

2011年江西高考试理科数学真题

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分。第I卷1至2页。第II卷3至4页，满分150分，考试时间120分钟。

考试结束后，

考试注意：

1. 答题前，考生在答题卡上务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上。考试要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考试本人的准考证号、姓名是否一致。
2. 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第II卷用0.5毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答。若在试题卷上作答，答案无效。
3. 考试结束后，监考员将试题卷、答题卡一并交回。

参考公式：

样本数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 的线性相关系数

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad \text{其中}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}$$

锥体的体积公式

$$V = \frac{1}{3} Sh$$

其中 S 为底面积， h 为高

第I卷

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (1) 若 $z = \frac{1+2i}{i}$, 则复数 $\bar{z} =$ ()
A. $-2-i$ B. $-2+i$ C. $2-i$ D. $2+i$
- (2) 若集合 $A = \{x | -1 \leq 2x+1 \leq 3\}$, $B = \{x | \frac{x-2}{x} \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{x | -1 \leq x < 0\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$ C. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$
- (3) 若 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}^{(2x+1)}}}$, 则 $f(x)$ 的定义域为 ()
A. $(-\frac{1}{2}, 0)$ B. $(-\frac{1}{2}, 0]$ C. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$
- (4) 若 $f(x) = x^2 - 2x - 4 \ln x$, 则 $f'(x) > 0$ 的解集为 ()
A. $(0, +\infty)$ B. $(-1, 0) \cup (2, +\infty)$
C. $(2, +\infty)$ D. $(-1, 0)$
- (5) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足: $S_n + S_m = S_{n+m}$, 且 $a_1 = 1$, 那么 $a_{10} =$ ()
A. 1 B. 9 C. 10 D. 55
- (6) 变量X与Y相对应的一组数据为 $(10, 1), (11.3, 2), (11.8, 3), (12.5, 4), (13, 5)$; 变量U与V相对应的一组数据为 $(10, 5), (11.3, 4), (11.8, 3), (12.5, 2), (13, 1)$. r_1 表示变量Y与X之间的线性相关系数, r_2 表示变量V与U之间的线性相关系数, 则 ()
A. $r_2 < r_1 < 0$ B. $0 < r_2 < r_1$ C. $r_2 < 0 < r_1$ D. $r_2 = r_1$
- (7) 观察下列各式: $5^5 = 3125, 5^6 = 15625, 5^7 = 78125, \dots$, 则 5^{2011} 的末四位数字为 ()
A. 3125 B. 5625 C. 0625 D. 8125

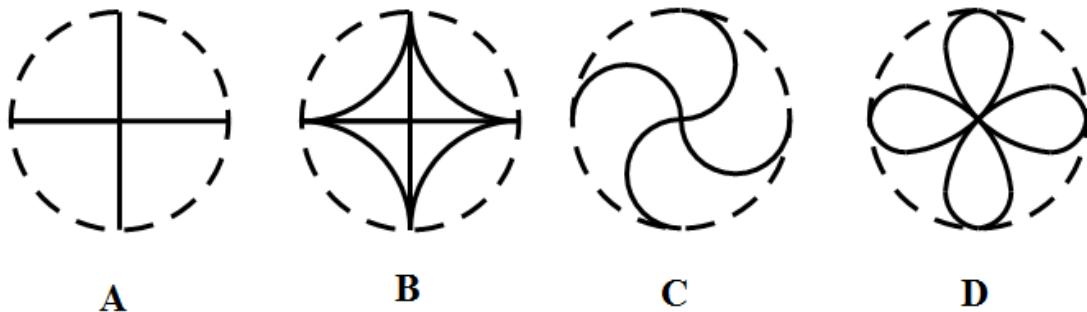
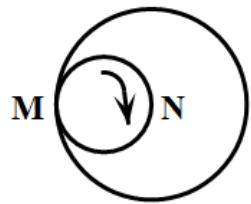
(8) 已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是三个相互平行的平面, 平面 α_1, α_2 之间的距离为 d_1 , 平面 α_2, α_3 之间的距离为 d_2 . 直线 l 与 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 分别交于 P_1, P_2, P_3 . 那么“ $P_1P_2 = P_2P_3$ ”是“ $d_1 = d_2$ ”的()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

(9) 若曲线 $C_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 与曲线 $C_2: y(y - mx - m) = 0$ 有四个不同的交点, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$
- B. $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0) \cup (0, \frac{\sqrt{3}}{3})$
- C. $[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}]$
- D. $(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}) \cup (\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

10. 如右图, 一个直径为1的小圆沿着直径为2的大圆内壁的逆时针方向滚动, M和N是小圆的一条固定直径的两个端点. 那么, 当小圆这样滚过大圆内壁的一周, 点M, N在大圆内所绘出的图形大致是()



第II卷

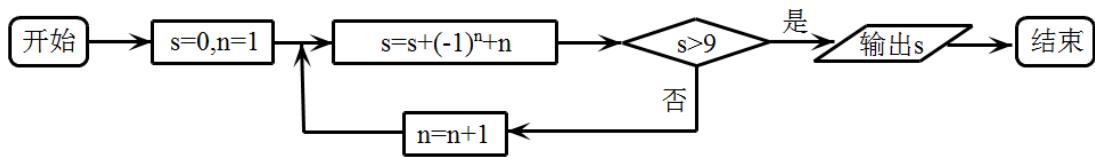
二. 填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分.

11. 已知 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -2$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为_____.

12. 小波通过做游戏的方式来确定周末活动, 他随机地往单位圆内投掷一点, 若

此点到圆心的距离大于 $\frac{1}{2}$, 则周末去看电影; 若此点到圆心的距离小于 $\frac{1}{4}$, 则去打篮球; 否则, 在家看书. 则小波周末不在家看书的概率为_____.

13. 下图是某算法程序框图, 则程序运行后输出的结果是_____.



14. 若椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的焦点在x轴上, 过点 $(1, \frac{1}{2})$ 作圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的切线, 切点分别为A

, B, 直线AB恰好经过椭圆的右焦点和上顶点, 则椭圆方程是_____.

三. 选做题: 请考生在下列两题中任选一题作答. 若两题都做, 则按做的第一题评阅计分.

本题共5分.

15 (1). (坐标系与参数方程选做题) 若曲线的极坐标方程为 $\rho = 2\sin\theta + 4\cos\theta$, 以极

点为原点, 极轴为x轴正半轴建立直角坐标系, 则改曲线的直角坐标方程为_____.

(2). (不等式选择题) 对于实数x, y, 若 $|x-1| \leq 1$, $|y-2| \leq 1$, 则 $|x-2y+1|$ 的最大值为_____.

四. 本大题共6小题, 共75分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. (本小题满分12分)

某饮料公司招聘一名员工, 现对其进行一项测试, 以便确定工资级别. 公司准备了两种不同

的饮料共8杯，其颜色完全相同，并且其中4杯为A饮料，另外4杯为B饮料，公司要求此员工一一品尝后，从8杯饮料中选出4杯A饮料。若4杯都选对，则月工资定为3500元；若4杯选对3杯，则月工资定为2800元；否则月工资定为2100元。令 X 表示此人选对A饮料的杯数。假设次人对A和B两种饮料没有鉴别能力。

- (1) 求 X 的分布列；
- (2) 求此员工月工资的期望。

17. (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ，已知 $\sin C + \cos C = 1 - \sin \frac{C}{2}$ 。

- (1) 求 $\sin C$ 的值；
- (2) 若 $a^2 + b^2 = 4(a + b) - 8$ ，求边 c 的值。

18. (本小题满分12分)

已知两个等比数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ ，满足 $a_1 = a (a > 0), b_1 - a_1 = 1, b_2 - a_2 = 2, b_3 - a_3 = 3$ 。

- (1) 若 $a=1$ ，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 若数列 $\{a_n\}$ 唯一，求 a 的值。

19. (本小题满分12分)

设 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2ax$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $(\frac{2}{3}, +\infty)$ 上存在单调递增区间, 求 a 的取值范围;

(2) 当 $0 < a < 2$ 时, $f(x)$ 在 $[1, 4]$ 上的最小值为 $-\frac{16}{3}$, 求 $f(x)$ 在该区间上的最大值.

20. (本小题满分13分)

$P(x_0, y_0)$ ($x_0 \neq \pm a$) 是双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上一点, M, N 分别是双曲线

E 的左、右定点, 直线 PM, PN 的斜率之积为 $\frac{1}{5}$.

(1) 求双曲线的离心率;

(2) 过双曲线 E 的右焦点且斜率为1的直线交双曲线于 A, B 两点, O 为坐标原点, C 为

双曲线上的一点, 满足 $\overrightarrow{OC} = \lambda \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$, 求 λ 的值.

21. (本小题满分14分)

(1) 如图, 对于任一给定的四面体 $A_1A_2A_3A_4$, 找出依次排列的四个相互平行的平面

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, 使得 $A_i \in \alpha_i$ ($i=1, 2, 3, 4$), 且其中每相邻两个平面间的距离都相等;

(2) 给定依次排列的四个相互平行的平面 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, 其中每相邻两个平面间

的距离为1, 若一个正四面体 $A_1A_2A_3A_4$ 的四个顶点满足: $A_i \in \alpha_i$ ($i=1, 2, 3, 4$),

求该正四面体 $A_1A_2A_3A_4$ 的体积.

