

2014年普通高等学校招生全国统一考试文科数学山东卷
第Ⅰ卷（共50分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分。

在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知 $a, b \in R, i$ 是虚数单位. 若 $a+i=2-bi$, 则 $(a+bi)^2 =$

- (A) $3-4i$ (B) $3+4i$ (C) $4-3i$ (D) $4+3i$

(2) 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x < 0\}, B = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $(0, 2]$ (B) $(1, 2)$ (C) $[1, 2)$ (D) $(1, 4)$

(3) 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\log_2 x - 1}}$ 的定义域为

- (A) $(0, 2)$ (B) $(0, 2]$ (C) $(2, +\infty)$ (D) $[2, +\infty)$

(4)

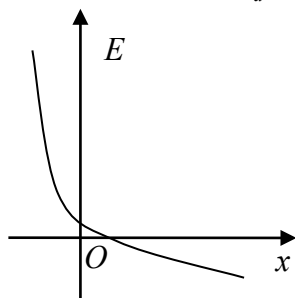
用反证法证明命题：“设 a, b 为实数，则方程 $x^3 + ax + b = 0$ 至少有一个实根”时，要做的假设是

- (A) 方程 $x^3 + ax + b = 0$ 没有实根 (B) 方程 $x^3 + ax + b = 0$ 至多有一个实根
(C) 方程 $x^3 + ax + b = 0$ 至多有两个实根 (D) 方程 $x^3 + ax + b = 0$ 恰好有两个实根

(5) 已知实数 x, y 满足 $a^x < a^y$ ($0 < a < 1$), 则下列关系式恒成立的是

- (A) $x^3 > y^3$ (B) $\sin x > \sin y$
(C) $\ln(x^2 + 1) > \ln(y^2 + 1)$ (D) $\frac{1}{x^2 + 1} > \frac{1}{y^2 + 1}$

(6) 已知函数 $y = \log_a(x+c)$ (a, c 为常数, 其中 $a > 0, a \neq 1$) 的图象如右图, 则下列结论成立的是



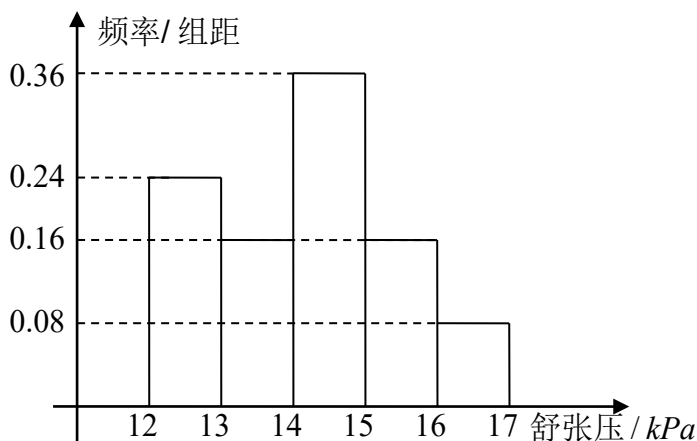
- (A) $a > 0, c > 1$ (B) $a > 1, 0 < c < 1$
(C) $0 < a < 1, c > 1$ (D) $0 < a < 1, 0 < c < 1$

(7) 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3}), \vec{b} = (3, m)$. 若向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 则实数 $m =$

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 0 (D) $-\sqrt{3}$

(8)

为了研究某药品的疗效，选取若干名志愿者进行临床试验，所有志愿者的舒张压数据（单位：kPa）的分组区间为 $[12, 13), [13, 14), [14, 15), [15, 16), [16, 17]$ ，将其按从左到右的顺序分别编号为第一组，第二组，……，第五组，右图是根据试验数据制成的频率分布直方图。已知第一组与第二组共有20人，第三组中没有疗效的有6人，则第三组中有疗效的人数为



- (A) 6
(B) 8
(C) 12
(D) 18

(9)

对于函数 $f(x)$ ，若存在常数 $a \neq 0$ ，使得 x 取定义域内的每一个值，都有 $f(x) = f(2a - x)$ ，则称 $f(x)$ 为准偶函数，下列函数中是准偶函数的是

- (A) $f(x) = \sqrt{x}$ (B) $f(x) = x^3$
(C) $f(x) = \tan x$ (D) $f(x) = \cos(x+1)$

(10)

已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y - 1 \leq 0, \\ 2x - y - 3 \geq 0, \end{cases}$ 当目标函数 $z = ax + by$ ($a > 0, b > 0$) 在该约束条件下取到最小值 $2\sqrt{5}$ 时， $a^2 + b^2$ 的最小值为

- (A) 5 (B) 4 (C) $\sqrt{5}$ (D) 2

第II卷（共100分）

二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，共25分.

(11) 执行右面的程序框图，若输入的 x 的值为1，则输出的 n 的值为_____.

(12) 函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \cos^2 x$ 的最小正周期为_____.

(13)

一个六棱锥的体积为 $2\sqrt{3}$ ，其底面是边长为2的正六边形，侧棱长都相等，则该六棱锥的侧面积为_____.

(14)

圆心在直线 $x - 2y = 0$ 上的圆 C 与 y 轴的正半轴相切，圆 C 截 x 轴所得弦的长为 $2\sqrt{3}$ ，则圆 C 的标准方程为_____.

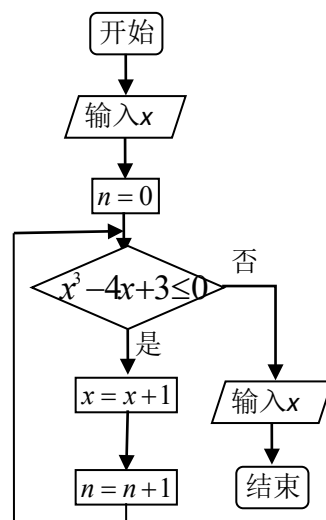
(15)

已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦距为 $2c$ ，右顶点为 A ，抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点为 F ，若双曲线截抛物线的准线所得线段长为 $2c$ ，且 $|FA| = c$ ，则双曲线的渐近线方程为_____.

三、解答题：本大题共6小题，共75分.

(16) (本小题满分12分)

海关对同时从 A, B, C 三个不同地区进口的某种商品进行抽样检测，从各地区进口此种商品的数量（单位：件）如右表所示. 工作人员用分层抽样的方法从这些商品中共抽取6件样品进行检测.



地区	A	B	C
数量	50	150	100

- (I) 求这6件样品中来自A, B, C各地区商品的数量;
 (II) 若在这6件样品中随机抽取2件送往甲机构进行进一步检测, 求这2件商品来自相同地区的概率.
 (17) (本小题满分12分)

$\triangle ABC$ 中, 角A, B, C所对的边分别为 a, b, c . 已知 $a = 3, \cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}, B = A + \frac{\pi}{2}$.

- (I) 求 b 的值;
 (II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(18) (本小题满分12分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中,

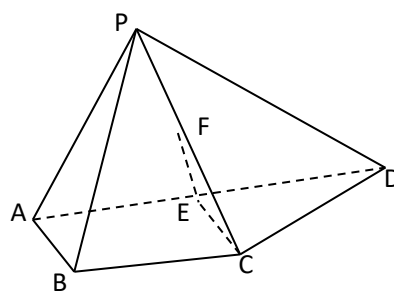
$AP \perp$ 平面 $PCD, AD \parallel BC, AB = BC = \frac{1}{2} AD, E, F$ 分别为线段 AD, PC 的中点.

- (I) 求证: $AP \parallel$ 平面 BEF ;
 (II) 求证: $BE \perp$ 平面 PAC .

(19) (本小题满分12分)

在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知公差 $d = 2$, a_2 是 a_1 与 a_4 的等比中项.

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (II) 设 $b_n = \frac{a_{n(n+1)}}{2}$, 记 $T_n = -b_1 + b_2 - b_3 + b_4 - \dots + (-1)^n b_n$, 求 T_n .



(20) (本小题满分13分)

设函数 $f(x) = a \ln x + \frac{x-1}{x+1}$, 其中 a 为常数.

- (I) 若 $a = 0$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
 (II) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(21) (本小题满分14分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 $y = x$ 被椭圆 C 截得的线段长为 $\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

- (I) 求椭圆 C 的方程;
 (II) 过原点的直线与椭圆 C 交于A, B两点 (A, B不是椭圆 C 的顶点).
 点D在椭圆 C 上, 且 $AD \perp AB$, 直线BD与 x 轴、 y 轴分别交于M, N两点.

- (i) 设直线BD, AM的斜率分别为 k_1, k_2 , 证明存在常数 λ 使得 $k_1 = \lambda k_2$, 并求出 λ 的值;
 (ii) 求 $\triangle OMN$ 面积的最大值.