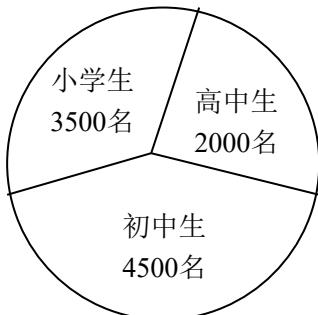
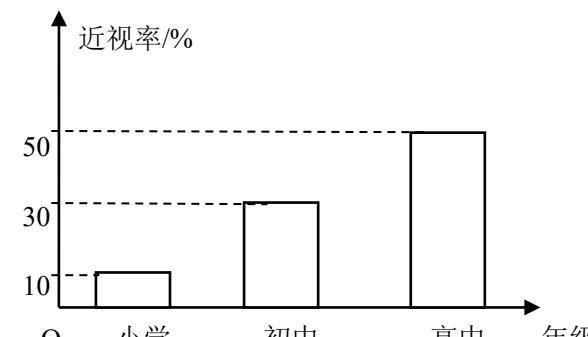


2014年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）
数学（理科）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{-1, 0, 1\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, 则 $M \cup N =$
 A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{0, 1\}$
2. 已知复数 Z 满足 $(3+4i)z=25$, 则 $Z =$
 A. $3-4i$ B. $3+4i$ C. $-3-4i$ D. $-3+4i$
3. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x \\ x+y \leq 1 \text{ 且 } z=2x+y \end{cases}$ 的最大值和最小值分别为 m 和 n , 则 $m-n =$
 A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
4. 若实数 k 满足 $0 < k < 9$, 则曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9-k} = 1$ 与曲线 $\frac{x^2}{25-k} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的
 A. 离心率相等 B. 虚半轴长相等 C. 实半轴长相等 D. 焦距相等
5. 已知向量 $a = (1, 0, -1)$, 则下列向量中与 a 成 60° 夹角的是
 A. $(-1, 1, 0)$ B. $(1, -1, 0)$ C. $(0, -1, 1)$ D. $(-1, 0, 1)$
6. 已知某地区中小学生人数和近视情况分别如图1和图2所示，为了解该地区中小学生的近视形成原因，用分层抽样的方法抽取2%的学生进行调查，则样本容量和抽取的高中生近视人数分别是


年级	人数
小学生	3500
初中生	4500
高中生	2000



年级	近视率/%
O	10
小学	30
初中	50

A. 200, 20

B. 100, 20

C. 200, 10

D. 100, 10

7. 若空间中四条两两不同的直线 l_1, l_2, l_3, l_4 , 满足 $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3, l_3 \perp l_4$, 则下面结论一定正确的是
 A. $l_1 \perp l_4$ B. $l_1 // l_4$ C. l_1, l_4 既不垂直也不平行 D. l_1, l_4 的位置关系不确定
8. 设集合 $A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) | x_i \in \{-1, 0, 1\}, i=1, 2, 3, 4, 5\}$, 那么集合 A 中满足条件“
 $1 \leq |x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4| + |x_5| \leq 3$ ”的元素个数为
 A. 60 B. 90 C. 120 D. 130

二、填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分。

(一) 必做题(9~13题)

9. 不等式 $|x-1| + |x+2| \geq 5$ 的解集为_____。
10. 曲线 $y = e^{-5x} + 2$ 在点 $(0, 3)$ 处的切线方程为_____。
11. 从 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 中任取七个不同的数，则这七个数的中位数是6的概率为_____。
12. 在 ΔABC 中，角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 已知 $b \cos C + c \cos B = 2b$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____
 。
 (注：此题答案部分省略)

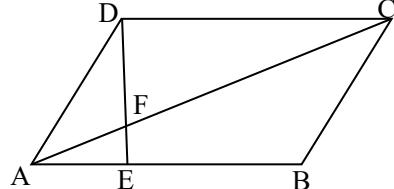
13. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_{10}a_{11} + a_9a_{12} = 2e^5$, 则 $\ln a_1 + \ln a_2 + \dots + \ln a_{20} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(二) 选做题 (14~15题, 考生从中选做一题)

14. (坐标系与参数方程选做题) 在极坐标系中, 曲线 C_1 和 C_2 的方程分别为 $\rho \sin^2 \theta = \cos \theta$ 和 $\rho \sin \theta = 1$, 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴正半轴, 建立平面直角坐标系, 则曲线 C_1 和 C_2 交点的直角坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (几何证明选讲选做题) 如图3, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AB 上且 $EB = 2AE$, AC 与 DE 交于点 F , 则

$$\frac{\Delta CDF \text{的面积}}{\Delta AEF \text{的面积}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16. (本小题满分12分) 已知函数 $f(x) = A \sin(x + \frac{\pi}{4})$, $x \in R$, 且 $f(\frac{5}{12}\pi) = \frac{3}{2}$,

(1) 求 A 的值;

(2) 若 $f(\theta) + f(-\theta) = \frac{3}{2}$, $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 求 $f(\frac{3}{4}\pi - \theta)$ 。

17. (本小题满分13分) 随机观测生产某种零件的某工厂25名工人的日加工零件数(单位: 件), 获得数据如下: 30, 42, 41, 36, 44, 40, 37, 37, 25, 45, 29, 43, 31, 36, 49, 34, 33, 43, 38, 42, 32, 34, 46, 39, 36, 根据上述数据得到样本的频率分布表如下:

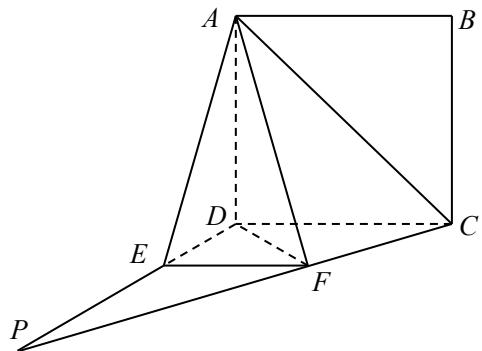
分组	频数	频率
[25,30]	3	0.12
(30,35]	5	0.20
(35,40]	8	0.32
(40,45]	n_1	f_1
(45,50]	n_2	f_2

- (1) 确定样本频率分布表中 n_1 , n_2 , f_1 和 f_2 的值;
 (2) 根据上述频率分布表, 画出样本频率分布直方图;
 (3) 根据样本频率分布直方图, 求在该厂任取4人, 至少有1人的日加工零件数落在区间 $(30,35]$ 的概率。

18. (本小题满分13分) 如图4, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $\angle DPC = 30^\circ$, $AF \perp PC$ 于点 F , $FE // CD$, 交 PD 于点 E .

(1) 证明: $CF \perp$ 平面 ADF

(2) 求二面角 $D - AF - E$ 的余弦值。



19. (本小题满分14分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 和为 S_n , 满足 $S_n = 2na_{n+1} - 3n^2 - 4n, n \in N^*$, 且 $S_3 = 15$,

(1) 求 a_1, a_2, a_3 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

20. (本小题满分14分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点为 $(\sqrt{5}, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$,

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若动点 $P(x_0, y_0)$ 为椭圆外一点, 且点 P 到椭圆 C 的两条切线相互垂直, 求点 P 的轨迹方程。

21. (本小题满分14分) 设函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 2x + k)^2 + 2(x^2 + 2x + k) - 3}}$, 其中 $k < -2$,

- (1) 求函数 $f(x)$ 的定义域 D (用区间表示);
- (2) 讨论函数 $f(x)$ 在 D 上的单调性;
- (3) 若 $k < -6$, 求 D 上满足条件 $f(x) > f(1)$ 的 x 的集合 (用区间表示)。

2014年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（理科）答案

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{-1, 0, 1\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, 则 $M \cup N =$ (B)

- A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{0, 1\}$

2. 已知复数Z满足 $(3+4i)z = 25$, 则 $Z =$ (A)

- A. $3-4i$ B. $3+4i$ C. $-3-4i$ D. $-3+4i$

3. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x \\ x+y \leq 1 \text{ 且 } z = 2x+y \end{cases}$ 的最大值和最小值分别为 m 和 n , 则 $m-n =$ (C)
)

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

4. 若实数 k 满足 $0 < k < 9$, 则曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9-k} = 1$ 与曲线 $\frac{x^2}{25-k} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的 (D)

- A. 离心率相等 B. 虚半轴长相等 C. 实半轴长相等 D. 焦距相等

5. 已知向量 $a = (1, 0, -1)$, 则下列向量中与 a 成 60° 夹角的是 (B)

- A. $(-1, 1, 0)$ B. $(1, -1, 0)$ C. $(0, -1, 1)$ D. $(-1, 0, 1)$

6. 已知某地区中小学生人数和近视情况分别如图1和图2所示, 为了解该地区中小学生的近视形成原因, 用分层抽样的方法抽取2%的学生进行调查, 则样本容量和抽取的高中生近视人数分别为 (A)
)

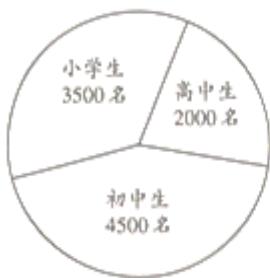


图1

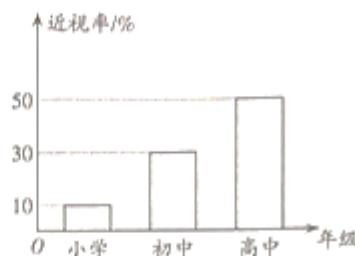


图2

- A. 200, 20 B. 100, 20 C. 200, 10 D. 100, 10

7. 若空间中四条两两不同的直线 l_1, l_2, l_3, l_4 满足 $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3, l_3 \perp l_4$, 则下列结论一定正确的是 (D)

- A. $l_1 \perp l_4$ B. $l_1 // l_4$ C. l_1, l_4 既不垂直也不平行 D. l_1, l_4 的位置关系不确定

8. 设集合 $A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \mid x_i \in \{-1, 0, 1\}, i = 1, 2, 3, 4, 5\}$, 那么集合A中满足条件“

$1 \leq |x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4| + |x_5| \leq 3$ ”的元素个数为 (D)

- A. 60 B. 90 C. 120 D. 130

8. 解: A中元素为有序数组 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, 题中要求有序数组的5个数中仅1个数为 ± 1 、仅2个数为 ± 1 或仅3个数为 ± 1 , 所以共有 $C_5^1 \times 2 + C_5^2 \times 2 \times 2 + C_5^3 \times 2 \times 2 \times 2 = 130$ 个不同数组;

二、填空题: 本大题共7小题, 考生作答6小题, 每小题5分, 满分30分.

(一) 必做题(9~13题)

9. 不等式 $|x - 1| + |x + 2| \geq 5$ 的解集为 $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$.

10. 曲线 $y = e^{-5x} + 2$ 在点 $(0, 3)$ 处的切线方程为 $y = -5x + 3$.

11. 从 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 中任取七个不同的数, 则这七个数的中位数是6的概率为 $\frac{1}{6}$.

11. 解: 6之前6个数中取3个, 6之后3个数中取3个, $P = \frac{C_6^3 \cdot C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}$

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 已知 $b \cos C + c \cos B = 2b$, 则 $\frac{a}{b} = \underline{\quad} 2$.

13. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_{10}a_{11} + a_9a_{12} = 2e^5$,

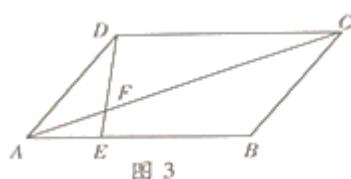
则 $\ln a_1 + \ln a_2 + \dots + \ln a_{2n} = \underline{50}$.

(二) 选做题(14~15题, 考生从中选做一题)

14. (坐标与参数方程选做题) 在极坐标系中, 曲线 C_1 和 C_2 的方程分别为 $\rho \sin^2 \theta = \cos \theta$ 和

$\rho \sin \theta = 1$, 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为x轴的正半轴, 建立平面直角坐标系, 则曲线 C_1 和 C_2 的交点的直角坐标为 $(1, 1)$.

15. (几何证明选讲选做题) 如图3, 在平行四边形ABCD中, 点E在AB上且 $EB = 2AE$, AC与DE交于点F, 则 $\frac{\Delta CDF \text{的面积}}{\Delta AEF \text{的面积}} = \underline{9}$.



三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16、(12分) 已知函数 $f(x) = A \sin(x + \frac{\pi}{4})$, $x \in R$, 且 $f(\frac{5}{12}\pi) = \frac{3}{2}$,

(1) 求 A 的值;

(2) 若 $f(\theta) + f(-\theta) = \frac{3}{2}$, $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 求 $f(\frac{3}{4}\pi - \theta)$.

$$16. \text{解: (1)} \quad f(\frac{5}{12}\pi) = A \sin(\frac{5}{12}\pi + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{2},$$

$$\therefore A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}, \quad A = \sqrt{3}; \quad f(-\theta) = f(\theta)$$

$$(2) \quad f(\theta) + f(-\theta) = \sqrt{3} \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{3} \sin(-\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \sqrt{3}[\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \theta + \cos \theta) + \frac{\sqrt{2}}{2}(-\sin \theta + \cos \theta)] = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \sqrt{6} \cos \theta = \frac{3}{2}, \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{4}, \quad \text{又 } \theta \in (0, \frac{\pi}{2}),$$

$$\therefore \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{\sqrt{10}}{4},$$

$$f(\frac{3}{4}\pi - \theta) = \sqrt{3} \sin(\pi - \theta) = \sqrt{3} \sin \theta = \frac{\sqrt{30}}{4}.$$

17、(13分) 随机观测生产某种零件的某工厂25名工人的日加工零件数(单位:件), 获得数据如下: 30, 42, 41, 36, 44, 40, 37, 37, 25, 45, 29, 43, 31, 36, 49, 34, 33, 43, 38, 42, 32, 34, 46, 39, 36.

根据上述数据得到样本的频率分布表如下:

分组	频数	频率
[25, 30]	3	0.12
(30, 35]	5	0.20
(35, 40]	8	0.32
(40, 45]	n_1	f_1
(45, 50]	n_2	f_2

(1) 确定样本频率分布表中 n_1, n_2, f_1 和 f_2 的值;

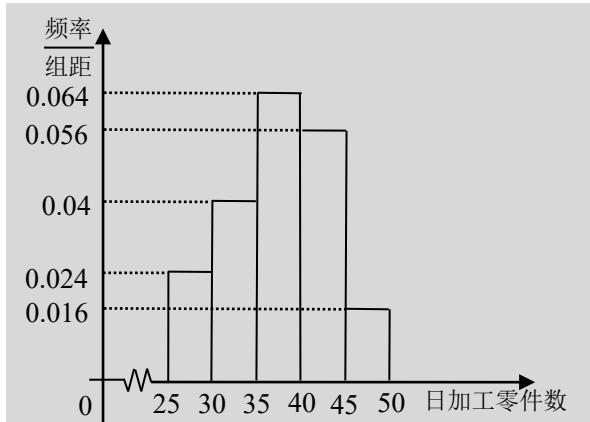
(2) 根据上述频率分布表, 画出样本频率分布直方图;

(3) 根据样本频率分布直方图, 求在该厂任取4人, 至少有1人的日加工零件数落在区间(30, 50]

的概率。

17. 解: (1) $n_1 = 7, n_2 = 2, f_1 = 0.28, f_2 = 0.08$;

(2) 样本频率分布直方图为



(3) 根据样本频率分布直方图, 每人的日加工零件数落在区间 $(30, 35]$ 的概率 0.2, 设所取的 4 人中, 日加工零件数落在区间 $(30, 35]$ 的人数为 ξ , 则 $\xi \sim B(4, 0.2)$,

$$P(\xi \geq 1) = 1 - P(\xi = 0) = 1 - (1 - 0.2)^4 = 1 - 0.4096 = 0.5904,$$

所以 4 人中, 至少有 1 人的日加工零件数落在区间 $(30, 50]$ 的概率约为 0.5904.

18、(13分) 如图4, 四边形 ABCD 为正方形, $PD \perp$ 平面 ABCD, $\angle DPC = 30^\circ$, $AF \perp$ 平面 PCD 于点 F, $FE \parallel CD$, 交 PD 于点 E.

(1) 证明: $CF \perp$ 平面 ADF;

(2) 求二面角 D-AF-E 的余弦值.

18. (1) $\because PD \perp$ 平面 ABCD,

$\therefore PD \perp AD$, 又 $CD \perp AD$, $PD \cap CD = D$,

$\therefore AD \perp$ 平面 PCD,

$\therefore AD \perp PC$, 又 $AF \perp PC$,

$\therefore PC \perp$ 平面 ADF, 即 $CF \perp$ 平面 ADF;

(2) 设 $AB = 1$, 则 $Rt\triangle PDC$ 中, $CD = 1$, 又 $\angle DPC = 30^\circ$,

$\therefore PC = 2$, $PD = \sqrt{3}$, 由 (1) 知 $CF \perp DF$

$$\therefore DF = \frac{\sqrt{3}}{2}, AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \frac{\sqrt{7}}{2},$$

$$\therefore CF = \sqrt{AC^2 - AF^2} = \frac{1}{2}, \text{ 又 } FE \parallel CD,$$

$$\therefore \frac{DE}{PD} = \frac{CF}{PC} = \frac{1}{4}, \therefore DE = \frac{\sqrt{3}}{4}, \text{ 同理 } EF = \frac{3}{4}CD = \frac{3}{4},$$

如图所示, 以 D 为原点, 建立空间直角坐标系, 则 $A(0, 0, 1)$,

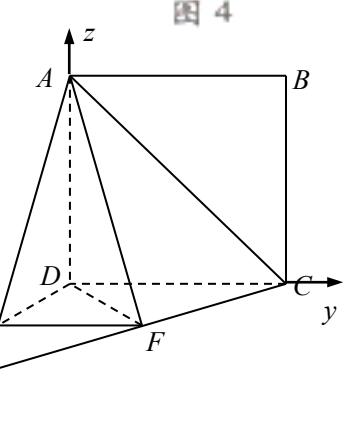
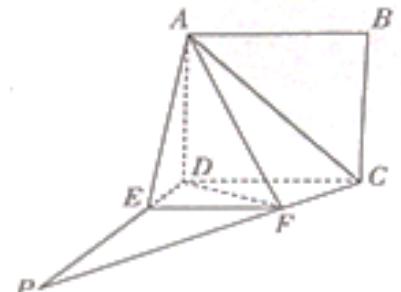
$$E\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, 0, 0\right), F\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{4}, 0\right), P(\sqrt{3}, 0, 0), C(0, 1, 0),$$

设 $\vec{m} = (x, y, z)$ 是平面 AEF 的法向量, 则 $\begin{cases} \vec{m} \perp \overrightarrow{AE}, \\ \vec{m} \perp \overrightarrow{EF} \end{cases}$, 又 $\begin{cases} \overrightarrow{AE} = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}, 0, 0\right), \\ \overrightarrow{EF} = \left(0, \frac{3}{4}, 0\right) \end{cases}$

所以 $\begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{\sqrt{3}}{4}x - z = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{3}{4}y = 0 \end{cases}$, 令 $x = 4$, 得 $z = \sqrt{3}$, $\vec{m} = (4, 0, \sqrt{3})$,

由 (1) 知平面 ADF 的一个法向量 $\overrightarrow{PC} = (-\sqrt{3}, 1, 0)$,

设二面角 D-AF-E 的平面角为 θ , 可知 θ 为锐角,



$$\cos \theta = |\cos <\vec{m}, \overrightarrow{PC}>| = \frac{|\vec{m} \cdot \overrightarrow{PC}|}{|\vec{m}| \cdot |\overrightarrow{PC}|} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{19} \times 2} = \frac{2\sqrt{57}}{19}, \text{ 即所求.}$$

19. (14分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 和为 S_n , 满足 $S_n = 2na_{n+1} - 3n^2 - 4n, n \in N^*$, 且 $S_3 = 15$ 。

(1) 求 a_1, a_2, a_3 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

19.解: $S_2 = 4a_3 - 20$, $S_3 = S_2 + a_3 = 5a_3 - 20$, 又 $S_3 = 15$,
 $\therefore a_3 = 7$, $S_2 = 4a_3 - 20 = 8$, 又 $S_2 = S_1 + a_2 = (2a_2 - 7) + a_2 = 3a_2 - 7$,

$$\therefore a_2 = 5, a_1 = S_1 = 2a_2 - 7 = 3,$$

综上知 $a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 7$;

(2) 由(1)猜想 $a_n = 2n + 1$, 下面用数学归纳法证明.

①当 $n=1$ 时, 结论显然成立;

②假设当 $n=k$ ($k \geq 1$) 时, $a_k = 2k + 1$,

则 $S_k = 3 + 5 + 7 + (2k + 1) = \frac{3 + (2k + 1)}{2} \times k = k(k + 2)$, 又 $S_k = 2ka_{k+1} - 3k^2 - 4k$,

$$\therefore k(k + 2) = 2ka_{k+1} - 3k^2 - 4k, \text{ 解得 } 2a_{k+1} = 4k + 6,$$

$$\therefore a_{k+1} = 2(k + 1) + 1, \text{ 即当 } n = k + 1 \text{ 时, 结论成立;}$$

由①②知, $\forall n \in N^*, a_n = 2n + 1$.

20. (14分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点为 $(\sqrt{5}, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$,

(1) 求椭圆C的标准方程;

(2) 若动点 $P(x_0, y_0)$ 为椭圆外一点, 且点P到椭圆C的两条切线相互垂直, 求点P的轨迹方程。

20.解: (1) 可知 $c = \sqrt{5}$, 又 $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $\therefore a = 3, b^2 = a^2 - c^2 = 4$,

椭圆C的标准方程为 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$;

(2) 设两切线为 l_1, l_2 ,

①当 $l_1 \perp x$ 轴或 $l_1 // x$ 轴时, 对应 $l_2 // x$ 轴或 $l_2 \perp x$ 轴, 可知 $P(\pm 3, \pm 2)$;

②当 l_1 与 x 轴不垂直且不平行时, $x_0 \neq \pm 3$, 设 l_1 的斜率为 k , 则 $k \neq 0$, l_2 的斜率为 $-\frac{1}{k}$,

l_1 的方程为 $y - y_0 = k(x - x_0)$, 联立 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$,

$$(9k^2 + 4)x^2 + 18(y_0 - kx_0)kx + 9(y_0 - kx_0)^2 - 36 = 0,$$

因为直线与椭圆相切, 所以 $\Delta = 0$, 得 $9(y_0 - kx_0)^2 k^2 - (9k^2 + 4)[(y_0 - kx_0)^2 - 4] = 0$,

$$\therefore -36k^2 + 4[(y_0 - kx_0)^2 - 4] = 0,$$

$$\therefore (x_0^2 - 9)k^2 - 2x_0y_0k + y_0^2 - 4 = 0$$

所以 k 是方程 $(x_0^2 - 9)x^2 - 2x_0y_0x + y_0^2 - 4 = 0$ 的一个根,

同理 $-\frac{1}{k}$ 是方程 $(x_0^2 - 9)x^2 - 2x_0y_0x + y_0^2 - 4 = 0$ 的另一个根,

$$\therefore k \cdot \left(-\frac{1}{k}\right) = \frac{y_0^2 - 4}{x_0^2 - 9}, \text{ 得 } x_0^2 + y_0^2 = 13, \text{ 其中 } x_0 \neq \pm 3,$$

所以点P的轨迹方程为 $x^2 + y^2 = 13$ ($x \neq \pm 3$),

因为 $P(\pm 3, \pm 2)$ 满足上式, 综上知: 点P的轨迹方程为 $x^2 + y^2 = 13$.

21. (本题14分) 设函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 2x + k)^2 + 2(x^2 + 2x + k) - 3}}$, 其中 $k < -2$,

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域D; (用区间表示)

(2) 讨论 $f(x)$ 在区间D上的单调性;

(3) 若 $k < -6$, 求D上满足条件 $f(x) > f(1)$ 的 x 的集合。

21.解: (1) 可知 $(x^2 + 2x + k)^2 + 2(x^2 + 2x + k) - 3 > 0$,

$$\therefore [(x^2 + 2x + k) + 3] \cdot [(x^2 + 2x + k) - 1] > 0,$$

$$\therefore x^2 + 2x + k < -3 \text{ 或 } x^2 + 2x + k > 1,$$

$$\therefore (x+1)^2 < -2-k (-2-k > 0) \text{ 或 } (x+1)^2 > 2-k (2-k > 0),$$

$$\therefore |x+1| < \sqrt{-2-k} \text{ 或 } |x+1| > \sqrt{2-k},$$

$$\therefore -1 - \sqrt{-2-k} < x < -1 + \sqrt{-2-k} \text{ 或 } x < -1 - \sqrt{2-k} \text{ 或 } x > -1 + \sqrt{2-k},$$

所以函数 $f(x)$ 的定义域D为

$$(-\infty, -1 - \sqrt{-2-k}) \cup (-1 - \sqrt{-2-k}, -1 + \sqrt{-2-k}) \cup (-1 + \sqrt{2-k}, +\infty);$$

$$(2) f'(x) = -\frac{2(x^2 + 2x + k)(2x + 2) + 2(2x + 2)}{2\sqrt{(x^2 + 2x + k)^2 + 2(x^2 + 2x + k) - 3}^3}$$
$$= -\frac{(x^2 + 2x + k + 1)(2x + 2)}{\sqrt{(x^2 + 2x + k)^2 + 2(x^2 + 2x + k) - 3}^3},$$

由 $f'(x) > 0$ 得 $(x^2 + 2x + k + 1)(2x + 2) < 0$, 即 $(x+1+\sqrt{k})(x+1-\sqrt{k})(x+1) < 0$,

$\therefore x < -1 - \sqrt{-k}$ 或 $-1 < x < -1 + \sqrt{-k}$, 结合定义域知 $x < -1 - \sqrt{2-k}$ 或 $-1 < x < -1 + \sqrt{2-k}$,

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty, -1 - \sqrt{2-k})$, $(-1, -1 + \sqrt{2-k})$,

同理递减区间为 $(-1 - \sqrt{-2-k}, -1)$, $(-1 + \sqrt{2-k}, +\infty)$;

(3) 由 $f(x) = f(1)$ 得 $(x^2 + 2x + k)^2 + 2(x^2 + 2x + k) - 3 = (3+k)^2 + 2(3+k) - 3$,

$$\therefore [(x^2 + 2x + k)^2 - (3+k)^2] + 2[(x^2 + 2x + k) - (3+k)] = 0,$$

$$\therefore (x^2 + 2x + 2k + 5) \cdot (x^2 + 2x - 3) = 0,$$

$$\therefore (x+1+\sqrt{-2k-4})(x+1-\sqrt{-2k-4}) \cdot (x+3)(x-1) = 0,$$

$$\therefore x = -1 - \sqrt{-2k-4} \text{ 或 } x = -1 + \sqrt{-2k-4} \text{ 或 } x = -3 \text{ 或 } x = 1,$$

$$\because k < -6, \therefore 1 \in (-1, -1 + \sqrt{-2-k}), -3 \in (-1 - \sqrt{-2-k}, -1),$$

$$-1 - \sqrt{-2k-4} < -1 - \sqrt{2-k}, -1 + \sqrt{-2k-4} > -1 + \sqrt{2-k},$$

结合函数 $f(x)$ 的单调性知 $f(x) > f(1)$ 的解集为

$$(-1-\sqrt{-2k-4}, -1-\sqrt{2-k}) \cup (-1-\sqrt{-2-k}, -3) \cup (1, -1+\sqrt{-2-k}) \cup \\ (-1+\sqrt{2-k}, -1+\sqrt{-2k-4}).$$