2014年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文科）

一．选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分.

在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）i是虚数单位，复数$\frac{7+i}{3+4i}=$（ ）

A. $1-i$　　B. $-1+i$　　C. $\frac{17}{25}+\frac{31}{25}i$　　D. $-\frac{17}{7}+\frac{25}{7}i$

（2）设变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\ge 0,\\ x-y-2\le 0,\\ \quad y\ge 1.\end{cases}$则目标函数$z=x+2y$的最小值为（ ）

A.2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

3.已知命题$p:\forall x>0,总有(x+1)e^x>1,则\neg p为$（ ）

A. $\exists x_0\le 0,使得(x_0+1)e^{x_0}\le 1$ B. $\exists x_0>0,使得(x_0+1)e^{x_0}\le 1$

C. $\exists x_0>0,总有(x_0+1)e^{x_0}\le 1$ D. $\exists x_0\le 0,总有(x_0+1)e^{x_0}\le 1$

4.设$a=\log_2\pi,b=\log_{\frac{1}{2}}\pi,c=\pi^{-2}$,则（ ）

A. $a>b>c$　B. $b>a>c$　C. $a>c>b$　D. $c>b>a$

5.设$\{a_n\}$是首项为a_1，公差为-1的等差数列，S_n为其前n项和，若S_1，S_2，S_4,成等比数列，则a_1=（ ）

A.2　　B.-2　　C. $\frac{1}{2}$　　D . $\frac{1}{2}$

6.已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线平行于直线$l:y=2x+10$,双曲线的一个焦点在直线$l$上，则双曲线的方程为（ ）

A. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　B. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　C. $\frac{3x^2}{25}-\frac{3y^2}{100}=1$　D. $\frac{3x^2}{100}-\frac{3y^2}{25}=1$

7.如图，ΔABC是圆的内接三角行，$\angle BAC$的平分线交圆于点D，交BC于E，过点B的圆的切线与AD的延长线交于点F，在上述条件下，给出下列四个结论：①BD平分$\angle CBF$；②$FB^2=FD\cdot FA$；③$AE\cdot CE=BE\cdot DE$；④$AF\cdot BD=AB\cdot BF$.则所有正确结论的序号是（ ）

A.①②　　B.③④　　C.①②③　　D. ①②④

8.已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x(\omega>0),x\in R$.在曲线$y=f(x)$与直线$y=1$的交点

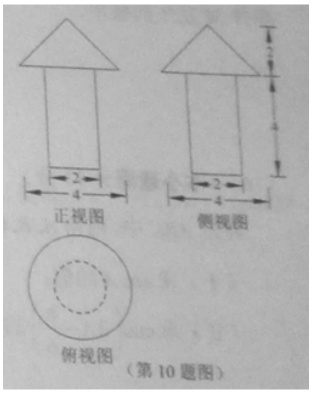
中，若相邻交点距离的最小值为$\frac{\pi}{3}$，则$f(x)$的最小正周期为（ ）

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. 2π

二.填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

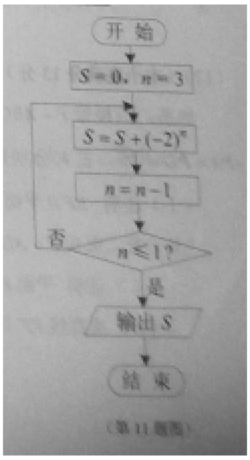
9.某大学为了解在校本科生对参加某项社会实践活动的意向，拟采用分层抽样的方法，从该校四个年级的本科生中抽取一个容量为300的样本进行调查.已知该校一年级、二年级、三年级、四年级的本科生人数之比为$4:5:5:6$，则应从一年级本科生中抽取___名学生.

10.一个几何体的三视图如图所示（单位：m），则该几何体的体积为__m^3.



（第10题图）

11.阅读右边的框图，运行相应的程序，输出S的值为________.



（第11题图）

12.函数$f\left(x\right)=\lg x^3$的单调递减区间是________.

13.已知菱形$ABCD$的边长为2，$\angle BAD=120°$，点E，F分别在边BC、DC上，$BC=3BE$，$DC=\lambda DF$.若$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AE}=1$，则$\lambda$的值为________.

（14）已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\left|x^2+5x+4\right|, x\le 0\\ 2\left|x-2\right| \quad , x>0\end{cases}$若函数$y=f(x)-a\left|x\right|$恰有4个零点，则实数$a$的取值范围为_______

三．解答题：本大题共6小题，共80分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

（15）（本小题满分13分）

某校夏令营有3名男同学 A,B,C 和3名女同学 X,Y,Z，其年级情况如下表：

	一年级	二年级	三年级
男同学	A	B	C
女同学	X	Y	Z

现从这6名同学中随机选出2人参加知识竞赛（每人被选到的可能性相同）

（1）用表中字母列举出所有可能的结果

（2）设 M 为事件"选出的2人来自不同年级且恰有1名男同学和1名女同学"，求事件 M 发生的概率.

（16）（本小题满分13分）

在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $a-c=\dfrac{\sqrt{6}}{6}b$，

$\sin B=\sqrt{6}\sin C$

（1）求 $\cos A$ 的值；

（2）求 $\cos(2A-\dfrac{\pi}{6})$ 的值.

17、（本小题满分13分）

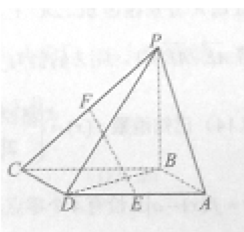
如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是平行四边形，$BA=BD=\sqrt{2}$，$AD=2$，$PA=PD=\sqrt{5}$，E,F 分别是棱 AD，PC 的中点.

（1） 证明：$EF\parallel$ 平面 PAB；

（2） 若二面角P-AD-B为 60^0，

① 证明：平面PBC ⊥ 平面ABCD

② 求直线EF与平面PBC所成角的正弦值.



18、（本小题满分13分）

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别为 F_1，F_2，，右顶点为A，上顶点为B. 已

知$|AB|=\frac{\sqrt{3}}{2}|F_1F_2|$.

（1） 求椭圆的离心率；

（2） 设P为椭圆上异于其顶点的一点，以线段PB为直径的圆经过点F_1，经过点F_2的直线与该圆相切与点M，$|MF_2|=2\sqrt{2}$. 求椭圆的方程.

19（本小题满分14分）

已知函数 $f(x)=x^2-\frac{2}{3}ax^3(a>0),x\in R$

（1） 求 $f(x)$ 的单调区间和极值；

（2）若对于任意的 $x_1\in(2,+\infty)$，都存在 $x_2\in(1,+\infty)$，使得 $f(x_1)\cdot f(x_2)=1$，求 a 的取值范围

20（本小题满分14分）

已知 q 和 n 均为给定的大于1的自然数，设集合 $M=\{0,1,2\cdots q-1\}$，集合

$A=\{x|x=x_1+x_2q+\cdots x_nq^{n-1},x_i\in M,i=1,2,\cdots n\}$,

（1）当 $q=2,n=3$ 时，用列举法表示集合A；

设 $s,t\in A,s=a_1+a_2q+\cdots+a_nq^{n-1},t=b_1+b_2q+\cdots b_nq^{n-1}$, 其中 $a_i,b_i\in M,i=1,2,\cdots n$,

证明：若 $a_n<b_n$, 则 $s<t$.

2014年天津高考文科数学试题逐题详解 （纯word解析版）

一、选择题:在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

【2014年天津卷（文01）】i是虚数单位，复数$\dfrac{7+i}{3+4i}=$

A. $1-i$　　　　B. $-1+i$　　　　C. $\dfrac{17}{25}+\dfrac{31}{25}i$　　　　D. $-\dfrac{17}{7}+\dfrac{25}{7}i$

【答案】A

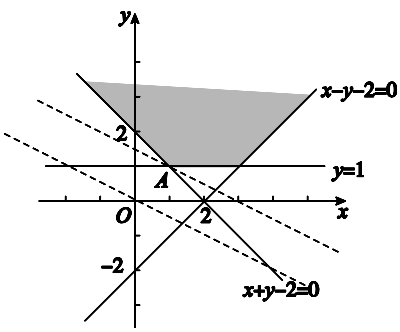
【解析】$\dfrac{7+i}{3+4i}=\dfrac{(7+i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\dfrac{25-25i}{25}=1-i$

【2014年天津卷（文02）】设变量x、y满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\geq 0\\ x-y-2\leq 0\\ y\geq 1\end{cases}$，则目标函数$z=x+2y$的最小值为

A. 2　　　　B. 3　　　　C. 4　　　　D. 5

【答案】B

【解析】画出可行域，如图所示．解方程组$\begin{cases}x+y-2=0,\\ y=1,\end{cases}$得$\begin{cases}x=1,\\ y=1,\end{cases}$即点$A(1，1)$.



当目标函数线过可行域内A点时，目标函数有最小值，即$z_{\min}=1\times 1+2\times 1=3$.

【2014年天津卷（文03）】已知命题p：∀x＞0，总有（x+1）ex＞1，则¬p为（　　）

A. $\exists x_0\leq 0$，使得$(x_0+1)e^{x_0}\leq 1$　　　　B. $\exists x_0>0$，使得$(x_0+1)e^{x_0}\leq 1$

C. $\forall x>0$，总有$(x+1)e^{x}\leq 1$　　　　D. $\forall x\leq 0$，总有$(x+1)e^{x}\leq 1$

【答案】B

【解析】根据全称命题的否定为特称命题可知，¬p为$\exists x_0>0$，使得$(x_0+1)e^{x_0}\leq 1$，

【2014年天津卷（文04）】设$a=\log_2\pi$，$b=\log_{\frac{1}{2}}\pi$，$c=\pi^{-2}$，则（　　）

A. a＞b＞c　　　　B. b＞a＞c　　　　C. a＞c＞b　　　　D. c＞b＞a

【答案】C

【解析】$\log_2\pi>1$，$\log_{\frac{1}{2}}\pi<0$，$0<\pi^{-2}<1$，即$a>1$，$b<0$，$0<c<1$，$\therefore a>c>b$

【2014年天津卷（文05）】设$\{a_n\}$的首项为a_1，公差为－1的等差数列，S_n为其前n项和，若S_1，S_2，S_4成等比数列，则a_1=（　　）

A. 2　　　　B. －2　　　　C. $\frac{1}{2}$　　　　D. $-\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】∵$\{a_n\}$是首项为a_1，公差为－1的等差数列，S_n为其前n项和，∴$S_1=a_1$，$S_2=2a_1-1$，$S_4=4a_1-6$，

由S_1，S_2，S_4成等比数列，得：$S_2^2=S_1\cdot S_4$，即

$(2a_1-1)^2=a_1(4a_1-6)$，解得：$a_1=-\frac{1}{2}$

【2014年天津卷（文06）】已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线平行于直线l：y=2x+10，双曲线的一个焦点在直线l上，则双曲线的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　　　B. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$

C. $\frac{3x^2}{25}-\frac{3y^2}{100}=1$　　　　D. $\frac{3x^2}{100}-\frac{3y^2}{25}=1$

【答案】A

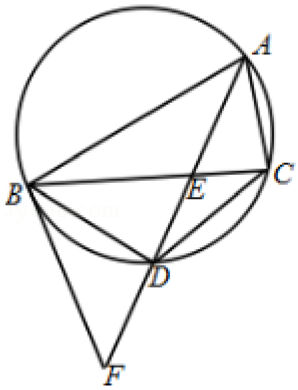
【解析】令y=0，可得x=－5，即焦点坐标为（－5，0），∴c=5，

∵双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线平行于直线l：y=2x+10，

∴$\frac{b}{a}=2$，∵$c^2=a^2+b^2$，∴$a^2=5$，$b^2=20$，∴双曲线的方程为$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$

【2014年天津卷（文07）】如图，△ABC是圆的内接三角形，∠BAC的平分线交圆于点D，交BC于E，过点B的圆的切线与AD的延长线交于点F，在上述条件下，给出下列四个结论：

①BD平分∠CBF；②FB^2=FD•FA；③AE•CE=BE•DE；④AF•BD=AB•BF．
所有正确结论的序号是（　　）



A．①②　　　　B．③④　　　　C．①②③　　　　D．①②④

【答案】D
【解析】∵圆周角∠DBC对应劣弧CD，圆周角∠DAC对应劣弧CD，∴∠DBC=∠DAC．
∵弦切角∠FBD对应劣弧BD，圆周角∠BAD对应劣弧BD，∴∠FBD=∠BAF．
∵BD是∠BAC的平分线，∴∠BAF=∠DAC．∴∠DBC=∠FBD．即BD平分∠CBF．即结论①正确．
又由∠FBD=∠FAB，∠BFD=∠AFB，得△FBD～△FAB．
由$\frac{FB}{FA}=\frac{FD}{FB}$，$FB^2$=FD•FA．即结论②成立．由$\frac{BF}{AF}=\frac{BD}{AB}$，得AF•BD=AB•BF．即结论④成立

【2014年天津卷（文08）】已知函数f（x）=$\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x$（ω＞0），x∈R，在曲线y=f（x）与直线y=1的交点中，若相邻交点距离的最小值为$\frac{\pi}{3}$，则f（x）的最小正周期为（　　）

A．$\frac{\pi}{2}$　　　　B．$\frac{2\pi}{3}$　　　　C．π　　　　D．2π

【答案】C
【解析】∵已知函数f（x）=$\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$（ω＞0），x∈R，
在曲线y=f（x）与直线y=1的交点中，若相邻交点距离的最小值为$\frac{\pi}{3}$，正好等于f（x）的周期的$\frac{1}{3}$倍，
设函数f（x）的最小正周期为T，则$\frac{1}{3}\cdot T=\frac{\pi}{3}$，∴T=π

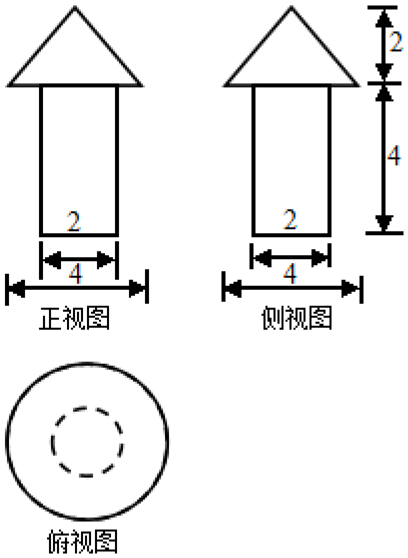
二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．
【2014年天津卷（文09）】某大学为了解在校本科生对参加某项社会实践活动的意向，拟采用分层抽样的方法，从该校四个年级的本科生中抽取一个容量为300的样本进行调查.已

知该校一年级、二年级、三年级、四年级的本科生人数之比为$4:5:5:6$，则应从一年级本科生中抽取____名学生.

【答案】60

【解析】由分层抽样的方法可得，从一年级本科生中抽取学生人数为$300\times\frac{4}{4+5+5+6}=60$

【2014年天津卷（文10）】一个几何体的三视图如图所示（单位：m），则该几何体的体积为________m^3.



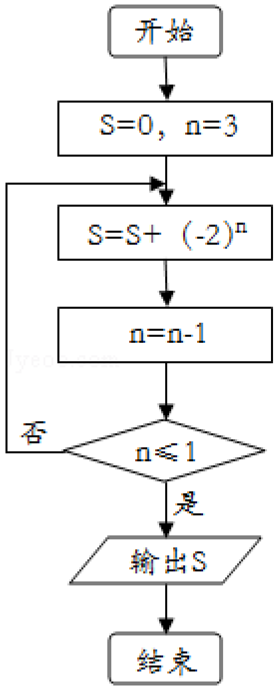
【答案】$\frac{20\pi}{3}$

【解析】

由三视图可得，该几何体为圆柱与圆锥的组合体，其体积$V=\pi\times1^2\times4+\frac{1}{3}\pi\times2^2\times2=\frac{20\pi}{3}$

.

【2014年天津卷（文11）】阅读如图的框图，运行相应的程序，输出S的值为____.



【答案】-4
【解析】依题由框图知，第一次循环得到：S=－8，n=2；第二次循环得到：S=－4，n=1；退出循环，输出－4

【2014年天津卷（文12）】函数f（x）=lgx^2的单调递减区间是________________．
【答案】（－∞，0）
【解析】 方法一：y=lgx^2=2lg|x|，∴当x＞0时，f（x）=2lgx在（0，+∞）上是增函数；
当x＜0时，f（x）=2lg（－x）在（－∞，0）上是减函数．
∴函数f（x）=lgx^2的单调递减区间是（－∞，0）．

方法二：原函数是由$\begin{cases} t=x^2 \\ y=\lg t \end{cases}$复合而成，∵t=$x^2$在（－∞，0）上是减函数，在（0，+∞）为增函数；
又y=lgt在其定义域上为增函数，∴f（x）=lgx^2在（－∞，0）上是减函数，在（0，+∞）为增函数，∴函数f（x）=lgx^2的单调递减区间是（－∞，0）

【2014年天津卷（文13）】已知菱形ABCD的边长为2，∠BAD=120°，点E，F分别在边BC，DC上，BC=3BE，DC=λDF、若$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=1$，则λ的值为____．
【答案】2
【解析】∵BC=3BE，DC=λDF，∴$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{DF}=\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{DC}$，

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}，\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{AB}，$$

∵菱形ABCD的边长为2，∠BAD=120°，∴$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AD}|=2$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=2\times2\times\cos120°=-2$，

∵$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=1$，∴$(\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AD}+\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{AB})=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}^2+\frac{1}{\lambda}\overrightarrow{AB}^2+(1+\frac{1}{3\lambda})\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=1$，

即$\frac{1}{3}\times4+\frac{1}{\lambda}\times4-2(1+\frac{1}{3\lambda})=1$，整理得$\frac{10}{3\lambda}=\frac{5}{3}$，解得$\lambda=2$

【2014年天津卷（文14）】已知函数$f(x)=\begin{cases}|x^2+5x+4|, & x\leqslant0\\ 2|x-2|, & x>0\end{cases}$，若函数$y=f(x)-a|x|$恰有4个零点，则实数a的取值范围为____.

【答案】（1，2）

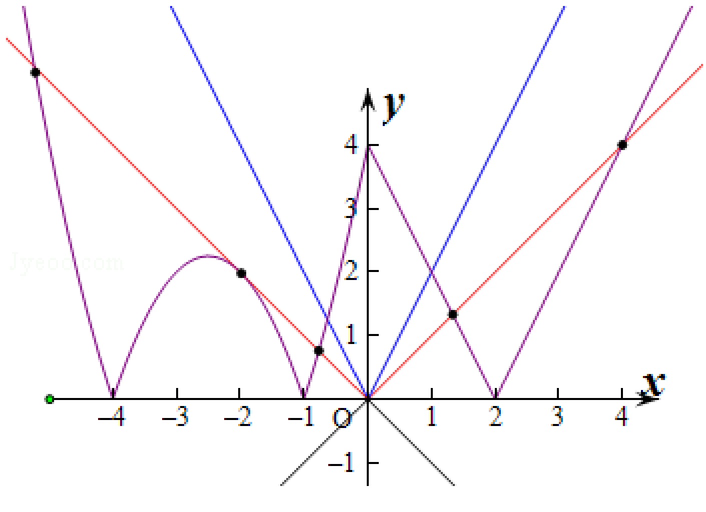
【解析】由$y=f(x)-a|x|=0$得$f(x)=a|x|$，作出函数$y=f(x)$，$y=a|x|$的图象，

当$a\leqslant0$，不满足条件，∴$a>0$，

当$a=2$时，此时$y=a|x|$与$f(x)$有三个 交点，

当$a=1$时，此时$y=a|x|$与$f(x)$有五个 交点，

∴要使函数$y=f(x)-a|x|$恰有4个零点，则$1<a<2$



三、解答题：本大题共6小题，共80分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

【2014年天津卷（文15）】（本小题满分13分）

某校夏令营有3名男同学，A、B、C和3名女同学X，Y，Z，其年级情况如表：

	一年级	二年级	三年级
男同学	A	B	C
女同学	X	Y	Z

现从这6名同学中随机选出2人参加知识竞赛（每人被选到的可能性相同）

（Ⅰ）用表中字母列举出所有可能的结果；

（Ⅱ）设M为事件“选出的2人来自不同年级且恰有1名男同学和1名女同学”，求事件M发生的概率.

解：（Ⅰ）用表中字母列举出所有可能的结果有：（A，B）、（A，C）、（A，X）、（A，Y）、（A，Z）、

（B，C）、（B，X）、（B，Y）、（B，Z）、（C，X）、（C，Y）、（C，Z）、（X，Y）、（X，Z ）、（Y，Z）

共计15个结果.

（Ⅱ）设M为事件“选出的2人来自不同年级且恰有1名男同学和1名女同学”，

则事件M包含的结果有：（A，Y）、（A，Z）、（B，X）、（B，Z）、（C，X）、（C，Y），共计6个结果，

故事件M发生的概率为 $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

【2014年天津卷（文16）】（本小题满分13分）

在△ABC中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知$a-c=\frac{\sqrt{6}}{6}b$，$\sin B=\sqrt{6}\sin C$，

（Ⅰ）求cosA的值；

（Ⅱ）求$\cos\left(2A-\frac{\pi}{6}\right)$的值.

解：（Ⅰ）将$\sin B=\sqrt{6}\sin C$，利用正弦定理化简得：$b=\sqrt{6}c$，代入$a-c=\frac{\sqrt{6}}{6}b$，得：$a-c=c$，即$a=2c$，

$$\therefore \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{6c^2+c^2-4c^2}{2\sqrt{6}c^2}=\frac{\sqrt{6}}{4};$$

（Ⅱ）$\because \cos A=\frac{\sqrt{6}}{4}$，A为三角形内角，$\therefore \sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{\sqrt{10}}{4}$，

$\therefore \cos 2A=2\cos^2 A-1=-\frac{1}{4}$，$\sin 2A=2\sin A\cos A=\frac{\sqrt{15}}{4}$，

则$\cos\left(2A-\frac{\pi}{6}\right)=\cos 2A\cos\frac{\pi}{6}+\sin 2A\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{15}}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{8}$

【2014年天津卷（文17）】（本小题满分13分）

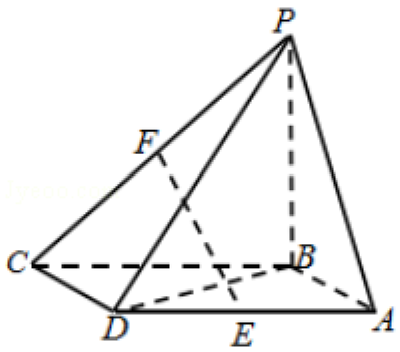
如图，四棱锥P﹣ABCD的底面ABCD是平行四边形，$BA=BD=\sqrt{2}$，AD=2，$PA=PD=\sqrt{5}$，E，F分别是棱AD，PC的中点.

（Ⅰ）证明EF∥平面PAB；

（Ⅱ）若二面角P﹣AD﹣B为60°，

（i）证明平面PBC⊥平面ABCD；

（ii）求直线EF与平面PBC所成角的正弦值.



解：（Ⅰ）证明：连结AC，AC∩BD=H，∵底面ABCD是平行四边形，∴H为BD中点，

∵E是棱AD的中点．∴在△ABD中，EH∥AB，
又∵AB⊂平面PAB，EH⊄平面PAD，∴EH∥平面PAB．同理可证，FH∥平面PAB．
又∵EH∩FH=H，∴平面EFH∥平面PAB，∵EF⊂平面EFH，∴EF∥平面PAB；

（Ⅱ）（i）如图，连结PE，BE．∵BA=BD=$\sqrt{2}$，AD=2，PA=PD=$\sqrt{5}$，∴BE=1，PE=2．

又∵E为AD的中点，∴BE⊥AD，PE⊥AD，

∴∠PEB即为二面角P－AD－B的平面角，即∠PEB=60°，∴PB=$\sqrt{3}$．

∵△PBD中，$BD^2+PB^2=PD^2$，∴PB⊥BD，同理PB⊥BA，∴PB⊥平面ABD，
∵PB⊂平面PBC，∴平面PAB⊥平面ABCD；
（ii）由（i）知，PB⊥BD，PB⊥BA，∵BA=BD=$\sqrt{2}$，AD=2，∴BD⊥BA，

∴BD，BA，BP两两垂直，

以B为坐标原点，分别以BD，BA，BP为X，Y，Z轴，建立如图所示的空间直角坐标系B－DAP，

则有A（0，$\sqrt{2}$，0），B（0，0，0），C（$\sqrt{2}$，－$\sqrt{2}$，0），D（$\sqrt{2}$，0，0），P（0，0，$\sqrt{3}$），

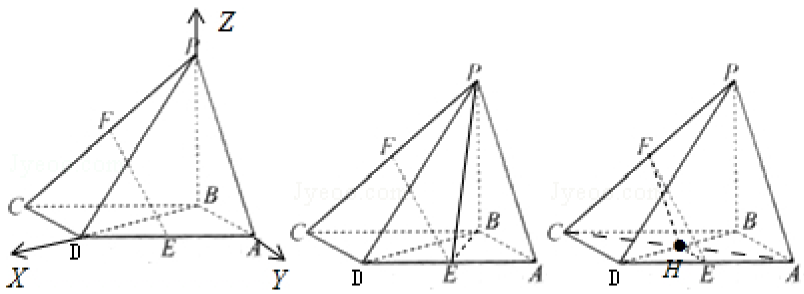
∴$\overrightarrow{BC}$=（$\sqrt{2}$，－$\sqrt{2}$，0），$\overrightarrow{BP}$=（0，0，$\sqrt{3}$），

设平面PBC的法向量为$\overrightarrow{n}$=（x，y，z），∵$\begin{cases}\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{BP}=0\end{cases}$，∴$\begin{cases}\sqrt{2}x-\sqrt{2}y=0\\ \sqrt{3}z=0\end{cases}$，令x=1，则y=1，z=0，

故$\vec{n}$=（1，1，0），∵E，F分别是棱AD，PC的中点，∴E（$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{\sqrt{2}}{2}$，0），F（$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），

∴$\overrightarrow{EF}$=（0，$-\sqrt{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），∴$\cos<\vec{n},\overrightarrow{EF}>=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}}{|\vec{n}||\overrightarrow{EF}|}=\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{11}}{2}}=-\frac{2\sqrt{11}}{11}$，

即直线EF与平面PBC所成角的正弦值为$\frac{2\sqrt{11}}{11}$



【2014年天津卷（文18）】（本小题满分13分）

设椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，右顶点为A，上顶点为B，已知$|AB|=\frac{\sqrt{3}}{2}|F_1F_2|$.

（Ⅰ）求椭圆的离心率；

（Ⅱ）设P为椭圆上异于其顶点的一点，以线段PB为直径的圆经过点F_1，经过点F_2的直线l与该圆相切于点M，$|MF_2|=2\sqrt{2}$，求椭圆的方程.

解：（Ⅰ）依题意可知$\sqrt{a^2+b^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2c$，∵$b^2=a^2-c^2$，∴$a^2+b^2=2a^2-c^2=3c^2$，∴$a^2=2c^2$，∴$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$a^2=2c^2$，∴$b^2=a^2-c^2=c^2$，∴椭圆方程为$\frac{x^2}{2c^2}+\frac{y^2}{c^2}=1$，B（0，c），$F_1$（﹣c，0）

设P点坐标（$\sqrt{2}c\sin\theta$，$c\cos\theta$），圆心为O∵PB为直径，∴$BF_1\perp PF_1$，

$\therefore k_{BF1} \bullet k_{PF1}=\frac{c}{c}\bullet\frac{c\cos\theta}{\sqrt{2}c\sin\theta+c}=-1$，求得$\sin\theta=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$或0（舍去），

由椭圆对称性可知，P在x轴下方和上方结果相同，只看在x轴上方时，

$\cos\theta=\sqrt{1-\frac{8}{9}}=\frac{1}{3}$∴P坐标为（$-\frac{4}{3}$c，$\frac{1}{3}$c），∴圆心坐标为（$-\frac{2}{3}$c，$\frac{2}{3}$c），

$\therefore r=|OB|=\sqrt{\frac{4}{9}c^2+\frac{c^2}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}c$，$|OF_2|=\sqrt{\frac{25c^2}{9}+\frac{4c^2}{9}}=\frac{\sqrt{29}}{3}c$，

$\because r^2+|MF_2|^2=|OF_2|^2$，$\therefore\frac{5c^2}{9}+8=\frac{29}{9}c^2$，$\therefore c^2=3$，$\therefore a^2=6$，$b^2=3$，∴椭圆的方程为$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$

【2014年天津卷（文19）】（本小题满分14分）

已知函数f（x）$=x^2-\frac{2}{3}ax^3$（a＞0），x∈R.

（Ⅰ）求f（x）的单调区间和极值；

（Ⅱ）若对于任意的x_1∈（2，+∞），都存在x_2∈（1，+∞），使得f（x_1）•f（x_2）=1，求a的取值范围.

解：（Ⅰ）$f'(x)=2x-2ax^2=2x(1-ax)$，

∵a＞0，∴当x＜0或$x>\frac{1}{a}$时，$f'(x)<0$，当$0<x<\frac{1}{a}$时，$f'(x)>0$，

f（x）单调递减区间为：（－∞，0）和$(\frac{1}{a},+\infty)$，单调递增区间为$(0,\frac{1}{a})$，

当x=0时，有极小值f（0）=0，当$x=\frac{1}{a}$时，有极大值$f(\frac{1}{a})=\frac{1}{3a^2}$；

（Ⅱ）由$f(0)=f(\frac{3}{2a})=0$及（Ⅰ）知，当$x\in(0,\frac{3}{2a})$时，f（x）＞0；当$x\in(\frac{3}{2a},+\infty)$时，f（x）＜0.

设集合A={f（x）|x∈（2，+∞）}，集合B={$\frac{1}{f(x)}$|x∈（1，+∞），f（x）≠0}，则对于任意的x_1∈（2，+∞），都存在x_2∈（1，+∞），使得f（x_1）•f（x_2）=1，等价于A⊆B，显然A≠∅

下面分三种情况讨论：

（1）当$\frac{3}{2a}$＞2，即0＜a＜$\frac{3}{4}$时，由f（$\frac{3}{2a}$）=0可知，0∈A，而0∈B，∴A不是B的子集；

（2）当1≤$\frac{3}{2a}$≤2，即$\frac{3}{4}\leqslant a\leqslant\frac{3}{2}$时，f（2）≤0，且f（x）在（2，+∞）上单调递减，故A=（﹣∞，f（2）），∴A⊆（﹣∞，0）；由f（1）≥0，有f（x）在（1，+∞）上的取值范围包含（﹣∞，0），即（﹣∞，0）⊆B，∴A⊆B；

（3）当$\frac{3}{2a}$＜1，即a＞$\frac{3}{2}$时，有f（1）＜0，且f（x）在（1，+∞）上单调递减，故B=（$\frac{1}{f(1)}$，0），A=（﹣∞，f（2）），∴A不是B的子集．综上，a的取值范围是[$\frac{3}{4}$，$\frac{3}{2}$]

【2014年天津卷（文20）】（本小题满分14分）

已知q和n均为给定的大于1的自然数，设集合M={0，1，2，…，q﹣1}，集合A={x|x=$x_1+x_2q+\cdots+x_nq^{n-1}$，$x_i$∈M，i=1，2，…n}．

（Ⅰ）当q=2，n=3时，用列举法表示集合A；

（Ⅱ）设s，t∈A，s=$a_1+a_2q+\cdots+a_nq^{n-1}$，t=$b_1+b_2q+\cdots+b_nq^{n-1}$，其中$a_i$，$b_i$∈M，i=1，2，…，n．证明：若$a_n<b_n$，则s＜t．

（Ⅰ）解：当q=2，n=3时，M={0，1}，A={x|$x=x_1+x_2\cdot 2+x_3\cdot 2^2$，$x_i$∈M，i=1，2，3}．

可得A={0，1，2，3，4，5，6，7}．

（Ⅱ）证明：由设s，t∈A，s=$a_1+a_2q+\cdots+a_nq^{n-1}$，t=$b_1+b_2q+\cdots+b_nq^{n-1}$，其中$a_i$，$b_i$∈M，i=1，2，…，n．$a_n<b_n$，

∴$a_n-b_n\leqslant-1$．可得s﹣t=（a_1-b_1）+（a_2-b_2）q+…+$(a_{n-1}-b_{n-1})q^{n-2}$+$(a_n-b_n)q^{n-1}$

$\leqslant -[1+q+\cdots+q^{n-2}+q^{n-1}]$

$= -\dfrac{q^n-1}{q-1}<0.$

$\therefore s<t$