

2009年全国统一高考数学试卷（理科）（全国卷Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分） $\frac{10i}{2-i} = (\quad)$
- A. $-2+4i$ B. $-2-4i$ C. $2+4i$ D. $2-4i$
2. （5分）设集合 $A = \{x \mid |x| > 3\}$ ， $B = \{x \mid \frac{x-1}{x-4} < 0\}$ ，则 $A \cap B = (\quad)$
- A. ϕ B. $(3, 4)$ C. $(-2, 1)$ D. $(4, +\infty)$
3. （5分）已知 $\triangle ABC$ 中， $\cot A = -\frac{12}{5}$ ，则 $\cos A = (\quad)$
- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $-\frac{5}{13}$ D. $-\frac{12}{13}$
4. （5分）函数 $y = \frac{x}{2x-1}$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程为 (\quad)
- A. $x - y - 2 = 0$ B. $x + y - 2 = 0$ C. $x + 4y - 5 = 0$ D. $x - 4y + 3 = 0$
5. （5分）已知正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1 = 2AB$ ， E 为 AA_1 中点，则异面直线 BE 与 CD_1 所形成角的余弦值为 (\quad)
- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{3}{5}$
6. （5分）已知向量 $\vec{a} = (2, 1)$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = 5\sqrt{2}$ ，则 $|\vec{b}| = (\quad)$
- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. 5 D. 25
7. （5分）设 $a = \log_3 \pi$ ， $b = \log_2 \sqrt{3}$ ， $c = \log_3 \sqrt{2}$ ，则 (\quad)
- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $b > c > a$
8. （5分）若将函数 $y = \tan(\omega x + \frac{\pi}{4})$ ($\omega > 0$)的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，与函数 $y = \tan(\omega x + \frac{\pi}{6})$ 的图象重合，则 ω 的最小值为 (\quad)
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$
9. （5分）已知直线 $y = k(x+2)$ ($k > 0$)与抛物线 $C: y^2 = 8x$ 相交于 A 、 B 两点， F 为 C 的焦点，若 $|FA| = 2|FB|$ ，则 $k = (\quad)$
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
10. （5分）甲、乙两人从4门课程中各选修2门，则甲、乙所选的课程中恰有1门相同的选法有 (\quad)

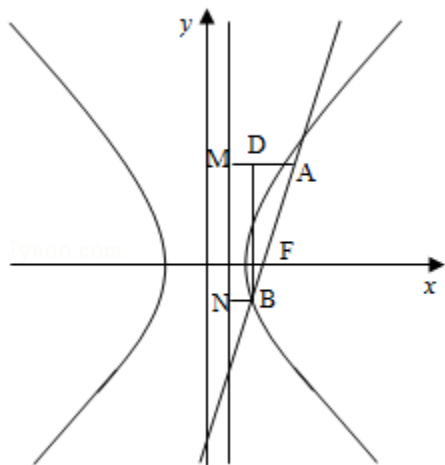
A. 6种

B. 12种

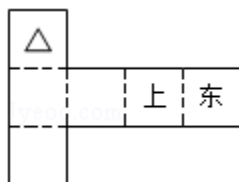
C. 24种

D. 30种

11. (5分) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 过 F 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线交 C 于 A 、 B 两点, 若 $\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{FB}$, 则 C 的离心率为 ()

A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{7}{5}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{9}{5}$

12. (5分) 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北. 现在沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展平, 得到如图所示的平面图形, 则标“△”的面的方位 ()



A. 南

B. 北

C. 西

D. 下

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) $(x\sqrt{y} - y\sqrt{x})^4$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为_____.

14. (5分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_5 = 5a_3$, 则 $\frac{S_9}{S_5} =$ _____.

15. (5分) 设 OA 是球 O 的半径, M 是 OA 的中点, 过 M 且与 OA 成 45° 角的平面截球 O 的表面得到圆 C . 若圆 C 的面积等于 $\frac{7\pi}{4}$, 则球 O 的表面积等于_____.

16. (5分) 求证: 菱形各边中点在以对角线的交点为圆心的同一个圆上.

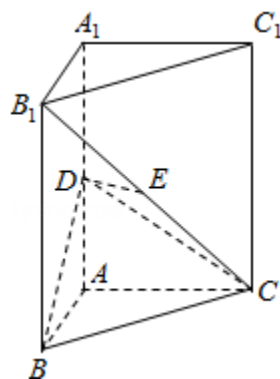
三、解答题（共6小题，满分70分）

17. （10分）设 $\triangle ABC$ 的内角A、B、C的对边长分别为a、b、c， $\cos(A - C) + \cos B = \frac{3}{2}$ ， $b^2 = ac$ ，求B.

18. （12分）如图，直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB \perp AC$ ，D、E分别为 AA_1 、 B_1C 的中点， $DE \perp$ 平面 BCC_1 .

（I）证明： $AB = AC$ ；

（II）设二面角 $A - BD - C$ 为 60° ，求 B_1C 与平面BCD所成的角的大小.



19. （12分）设数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n ，已知 $a_1 = 1$ ， $S_{n+1} = 4a_n + 2$ （ $n \in \mathbb{N}^*$ ）.

（1）设 $b_n = a_{n+1} - 2a_n$ ，证明数列 $\{b_n\}$ 是等比数列；

（2）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. (12分) 某车间甲组有10名工人, 其中有4名女工人; 乙组有5名工人, 其中有3名女工人, 现采用分层抽样方法(层内采用不放回简单随机抽样)从甲、乙两组中共抽取3名工人进行技术考核.

(I) 求从甲、乙两组各抽取的人数;

(II) 求从甲组抽取的工人中恰有1名女工人的概率;

(III) 记 ξ 表示抽取的3名工人中男工人数, 求 ξ 的分布列及数学期望.

21. (12分) 已知椭圆C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 过右焦点F的

直线l与C相交于A、B两点, 当l的斜率为1时, 坐标原点O到l的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,

(I) 求a, b的值;

(II) C上是否存在点P, 使得当l绕F转到某一位置时, 有 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ 成立? 若存在, 求出所有的P的坐标与l的方程; 若不存在, 说明理由.

22. (12分) 设函数 $f(x) = x^2 + a \ln(1+x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$,

(I) 求 a 的取值范围, 并讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 证明: $f(x_2) > \frac{1-2\ln 2}{4}$.