

# 2010 年高考浙江卷理科数学试题及答案

## 选择题部分 (共 50 分)

参考公式:

如果事件  $A$ 、 $B$  互斥, 那么 柱体的体积公式

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \quad V = Sh$$

如果事件  $A$ 、 $B$  相互独立, 那么 其中  $S$  表示柱体的底面积,  $h$  表示柱体的高

$$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B) \quad \text{锥体的体积公式}$$

如果事件  $A$  在一次试验中发生的概率是  $P$ , 那么  $n$  次独立重复试验中恰好发生  $k$  次的概率 其中  $S$  表示锥体的底面积,  $h$  表示锥体的高

$$P_n(k)=C_n^k P^k (1-P)^{n-k} \quad (k=0,1,2,\dots,n) \quad \text{球的表面积公式}$$

台体的体积公式  $S = 4\pi R^2$

$$V = \frac{1}{3} h (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2) \quad \text{球的体积公式}$$

其中  $S_1$ ,  $S_2$  分别表示台体的上、下底面积  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

$h$  表示台体的高 其中  $R$  表示球的半径

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

(1) 设  $P = \{x | x < 4\}$ ,  $Q = \{x | x^2 < 4\}$

(A)  $P \subseteq Q$       (B)  $Q \subseteq P$

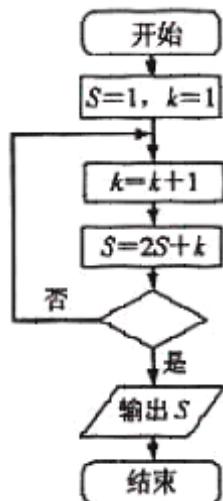
(C)  $P \subseteq C_R Q$       (D)  $Q \subseteq C_R P$

(2) 某程序框图如图所示, 若输出的  $S=57$ , 则判断框内为

(A)  $k > 4?$       (B)  $k > 5?$

(C)  $k > 6?$       (D)  $k > 7?$

(3) 设  $S_n$  为等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $8a_2 + a_5 = 0$ , 则  $\frac{S_5}{S_2} =$



- (A) 11                    (B) 5  
 (C) -8                    (D) -11

(4) 设  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , 则 “ $x \sin^2 x < 1$ ” 是 “ $x \sin x < 1$ ” 的

- (A) 充分而不必不必要条件            (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充分必要条件                    (D) 既不充分也不必要条件

(5) 对任意复数  $z = x + yi$  ( $x, y \in R$ ),  $i$  为虚数单位, 则下列结论正确的是

- (A)  $|z - \bar{z}| = 2y$     (B)  $z^2 = x^2 + y^2$     (C)  $|z - \bar{z}| \geq 2x$     (D)  $|z| \leq |x| + |y|$

(6) 设  $l, m$  是两条不同的直线,  $\alpha$  是一个平面, 则下列命题正确的是

- (A) 若  $l \perp m, m \subset \alpha$ , 则  $l \perp \alpha$                     (B) 若  $l \perp \alpha, l \parallel m$ , 则  $m \perp \alpha$   
 (C) 若  $l \parallel \alpha, m \subset \alpha$ , 则  $l \parallel m$                     (D) 若  $l \parallel \alpha, m \parallel \alpha$ , 则  $l \parallel m$

(7) 若实数  $x, y$  满足不等式组  $\begin{cases} x + 3y - 3 \geq 0, \\ 2x - y - 3 \leq 0, \text{ 且 } x + y \text{ 的最大值为 } 9, \\ x - my + 1 \geq 0, \end{cases}$  则实数  $m =$

- (A) -2                    (B) -1                    (C) 1                    (D) 2

(8) 设  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点。若在双曲线右支上

存在点  $P$ , 满足  $|PF_2| = |F_1F_2|$ , 且  $F_2$  到直线  $PF_1$  的距离等于双曲线的实轴长, 则该双曲的渐近线方程为

- (A)  $3x \pm 4y = 0$     (B)  $3x \pm 5y = 0$     (C)  $4x \pm 3y = 0$     (D)  $5x \pm 4y = 0$

(9) 设函数  $f(x) = 4 \sin(2x + 1) - x$ , 则在下列区间中函数  $f(x)$  不存在零点的是

- (A) [-4, -2]            (B) [-2, 0]            (C) [0, 2]            (D) [2, 4]

(10) 设函数的集合  $P = \{f(x) = \log_2(x + a) + b \mid a = -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{2}, 1; b = -1, 0, 1\}$ , 平面上点的

集合  $Q = \{(x, y) \mid x = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1; y = -1, 0, 1\}$ , 则在同一直角坐标系中,  $P$  中函数  $f(x)$

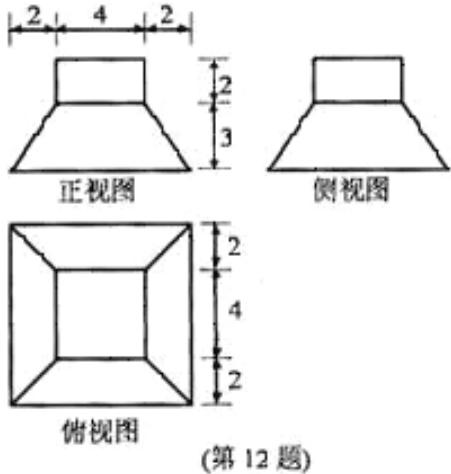
的图象恰好经过  $Q$  中两个点的函数的个数是

- (A) 4                    (B) 6                    (C) 8                    (D) 10

二、填空题：本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分。

(11) 函数  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4}) - 2\sqrt{2} \sin^2 x$  的最小正周期是\_\_\_\_\_。

(12) 若某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则此几何体的体积是\_\_\_\_\_cm<sup>3</sup>.



(第 12 题)

(13) 设抛物线  $y^2 = 2px(p > 0)$  的焦点为 F，点 A(0,2)。若线段 FA 的中点 B 在抛物线上，则 B 到该抛物线准线的距离为\_\_\_\_\_。

(14) 设  $n \geq 2, n \in N, (2x + \frac{1}{2})^n - (3x + \frac{1}{3})^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ，将  $a_k (0 \leq k \leq n)$  的最小值记为  $T_n$ ，则  $T_2 = 0, T_3 = \frac{1}{2^3} - \frac{1}{3^3}, T_4 = 0, T_5 = \frac{1}{2^5} - \frac{1}{3^5}, \dots, T_n, \dots$  其  $T_n = \dots$ 。

(15) 设  $a_1, d$  为实数，首项为  $a_1$ ，公差为  $d$  的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，满足

$S_5S_6 + 15 = 0$  则  $d$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

(16) 已知平面向量  $a, \beta (a \neq 0, a \neq \beta)$  满足  $|\beta| = 1$ ，且  $a$  与  $\beta - a$  的夹角为  $120^\circ$ 。则  $|a|$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

(17) 有 4 位同学在同一天的上、下午参加“身高与体重”、“立定跳远”、“肺活量”、“握力”、“台阶”五个项目的测试，每位同学上、下午各测试一个项目，且不重复，若上午不测“握力”项目，下午不测“台阶”，其余项目上、下午都各测试一人，则不同的安排方式共有种\_\_\_\_\_（用数字作答）。

三、解答题：本大题共 5 小题，共 72 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(18) (本题满分 14 分) 在  $\triangle ABC$  中，角 A、B、C 所对的边分别为 a，b，c，已知

$$\cos 2C = -\frac{1}{4}.$$

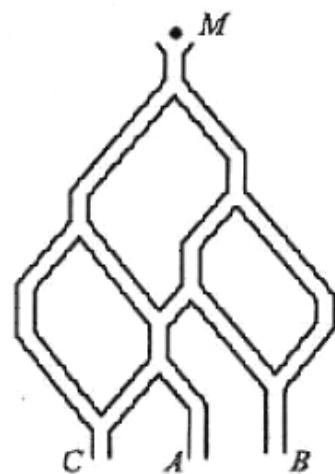
(I) 求  $\sin C$  的值;

(II) 当  $a=2$ ,  $2 \sin A = \sin C$  时, 求  $b$  及  $c$  的长.

(19) (本题满分 14 分) 如图, 一个小球从  $M$  处投入, 通过管道自上面下落到  $A$  或  $B$  或  $C$ , 已知小球从每个叉口落入左右两个管道的可能性是相等的. 某商家按上述投球方式进行促销活动, 若投入的小球落到  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , 则分别设为 1, 2, 3 等奖.

(I) 已知获得 1, 2, 3 等奖的折扣率分别为 50%, 70%, 90%, 记随机变量  $\xi$  为获得  $k(k=1,2,3)$  等奖的折扣率, 求随机变量  $\xi$  的分布列及数学期望  $E\xi$ .

(II) 若有 3 人次 (投入 1 球为 1 人次) 参加促销活动, 记随机变量  $\eta$  为获得 1 等奖或 2 等奖的人次, 求  $P(\eta=2)$ .



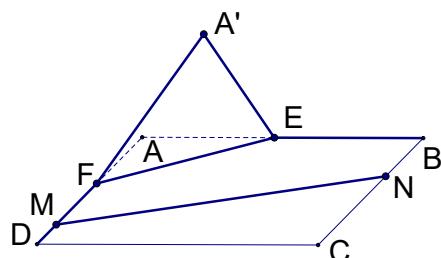
(第 19 题)

(20)(本题满分 15 分)如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在线段  $AB, AD$  上,  $AE=EB=AF=\frac{2}{3}FD=4$ . 沿直线  $EF$  将  $\triangle AEF$  翻折成  $\triangle A'EF$ , 使平面  $A'EF \perp$  平面  $BEF$ .

(I) 求二面角  $A'-FD-C$  的余弦值;

(II) 点  $M, N$  分别在线段  $FD, BC$  上, 若沿直线  $MN$  将四边形  $MNCD$  向上翻折, 使  $C$

与  $A'$  重合, 求线段  $FM$  的长.



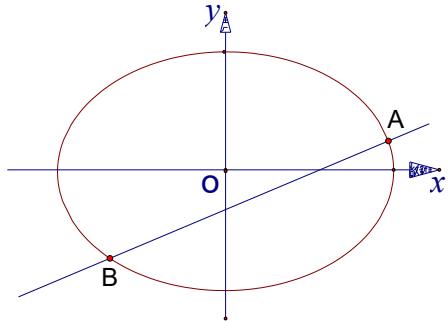
(21) (本题满分 15 分) 已知  $m > 1$ , 直线  $l: x - my - \frac{m^2}{2} = 0$ , 椭圆

$$C: \frac{x^2}{m^2} + y^2 = 1, F_1, F_2 \text{ 分别为椭圆 } C \text{ 的左、右焦点.}$$

(I) 当直线  $l$  过右焦点  $F_2$  时, 求直线  $l$  的方程;

(II) 设直线  $l$  与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点,  $\Delta AF_1F_2, \Delta BF_1F_2$

的重心分别为  $G, H$ . 若原点  $O$  在以线段  $GH$  为直径的圆内, 求实数  $m$  的取值范围.



(22) (本题满分 14 分) 已知  $a$  是给定的实常数,

设函数  $f(x) = (x - a)^2(x + b)e^x, b \in R, x = a$  是  $f(x)$  的一个极大值点.

(I) 求  $b$  的取值范围;

(II) 设  $x_1, x_2, x_3$  是  $f(x)$  的 3 个极值点, 问是否存在实数  $b$ , 可找到  $x_4 \in R$ , 使得

$x_1, x_2, x_3, x_4$  的某种排列  $x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}, x_{i_4}$  (其中  $\{i_1, i_2, i_3, i_4\} = \{1, 2, 3, 4\}$ ) 依次成等差数列? 若存在, 示所有的  $b$  及相应的  $x_4$ ; 若不存在, 说明理由.

