

2012年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. （5分）已知集合 $A=\{x \in \mathbb{R} \mid 3x+2>0\}$ ， $B=\{x \in \mathbb{R} \mid (x+1)(x-3)>0\}$ ，则 $A \cap B=$ （ ）

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, -\frac{2}{3})$ C. $(-\frac{2}{3}, 3)$ D. $(3, +\infty)$

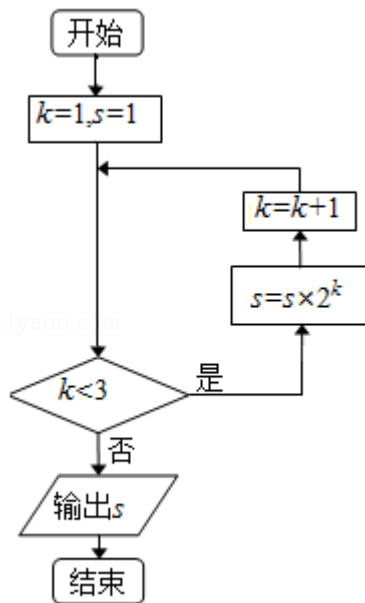
2. （5分）在复平面内，复数 $\frac{10i}{3+i}$ 对应的点的坐标为（ ）

- A. $(1, 3)$ B. $(3, 1)$ C. $(-1, 3)$ D. $(3, -1)$

3. （5分）设不等式组 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$ ，表示的平面区域为D，在区域D内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于2的概率是（ ）

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi-2}{2}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{4-\pi}{4}$

4. （5分）执行如图所示的程序框图，输出的S值为（ ）



- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

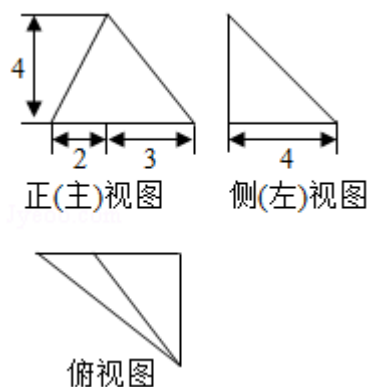
5. （5分）函数 $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - (\frac{1}{2})^x$ 的零点个数为（ ）

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. (5分) 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, 下面结论中正确的是 ()

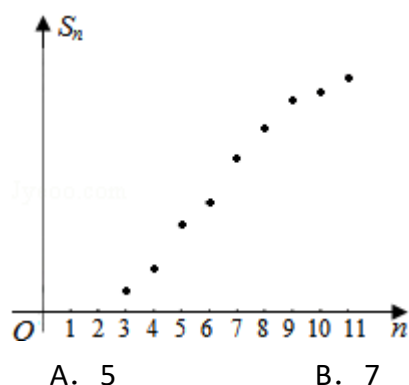
- A. $a_1 + a_3 \geq 2a_2$ B. $a_1^2 + a_3^2 \geq 2a_2^2$
C. 若 $a_1 = a_3$, 则 $a_1 = a_2$ D. 若 $a_3 > a_1$, 则 $a_4 > a_2$

7. (5分) 某三棱锥的三视图如图所示, 该三棱锥的表面积是 ()



- A. $28 + 6\sqrt{5}$ B. $30 + 6\sqrt{5}$ C. $56 + 12\sqrt{5}$ D. $60 + 12\sqrt{5}$

8. (5分) 某棵果树前 n 年的总产量 S_n 与 n 之间的关系如图所示. 从目前记录的结果看, 前 m 年的年平均产量最高, 则 m 的值为 ()



- A. 5 B. 7 C. 9 D. 11

二、填空题共6小题, 每小题5分, 共30分.

9. (5分) 直线 $y=x$ 被圆 $x^2 + (y-2)^2 = 4$ 截得的弦长为_____.

10. (5分) 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 为其前 n 项和, 若 $a_1 = \frac{1}{2}$, $S_2 = a_3$, 则 $a_2 =$ _____,
 $S_n =$ _____.

11. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a=3$, $b=\sqrt{3}$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$, 则 $\angle C$ 的大小为_____.

12. (5分) 已知函数 $f(x) = \lg x$, 若 $f(ab) = 1$, 则 $f(a^2) + f(b^2) =$ _____.

13. (5分) 已知正方形 $ABCD$ 的边长为1, 点 E 是 AB 边上的动点. 则 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的值

为_____.

14. (5分) 已知 $f(x) = m(x - 2m)(x + m + 3)$, $g(x) = 2^x - 2$. 若 $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$, 则 m 的取值范围是_____.

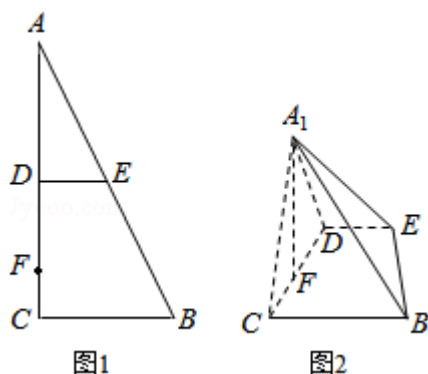
三、解答题共6小题, 共80分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

15. (13分) 已知函数 $f(x) = \frac{(\sin x - \cos x) \sin 2x}{\sin x}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期;
- (2) 求 $f(x)$ 的单调递减区间.

16. (14分) 如图1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D, E 分别为 AC, AB 的中点, 点 F 为线段 CD 上的一点, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1F \perp CD$, 如图2

- (1) 求证: $DE \parallel \text{平面} A_1CB$;
- (2) 求证: $A_1F \perp BE$;
- (3) 线段 A_1B 上是否存在点 Q , 使 $A_1C \perp \text{平面} DEQ$? 说明理由.



17. （13分）近年来，某市为促进生活垃圾的分类处理，将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类，并分别设置了相应的垃圾箱，为调查居民生活垃圾分类投放情况，先随机抽取了该市三类垃圾箱总计1000吨生活垃圾，数据统计如下（单位：吨）；

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30
其他垃圾	20	20	60

- （1）试估计厨余垃圾投放正确的概率；
- （2）试估计生活垃圾投放错误的概率；
- （3）假设厨余垃圾在“厨余垃圾”箱、“可回收物”箱、“其他垃圾”箱的投放量分别为a，b，c，其中a>0，a+b+c=600. 当数据a，b，c的方差s²最大时，写出a，b，c的值（结论不要求证明），并求此时s²的值.

（求： $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+...+(x_n-\overline{x})^2]$ ，其中 \overline{x} 为数据 $x_1, x_2, ..., x_n$ 的平均数）

18. (13分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + 1$ ($a > 0$), $g(x) = x^3 + bx$.

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = g(x)$ 在它们的交点 $(1, c)$ 处有公共切线, 求 a , b 的值;
- (2) 当 $a = 3$, $b = -9$ 时, 函数 $f(x) + g(x)$ 在区间 $[k, 2]$ 上的最大值为 28, 求 k 的取值范围.

19. (14分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的一个长轴顶点为 $A(2, 0)$

, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 直线 $y = k(x - 1)$ 与椭圆 C 交于不同的两点 M, N ,

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 当 $\triangle AMN$ 的面积为 $\frac{\sqrt{10}}{3}$ 时, 求 k 的值.

20. (13分) 设A是如下形式的2行3列的数表，

a	b	c
d	e	f

满足性质P: $a, b, c, d, e, f \in [-1, 1]$, 且 $a+b+c+d+e+f=0$.

记 $r_i(A)$ 为A的第i行各数之和 ($i=1, 2$), $c_j(A)$ 为A的第j列各数之和 ($j=1, 2, 3$); 记 $k(A)$ 为 $|r_1(A)|, |r_2(A)|, |c_1(A)|, |c_2(A)|, |c_3(A)|$ 中的最小值.

(1) 对如下数表A, 求 $k(A)$ 的值

1	1	- 0.8
0.1	- 0.3	- 1

(2) 设数表A形如

1	1	- 1 - 2d
d	d	- 1

其中 $-1 \leq d \leq 0$. 求 $k(A)$ 的最大值;

(III) 对所有满足性质P的2行3列的数表A, 求 $k(A)$ 的最大值.