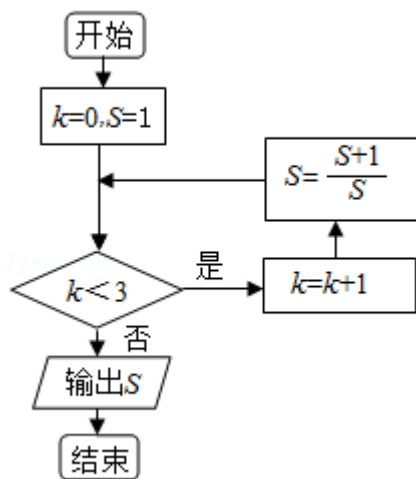


## 2017年北京市高考数学试卷（理科）

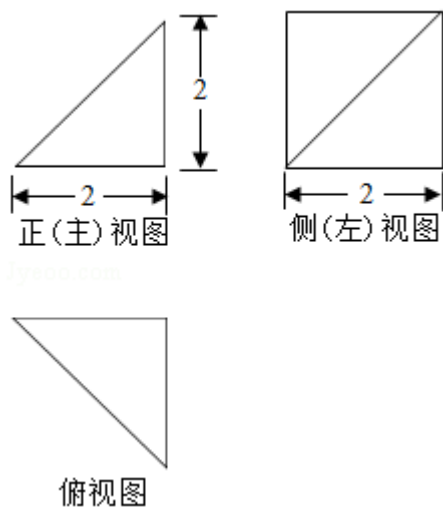
### 一、选择题. (每小题5分)

1. (5分) 若集合  $A = \{x \mid -2 < x < 1\}$ ,  $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
- A.  $\{x \mid -2 < x < -1\}$       B.  $\{x \mid -2 < x < 3\}$   
C.  $\{x \mid -1 < x < 1\}$       D.  $\{x \mid 1 < x < 3\}$
2. (5分) 若复数  $(1 - i)(a + i)$  在复平面内对应的点在第二象限, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $(-\infty, 1)$     B.  $(-\infty, -1)$     C.  $(1, +\infty)$     D.  $(-1, +\infty)$
3. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的  $S$  值为 ( )



- A. 2      B.  $\frac{3}{2}$       C.  $\frac{5}{3}$       D.  $\frac{8}{5}$
4. (5分) 若  $x, y$  满足  $\begin{cases} x \leq 3 \\ x+y \geq 2 \\ y \leq x \end{cases}$ , 则  $x+2y$  的最大值为 ( )
- A. 1      B. 3      C. 5      D. 9
5. (5分) 已知函数  $f(x) = 3^x - (\frac{1}{3})^x$ , 则  $f(x)$  ( )
- A. 是奇函数, 且在  $\mathbb{R}$  上是增函数      B. 是偶函数, 且在  $\mathbb{R}$  上是增函数  
C. 是奇函数, 且在  $\mathbb{R}$  上是减函数      D. 是偶函数, 且在  $\mathbb{R}$  上是减函数
6. (5分) 设  $\vec{m}, \vec{n}$  为非零向量, 则“存在负数  $\lambda$ , 使得  $\vec{m} = \lambda \vec{n}$ ”是“ $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$ ”的 ( )
- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

7. (5分) 某四棱锥的三视图如图所示, 则该四棱锥的最长棱的长度为 ( )



- A.  $3\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{3}$       C.  $2\sqrt{2}$       D. 2

8. (5分) 根据有关资料, 围棋状态空间复杂度的上限  $M$  约为  $3^{361}$ , 而可观测宇宙中普通物质的原子总数  $N$  约为  $10^{80}$ , 则下列各数中与  $\frac{M}{N}$  最接近的是 ( )  
(参考数据:  $\lg 3 \approx 0.48$ )

- A.  $10^{33}$       B.  $10^{53}$       C.  $10^{73}$       D.  $10^{93}$

## 二、填空题 (每小题5分)

9. (5分) 若双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$  的离心率为  $\sqrt{3}$ , 则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.

10. (5分) 若等差数列  $\{a_n\}$  和等比数列  $\{b_n\}$  满足  $a_1 = b_1 = -1$ ,  $a_4 = b_4 = 8$ , 则  $\frac{a_2}{b_2} =$  \_\_\_\_\_.

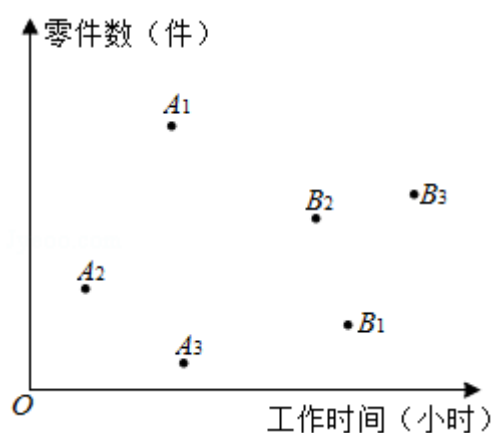
11. (5分) 在极坐标系中, 点  $A$  在圆  $\rho^2 - 2\rho\cos\theta - 4\rho\sin\theta + 4 = 0$  上, 点  $P$  的坐标为  $(1, 0)$ , 则  $|AP|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

12. (5分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 角  $\alpha$  与角  $\beta$  均以  $Ox$  为始边, 它们的终边关于  $y$  轴对称, 若  $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ , 则  $\cos(\alpha - \beta) =$  \_\_\_\_\_.

13. (5分) 能够说明“设  $a, b, c$  是任意实数. 若  $a > b > c$ , 则  $a + b > c$ ”是假命题的一组整数  $a, b, c$  的值依次为 \_\_\_\_\_.

14. (5分) 三名工人加工同一种零件，他们在一天中的工作情况如图所示，其中 $A_i$ 的横、纵坐标分别为第 $i$ 名工人上午的工作时间和加工的零件数，点 $B_i$ 的横、纵坐标分别为第 $i$ 名工人下午的工作时间和加工的零件数， $i=1, 2, 3$ .

- (1) 记 $Q_i$ 为第 $i$ 名工人在这一天中加工的零件总数，则 $Q_1, Q_2, Q_3$ 中最大的是\_\_  
.
- (2) 记 $p_i$ 为第 $i$ 名工人在这一天中平均每小时加工的零件数，则 $p_1, p_2, p_3$ 中最大的是\_\_\_\_\_.



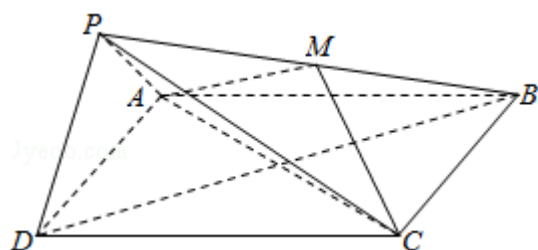
### 三、解答题

15. (13分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $c=\frac{3}{7}a$ .

- (1) 求 $\sin C$ 的值；
- (2) 若 $a=7$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

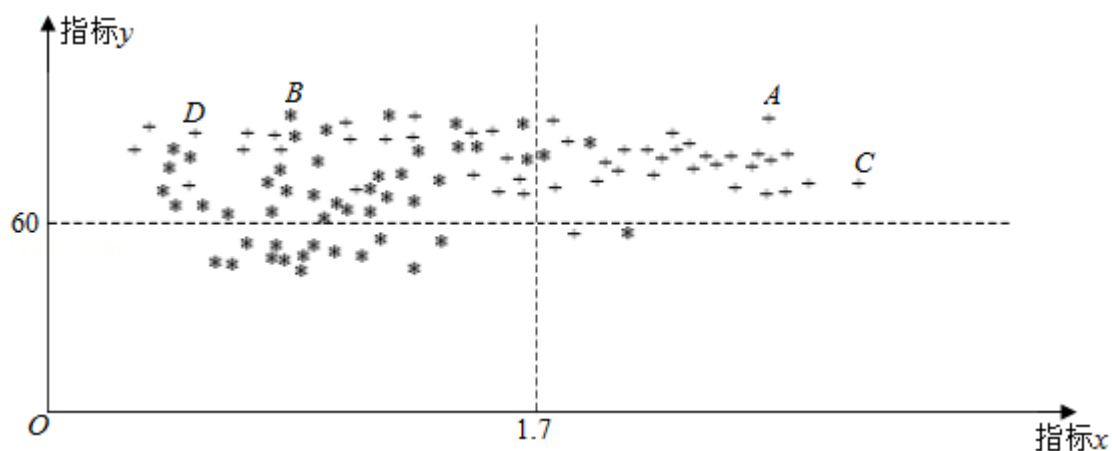
16. (14分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ , 点 $M$ 在线段 $PB$ 上,  $PD \parallel$ 平面 $MAC$ ,  $PA=PD=\sqrt{6}$ ,  $AB=4$ .

- (1) 求证:  $M$ 为 $PB$ 的中点;
- (2) 求二面角 $B-PD-A$ 的大小;
- (3) 求直线 $MC$ 与平面 $BDP$ 所成角的正弦值.



17. (13分) 为了研究一种新药的疗效, 选100名患者随机分成两组, 每组各50名, 一组服药, 另一组不服药. 一段时间后, 记录了两组患者的生理指标 $x$ 和 $y$ 的数据, 并制成如图, 其中“\*”表示服药者, “+”表示未服药者.

- (1) 从服药的50名患者中随机选出一人, 求此人指标 $y$ 的值小于60的概率;
- (2) 从图中A, B, C, D四人中随机选出两人, 记 $\xi$ 为选出的两人中指标 $x$ 的值大于1.7的人数, 求 $\xi$ 的分布列和数学期望 $E(\xi)$ ;
- (3) 试判断这100名患者中服药者指标 $y$ 数据的方差与未服药者指标 $y$ 数据的方差的大小. (只需写出结论)



18. (14分) 已知抛物线C:  $y^2=2px$ 过点P (1, 1). 过点  $(0, \frac{1}{2})$  作直线l与抛物线C交于不同的两点M, N, 过点M作x轴的垂线分别与直线OP、ON交于点A, B, 其中O为原点.
- (1) 求抛物线C的方程, 并求其焦点坐标和准线方程;
- (2) 求证: A为线段BM的中点.

19. (13分) 已知函数 $f(x) = e^x \cos x - x$ .
- (1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点  $(0, f(0))$  处的切线方程;
- (2) 求函数 $f(x)$ 在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值和最小值.

20. (13分) 设  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  是两个等差数列, 记  $c_n = \max\{b_1 - a_1n, b_2 - a_2n, \dots, b_n - a_nn\}$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ), 其中  $\max\{x_1, x_2, \dots, x_s\}$  表示  $x_1, x_2, \dots, x_s$  这  $s$  个数中最大的数.

(1) 若  $a_n=n$ ,  $b_n=2n-1$ , 求  $c_1, c_2, c_3$  的值, 并证明  $\{c_n\}$  是等差数列;

(2) 证明: 或者对任意正数  $M$ , 存在正整数  $m$ , 当  $n \geq m$  时,  $\frac{c_n}{n} > M$ ; 或者存在正整数  $m$ , 使得  $c_m, c_{m+1}, c_{m+2}, \dots$  是等差数列.