

2012 年陕西省高考文科数学试题

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1. 集合 $M = \{x | \lg x > 0\}$ ， $N = \{x | x^2 \leq 4\}$ ，则 $M \cap N =$ ()

- A. $(1, 2)$ B. $[1, 2)$ C. $(1, 2]$ D. $[1, 2]$

2. 下列函数中，既是奇函数又是增函数的为 ()

- A. $y = x + 1$ B. $y = -x^2$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = x|x|$

3. 对某商店一个月内每天的顾客人数进行了统计，得到样本的茎叶图（如图所示），则改样本的中位数、众数、极差分别是 ()

```
1|25
2|0233
3|124489
4|55577889
5|0011479
6|178
```

- A. 46, 45, 56 B. 46, 45, 53
C. 47, 45, 56 D. 45, 47, 53

4. 设 $a, b \in R$ ， i 是虚数单位，则“ $ab = 0$ ”是“复数 $a + \frac{b}{i}$ 为纯虚数”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 下图是计算某年级 500 名学生期末考试（满分为 100 分）及格率 q 的程序框图，则图中空白框内应填入 ()

A. $q = \cos \left\{ \sqrt{5CB_1 \perp BA_1 2 - + b^2} \right\} \bar{b} C_1 \angle CAB |f(1)| \leq 1 \frac{N}{M}$

B. $q = \frac{M}{N}$

C. $q = \frac{N}{M + N}$

D. $q = \frac{M}{M + N}$

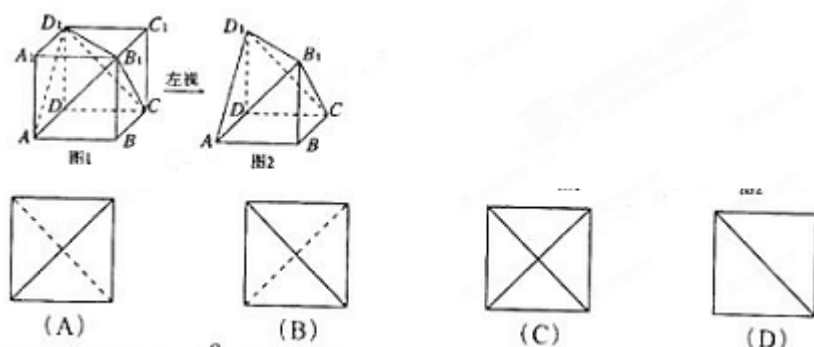
6. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$ ， l 过点 $P(3, 0)$ 的直线，则 ()

- A. l 与 C 相交 B. l 与 C 相切 C. l 与 C 相离 D. 以上三个选项均有可能

7. 设向量 $\vec{a} = (1, \cos \theta)$ 与 $\vec{b} = (-1, 2 \cos \theta)$ 垂直，则 $\cos 2\theta$ 等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. -1

8. 将正方形（如图 1 所示）截去两个三棱锥，得到图 2 所示的几何体，则该几何体的左视图为（ ）



9. 设函数 $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$ 则（ ）

- A. $x = \frac{1}{2}$ 为 $f(x)$ 的极大值点
 B. $x = \frac{1}{2}$ 为 $f(x)$ 的极小值点
 C. $x = 2$ 为 $f(x)$ 的极大值点
 D. $x = 2$ 为 $f(x)$ 的极小值点

10. 小王从甲地到乙地的时速分别为 a 和 b ($a < b$)，其全程的平均时速为 v ，则（ ）

- A. $a < v < \sqrt{ab}$
 B. $v = \sqrt{ab}$
 C. $\sqrt{ab} < v < \frac{a+b}{2}$
 D. $v = \frac{a+b}{2}$

二. 填空题：把答案填写在答题卡相应的题号后的横线上（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ (\frac{1}{2})^x, & x < 0 \end{cases}$ ，则 $f(f(-4)) =$ _____

12. 观察下列不等式

$$1 + \frac{1}{2^2} < \frac{3}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} < \frac{5}{3}$$

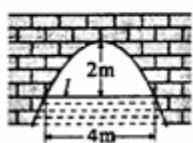
$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} < \frac{7}{4}$$

.....

照此规律，第五个不等式为

13. 在三角形 ABC 中，角 A, B, C 所对应的长分别为 a, b, c ，若 $a=2$ ， $B=\frac{\pi}{6}$ ， $c=2\sqrt{3}$ ，则 $b=$ _____

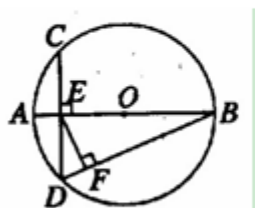
14. 右图是抛物线形拱桥，当水面在 l 时，拱顶离水面 2 米，水面宽 4 米，水位下降 1 米后，水面宽 。



15. (考生注意：请在下列三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题评分)

A. (不等式选做题) 若存在实数 x 使 $|x - a| + |x - 1| \leq 3$ 成立，则实数 a 的取值范围是

B. (几何证明选做题) 如图，在圆 O 中，直径 AB 与弦 CD 垂直，垂足为 E ， $EF \perp DB$ ，垂足为 F ，若 $AB = 6$ ， $AE = 1$ ，则 $DF \cdot DB =$ 。



C. (坐标系与参数方程) 直线 $2\rho \cos \theta = 1$ 与圆 $\rho = 2 \cos \theta$ 相交的弦长为 。

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤（本大题共 6 小题，共 75 分）

16. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q = -\frac{1}{2}$ 。

(1) 若 $a_3 = \frac{1}{4}$ ，求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和；

(II) 证明：对任意 $k \in N_+$ ， a_k ， a_{k+2} ， a_{k+1} 成等差数列。

17. (本小题满分 12 分)

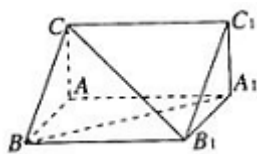
函数 $f(x) = A \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) + 1$ ($A > 0, \omega > 0$) 的最大值为 3，其图像相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$ ，

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 设 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，则 $f(\frac{\alpha}{2}) = 2$ ，求 α 的值。

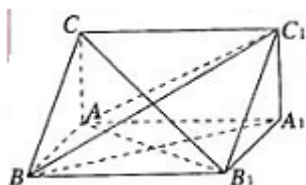
18. (本小题满分 12 分)

直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB = A_1A_1$ ， $\angle CAB = \frac{\pi}{2}$



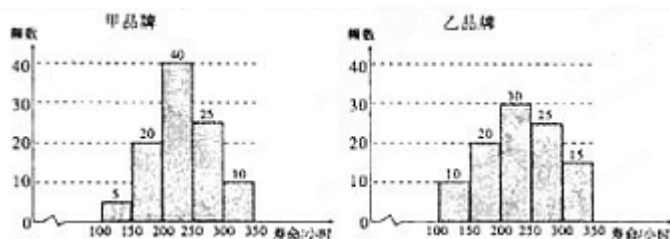
(I) 证明 $CB_1 \perp BA_1$;

(II) 已知 $AB=2$, $BC=\sqrt{5}$, 求三棱锥 C_1-ABA_1 的体积



19 (本小题满分 12 分)

假设甲乙两种品牌的同类产品在某地区市场上销售量相等, 为了解他们的使用寿命, 现从两种品牌的产品中分别随机抽取 100 个进行测试, 结果统计如下:



(I) 估计甲品牌产品寿命小于 200 小时的概率;

(II) 这两种品牌产品中, 某个产品已使用了 200 小时, 试估计该产品是甲品牌的概率。

20. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 椭圆 C_2 以 C_1 的长轴为短轴, 且与 C_1 有相同的离心率。

(1) 求椭圆 C_2 的方程;

(2) 设 O 为坐标原点, 点 A, B 分别在椭圆 C_1 和 C_2 上, $\overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OA}$, 求直线 AB 的方程。

21. (本小题满分 14 分)

设函数 $f_n(x) = x^n + bx + c$ ($n \in N_+, b, c \in R$)

(1) 设 $n \geq 2$, $b=1$, $c=-1$, 证明: $f_n(x)$ 在区间 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 内存在唯一的零点;

(2) 设 n 为偶数, $|f(-1)| \leq 1$, $|f(1)| \leq 1$, 求 $b+3c$ 的最小值和最大值;

(3) 设 $n=2$, 若对任意 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 有 $|f_2(x_1) - f_2(x_2)| \leq 4$, 求 b 的取值范围;