

# 2015 年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

## 数学（文科）

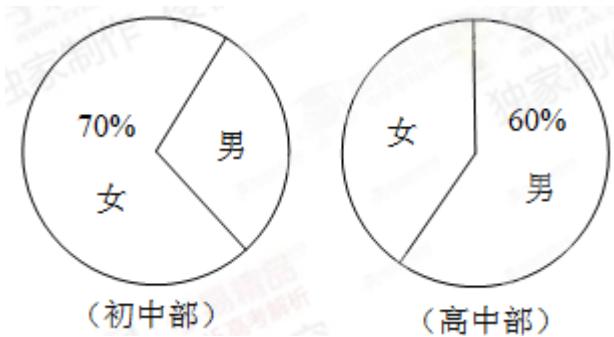
一. 选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）。

1. 设集合  $M = \{x | x^2 = x\}$ ,  $N = \{x | \lg x \leq 0\}$ , 则  $M \cup N = (\quad)$

- A.  $[0,1]$     B.  $(0,1]$     C.  $[0,1)$     D.  $(-\infty,1]$

2. 某中学初中部共有 110 名教师，高中部共有 150 名教师，其性别比例如图所示，则该校女教师的人数为（    ）

- A. 93    B. 123    C. 137    D. 167



3. 已知抛物线  $y^2 = 2px(p > 0)$  的准线经过点  $(-1,1)$ , 则抛物线焦点坐标为（    ）

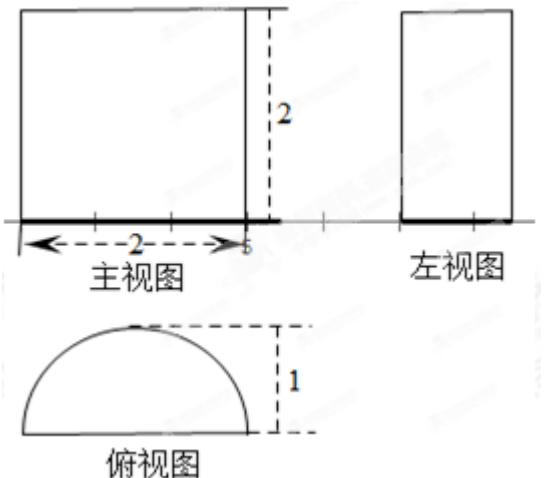
- A.  $(-1,0)$     B.  $(1,0)$     C.  $(0,-1)$     D.  $(0,1)$

4. 设  $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ 2^x, & x < 0 \end{cases}$ , 则  $f(f(-2)) = (\quad)$

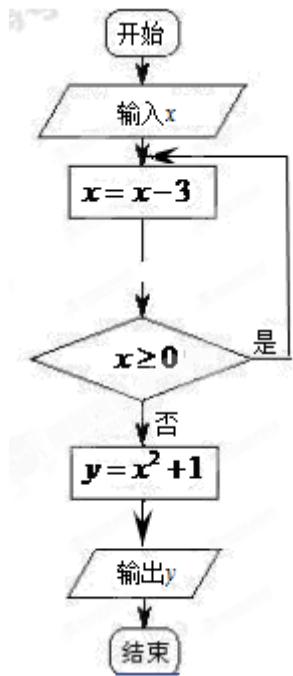
- A.  $-1$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{3}{2}$

5. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（    ）

- A.  $3\pi$     B.  $4\pi$     C.  $2\pi + 4$     D.  $3\pi + 4$



6. “ $\sin \alpha = \cos \alpha$ ” 是 “ $\cos 2\alpha = 0$ ” 的 ( )
- A 充分不必要条件    B 必要不充分条件    C 充分必要条件    D 既不充分也不必要
7. 根据右边框图, 当输入  $x$  为 6 时, 输出的  $y$  = ( )
- A. 1    B. 2    C. 5    D. 10



8. 对任意向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 下列关系式中不恒成立的是 ( )
- A.  $|\vec{a} \bullet \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$     B.  $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$     C.  $(\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a} + \vec{b}|^2$     D.  $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$
9. 设  $f(x) = x - \sin x$ , 则  $f(x) =$  ( )
- A. 既是奇函数又是减函数    B. 既是奇函数又是增函数  
C. 是有零点的减函数    D. 是没有零点的奇函数

10. 设  $f(x) = \ln x$ ,  $0 < a < b$ , 若  $p = f(\sqrt{ab})$ ,  $q = f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ ,  $r = \frac{1}{2}(f(a)+f(b))$ , 则下列关系式中正确的是 ( )

- A.  $q = r < p$       B.  $q = r > p$       C.  $p = r < q$       D.  $p = r > q$

11. 某企业生产甲乙两种产品均需用  $A$ ,  $B$  两种原料, 已知生产 1 吨每种产品需原料及每天原料的可用限额表所示, 如果生产 1 吨甲乙产品可获利润分别为 3 万元、4 万元, 则该企业每天可获得最大利润为 ( )

	甲	乙	原料限额
A(吨)	3	2	12
B(吨)	1	2	8

- A. 12 万元    B. 16 万元    C. 17 万元    D. 18 万元

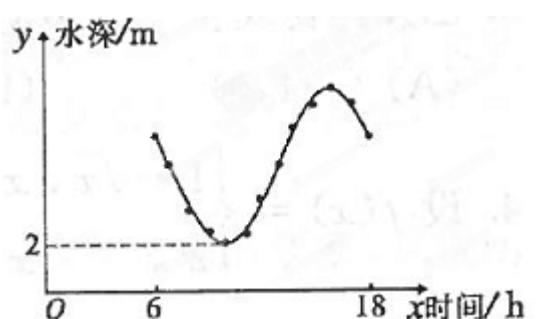
12. 设复数  $z = (x-1) + yi$  ( $x, y \in R$ ), 若  $|z| \leq 1$ , 则  $y \geq x$  的概率 ( )

- A.  $\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi}$     B.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}$     C.  $\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}$     D.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$

二、填空题: 把答案填写在答题卡相应题号后的横线上 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分).

13. 中位数为 1010 的一组数构成等差数列, 其末项为 2015, 则该数列的首项为 \_\_\_\_\_.

14. 如图, 某港口一天 6 时到 18 时的水深变化曲线近似满足函数  $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{6}x + \Phi\right) + k$ , 据此函数可知, 这段时间水深(单位: m)的最大值为 \_\_\_\_\_.



15. 函数  $y = xe^x$  在其极值点处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

16. 观察下列等式:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

.....

据此规律, 第  $n$  个等式可为 \_\_\_\_\_.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤（本大题共 6 小题，共 75 分）

17.  $\Delta ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，向量  $\vec{m} = (a, \sqrt{3}b)$  与  $\vec{n} = (\cos A, \sin B)$  平行.

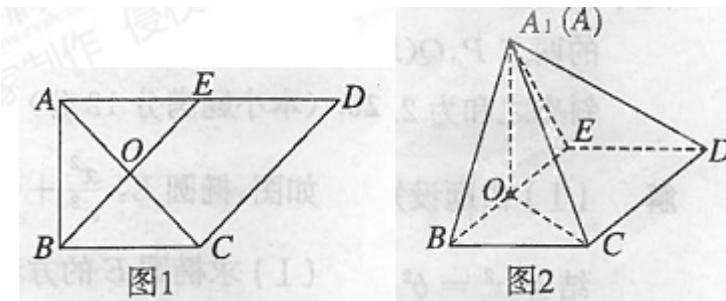
(I) 求  $A$ ；

(II) 若  $a = \sqrt{7}, b = 2$  求  $\Delta ABC$  的面积.

18. 如图 1，在直角梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC, \angle BAD = \frac{\pi}{2}, AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$ ， $E$  是  $AD$  的中点， $O$  是  $OC$  与  $BE$  的交点，将  $\Delta ABE$  沿  $BE$  折起到图 2 中  $\Delta A_1BE$  的位置，得到四棱锥  $A_1 - BCDE$ .

(I) 证明： $CD \perp$  平面  $A_1OC$ ；

(II) 当平面  $A_1BE \perp$  平面  $BCDE$  时，四棱锥  $A_1 - BCDE$  的体积为  $36\sqrt{2}$ ，求  $a$  的值.



19. 随机抽取一个年份，对西安市该年 4 月份的天气情况进行统计，结果如下：

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
天气	晴	雨	阴	阴	阴	雨	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	晴

日期	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
天气	晴	阴	雨	阴	阴	晴	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	雨

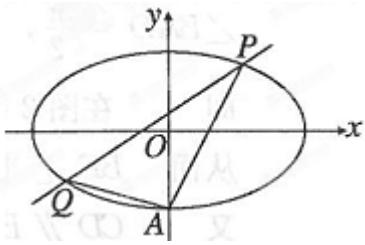
(I) 在 4 月份任取一天，估计西安市在该天不下雨的概率；

(II) 西安市某学校拟从 4 月份的一个晴天开始举行连续两天的运动会，估计运动会期间不下雨的概率.

20. 如图，椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $A(0, -1)$ ，且离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(I) 求椭圆  $E$  的方程；

(II) 经过点  $(1, 1)$ ，且斜率为  $k$  的直线与椭圆  $E$  交于不同两点  $P, Q$ （均异于点  $A$ ），证明：直线  $AP$  与  $AQ$  的斜率之和为 2.



21. 设  $f_n(x) = x + x^2 + \cdots + x^n - 1, n \in N, n \geq 2$ .

(I) 求  $f'_n(2)$ ;

(II) 证明:  $f_n(x)$  在  $\left(0, \frac{2}{3}\right)$  内有且仅有一个零点 (记为  $a_n$ ), 且  $0 < a_n - \frac{1}{2} < \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ .

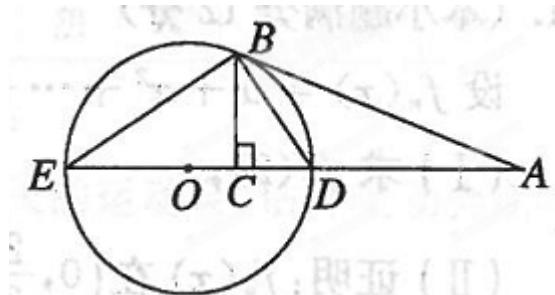
考生注意: 请在 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题是以后的方框涂黑.

22. 选修 4-1: 几何证明选讲

如图,  $AB$  切  $\odot O$  于点  $B$ , 直线  $AO$  交  $\odot O$  于  $D, E$  两点,  $BC \perp DE$ , 垂足为  $C$ .

(I) 证明:  $\angle CBD = \angle DBA$

(II) 若  $AD = 3DC, BC = \sqrt{2}$ , 求  $\odot O$  的直径.



23. 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  吕, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以原点为极点,  $x$  轴的正半

轴为极轴建立极坐标系,  $\odot C$  的极坐标方程为  $\rho = 2\sqrt{3} \sin \theta$ .

(I) 写出  $\odot C$  的直角坐标方程;

(II)  $P$  为直线  $l$  上一动点, 当  $P$  到圆心  $C$  的距离最小时, 求点  $P$  的坐标.

24. 选修 4-5: 不等式选讲

已知关于  $x$  的不等式  $|x + a| < b$  的解集为  $\{x | 2 < x < 4\}$

(I) 求实数  $a, b$  的值;

(II) 求  $\sqrt{at + 12} + \sqrt{bt}$  的最大值.