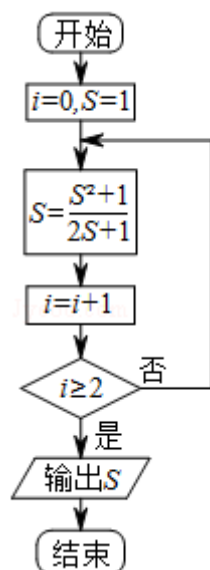


## 2013年北京市高考数学试卷（理科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. （5分）已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$ ， $B = \{x \mid -1 \leq x < 1\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）  
 A.  $\{0\}$                       B.  $\{-1, 0\}$                       C.  $\{0, 1\}$                       D.  $\{-1, 0, 1\}$
2. （5分）在复平面内，复数 $(2 - i)^2$ 对应的点位于（ ）  
 A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限
3. （5分）“ $\phi = \pi$ ”是“曲线 $y = \sin(2x + \phi)$ 过坐标原点”的（ ）  
 A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
 C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件
4. （5分）执行如图所示的程序框图，输出的S值为（ ）



- A. 1
B.  $\frac{2}{3}$ 
C.  $\frac{13}{21}$ 
D.  $\frac{610}{987}$
5. （5分）函数 $f(x)$ 的图象向右平移1个单位长度，所得图象与曲线 $y = e^x$ 关于y轴对称，则 $f(x) =$ （ ）  
 A.  $e^{x+1}$                       B.  $e^{x-1}$                       C.  $e^{-x+1}$                       D.  $e^{-x-1}$
6. （5分）若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，则其渐近线方程为（ ）  
 A.  $y = \pm 2x$                       B.  $y = \pm \sqrt{2}x$                       C.  $y = \pm \frac{1}{2}x$                       D.  $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$
7. （5分）直线 $l$ 过抛物线 $C: x^2 = 4y$ 的焦点且与y轴垂直，则 $l$ 与 $C$ 所围成的图形的

面积等于（ ）

A.  $\frac{4}{3}$

B. 2

C.  $\frac{8}{3}$

D.  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

8. (5分) 设关于 $x, y$ 的不等式组 $\begin{cases} 2x-y+1>0, \\ x+m<0, \\ y-m>0 \end{cases}$ 表示的平面区域内存在点 $P$

$(x_0, y_0)$ , 满足 $x_0 - 2y_0 = 2$ , 求得 $m$ 的取值范围是（ ）

A.  $(-\infty, \frac{4}{3})$  B.  $(-\infty, \frac{1}{3})$  C.  $(-\infty, -\frac{2}{3})$  D.

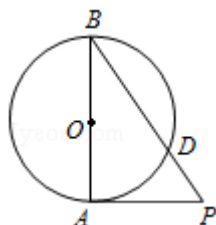
$(-\infty, -\frac{5}{3})$

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分.

9. (5分) 在极坐标系中，点 $(2, \frac{\pi}{6})$ 到直线 $\rho \sin \theta = 2$ 的距离等于\_\_\_\_\_.

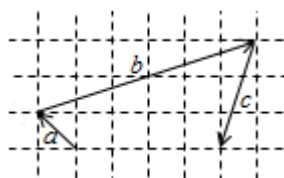
10. (5分) 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_4 = 20$ ,  $a_3 + a_5 = 40$ , 则公比 $q =$ \_\_\_\_\_  
; 前 $n$ 项和 $S_n =$ \_\_\_\_\_.

11. (5分) 如图,  $AB$ 为圆 $O$ 的直径,  $PA$ 为圆 $O$ 的切线,  $PB$ 与圆 $O$ 相交于 $D$ , 若 $PA = 3$ ,  $PD:DB = 9:16$ , 则 $PD =$ \_\_\_\_\_,  $AB =$ \_\_\_\_\_.



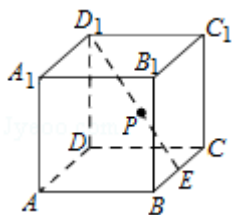
12. (5分) 将序号分别为1, 2, 3, 4, 5的5张参观券全部分给4人, 每人至少1张, 如果分给同一人的2张参观券连号, 那么不同的分法种数是\_\_\_\_\_.

13. (5分) 向量 $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ 在正方形网格中的位置如图所示, 若 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$  ( $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ), 则 $\frac{\lambda}{\mu} =$ \_\_\_\_\_.



14. (5分) 如图, 在棱长为2的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,  $E$ 为 $BC$ 的中点, 点 $P$

在线段 $D_1E$ 上，点P到直线 $CC_1$ 的距离的最小值为\_\_\_\_\_.



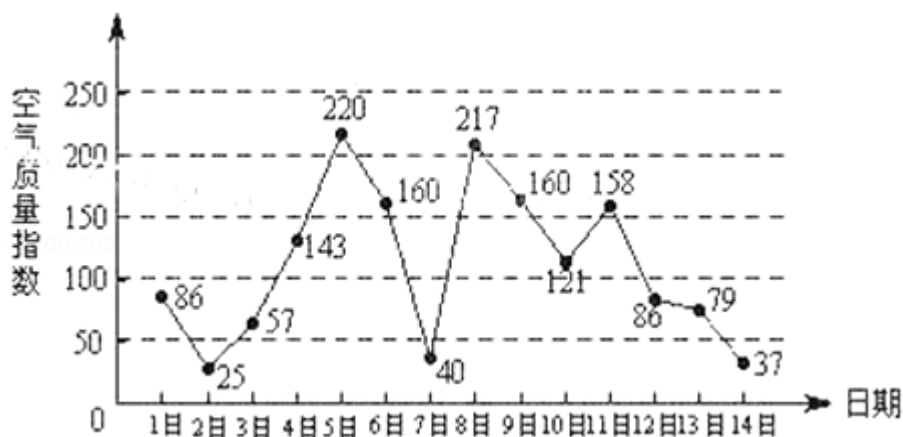
三、解答题共6小题，共50分．解答应写出文字说明，演算步骤

15. (13分) 在 $\triangle ABC$ 中， $a=3$ ， $b=2\sqrt{6}$ ， $\angle B=2\angle A$ .

(I) 求 $\cos A$ 的值；

(II) 求 $c$ 的值.

16. (13分) 如图是预测到的某地5月1日至14日的空气质量指数趋势图，空气质量指数小于100表示空气质量优良，空气质量指数大于200表示空气重度污染，某人随机选择5月1日至5月13日中的某一天到达该市，并停留2天



(I) 求此人到达当日空气质量优良的概率；

(II) 设 $x$ 是此人停留期间空气质量优良的天数，求 $x$ 的分布列与数学期望

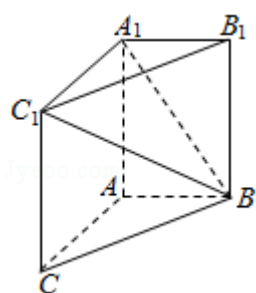
(III) 由图判断从哪天开始连续三天的空气质量指数方差最大？(结论不要求证明)

17. (14分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,  $AA_1C_1C$ 是边长为4的正方形. 平面 $ABC \perp$ 平面 $AA_1C_1C$ ,  $AB=3$ ,  $BC=5$ .

(I) 求证:  $AA_1 \perp$  平面 $ABC$ ;

(II) 求证二面角 $A_1 - BC_1 - B_1$ 的余弦值;

(III) 证明: 在线段 $BC_1$ 上存在点 $D$ , 使得 $AD \perp A_1B$ , 并求 $\frac{BD}{BC_1}$ 的值.



18. (13分) 设 $l$ 为曲线 $C: y = \frac{\ln x}{x}$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线.

(I) 求 $l$ 的方程;

(II) 证明: 除切点 $(1, 0)$ 之外, 曲线 $C$ 在直线 $l$ 的下方.

19. (14分) 已知 $A, B, C$ 是椭圆 $W: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上的三个点,  $O$ 是坐标原点.

(I) 当点 $B$ 是 $W$ 的右顶点, 且四边形 $OABC$ 为菱形时, 求此菱形的面积;

(II) 当点 $B$ 不是 $W$ 的顶点时, 判断四边形 $OABC$ 是否可能为菱形, 并说明理由.

20. (13分) 已知  $\{a_n\}$  是由非负整数组成的无穷数列, 该数列前  $n$  项的最大值记为  $A_n$ , 第  $n$  项之后各项  $a_{n+1}, a_{n+2}, \dots$  的最小值记为  $B_n$ ,  $d_n = A_n - B_n$ .
- (I) 若  $\{a_n\}$  为 2, 1, 4, 3, 2, 1, 4, 3..., 是一个周期为 4 的数列 (即对任意  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $a_{n+4} = a_n$ ), 写出  $d_1, d_2, d_3, d_4$  的值;
- (II) 设  $d$  是非负整数, 证明:  $d_n = d$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) 的充分必要条件为  $\{a_n\}$  是公差为  $d$  的等差数列;
- (III) 证明: 若  $a_1=2, d_n=1$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ), 则  $\{a_n\}$  的项只能是 1 或者 2, 且有无穷多项为 1.