2016年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅰ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（5分）设集合$A=\{x|x^2-4x+3<0\}$，$B=\{x|2x-3>0\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$(-3,-\frac{3}{2})$　B．$(-3,\frac{3}{2})$　C．$(1,\frac{3}{2})$　D．$(\frac{3}{2},3)$

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11：计算题；4O：定义法；5J：集合．

【分析】解不等式求出集合A，B，结合交集的定义，可得答案．

【解答】解：∵集合$A=\{x|x^2-4x+3<0\}=(1,3)$，

$B=\{x|2x-3>0\}=(\frac{3}{2},+\infty)$，

$\therefore A\cap B=(\frac{3}{2},3)$，

故选：D．

【点评】本题考查的知识点是集合的交集及其运算，难度不大，属于基础题．

2．（5分）设$(1+i)x=1+yi$，其中x，y是实数，则$|x+yi|=$（　　）

A．1　B．$\sqrt{2}$　C．$\sqrt{3}$　D．2

【考点】A8：复数的模．

【专题】34：方程思想；4O：定义法；5N：数系的扩充和复数．

【分析】根据复数相等求出x，y的值，结合复数的模长公式进行计算即可．

【解答】解：∵$(1+i)x=1+yi$，

$\therefore x+xi=1+yi$，

即$\begin{cases}x=1\\y=x\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，即$|x+yi|=|1+i|=\sqrt{2}$，

故选：B．

【点评】本题主要考查复数模长的计算，根据复数相等求出x，y的值是解决本

题的关键.

3．（5分）已知等差数列$\{a_n\}$前9项的和为27，$a_{10}=8$，则$a_{100}=$（　　）

A．100　　B．99　　C．98　　D．97

【考点】83：等差数列的性质．

【专题】11：计算题；4O：定义法；54：等差数列与等比数列．

【分析】根据已知可得$a_5=3$，进而求出公差，可得答案．

【解答】解：∵等差数列$\{a_n\}$前9项的和为27，$S_9=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=\frac{9\times 2a_5}{2}=9a_5$．

∴$9a_5=27$，$a_5=3$，

又∵$a_{10}=8$，

∴$d=1$，

∴$a_{100}=a_5+95d=98$，

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是数列的性质，熟练掌握等差数列的性质，是解答的关键．

4．（5分）某公司的班车在7：00，8：00，8：30发车，小明在7：50至8：30之间到达发车站乘坐班车，且到达发车站的时刻是随机的，则他等车时间不超过10分钟的概率是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

【考点】CF：几何概型．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】求出小明等车时间不超过10分钟的时间长度，代入几何概型概率计算公式，可得答案．

【解答】解：设小明到达时间为y，

当y在7：50至8：00，或8：20至8：30时，

小明等车时间不超过10分钟，

故$P=\frac{20}{40}=\frac{1}{2}$，

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是几何概型，难度不大，属于基础题．

5．（5分）已知方程$\frac{x^2}{m^2+n}-\frac{y^2}{3m^2-n}=1$表示双曲线，且该双曲线两焦点间的距离为4，则n的取值范围是（　　）

A．（﹣1，3）　B．（﹣1，$\sqrt{3}$）　C．（0，3）　D．（0，$\sqrt{3}$）

【考点】KB：双曲线的标准方程．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4R：转化法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由已知可得c=2，利用4=（m^2+n）+（$3m^2$﹣n），解得m^2=1，又（m^2+n）（$3m^2$﹣n）＞0，从而可求n的取值范围．

【解答】解：∵双曲线两焦点间的距离为4，∴c=2，

当焦点在x轴上时，

可得：4=（m^2+n）+（$3m^2$﹣n），解得：m^2=1，

∵方程$\frac{x^2}{m^2+n}-\frac{y^2}{3m^2-n}=1$表示双曲线，

∴（m^2+n）（$3m^2$﹣n）＞0，可得：（n+1）（3﹣n）＞0，

解得：﹣1＜n＜3，即n的取值范围是：（﹣1，3）．

当焦点在y轴上时，

可得：﹣4=（m^2+n）+（$3m^2$﹣n），解得：m^2=﹣1，

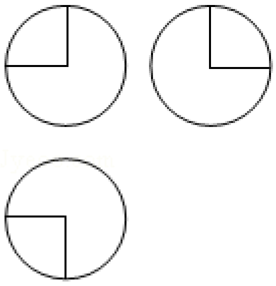
无解．

故选：A．

【点评】本题主要考查了双曲线方程的应用，考查了不等式的解法，属于基础题．

6．（5分）如图，某几何体的三视图是三个半径相等的圆及每个圆中两条相互

垂直的半径．若该几何体的体积是$\frac{28\pi}{3}$，则它的表面积是（　　）



A．17π　　　　B．18π　　　　C．20π　　　　D．28π

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题；29：规律型；31：数形结合；35：转化思想；5F：空间位置关系与距离．

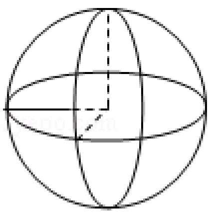
【分析】判断三视图复原的几何体的形状，利用体积求出几何体的半径，然后求解几何体的表面积．

【解答】解：由题意可知三视图复原的几何体是一个球去掉$\frac{1}{8}$后的几何体，如图：

可得：$\frac{7}{8}\times\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{28\pi}{3}$，R=2．

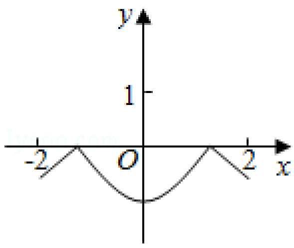
它的表面积是：$\frac{7}{8}\times 4\pi\bullet 2^2+\frac{3}{4}\times\pi\bullet 2^2=17\pi$．

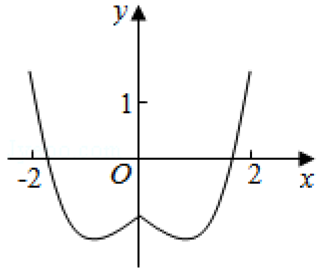
故选：A．

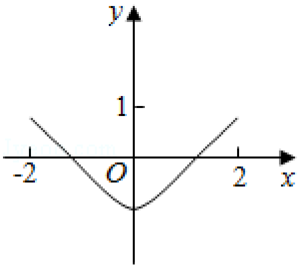


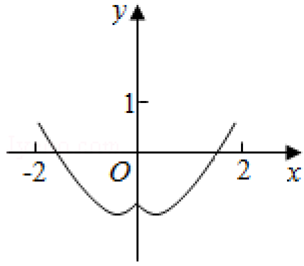
【点评】本题考查三视图求解几何体的体积与表面积，考查计算能力以及空间想象能力．

7．（5分）函数$y=2x^2-e^{|x|}$在[－2，2]的图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】27：图表型；48：分析法；51：函数的性质及应用．

【分析】根据已知中函数的解析式，分析函数的奇偶性，最大值及单调性，利用排除法，可得答案．

【解答】解：∵$f(x)=y=2x^2-e^{|x|}$，

∴$f(-x)=2(-x)^2-e^{|-x|}=2x^2-e^{|x|}$，

故函数为偶函数，

当$x=\pm2$时，$y=8-e^2\in(0，1)$，故排除A，B；

当$x\in[0，2]$时，$f(x)=y=2x^2-e^x$，

∴$f'(x)=4x-e^x=0$有解，

故函数$y=2x^2-e^{|x|}$在$[0，2]$不是单调的，故排除C，

故选：D．

【点评】本题考查的知识点是函数的图象，对于超越函数的图象，一般采用排除法解答．

8．（5分）若$a>b>1$，$0<c<1$，则（　　）

A．$a^c<b^c$　　B．$ab^c<ba^c$

C．$a\log_bc<b\log_ac$　　D．$\log_ac<\log_bc$

【考点】R3：不等式的基本性质．

【专题】33：函数思想；35：转化思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用；5T：不等式．

【分析】根据已知中$a>b>1$，$0<c<1$，结合对数函数和幂函数的单调性，分析各个结论的真假，可得答案．

【解答】解：∵$a>b>1$，$0<c<1$，

∴函数$f(x)=x^c$在$(0，+\infty)$上为增函数，故$a^c>b^c$，故A错误；

函数$f(x)=x^{c-1}$在$(0，+\infty)$上为减函数，故$a^{c-1}<b^{c-1}$，故$ba^c<ab^c$，即$ab^c>ba^c$；故B错误；

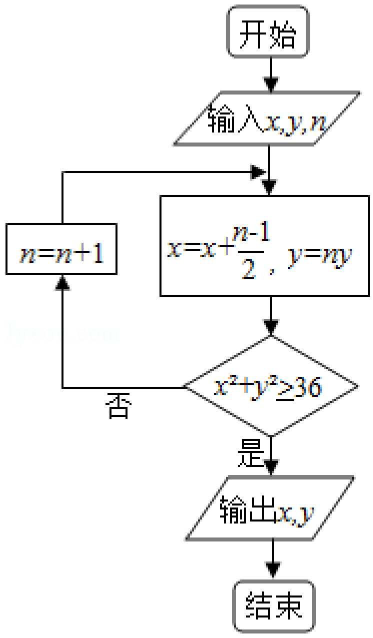
$\log_a c<0$，且$\log_b c<0$，$\log_a b<1$，即$\frac{\log_c b}{\log_c a}=\frac{\log_a c}{\log_b c}<1$，即$\log_a c>\log_b c$．故D错误；

$0<-\log_a c<-\log_b c$，故$-b\log_a c<-a\log_b c$，即$b\log_a c>a\log_b c$，即$a\log_b c<b\log_a c$，故C正确；

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是不等式的比较大小，熟练掌握对数函数和幂函数的单调性，是解答的关键．

9．（5分）执行下面的程序框图，如果输入的x=0，y=1，n=1，则输出x，y的值满足（　　）



A． y=2x　　　B． y=3x　　　C． y=4x　　　D． y=5x

【考点】EF：程序框图．

【专题】11：计算题；28：操作型；5K：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量x，y的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：输入x=0，y=1，n=1，

则x=0，y=1，不满足$x^2+y^2\geq36$，故n=2，

则$x=\frac{1}{2}$，y=2，不满足$x^2+y^2\geq36$，故n=3，

则$x=\frac{3}{2}$，y=6，满足$x^2+y^2\geq36$，

故y=4x，

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环的次数不多，或有规律时，常采用模拟循环的方法解答．

10．（5分）以抛物线C的顶点为圆心的圆交C于A、B两点，交C的准线于D、E两点．已知$|AB|=4\sqrt{2}$，$|DE|=2\sqrt{5}$，则C的焦点到准线的距离为（　　）

A．2　　　　B．4　　　　C．6　　　　D．8

【考点】K8：抛物线的性质；KJ：圆与圆锥曲线的综合．

【专题】11：计算题；29：规律型；31：数形结合；35：转化思想；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】画出图形，设出抛物线方程，利用勾股定理以及圆的半径列出方程求解即可．

【解答】解：设抛物线为$y^2=2px$，如图：$|AB|=4\sqrt{2}$，$|AM|=2\sqrt{2}$，

$|DE|=2\sqrt{5}$，$|DN|=\sqrt{5}$，$|ON|=\frac{p}{2}$，

$x_A=\frac{(2\sqrt{2})^2}{2p}=\frac{4}{p}$，

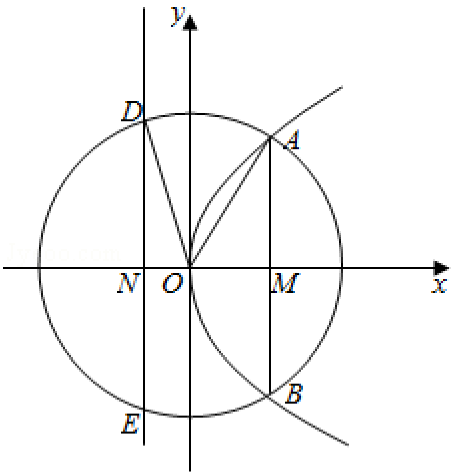
$|OD|=|OA|$，

$\frac{16}{p^2}+8=\frac{p^2}{4}+5$，

解得：$p=4$．

C的焦点到准线的距离为：4．

故选：B．



【点评】本题考查抛物线的简单性质的应用，抛物线与圆的方程的应用，考查计算能力．转化思想的应用．

11．（5分）平面α过正方体ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$的顶点A，α∥平面CB_1D_1，α∩平面AB

$CD=m$，$\alpha\cap$平面$ABB_1A_1=n$，则m、n所成角的正弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

【考点】LM：异面直线及其所成的角．

【专题】11：计算题；29：规律型；31：数形结合；35：转化思想；5G：空间角．

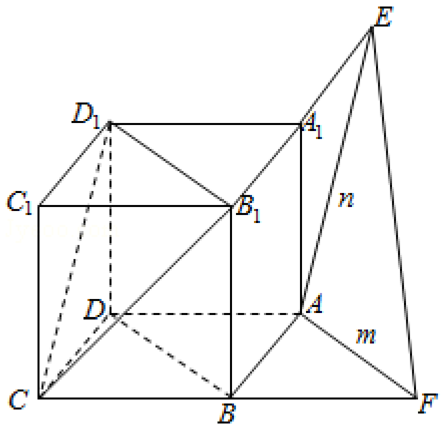
【分析】画出图形，判断出m、n所成角，求解即可．

【解答】解：如图：$\alpha\parallel$平面CB_1D_1，$\alpha\cap$平面$ABCD=m$，$\alpha\cap$平面$ABA_1B_1=n$，

可知：$n\parallel CD_1$，$m\parallel B_1D_1$，$\because\triangle CB_1D_1$是正三角形．m、n所成角就是$\angle CD_1B_1=60°$．

则m、n所成角的正弦值为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$．

故选：A．



【点评】本题考查异面直线所成角的求法，考查空间想象能力以及计算能力．

12．（5分）已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\phi)$（$\omega>0$，$|\phi|\leq\frac{\pi}{2}$），$x=-\frac{\pi}{4}$为$f(x)$的零点，$x=\frac{\pi}{4}$为$y=f(x)$图象的对称轴，且$f(x)$在$(\frac{\pi}{18},\frac{5\pi}{36})$上单调，则$\omega$的最大值为（　　）

A．11　　B．9　　C．7　　D．5

【考点】H6：正弦函数的奇偶性和对称性．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；57：三角函数的图像与性质．

【分析】根据已知可得ω为正奇数，且ω≤12，结合$x=-\frac{\pi}{4}$为f（x）的零点，$x=\frac{\pi}{4}$为y=f（x）图象的对称轴，求出满足条件的解析式，并结合f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）上单调，可得ω的最大值．

【解答】解：∵$x=-\frac{\pi}{4}$为f（x）的零点，$x=\frac{\pi}{4}$为y=f（x）图象的对称轴，

∴$\frac{2n+1}{4}\cdot T=\frac{\pi}{2}$，即$\frac{2n+1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{2}$，（n∈N）

即ω=2n+1，（n∈N）

即ω为正奇数，

∵f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）上单调，则$\frac{5\pi}{36}-\frac{\pi}{18}=\frac{\pi}{12}\le\frac{T}{2}$，

即$T=\frac{2\pi}{\omega}\ge\frac{\pi}{6}$，解得：ω≤12，

当ω=11时，$-\frac{11\pi}{4}+\phi=k\pi$，k∈Z，

∵$|\phi|\le\frac{\pi}{2}$，

∴$\phi=-\frac{\pi}{4}$，

此时f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）不单调，不满足题意；

当ω=9时，$-\frac{9\pi}{4}+\phi=k\pi$，k∈Z，

∵$|\phi|\le\frac{\pi}{2}$，

∴$\phi=\frac{\pi}{4}$，

此时f（x）在（$\frac{\pi}{18}$，$\frac{5\pi}{36}$）单调，满足题意；

故ω的最大值为9，

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是正弦型函数的图象和性质，本题转化困难，难度较大．

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．

13．（5分）设向量$\vec{a}$=（m，1），$\vec{b}$=（1，2），且$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$，则m=__

$\underline{-2}$.

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算.

【专题】11：计算题；29：规律型；35：转化思想；5A：平面向量及应用.

【分析】利用已知条件，通过数量积判断两个向量垂直，然后列出方程求解即可.

【解答】解：$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$，

可得$\vec{a}\bullet\vec{b}=0$.

向量$\vec{a}=$（m，1），$\vec{b}=$（1，2），

可得m+2=0，解得m=﹣2.

故答案为：﹣2.

【点评】本题考查向量的数量积的应用，向量的垂直条件的应用，考查计算能力.

14．（5分）$(2x+\sqrt{x})^5$的展开式中，x^3的系数是$\underline{\quad 10 \quad}$．（用数字填写答案）

【考点】DA：二项式定理.

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5P：二项式定理.

【分析】利用二项展开式的通项公式求出第r+1项，令x的指数为3，求出r，即可求出展开式中x^3的系数.

【解答】解：$(2x+\sqrt{x})^5$的展开式中，通项公式为：$T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(\sqrt{x})^r=2^{5-r}C_5^r\bullet x^{5-\frac{r}{2}}$，

令$5-\frac{r}{2}=3$，解得r=4

∴x^3的系数$2C_5^4=10$.

故答案为：10.

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于基

础题．

15．（5分）设等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=5$，则$a_1a_2\ldots a_n$的最大值为__64__．

【考点】87：等比数列的性质；8I：数列与函数的综合．

【专题】11：计算题；29：规律型；35：转化思想；54：等差数列与等比数列．

【分析】求出数列的等比与首项，化简$a_1a_2\ldots a_n$，然后求解最值．

【解答】解：等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=5$，

可得$q(a_1+a_3)=5$，解得$q=\frac{1}{2}$．

$a_1+q^2a_1=10$，解得$a_1=8$．

则$a_1a_2\ldots a_n=a_1^n\bullet q^{1+2+3+\ldots+(n-1)}=8^n\bullet\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n-1)}{2}}=2^{3n-\frac{n^2-n}{2}}=2^{\frac{7n-n^2}{2}}$，

当n=3或4时，表达式取得最大值：$2^{\frac{12}{2}}=2^6=64$．

故答案为：64．

【点评】本题考查数列的性质数列与函数相结合的应用，转化思想的应用，考查计算能力．

16．（5分）某高科技企业生产产品A和产品B需要甲、乙两种新型材料．生产一件产品A需要甲材料1.5kg，乙材料1kg，用5个工时；生产一件产品B需要甲材料0.5kg，乙材料0.3kg，用3个工时，生产一件产品A的利润为2100元，生产一件产品B的利润为900元．该企业现有甲材料150kg，乙材料90kg，则在不超过600个工时的条件下，生产产品A、产品B的利润之和的最大值为__216000__元．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；29：规律型；31：数形结合；33：函数思想；35：转化思想．

【分析】设A、B两种产品分别是x件和y件，根据题干的等量关系建立不等式组以及目标函数，利用线性规划作出可行域，通过目标函数的几何意义，求出其最大值即可；

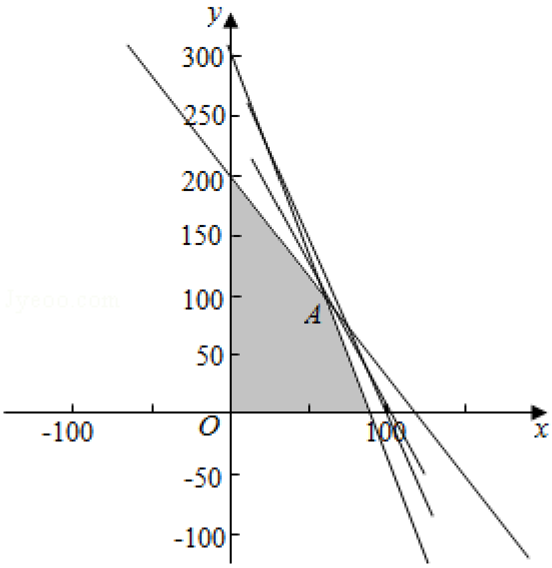
【解答】解：（1）设A、B两种产品分别是x件和y件，获利为z元．

由题意，得$\begin{cases} x\in N,\ y\in N \\ 1.5x+0.5y\leqslant 150 \\ x+0.3y\leqslant 90 \\ 5x+3y\leqslant 600 \end{cases}$，z=2100x+900y．

不等式组表示的可行域如图：由题意可得$\begin{cases} x+0.3y=90 \\ 5x+3y=600 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} x=60 \\ y=100 \end{cases}$，A（60，100），

目标函数z=2100x+900y．经过A时，直线的截距最大，目标函数取得最大值：2100×60+900×100=216000元．

故答案为：216000．



【点评】本题考查了列二元一次方程组解实际问题的运用，二元一次方程组的解法的运用，不等式组解实际问题的运用，不定方程解实际问题的运用，解答时求出最优解是解题的关键．

三、解答题：本大题共5小题，满分60分，解答须写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．（12分）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知2cosC（acosB+b