2012年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数　学（文）

参考公式：

如果事件互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件A、B相互独立，那么

$P(A\bullet B)=P(A)\bullet P(B)$

如果事件A在一次试验中发生的概率是p，那么

在n次独立重复试验中事件A恰好发生k次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\ldots,n)$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中R表示球的半径

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi P^3$

其中R表示球的半径

第一部分　（选择题 共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5份，共60份。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、设集合$A=\{a,b\}$，$B=\{b,c,d\}$，则$A\cup B=$（　　）

A、$\{b\}$　　B、$\{b,c,d\}$　　C、$\{a,c,d\}$　　D、$\{a,b,c,d\}$

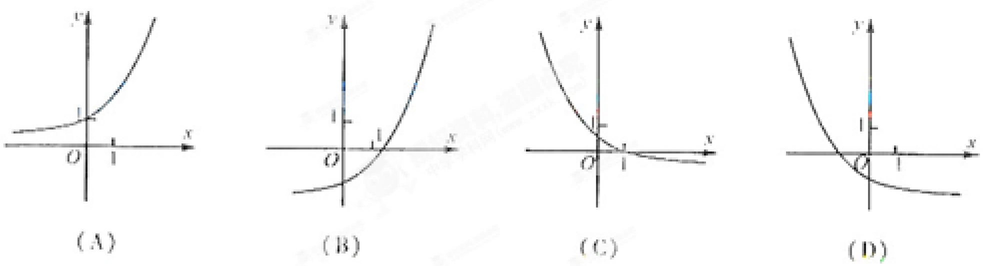
2、$(1+x)^7$的展开式中x^2的系数是（　　）

A、21　　B、28　　C、35　　D、42

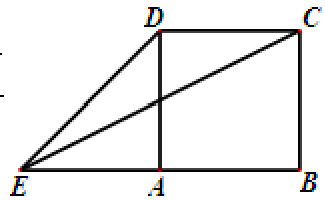
3、交通管理部门为了解机动车驾驶员（简称驾驶员）对某新法规的知晓情况，对甲、乙、丙、丁四个社区做分层抽样调查。假设四个社区驾驶员的总人数为N，其中甲社区有驾驶员96人。若在甲、乙、丙、丁四个社区抽取驾驶员的人数分别为12,21,25,43，则这四个社区驾驶员的总人数N为（　　）

A、101　　B、808　　C、1212　　D、2012

4、函数$y=a^x-a(a>0,a\neq 1)$的图象可能是（　　）



5、如图，正方形 $ABCD$ 的边长为1，延长 BA 至 E，使 $AE=1$，连接 EC、 ED 则 $\sin\angle CED=$（　　）



A、 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　　B、 $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　　C、 $\frac{\sqrt{5}}{10}$　　　D、 $\frac{\sqrt{5}}{15}$

6、下列命题正确的是（　　）

A、若两条直线和同一个平面所成的角相等，则这两条直线平行

B、若一个平面内有三个点到另一个平面的距离相等，则这两个平面平行

C、若一条直线平行于两个相交平面，则这条直线与这两个平面的交线平行

D、若两个平面都垂直于第三个平面，则这两个平面平行

7、设 $\mathbf{a}$、$\mathbf{b}$ 都是非零向量，下列四个条件中，使 $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}=\frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|}$ 成立的充分条件是（　　）

A、 $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|$ 且 $\mathbf{a}//\mathbf{b}$　　B、 $\mathbf{a}=-\mathbf{b}$　　C、 $\mathbf{a}//\mathbf{b}$　　D、 $\mathbf{a}=2\mathbf{b}$

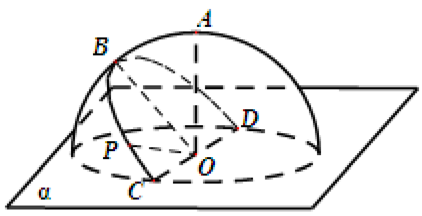
8、若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y\ge -3, \\ x+2y\le 12, \\ 2x+y\le 12 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$，则 $z=3x+4y$ 的最大值是（　　）

A、12　　B、26　　C、28　　D、33

9、已知抛物线关于 x 轴对称，它的顶点在坐标原点 O，并且经过点 $M(2,y_0)$。若点 M 到该抛物线焦点的距离为3，则 $|OM|=$（　　）

A、 $2\sqrt{2}$　　B、 $2\sqrt{3}$　　C、4　　D、 $2\sqrt{5}$

10、如图，半径为 R 的半球 O 的底面圆 O 在平面 α 内，过点 O 作平面 α 的垂线交半球面于点 A，过圆 O 的直径 CD 作平面 α 成 45° 角的平面与半球面相交，所得交线上到平面 α 的距离最大的点为 B，该交线上的一点 P 满足 $\angle BOP=60^\circ$，则 A、P 两点间的球面距离为（　　）



A、 $R\arccos\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B、 $\frac{\pi R}{4}$　　C、 $R\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D、 $\frac{\pi R}{3}$

11、方程 $ay=b^2x^2+c$ 中的 $a,b,c\in\{-2,0,1,2,3\}$，且 a,b,c 互不相同，在所有这些方程所表示的曲线中，不同的抛物线共有（　　）

A、28 条　　　　　　B、32 条　　　　　　C、36 条　　　　　　D、48 条

12、设函数 $f(x)=(x-3)^3+x-1$，$\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列，

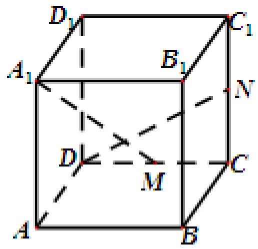
$f(a_1)+f(a_2)+\cdots+f(a_7)=14$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_7=$（　　）

A、0　　　　　　B、7　　　　　　C、14　　　　　　D、21

第二部分　（非选择题 共 90 分）

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分）

13、函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}$ 的定义域是__________。（用区间表示）



14、如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M、N 分别是 CD、CC_1 的中点，

则异面直线 A_1M 与 DN 所成的角的大小是__________。

15、椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{5}=1$（$a$ 为定值，且 $a>\sqrt{5}$）的左焦点为 F，直线 $x=m$ 与椭圆相交于点

A、B，ΔFAB 的周长的最大值是 12，则该椭圆的离心率是______。

16、设 a, b 为正实数，现有下列命题：

①若 $a^2-b^2=1$，则 $a-b<1$；

②若 $\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a}=1$，则 $a-b<1$；

③若 $|\sqrt{a}-\sqrt{b}|=1$，则 $|a-b|<1$；

④若 $|a^3-b^3|=1$，则 $|a-b|<1$。

其中的真命题有__________。（写出所有真命题的编号）

三、解答题：本大题共 6 个小题，共 74 分。解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤。

17、(本小题满分 12 分)

某居民小区有两个相互独立的安全防范系统（简称系统）A 和 B，系统 A 和系统 B 在任意时刻发生故障的概率分别为 $\dfrac{1}{10}$ 和 p。

（Ⅰ）若在任意时刻至少有一个系统不发生故障的概率为 $\dfrac{49}{50}$，求 p 的值；

（Ⅱ）求系统 A 在 3 次相互独立的检测中不发生故障的次数大于发生故障的次数的概率。

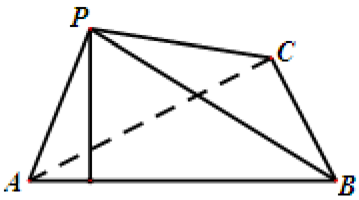
18、(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\cos^2\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$。

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期和值域；

（Ⅱ）若 $f(\alpha)=\frac{3\sqrt{2}}{10}$，求 $\sin 2\alpha$ 的值。

19、(本小题满分 12 分)



如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$\angle APB=90^\circ$，

$\angle PAB=60^\circ$，$AB=BC=CA$，点 P 在平面 ABC 内的射影 O 在 AB 上。

（Ⅰ）求直线 PC 与平面 ABC 所成的角的大小；

（Ⅱ）求二面角 $B-AP-C$ 的大小。

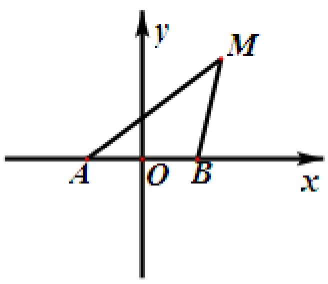
20、(本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，常数 $\lambda>0$，且 $\lambda a_1a_n=S_1+S_n$ 对一切正整数 n 都成立。

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $a_1>0$，$\lambda=100$。当 n 为何值时，数列 $\{\lg\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和最大？

21、(本小题满分 12 分)



如图，动点 M 与两定点 $A(-1,0)$、$B(1,0)$ 构成 ΔMAB，

且直线 MA、MB 的斜率之积为 4，设动点 M 的轨迹为 C。

（Ⅰ）求轨迹 C 的方程；

（Ⅱ）设直线 $y=x+m(m>0)$ 与 y 轴交于点 P，与轨迹 C 相交于点 Q、R，且 $|PQ|<|PR|$，求 $\frac{|PR|}{|PQ|}$ 的取值范围。

22、(本小题满分 14 分)

已知 a 为正实数，n 为自然数，抛物线 $y=-x^2+\frac{a^n}{2}$ 与 x 轴正半轴相交于点 A，设 $f(n)$ 为该抛物线在点 A 处的切线在 y 轴上的截距。

（Ⅰ）用 a 和 n 表示 $f(n)$；

（Ⅱ）求对所有 n 都有 $\frac{f(n)-1}{f(n)+1}\geq\frac{n}{n+1}$ 成立的 a 的最小值；

（III）当 $0<a<1$ 时，比较 $\frac{1}{f(1)-f(2)}+\frac{1}{f(2)-f(4)}+\cdots+\frac{1}{f(n)-f(2n)}$ 与 $6\bullet\frac{f(1)-f(n+1)}{f(0)-f(1)}$ 的大小，并说明理由。