2009年普通高等学校招生全国统一考试（海南卷）

数学（文史类）

一、选择题：（本大题共12题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中

，中有一项是符合题目要求的。

（1） 已知集合 $A=\{1,3,5,7,9\}$, $B=\{0,3,6,9,12\}$,则 $A\cap B=$

(A) $\{3,5\}$　　　　(B) $\{3,6\}$

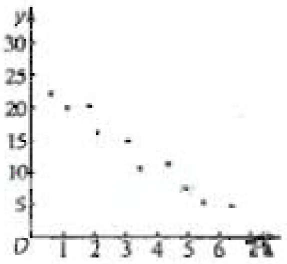
(C) $\{3,7\}$　　　　(D) $\{3,9\}$

（2） 复数 $\dfrac{3+2i}{2-3i}=$

（A）1　　（B）-1　　（C）i　　(D) $-i$

（3）对变量 x, y

有观测数据（ x_1 ， y_1 ）（ $i=1,2,...,10$ ），得散点图1；对变量 u,v 有观测数据（ u_1 ， v_1 ）（i=1,2,…，10）,得散点图2. 由这两个散点图可以判断。



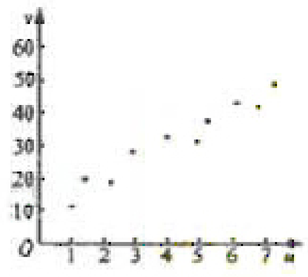


图 2

（A）变量x 与y 正相关，u 与v 正相关　（B）变量x 与y 正相关，u 与v 负相关

（C）变量x 与y 负相关，u 与v 正相关　（D）变量x 与y 负相关，u 与v 负相关

（4）有四个关于三角函数的命题：

p_1： $\exists \mathrm{x}\in \mathrm{R},\ \sin^2\dfrac{x}{2}+\cos^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1}{2}$　　p_2: $\exists x,y\in R,\ \sin(x-y)=\sin x-\sin y$

p_3: $\forall\ \mathrm{x}\in[0,\pi],\sqrt{\dfrac{1-\cos 2x}{2}}=\sin x$　　p_4: $\sin x=\cos y\Rightarrow x+y=\dfrac{\pi}{2}$

其中假命题的是

（A）p_1，p_4 （B）p_2，p_4 （3）p_1，p_3 （4）p_2，p_3

（5）已知圆C_1：$(x+1)^2+(y-1)^2=1$，圆C_2与圆C_1关于直线$x-y-1=0$对称，则圆C_2的方程为

（A）$(x+2)^2+(y-2)^2=1$ （B）$(x-2)^2+(y+2)^2=1$

（C）$(x+2)^2+(y+2)^2=1$ （D）$(x-2)^2+(y-2)^2=1$

（6）设x,y满足$\begin{cases}2x+y\ge 4,\\ x-y\ge 1,\\ x-2y\le 2,\end{cases}$ 则$z=x+y$

（A）有最小值2，最大值3 （B）有最小值2，无最大值

（C）有最大值3，无最小值 （D）既无最小值，也无最大值

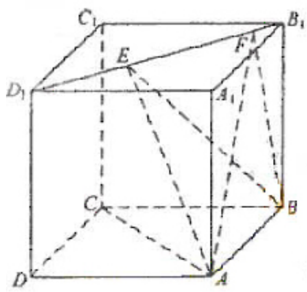
（7）已知$a=(-3,2),b=(-1,0)$，向量$\lambda a+b$与$a-2b$垂直，则实数λ的值为

（A）$-\dfrac{1}{7}$ （B）$\dfrac{1}{7}$ （C）$-\dfrac{1}{6}$ （D）$\dfrac{1}{6}$

（8）等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_{m-1}+a_{m+1}-a_m^2=0$，$S_{2m-1}=38$,则$m=$

（A）38 （B）20 （C）10 （D）9

（9） 如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱线长为1，线段B_1D_1上有两个动点E，F，且$EF=\dfrac{1}{2}$，则下列结论中错误的是

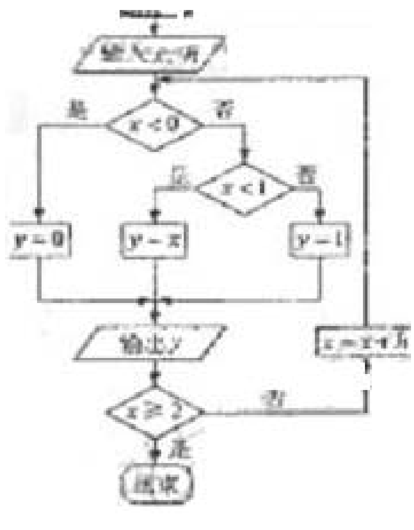


（A）$AC\perp BE$

（B）EF // 平面$ABCD$

（C）三棱锥$A-BEF$的体积为定值

（D）ΔAEF的面积与ΔBEF的面积相等



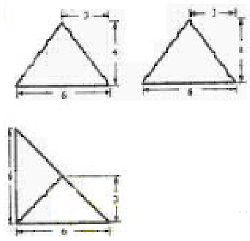
（10）如果执行右边的程序框图，输入$x=-2,h=0.5$，那么输出的各个数的和等于

（A）3 （B） 3.5 （C） 4 （D）4.5

（11）一个棱锥的三视图如图，则该棱锥的全面积（单位：cm^2）

为（A）$48+12\sqrt{2}$　　（B）$48+24\sqrt{2}$

（C）$36+12\sqrt{2}$　　（D）$36+24\sqrt{2}$



（12）用min{a,b,c}表示a,b,c三个数中的最小值。设

$$f(x)=\min\left\{2^x, x+2, 10-x\right\}$$

(x≥0),则 $f\left(x\right)$ 的最大值为

（A） 4　　（B） 5　　（C） 6　　（D） 7

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第（13题）~第（21）题为必考题，每个试题考生都必须做答。第（22题）~第（24）题为选考题，考生根据要求做答。

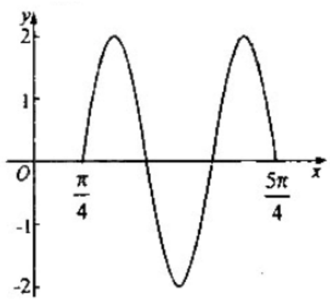
二、填空题：本大题共4小题，每小题5分。

（13）曲线 $y=xe^x+2x+1$ 在点（0,1）处的切线方程为 _______ 。

（14）已知抛物线C的顶点坐标为原点，焦点在x轴上，直线y=x与抛物线C交于A，B两点，若 $P\left(2,2\right)$ 为 AB 的中点，则抛物线C的方程为 _______ 。

（15）等比数列{a_n}的公比 $q>0$， 已知 a_2=1， $a_{n+2}+a_{n+1}=6a_n$，则{a_n}的前4项和 S_4= 。

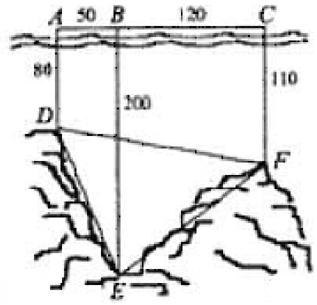
（16）已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\phi)$ 的图像如图所示，则 $f\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)=$ _______。



三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分12分）

如图，为了解某海域海底构造，在海平面内一条直线上的A，B，C三点进行测量，已知 $AB=50m$， $BC=120m$，于A处测得水深 $AD=80m$，于B处测得水深 $BE=200m$，于C处测得水深 $CF=110m$，求∠DEF的余弦值。



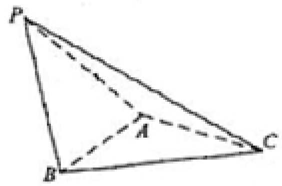
（18）（本小题满分12分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$\triangle PAB$ 是等边三角形，$\angle PAC=\angle PBC=90°$

（Ⅰ）证明：$AB\perp PC$

（Ⅱ）若 $PC=4$，且平面 $PAC\perp$ 平面 PBC，求三棱锥 $P-ABC$ 体积

。



（19）（本小题满分12分）

某工厂有工人1000名，其中250名工人参加过短期培训（称为A类工人），另外750名工人参加过长期培训（称为B类工人）.现用分层抽样方法（按A类，B类分二层）从该工厂的工人中共抽查100名工人，调查他们的生产能力（生产能力指一天加工的零件数）.

（Ⅰ）A类工人中和B类工人各抽查多少工人？

（Ⅱ）从A类工人中抽查结果和从B类工人中的抽查结果分别如下表1和表2

表1：

生产能力分组	$[100,110)$	$[110,120)$	$[120,130)$	$[130,140)$	$[140,150)$
人数	4	8	x	5	3

表2：

生产能力分组	$[110,120)$	$[120,130)$	$[130,140)$	$[140,150)$
人数	6	y	36	18

（1）　先确定 x,y，再在答题纸上完成下列频率分布直方图。就生产能力而言，A类工人中个体间的差异程度与B类工人中个体间的差异程度哪个更小？（不用计算，可通过观察直方图直接回答结论）

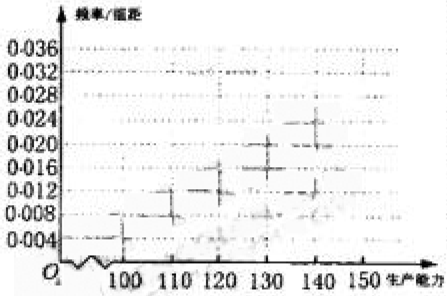


图1 A类工人生产能力的频率分布直方图

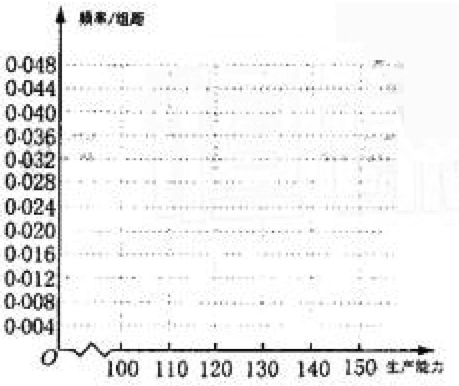


图2 B类工人生产能力的频率分布直方图

(ii)分别估计 A 类工人和 B 类工人生产能力的平均数，并估计该工厂工人和生产能力的平均数（同一组中的数据用该区间的中点值作代表）。

（20）(本小题满分12分)

已知椭圆 C 的中心为直角坐标系 xOy 的原点，焦点在 x 轴上，它的一个项点到两个焦点的距离分别是7和1

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程

（Ⅱ）若 P 为椭圆 C 的动点，M 为过 P 且垂直于 x 轴的直线上的点，$\dfrac{|OP|}{|OM|}=e$

（e为椭圆C的离心率），求点 M 的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线。

（21）（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=x^3-3ax^2-9a^2x+a^3$.

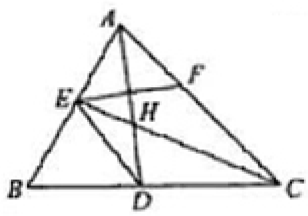
(1)设 $a=1$，求函数 $f\left(x\right)$ 的极值;

(2)若 $a>\dfrac{1}{4}$，且当 $x\in\left[1,4a\right]$ 时，$\left|f^{'}(x)\right|\le$12a恒成立，试确定 a 的取值范围.

请考生在第（22）、（23）、（24）三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑。

（22）（本小题满分10分）选修4—1；几何证明选讲

如图，已知ΔABC中的两条角平分线 AD 和 CE 相交于 H，



∠B=60°，F 在 AC 上，且 $AE=AF$ 。

（1）证明：B,D,H,E 四点共圆；

（2）证明：CE平分∠DEF。

（23）（本小题满分10分）选修4—4：坐标系与参数方程。

已知曲线C_1：$\begin{cases} x=-4+\cos t, \\ y=3+\sin t, \end{cases}$（t为参数），$C_2$：$\begin{cases} x=8\cos\theta, \\ y=3\sin\theta, \end{cases}$（$\theta$为参数）。

（1）化C_1，C_2的方程为普通方程，并说明它们分别表示什么曲线；

（2）若C_1上的点P对应的参数为$t=\dfrac{\pi}{2}$，Q为C_2上的动点，求PQ中点M到直线

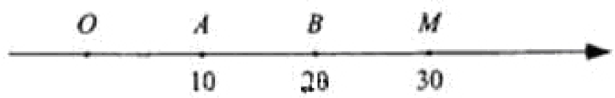
$C_3:\begin{cases} x=3+2t, \\ y=-2+t \end{cases}$（t为参数）距离的最小值。

（24）（本小题满分10分）选修4-5：不等式选讲

如图，O为数轴的原点，A,B,M为数轴上三点，C为线段OM上的动点，设x表示C与原点的距离，y表示C到A距离4倍与C到B距离的6倍的和.

（1）将y表示为x的函数；

（2）要使y的值不超过70，x应该在什么范围内取值？



参考答案

一、选择题

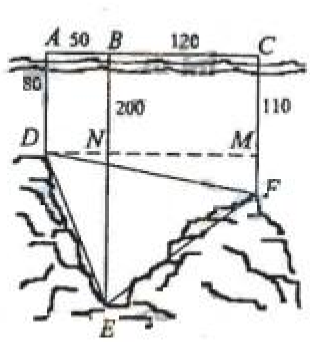
（1）D　（2）C　（3）C　（4）A　（5）B　(6)B

（7）A　（8）C　（9）D　（10）B　（11）A　(12)C

二、填空题

(13) $y=3x+1$　(14) $y^2=4x$　(15) $\frac{15}{2}$　(16)0

三、解答题



(17) 解：作 $DM // AC$ 交 BE 于 N，交 CF 于 M.

$DF=\sqrt{MF^2+DM^2}=\sqrt{30^2+170^2}=10\sqrt{198}$，

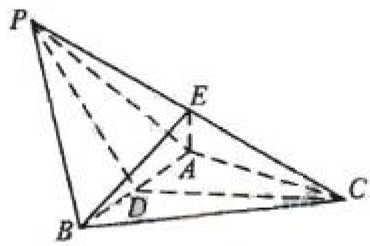
$DE=\sqrt{DN^2+EN^2}=\sqrt{50^2+120^2}=130$　，

$EF=\sqrt{(BE-FC)^2+BC^2}=\sqrt{90^2+120^2}=150$.　. . . . . . . 6分

在 ΔDEF 中，由余弦定理，

$$\cos\angle DEF=\frac{DE^2+EF^2-DF^2}{2DE\times EF}=\frac{130^2+150^2-10^2\times 298}{2\times 130\times 150}=\frac{16}{65}$$ 12分

（18）解：



（Ⅰ）因为 ΔPAB 是等边三角形，

$\angle PAC=\angle PBC=90°$，

所以 $Rt\Delta PBC\cong Rt\Delta PAC$，可得 $AC=BC$。

如图，取 AB 中点 D，连结 PD，CD，

则 $PD\perp AB$，$CD\perp AB$，所以 $AB\perp$ 平面 PDC，

所以 $AB\perp PC$。　. . . . . . . 6分

（Ⅱ）作 $BE\perp PC$，垂足为 E，连结 AE.

因为　$Rt\Delta PBC\cong Rt\Delta PAC$，　所以 $AE\perp PC$，　$AE=BE$.

由已知，平面 $PAC\perp$ 平面 PBC，故 $\angle AEB=90°$.　. . . . . . . 8分

因为 $Rt\Delta AEB\cong Rt\Delta PEB$，所以 $\Delta AEB,\Delta PEB,\Delta CEB$ 都是等腰直角三角形。

由已知 $PC=4$，得 $AE=BE=2$，　ΔAEB 的面积 $S=2$.

因为 $PC\perp$ 平面 AEB，　所以三角锥 $P-ABC$ 的体积

$$V=\frac{1}{3}\times S\times PC=\frac{8}{3}$$ 12分

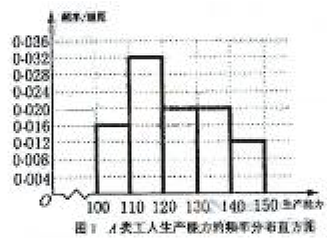
（19）解：

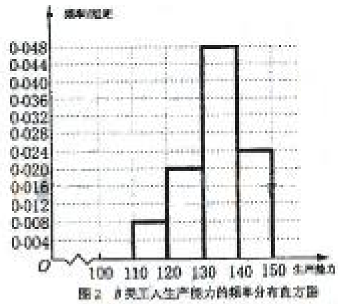
（Ⅰ）A类工人中和B类工人中分别抽查25名和75名。 4分

（Ⅱ）(ⅰ)由$4+8+x+5+3=25$，得$x=5$，

$6+y+36+18=75$，得$y=15$。

频率分布直方图如下





. . . . 8分

从直方图可以判断：B类工人中个体间的差异程度更小。 9分

(ii) $\overline{x}_A=\frac{4}{25}\times105+\frac{8}{25}\times115+\frac{5}{25}\times125+\frac{5}{25}\times135+\frac{3}{25}\times145=123$，

$\overline{x_B}=\frac{6}{75}\times115+\frac{15}{75}\times125+\frac{36}{75}\times135+\frac{18}{75}\times145=133.8$，

$\overline{x}=\frac{25}{100}\times123+\frac{75}{100}\times133.8=131.1$

A类工人生产能力的平均数，B类工人生产能力的平均数以及全厂工人生产能力的平均数的估计值分别为123，133.8和131.1.

（20）解：

（Ⅰ）设椭圆长半轴长及分别为a,c,由已知得

$\begin{cases}a-c=1\\a+c=7\end{cases}$ 解得a=4,c=3, 所以椭圆C的方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1.$

（Ⅱ）设M（x,y）,P(x, y_1),其中$x\in[-4,4]$. 由已知得 $\frac{x^2+y_1^2}{x^2+y^2}=e^2.$

而$e=\frac{3}{4}$，故$16(x^2+y_1^2)=9(x^2+y^2).$ ①

由点P在椭圆C上得 $y_1^2=\dfrac{112-7x^2}{16}$,

代入①式并化简得 $9y^2=112$, 所以点M的轨迹方程为 $y=\pm\dfrac{4\sqrt{7}}{3}(-4\le x\le 4)$, 轨迹是两条平行于x轴的线段……………………………………………………12分

（21）解：

（Ⅰ）当a=1时，对函数 $f(x)$ 求导数，得 $f'(x)=3x^2-6x-9.$

令 $f'(x)=0$, 解得 $x_1=-1, x_2=3.$

列表讨论 $f(x), f'(x)$ 的变化情况：

x	$(-\infty,-1)$	-1	（-1，3）	3	$(3,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	—	0	+
$f(x)$	↗	极大值6	↘	极小值-26	↗

所以， $f(x)$ 的极大值是 $f(-1)=6$，极小值是 $f(3)=-26.$

（Ⅱ） $f'(x)=3x^2-6ax-9a^2$ 的图像是一条开口向上的抛物线，关于x=a对称.

若 $\dfrac{1}{4}<a\le 1$, 则 $f'(x)$ 在[1, 4a] 上是增函数，从而

$f'(x)$ 在[1, 4a] 上的最小值是 $f'(1)=3-6a-9a^2$, 最大值是 $f'(4a)=15a^2.$

由 $|f'(x)|\le 12a$, 得 $-12a\le 3x^2-6ax-9a^2\le 12a$, 于是有

$f'(1)=3-6a-9a^2\ge -12a$, 且 $f'(4a)=15a^2\le 12a.$

由 $f'(1)\ge -12a$ 得 $-\dfrac{1}{3}\le a\le 1$, 由 $f'(4a)\le 12a$ 得 $0\le a\le\dfrac{4}{5}.$

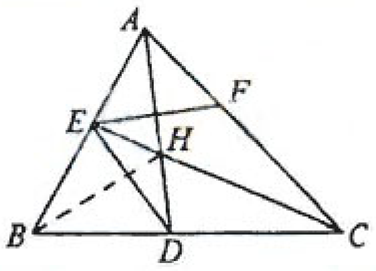
所以 $a\in(\dfrac{1}{4},1]\cap[-\dfrac{1}{3},1]\cap[0,\dfrac{4}{5}]$, 即 $a\in(\dfrac{1}{4},\dfrac{4}{5}].$

若a>1,则 $|f'(a)|=12a^2>12a$. 故当 $x\in[1,4a]$ 时 $|f'(x)|\le 12a$ 不恒成立.

所以使 $|f'(x)|\le 12a(x\in[1,4a])$ 恒成立的a的取值范围是 $(\dfrac{1}{4},\dfrac{4}{5}].$

（22）解：

（Ⅰ）在△ABC中，因为∠B=60°，



所以∠BAC+∠BCA=120°.

因为AD,CE是角平分线， 所以∠HAC+∠HCA=60°，

故∠AHC=120° ，于是∠EHD=∠AHC=120°.

因为∠EBD+∠EHD=180°，所以B,D,H,E四点共圆。

（Ⅱ）连结BH，则BH为 $\angle ABC$ 的平分线，得 $\angle HBD=30°$

由（Ⅰ）知B，D，H，E四点共圆，

所以 $\angle CED=\angle HBD=30°$

又 $\angle AHE=\angle EBD=60°$，由已知可得 $EF\perp AD$，可得 $\angle CEF=30°$

所以CE平分 $\angle DEF$

（23）解：（Ⅰ） $C_1:(x+4)^2+(y-3)^2=1, C_2:\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{9}=1$

C_1 为圆心是 $(-4,3)$，半径是1的圆。

C_2 为中心是坐标原点，焦点在 x 轴上，长半轴长是8，短半轴长是3的椭圆。

（Ⅱ）当 $t=\frac{\pi}{2}$ 时，$P(-4,4).Q(8\cos\theta,3\sin\theta)$，故 $M(-2+4\cos\theta,2+\frac{3}{2}\sin\theta)$

C_3 为直线 $x-2y-7=0$，M到 C_3 的距离 $d=\frac{\sqrt{5}}{5}|4\cos\theta-3\sin\theta-13|$

从而当 $\cos\theta=\frac{4}{5},\sin\theta=-\frac{3}{5}$ 时，d 取得最小值 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

（24）解：

（Ⅰ） $y=4|x-10|+6|x-20|, 0\le x\le 30$ （Ⅱ）依题意，x 满足

$\begin{cases}4|x-10|+6|x-20|\le 70,\\ 0\le x\le 30\end{cases}$ 解不等式组，其解集为 $[9,23]$，所以 $x\in[9,23]$