绝密★启用前

2020年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学

本试卷分为第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟．第I卷1至3页，第II卷4至6页．

答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第I卷

注意事项：

1．每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．

2．本卷共9小题，每小题5分，共45分．

参考公式：

如果事件 A 与事件 B 互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$．

如果事件 A 与事件 B 相互独立，那么 $P(AB)=P(A)P(B)$．

球的表面积公式 $S=4\pi R^2$，其中 R 表示球的半径．

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.设全集 $U=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$，集合 $A=\{-1,0,1,2\}$， $B=\{-3,0,2,3\}$，则 $A\cap\left(\complement_U B\right)=$（　）

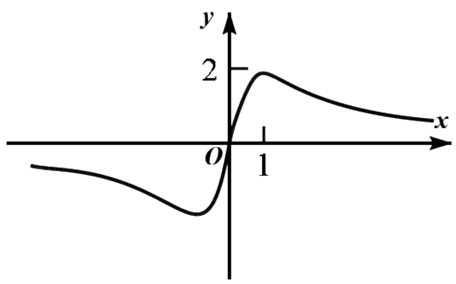
A. $\{-3,3\}$　　B. $\{0,2\}$　　C. $\{-1,1\}$　　D. $\{-3,-2,-1,1,3\}$

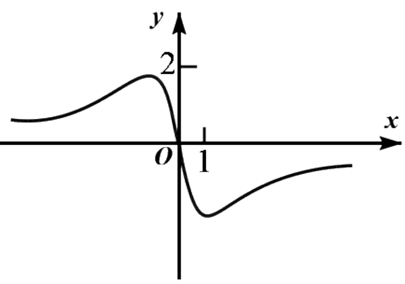
2.设 $a\in\mathbf{R}$，则“$a>1$”是“$a^2>a$”的（　）

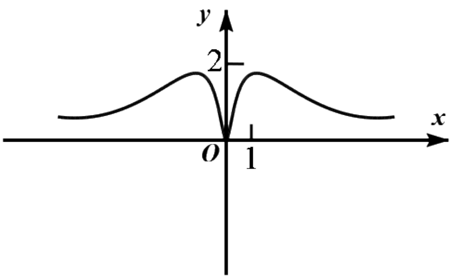
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

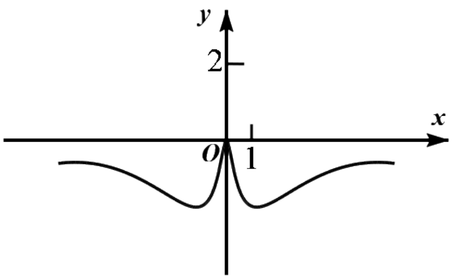
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3.函数 $y=\dfrac{4x}{x^2+1}$ 的图象大致为（　）

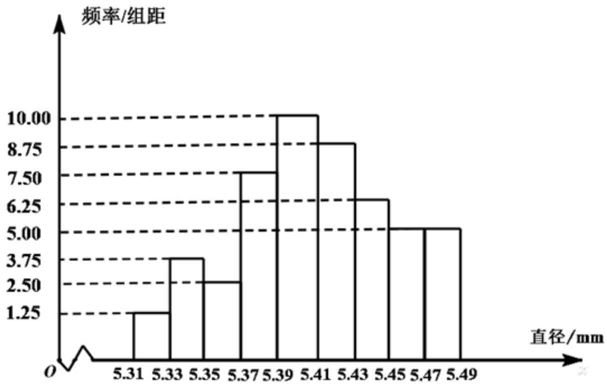
A.


B.


C. 

D. 

4.从一批零件中抽取80个，测量其直径（单位：mm），将所得数据分为9组：$[5.31,5.33),[5.33,5.35),\cdots,[5.45,5.47],[5.47,5.49]$，并整理得到如下频率分布直方图，则在被抽取的零件中，直径落在区间$[5.43,5.47)$内的个数为（　）



A. 10　　　　B. 18　　　　C. 20　　　　D. 36

5.若棱长为$2\sqrt{3}$的正方体的顶点都在同一球面上，则该球的表面积为（　）

A. 12π　　　　B. 24π　　　　C. 36π　　　　D. 144π

6.设$a=3^{0.7}$，$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.8}$，$c=\log_{0.7}0.8$，则$a,b,c$的大小关系为（　）

A. $a<b<c$　　　　B. $b<a<c$　　　　C. $b<c<a$　　　　D. $c<a<b$

7.设双曲线C的方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，过抛物线$y^2=4x$的焦点和点$(0,b)$的直线为$l$．若$C$的一条渐近线与$l$平行，另一条渐近线与$l$垂直，则双曲线$C$的方程为（　）

A. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$　　　　B. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$　　　　C. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　　　D. $x^2-y^2=1$

8.已知函数$f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$．给出下列结论：

①$f(x)$的最小正周期为2π；

②$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$是$f(x)$的最大值；

③把函数 $y=\sin x$ 的图象上所有点向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度，可得到函数 $y=f(x)$ 的图象．

其中所有正确结论的序号是

A. ①　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

9.已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^3, & x\geq 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x)-\left|kx^2-2x\right|$ $(k\in\mathbf{R})$ 恰有4个零点，则 k 的取值范围是（　）

A. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup(2\sqrt{2},+\infty)$

B. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup(0,2\sqrt{2})$

C. $(-\infty,0)\cup(0,2\sqrt{2})$

D. $(-\infty,0)\cup(2\sqrt{2},+\infty)$

绝密★启用前

2020年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学

第II卷

注意事项：

1．用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上．

2．本卷共11小题，共105分．

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．试题中包含两个空的，答对1个的给3分，全部答对的给5分．

10. i 是虚数单位，复数 $\dfrac{8-i}{2+i}=$________．

11.在 $\left(x+\dfrac{2}{x^2}\right)^5$ 的展开式中，x^2 的系数是________．

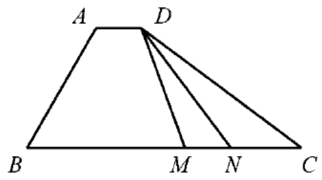
12.已知直线 $x-\sqrt{3}y+8=0$ 和圆 $x^2+y^2=r^2(r>0)$ 相交于 A,B 两点．若 $|AB|=6$，则 r 的值为________．

13.已知甲、乙两球落入盒子的概率分别为 $\dfrac{1}{2}$ 和 $\dfrac{1}{3}$．假定两球是否落入盒子互不影响，则甲、乙两球都落入盒子的概率为________；甲、乙两球至少有一个落入盒子的概率为________．

14.已知 $a>0,\ \ b>0$，且 $ab=1$，则 $\dfrac{1}{2a}+\dfrac{1}{2b}+\dfrac{8}{a+b}$ 的最小值为________．

15.如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=60^{\circ}$，$AB=3$，$BC=6$，且 $\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=-\dfrac{3}{2}$，则实

数λ的值为________，若M,N是线段BC上的动点，且$|\overrightarrow{MN}|=1$，则$\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}$的最小值为________.



三、解答题：本大题共5小题，共75分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

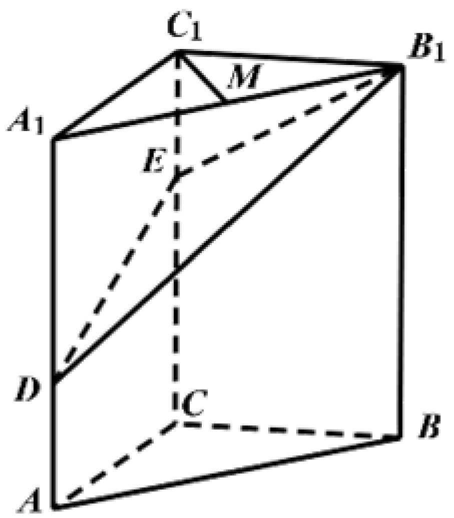
16.在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c．已知$a=2\sqrt{2},b=5,c=\sqrt{13}$．

（I）求角C的大小；

（II）求$\sin A$的值；

（III）求$\sin\left(2A+\dfrac{\pi}{4}\right)$的值.

17.如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CC_1\perp$平面$ABC,AC\perp BC,AC=BC=2$，$CC_1=3$，点D，E分别在棱AA_1和棱CC_1上，且$AD=1$　$CE=2$，M为棱A_1B_1的中点.



（I）求证：$C_1M\perp B_1D$；

（II）求二面角$B-B_1E-D$的正弦值；

（III）求直线AB与平面DB_1E所成角的正弦值.

18.已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个顶点为$A(0,-3)$，右焦点为$F$，且$|OA|=|OF|$，其中$O$为原点．

（I）求椭圆的方程；

（II）已知点C满足$3\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OF}$，点$B$在椭圆上（$B$异于椭圆的顶点），直线$AB$与以$C$为圆心的圆相切于点$P$，且$P$为线段$AB$的中点．求直线$AB$的方程．

19.已知$\left\{a_n\right\}$为等差数列，$\left\{b_n\right\}$为等比数列，$a_1=b_1=1,a_5=5\left(a_4-a_3\right),b_5=4\left(b_4-b_3\right)$．

（I）求$\left\{a_n\right\}$和$\left\{b_n\right\}$的通项公式；

（II）记$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，求证：$S_nS_{n+2}<S_{n+1}^2\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$；

（III）对任意的正整数n，设$c_n=\begin{cases}\dfrac{\left(3a_n-2\right)b_n}{a_na_{n+2}}, & n\text{为奇数}, \\ \dfrac{a_{n-1}}{b_{n+1}}, & n\text{为偶数}.\end{cases}$求数列$\left\{c_n\right\}$的前$2n$项和．

20.已知函数$f(x)=x^3+k\ln x(k\in R)$，$f'(x)$为$f(x)$的导函数．

（I）当$k=6$时，

（i）求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（ii）求函数$g(x)=f(x)-f'(x)+\dfrac{9}{x}$的单调区间和极值；

（II）当$k\ldots -3$时，求证：对任意的x_1，$x_2\in[1,+\infty)$，且$x_1>x_2$，有

$$\frac{f'\left(x_1\right)+f'\left(x_2\right)}{2}>\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}.$$