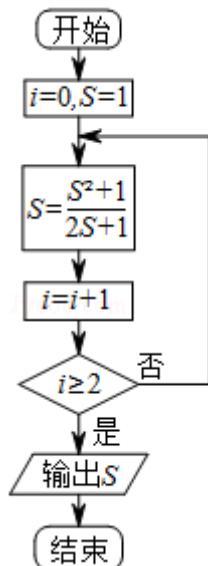


2013年北京市高考数学试卷（理科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. (5分) 已知集合 $A=\{-1, 0, 1\}$, $B=\{x \mid -1 \leq x < 1\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. $\{0\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$
2. (5分) 在复平面内, 复数 $(2-i)^2$ 对应的点位于()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. (5分) “ $\phi=\pi$ ”是“曲线 $y=\sin(2x+\phi)$ 过坐标原点”的()
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为()



- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{13}{21}$ D. $\frac{610}{987}$
5. (5分) 函数 $f(x)$ 的图象向右平移1个单位长度, 所得图象与曲线 $y=e^x$ 关于 y 轴对称, 则 $f(x) = (\quad)$
A. e^{x+1} B. e^{x-1} C. e^{-x+1} D. e^{-x-1}
6. (5分) 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则其渐近线方程为()
A. $y = \pm 2x$ B. $y = \pm \sqrt{2}x$ C. $y = \pm \frac{1}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$
7. (5分) 直线 l 过抛物线 $C: x^2=4y$ 的焦点且与 y 轴垂直, 则 l 与 C 所围成的图形的

面积等于()

- A. $\frac{4}{3}$ B. 2 C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

8. (5分) 设关于x, y的不等式组 $\begin{cases} 2x-y+1>0, \\ x+m<0, \\ y-m>0 \end{cases}$ 表示的平面区域内存在点P

(x_0, y_0) , 满足 $x_0 - 2y_0 = 2$, 求得m的取值范围是()

- A. $(-\infty, -\frac{4}{3})$ B. $(-\infty, -\frac{1}{3})$ C. $(-\infty, -\frac{2}{3})$ D. $(-\infty, -\frac{5}{3})$

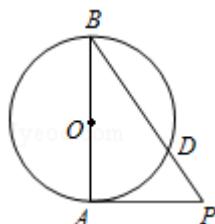
二、填空题共6小题, 每小题5分, 共30分.

9. (5分) 在极坐标系中, 点 $(2, \frac{\pi}{6})$ 到直线 $\rho\sin\theta=2$ 的距离等于_____.

10. (5分) 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_4=20$, $a_3+a_5=40$, 则公比 $q=$ _____

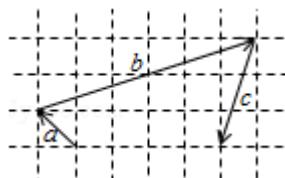
; 前n项和 $S_n=$ _____.

11. (5分) 如图, AB为圆O的直径, PA为圆O的切线, PB与圆O相交于D, 若 $PA=3$, $PD: DB=9: 16$, 则 $PD=$ _____, $AB=$ _____.



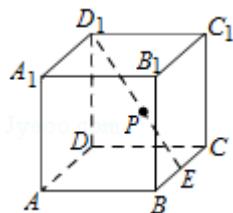
12. (5分) 将序号分别为1, 2, 3, 4, 5的5张参观券全部分给4人, 每人至少1张, 如果分给同一人的2张参观券连号, 那么不同的分法种数是_____.

13. (5分) 向量 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 在正方形网格中的位置如图所示, 若 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ (λ , $\mu\in\mathbb{R}$), 则 $\frac{\lambda}{\mu}=$ _____.



14. (5分) 如图, 在棱长为2的正方体ABCD-A₁B₁C₁D₁中, E为BC的中点, 点P

在线段 D_1E 上，点P到直线 CC_1 的距离的最小值为_____.

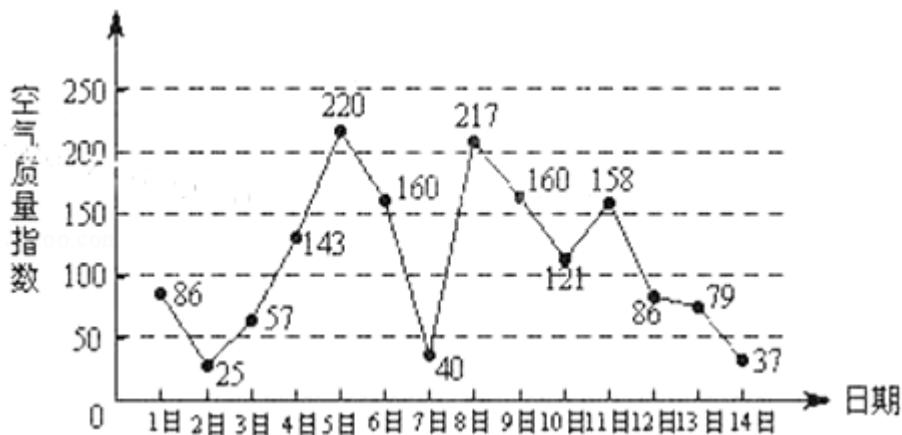


三、解答题共6小题，共50分。解答应写出文字说明，演算步骤

15. (13分) 在 $\triangle ABC$ 中， $a=3$, $b=2\sqrt{6}$, $\angle B=2\angle A$.

- (I) 求 $\cos A$ 的值；
(II) 求c的值。

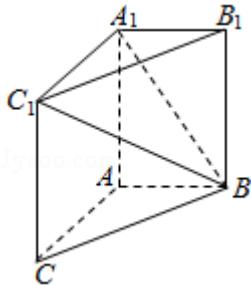
16. (13分) 如图是预测到的某地5月1日至14日的空气质量指数趋势图，空气质量指数小于100表示空气质量优良，空气质量指数大于200表示空气重度污染，某人随机选择5月1日至5月13日中的某一天到达该市，并停留2天



- (I) 求此人到达当日空气质量优良的概率；
(II) 设X是此人停留期间空气质量优良的天数，求X的分布列与数学期望
(III) 由图判断从哪天开始连续三天的空气质量指数方差最大？(结论不要求证明)

17. (14分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, AA_1C_1C 是边长为4的正方形. 平面 $ABC \perp$ 平面 AA_1C_1C , $AB=3$, $BC=5$.

- (I) 求证: $AA_1 \perp$ 平面 ABC ;
- (II) 求证二面角 $A_1 - BC_1 - B_1$ 的余弦值;
- (III) 证明: 在线段 BC_1 上存在点 D , 使得 $AD \perp A_1B$, 并求 $\frac{BD}{BC_1}$ 的值.



18. (13分) 设 l 为曲线 $C: y = \frac{\ln x}{x}$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线.

- (I) 求 l 的方程;
- (II) 证明: 除切点 $(1, 0)$ 之外, 曲线 C 在直线 l 的下方.

19. (14分) 已知 A , B , C 是椭圆 $W: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上的三个点, O 是坐标原点.

- (I) 当点 B 是 W 的右顶点, 且四边形 $OABC$ 为菱形时, 求此菱形的面积;
- (II) 当点 B 不是 W 的顶点时, 判断四边形 $OABC$ 是否可能为菱形, 并说明理由

20. (13分) 已知 $\{a_n\}$ 是由非负整数组成的无穷数列, 该数列前n项的最大值记为 A_n , 第n项之后各项 $a_{n+1}, a_{n+2} \dots$ 的最小值记为 B_n , $d_n = A_n - B_n$.

- (I) 若 $\{a_n\}$ 为2, 1, 4, 3, 2, 1, 4, 3..., 是一个周期为4的数列 (即对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, $a_{n+4} = a_n$) , 写出 d_1, d_2, d_3, d_4 的值;
- (II) 设d是非负整数, 证明: $d_n = -d$ ($n=1, 2, 3 \dots$) 的充分必要条件为 $\{a_n\}$ 是公差为d的等差数列;
- (III) 证明: 若 $a_1=2$, $d_n=1$ ($n=1, 2, 3, \dots$), 则 $\{a_n\}$ 的项只能是1或者2, 且有无穷多项为1.