

2014年北京市高考数学试卷（理科）

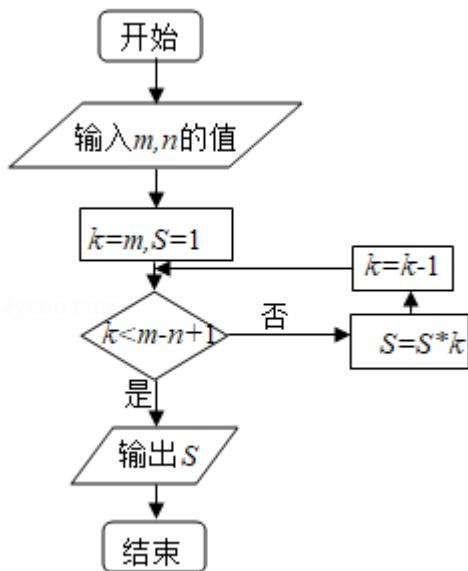
一、选择题（共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1. （5分）已知集合 $A=\{x|x^2-2x=0\}$ ， $B=\{0, 1, 2\}$ ，则 $A \cap B = (\quad)$
A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. （5分）下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是（ \quad ）
A. $y=\sqrt{x+1}$ B. $y=(x-1)^2$
C. $y=2^{-x}$ D. $y=\log_{0.5}(x+1)$

3. （5分）曲线 $\begin{cases} x=-1+\cos\theta \\ y=2+\sin\theta \end{cases}$ （ θ 为参数）的对称中心（ \quad ）
A. 在直线 $y=2x$ 上 B. 在直线 $y=-2x$ 上
C. 在直线 $y=x-1$ 上 D. 在直线 $y=x+1$ 上

4. （5分）当 $m=7, n=3$ 时，执行如图所示的程序框图，输出的 S 的值为（ \quad ）



- A. 7 B. 42 C. 210 D. 840
5. （5分）设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，则“ $q>1$ ”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的（ \quad ）
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. (5分) 若 x, y 满足 $\begin{cases} x+y-2 \geqslant 0 \\ kx-y+2 \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$, 且 $z=y-x$ 的最小值为-4, 则 k 的值为()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

7. (5分) 在空间直角坐标系Oxyz中, 已知A(2, 0, 0), B(2, 2, 0), C(0, 2, 0), D(1, 1, $\sqrt{2}$), 若 S_1, S_2, S_3 分别表示三棱锥D-ABC在xOy, yOz, zOx坐标平面上的正投影图形的面积, 则()

- A. $S_1=S_2=S_3$ B. $S_2=S_1$ 且 $S_2 \neq S_3$ C. $S_3=S_1$ 且 $S_3 \neq S_2$ D. $S_3=S_2$ 且 $S_3 \neq S_1$

8. (5分) 学生的语文、数学成绩均被评定为三个等级, 依次为“优秀”“合格”“不合格”. 若学生甲的语文、数学成绩都不低于学生乙, 且其中至少有一门成绩高于乙, 则称“学生甲比学生乙成绩好”. 如果一组学生中没有哪位学生比另一位学生成绩好, 并且不存在语文成绩相同、数学成绩也相同的两位学生, 则这一组学生最多有()

- A. 2人 B. 3人 C. 4人 D. 5人

二、填空题 (共6小题, 每小题5分, 共30分)

9. (5分) 复数 $(\frac{1+i}{1-i})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (5分) 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=1, \vec{b}=(2, 1)$, 且 $\lambda \vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$), 则 $|\lambda| = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. (5分) 设双曲线C经过点(2, 2), 且与 $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 具有相同渐近线, 则C的方程为_____, 渐近线方程为_____.

12. (5分) 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7+a_8+a_9>0, a_7+a_{10}<0$, 则当n=____时, $\{a_n\}$ 的前n项和最大.

13. (5分) 把5件不同产品摆成一排, 若产品A与产品B相邻, 且产品A与产品C不相邻, 则不同的摆法有____种.

14. (5分) 设函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \phi)$ (A, ω, ϕ 是常数, $A>0, \omega>0$) 若f

(x) 在区间 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ 上具有单调性，且 $f(\frac{\pi}{2}) = f(\frac{2\pi}{3}) = -f(\frac{\pi}{6})$ ，

则 $f(x)$ 的最小正周期为_____.

三、解答题（共6小题，共80分，解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程）

15. (13分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \frac{\pi}{3}$ ， $AB = 8$ ，点 D 在边 BC 上，且 $CD = 2$ ， $\cos \angle ADC = \frac{1}{7}$.

- (1) 求 $\sin \angle BAD$ ；
(2) 求 BD，AC 的长.



16. (13分) 李明在10场篮球比赛中的投篮情况统计如下（假设各场比赛相互独立）：

场次	投篮次数	命中次数	场次	投篮次数	命中次数
主场1	22	12	客场1	18	8
主场2	15	12	客场2	13	12
主场3	12	8	客场3	21	7
主场4	23	8	客场4	18	15
主场5	24	20	客场5	25	12

- (1) 从上述比赛中随机选择一场，求李明在该场比赛中投篮命中率超过0.6的概率；
(2) 从上述比赛中随机选择一个主场和一个客场，求李明的投篮命中率一场超

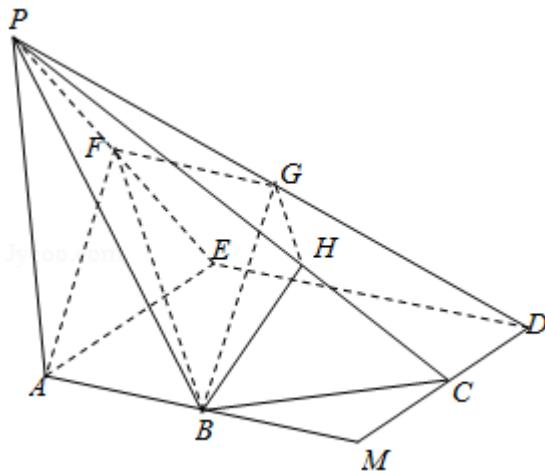
过0.6，一场不超过0.6的概率；

- (3) 记 \bar{x} 是表中10个命中次数的平均数，从上述比赛中随机选择一场，记X为李明在这场比赛中的命中次数，比较 EX 与 \bar{x} 的大小（只需写出结论）.

17. (14分) 如图，正方形AMDE的边长为2，B，C分别为AM，MD的中点，在五棱锥P - ABCDE中，F为棱PE的中点，平面ABF与棱PD，PC分别交于点G，H

(1) 求证： $AB \parallel FG$ ；

(2) 若 $PA \perp$ 底面ABCDE，且 $PA=AE$ ，求直线BC与平面ABF所成角的大小，并求线段PH的长.



18. (13分) 已知函数 $f(x) = x\cos x - \sin x$, $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$

(1) 求证： $f(x) \leq 0$ ；

(2) 若 $a < \frac{\sin x}{x} < b$ 对 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 上恒成立，求a的最大值与b的最小值.

19. (14分) 已知椭圆C: $x^2+2y^2=4$,

(1) 求椭圆C的离心率

(2) 设O为原点, 若点A在椭圆C上, 点B在直线 $y=2$ 上, 且 $OA \perp OB$, 求直线AB与圆 $x^2+y^2=2$ 的位置关系, 并证明你的结论.

20. (13分) 对于数对序列 P : (a_1, b_1) , (a_2, b_2) , ..., (a_n, b_n) , 记 $T_1(P) = a_1 + b_1$, $T_k(P) = b_k + \max\{T_{k-1}(P), a_1 + a_2 + \dots + a_k\}$ ($2 \leq k \leq n$), 其中 $\max\{T_{k-1}(P), a_1 + a_2 + \dots + a_k\}$ 表示 $T_{k-1}(P)$ 和 $a_1 + a_2 + \dots + a_k$ 两个数中最大的数,

(I) 对于数对序列 P : $(2, 5)$, $(4, 1)$, 求 $T_1(P)$, $T_2(P)$ 的值;

(II) 记 m 为 a, b, c, d 四个数中最小的数, 对于由两个数对 (a, b) , (c, d) 组成的数对序列 P : (a, b) , (c, d) 和 P' : (c, d) , (a, b) , 试分别对 $m=a$ 和 $m=d$ 两种情况比较 $T_2(P)$ 和 $T_2(P')$ 的大小;

(III) 在由五个数对 $(11, 8)$, $(5, 2)$, $(16, 11)$, $(11, 11)$, $(4, 6)$ 组成的所有数对序列中, 写出一个数对序列 P 使 $T_5(P)$ 最小, 并写出 $T_5(P)$ 的值(只需写出结论).