2008年辽宁高考理科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷（选择题共60分）

参考公式：

如果事件 A，B 互斥，那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件 A，B 相互独立，那么

$$P(A\bullet B)=P(A)\bullet P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^kP^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots，n)$$

球的表面积公式

$$S=4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $M=x=\left\{x\,|\,\dfrac{x+3}{x-1}<0\right\}$，$N=\{x\,|\,x\leqslant -3\}$，则集合 $\{x\,|\,x\geqslant 1\}=$（　　）

A．$M\cap N$　　B．$M\cup N$　　C．$\complement_M(M\cap N)$　　D．$\complement_M(M\cup N)$

2．$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+3+5+\cdots+(2n-1)}{n(2n+1)}=$（　　）

A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．1　　D．2

3．圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=kx+2$ 没有公共点的充要条件是（　　）

A．$k\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$　　B．$k\in(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

C．$k\in(-\sqrt{3},\sqrt{3})$　　D．$k\in(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$

4．复数 $\dfrac{1}{-2+i}+\dfrac{1}{1-2i}$ 的虚部是（　　）

A．$\dfrac{1}{5}i$　　B．$\dfrac{1}{5}$　　C．$-\dfrac{1}{5}i$　　D．$-\dfrac{1}{5}$

5．已知O，A，B是平面上的三个点，直线AB上有一点C，满足 $2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=0$，则 $\overrightarrow{OC}=$（　　）

A．$2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$ B．$-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$ C．$\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ D．$-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

6．设P为曲线C：$y=x^2+2x+3$上的点，且曲线C在点P处切线倾斜角的取值范围为$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，则点$P$横坐标的取值范围为（　　）

A．$\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$　B．$\left[-1,0\right]$　C．$\left[0,1\right]$　D．$\left[\frac{1}{2},1\right]$

7．4张卡片上分别写有数字1，2，3，4，从这4张卡片中随机抽取2张，则取出的2张卡片上的数字之和为奇数的概率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{2}{3}$　D．$\frac{3}{4}$

8．将函数$y=2^x+1$的图象按向量$\boldsymbol{a}$平移得到函数$y=2^{x+1}$的图象，则（　　）

A．$\boldsymbol{a}=(-1,-1)$　B．$\boldsymbol{a}=(1,-1)$　C．$\boldsymbol{a}=(1,1)$　D．$\boldsymbol{a}=(-1,1)$

9．一生产过程有4道工序，每道工序需要安排一人照看．现从甲、乙、丙等6名工人中安排4人分别照看一道工序，第一道工序只能从甲、乙两工人中安排1人，第四道工序只能从甲、丙两工人中安排1人，则不同的安排方案共有（　　）

A．24种　B．36种　C．48种　D．72种

10．已知点P是抛物线$y^2=2x$上的一个动点，则点P到点（0，2）的距离与P到该抛物线准线的距离之和的最小值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{17}}{2}$　B．3　C．$\sqrt{5}$　D．$\frac{9}{2}$

11．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E，F分别为棱AA_1，CC_1的中点，则在空间中与三条直线A_1D_1、EF、CD都相交的直线（　　）

A．不存在　B．有且只有两条　C．有且只有三条　D．有无数条

12．设$f(x)$是连续的偶函数，且当$x>0$时$f(x)$是单调函数，则满足$f(x)=f\left(\frac{x+3}{x+4}\right)$的所有$x$之和为（　　）

A．-3　B．3　C．-8　D．8

第Ⅱ卷（非选择题共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．

13．函数$y=\begin{cases}x+1, & x<0,\\ e^x, & x\geqslant 0\end{cases}$的反函数是__________．

14．在体积为$4\sqrt{3}\pi$的球的表面上有A，B，C三点，AB=1，BC=$\sqrt{2}$，A，C两点的球面距离

为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$，则球心到平面ABC的距离为________.

15．已知$(1+x+x^2)\left(x+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$的展开式中没有常数项，$n\in \mathbf{N}^*$，且2≤$n$≤8，则$n$=______

.

16．已知$f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$，$f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$，且$f(x)$在区间$\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right)$有最小值，无最大值，则$\omega=$_________.

三、解答题：本大题共6小题，共74分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分12分）

在$\triangle ABC$中，内角A，B，C对边的边长分别是a，b，c，已知$c=2$，$C=\dfrac{\pi}{3}$.

（Ⅰ）若$\triangle ABC$的面积等于$\sqrt{3}$，求a，b；

（Ⅱ）若$\sin C+\sin(B-A)=2\sin 2A$，求$\triangle ABC$的面积.

18．（本小题满分12分）

某批发市场对某种商品的周销售量（单位：吨）进行统计，最近100周的统计结果如下表所示：

周销售量	2	3	4
频数	20	50	30

（Ⅰ）根据上面统计结果，求周销售量分别为2吨，3吨和4吨的频率；

（Ⅱ）已知每吨该商品的销售利润为2千元，ξ表示该种商品两周销售利润的和（单位：千元）．若以上述频率作为概率，且各周的销售量相互独立，求ξ的分布列和数学期望.

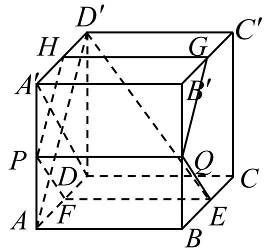
19．（本小题满分12分）

如图，在棱长为1的正方体$ABCD-A'B'C'D'$中，$AP=BQ=b$（$0<b<1$），截面$PQEF$∥$A'D$，截面$PQGH$∥AD'.

（Ⅰ）证明：平面$PQEF$和平面$PQGH$互相垂直；

（Ⅱ）证明：截面$PQEF$和截面$PQGH$面积之和是定值，并求出这个值；

（Ⅲ）若$D'E$与平面$PQEF$所成的角为45°，求$D'E$与平面$PQGH$所成角的正弦值.



20．（本小题满分12分）

在直角坐标系xOy中，点P到两点$(0,-\sqrt{3})$，$(0,\sqrt{3})$的距离之和等于4，设点P的轨迹

为C，直线$y=kx+1$与C交于A，B两点．

（Ⅰ）写出C的方程；

（Ⅱ）若$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，求$k$的值；

（Ⅲ）若点A在第一象限，证明：当$k>0$时，恒有$|\overrightarrow{OA}|>|\overrightarrow{OB}|$．

21．（本小题满分12分）

在数列$|a_n|$，$|b_n|$中，$a_1=2$，$b_1=4$，且a_n，b_n，a_{n+1}成等差数列，b_n，a_{n+1}，b_{n+1}成等比数列（$n\in\mathbf{N}^*$）

（Ⅰ）求a_2，a_3，a_4及b_2，b_3，b_4，由此猜测$|a_n|$，$|b_n|$的通项公式，并证明你的结论；

（Ⅱ）证明：$\dfrac{1}{a_1+b_1}+\dfrac{1}{a_2+b_2}+\dots+\dfrac{1}{a_n+b_n}<\dfrac{5}{12}$．

22．（本小题满分14分）

设函数$f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x}-\ln x+\ln(x+1)$．

（Ⅰ）求$f(x)$的单调区间和极值；

（Ⅱ）是否存在实数a，使得关于x的不等式$f(x)\geqslant a$的解集为（0，+∞）？若存在，求a的取值范围；若不存在，试说明理由．

参考答案和评分参考

说明：

一、本解答指出了每题要考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则.

二、对解答题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分.

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算．每小题5分，共60分.

1．D　2．B　3．C　4．B　5．A　6．A

7．C　8．A　9．B　10．A　11．D　12．C

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算．每小题4分，满分16分.

13．$y=\begin{cases}x-1, & x<1,\\ \ln x, & x\geqslant 1.\end{cases}$　14．$\frac{3}{2}$　15．5　16．$\frac{14}{3}$

三、解答题

17．本小题主要考查三角形的边角关系，三角函数公式等基础知识，考查综合应用三角函数有关知识的能力．满分12分.

解：（Ⅰ）由余弦定理及已知条件得，$a^2+b^2-ab=4$，

又因为$\triangle ABC$的面积等于$\sqrt{3}$，所以$\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{3}$，得$ab=4$.　4分

联立方程组$\begin{cases}a^2+b^2-ab=4,\\ ab=4,\end{cases}$解得$a=2$，$b=2$.　6分

（Ⅱ）由题意得$\sin(B+A)+\sin(B-A)=4\sin A\cos A$，

即$\sin B\cos A=2\sin A\cos A$，　8分

当$\cos A=0$时，$A=\frac{\pi}{2}$，$B=\frac{\pi}{6}$，$a=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$b=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

当$\cos A\neq 0$时，得$\sin B=2\sin A$，由正弦定理得$b=2a$，

联立方程组$\begin{cases}a^2+b^2-ab=4,\\ b=2a,\end{cases}$解得$a=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$b=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

所以$\triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.　12分

18．本小题主要考查频率、概率、数学期望等基础知识，考查运用概率知识解决实际问题

的能力．满分12分．

解：（Ⅰ）周销售量为2吨，3吨和4吨的频率分别为0.2，0.5和0.3．　　3分

（Ⅱ）ξ的可能值为8，10，12，14，16，且

P（ξ=8）=0.2^2=0.04，

P（ξ=10）=2×0.2×0.5=0.2，

P（ξ=12）=0.5^2+2×0.2×0.3=0.37，

P（ξ=14）=2×0.5×0.3=0.3，

P（ξ=16）=0.3^2=0.09．

ξ的分布列为

ξ	8	10	12	14	16
P	0.04	0.2	0.37	0.3	0.09

9分

$E\xi$=8×0.04+10×0.2+12×0.37+14×0.3+16×0.09=12.4（千元）　　12分

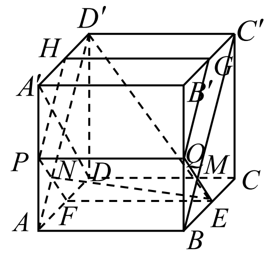
19．本小题主要考查空间中的线面关系，面面关系，解三角形等基础知识，考查空间想象能力与逻辑思维能力。满分12分．

解法一：

（Ⅰ）证明：在正方体中，$AD' \perp A'D$，$AD' \perp AB$，又由已知可得

$PF \parallel A'D$，$PH \parallel AD'$，$PQ \parallel AB$，

所以$PH \perp PF$，$PH \perp PQ$，



所以$PH \perp$平面$PQEF$．

所以平面$PQEF$和平面$PQGH$互相垂直．　　4分

（Ⅱ）证明：由（Ⅰ）知

$PF=\sqrt{2}AP,\ PH=\sqrt{2}PA'$，又截面$PQEF$和截面$PQGH$都是矩形，且$PQ$=1，所以截面$PQEF$和截面$PQGH$面积之和是

$(\sqrt{2}AP+\sqrt{2}PA')\times PQ=\sqrt{2}$，是定值．　　8分

（III）解：连结BC' 交EQ于点M.

因为$PH \parallel AD'$，$PQ \parallel AB$，

所以平面$ABC'D'$和平面$PQGH$互相平行，因此$D'E$与平面$PQGH$所成角与$D'E$与平面

$ABC'D'$ 所成角相等.

与（Ⅰ）同理可证EQ⊥平面$PQGH$，可知EM⊥平面 $ABC'D'$，因此EM与 $D'E$ 的比值就是所求的正弦值.

设 AD' 交PF于点N，连结EN，由 $FD=1-b$ 知

$$D'E=\sqrt{(1-b)^2+2},\ ND'=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}(1-b).$$

因为 $AD'\perp$平面$PQEF$，又已知 $D'E$ 与平面$PQEF$成 45° 角，

所以 $D'E=\sqrt{2}ND'$，即 $\sqrt{2}\left[\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}(1-b)\right]=\sqrt{(1-b)^2+2}$，

解得 $b=\frac{1}{2}$，可知E为BC中点.

所以$EM=\frac{\sqrt{2}}{4}$，又 $D'E=\sqrt{(1-b)^2+2}=\frac{3}{2}$，

故 $D'E$ 与平面$PQGH$所成角的正弦值为 $\frac{EM}{D'E}=\frac{\sqrt{2}}{6}$. 12分

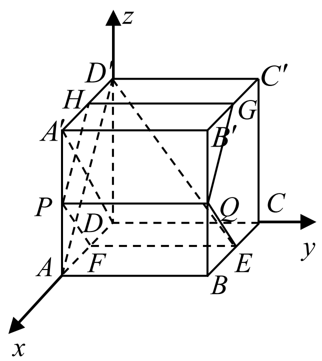
解法二：

以D为原点，射线DA，DC，DD' 分别为x，y，z轴的正半轴建立如图的空间直角坐标系$D-xyz$由已知得 $DF=1-b$，故

$A(1,0,0)$，$A'(1,0,1)$，$D(0,0,0)$，$D'(0,0,1)$，

$P(1,0,\ b)$，$Q(1,1,\ b)$，$E(1-b,1,0)$，

$F(1-b,0,0)$，$G(b,1,1)$，$H(b,0,1)$.



（Ⅰ）证明：在所建立的坐标系中，可得

$\overrightarrow{PQ}=(0,1,0),\overrightarrow{PF}=(-b,0,-b)$，

$\overrightarrow{PH}=(b-1,0,1-b)$，

$\overrightarrow{AD'}=(-1,0,1),\overrightarrow{A'D}=(-1,0,-1)$.

因为 $\overrightarrow{AD'}\bullet\overrightarrow{PQ}=0,\overrightarrow{AD'}\bullet\overrightarrow{PF}=0$，所以 $\overrightarrow{AD'}$ 是平面$PQEF$的法向量.

因为 $\overrightarrow{A'D}\bullet\overrightarrow{PQ}=0,\overrightarrow{A'D}\bullet\overrightarrow{PH}=0$，所以 $\overrightarrow{A'D}$ 是平面$PQGH$的法向量.

因为 $\overrightarrow{AD'}\bullet\overrightarrow{A'D}=0$，所以 $\overrightarrow{A'D}\perp\overrightarrow{AD'}$，

所以平面$PQEF$和平面$PQGH$互相垂直. 4分

（Ⅱ）证明：因为 $\overrightarrow{EF}=(0,-1,0)$，所以 $\overrightarrow{EF}\parallel\overrightarrow{PQ},\left|\overrightarrow{EF}\right|=\left|\overrightarrow{PQ}\right|$，又 $\overrightarrow{PF}\perp\overrightarrow{PQ}$，所以$PQE$

F为矩形，同理$PQGH$为矩形．

在所建立的坐标系中可求得$\left|\overrightarrow{PH}\right|=\sqrt{2}(1-b)$，$\left|\overrightarrow{PF}\right|=\sqrt{2}b$，

所以$\left|\overrightarrow{PH}\right|+\left|\overrightarrow{PF}\right|=\sqrt{2}$，又$\left|\overrightarrow{PQ}\right|=1$，

所以截面$PQEF$和截面$PQGH$面积之和为$\sqrt{2}$，是定值． 8分

（III）解：由已知得$\overrightarrow{D'E}$与$\overrightarrow{AD'}$成45°角，又$\overrightarrow{D'E}=(1-b,1,-1),\overrightarrow{AD'}=(-1,0,1)$可得

$$\left|\frac{\overrightarrow{D'E}\bullet\overrightarrow{AD'}}{\left|\overrightarrow{D'E}\right|\left|\overrightarrow{AD'}\right|}\right|=\left|\frac{b-2}{\sqrt{2}\sqrt{(1-b)^2+2}}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

即 $\dfrac{2-b}{\sqrt{(1-b)^2+2}}=1$，解得$b=\dfrac{1}{2}$．

所以$\overrightarrow{D'E}=\left(\dfrac{1}{2},1,-1\right)$，又$\overrightarrow{A'D}=(-1,0,-1)$，所以$D'E$与平面$PQGH$所成角的正弦值为

$$|\cos<\overrightarrow{D'E},\overrightarrow{A'D}>|=\left|\frac{-\frac{1}{2}+1}{\frac{3}{2}\times\sqrt{2}}\right|=\frac{\sqrt{2}}{6}.$$ 12分

20．本小题主要考查平面向量，椭圆的定义、标准方程及直线与椭圆位置关系等基础知识，考查综合运用解析几何知识解决问题的能力．满分12分．

解：

（Ⅰ）设P（x，y），由椭圆定义可知，点P的轨迹C是以$(0,-\sqrt{3}),(0,\sqrt{3})$为焦点，长半轴为2的椭圆．它的短半轴$b=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$，

故曲线C的方程为$x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$． 3分

（Ⅱ）设$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，其坐标满足

$$\begin{cases}x^2+\dfrac{y^2}{4}=1,\\ y=kx+1.\end{cases}$$

消去y并整理得$(k^2+4)x^2+2kx-3=0$，

故$x_1+x_2=-\dfrac{2k}{k^2+4}$，$x_1x_2=-\dfrac{3}{k^2+4}$． 5分

若$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，即$x_1x_2+y_1y_2=0$．

而 $y_1y_2=k^2x_1x_2+k(x_1+x_2)+1$，

于是 $x_1x_2+y_1y_2=-\dfrac{3}{k^2+4}-\dfrac{3k^2}{k^2+4}-\dfrac{2k^2}{k^2+4}+1=0$，

化简得 $-4k^2+1=0$，所以 $k=\pm\dfrac{1}{2}$． 8分

（III）$\left|\overrightarrow{OA}\right|^2-\left|\overrightarrow{OB}\right|^2=x_1^2+y_1^2-(x_2^2+y_2^2)$

$$=(x_1^2-x_2^2)+4(1-x_1^2-1+x_2^2)$$

$$=-3(x_1-x_2)(x_1+x_2)$$

$$=\frac{6k(x_1-x_2)}{k^2+4}.$$

因为A在第一象限，故 $x_1>0$．由 $x_1x_2=-\dfrac{3}{k^2+4}$ 知 $x_2<0$，从而 $x_1-x_2>0$．又 $k>0$，

故 $\left|\overrightarrow{OA}\right|^2-\left|\overrightarrow{OB}\right|^2>0$，

即在题设条件下，恒有 $\left|\overrightarrow{OA}\right|>\left|\overrightarrow{OB}\right|$． 12分

21．本小题主要考查等差数列，等比数列，数学归纳法，不等式等基础知识，考查综合运用数学知识进行归纳、总结、推理、论证等能力．满分12分．

解：

（Ⅰ）由条件得 $2b_n=a_n+a_{n+1}$，$a_{n+1}^2=b_nb_{n+1}$

由此可得

$a_2=6$，$b_2=9$，$a_3=12$，$b_3=16$，$a_4=20$，$b_4=25$． 2分

猜测 $a_n=n(n+1)$，$b_n=(n+1)^2$． 4分

用数学归纳法证明：

①当n=1时，由上可得结论成立．

②假设当n=k时，结论成立，即

$a_k=k(k+1)$，$b_k=(k+1)^2$，

那么当n=k+1时，

$a_{k+1}=2b_k-a_k=2(k+1)^2-k(k+1)=(k+1)(k+2)$，$b_{k+1}=\dfrac{a_{k+1}^2}{b_k}=(k+2)^2$．

所以当n=k+1时，结论也成立．

由①②，可知 $a_n=n(n+1)$，$b_n(n+1)^2$ 对一切正整数都成立． 7分

（Ⅱ）$\dfrac{1}{a_1+b_1}=\dfrac{1}{6}<\dfrac{5}{12}$.

n≥2时，由（Ⅰ）知 $a_n+b_n=(n+1)(2n+1)>2(n+1)n$. 9分

故 $\dfrac{1}{a_1+b_1}+\dfrac{1}{a_2+b_2}+\dots+\dfrac{1}{a_n+b_n}<\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2\times 3}+\dfrac{1}{3\times 4}+\dots+\dfrac{1}{n(n+1)}\right)$

$=\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\dots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$

$=\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}\right)<\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{12}$

综上，原不等式成立. 12分

22．本小题主要考查函数的导数，单调性，极值，不等式等基础知识，考查综合利用数学知识分析问题、解决问题的能力．满分14分．

解：（Ⅰ）$f'(x)=\dfrac{1}{x(1+x)}-\dfrac{\ln x}{(1+x)^2}-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}=-\dfrac{\ln x}{(1+x)^2}$. 2分

故当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)>0$，

$x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$.

所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递增，在 $(1,+\infty)$ 单调递减. 4分

由此知 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 的极大值为 $f(1)=\ln 2$，没有极小值. 6分

（Ⅱ）（ⅰ）当 $a\leqslant 0$ 时，

由于 $f(x)=\dfrac{(1+x)\ln(1+x)-x\ln x}{1+x}=\dfrac{\ln(1+x)+x\left[\ln(1+x)-\ln x\right]}{1+x}>0$，

故关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant a$ 的解集为 $(0,+\infty)$. 10分

（ⅱ）当 $a>0$ 时，由 $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x}+\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$ 知 $f(2^n)=\dfrac{\ln 2^n}{1+2^n}+\ln\left(1+\dfrac{1}{2^n}\right)$，其中 n 为正整数，且有

$\ln\left(1+\dfrac{1}{2^n}\right)<\dfrac{a}{2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2^n}<e^{\frac{a}{2}}-1\Leftrightarrow n>-\log_2(e^{\frac{a}{2}}-1)$. 12分

又 $n\geqslant 2$ 时，$\dfrac{\ln 2^n}{1+2^n}=\dfrac{n\ln 2}{1+(1+1)^n}<\dfrac{n\ln 2}{\dfrac{n(n-1)}{2}}=\dfrac{2\ln 2}{n-1}$.

且$\dfrac{2\ln 2}{n-1}<\dfrac{a}{2}\Leftrightarrow n>\dfrac{4\ln 2}{a}+1$.

取整数n_0满足$n_0>-\log_2(e^{\frac{n}{2}}-1)$，$n_0>\dfrac{4\ln 2}{a}+1$，且$n_0\geqslant 2$，

则$f(2^{n_0})=\dfrac{n_0\ln 2}{1+2^{n_0}}+\ln\left(1+\dfrac{1}{2^{n_0}}\right)<\dfrac{a}{2}+\dfrac{a}{2}=a$，

即当$a>0$时，关于x的不等式$f(x)\geqslant a$的解集不是$(0,+\infty)$.

综合（ⅰ）（ⅱ）知，存在a，使得关于x的不等式$f(x)\geqslant a$的解集为$(0,+\infty)$，且a的

取值范围为$\left(-\infty,0\right]$. 14分