2017年普通高等学校招生全国统一考试天津数学（理工类）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题考上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

1.每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

2.本卷共8小题，每小题5分，共40分。

参考公式：

·如果事件 A，B 互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

·如果事件 A，B 相互独立，那么 $P(AB)=P(A)\,P(B)$.

·棱柱的体积公式$V=Sh$. 其中S表示棱柱的底面面积，h表示棱柱的高.

·球的体积公式$V=\frac{4}{3}\pi R^3$. 其中 R 表示球的半径.

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

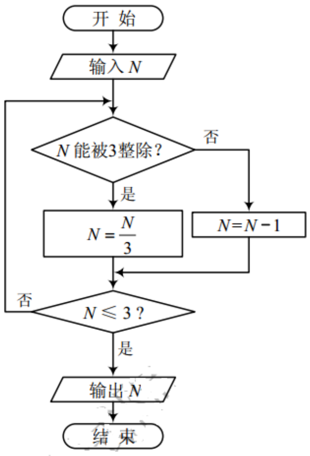
（1）设集合 $A=\{1,2,6\},B=\{2,4\},C=\{x\in\mathbf{R}\mid -1\le x\le 5\}$，则 $(A\bigcup B)\bigcap C=$

（A）$\{2\}$ （B）$\{1,2,4\}$ （C）$\{1,2,4,6\}$ （D）$\{x\in\mathbf{R}\mid -1\le x\le 5\}$

（2）设变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y\ge 0,\\ x+2y-2\ge 0,\\ x\le 0,\\ y\le 3,\end{cases}$ 则目标函数 $z=x+y$ 的最大值为

（A）$\frac{2}{3}$ （B）1（C）$\frac{3}{2}$ （D）3

（3）阅读右面的程序框图，运行相应的程序，若输入 N 的值为24，则输出 N 的值为



（第 3 题图）

（A）0 （B）1（C）2（D）3

（4）设 $\theta \in \mathbf{R}$，则“$|\theta-\frac{\pi}{12}|<\frac{\pi}{12}$”是“$\sin\theta<\frac{1}{2}$”的

（A）充分而不必要条件

（B）必要而不充分条件（C）充要条件（D）既不充分也不必要条件

（5）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 F，离心率为 $\sqrt{2}$.若经过 F 和 $P(0,4)$ 两点的直线平行于双曲线的一条渐近线，则双曲线的方程为

（A）$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$ （B）$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$（C）$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$（D）$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$

（6）已知奇函数 $f(x)$ 在R上是增函数，$g(x)=xf(x)$.若 $a=g(-\log_2 5.1)$，$b=g(2^{0.8})$，$c=g(3)$，则a，b，c的大小关系为

（A）$a<b<c$ （B）$c<b<a$ （C）$b<a<c$ （D）$b<c<a$

（7）设函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$，$x\in\mathbf{R}$，其中 $\omega>0$，$|\varphi|<\pi$.若 $f(\frac{5\pi}{8})=2$，$f(\frac{11\pi}{8})=0$，且 $f(x)$ 的最小正周期大于 2π，则

（A）$\omega=\frac{2}{3}$，$\varphi=\frac{\pi}{12}$ （B）$\omega=\frac{2}{3}$，$\varphi=-\frac{11\pi}{12}$ （C）$\omega=\frac{1}{3}$，$\varphi=-\frac{11\pi}{24}$ （D）$\omega=\frac{1}{3}$，$\varphi=\frac{7\pi}{24}$

（8）已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-x+3, x\le 1,\\ x+\frac{2}{x}, x>1.\end{cases}$ 设 $a\in\mathbf{R}$，若关于x的不等式 $f(x)\ge|\frac{x}{2}+a|$ 在R上恒成

立，则a的取值范围是

（A）$[-\frac{47}{16},2]$　　（B）$[-\frac{47}{16},\frac{39}{16}]$　　（C）$[-2\sqrt{3},2]$　　（D）$[-2\sqrt{3},\frac{39}{16}]$

第Ⅱ卷

注意事项：

1．用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2．本卷共12小题，共110分。

二. 填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

（9）已知$a\in\mathbf{R}$，i为虚数单位，若$\frac{a-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$为实数，则$a$的值为____.

（10）已知一个正方体的所有顶点在一个球面上，若这个正方体的表面积为18，则这个球的体积为____.

（11）在极坐标系中，直线$4\rho\cos(\theta-\frac{\pi}{6})+1=0$与圆$\rho=2\sin\theta$的公共点的个数为___________.

（12）若$a,b\in\mathbf{R}$，$ab>0$，则$\frac{a^4+4b^4+1}{ab}$的最小值为__________.

（13）在$\triangle ABC$中，$\angle A=60°$，$AB=3$，$AC=2$.若$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}(\lambda\in\mathbf{R})$，且$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}=-4$，则$\lambda$的值为__________.

（14）用数字1，2，3，4，5，6，7，8，9组成没有重复数字，且至多有一个数字是偶数的四位数，这样的四位数一共有__________个.（用数字作答）

三. 解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15.（本小题满分13分）

在$\triangle ABC$中，内角A,B,C所对的边分别为a,b,c.已知$a>b$，$a=5,c=6$，$\sin B=\frac{3}{5}$.

（I）求b和$\sin A$的值；

（II）求$\sin(2A+\frac{\pi}{4})$的值.

16.（本小题满分13分）

从甲地到乙地要经过3个十字路口，设各路口信号灯工作相互独立，且在各路口遇到红灯的

概率分别为$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$.

（I）设 X 表示一辆车从甲地到乙地遇到红灯的个数，求随机变量 X 的分布列和数学期望；

（II）若有2辆车独立地从甲地到乙地，求这2辆车共遇到1个红灯的概率.

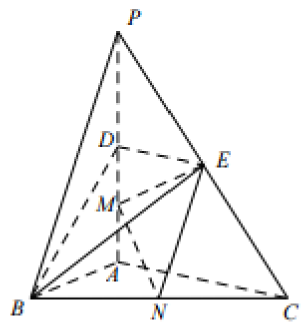
（17）（本小题满分13分）

如图，在三棱锥*P*-*ABC*中，*PA*⊥底面*ABC*，$\angle BAC=90°$.点*D*，*E*，*N*分别为棱*PA*，PC，*BC*的中点，*M*是线段*AD*的中点，*PA*=*AC*=4，*AB*=2.

（Ⅰ）求证：*MN*∥平面*BDE*；

（Ⅱ）求二面角*C*-*EM*-*N*的正弦值；

（Ⅲ）已知点*H*在棱*PA*上，且直线*NH*与直线*BE*所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{7}}{21}$，求线段*AH*的长.



18.（本小题满分13分）

已知$\{a_n\}$为等差数列，前*n*项和为$S_n(n\in\mathbf{N}^*)$，$\{b_n\}$是首项为2的等比数列，且公比大于0，$b_2+b_3=12, b_3=a_4-2a_1$，$S_{11}=11b_4$.

（I）求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（II）求数列$\{a_{2n}b_{2n-1}\}$的前*n*项和$(n\in\mathbf{N}^*)$.

（19）（本小题满分14分）

设椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为$F$，右顶点为$A$，离心率为$\frac{1}{2}$.已知$A$是抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点，$F$到抛物线的准线$l$的距离为$\frac{1}{2}$.

(Ⅰ) 求椭圆的方程和抛物线的方程；

(Ⅱ) 设l上两点P，Q关于x轴对称，直线AP与椭圆相交于点B（B异于点A），直线BQ与x轴相交于点D.若$\triangle APD$的面积为$\frac{\sqrt{6}}{2}$，求直线AP的方程.

（20）（本小题满分14分）

设$a\in \mathbf{Z}$，已知定义在**R**上的函数$f(x)=2x^4+3x^3-3x^2-6x+a$在区间$(1,2)$内有一个零点x_0，$g(x)$为$f(x)$的导函数.

（Ⅰ）求$g(x)$的单调区间；

（Ⅱ）设$m\in[1,x_0)\cup(x_0,2]$，函数$h(x)=g(x)(m-x_0)-f(m)$，求证：$h(m)h(x_0)<0$；

（Ⅲ）求证：存在大于0的常数A，使得对于任意的正整数p,q，且$\frac{p}{q}\in[1,x_0)\cup(x_0,2]$，满足$|\frac{p}{q}-x_0|\geq\frac{1}{Aq^4}$.