

2014高考数学山东【理】

一、选择题

1. 已知 $a, b \in R$, i 是虚数单位, 若 $a - i$ 与 $2 + bi$ 互为共轭复数, 则 $(a + bi)^2 = (\quad)$

- A. $5 - 4i$ B. $5 + 4i$ C. $3 - 4i$ D. $3 + 4i$

2. 设集合 $A = \{x \mid |x - 1| < 2\}$, $B = \{y \mid y = 2^x, x \in [0, 2]\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $[0, 2]$ B. $(1, 3)$ C. $[1, 3)$ D. $(1, 4)$

3. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(\log_2 x)^2 - 1}}$ 的定义域为 ()

- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(2, +\infty)$ C. $(0, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$ D. $(0, \frac{1}{2}] \cup [2, +\infty)$

4. 用反证法证明命题: “已知 a, b 为实数, 则方程 $x^2 + ax + b = 0$ 至少有一个实根” 时, 要做的假设是()

- A. 方程 $x^2 + ax + b = 0$ 没有实根 B. 方程 $x^2 + ax + b = 0$ 至多有一个实根
C. 方程 $x^2 + ax + b = 0$ 至多有两个实根 D. 方程 $x^2 + ax + b = 0$ 恰好有两个实根

5. 已知实数 x, y 满足 $a^x < a^y$ ($0 < a < 1$), 则下列关系式恒成立的是()

- A. $\frac{1}{x^2 + 1} > \frac{1}{y^2 + 1}$ B. $\ln(x^2 + 1) > \ln(y^2 + 1)$ C. $\sin x > \sin y$ D. $x^3 > y^3$

6. 直线 $y = 4x$ 与曲线 $y = x^3$ 在第一象限内围成的封闭图形的面积为()

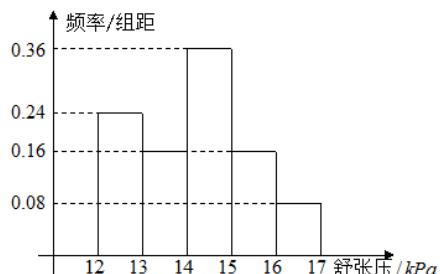
- A. $2\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

7. 为研究某药品的疗效, 选取若干名志愿者进行临床试验, 所有志

愿者的舒张压数据 (单位: kPa) 的分组区间为 $[12, 13)$, $[13, 14)$

, $[14, 15)$, $[15, 16)$, $[16, 17]$, 将其按从左到右的顺序分别编号

为第一组, 第二组, ……, 第五组. 右图是根据试验数据制成的



频率分布直方图. 已知第一组与第二组共有 20 人, 第三组中没有疗效的有 6 人, 则第三组中有疗效的人数为()

- A. 1 B. 8 C. 12 D. 18

8. 已知函数 $f(x) = |x - 2| + 1$, $g(x) = kx$, 若 $f(x) = g(x)$ 有两个不相等的实根, 则实数 k 的取值范围是()

A. $(0, \frac{1}{2})$

B. $(\frac{1}{2}, 1)$

C. $(1, 2)$

D. $(2, +\infty)$

9. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y - 1 \leq 0, \\ 2x - y - 3 \geq 0, \end{cases}$ 当目标函数 $z = ax + by (a > 0, b > 0)$ 在该约束条件下取到最小值 $2\sqrt{5}$ 时, $a^2 + b^2$ 的最小值为()

A. 5

B. 4

C. $\sqrt{5}$

D. 2

10. 已知 $a > b$, 椭圆 C_1 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 双曲线 C_2 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, C_1 与 C_2 的离心率之积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 C_2 的渐近线方程为()
- A. $x \pm \sqrt{2}y = 0$ B. $\sqrt{2}x \pm y = 0$ C. $x \pm 2y = 0$ D. $2x \pm y = 0$

二、填空题

11. 执行右面的程序框图, 若输入的 x 的值为 1, 则输出的 n 的值为_____

;

12. 在 ΔABC 中, 已知 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \tan A$, 当 $A = \frac{\pi}{6}$ 时, ΔABC 的面积为_____

;

13. 三棱锥 $P-ABC$ 中, D, E 分别为 PB, PC 的中点, 记三棱锥

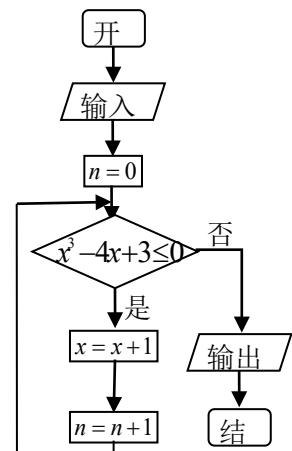
- $D-AEB$ 的体积为 V_1 , $P-ABC$ 的体积为 V_2 , 则 $\frac{V_1}{V_2} =$ _____;

14. 若 $(ax^2 + \frac{b}{x})^6$ 的展开式中 x^3 项的系数为 20, 则 $a^2 + b^2$ 的最小值为_____

;

15. 已知函数 $y = f(x) (x \in R)$. 对函数 $y = g(x) (x \in I)$, 定义 $g(x)$ 关于 $f(x)$ 的“对称函数”为

- $y = h(x) (x \in I)$, $y = h(x)$ 满足: 对任意 $x \in I$, 两个点 $(x, h(x))$, $(x, g(x))$ 关于点 $(x, f(x))$ 对称, 若 $h(x)$ 是 $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ 关于 $f(x) = 3x+b$ 的“对称函数”, 且 $h(x) > g(x)$ 恒成立, 则实数 b 的取值范围是_____;



三、解答题: 本大题共6小题, 共75分.

16. (本小题满分 12 分)

已知向量 $\vec{a} = (m, \cos 2x)$, $\vec{b} = (\sin 2x, n)$, 设函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$, 且 $y = f(x)$ 的图象过点 $(\frac{\pi}{12}, \sqrt{3})$ 和点 $(\frac{2\pi}{3}, -2)$.

(I) 求 m, n 的值;

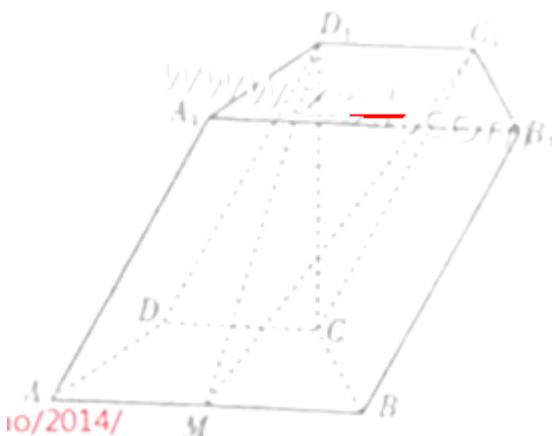
(II) 将 $y = f(x)$ 的图象向左平移 φ ($0 < \varphi < \pi$) 个单位后得到函数 $y = g(x)$ 的图象. 若 $y = g(x)$ 的图象上各最高点到点 $(0, 3)$ 的距离的最小值为 1, 求 $y = g(x)$ 的单调增区间.

17. (本小题满分12分)

如图, 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是等腰梯形, $\angle DAB = 60^\circ$, $AB = 2CD = 2$, M 是线段 AB 的中点.

(I) 求证: $C_1M // A_1ADD_1$;

(II) 若 CD_1 垂直于平面 $ABCD$ 且 $CD_1 = \sqrt{3}$, 求平面 C_1D_1M 和平面 $ABCD$ 所成的角 (锐角) 的余弦值.



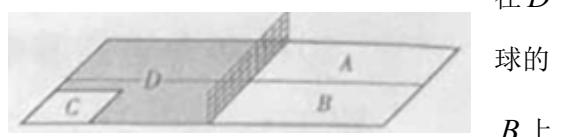
18. (本小题满分12分)

乒乓球台面被网分成甲、乙两部分, 如图,

甲上有两个不相交的区域 A, B , 乙被划分为两个不相交的区域 C, D . 某次测试要求队员接到落点在甲上的来球后向乙回球. 规定: 回球一次, 落点在 C 上记3分,

上记1分, 其它情况记0分. 对落点在 A 上的来球, 小明回

落点在 C 上的概率为 $\frac{1}{2}$, 在 D 上的概率为 $\frac{1}{3}$; 对落点在



在 D

球的

B 上

的来球，小明回球的落点在 C 上的概率为 $\frac{1}{5}$ ，在 D 上的概率为 $\frac{3}{5}$. 假设共有两次来球且落在 A, B 上各一次，小明的两次回球互不影响. 求：

- (I) 小明的两次回球的落点中恰有一次的落点在乙上的概率；
- (II) 两次回球结束后，小明得分之和 ξ 的分布列与数学期望.

19. (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为2，前 n 项和为 S_n ，且 S_1, S_2, S_4 成等比数列.

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (II) 令 $b_n = (-1)^{n-1} \frac{4n}{a_n a_{n+1}}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (本小题满分13分)

设函数 $f(x) = \frac{e^x}{x^2} - k\left(\frac{2}{x} + \ln x\right)$ (k 为常数， $e = 2.71828\cdots$ 是自然对数的底数).

- (I) 当 $k \leq 0$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；
- (II) 若函数 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 内存在两个极值点，求 k 的取值范围.

21. (本小题满分14分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F ， A 为 C 上异于原点的任意一点，过点 A 的直线 l 交 C 于另一点 B ，交 x 轴的正半轴于点 D ，且有 $|FA| = |FD|$. 当点 A 的横坐标为3时， ΔADF 为正三角形.

- (I) 求 C 的方程；
- (II) 若直线 $l_1 \parallel l$ ，且 l_1 和 C 有且只有一个公共点 E ，
 - (i) 证明直线 AE 过定点，并求出定点坐标；
 - (ii) ΔABE 的面积是否存在最小值？若存在，请求出最小值；若不存在，请说明理由.

