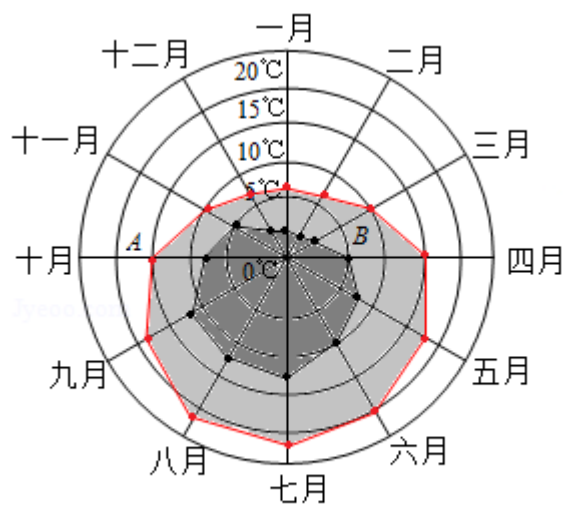


## 2016年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

### 一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）设集合 $A=\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ， $B=\{4, 8\}$ ，则 $C_A B=$ （ ）  
 A.  $\{4, 8\}$                       B.  $\{0, 2, 6\}$   
 C.  $\{0, 2, 6, 10\}$               D.  $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$
2. （5分）若 $z=4+3i$ ，则 $\frac{\bar{z}}{|z|}=$ （ ）  
 A. 1                                  B. -1                                  C.  $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$                           D.  $\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$
3. （5分）已知向量 $\overrightarrow{BA}=(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ， $\overrightarrow{BC}=(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ ，则 $\angle ABC=$ （ ）  
 A.  $30^\circ$                               B.  $45^\circ$                               C.  $60^\circ$                               D.  $120^\circ$
4. （5分）某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图，图中A点表示十月的平均最高气温约为 $15^\circ\text{C}$ ，B点表示四月的平均最低气温约为 $5^\circ\text{C}$ ，下面叙述不正确的是（ ）



——平均最低气温    ————平均最高气温

- A. 各月的平均最低气温都在 $0^\circ\text{C}$ 以上
  - B. 七月的平均温差比一月的平均温差大
  - C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同
  - D. 平均最高气温高于 $20^\circ\text{C}$ 的月份有5个
5. （5分）小敏打开计算机时，忘记了开机密码的前两位，只记得第一位是M，I，N中的一个字母，第二位是1，2，3，4，5中的一个数字，则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是（ ）

- A.  $\frac{8}{15}$       B.  $\frac{1}{8}$       C.  $\frac{1}{15}$       D.  $\frac{1}{30}$

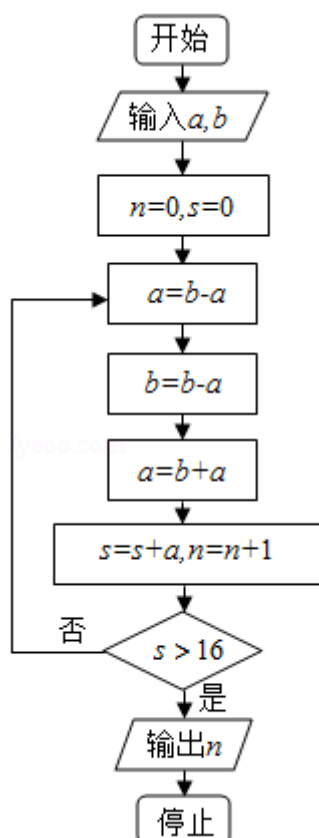
6. (5分) 若 $\tan\theta=\frac{1}{3}$ , 则 $\cos 2\theta=$  ( )

- A.  $-\frac{4}{5}$       B.  $-\frac{1}{5}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$

7. (5分) 已知 $a=2^{\frac{4}{3}}$ ,  $b=3^{\frac{2}{3}}$ ,  $c=25^{\frac{1}{3}}$ , 则 ( )

- A.  $b < a < c$       B.  $a < b < c$       C.  $b < c < a$       D.  $c < a < b$

8. (5分) 执行如图程序框图, 如果输入的 $a=4$ ,  $b=6$ , 那么输出的 $n=$  ( )

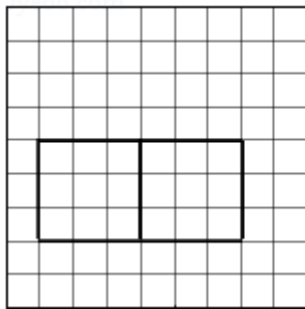
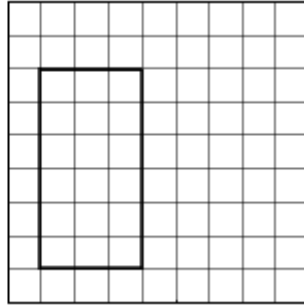
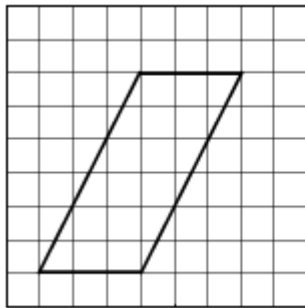


- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

9. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中,  $B=\frac{\pi}{4}$ ,  $BC$ 边上的高等于 $\frac{1}{3}BC$ , 则 $\sin A=$  ( )

- A.  $\frac{3}{10}$       B.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$       C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

10. (5分) 如图, 网格纸上小正方形的边长为1, 粗实线画出的是某多面体的三视图, 则该多面体的表面积为 ( )



- A.  $18+36\sqrt{5}$       B.  $54+18\sqrt{5}$       C. 90      D. 81

11. (5分) 在封闭的直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 $V$ 的球, 若 $AB \perp BC$ ,  $AB=6$ ,  $BC=8$ ,  $AA_1=3$ , 则 $V$ 的最大值是 ( )

- A.  $4\pi$       B.  $\frac{9\pi}{2}$       C.  $6\pi$       D.  $\frac{32\pi}{3}$

12. (5分) 已知 $O$ 为坐标原点,  $F$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左焦点,  $A$ ,  $B$ 分别为 $C$ 的左, 右顶点.  $P$ 为 $C$ 上一点, 且 $PF \perp x$ 轴, 过点 $A$ 的直线 $l$ 与线段 $PF$ 交于点 $M$ , 与 $y$ 轴交于点 $E$ . 若直线 $BM$ 经过 $OE$ 的中点, 则 $C$ 的离心率为 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{3}{4}$

## 二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 设 $x, y$ 满足约束条件 
$$\begin{cases} 2x-y+1 \geq 0 \\ x-2y-1 \leq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$$
 则 $z=2x+3y-5$ 的最小值为\_\_\_\_\_.

14. (5分) 函数 $y=\sin x - \sqrt{3}\cos x$ 的图象可由函数 $y=2\sin x$ 的图象至少向右平移\_\_\_\_\_个单位长度得到.

15. (5分) 已知直线 $l: x - \sqrt{3}y+6=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 $A, B$ 两点, 过 $A, B$ 分别

作 $l$ 的垂线与 $x$ 轴交于 $C, D$ 两点. 则 $|CD| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. (5分) 已知 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x \leq 0$ 时,  $f(x) = e^{-x-1} - x$ , 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三、解答题 (共5小题, 满分60分)

17. (12分) 已知各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ,  $a_n^2 - (2a_{n+1} - 1)a_n - 2a_{n+1} = 0$ .

- (1) 求 $a_2, a_3$ ;  
(2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (12分) 如图是我国2008年至2014年生活垃圾无害化处理量 (单位: 亿吨) 的折线图.

注: 年份代码1 - 7分别对应年份2008 - 2014.

- (I) 由折线图看出, 可用线性回归模型拟合 $y$ 与 $t$ 的关系, 请用相关系数加以证明;  
(II) 建立 $y$ 关于 $t$ 的回归方程 (系数精确到0.01), 预测2016年我国生活垃圾无害化处理量.

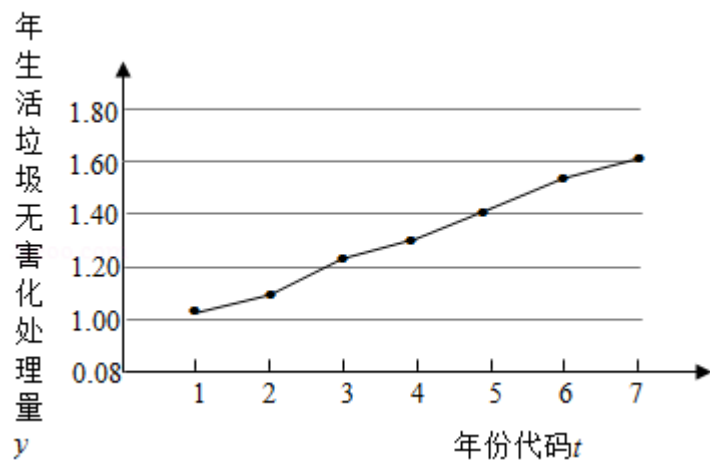
附注:

参考数据:  $\sum_{i=1}^7 y_i = 9.32$ ,  $\sum_{i=1}^7 t_i y_i = 40.17$ ,  $\sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2} = 0.55$ ,  $\sqrt{7} \approx 2.646$ .

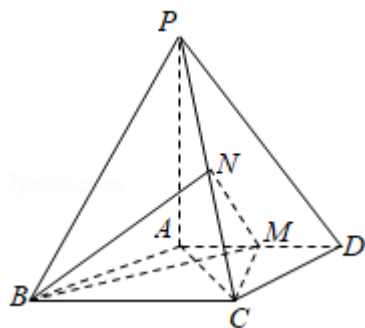
参考公式: 相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ ,

回归方程  $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$  中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$



19. (12分) 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AB=AD=AC=3$ ,  $PA=BC=4$ ,  $M$  为线段  $AD$  上一点,  $AM=2MD$ ,  $N$  为  $PC$  的中点.
- (I) 证明  $MN \parallel$  平面  $PAB$ ;
- (II) 求四面体  $N-BCM$  的体积.



20. (12分) 已知抛物线 $C: y^2=2x$ 的焦点为 $F$ , 平行于 $x$ 轴的两条直线 $l_1, l_2$ 分别交 $C$ 于 $A, B$ 两点, 交 $C$ 的准线于 $P, Q$ 两点.

(I) 若 $F$ 在线段 $AB$ 上,  $R$ 是 $PQ$ 的中点, 证明 $AR \parallel FQ$ ;

(II) 若 $\triangle PQF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 的面积的两倍, 求 $AB$ 中点的轨迹方程.

21. (12分) 设函数 $f(x) = \ln x - x + 1$ .

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 证明当 $x \in (1, +\infty)$ 时,  $1 < \frac{x-1}{\ln x} < x$ ;

(3) 设 $c > 1$ , 证明当 $x \in (0, 1)$ 时,  $1 + (c-1)x > c^x$ .

请考生在第22-

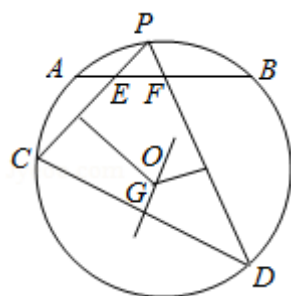
24题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.[选修4-

1: 几何证明选讲]

22. (10分) 如图,  $\odot O$ 中 $\widehat{AB}$ 的中点为 $P$ , 弦 $PC, PD$ 分别交 $AB$ 于 $E, F$ 两点.

(1) 若 $\angle PFB = 2\angle PCD$ , 求 $\angle PCD$ 的大小;

(2) 若 $EC$ 的垂直平分线与 $FD$ 的垂直平分线交于点 $G$ , 证明:  $OG \perp CD$ .



[选修4-4：坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$ 为参数)，以坐标原点为极点，以 $x$ 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$ .

- (1) 写出 $C_1$ 的普通方程和 $C_2$ 的直角坐标方程；
- (2) 设点 $P$ 在 $C_1$ 上，点 $Q$ 在 $C_2$ 上，求 $|PQ|$ 的最小值及此时 $P$ 的直角坐标.

[选修4-5：不等式选讲]

24. 已知函数 $f(x)=|2x-a|+a$ .

- (1) 当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)\leq 6$ 的解集；
- (2) 设函数 $g(x)=|2x-1|$ ，当 $x\in\mathbb{R}$ 时， $f(x)+g(x)\geq 3$ ，求 $a$ 的取值范围.