

2011年山东省高考数学试卷（理科）

一、选择题（共12小题，每小题3分，满分36分）

1. (3分) (2011•山东) 设集合 $M=\{x|x^2+x-6<0\}$, $N=\{x|1\leq x\leq 3\}$, 则 $M\cap N=$ ()
A [1, 2] B [1, 2] C (2, 3] D [2, 3]
· · · ·
2. (3分) (2011•山东) 复数 $z=\frac{2-i}{1+i}$ (i 是虚数单位) 在复平面内对应的点位于象限为 ()
A 第一象限 B 第二象限 C 第三象限 D 第四象限
· · · ·
3. (3分) (2011•山东) 若点 $(a, 9)$ 在函数 $y=3^x$ 的图象上, 则 $\tan \frac{a\pi}{6}$ 的值为 ()
A 0 B $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C 1 D $\sqrt{3}$
· · · ·
4. (3分) (2011•山东) 不等式 $|x-5|+|x+3|\geq 10$ 的解集是 ()
A [-5, 7] B [-4, 6] C $(-\infty, -5]\cup[$ D $(-\infty, -4]\cup[$
· · · · $7, +\infty)$. 6, $+\infty)$
5. (3分) (2011•山东) 对于函数 $y=f(x)$, $x\in\mathbb{R}$, “ $y=|f(x)|$ 的图象关于 y 轴对称”是“ $y=f(x)$ 是奇函数”的 ()
A 充分而不必要 B 必要而不充分
· 条件 . 条件
C 充要条件 D 既不充分也不
· . 必要条件
6. (3分) (2011•山东) 若函数 $f(x)=\sin\omega x$ ($\omega>0$) 在区间 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增, 在
区间 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递减, 则 $\omega=$ ()
A 8 B 2 C $\frac{3}{2}$ D $\frac{2}{3}$
· . . .
7. (3分) (2011•山东) 某产品的广告费用 x 与销售额 y 的统计数据如下表
- | | | | | |
|---------------|----|----|----|----|
| 广告费用 x (万元) | 4 | 2 | 3 | 5 |
| 销售额 y (万元) | 49 | 26 | 39 | 54 |

根据上表可得回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的 \hat{b} 为 9.4，据此模型预报广告费用为 6 万元时销售额为（ ）

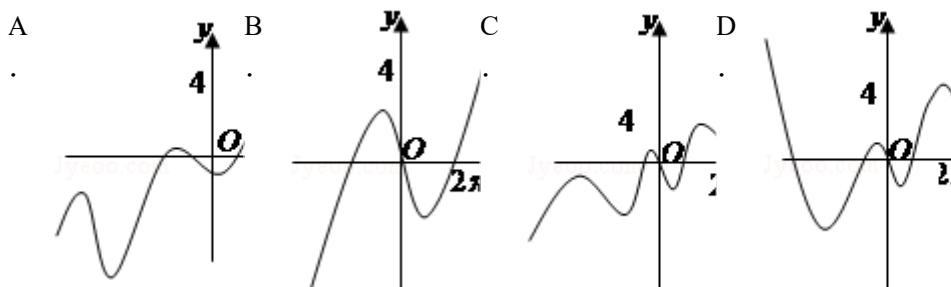
- A 63.6 万元 B 65.5 万元 C 67.7 万元 D 72.0 万元

8. (3分) (2011·山东) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两条渐近线均和圆 C:

$x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ 相切，且双曲线的右焦点为圆 C 的圆心，则该双曲线的方程为 ()

- | | |
|---|---|
| A $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ | B $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1$ |
| C $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{6^2} = 1$ | D $\frac{x^2}{6^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$ |

9. (3分) (2011·山东) 函数 $y = \frac{x}{2} - 2\sin x$ 的图象大致是 ()



10. (3分) (2011·山东) 已知 $f(x)$ 是 \mathbb{R} 上最小正周期为 2 的周期函数，且当 $0 \leq x < 2$ 时， $f(x) = x^3 - x$ ，则函数 $y = f(x)$ 的图象在区间 $[0, 6]$ 上与 x 轴的交点的个数为 ()

- A 6 B 7 C 8 D 9

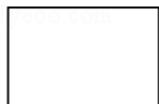
11. (3分) (2011·山东) 如图是长和宽分别相等的两个矩形。给定下列三个命题：

- ① 存在三棱柱，其正(主)视图、俯视图如图；
- ② 存在四棱柱，其正(主)视图、俯视图如图；
- ③ 存在圆柱，其正(主)视图、俯视图如图。

其中真命题的个数是 ()



正(主)视图



俯视图

A 3

B 2

C 1

D 0

.

.

.

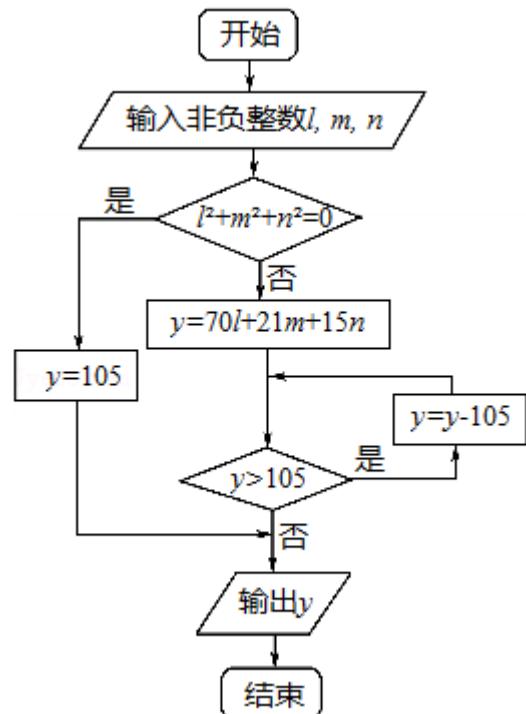
.

12. (3分) (2011·山东) 设 A_1, A_2, A_3, A_4 是平面直角坐标系中两两不同的四点, 若 $\overrightarrow{A_1A_3} = \lambda \overrightarrow{A_1A_2}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$), $\overrightarrow{A_1A_4} = \mu \overrightarrow{A_1A_2}$ ($\mu \in \mathbb{R}$), 且 $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 2$, 则称 A_3, A_4 调和分割 A_1, A_2 . 已知点 $C(c, 0)$, $D(d, 0)$ ($c, d \in \mathbb{R}$) 调和分割点 $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, 则下面说法正确的是 ()

- A C可能是线段AB上的中点
- B D可能是线段AB上的中点
- C C, D可能同时在线段AB上
- D C, D不可能同时在线段AB的延长线上

二、填空题 (共4小题, 每小题3分, 满分12分)

13. (3分) (2011·山东) 执行如图所示的程序框图, 输入 $l=2, m=3, n=5$, 则输出的y的值是_____.



14. (3分) (2011•山东) 若 $(x - \frac{\sqrt{a}}{x^2})^6$ 式的常数项为60, 则常数a的值为_____

15. (3分) (2011•山东) 设函数 $f(x) = \frac{x}{x+2}$ ($x > 0$), 观察:

$$f_1(x) = f(x) = \frac{x}{x+2},$$

$$f_2(x) = f(f_1(x)) = \frac{x}{3x+4},$$

$$f_3(x) = f(f_2(x)) = \frac{x}{7x+8},$$

$$f_4(x) = f(f_3(x)) = \frac{x}{15x+16},$$

...

根据以上事实, 由归纳推理可得:

当 $n \in \mathbb{N}^*$ 且 $n \geq 2$ 时, $f_n(x) = f(f_{n-1}(x)) = \dots$

16. (3分) (2011•山东) 已知函数 $f(x) = \log_a x + x - b$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$). 当 $2 < a < 3 < b < 4$ 时, 函数 $f(x)$ 的零点 $x_0 \in (n, n+1)$, $n \in \mathbb{N}^*$, 则 $n = \dots$.

三、解答题 (共6小题, 满分74分)

17. (12分) (2011•山东) 在ABC中, 内角A, B, C的对边分别为a, b, c, 已知

$$\frac{\cos A - 2\cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}$$

(I) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值;

(II) 若 $\cos B = \frac{1}{4}$, $b = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积S.

18. (12分) (2011•山东) 红队队员甲、乙、丙与蓝队队员A、B、C进行围棋比赛, 甲对A, 乙对B, 丙对C各一盘, 已知甲胜A, 乙胜B, 丙胜C的概率分别为0.6, 0.5, 0.5, 假设各盘比赛结果相互独立.

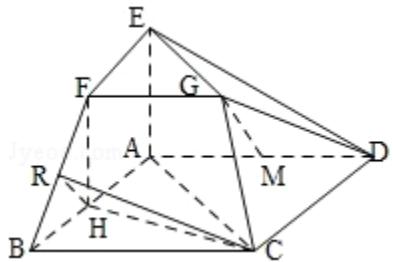
(I) 求红队至少两名队员获胜的概率;

(II) 用 ξ 表示红队队员获胜的总盘数, 求 ξ 的分布列和数学期望 $E\xi$.

19. (12分) (2011•山东) 在如图所示的几何体中, 四边形ABCD为平行四边形, $\angle ACB = 90^\circ$, $EA \perp$ 平面ABCD, $EF \parallel AB$, $FG \parallel BC$, $EG \parallel AC$. $AB = 2EF$.

(I) 若M是线段AD的中点, 求证: $GM \parallel$ 平面ABFE;

(II) 若 $AC = BC = 2AE$, 求二面角A-BF-C的大小.



20. (12分) (2011•山东) 等比数列 $\{a_n\}$ 中. a_1 , a_2 , a_3 分别是下表第一、二、三行中的某一个数. 且 a_1 , a_2 , a_3 中的任何两个数不在下表的同一列.

	第一列	第二列	第三列
第一行	3	2	10
第二行	6	4	14
第三行	9	8	18

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 如数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=a_n+(-1)^n \ln a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 s_n .

21. (12分) (2011•山东) 某企业拟建造如图所示的容器(不计厚度, 长度单位: 米), 其中容器的中间为圆柱形, 左右两端均为半球形, 按照设计要求容器的体积为 $\frac{80\pi}{3}$ 立方米

, 且 $l \geq 2r$. 假设该容器的建造费用仅与其表面积有关. 已知圆柱形部分每平方米建造费用为3千元, 半球形部分每平方米建造费用为 c ($c > 3$) 千元. 设该容器的建造费用为 y 千元.

(I) 写出 y 关于 r 的函数表达式, 并求该函数的定义域;

(II) 求该容器的建造费用最小时的 r .



22. (14分) (2011•山东) 已知直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ 交于 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$

) 两不同点, 且 $\triangle OPQ$ 的面积 $S_{\triangle OPQ} = \frac{\sqrt{6}}{2}$, 其中 O 为坐标原点.

(I) 证明 $x_1^2 + x_2^2$ 和 $y_1^2 + y_2^2$ 均为定值;

(II) 设线段 PQ 的中点为 M , 求 $|OM| \cdot |PQ|$ 的最大值;

(III) 椭圆 C 上是否存在点 D , E , G , 使得 $S_{\triangle ODE} = S_{\triangle ODG} = S_{\triangle OEG} = \frac{\sqrt{6}}{2}$? 若存在, 判断 $\triangle DEG$

的形状; 若不存在, 请说明理由.