

2009年湖南省高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共8小题，每小题5分，满分40分）

1. (5分) (2009•湖南) $\log_2\sqrt{2}$ 的值为 ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

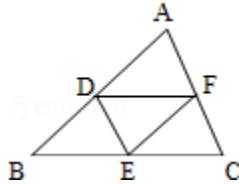
2. (5分) (2009•湖南) 抛物线 $y^2=4x$ 的焦点坐标是 ()

- A. (4, 0) B. (2, 0) C. (1, 0) D. $(\frac{1}{2}, 0)$

3. (5分) (2009•湖南) 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前n项和, 已知 $a_2=3$, $a_6=11$, 则 S_7 等于 ()

- A. 13 B. 35 C. 49 D. 63

4. (5分) (2009•湖南) 如图, D, E, F分别是 $\triangle ABC$ 的边AB, BC, CA的中点, 则 ()



- A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{0}$ C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{0}$ D. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{0}$

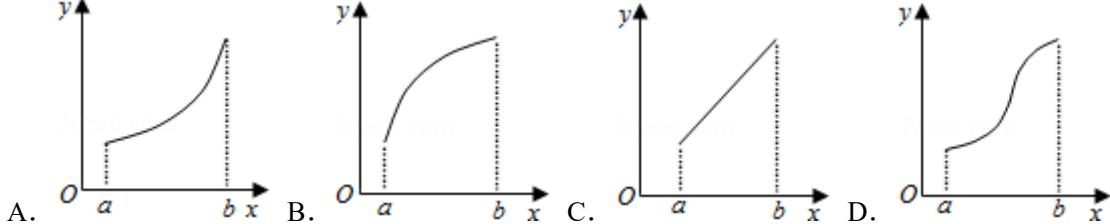
5. (5分) (2009•湖南) 某地政府召集5家企业的负责人开会, 已知甲企业有2人到会, 其余4家企业各有1人到会, 会上有3人发言, 则这3人来自3家不同企业的可能情况的种数为 ()

- A. 14 B. 16 C. 20 D. 48

6. (5分) (2009•湖南) 平行六面体ABCD - A₁B₁C₁D₁中, 既与AB共面也与CC₁共面的棱的条数为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. (5分) (2009•湖南) 若函数 $y=f(x)$ 的导函数在区间 $[a, b]$ 上是增函数, 则函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的图象可能是 ()



8. (5分) (2009•湖南) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, 对于给定的正数 K , 定义函数 $f_K(x)=\begin{cases} f(x), & f(x)\leq K \\ K, & f(x)>K \end{cases}$ 取函数 $f(x)=2^{-|x|}$. 当 $K=\frac{1}{2}$ 时, 函数 $f_K(x)$ 的单调递增区间为()
A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(1, +\infty)$

二、填空题 (共7小题, 每小题5分, 满分35分)

9. (5分) (2009•湖南) 某班共30人, 其中15人喜爱篮球运动, 10人喜爱乒乓球运动, 8人对这两项运动都不喜爱, 则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为____.

10. (5分) (2009•湖南) 若 $x>0$, 则 $x+\frac{2}{x}$ 的最小值为____.

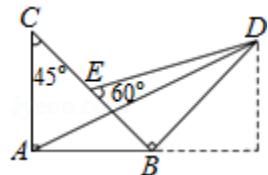
11. (5分) (2009•湖南) 在 $(1+\sqrt{x})^4$ 的展开式中, x 的系数为____.

12. (5分) (2009•湖南) 一个总体分为A, B两层, 用分层抽样方法从总体中抽取一个容量为10的样本. 已知B层中每个个体被抽到的概率都为 $\frac{1}{12}$, 则总体中的个体数为____.

13. (5分) (2009•湖南) 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>0, b>0$) 的一个焦点作圆 $x^2+y^2=a^2$ 的两条切线, 切点分别为A、B. 若 $\angle AOB=120^\circ$ (O 是坐标原点), 则双曲线C的离心率为____.

14. (5分) (2009•湖南) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $BC=1$, $B=2A$, 则 $\frac{AC}{\cos A}$ 的值等于____, AC 的取值范围为____.

15. (5分) (2009•湖南) 如图所示, 把两块斜边长相等的直角三角板拼在一起, 若 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$, 则 $x=$ ____, $y=$ ____.



三、解答题 (共6小题, 满分75分)

16. (12分) (2009•湖南) 已知向量 $\vec{a}=(\sin\theta, \cos\theta - 2\sin\theta)$, $\vec{b}=(1, 2)$.

- (1) 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 求 $\tan\theta$ 的值;

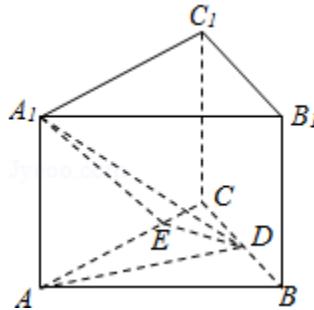
(2) 若 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$, $0 < \theta < \pi$, 求 θ 的值.

17. (12分) (2009•湖南) 为拉动经济增长, 某市决定新建一批重点工程, 分别为基础设施工程、民生工程和产业建设工程三类, 这三类工程所含项目的个数分别占总数的 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, 现在3名工人独立地从中任选一个项目参与建设, 选择哪个工程是随机的.

- (I) 求他们选择的项目所属类别互不相同的概率;
- (II) 记X为3人中选择的项目属于基础设施工程的人数, 求X的分布列及数学期望.

18. (12分) (2009•湖南) 如图, 在正三棱柱ABC - A₁B₁C₁中, AB=4, AA₁= $\sqrt{7}$, 点D是BC的中点, 点E在AC上, 且DE \perp A₁E.

- (1) 证明: 平面A₁DE \perp 平面ACC₁A₁;
- (2) 求直线AD和平面A₁DE所成角的正弦值.



19. (13分) (2009•湖南) 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx$ 的导函数的图象关于直线x=2对称

- (1) 求b的值;
- (2) 若 $f(x)$ 在x=t处取得极小值, 记此极小值为g(t), 求g(t)的定义域和值域.

20. (13分) (2009•湖南) 已知椭圆C的中心在原点, 焦点在x轴上, 以两个焦点和短轴的两个端点为顶点的四边形是一个面积为8的正方形(记为Q)

- (1) 求椭圆C的方程;
- (2) 设点P是椭圆C的左准线与x轴的交点, 过点P的直线l与椭圆C相交于M、N两点, 当线段MN的中点落在正方形Q内(包括边界)时, 求直线l的斜率的取值范围.

21. (13分) (2009•湖南) 对于数列{u_n}若存在常数M>0, 对任意的n $\in\mathbb{N}^+$, 恒有|u_{n+1}-u_n|+|u_n-u_{n-1}|+...+|u₂-u₁| $\leq M$ 则称数列u_n为B⁻数列

- (1) 首项为1, 公比为 $-\frac{1}{2}$ 的等比数列是否为B⁻数列? 请说明理由;

(2) 设s_n是数列{x_n}的前n项和, 给出下列两组判断:

A组: ①数列{x_n}是B⁻数列. ②数列{x_n}不是B⁻数列.

B组 ③数列{s_n}是B⁻数列. ④数列{s_n}不是B⁻数列

请以其中一组的一个论断条件, 另一组中的一个论断为结论组成一个命题判断所给命题的真假, 并证明你的结论;

- (3) 若数列{a_n}是B⁻数列, 证明: 数列{a_n²}也是B⁻数列.

