

# 2012年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. (5分) 已知集合 $A=\{x \in \mathbb{R} \mid 3x+2>0\}$ ,  $B=\{x \in \mathbb{R} \mid (x+1)(x-3)>0\}$ , 则 $A \cap B= (\quad)$

- A.  $(-\infty, -1)$  B.  $(-1, -\frac{2}{3})$  C.  $(-\frac{2}{3}, 3)$  D.  $(3, +\infty)$

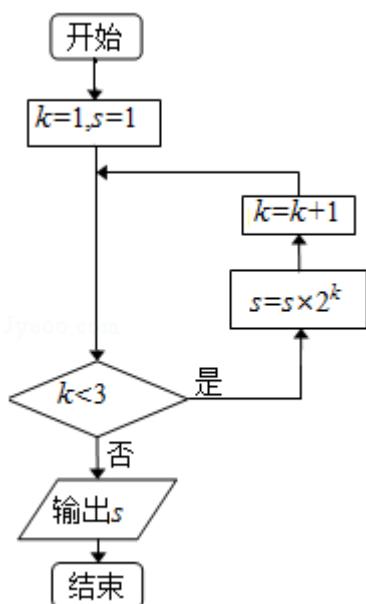
2. (5分) 在复平面内，复数 $\frac{10i}{3+i}$ 对应的点的坐标为 ( )

- A.  $(1, 3)$  B.  $(3, 1)$  C.  $(-1, 3)$  D.  $(3, -1)$

3. (5分) 设不等式组 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$ , 表示的平面区域为D, 在区域D内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于2的概率是 ( )

- A.  $\frac{\pi}{4}$  B.  $\frac{\pi-2}{2}$  C.  $\frac{\pi}{6}$  D.  $\frac{4-\pi}{4}$

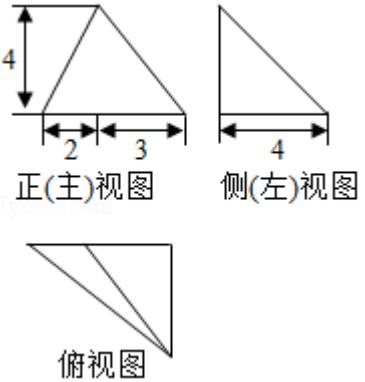
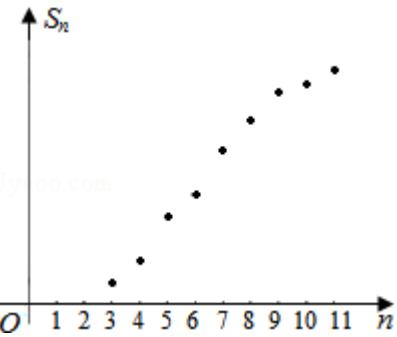
4. (5分) 执行如图所示的程序框图，输出的S值为 ( )



- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

5. (5分) 函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}-(\frac{1}{2})^x$ 的零点个数为 ( )

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. (5分) 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, 下面结论中正确的是 ( )
- A.  $a_1+a_3 \geq 2a_2$       B.  $a_1^2+a_3^2 \geq 2a_2^2$   
C. 若 $a_1=a_3$ , 则 $a_1=a_2$       D. 若 $a_3>a_1$ , 则 $a_4>a_2$
7. (5分) 某三棱锥的三视图如图所示, 该三棱锥的表面积是 ( )
- 
- A.  $28+6\sqrt{5}$       B.  $30+6\sqrt{5}$       C.  $56+12\sqrt{5}$       D.  $60+12\sqrt{5}$
8. (5分) 某棵果树前 $n$ 年的总产量 $S_n$ 与 $n$ 之间的关系如图所示. 从目前记录的结果看, 前 $m$ 年的年平均产量最高, 则 $m$ 的值为 ( )
- 
- A. 5      B. 7      C. 9      D. 11

## 二、填空题共6小题, 每小题5分, 共30分.

9. (5分) 直线 $y=x$ 被圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 截得的弦长为\_\_\_\_\_.
10. (5分) 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列,  $S_n$ 为其前 $n$ 项和, 若 $a_1=\frac{1}{2}$ ,  $S_2=a_3$ , 则 $a_2=$ \_\_\_\_\_,  $S_n=$ \_\_\_\_\_.
11. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a=3$ ,  $b=\sqrt{3}$ ,  $\angle A=\frac{\pi}{3}$ , 则 $\angle C$ 的大小为\_\_\_\_\_.
12. (5分) 已知函数 $f(x)=\lg x$ , 若 $f(ab)=1$ , 则 $f(a^2)+f(b^2)=$ \_\_\_\_\_.
13. (5分) 已知正方形ABCD的边长为1, 点E是AB边上的动点. 则 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的值

为\_\_\_\_\_.

14. (5分) 已知 $f(x) = m(x - 2m)(x + m + 3)$ ,  $g(x) = 2^x - 2$ . 若 $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$ , 则 $m$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题共6小题，共80分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15. (13分) 已知函数 $f(x) = \frac{(\sin x - \cos x)\sin 2x}{\sin x}$ .

(1) 求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 的单调递减区间.

16. (14分) 如图1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $D$ ,  $E$ 分别为 $AC$ ,  $AB$ 的中点, 点 $F$ 为线段 $CD$ 上的一点, 将 $\triangle ADE$ 沿 $DE$ 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1F \perp CD$ , 如图2

(1) 求证:  $DE \parallel$ 平面 $A_1CB$ ;

(2) 求证:  $A_1F \perp BE$ ;

(3) 线段 $A_1B$ 上是否存在点 $Q$ , 使 $A_1C \perp$ 平面 $DEQ$ ? 说明理由.

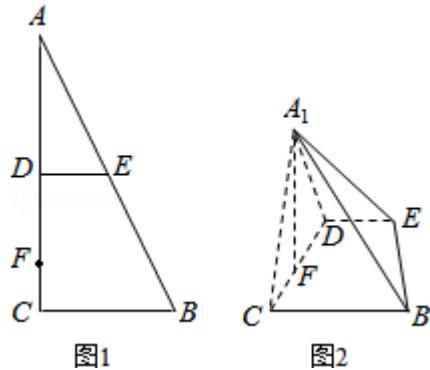


图1

图2

17. (13分) 近年来，某市为促进生活垃圾的分类处理，将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类，并分别设置了相应的垃圾箱，为调查居民生活垃圾分类投放情况，先随机抽取了该市三类垃圾箱总计1000吨生活垃圾，数据统计如下（单位：吨）：

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30
其他垃圾	20	20	60

- (1) 试估计厨余垃圾投放正确的概率；
- (2) 试估计生活垃圾投放错误的概率；
- (3) 假设厨余垃圾在“厨余垃圾”箱、“可回收物”箱、“其他垃圾”箱的投放量分别为a, b, c, 其中a>0, a+b+c=600. 当数据a, b, c的方差s<sup>2</sup>最大时，写出a, b, c的值（结论不要求证明），并求此时s<sup>2</sup>的值.

(求： $s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，其中 $\bar{x}$ 为数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数)

18. (13分) 已知函数  $f(x) = ax^2 + 1$  ( $a > 0$ ) ,  $g(x) = x^3 + bx$ .

- (1) 若曲线  $y=f(x)$  与曲线  $y=g(x)$  在它们的交点  $(1, c)$  处有公共切线, 求  $a$ ,  $b$  的值;
- (2) 当  $a=3$ ,  $b=-9$  时, 函数  $f(x) + g(x)$  在区间  $[k, 2]$  上的最大值为 28, 求  $k$  的取值范围.

19. (14分) 已知椭圆  $C$ :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的一个长轴顶点为  $A(2, 0)$

, 离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 直线  $y=k(x-1)$  与椭圆  $C$  交于不同的两点  $M, N$ ,

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 当  $\triangle AMN$  的面积为  $\frac{\sqrt{10}}{3}$  时, 求  $k$  的值.

20. (13分) 设 $A$ 是如下形式的2行3列的数表,

a	b	c
d	e	f

满足性质P:  $a, b, c, d, e, f \in [-1, 1]$ , 且 $a+b+c+d+e+f=0$ .

记 $r_i(A)$ 为 $A$ 的第*i*行各数之和 ( $i=1, 2$ ),  $c_j(A)$ 为 $A$ 的第*j*列各数之和 ( $j=1, 2, 3$ ); 记 $k(A)$ 为 $|r_1(A)|, |r_2(A)|, |c_1(A)|, |c_2(A)|, |c_3(A)|$ 中的最小值.

(1) 对如下数表 $A$ , 求 $k(A)$ 的值

1	1	- 0.8
0.1	- 0.3	- 1

(2) 设数表 $A$ 形如

1	1	- 1 - 2d
d	d	- 1

其中  $-1 \leq d \leq 0$ . 求 $k(A)$ 的最大值;

(III) 对所有满足性质P的2行3列的数表 $A$ , 求 $k(A)$ 的最大值.