

绝密★启用前

# 2008年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

## 数学试卷(文史类)

(满分150分, 考试时间120分钟)

考生注意

1. 本场考试时间120分钟, 试卷共4页, 满分150分, 答题纸共2页.
2. 作答前, 在答题纸正面填写姓名、准考证号, 反面填写姓名, 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题, 用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

得 分	评 卷 人

一. 填空题(本大题满分44分) 本大题共有11题, 只要求直接填写结果, 每个空格填对得4分, 否则一律得零分.

1. 不等式  $|x-1| < 1$  的解集是\_\_\_\_\_.
2. 若集合  $A = \{x | x \leq 2\}$ 、 $B = \{x | x \geq a\}$  满足  $A \cap B = \{2\}$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.
3. 若复数  $z$  满足  $z = i(2-z)$  ( $i$  是虚数单位), 则  $z =$ \_\_\_\_\_.
4. 若函数  $f(x)$  的反函数为  $f^{-1}(x) = \log_2 x$ , 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
5. 若向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ , 且  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 则  $|\vec{a} + \vec{b}| =$ \_\_\_\_\_.
6. 若直线  $ax - y + 1 = 0$  经过抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点, 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.
7. 若  $z$  是实系数方程  $x^2 + 2x + p = 0$  的一个虚根, 且  $|z| = 2$ , 则  $p =$ \_\_\_\_\_.
8. 在平面直角坐标系中, 从五个点:  $A(0,0)$ 、 $B(2,0)$ 、 $C(1,1)$ 、 $D(0,2)$ 、 $E(2,2)$  中任取三个, 这三点能构成三角形的概率是\_\_\_\_\_ (结果用分数表示).
9. 若函数  $f(x) = (x+a)(bx+2a)$  (常数  $a, b \in \mathbb{R}$ ) 是偶函数, 且它的值域为  $(-\infty, 4]$ , 则该函数的解析式  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
10. 已知总体的各个体的值由小到大依次为2, 3, 3, 7,  $a$ ,  $b$ , 12, 13.7, 18.3, 20, 且总体的中位数为10.5. 若要使该总体的方差最小, 则  $a$ 、 $b$  的取值分别是\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_.

11. 在平面直角坐标系中, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的坐标分别为  $(0, 1)$ 、 $(4, 2)$ 、 $(2, 6)$ . 如果

$P(x, y)$  是  $\triangle ABC$  围成的区域 (含边界) 上的点, 那么当  $w = xy$  取到最大值时, 点

$P$  的坐标是\_\_\_\_\_.

得 分	评 卷 人

二. 选择题 (本大题满分16分) 本大题共有4题, 每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论, 其中有且只有一个结论是正确的, 必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内, 选对得4分, 不选、选错或者选出的代号超过一个 (不论是否都写在圆括号内), 一律得零分.

12. 设  $P$  是椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  上的点. 若  $F_1$ 、 $F_2$  是椭圆的两个焦点, 则  $|PF_1| + |PF_2|$  等于

[答]( )

(A) 4. (B) 5. (C) 8. (D) 10.

13. 给定空间中的直线  $l$  及平面  $\alpha$ . 条件 “直线  $l$  与平面  $\alpha$  内两条相交直线都垂直” 是 “直线  $l$  与平面  $\alpha$  垂直” 的 [答]( )

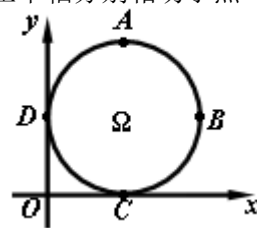
(A) 充分非必要条件. (B) 必要非充分条件.  
(C) 充要条件. (D) 既非充分又非必要条件.

14. 若数列  $\{a_n\}$  是首项为1, 公比为  $a - \frac{3}{2}$  的无穷等比数列, 且  $\{a_n\}$  各项的和为  $a$ , 则  $a$  的值是 [答]( )

(A) 1. (B) 2. (C)  $\frac{1}{2}$ . (D)  $\frac{5}{4}$ .

15. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\Omega$  是一个与  $x$  轴的正半轴、 $y$  轴的正半轴分别相切于点

$C$ 、 $D$  的定圆所围成的区域 (含边界),  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  是该圆的四等分点. 若点  $P(x, y)$ 、点  $P'(x', y')$  满足  $x \leq x'$  且  $y \geq y'$ , 则称  $P$  优于  $P'$ . 如果  $\Omega$  中的点  $Q$  满足: 不存在  $\Omega$  中的其它点优于  $Q$ , 那么所有这样的点  $Q$  组成的集合是劣弧 [答]( )



(A)  $\widehat{AB}$  (B)  $\widehat{BC}$  (C)  $\widehat{CD}$  (D)  $\widehat{DA}$

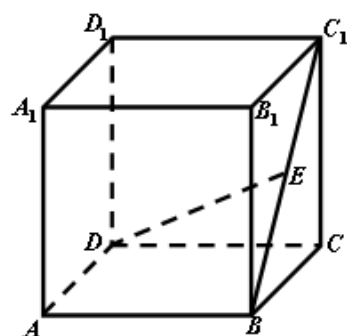
三. 解答题 (本大题满分90分) 本大题共有6题, 解答下列各题必须写出必要的步骤.

得 分	评 卷 人

16. (本题满分12分)

如图，在棱长为 2 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $E$  是  $BC_1$  的中点. 求直线  $DE$  与平面  $ABCD$  所成角的大小（结果用反三角函数值表示）.

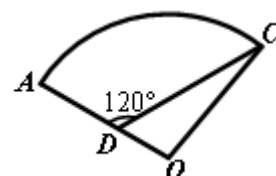
[解]



得 分	评 卷 人

17. (本题满分13分)

如图，某住宅小区的平面图呈扇形  $AOC$ . 小区的两个出入口设置在点  $A$  及点  $C$  处. 小区里有两条笔直的小路  $AD$ 、 $DC$ ，且拐弯处的转角为  $120^\circ$ . 已知某人从  $C$  沿  $CD$  走到  $D$  用了10分钟，从  $D$  沿  $DA$  走到  $A$  用了6分钟. 若此人步行的速度为每分钟50米，求该扇形的半径  $OA$  的长 (精确到1米).



[解]

得 分	评 卷 人

18. (本题满分15分) 本题共有2个小题, 第1小题满分5分, 第2小题满分10分.

已知函数  $f(x) = \sin 2x$ ,  $g(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ , 直线  $x = t$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) 与函数  $f(x)$ 、 $g(x)$  的图

像分别交于  $M$ 、 $N$  两点.

- (1) 当  $t = \frac{\pi}{4}$  时, 求  $|MN|$  的值;
- (2) 求  $|MN|$  在  $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  时的最大值.

[解] (1)

(2)

得 分	评 卷 人

19. (本题满分16分) 本题共有2个小题，第1小题满分8分，第2小题满分8分.

已知函数  $f(x) = 2^x - \frac{1}{2^{|x|}}$ .

(1) 若  $f(x) = 2$ ，求  $x$  的值；

(2) 若  $2^t f(2t) + m f(t) \geq 0$  对于  $t \in [1, 2]$  恒成立，求实数  $m$  的取值范围.

[解] (1)

(2)

得 分	评 卷 人

20. (本题满分16分) 本题共有3个小题, 第1小题满分3分, 第2小题满分6分, 第3小题满分7分.

已知双曲线  $C: \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ .

(1) 求双曲线  $C$  的渐近线方程;

(2) 已知点  $M$  的坐标为  $(0, 1)$ . 设  $P$  是双曲线  $C$  上的点,  $Q$  是点  $P$  关于原点的对称点.

记  $\lambda = \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$ . 求  $\lambda$  的取值范围;

(3) 已知点  $D$ 、 $E$ 、 $M$  的坐标分别为  $(-2, -1)$ 、 $(2, -1)$ 、 $(0, 1)$ ,  $P$  为双曲线  $C$  上在第一象限内的点. 记  $l$  为经过原点与点  $P$  的直线,  $s$  为  $\triangle DEM$  截直线  $l$  所得线段的长. 试将  $s$  表示为直线  $l$  的斜率  $k$  的函数.

[解] (1)

(2)

(3)



得 分	评 卷 人

21. (本题满分18分) 本题共有3个小题, 第1小题满分4分, 第2小题满分6分, 第3小题满分8分.

- 已知数列  $\{a_n\}$ :  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = r$ ,  $a_{n+3} = a_n + 2$  ( $n$  是正整数), 与数列  $\{b_n\}$ :  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = 0$ ,  $b_3 = -1$ ,  $b_4 = 0$ ,  $b_{n+4} = b_n$  ( $n$  是正整数). 记
- $$T_n = b_1 a_1 + b_2 a_2 + b_3 a_3 + \cdots + b_n a_n.$$
- (1) 若  $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{12} = 64$ , 求  $r$  的值;
- (2) 求证: 当  $n$  是正整数时,  $T_{12n} = -4n$ ;
- (3) 已知  $r > 0$ , 且存在正整数  $m$ , 使得在  $T_{12m+1}, T_{12m+2}, \cdots, T_{12m+12}$  中有4项为100. 求  $r$  的值, 并指出哪4项为100.
- [解] (1)

[证明] (2)

[解] (3)

