

2019年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）数学

参考公式：

若事件 A, B 互斥，则 $P(A+B) = P(A) + P(B)$

若事件 A, B 相互独立，则 $P(AB) = P(A)P(B)$

若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ，则 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (k=0,1,2,\dots,n)$$

台体的体积公式

其中 S_1, S_2 分别表示台体的上、下底面积， h 表示台体的高

柱体的体积公式 $V = Sh$

其中 S 表示柱体的底面积， h 表示柱体的高

锥体的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积， h 表示锥体的高

球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$

球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

选择题部分（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ，集合 $A = \{0, 1, 2\}$ ， $B = \{-1, 0, 1\}$ ，则 $(\complement_U A) \cap B = (\quad)$

A. $\{-1\}$ B. $\{0, 1\}$

C. $\{-1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 3\}$

2. 渐近线方程为 $x \pm y = 0$ 的双曲线的离心率是（ ）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1

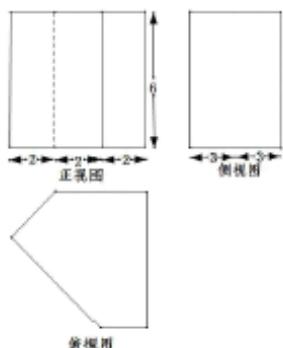
C. $\sqrt{2}$ D. 2

3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 3y + 4 \geq 0 \\ 3x - y - 4 \leq 0 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z = 3x + 2y$ 的最大值是（ ）

A. -1 B. 1

C. 10 D. 12

4. 祖暅是我国南北朝时代的伟大科学家. 他提出的“幂势既同, 则积不容易”称为祖暅原理, 利用该原理可以得到柱体体积公式 $V_{\text{柱体}} = Sh$, 其中 S 是柱体的底面积, h 是柱体的高, 若某柱体的三视图如图所示, 则该柱体的体积是 ()

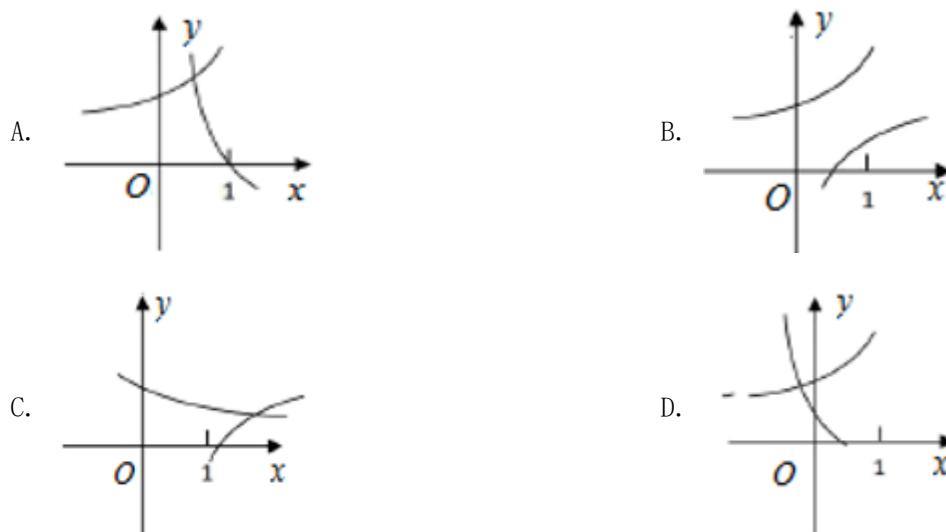


- A. 158 B. 162
C. 182 D. 32

5. 若 $a > 0, b > 0$, 则 “ $a+b \leq 4$ ” 是 “ $ab \leq 4$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 在同一直角坐标系中, 函数 $y = \frac{1}{a^x}$, $y = \log_a \left(x + \frac{1}{2} \right)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象可能是 ()



7. 设 $0 < a < 1$, 则随机变量 X 的分布列是:

X	0	a	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则当 a 在 $(0,1)$ 内增大时 ()

- A. $D(X)$ 增大 B. $D(X)$ 减小
C. $D(X)$ 先增大后减小 D. $D(X)$ 先减小后增大

8. 设三棱锥 $V-ABC$ 的底面是正三角形, 侧棱长均相等, P 是棱 VA 上的点 (不含端点), 记直线 PB 与直线 AC 所成角为 α , 直线 PB 与平面 ABC 所成角为 β , 二面角 $P-AC-B$ 的平面角为 γ , 则 ()

- A. $\beta < \gamma, \alpha < \gamma$ B. $\beta < \alpha, \beta < \gamma$
C. $\beta < \alpha, \gamma < \alpha$ D. $\alpha < \beta, \gamma < \beta$

9. 已知 $a, b \in R$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(a+1)x^2 + ax, & x \geq 0 \end{cases}$, 若函数 $y = f(x) - ax - b$ 恰有三个零点, 则 ()

- A. $a < -1, b < 0$ B. $a < -1, b > 0$
C. $a > -1, b > 0$ D. $a > -1, b < 0$

10. 设 $a, b \in R$, 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n^2 + b$, $n \in \mathbb{N}^*$, 则 ()

- A. 当 $b = \frac{1}{2}, a_{10} > 10$ B. 当 $b = \frac{1}{4}, a_{10} > 10$
C. 当 $b = -2, a_{10} > 10$ D. 当 $b = -4, a_{10} > 10$

非选择题部分 (共 110 分)

二、填空题: 本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单空题每题 4 分, 共 36 分

11. 复数 $z = \frac{1}{1+i}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ _____.

12. 已知圆 C 的圆心坐标是 $(0, m)$, 半径长是 r . 若直线 $2x - y + 3 = 0$ 与圆相切于点 $A(-2, -1)$, 则 $m =$ _____, $r =$ _____.

13. 在二项式 $(\sqrt{2} + x)^9$ 的展开式中, 常数项是 _____; 系数为有理数的项的个数是 _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 3$, 点 D 在线段 AC 上, 若 $\angle BDC = 45^\circ$, 则 $BD =$ _____;
 $\cos \angle ABD =$ _____.

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的左焦点为 F , 点 P 在椭圆上且在 x 轴的上方, 若线段 HF 的中点在以原点 O 为圆

心， $|OF|$ 为半径的圆上，则直线 PF 的斜率是_____.

16. 已知 $a \in R$ ，函数 $f(x) = ax^3 - x$ ，若存在 $t \in R$ ，使得 $|f(t+2) - f(t)| \leq \frac{2}{3}$ ，则实数 a 的最大值是_____.
 17. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为1，当每个 $\lambda_i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 取遍 ± 1 时，

$|\lambda_1 \overrightarrow{AB} + \lambda_2 \overrightarrow{BC} + \lambda_3 \overrightarrow{CD} + \lambda_4 \overrightarrow{DA} + \lambda_5 \overrightarrow{AC} + \lambda_6 \overrightarrow{BD}|$ 的最小值是_____；最大值是_____.

三、解答题：本大题共5小题，共74分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

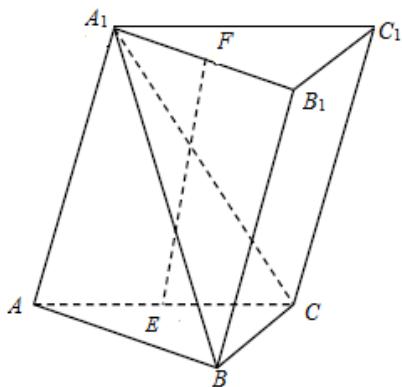
18. 设函数 $f(x) = \sin x, x \in \mathbf{R}$.

(1) 已知 $\theta \in [0, 2\pi)$ ，函数 $f(x+\theta)$ 是偶函数，求 θ 的值；

(2) 求函数 $y = [f(x + \frac{\pi}{12})]^2 + [f(x + \frac{\pi}{4})]^2$ 的值域.

19. 如图，已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ ，平面 $A_1AC_1C \perp$ 平面 ABC ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\angle BAC = 30^\circ$ ， $A_1A = A_1C = AC$ ， E, F 分别是 AC, A_1B_1 的中点.



(1) 证明： $EF \perp BC$ ；

(2) 求直线 EF 与平面 A_1BC 所成角的余弦值.

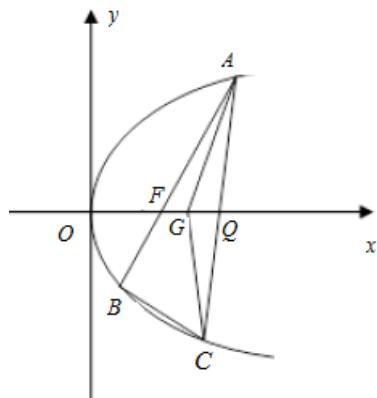
20. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_3 = 4$ ， $a_4 = S_3$ ，数列 $\{b_n\}$ 满足：对每

$n \in \mathbf{N}^*$ ， $S_n + b_n, S_{n+1} + b_n, S_{n+2} + b_n$ 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 记 $C_n = \sqrt{\frac{a_n}{2b_n}}$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ ，证明： $C_1 + C_2 + \dots + C_n < 2\sqrt{n}$ ， $n \in \mathbf{N}^*$.

21. 如图, 已知点 $F(1,0)$ 为抛物线 $y^2 = 2px(p > 0)$, 点 F 为焦点, 过点 F 的直线交抛物线于 AB 两点, 点 C 在抛物线上, 使得 $\triangle ABC$ 的重心 G 在 x 轴上, 直线 AC 交 x 轴于点 Q , 且 Q 在点 F 右侧. 记 $\triangle AFG, \triangle CQG$ 的面积为 S_1, S_2 .



(1) 求 p 的值及抛物线的标准方程;

(2) 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最小值及此时点 G 的坐标.

22. 已知实数 $a \neq 0$, 设函数 $f(x) = a \ln x + \sqrt{x+1}, x > 0$.

(1) 当 $a = -\frac{3}{4}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 对任意 $x \in [\frac{1}{e^2}, +\infty)$ 均有 $f(x) \leq \frac{\sqrt{x}}{2a}$, 求 a 的取值范围.

注: $e = 2.71828\dots$ 为自然对数的底数.