

# 2014 年普通高等学校招生全国统一考试 (重庆卷)

## 数学试题 (理工农医类)

一.选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 复平面内表示复数  $i(1-2i)$  的点位于 ( )

- A. 第一象限  
B. 第二象限  
C. 第三象限  
D. 第四象限

2. 对任意等比数列  $\{a_n\}$ , 下列说法一定正确的是 ( )

- A.  $a_1, a_3, a_9$  成等比数列  
B.  $a_2, a_3, a_6$  成等比数列  
C.  $a_2, a_4, a_8$  成等比数列  
D.  $a_3, a_6, a_9$  成等比数列

3. 已知变量  $x$  与  $y$  正相关, 且由观测数据算得样本平均数  $\bar{x} = 3$ ,  $\bar{y} = 3.5$ , 则由该观测的数据算得的线性回归方程可能是 ( )

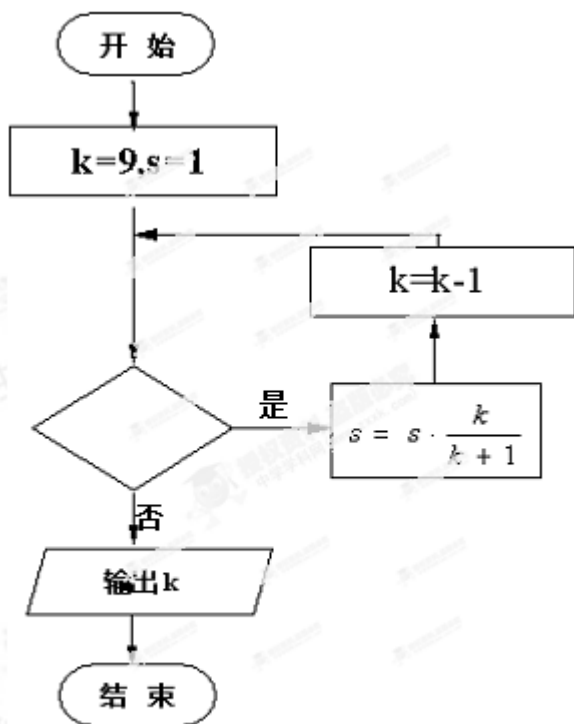
- A.  $\hat{y} = 0.4x + 2.3$   
B.  $\hat{y} = 2x - 2.4$   
C.  $\hat{y} = -2x + 9.5$   
D.  $\hat{y} = -0.3x + 4.4$

4. 已知向量  $\vec{a} = (k, 3)$ ,  $\vec{b} = (1, 4)$ ,  $\vec{c} = (2, 1)$ , 且  $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \perp \vec{c}$ , 则实数  $k =$  ( )

- A.  $-\frac{9}{2}$   
B. 0  
C. 3  
D.  $\frac{15}{2}$

5. 执行如题 (5) 图所示的程序框图, 若输出  $k$  的值为 6, 则判断框内可填入的条件是 ( )

- A.  $s > \frac{1}{2}$   
B.  $s > \frac{3}{5}$   
C.  $s > \frac{7}{10}$   
D.  $s > \frac{4}{5}$



题(5)图

6. 已知命题

$p$ : 对任意  $x \in R$ , 总有  $2^x > 0$ ;

$q$ : " $x > 1$ " 是 " $x > 2$ " 的充分不必要条件

则下列命题为真命题的是 ( )

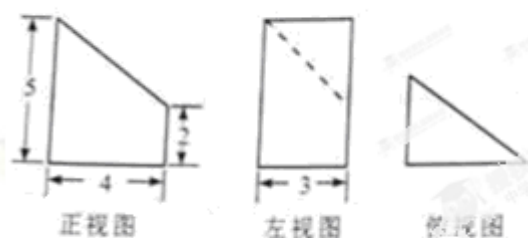
A.  $p \wedge q$

B.  $\neg p \wedge \neg q$

C.  $\neg p \wedge q$

D.  $p \wedge \neg q$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ( )



A. 54

B. 60

C. 66

D. 72

8. 设  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 双曲线上存在一点  $P$  使得

$|PF_1| + |PF_2| = 3b, |PF_1| \cdot |PF_2| = \frac{9}{4}ab$ , 则该双曲线的离心率为 ( )

- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{5}{3}$                       C.  $\frac{9}{4}$                       D. 3

9. 某次联欢会要安排 3 个歌舞类节目、2 个小品类节目和 1 个相声类节目的演出顺序, 则同类节目不相邻的排法种数是 ( )

- A. 72                      B. 120                      C. 144                      D. 168

10. 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  满足  $\sin 2A + \sin(A - B + C) = \sin(C - A - B) + \frac{1}{2}$ , 面积  $S$  满足

$1 \leq S \leq 2$ , 记  $a, b, c$  分别为  $A, B, C$  所对的边, 则下列不等式一定成立的是 ( )

- A.  $bc(b+c) > 8$               B.  $ac(a+b) > 16\sqrt{2}$               C.  $6 \leq abc \leq 12$               D.  $12 \leq abc \leq 24$

## 二、填空题.

11. 设全集  $U = \{n \in \mathbb{N} | 1 \leq n \leq 10\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$  \_\_\_\_\_.

12. 函数  $f(x) = \log_2 \sqrt{x} \cdot \log_{\sqrt{2}}(2x)$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

13. 已知直线  $ax + y - 2 = 0$  与圆心为  $C$  的圆  $(x-1)^2 + (y-a)^2 = 4$  相交于  $A, B$  两点, 且

$\triangle ABC$  为等边三角形, 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.

考生注意: 14、15、16 三题为选做题, 请从中任选两题作答, 若三题全做, 则按前两题给分.

14. 过圆外一点  $P$  作圆的切线  $PA$  ( $A$  为切点), 再作割线  $PBC$  分别交圆于  $B, C$ , 若  $PA = 6$ ,

$AC = 8, BC = 9$ , 则  $AB =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系,

曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho \sin^2 \theta - 4 \cos \theta = 0$  ( $\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ ), 则直线  $l$  与曲线  $C$  的公共点的极径

$\rho =$  \_\_\_\_\_.

16. 若不等式  $|2x-1| + |x+2| \geq a^2 + \frac{1}{2}a + 2$  对任意实数  $x$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

已知函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin(ax + \varphi)$  ( $\omega > 0, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的图像关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称, 且图像上相邻两个最高点的距离为  $\pi$ .

(I) 求  $\omega$  和  $\varphi$  的值;

(II) 若  $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$   $\left(\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{3}\right)$ , 求  $\cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)$  的值.

18. (本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

一盒中装有 9 张各写有一个数字的卡片, 其中 4 张卡片上的数字是 1, 3 张卡片上的数字是 2, 2 张卡片上的数字是 3, 从盒中任取 3 张卡片.

(I) 求所取 3 张卡片上的数字完全相同的概率.

(II)  $X$  表示所取 3 张卡片上的数字的中位数, 求  $X$  的分布列与数学期望.

(注: 若三个数  $a, b, c$  满足  $a \leq b \leq c$ , 则称  $b$  为这三个数的中位数).

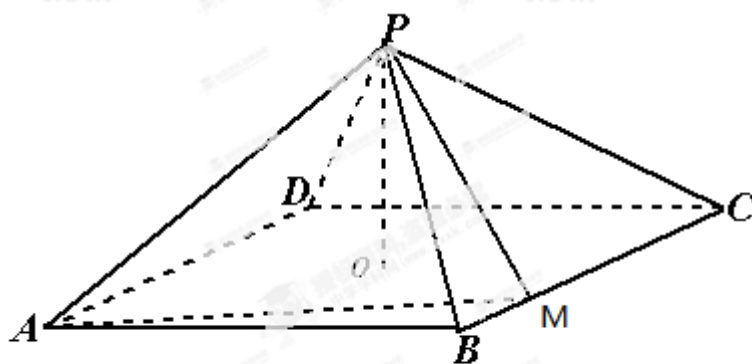
19. (本小题满分 13 分, (I) 小问 6 分, (II) 小问 7 分)

如题 (19) 图, 四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面是以  $O$  为中心的菱形,  $PO \perp$  底面  $ABCD$ ,

$AB = 2, \angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ,  $M$  为  $BC$  上一点, 且  $BM = \frac{1}{2}$ ,  $MP \perp AP$ .

(I) 求  $PO$  的长;

(II) 求二面角  $A-PM-C$  的正弦值.



题 (19) 图

20. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 3 分, (III) 小问 5 分)

已知函数  $f(x) = ae^{2x} - be^{-2x} - cx$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) 的导函数  $f'(x)$  为偶函数, 且曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线的斜率为  $4 - c$ .

(I) 确定  $a, b$  的值;

(II) 若  $c = 3$ , 判断  $f(x)$  的单调性;

(III) 若  $f(x)$  有极值, 求  $c$  的取值范围.

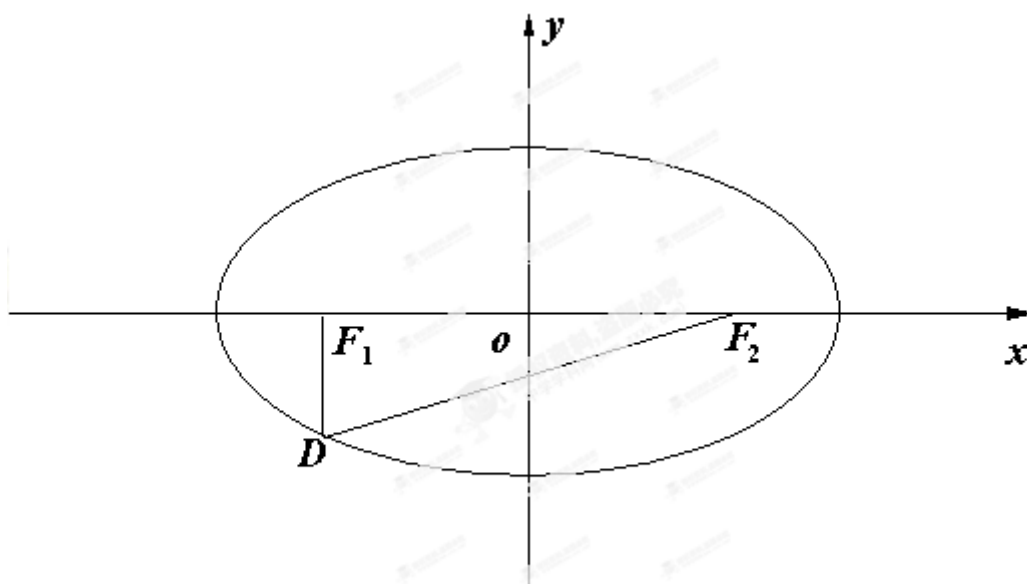
21. (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $D$  在椭圆上,

$$DF_1 \perp F_1F_2, \frac{|F_1F_2|}{|DF_1|} = 2\sqrt{2}, \Delta DF_1F_2 \text{ 的面积为 } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(I) 求该椭圆的标准方程;

(II) 设圆心在  $y$  轴上的圆与椭圆在  $x$  轴的上方有两个交点, 且圆在这两个交点处的两条切线相互垂直并分别过不同的焦点, 求圆的半径..



题 (21) 图

22. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

$$\text{设 } a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 - 2a_n + 2 + b} (n \in \mathbb{N}^*)$$

(I) 若  $b = 1$ , 求  $a_2, a_3$  及数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 若  $b = -1$ , 问: 是否存在实数  $c$  使得  $a_{2n} < c < a_{2n+1}$  对所有  $n \in \mathbb{N}^*$  成立? 证明你的结论.

