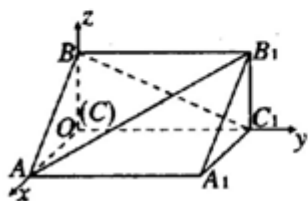


2012 年陕西省高考理科数学试题

一、选择题

1. 集合 $M = \{x | \lg x > 0\}$, $N = \{x | x^2 \leq 4\}$, 则 $M \cap N =$ () .
 A. $(1, 2)$ B. $[1, 2)$ C. $(1, 2]$ D. $[1, 2]$
2. 下列函数中, 既是奇函数又是增函数的为 ()
 A. $y = x + 1$ B. $y = -x^2$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = x|x|$
3. 设 $a, b \in \mathbb{R}$, i 是虚数单位, 则 “ $ab = 0$ ” 是 “复数 $a + \frac{b}{i}$ 为纯虚数” 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$, l 过点 $P(3, 0)$ 的直线, 则 ()
 A. l 与 C 相交 B. l 与 C 相切 C. l 与 C 相离 D. 以上三个选项均有可能
5. 如图, 在空间直角坐标系中有直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$, $CA = CC_1 = 2CB$, 则直线 BC_1 与直线 AB_1 夹角的余弦值为 () .
 A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3}{5}$



6. 从甲乙两个城市分别随机抽取 16 台自动售货机, 对其销售额进行统计, 统计数据用茎叶图表示 (如图所示), 设甲乙两组数据的平均数分别为 $\bar{x}_甲$, $\bar{x}_乙$, 中位数分别为 $m_甲$, $m_乙$, 则 ()

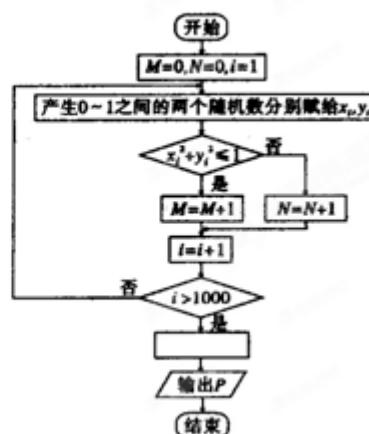
- A. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$, $m_甲 > m_乙$
- B. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$, $m_甲 < m_乙$
- C. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$, $m_甲 > m_乙$
- D. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$, $m_甲 < m_乙$

甲		乙
8 6 5	0	
8 8 4 0 0	1	0 2 8
7 5 2	2	0 2 3 3 7
8 0 0	3	1 2 4 4 8
3 1	4	2 3 8

7. 设函数 $f(x) = xe^x$ ，则 ()
- A. $x=1$ 为 $f(x)$ 的极大值点 B. $x=1$ 为 $f(x)$ 的极小值点
- C. $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极大值点 D. $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极小值点
8. 两人进行乒乓球比赛，先赢三局着获胜，决出胜负为止，则所有可能出现的情形（各人输赢局次的不同视为不同情形）共有 ()
- A. 10 种 B. 15 种 C. 20 种 D. 30 种
9. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对边长分别为 a, b, c ，若 $a^2 + b^2 = 2c^2$ ，则 $\cos C$ 的最小值为 ()
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

10. 右图是用模拟方法估计圆周率 π 的程序框图， P 表示估计结果，则图中空白框内应填入 ()

- A. $P = \frac{N}{1000}$
- B. $P = \frac{4N}{1000}$
- C. $P = \frac{M}{1000}$
- D. $P = \frac{4M}{1000}$



二. 填空题：把答案填写在答题卡相应的题号后的横线上（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11. 观察下列不等式

$$1 + \frac{1}{2^2} < \frac{3}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} < \frac{5}{3},$$

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} < \frac{7}{4}$$

.....

照此规律，第五个不等式为_____。

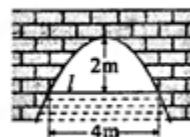
12. $(a+x)^5$ 展开式中 x^2 的系数为 10，则实数 a 的值为_____。

13. 右图是抛物线形拱桥，当水面在 l 时，拱顶离水面 2 米，水面宽 4 米，水位下降 1 米后，

水面宽____米。

14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 0 \\ -2x-1, & x \leq 0 \end{cases}$, D 是由 x 轴和曲线 $y = f(x)$

及该曲线在点 $(1, 0)$ 处的切线所围成的封闭区域, 则 $z = x - 2y$ 在 D 上的最大值为_____。

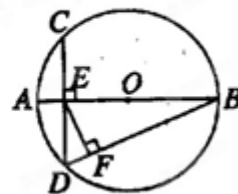


15. (考生注意: 请在下列三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题评分)

A. (不等式选做题) 若存在实数 x 使 $|x - a| + |x - 1| \leq 3$ 成立,

则实数 a 的取值范围是_____。

B. (几何证明选做题) 如图, 在圆 O 中, 直径 AB 与弦 CD 垂直, 垂足为 E , $EF \perp DB$, 垂足为 F , 若 $AB = 6$, $AE = 1$, 则 $DF \cdot DB =$ _____。



C. (坐标系与参数方程) 直线 $2\rho \cos \theta = 1$ 与圆 $\rho = 2 \cos \theta$ 相交的弦长为_____。

三、解答题

16. (本小题满分 12 分)

函数 $f(x) = A \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) + 1$ ($A > 0, \omega > 0$) 的最大值为 3, 其图像相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$,

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 设 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $f(\frac{\alpha}{2}) = 2$, 求 α 的值。

17. (本小题满分 12 分)

设 $\{a_n\}$ 的公比不为 1 的等比数列, 其前 n 项和为 S_n , 且 a_5, a_3, a_4 成等差数列。

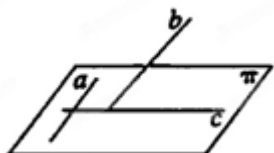
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的公比;

(2) 证明: 对任意 $k \in N_+$, S_{k+2} , S_k , S_{k+1} 成等差数列。

18. (本小题满分 12 分)

(1) 如图, 证明命题 “ a 是平面 π 内的一条直线, b 是 π 外的一条直线 (b 不垂直于 π), c 是直线 b 在 π 上的投影, 若 $a \perp b$, 则 $a \perp c$ ” 为真。

(2) 写出上述命题的逆命题, 并判断其真假 (不需要证明)



19. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 椭圆 C_2 以 C_1 的长轴为短轴, 且与 C_1 有相同的离心率。

(1) 求椭圆 C_2 的方程;

(2) 设 O 为坐标原点, 点 A, B 分别在椭圆 C_1 和 C_2 上, $\overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OA}$, 求直线 AB 的方程。

20. (本小题满分 13 分)

某银行柜台设有一个服务窗口, 假设顾客办理业务所需的时间互相独立, 且都是整数分钟, 对以往顾客办理业务所需的时间统计结果如下:

办理业务所需的时间(分)	1	2	3	4	5
频 率	0.1	0.4	0.3	0.1	0.1

从第一个顾客开始办理业务时计时。

(1) 估计第三个顾客恰好等待 4 分钟开始办理业务的概率;

(2) X 表示至第 2 分钟末已办理完业务的顾客人数, 求 X 的分布列及数学期望。

21. (本小题满分 14 分)

设函数 $f_n(x) = x^n + bx + c$ ($n \in \mathbb{N}_+, b, c \in \mathbb{R}$)

(1) 设 $n \geq 2$, $b = 1$, $c = -1$, 证明: $f_n(x)$ 在区间 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 内存在唯一的零点;

(2) 设 $n = 2$, 若对任意 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 有 $|f_2(x_1) - f_2(x_2)| \leq 4$, 求 b 的取值范围;

(3) 在 (1) 的条件下, 设 x_n 是 $f_n(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 内的零点, 判断数列 $x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ 的增减性。