2025年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷　回忆版）

数学

本试卷分第1卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟.第1卷1至3页第II卷4至6页.

答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码.答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.在天津考生获取更多学习资料祝各位考生考试顺利！

第I卷（选择题）

注意事项：

1．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.

2．本卷共9小题，每小题5分，共45分.

参考公式：

·如果事件 A,B **互斥，那么** $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

·如果事件 A,B **相互独立，那么** $P(AB)=P(A)\ P(B)$

·棱柱的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$ **，其中S表示棱柱的底面面积，*h*表示棱柱的高.**

·圆锥的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$ **，其中S表示圆锥的底面面积，*h*表示圆锥的高.**

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 已知集合 $U=\{1,2,3,4,5\},A=\{1,3\},B=\{2,3,5\}$，则 $\complement_U(A\cup B)=$（　　）

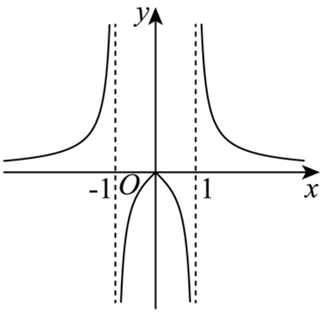
A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{2,3,4\}$　　C. $\{2,4\}$　　D. $\{4\}$

2. 设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x=0$”是“$\sin 2x=0$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 已知函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象如下，则 $f\left(x\right)$ 的解析式可能为（　　）



A. $f(x)=\dfrac{x}{1-|x|}$　　B. $f(x)=\dfrac{x}{|x|-1}$　　C. $f(x)=\dfrac{|x|}{1-x^2}$　　D. $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2-1}$

4. 若 m 为直线，α,β 为两个平面，则下列结论中正确的是（　）

A. 若 $m//\alpha, n\subset\alpha$，则 $m//n$　　B. 若 $m\perp\alpha, m\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

C. 若 $m//\alpha, m\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$　　D. 若 $m\subset\alpha, \alpha\perp\beta$，则 $m\perp\beta$

5. 下列说法中错误的是（　）

A. 若 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $P(X\le\mu-\sigma)=P(X\ge\mu+\sigma)$

B. 若 X： $N\left(1,2^2\right)$， $Y\sim N\left(2,2^2\right)$，则 $P(X<1)<P(Y<2)$

C. $|r|$越接近 1，相关性越强

D. $|r|$越接近 0，相关性越弱

6. $S_n=-n^2+8n$，则数列$\{|a_n|\}$的前12项和为（　）

A. 112　　B. 48　　C. 80　　D. 64

7. 函数 $f(x)=0.3^x-\sqrt{x}$ 的零点所在区间是（　）

A. $(0,0.3)$　　B. $(0.3,0.5)$　　C. $(0.5,1)$　　D. $(1,2)$

8. $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,-\pi<\varphi<\pi)$，在 $\left[-\dfrac{5\pi}{12},\dfrac{\pi}{12}\right]$ 上单调递增，且 $x=\dfrac{\pi}{12}$ 为它的一条对称轴，$\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$是它的一个对称中心，当 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 时，$f(x)$ 的最小值为（　）

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. 1　　D. 0

9. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，以右焦点 F_2 为焦点的抛物线

$y^2=2px(p>0)$与双曲线交于第一象限的点 P，若$|PF_1|+|PF_2|=3|F_1F_2|$，则双曲线的离心率$e=$（   ）

A. 2　　B. 5　　C. $\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

第II卷（非选择题）

注意事项：

1．用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上．

2．本卷共 11 小题，共 105 分．

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分．

10. 已知 i 是虚数单位，则$\left|\dfrac{3+\mathrm{i}}{\mathrm{i}}\right|=$ ________.

11. 在$(x-1)^6$的展开式中，x^3项的系数为________.

12. $l_1:x-y+6=0$，与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，与$(x+1)^2+(y-3)^2=r^2$交于 C、D 两点，$|AB|=3|CD|$，则$r=$________.

13. 小桐操场跑圈，一周 2 次，一次 5 圈或 6 圈.第一次跑 5 圈或 6 圈的概率均为 0．5，若第一次跑 5 圈，则第二次跑 5 圈的概率为 0．4，6 圈的概率为 0．6；若第一次跑 6 圈，则第二次跑 5 圈的概率为 0．6，6 圈的概率为 0．4．小桐一周跑 11 圈的概率为________；若一周至少跑 11 圈为动量达标，则连续跑 4 周，记合格周数为 X，则期望$E(x)=$________

14. $\triangle ABC$中，D为AB边中点，$\overrightarrow{CE}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CD},\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{AE}=$______（用$\vec{a}$，$\vec{b}$表示），若$|\overrightarrow{AE}|=5$，$AE\perp CB$，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CD}=$______

15. 若$a,b\in\mathrm{R}$，对$\forall x\in[-2,2]$，均有$(2a+b)x^2+bx-a-1\le 0$恒成立，则$2a+b$的最小值为______

三、解答题：本大题共 5 小题，共 75 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

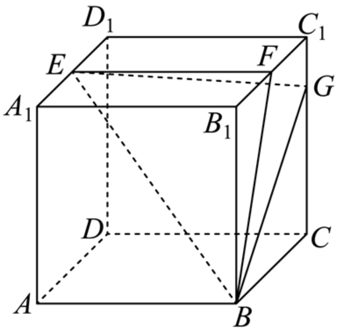
16. 在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c．已知$a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$，$c-2b=1$，$a=\sqrt{7}$．

（1）求 A 的值；

（2）求 c 的值；

（3）求$\sin(A+2B)$的值．

17. 正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 4，E、F 分别为A_1D_1,C_1B_1中点，$CG=3GC_1$．



（1）求证：$GF \perp$ 平面 FBE；

（2）求平面 FBE 与平面 EBG 夹角的余弦值；

（3）求三棱锥 $D-FBE$ 的体积.

18. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的左焦点为 F，右顶点为 A，P 为 $x=a$ 上一点，且直线 PF 的斜率为 $\dfrac{1}{3}$，$\triangle PFA$ 的面积为 $\dfrac{3}{2}$，离心率为 $\frac{1}{2}$.

（1）求椭圆的方程；

（2）过点 P 的直线与椭圆有唯一交点 B（异于点 A），求证：PF 平分 $\angle AFB$.

19. 已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 是等差数列，$\left\{b_n\right\}$ 是等比数列，$a_1=b_1=2, a_2=b_2+1, a_3=b_3$.

（1）求 $\left\{a_n\right\}$，$\left\{b_n\right\}$ 的通项公式；

（2）$\forall n \in \mathrm{N}^*$，$I \in \left\{0,1\right\}$，有

$T_n=\left\{p_1a_1b_1+p_2a_2b_2+\ldots+p_{n-1}a_{n-1}b_{n-1}+p_na_nb_n \mid p_1,p_2,\ldots,p_{n-1},p_n \in I\right\}$，

（i）求证：对任意实数 $t \in T_n$，均有 $t<a_{n+1}b_{n+1}$；

（ii）求 T_n 所有元素之和.

20. 已知函数 $f(x)=ax-(\ln x)^2$

（1）$a=1$ 时，求 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）$f(x)$ 有 3 个零点，x_1,x_2,x_3 且 $\left(x_1<x_2<x_3\right)$.

（i）求 a 的取值范围；

（ii）证明 $\left(\ln x_2-\ln x_1\right)\cdot \ln x_3<\dfrac{4\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}$.