2012年福建省高考理科数学

第Ⅰ卷（选择题 共50分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分。在每小题给出分四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.若复数z满足zi=1-i，则z等于

A.-1-I　　B.1-i　　C.-1+I　　D.1=i

2.等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_5=10,a_4=7$,则数列$\{a_n\}$的公差为

A.1　B.2　C.3　D.4

3.下列命题中，真命题是

A. $\exists x_0\in R,e^{x_0}\le 0$

B. $\forall x\in R,2^x>x^2$

C.a+b=0的充要条件是$\frac{a}{b}$=-1

D.a>1,b>1是a.b>1的充分条件

4.一个几何体的三视图形状都相同、大小均相等，那么这个几何体不可以是

A.球　B.三棱柱　C.正方形　D.圆柱

5.下列不等式一定成立的是

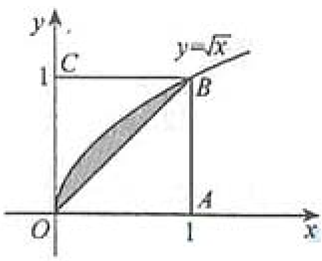
A. $\log(x^2+\frac{1}{4})>\lg x(x>0)$

B. $\sin x+\frac{1}{\sin x}\ge 2(x\ne k\pi,k\in z)$

C. $x^2+1\ge 2|x|(x\in R)$

D. $\frac{1}{x^2+1}>1(x\in R)$

6.如图所示，在边长为1的正方形OABC中任取一点P，则点P恰好取自阴影部分的概率为



A. $\frac{1}{4}$　B. $\frac{1}{5}$　C. $\frac{1}{6}$　D. $\frac{1}{7}$

7.设函数$D(x)=\begin{cases}1 & x为有理数\\ 0,x为为无理数\end{cases}$,则下列结论错误的是

A.D（x）的值域为{0,1}

B. D（x）是偶函数
C. D（x）不是周期函数
D. D（x）不是单调函数

8.已知双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的右焦点与抛物线 $y^2=12x$ 的焦点重合，则该双曲线的焦点到其渐近线的距离等于

A. $\sqrt{5}$　B. $4\sqrt{2}$　C.3　D.5

9.若函数 $y=2^x$ 图像上存在点（x，y）满足约束条件 $\begin{cases} x+y-3\le 0 \\ x-2y-3\le 0 \\ x\ge m \end{cases}$，则实数 m 的最大值为

A. $\frac{1}{2}$　B.1　C. $\frac{3}{2}$　D.2

10.函数 f（x）在[a,b]上有定义，若对任意 x_1，$x_2\in[a,b]$，有 $f(\frac{x_1+x_2}{2})\le\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]$

则称 f（x）在[a,b]上具有性质 P。设 f（x）在[1,3]上具有性质 P，现给出如下命题：

①f（x）在[1,3]上的图像时连续不断的；

②f（x_2）在[1, $\sqrt{3}$]上具有性质 P；

③若 f（x）在 x=2 处取得最大值 1，则 f（x）=1，x∈[1,3]；

④对任意 x_1，x_2，x_3，$x_4\in[1,3]$，有 $f(\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4})\le\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)+f(x_4)]$

其中真命题的序号是

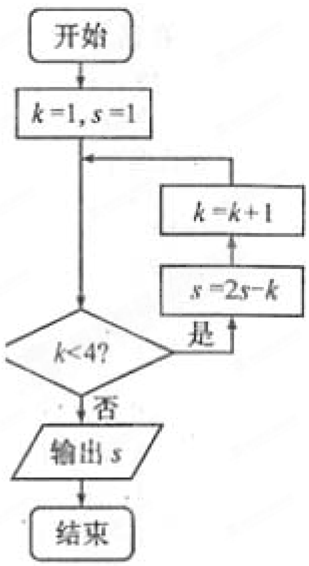
A.①②　B.①③　C.②④　D.③④

第 II 卷（非选择题共 100 分）

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分，把答案填在答题卡的相应位置。

11.（a+x）^{4} 的展开式中 x^3 的系数等于 8，则实数 a=__________。

12.阅读右图所示的程序框图，运行相应地程序，输出的 s 值等于______________________。



13.已知△ABC 得三边长成公比为 $\sqrt{2}$ 的等比数列，则其最大角的余弦值为__________.

14.数列{a_n}的通项公式 $a_n=n\cos\frac{n\pi}{2}+1,$，前 n 项和为 S_n，则 S_{2012}=______________。

15.对于实数 a 和 b，定义运算“*”：

$$a*b=\begin{cases} a^2-ab,(a\le b), \\ b^2-ab,(a>b), \end{cases}$$

设 f（x）=（2x-1）*（x-1），且关于 x 的方程为 f（x）=m（m∈R）恰有三个互不相等的实数根 x_1，x_2，x_3，则 $x_1x_2x_3$

的取值范围是________________。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分，解答题写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16.（本小题满分 13 分）

受轿车在保修期内维修费等因素的影响，企业产生每辆轿车的利润与该轿车首次出现故障的时间有关，某轿车制造厂生产甲、乙两种品牌轿车，保修期均为 2 年，现从该厂已售出的两种品牌轿车中随机抽取 50 辆，统计书数据如下：

品牌	甲			乙	
首次出现故障的时间 x（年）	$0<x\le1$	$1<x\le2$	$x>2$	$0<x\le2$	$x>2$
轿车数量（辆）	2	3	45	5	45
每辆利润（万元）	1	2	3	1.8	2.9

将频率视为概率，解答下列问题：

（I）从该厂生产的甲品牌轿车中随机抽取一辆，求首次出现故障发生在保修期内的概率；

(II)若该厂生产的轿车均能售出，记住生产一辆甲品牌轿车的利润为 X_1，生产一辆乙品牌轿车的利润为 X_2，分别求 X_1，X_2 的分布列；

（III）该厂预计今后这两种品牌轿车销量相当，由于资金限制，只能生产其中一种品牌轿车，若从经济效益的角度考虑，你认为应该产生哪种品牌的轿车？说明理由。

17（本小题满分 13 分）

某同学在一次研究性学习中发现，以下五个式子的值都等于同一个常数。

（1）$\sin^2 13°+\cos^2 17°-\sin 13°\cos 17°$

（2）$\sin^2 15°+\cos^2 15°-\sin 15°\cos 15°$

（3）$\sin^2 18°+\cos^2 12°-\sin 18°\cos 12°$

（4）$\sin^2(-18°)+\cos^2 48°-\sin^2(-18°)\cos^2 48°$

（5）$\sin^2(-25°)+\cos^2 55°-\sin^2(-25°)\cos^2 55°$

Ⅰ 试从上述五个式子中选择一个，求出这个常数

Ⅱ 根据（Ⅰ）的计算结果，将该同学的发现推广位三角恒等式，并证明你的结论。

18.（本小题满分 13 分）

如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 $AA_1=AD=1$，E 为 CD 中点。

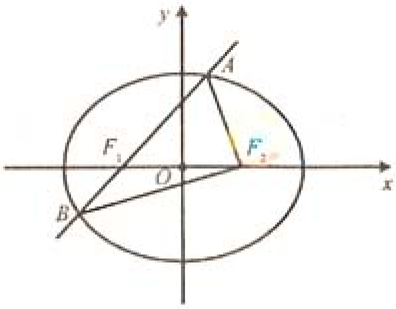
（Ⅰ）求证：B1E⊥AD1；

（Ⅱ）在棱 AA1 上是否存在一点 P，使得 DP∥平面 B1AE？若存在，求 AP 的行；若存在，求 AP 的长；若不存在，说明理由。

(Ⅲ）若二面角 $A-B_1EA_1$ 的大小为 30°，求 AB 的长。

19.（本小题满分 13 分）

如图，椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 F1，右焦点为 F2，离心率 $e=\dfrac{1}{2}$.过 F1 的直线交椭圆于 A、B 两点，且△ABF2 的周长为 8.



（Ⅰ）求椭圆 E 的方程。

（Ⅱ）设动直线 l：y=kx+m 与椭圆 E 有且只有一个公共点 P，且与直线 x=4 相较于点 Q。试探究：在坐标平面内是否存在定点 M，使得以 PQ 为直径的圆恒过点 M？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，说明理由。

20.（本小题满分 14 分）

已知函数 f（x）=e^x＋ax^2−ex，a∈R。

（Ⅰ）若曲线 y=f（x）在点（1，f（1））处的切线平行于 x 轴，求函数 f（x）的单调区间；

（Ⅱ）试确定 a 的取值范围，使得曲线 y=f（x）上存在唯一的点 P，曲线在该点处的切线与曲线只有一个公共点 P。

21.本题设有（1）、（2）、（3）三个选考题，每题 7 分，请考生任选 2 题作答，满分 14 分。如果多做，则按所做的前两题计分。作答时，先用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号右边的方框图黑，并将所选题号填入括号中。

（1）（本小题满分 7 分）选修 4-2：矩阵与变换

设曲线 $2x^2+2xy+y^2=1$ 在矩阵 $A=\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}(a>0)$ 对应的变换作用下得到的曲线为 $x^2+y^2=1$。

（Ⅰ）求实数 a，b 的值。

（Ⅱ）求 A^2 的逆矩阵。

（2）（本小题满分 7 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中，以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系。已知直线 l 上两点 M，N 的极坐标分别为（2,0）

，$(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\dfrac{\pi}{2})$，圆 C 的参数方程 $\begin{cases} x=2+2\cos\theta \\ y=-\sqrt{3}+2\sin\theta \end{cases}(\theta\text{为参数})$.

（Ⅰ）设 P 为线段 MN 的中点，求直线 OP 的平面直角坐标方程；

（Ⅱ）判断直线 l 与圆 C 的位置关系.

（3）（本小题满分 7 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 f（x）=m-|x-2|，m∈R，且 f（x+2）≥0 的解集为[−1, 1].

（Ⅰ）求 m 的值；

（Ⅱ）若 a，b，c∈R，且 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{2b}+\dfrac{1}{3c}=m$,求证：$a+2b+3c\ge 9$.