2014年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学（理科）

一. 选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.满足$\dfrac{z+i}{z}=i$（i是虚数单位）的复数$z=$（　　）

A.$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$　　B. $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$　　C. $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$　　D. $-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$

2.对一个容量为N的总体抽取容量为n的样本，当选取简单随机抽样、系统抽样和分层抽样三种不同方法抽取样本时，总体中每个个体被抽中的概率分别为p_1,p_2,p_3，则（　　）

A. $p_1=p_2<p_3$　　B. $p_2=p_3<p_1$　　C. $p_1=p_3<p_2$　　D. $p_1=p_2=p_3$

3.已知$f(x),g(x)$分别是定义在R上的偶函数和奇函数，且$f(x)-g(x)=x^3+x^2+1$，则$f(1)+g(1)=$

A. -3　　B. -1　　C. 1　　D. 3

4.$\left(\dfrac{1}{2}x-2y\right)^5$的展开式中$x^2y^3$的系数是（　　）

A.-20　　B.-5　　C.5　　D.20

5.已知命题p:若$x>y$,则$-x<-y$；命题q:若$x<y$,则$x^2>y^2$.在命题

①$p\wedge q$;②$p\vee q$;③$p\wedge(\neg q)$;④（$\neg p$）$\vee q$中，真命题是（　　）

A①③　　B.①④　　C.②③　　D.②④

6.执行如图1所示的程序框图，如果输入的$t\in[-2,2]$，则输出的S属于（　　）

A.$[-6,-2]$　　B.$[-5,-1]$　　C.$[-4,5]$　　D.$[-3,6]$

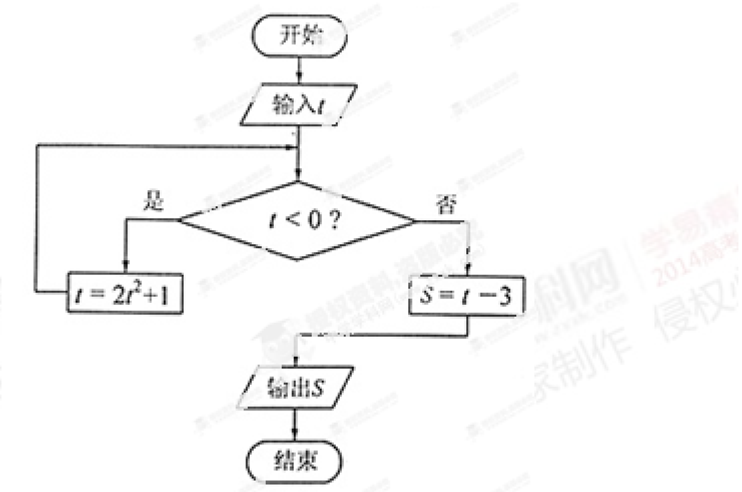

图 1

7.一块石材表示的几何体的三视图如图 2 所示，将该石材切削、打磨、加工成球，则能得到的最大球的半径等于（　　）

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

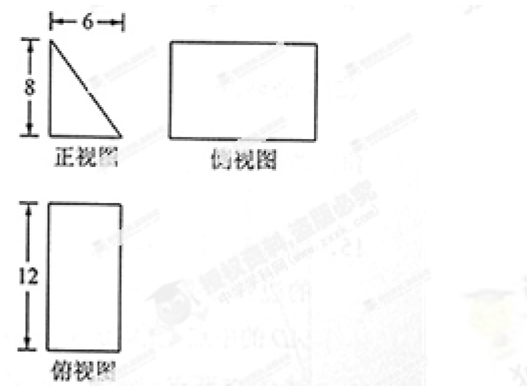

图 2

8. 某市生产总值连续两年持续增加. 第一年的增长率为 p，第二年的增长率为 q，则该市这两年生产总值的年平均增长率为(　　)

A. $\dfrac{p+q}{2}$　　B. $\dfrac{(p+1)(q+1)-1}{2}$

C. $\sqrt{pq}$　　D. $\sqrt{(p+1)(q+1)}-1$

9. 已知函数 $f(x)=\sin(x-\varphi)$, 且 $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} f(x)dx=0$, 则函数 $f(x)$ 的图象的一条对称轴是(　　)

A. $x=\dfrac{5\pi}{6}$　　B. $x=\dfrac{7\pi}{12}$　　C. $x=\dfrac{\pi}{3}$　　D. $x=\dfrac{\pi}{6}$

10.已知函数 $f(x)=x^2+e^x-\dfrac{1}{2}(x<0)$ 与 $g(x)=x^2+\ln(x+a)$ 图象上存在关于 y 轴对称的点，则 a 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty, \frac{1}{\sqrt{e}})$　　B. $(-\infty, \sqrt{e})$　　C. $(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \sqrt{e})$　　D. $(-\sqrt{e}, \frac{1}{\sqrt{e}})$

二. 填空题：本大题共 6 小题，考生作答 5 小题，没小题 5 分，共 25 分.

(一)选做题（请考生在第 11, 12, 13 三题中任选两题作答，如果全做，则按前两题记分）

11.在平面直角坐标系中，倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线 l 与曲线 C: $\begin{cases} x = 2+\cos\alpha \\ y = 1+\sin\alpha \end{cases}$，（$\alpha$ 为参数）交于 A 、B 两点，且 $|AB| = 2$，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，则直线 l 的极坐标方程是________.

12.如图 3，已知 AB，BC 是 $\odot O$ 的两条弦，$AO \perp BC$，$AB = \sqrt{3}$，$BC = 2\sqrt{2}$，则 $\odot O$ 的半径等于________.

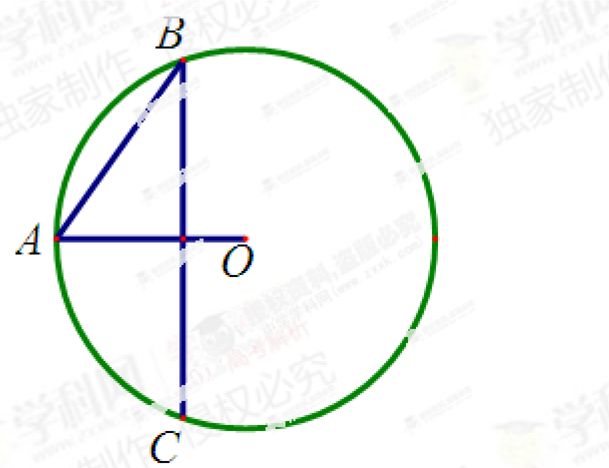

图 3

13.若关于 x 的不等式 $|ax-2| < 3$ 的解集为 $\left\{x \middle| -\frac{5}{3} < x < \frac{1}{3}\right\}$，则 $a =$________.

(二)必做题（14-16 题）

14.若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \le x \\ x+y \le 4 \\ y \ge k \end{cases}$，且 $z = 2x+y$ 的最小值为 -6，则 $k =$_____

15.如图 4，正方形 $ABCD$ 和正方形 $DEFG$ 的边长分别为 $a, b\,(a < b)$，原点 O 为 AD 的中点，抛物线 $y^2 = 2px(p > 0)$ 经过 C, F 两点，则 $\frac{b}{a} =$______　　.

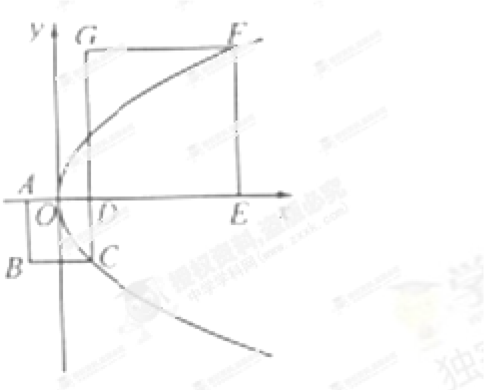

图 4

16.在平面直角坐标系中,O为原点,$A(-1,0),B(0,\sqrt{3}),C(3,0)$,动点$D$满足$|\overrightarrow{CD}|=1$,则$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}|$的最大值是_________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算过程.

17. 某企业甲,乙两个研发小组,他们研发新产品成功的概率分别为$\frac{2}{3}$和$\frac{3}{5}$,现安排甲组研发新产品A,乙组研发新产品B.设甲,乙两组的研发是相互独立的.

(1)求至少有一种新产品研发成功的概率;

(2)若新产品A研发成功,预计企业可获得120万元,若新产品B研发成功,预计企业可获得利润100万元,求该企业可获得利润的分布列和数学期望.

18.如图 5,在平面四边形$ABCD$中,$AD=1,CD=2,AC=\sqrt{7}$.

(1)求$\cos\angle CAD$的值;

(2)若$\cos\angle BAD=-\frac{\sqrt{7}}{14}$,$\sin\angle CBA=\frac{\sqrt{21}}{6}$,求$BC$的长.

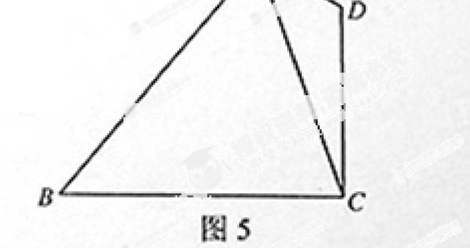

图 5

19.如图 6,四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长都相等,$AC\cap BD=O$,$A_1C_1\cap B_1D_1=O_1$,四边形 ACC_1A_1 和四边形 BDD_1B_1 为矩形.

(1)证明:$O_1O\perp$ 底面 $ABCD$;

(2)若 $\angle CBA=60^0$,求二面角 C_1-OB_1-D 的余弦值.

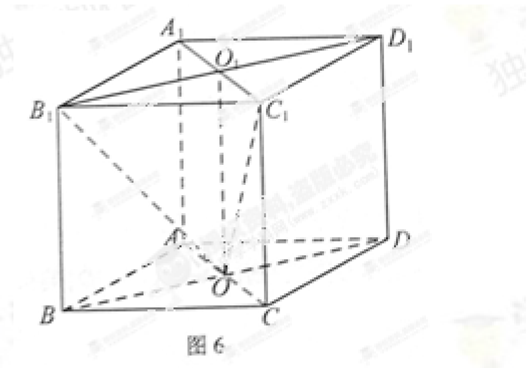

图 6

20.已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1,|a_{n+1}-a_n|=p^n,n\in N^*$.

(1)若 $\{a_n\}$ 为递增数列,且 $a_1,2a_2,3a_3$ 成等差数列,求 P 的值;

(2)若 $p=\dfrac{1}{2}$,且 $\{a_{2n-1}\}$ 是递增数列,$\{a_{2n}\}$ 是递减数列,求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

21.如图 7,O 为坐标原点,椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2,离心率为 e_1;双曲线 $C_2:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左右焦点分别为 F_3,F_4,离心率为 e_2,已知 $e_1e_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,且 $|F_2F_4|=\sqrt{3}-1$.

(1)求 C_1,C_2 的方程;

(2)过 F_1 点作 C_1 的不垂直于 y 轴的弦 AB,M 为 AB 的中点,当直线 OM 与 C_2 交于 P,Q 两点时,求四边形 $APBQ$ 面积的最小值.

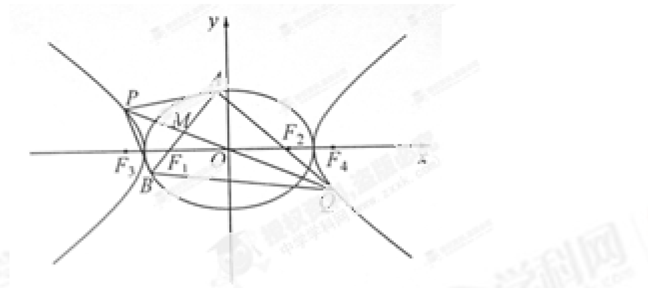

图 7

22.已知常数 $a>0$,函数 $f\left(x\right)=\ln\left(1+ax\right)-\dfrac{2x}{x+2}$.

(1)讨论 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left(0,+\infty\right)$ 上的单调性;

(2)若 $f\left(x\right)$ 存在两个极值点 x_1,x_2,且 $f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)>0$,求 a 的取值范围.