绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数　学（文史类）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利

第Ⅰ卷

注意事项：

1. 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

2. 本卷共8小题，每小题5分共40分。

参考公式：

• 如果事件A，B互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

• 圆柱的体积公式 $V=Sh$，其中 S 表示圆柱的底面面积，h 表示圆柱的高

• 棱锥的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$，其中 S 表示棱锥的底面面积，h 表示棱锥的高

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.设集合 $A=\{-1,1,2,3,5\}$，$B=\{2,3,4\}$，$C=\{x\in R\mid 1\leqslant x<3\}$，则 $(A\cap C)\cup B=$

A. {2}　　B. {2，3}　　C. {-1，2，3}　　D. {1，2，3，4}

2.设变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-2\leqslant 0, \\ x-y+2\geqslant 0, \\ x\geqslant -1, \\ y\geqslant -1, \end{cases}$，则目标函数 $z=-4x+y$ 的最大值为

A. 2　　B. 3　　C. 5　　D. 6

3.设 $x\in R$，则“$0<x<5$”是“$|x-1|<1$”的

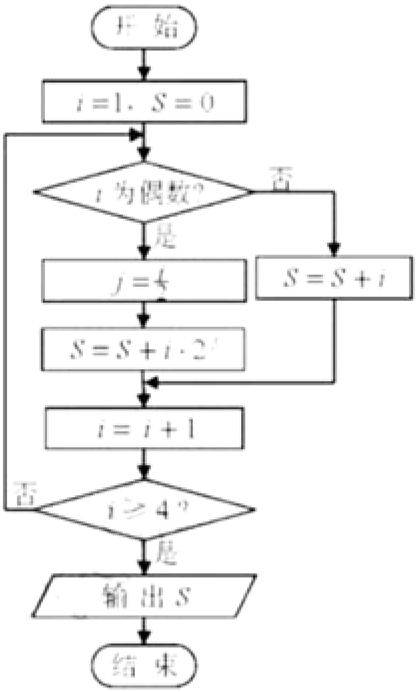
A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4.阅读右边的程序框图，运行相应的程序，输出 S 的值为



A. 5　　B. 8　　C. 24　　D. 29

5.已知 $a=\log_2 7$，$b=\log_3 8$，$c=0.3^{0.2}$，则 a,b,c 的大小关系为

A. $c<b<a$　　B. $a<b<c$

C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

6.已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，准线为 l. 若与双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$ 的两条渐近线分别交于点 A 和点 B，且 $|AB|=4|OF|$（O 为原点），则双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

7.已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 是奇函数，且 $f(x)$ 的最小正周期为 π，将 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），所得图象对应的函数为 $g(x)$. 若

$g\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，则 $f\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)=$

A. -2　　　　B. $-\sqrt{2}$　　　　C. $\sqrt{2}$　　　　D. 2

8.已知函数 $f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x}, & 0\le x\le 1,\\ \dfrac{1}{x}, & x>1.\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=-\dfrac{1}{4}x+a\quad(a\in R)$ 恰有两个互异的实数解，则 a 的取值范围为

A. $\left[\dfrac{5}{4},\dfrac{9}{4}\right]$　　　　B. $\left(\dfrac{5}{4},\dfrac{9}{4}\right]$　　　　C. $\left(\dfrac{5}{4},\dfrac{9}{4}\right]\cup\{1\}$　　　　D. $\left[\dfrac{5}{4},\dfrac{9}{4}\right]\cup\{1\}$

绝密★启用前

第Ⅱ卷

注意事项：

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2. 本卷共12小题，共110分。

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分。

9.i 是虚数单位，则 $\left|\dfrac{5-i}{1+i}\right|$ 的值为__________.

10. 设 $x\in R$，使不等式 $3x^2+x-2<0$ 成立的 x 的取值范围为__________.

11. 曲线 $y=\cos x-\dfrac{x}{2}$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为__________.

12.已知四棱锥的底面是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形，侧棱长均为 $\sqrt{5}$. 若圆柱的一个底面的圆周经过四棱锥四条侧棱的中点，另一个底面的圆心为四棱锥底面的中心，则该圆柱的体积为__________.

13. 设 $x>0$，$y>0$，$x+2y=4$，则 $\dfrac{(x+1)(2y+1)}{xy}$ 的最小值为__________.

14. 在四边形 $ABCD$ 中，$AD\,//\,BC$，$AB=2\sqrt{3}$，$AD=5$，$\angle A=30^\circ$，点 E 在线段 CB 的延长线上，且 $AE=BE$，则 $\overline{BD}\cdot\overline{AE}=$__________.

三. 解答题：本大题共6小题，共80分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15.2019年，我国施行个人所得税专项附加扣除办法，涉及子女教育、继续教育、大病医疗、住房贷款利息或者住房租金、赡养老人等六项专项附加扣除. 某单位老、中、青员工分别有 $72,108,120$ 人，现采用分层

抽样的方法，从该单位上述员工中抽取25人调查专项附加扣除的享受情况.

（Ⅰ）应从老、中、青员工中分别抽取多少人？

（Ⅱ）抽取的25人中，享受至少两项专项附加扣除的员工有6人，分别记为A,B,C,D,E,F.享受情况如右表，其中“○”表示享受，“×”表示不享受.现从这6人中随机抽取2人接受采访.

员工 项目	A	B	C	D	E	F
子女教育	○	○	×	○	×	○
继续教育	×	×	○	×	○	○
大病医疗	×	×	×	○	×	×
住房贷款利息	○	○	×	×	○	○
住房租金	×	×	○	×	×	×
赡养老人	○	○	×	×	×	○

（i）试用所给字母列举出所有可能的抽取结果；

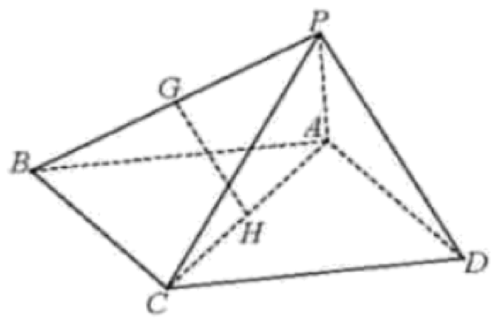
（ii）设M为事件“抽取的2人享受的专项附加扣除至少有一项相同”，求事件M发生的概率.

16. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a,b,c.已知$b+c=2a$，$3c\sin B=4a\sin C$.

（Ⅰ）求$\cos B$的值；

（Ⅱ）求$\sin\left(2B+\frac{\pi}{6}\right)$的值.

17. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为平行四边形，$\triangle PCD$为等边三角形，平面$PAC\perp$平面PCD，$PA\perp CD$，$CD=2$，$AD=3$，



（Ⅰ）设G，H分别为PB，AC的中点，求证：$GH /\!/$平面PAD；

（Ⅱ）求证：$PA \perp$平面PCD；

（Ⅲ）求直线AD与平面PAC所成角的正弦值.

18. 设$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，公比大于0，已知$a_1 = b_1 = 3$，$b_2 = a_3$ ，$b_3 = 4a_2 + 3$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设数列$\{c_n\}$满足$c_n = \begin{cases} 1, & n\text{为奇数}, \\ b_{\frac{n}{2}} & n\text{为偶数}, \end{cases}$ 求$a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_{2n}c_{2n} \quad \left(n \in N^*\right)$.

19.

设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1\,(a > b > 0)$的左焦点为$F$，左顶点为$A$，顶点为$B$. 已知$\sqrt{3}\,|OA| = 2\,|OB|$（$O$为原点）

.

（Ⅰ）求椭圆的离心率；

（Ⅱ）设经过点F且斜率为$\dfrac{3}{4}$的直线l与椭圆在x轴上方的交点为P，圆C同时与x轴和直线l相切，圆心C在直线$x = 4$上，且$OC /\!/ AP$，求椭圆的方程.

20. 设函数$f(x) = \ln x - a(x-1)e^x$，其中$a \in R$.

（Ⅰ）若$a \le 0$，讨论$f\left(x\right)$的单调性；

（Ⅱ）若$0 < a < \dfrac{1}{e}$，

（i）证明$f\left(x\right)$恰有两个零点

（ii）设x为$f\left(x\right)$的极值点，x_1为$f\left(x\right)$的零点，且$x_1 > x_0$，证明$3x_0 - x_1 > 2$.