

2014年普通高等学校招生全国统一考试文科数学山东卷

第Ⅰ卷 (共50分)

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分。

在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (1) 已知 $a, b \in R$, i 是虚数单位。若 $a+i=2-bi$, 则 $(a+bi)^2 =$

(A) $3-4i$ (B) $3+4i$ (C) $4-3i$ (D) $4+3i$

- (2) 设集合 $A=\{x|x^2-2x<0\}$, $B=\{x|1\leq x\leq 4\}$, 则 $A\cap B =$

(A) $(0, 2]$ (B) $(1, 2)$ (C) $[1, 2)$ (D) $(1, 4)$

- (3) 函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\log_2 x-1}}$ 的定义域为

(A) $(0, 2)$ (B) $(0, 2]$ (C) $(2, +\infty)$ (D) $[2, +\infty)$

(4)

用反证法证明命题：“设 a, b 为实数，则方程 $x^3+ax+b=0$ 至少有一个实根”时，要做的假设是

(A) 方程 $x^3+ax+b=0$ 没有实根 (B) 方程 $x^3+ax+b=0$ 至多有一个实根

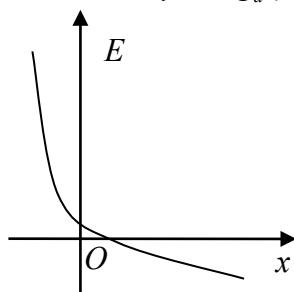
(C) 方程 $x^3+ax+b=0$ 至多有两个实根 (D) 方程 $x^3+ax+b=0$ 恰好有两个实根

- (5) 已知实数 x, y 满足 $a^x < a^y$ ($0 < a < 1$), 则下列关系式恒成立的是

(A) $x^3 > y^3$ (B) $\sin x > \sin y$

(C) $\ln(x^2+1) > \ln(y^2+1)$ (D) $\frac{1}{x^2+1} > \frac{1}{y^2+1}$

- (6) 已知函数 $y=\log_a(x+c)$ (a, c 为常数, 其中 $a>0, a\neq 1$) 的图象如右图, 则下列结论成立的是



(A) $a>0, c>1$ (B) $a>1, 0<c<1$

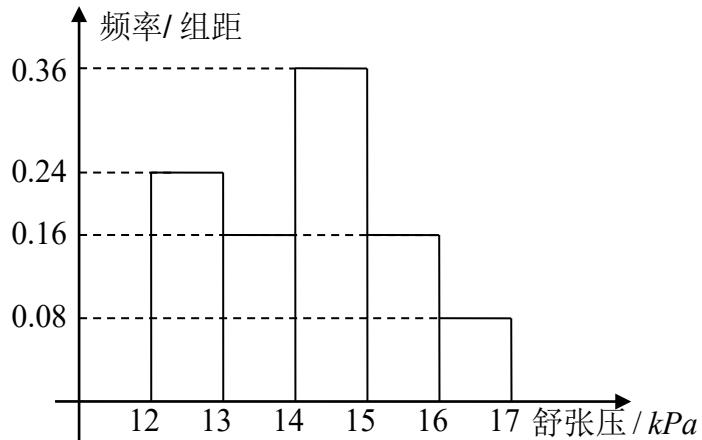
(C) $0<a<1, c>1$ (D) $0<a<1, 0<c<1$

- (7) 已知向量 $\vec{a}=(1, \sqrt{3})$, $\vec{b}=(3, m)$. 若向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 则实数 $m=$

(A) $2\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 0 (D) $-\sqrt{3}$

(8)

为了研究某药品的疗效, 选取若干名志愿者进行临床试验, 所有志愿者的舒张压数据(单位: kPa)的分组区间为 $[12, 13), [13, 14), [14, 15), [15, 16), [16, 17]$, 将其按从左到右的顺序分别编号为第一组, 第二组, ……, 第五组, 右图是根据试验数据制成的频率分布直方图。已知第一组与第二组共有20人, 第三组中没有疗效的有6人, 则第三组中有疗效的人数为



- (A) 6
 - (B) 8
 - (C) 12
 - (D) 18

(9)

对于函数 $f(x)$, 若存在常数 $a \neq 0$, 使得 x 取定义域内的每一个值, 都有 $f(x) = f(2a - x)$, 则称 $f(x)$ 为准偶函数, 下列函数中是准偶函数的是

(10)

已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y - 1 \leq 0, \\ 2x - y - 3 \geq 0, \end{cases}$ 当目标函数 $z = ax + by$ ($a > 0, b > 0$) 在该约束条件下取到最小值 $2\sqrt{5}$ 时, $a^2 + b^2$ 的最小值为

第II卷 (共100分)

二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，共25分。

(11) 执行右面的程序框图, 若输入的 x 的值为 1, 则输出的 n 的值为 ____.

(12) 函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \cos^2 x$ 的最小正周期为____.

(13)

一个六棱锥的体积为 $2\sqrt{3}$, 其底面是边长为2的正六边形, 侧棱长都相等, 则该六棱锥的侧面积为 $12\sqrt{3}$ 。

(14)

圆心在直线 $x - 2y = 0$ 上的圆 C 与 y 轴的正半轴相切，圆 C 截 x 轴所得弦的长为 $2\sqrt{3}$ ，则圆 C 的标准方程为_____。

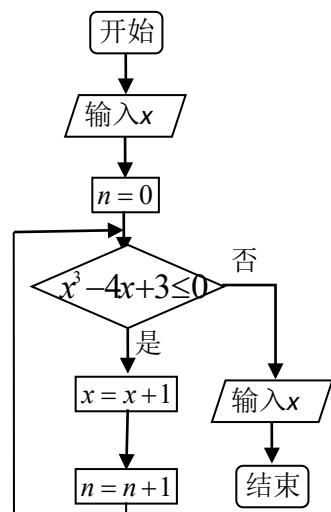
(15)

已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 $2c$ ，右顶点为 A ，抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F ，若双曲线截抛物线的准线所得线段长为 $2c$ ，且 $|FA| = c$ ，则双曲线的渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$ 。

三、解答题：本大题共6小题，共75分.

(16) (本小题满分12分)

海关对同时从A, B, C三个不同地区进口的某种商品进行抽样检测, 从各地区进口此种商品的数量(单位: 件)如右表所示. 工作人员用分层抽样的方法从这些商品中共抽取6件样品进行检测.



地区	A	B	C
数量	50	150	100

- (I) 求这6件样品中来自A, B, C各地区的商品的数量;
 (II) 若在这6件样品中随机抽取2件送往甲机构进行进一步检测, 求这2件商品来自相同地区的概率.
 (17) (本小题满分12分)

ΔABC 中, 角A, B, C所对的边分别为 a, b, c . 已知 $a = 3, \cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}, B = A + \frac{\pi}{2}$.

- (I) 求 b 的值;
 (II) 求 ΔABC 的面积.
 (18) (本小题满分12分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中,

$AP \perp \text{平面} PCD, AD \parallel BC, AB = BC = \frac{1}{2}AD, E, F$ 分别为线段

AD, PC 的中点.

- (I) 求证: $AP \parallel \text{平面} BEF$;
 (II) 求证: $BE \perp \text{平面} PAC$.

(19) (本小题满分12分)

在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知公差 $d = 2$, a_2 是 a_1 与 a_4 的等比中项.

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (II) 设 $b_n = a_{\frac{n(n+1)}{2}}$, 记 $T_n = -b_1 + b_2 - b_3 + b_4 - \dots + (-1)^n b_n$, 求 T_n .

(20) (本小题满分13分)

设函数 $f(x) = a \ln x + \frac{x-1}{x+1}$, 其中 a 为常数.

- (I) 若 $a = 0$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
 (II) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(21) (本小题满分14分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 $y = x$ 被椭圆 C 截

得的线段长为 $\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

- (I) 求椭圆 C 的方程;
 (II) 过原点的直线与椭圆 C 交于 A, B 两点(A, B 不是椭圆 C 的顶点).
 点 D 在椭圆 C 上, 且 $AD \perp AB$, 直线 BD 与 x 轴、 y 轴分别交于 M, N 两点.

- (i) 设直线 BD, AM 的斜率分别为 k_1, k_2 , 证明存在常数 λ 使得 $k_1 = \lambda k_2$, 并求出 λ 的值;
 (ii) 求 ΔOMN 面积的最大值.

