

2013 年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

理科数学

注意事项:

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题.
2. 考生领到试卷后，须按规定在试卷上填写姓名、准考证号，并在答题卡上填涂对应的试卷类型信息.
3. 所有解答必须填写在答题卡上指定区域内. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分(共 50 分)

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1. 设全集为 R ，函数 $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 M ，则 $C_R M$ 为

- (A) $[-1, 1]$ (B) $(-1, 1)$
(C) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ (D) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

2. 根据下列算法语句，当输入 x 为 60 时，输出 y 的值为

- (A) 25
(B) 30
(C) 31
(D) 61

```
输入 x
If x ≤ 50 Then
    y = 0.5 * x
Else
    y = 25 + 0.6 * (x - 50)
End If
输出 y
```

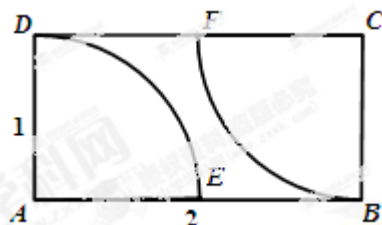
3. 设 a, b 为向量，则“ $|a \cdot b| = |a| |b|$ ”是“ $a \parallel b$ ”的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 某单位有 840 名职工，现采用系统抽样方法，抽取 42 人做问卷调查，将 840 人按 1, 2, ..., 840 随机编号，则抽取的 42 人中，编号落入区间 $[481, 720]$ 的人数为

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

5. 如图，在矩形区域 $ABCD$ 的 A, C 两点处各有一个通信基站，假设其信号覆盖范围分别是扇形区域



ADE 和扇形区域 CBF (该矩形区域内无其他信号来源, 基站工作正常). 若在该矩形区域内随机地选一地点, 则该地点无信号的概率是

- (A) $1 - \frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2} - 1$
(C) $2 - \frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

6. 设 z_1, z_2 是复数, 则下列命题中的假命题是

- (A) 若 $|z_1 - z_2| = 0$, 则 $\overline{z_1} = \overline{z_2}$ (B) 若 $z_1 = \overline{z_2}$, 则 $\overline{z_1} = z_2$
(C) 若 $|z_1 = z_2|$, 则 $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$ (D) 若 $|z_1 = z_2|$, 则 $z_1^2 = z_2^2$

7. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $b \cos C + c \cos B = a \sin A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为

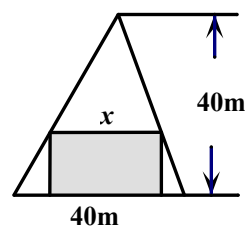
- (A) 锐角三角形 (B) 直角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 不确定

8. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \left(x - \frac{1}{x}\right)^4, & x < 0, \\ -\sqrt{x}, & x \geq 0. \end{cases}$, 则当 $x > 0$ 时, $f[f(x)]$ 表达式的展开式中常数项为

- (A) -20 (B) 20 (C) -15 (D) 15

9. 在如图所示的锐角三角形空地中, 欲建一个面积不小于 $300m^2$ 的内接矩形花园(阴影部分), 则其边长 x (单位 m) 的取值范围是

- (A) $[15, 20]$ (B) $[12, 25]$
(C) $[10, 30]$ (D) $[20, 30]$



10. 设 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 则对任意实数 x, y , 有

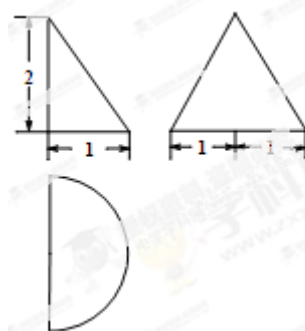
- (A) $[-x] = -[x]$ (B) $[2x] = 2[x]$
(C) $[x+y] \leq [x] + [y]$ (D) $[x-y] \leq [x] - [y]$

第二部分(共 100 分)

二、填空题: 把答案填写在答题卡相应题号后的横线上 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为 $\frac{5}{4}$, 则 m 等于_____.

12. 某几何体的三视图如图所示, 则其体积为_____.



13. 若点 (x, y) 位于曲线 $y = |x - 1|$ 与 $y = 2$ 所围成的封闭区域, 则 $2x - y$ 的最小值为_____.

14. 观察下列等式:

$$1^2 = 1$$

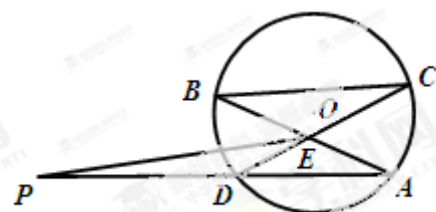
$$1^2 - 2^2 = -3$$

$$1^2 - 2^2 + 3^2 = 6$$

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 = -10$$

...

照此规律, 第 n 个等式可为_____.

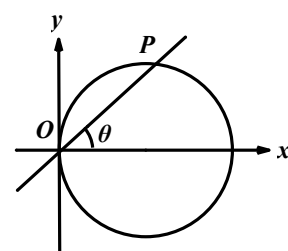


15. (考生请注意 :请在下列三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分)

A. (不等式选做题) 已知 a, b, m, n 均为正数, 且 $a + b = 1, mn = 2$, 则 $(am + bn)(bm + an)$ 的最小值为_____.

B. (几何证明选做题) 如图, 弦 AB 与 CD 相交于 $\odot O$ 内一点 E , 过 E 作 BC 的平行线与 AD 的延长线相交于点 P . 已知 $PD = 2DA = 2$, 则 $PE =$ _____.

C. (坐标系与参数方程选做题) 如图, 以过原点的直线的倾斜角 θ 为参数, 则圆 $x^2 + y^2 - x = 0$ 的参数方程为_____.



三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程及演算步骤 (本大题共 6 小题, 共 75 分)

16. (本小题满分 12 分)

已知向量 $\mathbf{a} = (\cos x, -\frac{1}{2})$, $\mathbf{b} = (\sqrt{3} \sin x, \cos 2x)$, $x \in \mathbf{R}$, 设函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期.

(II) 求 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

17. (本小题满分 12 分)

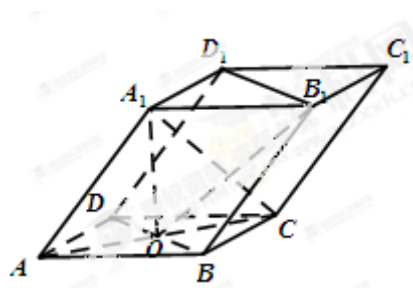
设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列.

(I) 推导 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式;

(II) 设 $q \neq 1$, 证明数列 $\{a_n + 1\}$ 不是等比数列.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, O 为底面中心, $A_1O \perp$ 平面 $ABCD$, $AB = AA_1 = \sqrt{2}$.



(I) 证明: $A_1C \perp$ 平面 BB_1D_1D ;

(II) 求平面 OCB_1 与平面 BB_1D_1D 的夹角 θ 的大小.

19. (本小题满分 12 分)

在一场娱乐晚会上, 有 5 位民间歌手(1 至 5 号)登台演唱, 由现场数百名观众投票选出最受欢迎歌手. 各位观众须彼此独立地在选票上选 3 名选手, 其中观众甲是 1 号歌手的歌迷, 他必选 1 号, 不选 2 号, 另在 3 至 5 号中随机选 2 名. 观众乙和丙对 5 位歌手的演唱没有偏爱, 因此在 1 至 5 号中随机选 3 名歌手.

(I) 求观众甲选中 3 号歌手且观众乙未选中 3 号歌手的概率;

(II) X 表示 3 号歌手得到观众甲、乙、丙的票数之和, 求 X 的分布列和数学期望.

20. (本小题满分 13 分)

已知动圆过定点 $A(4,0)$, 且在 y 轴上截得的弦 MN 的长为 8.

(I) 求动圆圆心的轨迹 C 的方程;

(II) 已知点 $B(-1,0)$, 设不垂直于 x 轴的直线 l 与轨迹 C 交于不同的两点 P, Q , 若 x 轴是 $\angle PBQ$ 的角平分线, 证明直线 l 过定点.

21. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = e^x, x \in \mathbf{R}$.

(I) 若直线 $y=kx+1$ 与 $f(x)$ 的反函数的图像相切, 求实数 k 的值;

(II) 设 $x>0$, 讨论曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=mx^2 (m>0)$ 公共点的个数.

(III) 设 $a<b$, 比较 $\frac{f(a)+f(b)}{2}$ 与 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 的大小, 并说明理由.