

2012 年普通高等学校招生全国统一考试(辽宁卷)

数学(供文科考生使用)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求的。

(1) 已知向量 $a = (1, -1)$, $b = (2, x)$ 。若 $a \cdot b = 1$, 则 $x =$

- (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

(2) 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 集合 $A = \{0, 1, 3, 5, 8\}$, 集合 $B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$, 则

$$(C_U A) \cap (C_U B) =$$

- (A) $\{5, 8\}$ (B) $\{7, 9\}$ (C) $\{0, 1, 3\}$ (D) $\{2, 4, 6\}$

(3) 复数 $\frac{1}{1+i} =$

- (A) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ (B) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ (C) $1-i$ (D) $1+i$

(4) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_4 + a_8 = 16$, 则 $a_2 + a_{10} =$

- (A) 12 (B) 16 (C) 20 (D) 24

(5) 已知命题 $p: \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \geq 0$, 则 $\neg p$ 是

- (A) $\exists x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \leq 0$
(B) $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \leq 0$
(C) $\exists x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) < 0$
(D) $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) < 0$

(6) 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\sin 2\alpha =$

- (A) -1 (B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) 1

(7) 将圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ 平分的直线是

- (A) $x + y - 1 = 0$ (B) $x + y + 3 = 0$ (C) $x - y + 1 = 0$ (D) $x - y + 3 = 0$

(8) 函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$ 的单调递减区间为

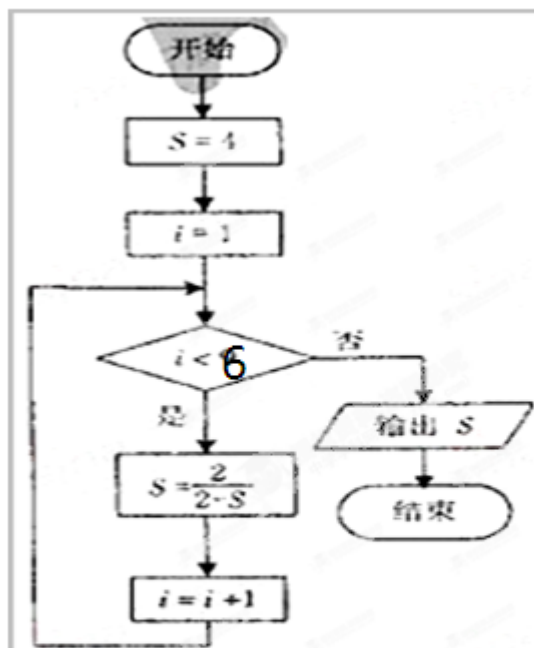
- (A) $(-1, 1]$ (B) $(0, 1]$

(C.) $[1, +\infty)$ (D.) $(0, +\infty)$

(9) 设变量 x, y 满足 $\begin{cases} x - y \leq 10, \\ 0 \leq x + y \leq 20, \\ 0 \leq y \leq 15, \end{cases}$ 则 $2x + 3y$ 的最大值为

(A) 20 (B) 35 (C) 45 (D) 55

(10) 执行如图所示的程序框图，则输出的 S 的值是



(A) 4

(B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) -1

(11) 在长为 12cm 的线段 AB 上任取一点 C . 现作一矩形，邻边长分别等于线段 AC, CB 的长，则该矩形面积大于 20cm^2 的概率为

(A) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{4}{5}$

(12) 已知 P, Q 为抛物线 $x^2 = 2y$ 上两点，点 P, Q 的横坐标分别为 4, -2，过 P, Q 分别作抛物线的切线，两切线交于点 A ，则点 A 的纵坐标为

(A) 1

(B) 3

(C) -4

(D) -8

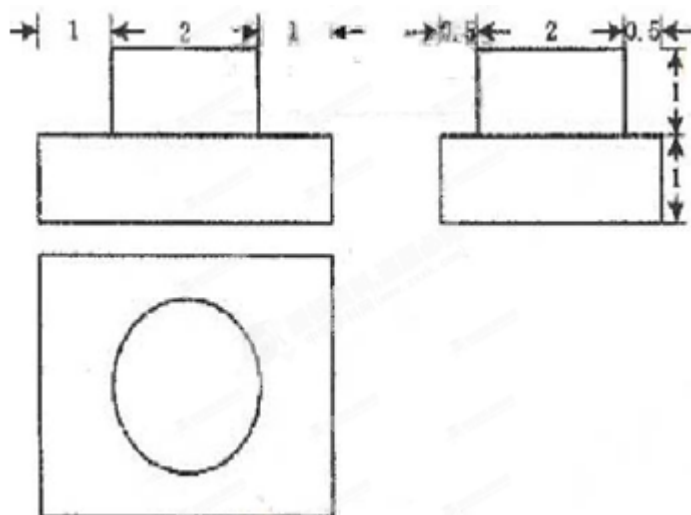
第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。

第 22 题~第 24 题为选考题，考生根据要求作答。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

(13) 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为_____.



(14) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列。若 $a_1 > 0$ ，且 $2(a_n + a_{n+2}) = 5a_{n+1}$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q =$ _____。

(15) 已知双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ ，点 F_1, F_2 为其两个焦点，点 P 为双曲线上一点，若 $PF_1 \perp PF_2$ ，

则 $|PF_1| + |PF_2|$ 的值为_____。

(16) 已知点 P, A, B, C, D 是球 O 表面上的点， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，四边形 $ABCD$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 正方形。若 $PA = 2\sqrt{6}$ ，则 $\triangle OAB$ 的面积为_____。

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 。角 A, B, C 成等差数列。

(I) 求 $\cos B$ 的值；

(II) 边 a, b, c 成等比数列，求 $\sin A \sin C$ 的值。

(18) (本小题满分 12 分)

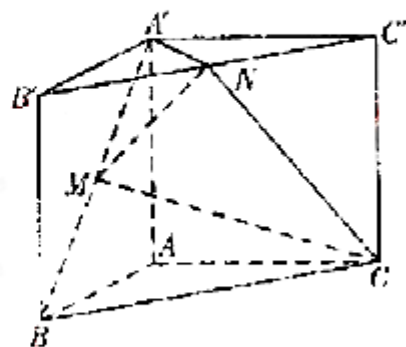
如图，直三棱柱 $ABC - A'B'C'$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

$AB = AC = \sqrt{2}$ ， $AA' = 1$ ，点 M, N 分别为 $A'B$ 和 $B'C'$ 的中点。

(I) 证明： $MN \parallel$ 平面 $A'ACC'$ ；

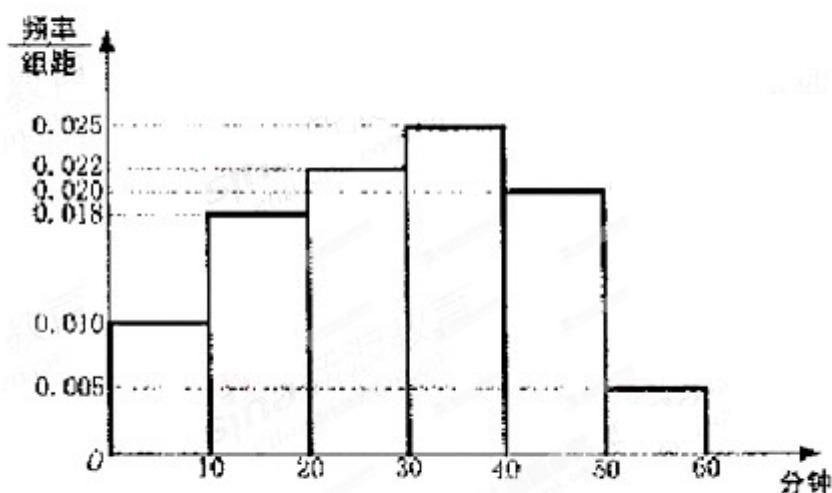
(II) 求三棱锥 $A' - MNC$ 的体积。

(锥体体积公式 $V = \frac{1}{3}sh$ ，其中 s 为底面面积， h 为高)



(19) (本小题满分 12 分)

电视传媒公司为了了解某地区电视观众对某类体育节目的收视情况，随机抽取了 100 名观众进行调查，其中女性有 55 名。下面是根据调查结果绘制的观众日均收看该体育节目时间的频率分布直方图：



将日均收看该体育节目时间不低于 40 分钟的观众称为“体育迷”，已知“体育迷”中有 10 名女性。

(I) 根据已知条件完成下面的 2×2 列联表，并据此资料你是否认为“体育迷”与性别有关？

	非体育迷	体育迷	合计
男			
女			
合计			

(II) 将日均收看该体育项目不低于 50 分钟的观众称为“超级体育迷”，已知“超级体育迷”中有 2 名女性，若从“超级体育迷”中任意选取 2 人，求至少有 1 名女性观众的概率。

$$\text{附 } \chi^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}, \quad P(\chi^2 \geq k) \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 0.05 & 0.01 \\ \hline & 3.841 & 6.635 \\ \hline \end{array}$$

(20) (本小题满分 12 分)

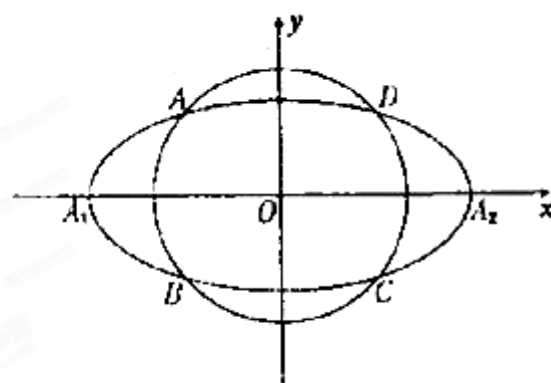
如图，动圆 $C_1: x^2 + y^2 = t^2, 1 < t < 3$,

与椭圆 $C_2: \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 相交于 A, B, C, D 四点，点 A_1, A_2

分别为 C_2 的左, 右顶点。

(I) 当 t 为何值时，矩形 ABCD 的面积取得最大值？并求出其最大面积；

(II) 求直线 AA_1 与直线 A_2B 交点 M 的轨迹方程。



(21) (本小题满分 12 分)

设 $f(x) = \ln x + \sqrt{x} - 1$ ，证明：

(I) 当 $x > 1$ 时， $f(x) < \frac{3}{2}(x-1)$ ；

(II) 当 $1 < x < 3$ 时， $f(x) < \frac{9(x-1)}{x+5}$ 。

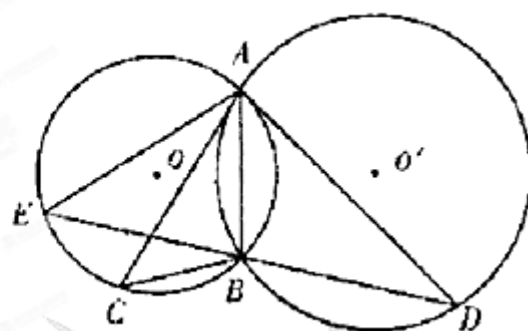
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4-1：几何证明选讲

如图， $\odot O$ 和 $\odot O'$ 相交于 A, B 两点，过 A 作两圆的切线分别交两圆于 C, D 两点，连接 DB 并延长交 $\odot O$ 于点 E。证明：

(I) $AC \cdot BD = AD \cdot AB$ ；

(II) $AC = AE$ 。



(23)(本小题满分 10 分)选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标 xOy 中, 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$, 圆 $C_2: (x-2)^2 + y^2 = 4$ 。

(I)在以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 分别写出圆 C_1, C_2 的极坐标方程, 并求出圆 C_1, C_2 的交点坐标(用极坐标表示);

(II)求圆 C_1 与 C_2 的公共弦的参数方程。

(24)(本小题满分 10 分)选修 4-5: 不等式选讲

已知 $f(x) = |ax+1|$ ($a \in R$), 不等式 $f(x) \leq 3$ 的解集为 $\{x | -2 \leq x \leq 1\}$ 。

(I)求 a 的值;

(II)若 $|f(x) - 2f(\frac{x}{2})| \leq k$ 恒成立, 求 k 的取值范围。