2012年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数学（文科）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷第1至2页，第II卷第3至第4页。全卷满分150分，考试时间120分钟。

考生注意事项：

1. 务必在试题卷、答题卡 自己的姓名、座位号，并认真 粘贴的条形码中姓名 座位号是否一致。务必 面规定的地方填写姓名和座位号后两位。

2.答第I卷时，每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

3.答第II卷时，必须使用0.5毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置绘出，确认后再用0.5毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。

4.考试结束，务必将试卷和答题卡一并上交。

试卷总评：安徽卷的试题在整体上题目比去年容易很多，注重了学生对基础知识、基本技能的全面考查，试题难易程度适中，布局比较合理，适合与对中等生的能力选拔应试。对学生应试发挥有一个好的心态，但对于最后的难题的区分度不大。

第I卷（选择题 共50分）

一、 选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）复数z 满足$(z-i)i=2+i$，则$z=$（ ）

（A）$-1-i$ （B）$1-i$ （C）$-1+3i$ （D）$1-2i$

[答案] B

[解析]由$(z-i)i=2+i$得$zi=1+i$，所以$z=\dfrac{1+i}{i}=1-i$，选B.

[考点定位]考查复数的概念与运算。

（2）设集合$A=\{x\,|\,-3\le 2x-1\le 3\}$，集合B为函数$y=\lg(x-1)$的定义域，则$A\bigcap B=$（ ）

（A） （1，2） （B）[1， 2] （C） [1，2 ） （D）（1，2]

[答案]D

[解析]因$A=\{x\,|\,-3\le 2x-1\le 3\}=\{x\,|\,-1\le x\le 2\}$，$B=\{x\,|\,x>1\}$，故$A\bigcap B=(1,2]$，选D。

[考点定位]考查几何的运算

（3）$(\log_2 9)\cdot(\log_3 4)=$（ ）

（A） $\dfrac{1}{4}$ （B）$\dfrac{1}{2}$ （C） 2 （D）4

[答案]D

[解析]因 $(\log_2 9)\cdot(\log_3 4)=\frac{\lg 9}{\lg 2}\cdot\frac{\lg 4}{\lg 3}=2\times 2=4$，选 D。

[考点定位]考查对数的运算。

（4）命题“存在实数 x,，使 x＞1”的否定是（　）

（A） 对任意实数 x, 都有 x ＞1　　（B）不存在实数 x，使 x ≤ 1

（C） 对任意实数 x, 都有 x ≤ 1　　（D）存在实数 x，使 x ≤ 1

[答案]C

[解析] 特称命题的否定是全称命题，否定结论的同时需要改变量词。

[考点定位]考查特陈命题的否定。

（5）公比为 2 的等比数列$\{a_n\}$ 的各项都是正数，且 $a_3a_{11}=16$，则 a_5 =（　）

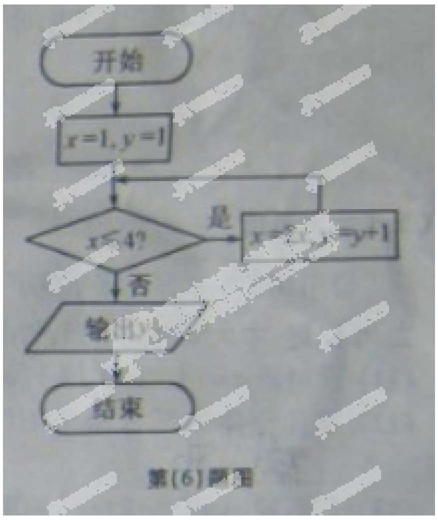
（A） 1　　（B）2　　（C） 4　　（D）8

[答案]A

[解析]因 $a_3a_{11}=16=a_7^{\ 2}$， $a_n>0$，所以 $a_7=4$，故 $a_5=\frac{a_7}{q^2}=1$，选 A。

[考点定位]考查等比数列的性质。

（6）如图所示，程序框图（算法流程图）的输出结果是 （　）



第(6)题图

（A） 3　　（B）4　　（C） 5　　（D）8

[答案]B

[解析]由框图可知 $x=1,y=1$，①$1\le 4$，满足条件，则 $x=2,y=2$；②$2\le 4$，满足条件，则 $x=4,y=3$；③$4\le 4$，满足条件，则 $x=8,y=4$；④$8\le 4$，不满足条件，输出 $y=4$；选 B。

[考点定位]考查程序框图的推理运算。

（7）要得到函数 $y=\cos(2x+1)$ 的图象，只要将函数 $y=\cos 2x$ 的图象（　）

（A） 向左平移 1 个单位　　（B） 向右平移 1 个单位

（C） 向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位 （D）向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位

[答案]C

[解析]因 $y=\cos(2x+1)=\cos 2(x+\frac{1}{2})$，故需要将 $y=\cos 2x$向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位。选 C。

[考点定位]考查三角函数的图像平移。

（8）若 x ，y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geq 0\\x+2y\geq 3\\2x+y\leq 3\end{cases}$ 则 $z=x-y$ 的最小值是（ ）

（A） -3 （B）0 （C） $\frac{3}{2}$ （D）3

[答案]A

[解析]画出可行域可得约束条件对应 ΔABC 边际及内的区域： $A(0,3),B(0,\frac{3}{2}),C(1,1)$，故 $z=x-y$ 在点 $(0,3)$ 处取得最小值 -3，即选 A.

[考点定位]考查线性规划问题的最优解。

（9）若直线 $x-y+1=0$ 与圆 $(x-a)^2+y^2=2$ 有公共点，则实数 a 取值范围是（ ）

（A）$[-3,-1]$ （B）$[-1,3]$ （C）$[-3,1]$ （D）$(-\infty-3]\cup[1,+\infty)$

[答案]C

[解析]由圆心到直线的距离为 $d=\frac{|a+1|}{\sqrt{2}}\leq\sqrt{2}$，得 $|a+1|\leq 2$，解得 $-3\leq a\leq 1$，选 C。

[考点定位]考查直线与圆的位置关系

（10） 袋中共有 6 个除了颜色外完全相同的球，其中有 1 个红球，2 个白球和 3 个黑球，从袋中任取两球，两球颜色为一白一黑的概率等于（ ）

（A）$\frac{1}{5}$ （B）$\frac{2}{5}$ （C） $\frac{3}{5}$ （D）$\frac{4}{5}$.

[答案]B

[解析]法一：（组选法）总的取法有 $C_6^2=15$,要求一白一黑的取法有 $C_2^1C_3^1=6$，故所求概率为 $P=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$,选 B。

法二：（列举法）不妨记 1 个红球，2 个白球和 3 个黑球记为a_1,b_1,b_2,c_1,c_2,c_3，则从袋中任取两球共有

$(a_1,b_1);(a_1,b_2);(a_1,c_1);(a_1,c_2);(a_1,c_3);(b_1,b_2);(b_1,c_1);(b_1,c_2);$

$(b_1,c_3);(b_2,c_1);(b_2,c_2);(b_2,c_3);(c_1,c_2);(c_1,c_3);(c_2,c_3)$ 共 15 种；其中满足两球颜色为一白一黑有 $(b_1,c_1);(b_1,c_2);\ (b_1,c_3);(b_2,c_1);(b_2,c_2);(b_2,c_3)$ 共 6 种，故所求概率等于 $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$。选 B。

[考点定位]考查古典概型概率计算。

第 II 卷（非选择题 共 100 分）

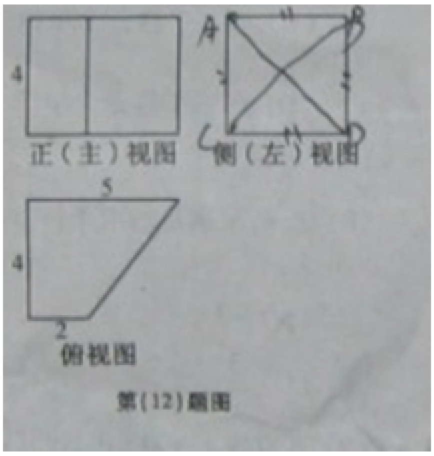
考生注事项：

请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。

二．填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡的相应位置。

（11）设向量 $a=(1,2m),b=(m+1,1),c=(2,m)$.若（$a+c$）$\perp b$,则 $|a|$=___________.

b ,则 $|a|$=___________.



[答案] $\sqrt{2}$

[解析]因 $\vec{a}+\vec{c}=(3,3m)$，由 $(\vec{a}+\vec{c})\perp\vec{b}$ 得 $3(m+1)+3m=0$，解得 $m=-\frac{1}{2}$，故 $|\vec{a}|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$。

[考点定位]考查平面向量的坐标运算。

(12)某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积等于______.

[答案] 56

[解析]由三视图可知，原几何体是一个底面为直角梯形的四棱柱，所求体积为 $V=S\cdot h=\frac{(2+5)\times 4}{2}\times 4=56$。

[考点定位]考查三视图和体积计算

(13)若函数 $f(x)=|2x+a|$ 的单调递增区间是 $[3,+\infty)$，则 a =________.

[答案] -6

[解析]由题可知要使函数 $f(x)=|2x+a|$ 的单调递增区间是 $[3,+\infty)$，则 $-\frac{a}{2}=3$，解得 $a=-6$。

[考点定位]考查函数性质单调性。

(14)过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A,B 两点，若 $|AF|=3$，则 $|BF|$=______

[答案] $\frac{3}{2}$

[解析]

法一：由题可知焦点 $F(1,0)$，设点 $A(x_A,y_A)$，$B(x_B,y_B)$ 由 $|AF|=3$，则 $x_A=2$,即 $A(2,2\sqrt{2})$，故直线 $AB:y=2\sqrt{2}(x-1)$，联立方程可得 $2x^2-5x+2=0$，解得 $x_B=\frac{1}{2}$，即 $|BF|=\frac{3}{2}$。

法二：设 $\angle AFx=\theta(0<\theta<\pi)$ 及 $|BF|=m$；则点 A 到准线 $l:x=-1$ 的距离为 3

得：$3=2+3\cos\theta \Leftrightarrow \cos\theta=\frac{1}{3}$ 又 $m=2+m\cos(\pi-\theta) \Leftrightarrow m=\frac{2}{1+\cos\theta}=\frac{3}{2}$。

[考点定位]考查抛物线的焦半径。

(15)若四面体 $ABCD$ 的三组对棱分别相等，即 $AB=CD$，$AC=BD$，$AD=BC$，则________.(写出所有正确结论编号)

①四面体 $ABCD$ 每组对棱相互垂直

②四面体 $ABCD$ 每个面的面积相等

③从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱两两夹角之和大于 90° 而小于 180°

④连接四面体 $ABCD$ 每组对棱中点的线段互垂直平分

⑤从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱的长可作为一个三角形的三边长

[答案] ②④⑤

[解析]由题，可知四面体 $ABCD$ 可看成是一个长方体截掉 4 个顶角后剩下的部分，由此可以判定②④⑤。①不一定对，如果是正四面体则对，③不对，取特例可知正四面体则夹角和为 180°.可以论证从四面体 $ABCD$ 每个顶点出发的三条棱两两夹角之和等于 180°。

[考点定位]考查空间几何体中点线面的位置关系。

三．解答题：本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，解答写在答题卡上的指定区域内。

（16）（本小题满分 12 分）

设△ABC 的内角 A、B、C 所对边的长分别为 a、b、c，且有

$2\sin B\cos A=\sin A\cos C+\cos A\sin C$

（Ⅰ）求角 A 的大小；

(Ⅱ)若 $b=2$，$c=1$，D 为 BC 的中点，求 AD 的长。

[解析] （1）由题，$2\sin B\cos A=\sin A\cos C+\cos A\sin C$，则

$2\sin B\cos A=\sin(A+C)$，故 $\cos A=\frac{1}{2}$，即 $A=\frac{\pi}{3}$.

（2）因 $b=2$，$c=1$，因 D 为 BC 的中点，故 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则

$|\overrightarrow{AD}|^2=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=\frac{1}{4}(1+4+2\times1\times2\times\cos\frac{\pi}{3})=\frac{7}{4}$，所以 $AD=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

[考点定位]考查三角恒等变换与解三角形，考查平面向量的模的运算。

（17）（本小题满分 12 分）

设定义在（0，+∞）上的函数 $f(x)=ax+\frac{1}{ax}+b(a>0)$

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小值;

(Ⅱ)若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=\frac{3}{2}x$，求 a,b 的值。

[解析]（Ⅰ）因 $x\in(0,+\infty),a>0$，故 $f(x)=ax+\frac{1}{ax}+b\geq2+b$，取等号的条件是 $ax=1$，

即 $x=\frac{1}{a}$。即 $x=\frac{1}{a}$ 时 $f(x)$ 的最小值为 $2+b$。

(Ⅱ)因 $f'(x)=a-\frac{1}{ax^2}$，由 $f'(1)=a-\frac{1}{a}=\frac{3}{2}$，求得 $a=2$，

又由 $f(1)=\frac{3}{2}$，可得 $2+\frac{1}{2}+b=\frac{3}{2}$，解得 $b=-1$。

[考点定位]考查了基本不等式，导数和切线方程。

（18）（本小题满分 13 分）

若某产品的直径长与标准值的差的绝对值不超过 1mm 时，则视为合格品，否则视为不合格品。在近期一次产品抽样检查中，从某厂生产的此种产品中，随机抽取 5000 件进行检测，结果发现有 50 件不合格品。计算这 50 件不合格品的直径长与标准值的差（单位：mm），将所得数据分组，得到如下频率分布表：

分组	频数	频率
[-3，-2)		0.10
[-2，-1)	8	
（1,2]		0.50
（2,3]	10	
（3,4]		
合计	50	1．00

（Ⅰ）将上面表格中缺少的数据填在答题卡的相应位置;

（Ⅱ）估计该厂生产的此种产品中，不合格品的直径长与标准值的差落在区间（1,3]内的概率;

（III）现对该厂这种产品的某个批次进行检查，结果发现有 20 件不合格品。据此估算这批产品中的合格品的件数。

[解析]

（Ⅰ）

分组	频数	频率
[-3，-2)	5	0.10
[-2，-1)	8	0.16

（1, 2]	25	0. 50
（2, 3]	10	0. 2
（3, 4]	2	0. 04
合计	50	1． 00

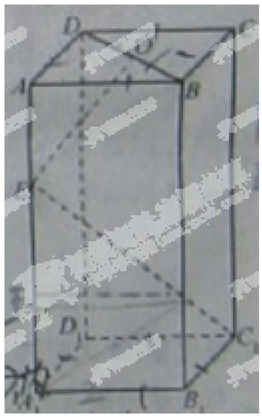
（Ⅱ）根据频率分布表可知，落在区间（1, 3]内频数为 35，故所求概率为 0. 7.

（III）由题可知不合格的概率为 $\frac{50}{5000}=0.01$，故可求得这批产品总共有 2000，故合格的产品有 1980 件。

答：（Ⅱ）不合格品的直径长与标准值的差落在区间（1, 3]内的概率为 0.7；（III）合格品的件数为 1980（件）。

[考点定位]考查频率分布表和概率与统计的基础知识。

（19）（本小题满分 12 分）



如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $A_1B_1C_1D_1$ 是正方形，O 是 BD 的中点，E 是棱 AA_1 上任意一点。

（Ⅰ）证明：$BD\perp EC_1$；

（Ⅱ）如果 $AB=2$，$AE=\sqrt{2}$，$OE\perp EC_1$，求 AA_1 的长。

20.（本小题满分 13 分）

[解析]

（Ⅰ）因底面是正方形，故 $B_1D_1\perp A_1C_1$，又侧棱垂直底面，可得 $AA_1\perp B_1D_1$，而 $AA_1\cap A_1C_1=A_1$，所以 $B_1D_1\perp$ 面 AA_1C_1，因 $B_1D_1//BD$，所以 $BD\perp$ 面 AA_1C_1，又 $EC_1\subset$ 面 AA_1C_1，所以 $BD\perp EC_1$；

（Ⅱ）法一：(利用勾股定理)因 $AB=2$，$AE=\sqrt{2}$，可得 $AO=\sqrt{2}$，$A_1C_1=2\sqrt{2}$，设 $A_1A=x$，由 $OE\perp EC_1$ 得 $OE^2+EC_1^2=OC_1^2$，即 $4+(x-\sqrt{2})^2+8=x^2+2$，解得 $x=3\sqrt{2}$，即 AA_1 的长为 $3\sqrt{2}$。

法二：(利用三角形相似)在矩形 ACC_1A_1 中，$OE\perp EC_1\Rightarrow\Delta OAE\backsim\Delta EA_1C_1$ 得：

$$\frac{AE}{AO}=\frac{A_1C_1}{EA_1}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{AA_1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\Leftrightarrow AA_1=3\sqrt{2}。$$

[考点定位]考查线线垂直关系的证明，考查相似三角形或是几何长度的有关计算。

如图，F_1F_2分别是椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（ $a>b>0$）的左、右焦点，A是椭圆C的顶点，B是直线AF_2与椭圆C的另一个交点，$\angle F_1AF_2=60°$.

（Ⅰ）求椭圆C的离心率;

（Ⅱ）已知△AF_1B的面积为$40\sqrt{3}$，求a,b的值.

[解析] （Ⅰ）由题$\angle F_1AF_2=60°$，则$\frac{OF_2}{AF_2}=\frac{c}{a}=\sin 30°=\frac{1}{2}$，即椭圆$C$的离心率为$\frac{1}{2}$。

（Ⅱ）法一：因△AF_1B的面积为$40\sqrt{3}$，设$B(x_B,y_B)$，又面积公式

$S=\frac{1}{2}\times 2c\times(y_A-y_B)=c\times(y_A-y_B)=40\sqrt{3}$，又直线$AB:y=-\sqrt{3}(x-c)$，

又由（Ⅰ）知$c=\frac{1}{2}a,b^2=\frac{3}{4}a^2$，联立方程可得$b^2x^2+3a^2(x-c)^2=a^2\cdot b^2$，整理得

$\frac{3}{4}a^2x^2+3a^2(x-\frac{1}{2}a)^2=a^2\cdot\frac{3}{4}a^2$，解得$x_B=\frac{4a}{5}$，$y_B=-\frac{3\sqrt{3}a}{10}$，所以

$\frac{a}{2}\times(\frac{\sqrt{3}}{2}a+\frac{3\sqrt{3}}{10}a)=40\sqrt{3}$，解得$a=10,b=5\sqrt{3}$。

法二：设$|BF_2|=m$，则$|BF_1|=2a-m$，则在ΔBF_1F_2中，由余弦定理可得

$|BF_1|^2=|BF_2|^2+|F_1F_2|^2-2|BF_2|\times|F_1F_2|\times\cos 120°$，

即$(2a-m)^2=m^2+a^2+am\Leftrightarrow m=\frac{3}{5}a$。

又ΔAF_1B面积$S=\frac{1}{2}\times|F_2F_1|\times|AB|\times\sin 60°\Leftrightarrow\frac{1}{2}\times a\times(a+\frac{3}{5}a)\times\frac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}$，

解得$a=10,c=5,b=5\sqrt{3}$。

[考点定位]考查椭圆离心率和方程，考查直线与椭圆的位置关系，焦点三角形的面积。

（21）（本小题满分 13 分）

设函数 $f(x)=\frac{x}{2}+\sin x$ 的所有正的极小值点从小到大排成的数列为 $\{x_n\}$.

（Ⅰ）求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式.

（Ⅱ）设 $\{x_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求 $\sin S_n$.

[解析]（Ⅰ）$f'(x)=\frac{1}{2}+\cos x$，令 $f'(x)=\frac{1}{2}+\cos x=0$，可得 $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2k\pi$， $k\in Z$，

又由极小值点定义 $f'(x)>0\Leftrightarrow 2k\pi-\frac{2\pi}{3}<x<2k\pi+\frac{2\pi}{3}(k\in Z)$，

$$f'(x)<0\Leftrightarrow 2k\pi+\frac{2\pi}{3}<x<2k\pi+\frac{4\pi}{3}(k\in Z)，$$

所以可判定 $x_n=-\frac{2\pi}{3}+2n\pi, n\in N_+$。

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $S_n=-\frac{2\pi}{3}n+2\pi\times\frac{(n+1)n}{2}=(n+1)n\pi-\frac{2n}{3}\pi$，

所以 $\sin S_n=\sin((n+1)n\pi-\frac{2n}{3}\pi)=\sin(-\frac{2n}{3}\pi)$，

即 $\sin S_n=\sin(-\frac{2n}{3}\pi)=\begin{cases}-\frac{\sqrt{3}}{2}, n=3k+1\\ \frac{\sqrt{3}}{2}, n=3k+2\\ 0, n=3k\end{cases}, k\in N$.

[考点定位]考查三角函数诱导公式，导数与极值，数列通项与求和。