民 2005~2009 年家庭年平均收入（单位：万元）与年平均支出（单位：万元）的统计资料如下表所示：

年份	2005	2006	2007	2008	2009
收入 x	11.5	12.1	13	13.3	15
支出 Y	6.8	8.8	9.8	10	12

根据统计资料，居民家庭年平均收入的中位数是__13__，家庭年平均收入与年平均支出有 $Y=x-3$ 线性相关关系。

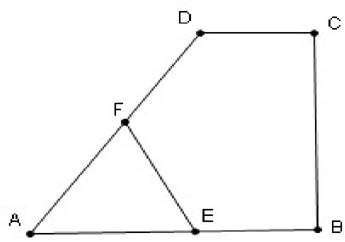
13.已知 a，b，c 分别是ΔABC 的三个内角 A，B，C 所对的边，若 $a=1$，$b=\sqrt{3}$，A+C=2B，则 sinA=__$\frac{1}{2}$__.

解：由于 A+B+C=2B+B=$\pi\Rightarrow B=\frac{\pi}{3}$

由正弦定理知：$\frac{a}{\sin A}=\frac{1}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\Rightarrow \sin A=\frac{1}{2}$

（二）选做题（14、15题，考生只能从中选做一题）

14.（几何证明选讲选做题）如图3，在直角梯形ABCD中，DC∥AB，CB⊥AB，AB=AD=a，CD=$\frac{a}{2}$，点E，F分别为线段AB，AD的中点，则EF=_$\frac{a}{2}$_



解：连结DE，可知ΔAED为直角三角形。则EF是$Rt\Delta DEA$斜边上的中线，等于斜边的一半，为$\frac{a}{2}$.

15.（坐标系与参数方程选做题）在极坐标系(ρ,θ) $(0\le\theta\le 2\pi)$中，曲线$\rho(\cos\theta+\sin\theta)=1$与$\rho(\cos\theta-\sin\theta)=1$的交点的极坐标为______.

解：转化为直角坐标系下$x+y=1$与$y-x=1$的交点，可知交点为：（1，0）

该点在极坐标系下表示为：$(1,\frac{\pi}{2})$

三、解答题：本大题共6小题，满分80分.解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16.（本小题满分14分）

设函数$f(x)=3\sin(\omega x+\frac{\pi}{6}),\omega>0,x\in(-\infty,+\infty)$，且以$\frac{\pi}{2}$为最小正周期.

（1）求$f(0)$；

（2）求$f(x)$的解析式；

（3）已知$f(\frac{a}{4}+\frac{\pi}{12})=\frac{9}{5}$，求$\sin a$的值.

解：（1）$f(0)=3\sin(\omega\cdot 0+\frac{\pi}{6})=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

（2）$\because T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\omega=4$

$\therefore f(x)=3\sin(4x+\frac{\pi}{6})$

（3）$f(\frac{a}{4}+\frac{\pi}{12})=3\sin[4(\frac{a}{4}+\frac{\pi}{12})+\frac{\pi}{6}]=3\sin(a+\frac{\pi}{2})=\frac{9}{5}\Rightarrow\cos a=\frac{3}{5}$

故：$\sin a=\pm\sqrt{1-\cos^2 a}=\pm\frac{4}{5}$

17.（本小题满分12分）

某电视台在一次对收看文艺节目和新闻节目观众的抽样调查中，随机抽取了100名电视观众，相关的数据如下表所示：

	文艺节目	新闻节目	总计
20至40岁	40	18	58
大于40岁	15	27	42
总计	55	45	100

.（1）由表中数据直观分析，收看新闻节目的观众是否与年龄有关?

（2）用分层抽样方法在收看新闻节目的观众中随机抽取 5 名，大于 40 岁的观众应该抽取几名？

（3）在上述抽取的 5 名观众中任取 2 名，求恰有 1 名观众的年龄为 20 至 40 岁的概率.

解:（1）有关，收看新闻节目多为年龄大的。

（2）应抽取的人数为: $5\times\frac{27}{45}=3$（人）

（3）由（2）知，抽取的 5 名观众中，有 2 名观众年龄处于 20 至 40 岁，3 名观众的年龄大于 40 岁。

所求概率 $P=\frac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$

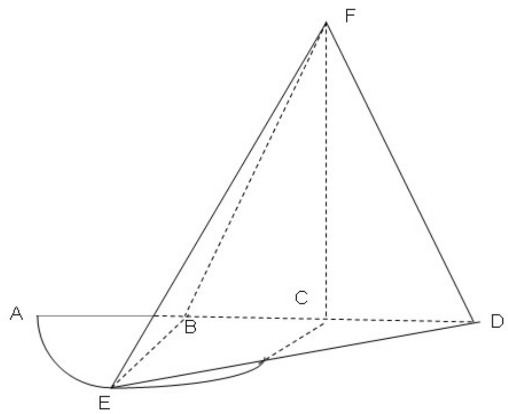
18.（本小题满分14分）

如图4，弧AEC是半径为 a 的半圆，AC为直径，点E为弧AC的中点，点B和点C为线段AD的三等分点，平面AEC外一点F满足FC⊥平面BED,FB=$\sqrt{5}a$

（1）证明：EB⊥FD

（2）求点B到平面FED的距离.

（1）证明：∵点E为弧AC的中点



$\therefore \angle ABE=\frac{\pi}{2}$，即 $BE\perp AC$

又∵FC⊥平面 BED，$BE\in$平面 BED

$\therefore FC\perp BE$

又∵FC、AC∈平面 FBD，FC∩AC=C

∴BE⊥平面 FBD

∵FD∈平面 FBD

∴ EB⊥FD

（2）解：$FC=\sqrt{BF^2-BC^2}=\sqrt{5a^2-a^2}=2a$

$$S_{\Delta RtEBD}=\frac{1}{2}BE\cdot BD=\frac{1}{2}a\cdot 2a=a^2$$

在 $Rt\Delta FBE$ 中，$FE=\sqrt{BE^2+BF^2}=\sqrt{6}a$

由于：$FD=ED=\sqrt{5}a$

所以 $S_{\Delta FDE}=\frac{1}{2}FE\cdot H_{FE}=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}a\times\sqrt{5a^2-(\frac{\sqrt{6}a}{2})^2}=\frac{\sqrt{21}}{2}a^2$

由等体积法可知：

$$\frac{1}{3}S_{\Delta RtEBD}\cdot FC=\frac{1}{3}S_{\Delta FDE}\cdot h$$

即 $a^2\cdot 2a=\frac{\sqrt{21}2}{}a^2\cdot h\Rightarrow h=\frac{4\sqrt{21}}{21}a$

即点 B 到平面 FED 的距离为 $\frac{4\sqrt{21}}{21}a$.

19.（本题满分12分）

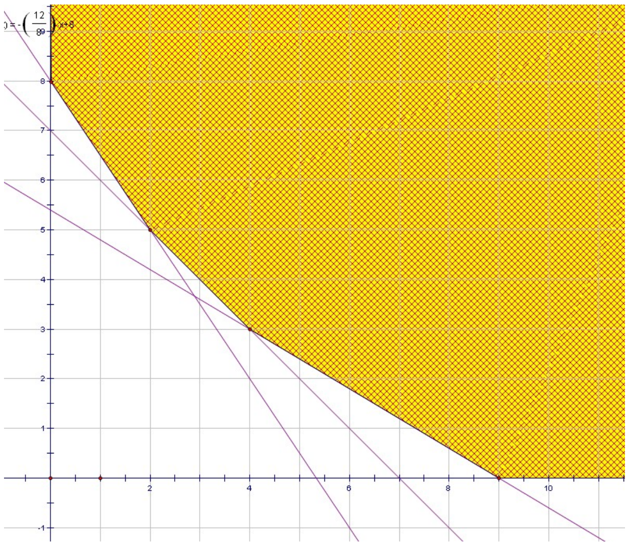
某营养师要求为某个儿童预订午餐和晚餐.已知一个单位的午餐含12个单位的碳水化合物，6个单位的蛋白质和6个单位的维生素C;一个单位的晚餐含8个单位的碳水化合物，6个单位的蛋白质和10个单位的维生素C.另外，该儿童这两餐需要的营状中至少含64个单位的碳水化合物和42个单位的蛋白质和54个单位的维生素C.

如果一个单位的午餐、晚餐的费用分别是2.5元和4元，那么要满足上述的营养要求，并且花费最少，应当为该儿童分别预订多少个单位的午餐和晚餐？

解：设为该儿童分别预订 x 个单位的午餐和 y 个单位的晚餐，设费用为F，则F$=2.5x+4y$，由题意知：

$$\begin{cases} 12x+8y\ge 64 \\ 6x+6y\ge 42 \\ 6x+10y\ge 54 \\ x>0, y>0 \end{cases}$$

画出可行域：



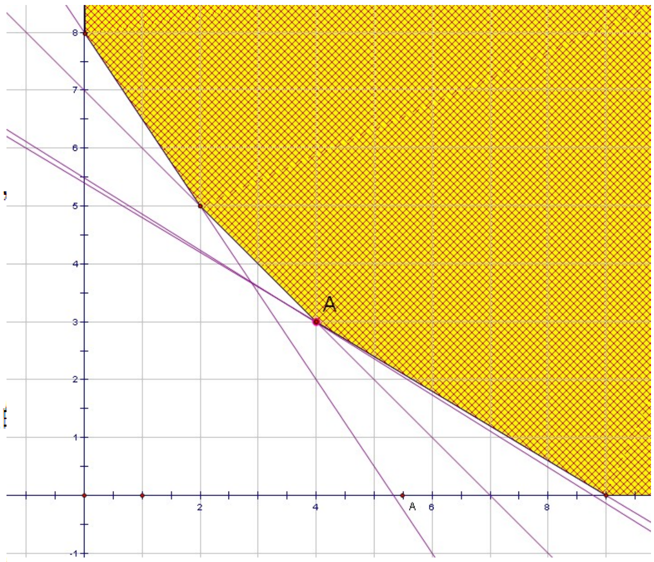
变换目标函数：$y=-\dfrac{5}{8}x+\dfrac{F}{4}$

当目标函数过点 A，即直线$6x+6y=42$与$6x+10y=54$的交点（4，3）

F 取得最小。

即要满足营养要求，并且花费最少，应当为该儿童分别预订 4 个单

的午餐和 3 个单位的晚餐。



20.（本小题满分 14 分）

已知函数$f(x)$对任意实数x均有$f(x)=kf(x+2)$，其中k常数为负数，

且$f(x)$在区间$[0,2]$上有表达式$f(x)=x(x-2)$

（1）求$f(-1), f(2.5)$的值；

（2）写出$f(x)$在$[-3,3]$上的表达式，并讨论函数$f(x)$在$[-3,3]$上

单调性

（3）求出$f(x)$在$[-3,3]$上的最小值与最大值，并求出相应的自变

的取值．

解：由于$f(x)=kf(x+2)=k^2f(x+4)$

当$k^2<1$时，则有$f(x)=kf(x+2)=k^2f(x+4)$

（1）$f(-1)=kf(1)=-k$，$f(2.5)=f(0.5+2)=\dfrac{f(0.5)}{k}=-\dfrac{3}{4k}$

（2）当$2\le x\le 3$时，$0\le x-2\le 1$

$$f(x)=\frac{f(x-2)}{k}=\frac{(x-2)(x-4)}{k}(2\le x\le 3)$$

当 $-2\le x\le 0$ 时，$0\le x+2\le 2$

$f(x)=kf(x+2)=kx(x+2)(-2\le x\le 0)$

当 $-3\le x\le -2$ 时，$-1\le x+2\le 0$

$f(x)=kf(x+2)=k\cdot k(x+2)(x+4)=k^2(x+2)(x+4)(-3\le x\le -2)$

$$f(x)=\begin{cases}k^2(x+2)(x+4),(-3\le x\le -2)\\ kx(x+2)(-2\le x\le 0)\\ x(x-2)(0\le x\le 2)\\ \dfrac{(x-2)(x-4)}{k}(2\le x\le 3)\end{cases}$$

由于 k 为负数，易画出 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 的图形。

由图形可知：[−3，−1]为单调增区间；

[−1，1]为单凋减区间；

[1，3]为单调增区间

（3）由（2）可知，

$f(x)$ 的最小值出自于 $f(-3)=-k^2, f(1)=-1$

$f(x)$ 的最大值出自于 $f(-1)=-k, f(3)=-\dfrac{1}{k}$

a．当 $-1<k<0$ 时，$-k^2>-1$，$-k<-\dfrac{1}{k}$

此时：$f(x)_{\max}=f(3)=-\dfrac{1}{k}, f(x)_{\min}=f(1)=-1$

b．当 $k=-1$ 时 $-k^2=-1$，$-k=-\dfrac{1}{k}$

此时：$f(x)_{\max}=f(3)=f(-1)=1, f(x)_{\min}=f(1)=f(-3)=-1$

c．当 $k<-1$ 时 $-k^2<-1$，$-k>-\dfrac{1}{k}$

此时：$f(x)_{\max}=f(-1)=-k, f(x)_{\min}=f(-3)=-k^2$

21.（本小题满分14分）

已知曲线$C_n: y=nx^2$，点$P_n(x_n,y_n)$ $(x_n>0,y_n>0)$是曲线C_n上的点$(n=1,2,\ldots)$，

（1）试写出曲线C_n在P_n点处的切线l_n的方程，并求出l_n与y轴的交点Q_n的坐标；

（2）若原点$O(0,0)$到l_n的距离与线段P_nQ_n的长度之比取得最大值，试求点P_n的坐标(x_n,y_n)；

（3）设m与k为两个给定的不同的正整数，x_n与y_n是满足（2）中条件的点P_n的坐标，

证明：$\sum\limits_{n=1}^{s}\left|\sqrt{\dfrac{(m+1)x_n}{2}}-\sqrt{(k+1)y_n}\right|<\left|\sqrt{ms}-\sqrt{ks}\right|(s=1,2,\ldots)$．

解：

（1）$\because y'=2nx \therefore k=2nx_n$

切线l_n的方程：$y-y_n=2nx_n(x-x_n)$

令$x=0$得$y=-2nx_n^2+y_n=-2nx_n^2+nx_n^2=-nx_n^2$，即$Q_n(0,-nx_n^2)$

（2）切线方程可写成：$2nx_nx-y-2nx_n^2+y_n=0$

$$d=\frac{|y_n-2nx_n^2|}{\sqrt{(2nx_n)^2+1}}=\frac{nx_n^2}{\sqrt{4n^2x_n^2+1}}$$

$$|P_nQ_n|=\sqrt{x_n^2+(2nx_n^2)^2}=x_n\sqrt{1+4n^2x_n^2}$$

$$\frac{d}{|P_nQ_n|}=\frac{nx_n}{1+4n^2x_n^2}=\frac{1}{\frac{1}{nx_n}+4nx_n}\le\frac{1}{4}$$

当且仅当 $\frac{1}{nx_n}=4nx_n$，即 $x_n=\frac{1}{2n}$ 时取 "="

此时 $y_n=nx_n^2=\frac{1}{4n}$

点 P_n 的坐标为（$\frac{1}{2n}$，$\frac{1}{4n}$）

（3）$\sum\limits_{n=1}^{s}\left|\sqrt{\frac{(m+1)x_n}{2}}-\sqrt{(k+1)y_n}\right|=\sum\limits_{n=1}^{s}\left|\sqrt{\frac{m+1_n}{4n}}-\sqrt{\frac{k+1}{4n}}\right|$

$=\sum\limits_{n=1}^{s}\left|\sqrt{\frac{m+1_n}{4n}}-\sqrt{\frac{k+1}{4n}}\right|=\left|\sqrt{m+1}-\sqrt{k+1}\right|\cdot\sum\limits_{n=1}^{s}\frac{1}{2\sqrt{n}}$

要证 $\sum\limits_{n=1}^{s}\left|\sqrt{\frac{(m+1)x_n}{2}}-\sqrt{(k+1)y_n}\right|<\left|\sqrt{ms}-\sqrt{ks}\right|(s=1,2,\ldots)$

即 $\left|\sqrt{m+1}-\sqrt{k+1}\right|\cdot\sum\limits_{n=1}^{s}\frac{1}{2\sqrt{n}}<\sqrt{s}\left|\sqrt{m}-\sqrt{k}\right|$

$\because \frac{1}{\sqrt{s}}<\frac{2}{\sqrt{s}+\sqrt{s-1}}=2(\sqrt{s}-\sqrt{s-1})$

故有

$$\sum_{n=1}^{s}\frac{1}{2\sqrt{n}}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{s}}\right)<(1-0)+(\sqrt{2}-1)+\ldots+(\sqrt{s}-\sqrt{s-1})=\sqrt{s}$$

又 $\because \left|\sqrt{m+1}-\sqrt{k+1}\right|<\left|\sqrt{m}-\sqrt{k}\right|$ 恒成立

所以有 $\left|\sqrt{m+1}-\sqrt{k+1}\right|\cdot\sum\limits_{n=1}^{s}\frac{1}{2\sqrt{n}}<\sqrt{s}\left|\sqrt{m}-\sqrt{k}\right|$ 恒成立

即：$\sum\limits_{n=1}^{s}\left|\sqrt{\frac{(m+1)x_n}{2}}-\sqrt{(k+1)y_n}\right|<\left|\sqrt{ms}-\sqrt{ks}\right|(s=1,2,\ldots)$