

2015 年高考天津市文科数学真题

一、选择题

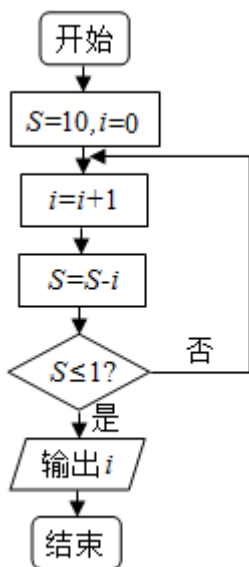
1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，集合 $A = \{2, 3, 5\}$ ，集合 $B = \{1, 3, 4, 6\}$ ，则集合 $A \cap C_U B =$ ()

- A. $\{3\}$ B. $\{2, 5\}$ C. $\{1, 4, 6\}$ D. $\{2, 3, 5\}$

2. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ x - 2y \leq 0 \\ x + 2y - 8 \leq 0 \end{cases}$ ，则目标函数的最大值为 $z = 3x + y$ ()

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 14

3. 阅读下边的程序框图，运行相应的程序，则输出 i 的值为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

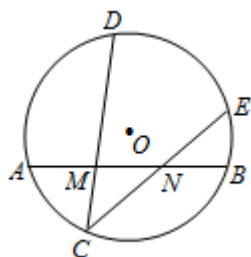
4. 设 $x \in \mathbb{R}$ ，则“ $1 < x < 2$ ”是“ $|x - 2| < 1$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点为 $F(2, 0)$ ，且双曲线的渐近线与圆 $(x - 2)^2 + y^2 = 3$ 相切，则双曲线的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{13} = 1$ B. $\frac{x^2}{13} - \frac{y^2}{9} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

6. 如图，在圆 O 中， M, N 是弦 AB 的三等分点，弦 CD, CE 分别经过点 M, N ，若 $CM=2, MD=4, CN=3$ ，则线段 NE 的长为 ()



- A. $\frac{8}{3}$ B. 3 C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{5}{2}$

7. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x) = 2^{|x-m|} - 1$ (m 为实数) 为偶函数,

记 $a = f(\log_{0.5} 3)$, $b = f(\log_2 5)$, $c = f(2m)$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $a < c < b$ D. $c < b < a$

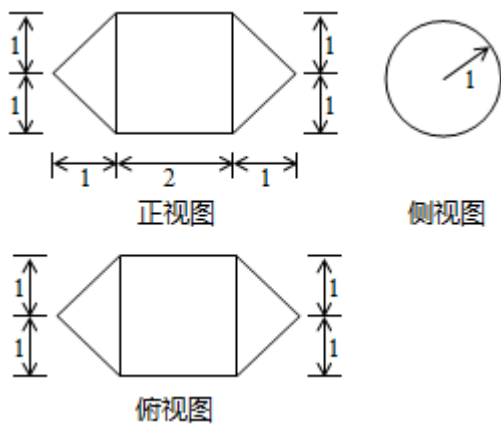
8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2 - |x|, & x \leq 2 \\ (x-2)^2, & x > 2 \end{cases}$, 函数 $g(x) = 3 - f(2-x)$, 则函数 $y = f(x) - g(x)$ 的零点的个数为

- ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题

9. i 是虚数单位, 计算 $\frac{1-2i}{2+i}$ 的结果为_____.

10. 一个几何体的三视图如图所示 (单位: m), 则该几何体的体积为_____.



11. 已知函数 $f(x) = ax \ln x$, $x \in (0, +\infty)$, 其中 a 为实数, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 若 $f'(1) = 3$, 则 a 的值为_____.

12. 已知 $a > 0, b > 0, ab = 8$, 则当 a 的值为_____时 $\log_2 a \cdot \log_2 (2b)$ 取得最大值。

13. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel DC$, $AB = 2, BC = 1, \angle ABC = 60^\circ$, 点 E 和点 F 分别在线段 BC 和

CD 上, 且 $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{6} \overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的值为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \cos \omega x (\omega > 0), x \in \mathbf{R}$, 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-\omega, \omega)$ 内单调递增, 且函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \omega$ 对称, 则 ω 的值为_____.

三、解答题

15. 设甲、乙、丙三个乒乓球协会的运动员人数分别为 27,9,18, 先采用分层抽样的方法从这三个协会中抽取 6 名运动员参加比赛。

(I) 求应从这三个协会中分别抽取的运动员人数;

(II) 将抽取的 6 名运动员进行编号, 编号分别为 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$, 从这 6 名运动员中随机抽取 2 名参加双打比赛。

(i) 用所给编号列出所有可能的结果;

(ii) 设 A 为事件“编号为 A_5, A_6 的两名运动员至少有一人被抽到”, 求事件 A 发生的概率。

16. $\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 所对的边分别为 a, b, c, 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{15}$, $b - c = 2, \cos A = -\frac{1}{4}$,

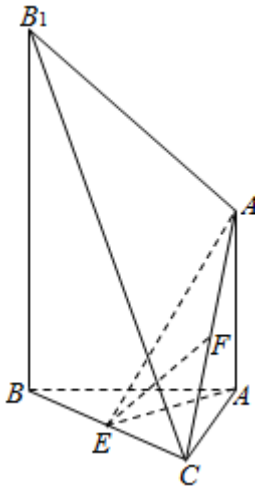
(I) 求 a 和 $\sin C$ 的值;

(II) 求 $\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right)$ 的值。

17. 如图, 已知 $AA_1 \perp$ 平面 ABC, $BB_1 \parallel AA_1$, $AB = AC = 3$, $BC = 2\sqrt{5}$, $AA_1 = \sqrt{7}$, $BB_1 = 2\sqrt{7}$, 点 E, F 分别是 BC, A_1C 的中点,

(I) 求证: $EF \parallel$ 平面 A_1B_1BA ; (II) 求证: 平面 $AEA_1 \perp$ 平面 BCB_1 。

(III) 求直线 A_1B_1 与平面 BCB_1 所成角的大小。



18. 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1 = b_1 = 1, b_2 + b_3 = 2a_3$,

$$a_5 - 3b_2 = 7.$$

(I) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $c_n = a_n b_n, n \in \mathbb{N}^*$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

19. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点为 B , 左焦点为 F , 离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

(I) 求直线 BF 的斜率;

(II) 设直线 BF 与椭圆交于点 P (P 异于点 B), 过点 B 且垂直于 BF 的直线与椭圆交于点 Q (Q 异于点 B) 直线 PQ 与 x 轴交于点 M , $|PM| = \lambda |MQ|$.

(i) 求 λ 的值;

(ii) 若 $|PM| \sin \angle BQP = \frac{7\sqrt{5}}{9}$, 求椭圆的方程.

20. 已知函数 $f(x) = 4x - x^4, x \in \mathbb{R}$, 其中 $n \in \mathbb{N}^*$, 且 $n \geq 2$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 设曲线 $y = f(x)$ 与 x 轴正半轴的交点为 P , 曲线在点 P 处的切线方程为 $y = g(x)$, 求证: 对于任意的实数 x , 都有 $f(x) \leq g(x)$;

(III) 若方程 $f(x)=a$ (a 为实数) 有两个正实数根 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 求证: $x_2 - x_1 < -\frac{a}{3} + 4^{\frac{1}{3}}$.