

2011年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（文科）

本试题共4页，21小题，满分150分，考试用时120分钟。

- 注意事项：**
1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
 2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
 3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
 4. 作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。
 5. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

参考公式：锥体体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 为锥体的底面积， h 为锥体的高。

$$\text{线性回归方程 } \hat{y} = \hat{b}x + \hat{a} \text{ 中系数计算公式 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x},$$

$$\text{样本数据 } x_1, x_2, \dots, x_n \text{ 的标准差, } s = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]},$$

其中 \bar{x} , \bar{y} 表示样本均值。

$$n \text{ 是正整数, 则 } a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设复数 z 满足 $iz = 1$ ，其中 i 为虚数单位，则 $z =$
A. $-i$ B. i C. -1 D. 1
2. 已知集合 $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$ ， $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x + y = 1\}$ ，
则 $A \cap B$ 的元素个数为
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
3. 已知向量 $a = (1, 2)$, $b = (1, 0)$, $c = (3, 4)$ 。若 λ 为实数， $(a + \lambda b) \parallel c$ ，则 $\lambda =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{1-x} + \lg(1+x)$ 的定义域是

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

5. 不等式 $2x^2 - x - 1 > 0$ 的解集是

- A. $(-\frac{1}{2}, 1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$

6. 已知平面直角坐标系 xOy 上的区域 D 由不等式组 $\begin{cases} 0 \leq x \leq \sqrt{2} \\ y \leq 2 \\ x \leq \sqrt{2}y \end{cases}$ 给定. 若 $M(x, y)$ 为 D 上的动

点, 点 A 的坐标为 $(\sqrt{2}, 1)$, 则 $z = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA}$ 的最大值为

- A. 3 B. 4 C. $3\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

7. 正五棱柱中, 不同在任何侧面且不同在任何底面的两顶点的连线称为它的对角线, 那么一个正五棱柱对角线的条数共有

- A. 20 B. 15 C. 12 D. 10

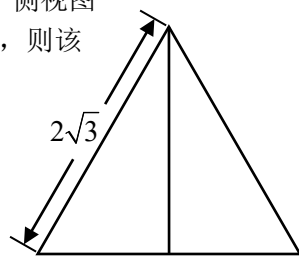
8. 设圆 C 与圆 $x^2 + (y-3)^2 = 1$ 外切, 与直线 $y=0$ 相切, 则 C 的圆心轨迹为

- A. 抛物线 B. 双曲线 C. 椭圆 D. 圆

9. 如图1

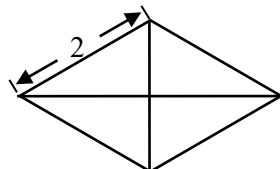
3, 某几何体的正视图 (主视图), 侧视图是等边三角形, 等腰三角形和菱形, 则该体积为

- A. $4\sqrt{3}$ B. 4
C. $2\sqrt{3}$ D. 2



正视图

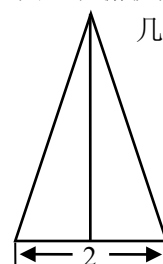
图1



俯视图

图3

(左视图) 和俯视图分别
几何体的



侧视图

图2

10. 设 $f(x), g(x), h(x)$ 是 \mathbf{R} 上的任意实值函数, 如下定义两个函数 $(f \circ g)(x)$ 和 $(f \cdot g)(x)$: 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $(f \circ g)(x) = f(g(x))$; $(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)$, 则下列等式恒成立的是
- A. $((f \circ g) \cdot h)(x) = ((f \cdot h) \circ (g \cdot h))(x)$
- B. $((f \cdot g) \circ h)(x) = ((f \circ h) \cdot (g \circ h))(x)$
- C. $((f \circ g) \circ h)(x) = ((f \circ g) \circ (g \circ h))(x)$
- D. $((f \cdot g) \cdot h)(x) = ((f \cdot g) \cdot (g \cdot h))(x)$

二、填空题: 本大题共5小题, 考生作答4小题, 每小题5分, 满分20分.

(一) 必做题 (9 ~ 13题)

11. 已知 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列, 若 $a_2 = 2$, $a_4 - a_3 = 4$, 则此数列的公比 $q =$ _____.
12. 设函数 $f(x) = x^3 \cos x + 1$. 若 $f(a) = 11$, 则 $f(-a) =$ _____.
13. 为了解篮球爱好者小李的投篮命中率与打篮球时间之间的关系, 下表记录了小李某月1号到5号

每天打篮球时间 x (单位: 小时) 与当天投篮命中率 y 之间的关系:

时间 x	1	2	3	4	5
命中率 y	0.4	0.5	0.6	0.6	0.4

小李这5天的平均投篮命中率为_____.

; 用线性回归分析的方法, 预测小李该月6号打6小时篮球的投篮命中率为_____.

(二) 选做题 (14 ~ 15题, 考生只能从中选做一题)

14. (坐标系与参数方程选做题) 已知两曲线参数方程分别为 $\begin{cases} x = \sqrt{5} \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} (0 \leq \theta < \pi)$ 和

$$\begin{cases} x = \frac{5}{4} t^2 \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbf{R}), \text{ 它们的交点坐标为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

15. (几何证明选讲选做题) 如图4, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 4$, $CD = 2$, E, F 分别为 AD, BC 上的点, 且 $EF = 3$, $EF \parallel AB$, 则梯形 $ABFE$ 与梯形 $EFCD$ 的面积比为_____.

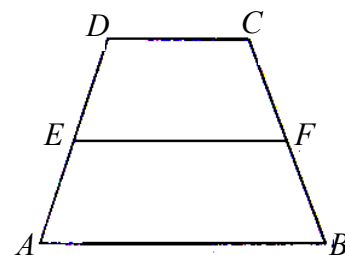


图4

三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．

16. （本小题满分12分）

已知函数 $f(x) = 2\sin(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{6})$, $x \in \mathbf{R}$.

（1）求 $f(0)$ 的值；

（2）设 $\alpha, \beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $f(3\alpha + \frac{\pi}{2}) = \frac{10}{13}$, $f(3\beta + 2\pi) = \frac{6}{5}$, 求 $\sin(\alpha + \beta)$ 的值.

17. （本小题满分13分）

在某次测验中，有6位同学的平均成绩为75分．用 x_n 表示编号为 n ($n=1,2,\cdots,6$) 的同学所得成绩，且前5位同学的成绩如下：

编号 n	1	2	3	4	5
成绩 x_n	70	76	72	70	72

（1）求第6位同学的成绩 x_6 ，及这6位同学成绩的标准差 s ；

（2）从前5位同学中，随机地选2位同学，求恰有1位同学成绩在区间 $(68, 75)$ 中的概率．

18. (本小题满分13分)

图5所示的几何体是将高为2，底面半径为1的直圆柱沿过轴的平面切开后，将其中一半沿切面向右水平平移后得到的. A, A', B, B' 分别为 $\widehat{CD}, \widehat{C'D'}, \widehat{DE}, \widehat{D'E'}$ 的中点, O_1, O_1', O_2, O_2' 分别为 $CD, C'D', DE, D'E'$ 的中点.

(1) 证明: O_1', A', O_2, B 四点共面;

(2) 设 G 为 AA' 中点, 延长 $A'O_1'$ 到 H' , 使得 $O_1'H' = A'O_1'$. 证明: $BO_2' \perp$ 平面 $H'B'G$

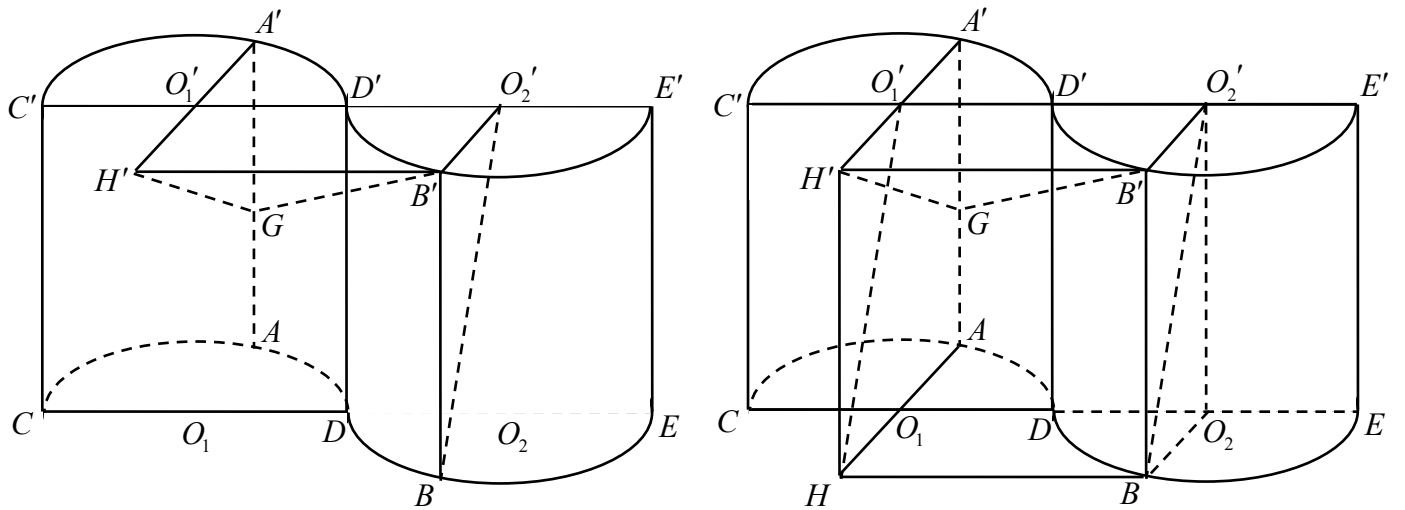


图5

19. (本小题满分14分)

设 $a > 0$, 讨论函数 $f(x) = \ln x + a(1-a)x^2 - 2(1-a)x$ 的单调性.

20. (本小题满分14分)

设 $b > 0$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = b$, $a_n = \frac{nba_{n-1}}{a_{n-1} + n - 1} (n \geq 2)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: 对于一切正整数 n , $2a_n \leq b^{n+1} + 1$.

21. (本小题满分14分)

在平面直角坐标系 xOy 上, 直线 $l: x = -2$ 交 x 轴于点 A . 设 P 是 l 上一点, M 是线段 OP 的垂直平分线上一点, 且满足 $\angle MPO = \angle AOP$.

(1) 当点 P 在 l 上运动时, 求点 M 的轨迹 E 的方程;

(2) 已知 $T(1, -1)$, 设 H 是 E 上动点, 求 $|HO| + |HT|$ 的最小值, 并给出此时点 H 的坐标;

(3) 过点 $T(1, -1)$ 且不平行于 y 轴的直线 l_1 与轨迹 E 有且只有两个不同的交点, 求直线 l_1 的斜率 k 的取值范围.