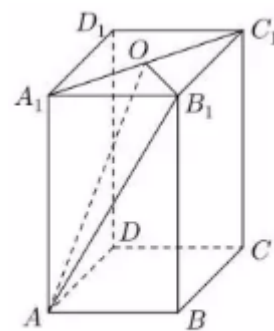


一、填空题

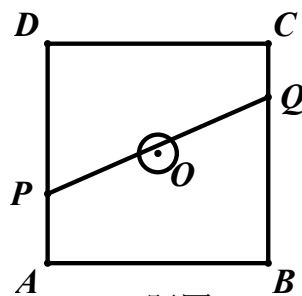
1. 不等式 $|x| > 1$ 的解集为 _____
2. 计算: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+2} =$ _____
3. 设集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | -1 < x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____
4. 若复数 $z = 1 + i$ (i 是虚数单位), 则 $z + \frac{2}{z} =$ _____
5. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 $a_2 + a_8 = 10$, 则 $a_3 + a_5 + a_7 =$ _____
6. 已知平面上动点 P 到两个定点 $(1, 0)$ 和 $(-1, 0)$ 的距离之和等于 4, 则动点 P 的轨迹方程为 _____
7. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=3$, $BC=4$, $AA_1=5$, O 是 A_1C_1 的中点, 则三棱锥 $A - A_1OB_1$ 的体积为 _____



(第 7 题)

8. 某校组队参加辩论赛, 从 6 名学生中选出 4 人分别担任一、二、三、四辩, 若其中学生甲必须参赛且不担任四辩, 则不同的安排方法种数为 _____ (结果用数值表示)
9. 设 $a \in \mathbb{R}$, 若 $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^9$ 与 $\left(x + \frac{a}{x^2}\right)^9$ 的二项展开式中的常数项相等, 则 $a =$ _____
10. 设 $m \in \mathbb{R}$, 若 z 是关于 x 的方程 $x^2 + mx + m^2 - 1 = 0$ 的一个虚根, 则 $|z|$ 的取值范围是 _____
11. 设 $a > 0$, 函数 $f(x) = x + 2(1-x)\sin(ax)$, $x \in (0, 1)$, 若函数 $y = 2x - 1$ 与 $y = f(x)$ 的图像有且仅有两个不同的公共点, 则 a 的取值范围是 _____

12. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 20 米，圆 O 的半径为 1 米，圆心是正方形的中心，点 P 、 Q 分别在线段 AD 、 CB 上，若线段 PQ 与圆 O 有公共点，则称点 Q 在点 P 的“盲区”中，已知点 P 以 1.5 米/秒的速度从 A 出发向 D 移动，同时，点 Q 以 1 米/秒的速度从 C 出发向 B 移动，则在点 P 从 A 移动到 D 的过程中，点 Q 在点 P 的盲区中的时长约为_____秒（精确到 0.1）

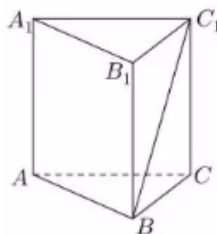


12题图

二、选择题

13. 下列函数中，为偶函数的是（ ）
- A. $y = x^{-2}$ B. $y = x^{\frac{1}{3}}$
- C. $y = x^{\frac{1}{2}}$ D. $y = x^3$
14. 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的棱所在的直线中，与直线 BC_1 异面的直线的条数为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



15. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，“ $\{a_n\}$ 是递增数列”是“ $\{S_n\}$ 是递增数列”的（ ）

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
- C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

16. 已知 A 、 B 为平面上的两个定点，且 $|\overrightarrow{AB}| = 2$ ，该平面上的动线段 PQ 的端点 P 、 Q ，满足 $|\overrightarrow{AP}| \leq 5$ ，

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = 6$ ， $\overrightarrow{AQ} = -2\overrightarrow{AP}$ ，则动线段 PQ 所形成图形的面积为（ ）

- A. 36 B. 60 C. 72 D. 108

三、解答题

17. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

已知 $y = \cos x$.

(1) 若 $f(\alpha) = \frac{1}{3}$, 且 $\alpha \in [0, \pi]$, 求 $f\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ 的值;

(2) 求函数 $y = f(2x) - 2f(x)$ 的最小值.

18. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

已知 $a \in \mathbb{R}$, 双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$.

(1) 若点 $(2, 1)$ 在 Γ 上, 求 Γ 的焦点坐标;

(2) 若 $a = 1$, 直线 $y = kx + 1$ 与 Γ 相交于 A、B 两点, 且线段 AB 中点的横坐标为 1, 求实数 k 的值.

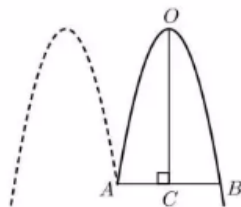
19. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 7 分, 第 2 小题满分 7 分)

利用“平行于圆锥母线的平面截圆锥面, 所得截线是抛物线”的几何原理, 某快餐店用两个射灯 (射出的光锥为圆锥) 在广告牌上投影出其标识, 如图 1 所示, 图 2 是投影射出的抛物线的平面图, 图 3 是一个射灯投影的直观图, 在图 2 与图 3 中, 点 O 、 A 、 B 在抛物线上, OC 是抛物线的对称轴, $OC \perp AB$ 于 C , $AB=3$ 米, $OC=4.5$ 米.

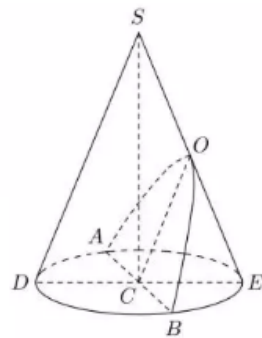
- (1) 求抛物线的焦点到准线的距离;
- (2) 在图 3 中, 已知 OC 平行于圆锥的母线 SD , AB 、 DE 是圆锥底面的直径, 求圆锥的母线与轴的夹角的大小 (精确到 0.01°).



(图 1)



(图 2)



(图 3)

20. (本题满分 16 分, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 6 分)

设 $a > 0$, 函数 $f(x) = \frac{1}{1+a \cdot 2^x}$.

- (1) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$;
- (2) 求函数 $y = f(x) \cdot f(-x)$ 的最大值 (用 a 表示);
- (3) 设 $g(x) = f(x) - f(x-1)$. 若对任意 $x \in (-\infty, 0]$, $g(x) \geq g(0)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

21. (本题满分 18 分, 第 1 小题满分 3 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 9 分)

若 $\{c_n\}$ 是递增数列, 数列 $\{a_n\}$ 满足: 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 存在 $m \in \mathbb{N}^*$, 使得 $\frac{a_m - c_n}{a_m - c_{n+1}} \leq 0$, 则称 $\{a_n\}$ 是

$\{c_n\}$

的“分隔数列”.

- (1) 设 $c_n = 2n, a_n = n+1$, 证明: 数列 $\{a_n\}$ 是 $\{c_n\}$ 的分隔数列.
- (2) 设 $c_n = n-4$, S_n 是 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, $d_n = c_{3n-2}$, 判断数列 $\{S_n\}$ 是否是数列 $\{d_n\}$ 的分隔数列, 并说明理由;
- (3) 设 $c_n = aq^{n-1}$, T_n 是 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 若数列 $\{T_n\}$ 是 $\{c_n\}$ 的分隔数列, 求实数 a, q 的取值范围.

