

绝密★启用前

2013 年普通高等学校招生全国统一考试（湖北卷）

数 学（文史类）

本试题卷共 5 页，22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

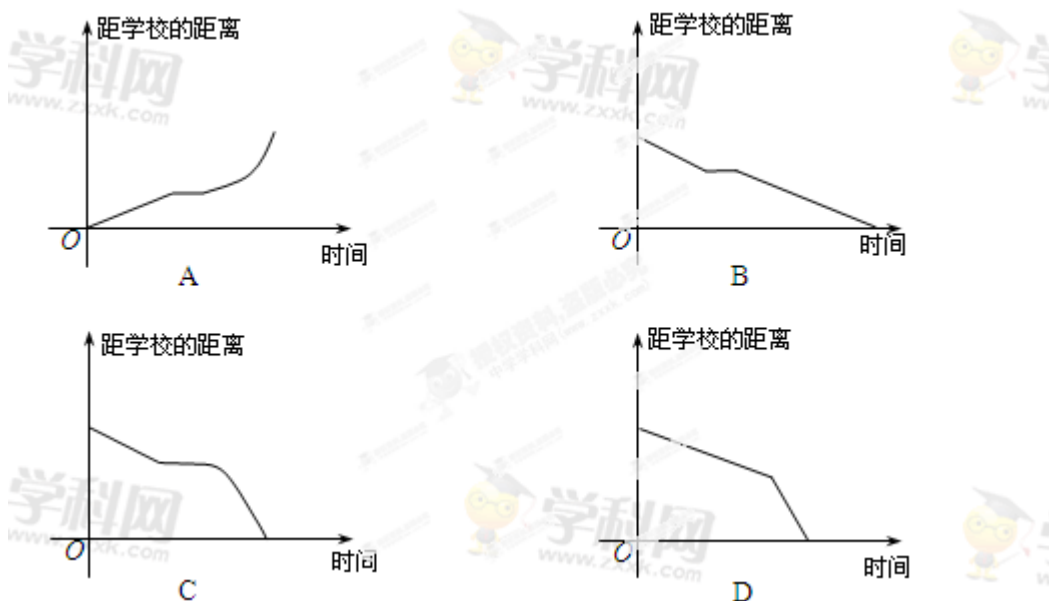
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。用统一提供的 2B 铅笔将答题卡上试卷类型 A 后的方框涂黑。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用统一提供的 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。答在试题卷、草稿纸上无效。
3. 填空题和解答题的作答：用统一提供的签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。答在试题卷、草稿纸上无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合  $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{2, 3, 4\}$ ，则  $B \cap \complement_U A =$   
A.  $\{2\}$                       B.  $\{3, 4\}$                       C.  $\{1, 4, 5\}$                       D.  $\{2, 3, 4, 5\}$
2. 已知  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ，则双曲线  $C_1: \frac{x^2}{\sin^2 \theta} - \frac{y^2}{\cos^2 \theta} = 1$  与  $C_2: \frac{y^2}{\cos^2 \theta} - \frac{x^2}{\sin^2 \theta} = 1$  的  
A. 实轴长相等              B. 虚轴长相等              C. 离心率相等              D. 焦距相等
3. 在一次跳伞训练中，甲、乙两位学员各跳一次。设命题  $p$  是“甲降落在指定范围”， $q$  是“乙降落在指定范围”，则命题“至少有一位学员没有降落在指定范围”可表示为  
A.  $(\neg p) \vee (\neg q)$               B.  $p \vee (\neg q)$               C.  $(\neg p) \wedge (\neg q)$               D.  $p \vee q$
4. 四名同学根据各自的样本数据研究变量  $x, y$  之间的相关关系，并求得回归直线方程，分别得到以下四个结论：  
①  $y$  与  $x$  负相关且  $\hat{y} = 2.347x - 6.423$ ；      ②  $y$  与  $x$  负相关且  $\hat{y} = -3.476x + 5.648$ ；  
③  $y$  与  $x$  正相关且  $\hat{y} = 5.437x + 8.493$ ；      ④  $y$  与  $x$  正相关且  $\hat{y} = -4.326x - 4.578$ 。  
其中一定不正确的结论的序号是  
A. ①②                      B. ②③                      C. ③④                      D. ①④

5. 小明骑车上学，开始时匀速行驶，途中因交通堵塞停留了一段时间，后为了赶时间加快

速度行驶. 与以上事件吻合得最好的图象是



6. 将函数  $y = \sqrt{3} \cos x + \sin x$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的图象向左平移  $m$  ( $m > 0$ ) 个单位长度后, 所得到的图象关于  $y$  轴对称, 则  $m$  的最小值是

A.  $\frac{\pi}{12}$                       B.  $\frac{\pi}{6}$                       C.  $\frac{\pi}{3}$                       D.  $\frac{5\pi}{6}$

7. 已知点  $A(-1, 1)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(-2, -1)$ 、 $D(3, 4)$ , 则向量  $\overrightarrow{AB}$  在  $\overrightarrow{CD}$  方向上的投影为

A.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{3\sqrt{15}}{2}$                       C.  $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$                       D.  $-\frac{3\sqrt{15}}{2}$

8.  $x$  为实数,  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 则函数  $f(x) = x - [x]$  在  $\mathbf{R}$  上为

A. 奇函数                      B. 偶函数                      C. 增函数                      D. 周期函数

9. 某旅行社租用  $A$ 、 $B$  两种型号的客车安排 900 名客人旅行,  $A$ 、 $B$  两种车辆的载客量分别为 36 人和 60 人, 租金分别为 1600 元/辆和 2400 元/辆, 旅行社要求租车总数不超过 21 辆, 且  $B$  型车不多于  $A$  型车 7 辆. 则租金最少为

A. 31200 元                      B. 36000 元                      C. 36800 元                      D. 38400 元

10. 已知函数  $f(x) = x(\ln x - ax)$  有两个极值点, 则实数  $a$  的取值范围是

A.  $(-\infty, 0)$                       B.  $(0, \frac{1}{2})$                       C.  $(0, 1)$                       D.  $(0, +\infty)$

**二、填空题：本大题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分．请将答案填在答题卡对应题号的位置上．答错位置，书写不清，模棱两可均不得分．**

11.  $i$  为虚数单位，设复数  $z_1, z_2$  在复平面内对应的点关于原点对称，若  $z_1 = 2 - 3i$ ，则

$z_2 =$ \_\_\_\_\_.

12. 某学员在一次射击测试中射靶 10 次，命中环数如下：

7, 8, 7, 9, 5, 4, 9, 10, 7, 4

则 (I) 平均命中环数为\_\_\_\_\_；

(II) 命中环数的标准差为\_\_\_\_\_.

13. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序. 若输入  $m$  的值为 2，

则输出的结果  $i =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知圆  $O: x^2 + y^2 = 5$ ，直线  $l: x \cos \theta + y \sin \theta = 1$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ). 设圆  $O$

上到直线  $l$  的距离等于 1 的点的个数为  $k$ ，则  $k =$ \_\_\_\_\_.

15. 在区间  $[-2, 4]$  上随机地取一个数  $x$ ，若  $x$  满足  $|x| \leq m$  的概率为  $\frac{5}{6}$ ，

则  $m =$ \_\_\_\_\_.

16. 我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题：在下雨时，用

一个圆台形的天池盆接雨水. 天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸. 若盆中积水深九寸，则平地降雨量是\_\_\_\_\_寸.

(注：①平地降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积；②一尺等于十寸)

17. 在平面直角坐标系中，若点  $P(x, y)$  的坐标  $x, y$  均为整数，则

称点  $P$  为格点. 若一个多边形的顶点全是格点，则称该多边形为格点多边形. 格点多边形的面积记为  $S$ ，其内部的格点数记为  $N$ ，边界上的格点数记为  $L$ . 例如图中  $\triangle ABC$  是格点三角形，对应的  $S = 1, N = 0, L = 4$ .

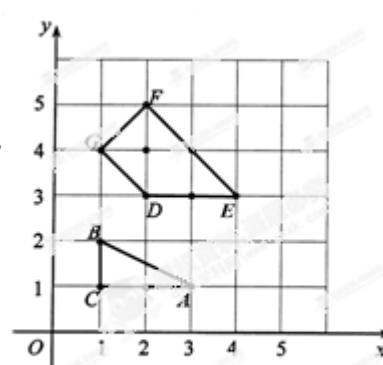
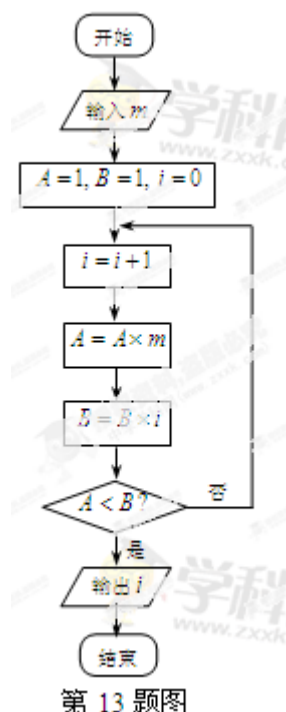
(I) 图中格点四边形  $DEFG$  对应的  $S, N, L$  分别是\_\_\_\_\_；

(II) 已知格点多边形的面积可表示为

$S = aN + bL + c$ ，其中  $a, b, c$  为常数.

若某格点多边形对应的  $N = 71, L = 18$ ，

则  $S =$ \_\_\_\_\_ (用数值作答).



**三、解答题：本大题共 5 小题，共 65 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

18. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  对应的边分别是  $a, b, c$ . 已知  $\cos 2A - 3\cos(B+C) = 1$ .

(I) 求角  $A$  的大小;

(II) 若  $\triangle ABC$  的面积  $S = 5\sqrt{3}$ ,  $b = 5$ , 求  $\sin B \sin C$  的值.

19. (本小题满分 13 分)

已知  $S_n$  是等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $S_4, S_2, S_3$  成等差数列, 且  $a_2 + a_3 + a_4 = -18$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 是否存在正整数  $n$ , 使得  $S_n \geq 2013$ ? 若存在, 求出符合条件的所有  $n$  的集合;

若不存在, 说明理由.

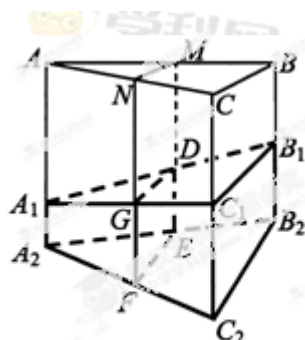
20. (本小题满分 13 分)

如图, 某地质队自水平地面  $A, B, C$  三处垂直向地下钻探, 自  $A$  点向下钻到  $A_1$  处发现矿藏, 再继续下钻到  $A_2$  处后下面已无矿, 从而得到在  $A$  处正下方的矿层厚度为  $A_1A_2 = d_1$ . 同样可得在  $B, C$  处正下方的矿层厚度分别为  $B_1B_2 = d_2$ ,  $C_1C_2 = d_3$ , 且  $d_1 < d_2 < d_3$ . 过  $AB, AC$  的中点  $M, N$  且与直线  $AA_2$  平行的平面截多面体  $A_1B_1C_1 - A_2B_2C_2$  所得的截面  $DEFG$  为该多面体的一个中截面, 其面积记为  $S_{\text{中}}$ .

(I) 证明: 中截面  $DEFG$  是梯形;

(II) 在  $\triangle ABC$  中, 记  $BC = a$ ,  $BC$  边上的高为  $h$ , 面积为  $S$ . 在估测三角形  $ABC$  区域内正下方的矿藏储量 (即多面体  $A_1B_1C_1 - A_2B_2C_2$  的体积  $V$ ) 时, 可用近似公式

$V_{\text{估}} = S_{\text{中}} \cdot h$  来估算. 已知  $V = \frac{1}{3}(d_1 + d_2 + d_3)S$ , 试判断  $V_{\text{估}}$  与  $V$  的大小关系, 并加以证明.



第 20 题图

21. (本小题满分 13 分)

设  $a > 0$ ,  $b > 0$ , 已知函数  $f(x) = \frac{ax+b}{x+1}$ .

(I) 当  $a \neq b$  时, 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(II) 当  $x > 0$  时, 称  $f(x)$  为  $a$ 、 $b$  关于  $x$  的加权平均数.

(i) 判断  $f(1)$ ,  $f(\sqrt{\frac{b}{a}})$ ,  $f(\frac{b}{a})$  是否成等比数列, 并证明  $f(\frac{b}{a}) \leq f(\sqrt{\frac{b}{a}})$ ;

(ii)  $a$ 、 $b$  的几何平均数记为  $G$ . 称  $\frac{2ab}{a+b}$  为  $a$ 、 $b$  的调和平均数, 记为  $H$ .

若  $H \leq f(x) \leq G$ , 求  $x$  的取值范围.

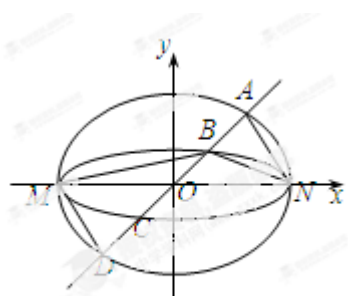
22. (本小题满分 14 分)

如图, 已知椭圆  $C_1$  与  $C_2$  的中心在坐标原点  $O$ , 长轴均为  $MN$  且在  $x$  轴上, 短轴长分别为  $2m$ ,  $2n$  ( $m > n$ ), 过原点且不与  $x$  轴重合的直线  $l$  与  $C_1$ ,  $C_2$  的四个交点按纵坐标从大到小依次为  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ .

记  $\lambda = \frac{m}{n}$ ,  $\triangle BDM$  和  $\triangle ABN$  的面积分别为  $S_1$  和  $S_2$ .

(I) 当直线  $l$  与  $y$  轴重合时, 若  $S_1 = \lambda S_2$ , 求  $\lambda$  的值;

(II) 当  $\lambda$  变化时, 是否存在与坐标轴不重合的直线  $l$ , 使得  $S_1 = \lambda S_2$ ? 并说明理由.



第 22 题图