2008年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

理科数学（必修+选修Ⅱ）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共12小题，每小题5分，共60分）．

1．复数$\dfrac{i(2+i)}{1-2i}$等于（　）

A．i　　B．$-i$　　C．1　　D．-1

2．已知全集$U=\{1,2,3,4,5\}$，集合$A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid x=2a,\ a\in A\}$，则集合$\complement_U(A\cup B)$中元素的个数为（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．$\triangle ABC$的内角$A，B，C$的对边分别为$a，b，c$，若$c=\sqrt{2}，b=\sqrt{6}，B=120^\circ$，则$a$等于（　）

A．$\sqrt{6}$　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

4．已知$\{a_n\}$是等差数列，$a_1+a_2=4$，$a_7+a_8=28$，则该数列前10项和S_{10}等于（　）

A．64　　B．100　　C．110　　D．120

5．直线$\sqrt{3}x-y+m=0$与圆$x^2+y^2-2x-2=0$相切，则实数m等于（　）

A．$\sqrt{3}$或$-\sqrt{3}$　　B．$-\sqrt{3}$或$3\sqrt{3}$　　C．$-3\sqrt{3}$或$\sqrt{3}$　　D．$-3\sqrt{3}$或$3\sqrt{3}$

6．“$a=\dfrac{1}{8}$”是“对任意的正数x，$2x+\dfrac{a}{x}\geqslant 1$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知函数$f(x)=2^{x+3}$，$f^{-1}(x)$是$f(x)$的反函数，若$mn=16$（$m，n\in\mathbf{R}^+$），则$f^{-1}(m)+f^{-1}(n)$的值为（　）

A．-2　　B．1　　C．4　　D．10

8．双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别是$F_1，F_2$，过$F_1$作倾斜角为$30^\circ$的直线交双曲线右支于$M$点，若$MF_2$垂直于$x$轴，则双曲线的离心率为（　）

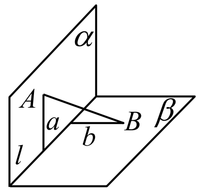
A．$\sqrt{6}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

9．如图，$\alpha\perp\beta，\alpha\cap\beta=l，A\in\alpha，B\in\beta，A，B$到$l$的距离分别是$a$和$b$，$AB$与$\alpha，\beta$所成的角

分别是θ和φ，AB在α，β内的射影分别是m和n，若$a>b$，则（　）

A．$\theta>\varphi$，$m>n$　　　B．$\theta>\varphi$，$m<n$

C．$\theta<\varphi$，$m<n$　　　D．$\theta<\varphi$，$m>n$



10．已知实数x，y满足$\begin{cases} y\geqslant 1, \\ y\leqslant 2x-1, \\ x+y\leqslant m. \end{cases}$如果目标函数$z=x-y$的最小值为$-1$，则实数$m$等于（　）

A．7　　B．5　　C．4　　D．3

11．定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)$满足$f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$（x，$y\in\mathbf{R}$），$f(1)=2$，则$f(-3)$等于（　）

A．2　　B．3　　C．6　　D．9

12．为提高信息在传输中的抗干扰能力，通常在原信息中按一定规则加入相关数据组成传输信息．设定原信息为$a_0a_1a_2, a_i\in\{0,1\}$（$i=0,1,2$），传输信息为$h_0a_0a_1a_2h_1$，其中$h_0=a_0\oplus a_1$，$h_1=h_0\oplus a_2$，$\oplus$运算规则为：$0\oplus 0=0$，$0\oplus 1=1$，$1\oplus 0=1$，$1\oplus 1=0$，例如原信息为111，则传输信息为01111．传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错，则下列接收信息一定有误的是（　）

A．11010　　B．01100　　C．10111　　D．00011

二、填空题：把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共4小题，每小题4分，共16分）．

13．$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+a)n+1}{n+a}=2$，则$a=$____．

14．长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的各顶点都在球O的球面上，其中$AB:AD:AA_1=1:1:\sqrt{2}$．A，B两点的球面距离记为m，A，D_1两点的球面距离记为n，则$\dfrac{m}{n}$的值为____．

15．关于平面向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$．有下列三个命题：

①若$\boldsymbol{a}\bullet\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\bullet\boldsymbol{c}$，则$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$．②若$\boldsymbol{a}=(1,k)$，$\boldsymbol{b}=(-2,6)$，$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则$k=-3$．

③非零向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$的夹角为$60^\circ$．

其中真命题的序号为________．（写出所有真命题的序号）

16．某地奥运火炬接力传递路线共分6段，传递活动分别由6名火炬手完成．如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生，最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生，则不同的传递方案共有____种．（用数字作答）．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤（本大题共6小题，共74分）

17．（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=2\sin\dfrac{x}{4}\cos\dfrac{x}{4}-2\sqrt{3}\sin^2\dfrac{x}{4}+\sqrt{3}$．

（Ⅰ）求函数$f(x)$的最小正周期及最值；

（Ⅱ）令 $g(x)=f\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，判断函数 $g(x)$ 的奇偶性，并说明理由.

18．（本小题满分12分）

某射击测试规则为：每人最多射击3次，击中目标即终止射击，第 i 次击中目标得 $1\sim i\ (i=1,2,3)$ 分，3次均未击中目标得0分．已知某射手每次击中目标的概率为0.8，其各次射击结果互不影响.

（Ⅰ）求该射手恰好射击两次的概率；

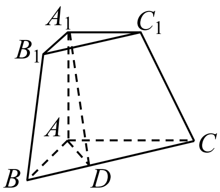
（Ⅱ）该射手的得分记为 ξ，求随机变量 ξ 的分布列及数学期望.

19．（本小题满分12分）

三棱锥被平行于底面 ABC 的平面所截得的几何体如图所示，截面为 $A_1B_1C_1$，$\angle BAC=90^{\circ}$，$A_1A\perp$ 平面 ABC，$A_1A=\sqrt{3}$，$AB=\sqrt{2}$，$AC=2$，$A_1C_1=1$，$\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{1}{2}$.

（Ⅰ）证明：平面 $A_1AD\perp$ 平面 BCC_1B_1；

（Ⅱ）求二面角 $A-CC_1-B$ 的大小.



20．（本小题满分12分）

已知抛物线 C：$y=2x^2$，直线 $y=kx+2$ 交 C 于 A，B 两点，M 是线段 AB 的中点，过 M 作 x 轴的垂线交 C 于点 N.

（Ⅰ）证明：抛物线 C 在点 N 处的切线与 AB 平行；

（Ⅱ）是否存在实数 k 使 $\overrightarrow{NA}\bullet\overrightarrow{NB}=0$，若存在，求 k 的值；若不存在，说明理由.

21．（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{kx+1}{x^2+c}$（$c>0$ 且 $c\neq 1$，$k\in\mathbf{R}$）恰有一个极大值点和一个极小值点，其中一个是 $x=-c$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的另一个极值点；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的极大值 M 和极小值 m，并求 $M-m\geqslant 1$ 时 k 的取值范围.

22．（本小题满分14分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\dfrac{3}{5}$， $a_{n+1}=\dfrac{3a_n}{2a_n+1}$， $n=1,2,\cdots$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）证明：对任意的 $x>0$， $a_n\geqslant\dfrac{1}{1+x}-\dfrac{1}{(1+x)^2}\left(\dfrac{2}{3^n}-x\right)$， $n=1,2,\cdots$；

（Ⅲ）证明： $a_1+a_2+\cdots+a_n>\dfrac{n^2}{n+1}$.