

2009年全国统一高考数学试卷（文科）（全国卷Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 已知全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $M=\{1, 3, 5, 7\}$, $N=\{5, 6, 7\}$, 则 $C_U(M \cup N) = (\quad)$
A. $\{5, 7\}$ B. $\{2, 4\}$
C. $\{2, 4, 8\}$ D. $\{1, 3, 5, 6, 7\}$
2. (5分) 函数 $y=\sqrt{-x}$ ($x \leq 0$) 的反函数是 ()
A. $y=x^2$ ($x \geq 0$) B. $y=-x^2$ ($x \geq 0$) C. $y=x^2$ ($x \leq 0$) D. $y=-x^2$ ($x \leq 0$)
3. (5分) 函数 $y=\log_2 \frac{2-x}{2+x}$ 的图象 ()
A. 关于直线 $y=-x$ 对称 B. 关于原点对称
C. 关于 y 轴对称 D. 关于直线 $y=x$ 对称
4. (5分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\cot A = -\frac{12}{5}$, 则 $\cos A = (\quad)$
A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $-\frac{5}{13}$ D. $-\frac{12}{13}$
5. (5分) 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2AB$, E 为 AA_1 中点, 则异面直线 BE 与 CD_1 所形成角的余弦值为 ()
A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{3}{5}$
6. (5分) 已知向量 $\vec{a}=(2, 1)$, $\vec{a} \cdot \vec{b}=10$, $|\vec{a}+\vec{b}|=5\sqrt{2}$, 则 $|\vec{b}| = (\quad)$
A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. 5 D. 25
7. (5分) 设 $a=\lg e$, $b=(\lg e)^2$, $c=\lg \sqrt{e}$, 则 ()
A. $a>b>c$ B. $c>a>b$ C. $a>c>b$ D. $c>b>a$
8. (5分) 双曲线 $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$ 的渐近线与圆 $(x-3)^2+y^2=r^2$ ($r>0$) 相切, 则 $r=$ ()
A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 3 D. 6
9. (5分) 若将函数 $y=\tan(\omega x+\frac{\pi}{4})$ ($\omega>0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 与函数 $y=\tan(\omega x+\frac{\pi}{6})$ 的图象重合, 则 ω 的最小值为 ()

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

10. (5分) 甲、乙两人从4门课程中各选修2门，则甲、乙所选的课程中恰有1门相同的选法有（ ）

A. 6种

B. 12种

C. 24种

D. 30种

11. (5分) 已知直线 $y=k(x+2)$ ($k>0$) 与抛物线 $C: y^2=8x$ 相交于A、B两点，F为C的焦点，若 $|FA|=2|FB|$ ，则 $k=$ （ ）

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

12. (5分) 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北。现在沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展平，得到如图所示的平面图形，则标“△”的面的方位（ ）



A. 南

B. 北

C. 西

D. 下

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n . 若 $a_1=1$, $S_6=4S_3$, 则 $a_4=$ _____.

14. (5分) $(x\sqrt{y} - y\sqrt{x})^4$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为_____.

15. (5分) 已知圆 $O: x^2+y^2=5$ 和点 $A(1, 2)$, 则过 A 且与圆 O 相切的直线与两坐标轴围成的三角形的面积=_____.

16. (5分) 设 OA 是球 O 的半径, M 是 OA 的中点, 过 M 且与 OA 成 45° 角的平面截球 O 的表面得到圆 C . 若圆 C 的面积等于 $\frac{7\pi}{4}$, 则球 O 的表面积等于_____.

三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3a_7=-16$, $a_4+a_6=0$, 求 $\{a_n\}$ 前n项和 s_n .

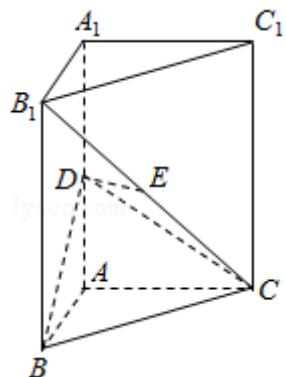
18. (12分) 设 $\triangle ABC$ 的内角A、B、C的对边长分别为a、b、c, $\cos(A-C)+\cos(B-C)=0$

$$\sin B = \frac{3}{2}, \quad b^2 = ac, \quad \text{求} B.$$

19. (12分) 如图, 直三棱柱ABC - A₁B₁C₁中, AB⊥AC, D、E分别为AA₁、B₁C的中点, DE⊥平面BCC₁.

(I) 证明: AB=AC;

(II) 设二面角A - BD - C为60°, 求B₁C与平面BCD所成的角的大小.



20. (12分) 某车间甲组有10名工人, 其中有4名女工人; 乙组有10名工人, 其中有6名女工人. 现采用分层抽样(层内采用不放回简单随即抽样)从甲、乙两组中共抽取4名工人进行技术考核.

(1) 求从甲、乙两组各抽取的人数;

(2) 求从甲组抽取的工人中恰有1名女工人的概率;

(3) 求抽取的4名工人中恰有2名男工人的概率.

21. (12分) 设函数f(x) = $\frac{1}{3}x^3 - (1+a)x^2 + 4ax + 24a$, 其中常数a>1,

- (I) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
(II) 若当 $x \geq 0$ 时， $f(x) > 0$ 恒成立，求 a 的取值范围.

22. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，过右焦点 F 的直线 l 与 C 相交于 A 、 B 两点，当 l 的斜率为1时，坐标原点 O 到 l 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

- (I) 求 a ， b 的值；
(II) C 上是否存在点 P ，使得当 l 绕 F 转到某一位置时，有 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ 成立？若存在，求出所有的 P 的坐标与 l 的方程；若不存在，说明理由.