2015年广东省高考数学试卷（文科）

一、选择题（共10小题，每小题5分，满分50分）2015年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）数学（文科）

1．（5分）（2015•广东）若集合M={﹣1，1}，N={﹣2，1，0}则M∩N=（　　）

A．{0．﹣1} B．{0}　C．{1}　D．{﹣1，1}

2．（5分）（2015•广东）已知i是虚数单位，则复数$(1+i)^2$=（　　）

A．2i　B．﹣2i C．2　D．﹣2

3．（5分）（2015•广东）下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是（　　）

A．y=x+sin2x　B．$y=x^2-\cos x$　C．$y=2^x+\frac{1}{2^x}$ D．$y=x^2+\sin x$

4．（5分）（2015•广东）若变量x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y\leqslant 2\\ x+y\geqslant 0\\ x\leqslant 4\end{cases}$，则z=2x+3y的最大值为（　　）

A．2　B．5　C．8　D．10

5．（5分）（2015•广东）设△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．若a=2，$c=2\sqrt{3}$，$\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$．且b＜c，则b=（　　）

A．3　B．$2\sqrt{2}$ C．2　D．$\sqrt{3}$

6．（5分）（2015•广东）若直线l_1和l_2是异面直线，l_1在平面α内，l_2在平面β内，l是平面α与平面β的交线，则下列命题正确的是（　　）

A．l与l_1，l_2都不相交　B．l与l_1，l_2都相交

C．l至多与l_1，l_2中的一条相交　D．l至少与l_1，l_2中的一条相交

7．（5分）（2015•广东）已知5件产品中有2件次品，其余为合格品．现从这5件产品中任取2件，恰有一件次品的概率为（　　）

A．0.4　B．0.6　C．0.8　D．1

8．（5分）（2015•广东）已知椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{m^2}=1$（m＞0）的左焦点为$F_1$（﹣4，0），则m=（　　）

A．2　B．3　C．4　D．9

9．（5分）（2015•广东）在平面直角坐标系xOy中，已知四边形ABCD是平行四边形，$\overrightarrow{AB}$=（1，﹣2），$\overrightarrow{AD}$=（2，1）则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}$=（　　）

A．5　B．4　C．3　D．2

10．（5分）（2015•广东）若集合E={（p，q，r，s）|0≤p＜s≤4，0≤q＜s≤4，0≤r＜s≤4且p，q，r，s∈N}，F={（t，u，v，w）|0≤t＜u≤4，0≤v＜w≤4且t，u，v，w∈N}，用card（X）表示集合X中的元素个数，则card（E）+card（F）=（　　）

A．200　B．150　C．100　D．50

二、填空题（共3小题，考生作答4小题，每小题5分，满分15分）（一）必做题（11～13题）

11．（5分）（2015•广东）不等式 $-x^2-3x+4>0$的解集为____________．（用区间表示）

12．（5分）（2015•广东）已知样本数据 x_1，x_2，…，x_n的均值 $\overline{x}=5$，则样本数据 $2x_1+1$，$2x_2+1$，…，$2x_n+1$ 的均值为____________．

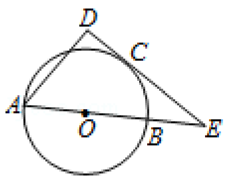
13．（5分）（2015•广东）若三个正数 a，b，c 成等比数列，其中$a=5+2\sqrt{6}$，$c=5-2\sqrt{6}$，则 b=____________．

坐标系与参数方程选做题

14．（5分）（2015•广东）在平面直角坐标系xOy中，以原点O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系．曲线C_1的极坐标方程为$\rho(\cos\theta+\sin\theta)=-2$，曲线$C_2$的参数方程为 $\begin{cases}x=t^2\\y=2\sqrt{2}t\end{cases}$（t为参数），则$C_1$与$C_2$交点的直角坐标为____________．

几何证明选讲选做题

15．（2015•广东）如图，AB为圆O的直径，E为AB 的延长线上一点，过E作圆O的切线，切点为C，过A作直线EC的垂线，垂足为D．若AB=4．$CE=2\sqrt{3}$，则 AD=____________．



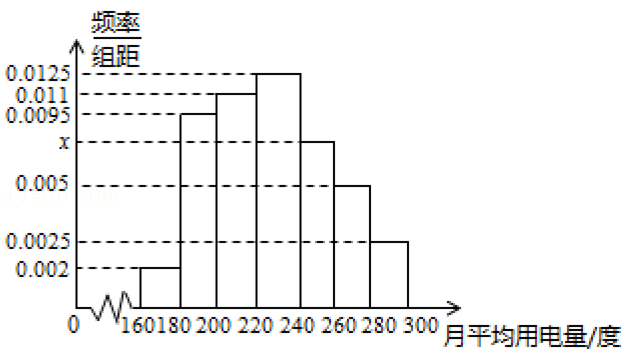
三、解答题（共6小题，满分80分）

16．（12分）（2015•广东）已知 $\tan\alpha=2$．

（1）求$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})$ 的值；

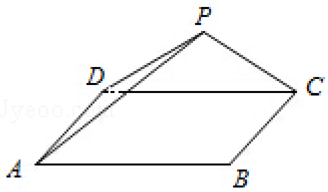
（2）求$\dfrac{\sin2\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-\cos2\alpha-1}$的值．

17．（12分）（2015•广东）某城市100户居民的月平均用电量（单位：度），以[160，180），[180，200），[200，220），[220.240），[240，260），[260，280），[280，300）分组的频率分布直方图如图．



（1）求直方图中x的值；
（2）求月平均用电量的众数和中位数；
（3）在月平均用电量为，[220，240），[240，260），[260，280），[280，300）的四组用户中，用分层抽样的方法抽取11户居民，则月平均用电量在[220，240）的用户中应抽取多少户？

18. （14分）（2015•广东）如图，三角形PDC所在的平面与长方形ABCD所在的平面垂直，PD=PC=4，AB=6，BC=3．
（1）证明：BC∥平面PDA；
（2）证明：BC⊥PD；
（3）求点C 到平面PDA的距离．



19. （14分）（2015•广东）设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$n\in N^*$．已知$a_1=1$，$a_2=\frac{3}{2}$，$a_3=\frac{5}{4}$，且当n≥2时，$4S_{n+2}+5S_n=8S_{n+1}+S_{n-1}$．
（1）求a_4的值；
（2）证明：$\{a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n\}$为等比数列；
（3）求数列$\{a_n\}$的通项公式．

20. （14分）（2015•广东）已知过原点的动直线l与圆C_1：$x^2+y^2-6x+5=0$相交于不同的两点A，B．
（1）求圆C_1的圆心坐标；
（2）求线段AB 的中点M的轨迹C的方程；
（3）是否存在实数 k，使得直线L：y=k（x﹣4）与曲线C只有一个交点？若存在，求出k的取值范围；若不存在，说明理由．

21. （14分）（2015•广东）设 a为实数，函数 $f(x)=(x-a)^2+|x-a|-a(a-1)$．
（1）若f（0）≤1，求a的取值范围；
（2）讨论 f（x）的单调性；
（3）当a≥2 时，讨论$f(x)+\frac{4}{x}$在区间 （0，+∞）内的零点个数．

2015年广东省高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共10小题，每小题5分，满分50分）2015年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）数学（文科）

1．（5分）（2015•广东）若集合M={﹣1，1}，N={﹣2，1，0}则M∩N=（　　）

A．{0．﹣1} B．{0}　C．{1}　D．{﹣1，1}

【考点】交集及其运算．

【专题】集合．

【分析】进行交集的运算即可．

【解答】解：M∩N={﹣1，1}∩{﹣2，1，0}={1}．

故选：C．

【点评】考查列举法表示集合，交集的概念及运算．

2．（5分）（2015•广东）已知i是虚数单位，则复数（1+i）^{2}=（　　）

A．2i　　B．﹣2i C．2　　D．﹣2

【考点】复数代数形式的乘除运算．

【专题】数系的扩充和复数．

【分析】利用完全平方式展开化简即可．

【解答】解：（1+i）^{2}=1^2+2i+i^2=1+2i﹣1=2i；

故选：A．

【点评】本题考查了复数的运算；注意i^2=﹣1．

3．（5分）（2015•广东）下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是（　　）

A．y=x+sin2x　　B．y=x^2﹣cosx　　C．$y=2^x+\frac{1}{2^x}$ D．y=x^2+sinx

【考点】函数奇偶性的判断．

【专题】函数的性质及应用．

【分析】利用函数奇偶性的判断方法对选项分别分析选择．

【解答】解：四个选项中，函数的定义域都是R，

对于A，﹣x+sin（﹣2x）=﹣（x+sin2x）；是奇函数；

对于B，（﹣x）^{2}﹣cos（﹣x）=x^2﹣cosx；是偶函数；

对于C，$2^{-x}+\frac{1}{2^{-x}}=\frac{1}{2^x}+2^x$，是偶函数；

对于D，（﹣x）^{2}+sin（﹣x）=x^2﹣sinx≠x^2+sinx，x^2﹣sinx≠﹣（x^2+sinx）；所以是非奇非偶的函数；

故选：D．

【点评】本题考查了函数奇偶性的判断，在定义域关于原点对称的前提下，判断f（﹣x）与f（x）的关系，相等就是偶函数，相反就是奇函数．

4．（5分）（2015•广东）若变量x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y\leqslant 2\\x+y\geqslant 0\\x\leqslant 4\end{cases}$，则z=2x+3y的最大值为（　　）

A．2　B．5　C．8　D．10

【考点】简单线性规划．

【专题】不等式的解法及应用．

【分析】作出不等式对应的平面区域，利用线性规划的知识，通过平移即可求z的最大值．

【解答】解：作出不等式对应的平面区域（阴影部分），

由z=2x+3y，得y=$-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$，

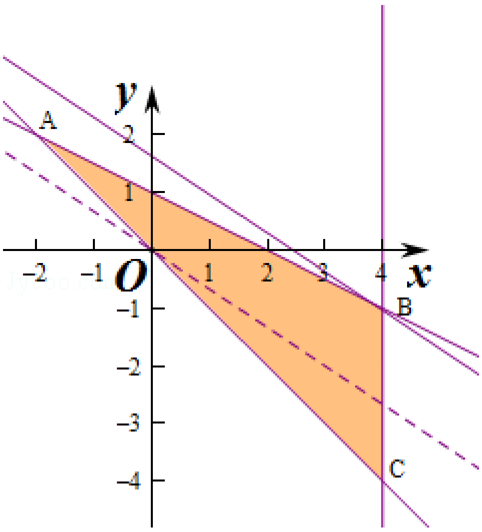
平移直线y=$-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$，由图象可知当直线y=$-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$经过点B时，直线y=$-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$的截距最大，此时z最大．

由$\begin{cases}x=4\\x+2y=2\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=4\\y=-1\end{cases}$，

即B（4，﹣1）．

此时z的最大值为z=2×4+3×（﹣1）=8﹣3=5，

故选：B．



【点评】本题主要考查线性规划的应用，利用数形结合是解决线性规划题目的常用方法．

5．（5分）（2015•广东）设△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．若a=2，c=$2\sqrt{3}$，cosA=$\frac{\sqrt{3}}{2}$．且b＜c，则b=（　　）

A．3　B．$2\sqrt{2}$ C．2　D．$\sqrt{3}$

【考点】正弦定理．

【专题】计算题；解三角形．

【分析】运用余弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，解关于b的方程，结合b＜c，即可得到b=2．

【解答】解：a=2，c=$2\sqrt{3}$，cosA=$\frac{\sqrt{3}}{2}$．且b＜c，

由余弦定理可得，

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

即有$4=b^2+12-4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}b$，

解得b=2或4，

由b＜c，可得b=2.

故选：C.

【点评】本题考查三角形的余弦定理及应用，主要考查运算能力，属于中档题和易错题.

6．（5分）（2015•广东）若直线 l_1和l_2 是异面直线，l_1在平面α内，l_2在平面β内，l是平面α与平面β的交线，则下列命题正确的是（　　）

A．l与l_1，l_2都不相交　B．l与l_1，l_2都相交

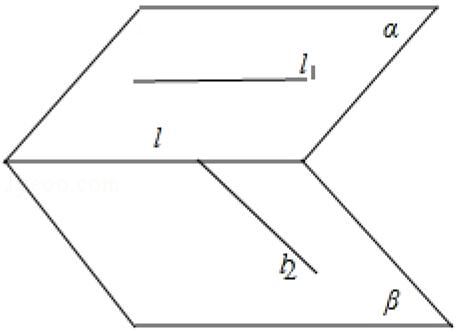
C．l至多与l_1，l_2中的一条相交　D．l至少与l_1，l_2中的一条相交

【考点】空间中直线与平面之间的位置关系.

【专题】空间位置关系与距离.

【分析】可以画出图形来说明l与l_1，l_2的位置关系，从而可判断出A，B，C是错误的，而对于D，可假设不正确，这样l便和l_1，l_2都不相交，这样可退出和l_1，l_2异面矛盾，这样便说明D正确.

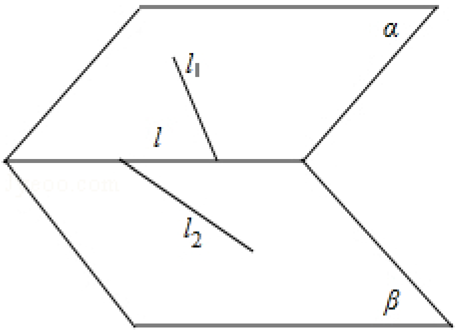
【解答】解：A．l与l_1，l_2可以相交，如图：



∴该选项错误；

B．l可以和l_1，l_2中的一个平行，如上图，∴该选项错误；

C．l可以和l_1，l_2都相交，如下图：



，∴该选项错误；

D．"l至少与l_1，l_2中的一条相交"正确，假如l和l_1，l_2都不相交；

∵l和l_1，l_2都共面；

∴l和l_1，l_2都平行；

∴l_1∥l_2，l_1和l_2共面，这样便不符合已知的l_1和l_2异面；

∴该选项正确.

故选D.

【点评】考查异面直线的概念，在直接说明一个命题正确困难的时候，可说明它的反面不正确．

7．（5分）（2015•广东）已知5件产品中有2件次品，其余为合格品．现从这5件产品中任取2件，恰有一件次品的概率为（　　）

A．0.4　B．0.6　C．0.8　D．1

【考点】古典概型及其概率计算公式．

【专题】概率与统计．

【分析】首先判断这是一个古典概型，而基本事件总数就是从5件产品任取2件的取法，取到恰有一件次品的取法可利用分步计数原理求解，最后带入古典概型的概率公式即可．

【解答】解：这是一个古典概型，从5件产品中任取2件的取法为$C_5^2=10$；

∴基本事件总数为10；

设“选的2件产品中恰有一件次品”为事件A，则A包含的基本事件个数为$C_3^1\cdot C_2^1=6$；

∴P（A）$=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=0.6$．

故选：B．

【点评】考查古典概型的概念，以及古典概型的概率求法，明白基本事件和基本事件总数的概念，掌握组合数公式，分步计数原理．

8．（5分）（2015•广东）已知椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{m^2}=1$（m＞0

）的左焦点为F_1（﹣4，0），则m=（　　）

A．2　B．3　C．4　D．9

【考点】椭圆的简单性质．

【专题】计算题；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{m^2}=1$（m＞0

）的左焦点为F_1（﹣4，0），可得$25-m^2=16$，即可求出m．

【解答】解：∵椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{m^2}=1$（m＞0）的左焦点为$F_1$（﹣4，0），

∴$25-m^2=16$，

∵m＞0，

∴m=3，

故选：B．

【点评】本题考查椭圆的性质，考查学生的计算能力，比较基础．

9．（5分）（2015•广东）在平面直角坐标系xOy中，已知四边形

ABCD是平行四边形，$\overrightarrow{AB}$=（1，﹣2），$\overrightarrow{AD}$=（2，1）则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}$=（　　）

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

【考点】平面向量数量积的运算．

【专题】计算题；平面向量及应用．

【分析】由向量加法的平行四边形法则可求$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$的坐标，然后代入向量数量积的坐标表示可求$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}$

【解答】解：由向量加法的平行四边形法则可得，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=(3,\ -1)$．

$\therefore\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=3\times2+(-1)\times1=5$．

故选：A．

【点评】本题主要考查了向量加法的平行四边形法则及向量数量积的坐标表示，属于基础试题．

10．（5分）（2015•广东）若集合E={（p，q，r，s）|0≤p＜s≤4，0≤q＜s≤4，0≤r＜s≤4且p，q，r，s∈N}，F={（t，u，v，w）|0≤t＜u≤4，0≤v＜w≤4且t，u，v，w∈N}，用card（X）表示集合X中的元素个数，则 card（E）+card（F）=（　　）

A．200　B．150　C．100　D．50

【考点】排列、组合及简单计数问题；子集与交集、并集运算的转换；Venn图表达集合的关系及运算．

【专题】开放型；集合；排列组合．

【分析】对于集合E，s=4时，p，q，r从0，1，2，3任取一数都有4种取法，从而构成的元素（p，q，r，s）有4×4×4=64个，再讨论s=3，2，1的情况，求法一样，把每种情况下元素个数相加即可得到集合E的元素个数，而对于集合F，需讨论两个数：u，w，方法类似，最后把求得的集合E，F元素个数相加即可．

【解答】解：（1）s=4时，p，q，r的取值的排列情况有4×4×4=64种；

s=3时，p，q，r的取值的排列情况有3×3×3=27种；

s=2时，有2×2×2=8种；

s=1时，有1×1×1=1种；

∴card（E）=64+27+8+1=100；

（2）u=4时：若w=4，t，v的取值的排列情况有4×4=16种；

若w=3，t，v的取值的排列情况有4×3=12种；

若w=2，有4×2=8种；

若w=1，有4×1=4种；

u=3时：若w=4，t，v的取值的排列情况有3×4=12种；

若w=3，t，v的取值的排列情况有3×3=9种；

若w=2，有3×2=6种；

若w=1，有3×1=3种；

u=2时：若w=4，t，v的取值的排列情况有2×4=8种；

若w=3，有2×3=6种；

若w=2，有2×2=4种；

若w=1，有2×1=2种；

u=1时：若w=4，t，v的取值的排列情况有1×4=4种；

若w=3，有1×3=3种；
若w=2，有1×2=2种；
若w=1，有1×1=1种；
∴card（F）=100；
∴card（E）+card（F）=200．
故选A．
【点评】考查描述法表示集合，分布计数原理的应用，注意要弄清讨论谁，做到不重不漏
．

二、填空题（共3小题，考生作答4小题，每小题5分，满分15分）（一）必做题（11～13题）

11．（5分）（2015•广东）不等式$-x^2-3x+4>0$的解集为__（-4，1）__
．（用区间表示）
【考点】一元二次不等式的解法．
【专题】不等式的解法及应用．
【分析】首先将二次项系数化为正数，然后利用因式分解法解之．
【解答】解：原不等式等价于$x^2+3x-4<0$，所以（x+4）（x－1）<0，所以$-4<x<1$；
所以不等式的解集为（－4，1）；
故答案为：（－4，1）．
【点评】本题考查了一元二次不等式的解法；一般的首先将二次项系数化为正数，然后选择适当的方法解之；属于基础题．

12．（5分）（2015•广东）已知样本数据x_1，x_2，…，x_n的均值$\overline{x}=5$，则样本数据
$2x_1+1$，$2x_2+1$，…，$2x_n+1$的均值为__11__．
【考点】众数、中位数、平均数．
【专题】概率与统计．
【分析】利用平均数计算公式求解
【解答】解：∵数据x_1，x_2，…，x_n的平均数为均值$\overline{x}=5$，
则样本数据$2x_1+1$，$2x_2+1$，…，$2x_n+1$的均值为：$\overline{x'}=2\overline{x'}+1=5\times2+1=11$；
故答案为：11．
【点评】本题考查数据的平均数的求法，是基础题．

13．（5分）（2015•广东）若三个正数a，b，c
成等比数列，其中$a=5+2\sqrt{6}$，$c=5-2\sqrt{6}$，则b=__1__．
【考点】等比数列的通项公式．
【专题】计算题；等差数列与等比数列．
【分析】由已知可得，$b^2=ac$，代入已知条件即可求解b
【解答】解：∵三个正数a，b，c成等比数列，
∴$b^2=ac$，
∵$a=5+2\sqrt{6}$，$c=5-2\sqrt{6}$，
$\therefore b=\sqrt{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}=1$，
故答案为：1．
【点评】本题主要考查了等比数列的性质，属于基础试题

坐标系与参数方程选做题

14．（5分）（2015•广东）在平面直角坐标系xOy中，以原点O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系．曲线C_1的极坐标方程为ρ（cosθ+sinθ）=﹣2，曲线C_2的参数方程为$\begin{cases}x=t^2\\y=2\sqrt{2}t\end{cases}$（t为参数），则$C_1$与$C_2$交点的直角坐标为__（2，﹣4）__．

【考点】简单曲线的极坐标方程；参数方程化成普通方程．

【专题】坐标系和参数方程．

【分析】曲线C_1的极坐标方程为ρ（cosθ+sinθ）=﹣2，把$\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$代入可得直角坐标方程．曲线$C_2$的参数方程为$\begin{cases}x=t^2\\y=2\sqrt{2}t\end{cases}$（t为参数），化为普通方程：$y^2=8x$．联立解出即可．

【解答】解：曲线C_1的极坐标方程为ρ（cosθ+sinθ）=﹣2，化为直角坐标方程：x+y+2=0．

曲线C_2的参数方程为$\begin{cases}x=t^2\\y=2\sqrt{2}t\end{cases}$（t为参数），化为普通方程：$y^2=8x$．

联立$\begin{cases}x+y+2=0\\y^2=8x\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=2\\y=-4\end{cases}$，

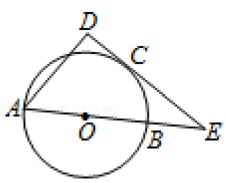
则C_1与C_2交点的直角坐标为（2，﹣4）．

故答案为：（2，﹣4）．

【点评】本题考查了极坐标化为直角坐标方程、参数方程化为普通方程、曲线的交点，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

几何证明选讲选做题

15．（2015•广东）如图，AB为圆O的直径，E为AB的延长线上一点，过E作圆O的切线，切点为C，过A作直线EC的垂线，垂足为D．若AB=4．CE=$2\sqrt{3}$，则 AD=__3__．



【考点】圆的切线的判定定理的证明．

【专题】选作题；开放型；推理和证明．

【分析】连接OC，则OC⊥DE，可得$\frac{OC}{AD}=\frac{OE}{AE}$，由切割线定理可得$CE^2$=BE•AE，求出BE，即可得出结论．

【解答】解：连接OC，则OC⊥DE，

∵AD⊥DE，

∴AD∥OC，

$\therefore \frac{OC}{AD}=\frac{OE}{AE}$

由切割线定理可得$CE^2=BE\bullet AE$，

∴12=BE•（BE+4），

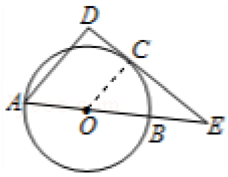
∴BE=2，

∴OE=4，

$\therefore \frac{2}{AD}=\frac{4}{6}$，

∴AD=3

故答案为：3．



【点评】本题考查切割线定理，考查学生分析解决问题的能力，比较基础．

三、解答题（共6小题，满分80分）

16．（12分）（2015•广东）已知 tanα=2．

（1）求$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})$的值；

（2）求$\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-\cos 2\alpha-1}$的值．

【考点】两角和与差的正切函数；三角函数的化简求值．

【专题】三角函数的求值．

【分析】（1）直接利用两角和的正切函数求值即可．

（2）利用二倍角公式化简求解即可．

【解答】解：tanα=2．

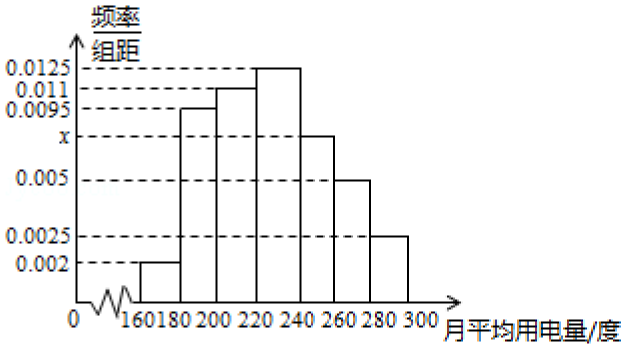
（1）$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{\tan\alpha+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\alpha\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{2+1}{1-2}=-3$；

（2）$\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-\cos 2\alpha-1}=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+1-2\cos^2\alpha-1}=$

$\frac{2\tan\alpha}{\tan^2\alpha+\tan\alpha-2}=\frac{4}{4}=1$．

【点评】本题考查两角和的正切函数的应用，三角函数的化简求值，二倍角公式的应用，考查计算能力．

17．（12分）（2015•广东）某城市100户居民的月平均用电量（单位：度），以[160，180），[180，200），[200，220），[220.240），[240，260），[260，280），[280，300）分组的频率分布直方图如图．



（1）求直方图中x的值；
（2）求月平均用电量的众数和中位数；
（3）在月平均用电量为，[220，240），[240，260），[260，280），[280，300）的四组用户中，用分层抽样的方法抽取11户居民，则月平均用电量在[220，240）的用户中应抽取多少户？

【考点】频率分布直方图．

【专题】概率与统计．

【分析】（1）由直方图的性质可得（0.002+0.0095+0.011+0.0125+x+0.005+0.0025）×20=1，解方程可得；
（2）由直方图中众数为最高矩形上端的中点可得，可得中位数在[220，240）内，设中位数为a，解方程（0.002+0.0095++0.011）×20+0.0125×（a﹣220）=0.5可得；
（3）可得各段的用户分别为25，15，10，5，可得抽取比例，可得要抽取的户数．

【解答】解：（1）由直方图的性质可得（0.002+0.0095+0.011+0.0125+x+0.005+0.0025）×20=1，
解方程可得x=0.0075，∴直方图中x的值为0.0075；
（2）月平均用电量的众数是$\frac{220+240}{2}$=230，
∵（0.002+0.0095+0.011）×20=0.45＜0.5，
∴月平均用电量的中位数在[220，240）内，
设中位数为a，由（0.002+0.0095+0.011）×20+0.0125×（a﹣220）=0.5可得a=224，
∴月平均用电量的中位数为224；
（3）月平均用电量为[220，240）的用户有0.0125×20×100=25，
月平均用电量为[240，260）的用户有0.0075×20×100=15，
月平均用电量为[260，280）的用户有0.005×20×100=10，
月平均用电量为[280，300）的用户有0.0025×20×100=5，
∴抽取比例为$\frac{11}{25+15+10+5}$=$\frac{1}{5}$，
∴月平均用电量在[220，240）的用户中应抽取25×$\frac{1}{5}$=5户

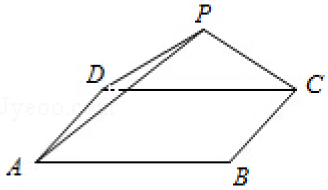
【点评】本题考查频率分布直方图，涉及众数和中位数以及分层抽样，属基础题．

18．（14分）（2015•广东）如图，三角形PDC所在的平面与长方形ABCD所在的平面垂直，PD=PC=4，AB=6，BC=3．

（1）证明：BC∥平面PDA；

（2）证明：BC⊥PD；

（3）求点C 到平面PDA的距离．



【考点】点、线、面间的距离计算；直线与平面平行的判定；直线与平面垂直的性质．

【专题】综合题；空间位置关系与距离．

【分析】（1）利用四边形ABCD是长方形，可得BC∥AD，根据线面平行的判定定理，即可得出结论；

（2）利用平面与平面垂直的性质定理得出BC⊥平面PDC，即可证明BC⊥PD；

（3）利用等体积法，求点C到平面PDA的距离．

【解答】（1）证明：因为四边形ABCD是长方形，所以BC∥AD，

因为BC⊄平面PDA，AD⊂平面PDA，所以BC∥平面PDA；

（2）证明：因为四边形ABCD是长方形，所以BC⊥CD，

因为平面PDC⊥平面ABCD，平面PDC∩平面ABCD=CD，BC⊂面ABCD，

所以BC⊥平面PDC，

因为PD⊂平面PDC，

所以BC⊥PD；

（3）解：取CD的中点E，连接AE和PE，

因为PD=PC，所以PE⊥CD，

在Rt△PED中，PE=$\sqrt{PD^2-DE^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$.

因为平面PDC⊥平面ABCD，平面PDC∩平面ABCD=CD，PE⊂平面PDC，

所以PE⊥平面ABCD．

由（2）知：BC⊥平面PDC，

由（1）知：BC∥AD，

所以AD⊥平面PDC，

因为PD⊂平面PDC，所以AD⊥PD．

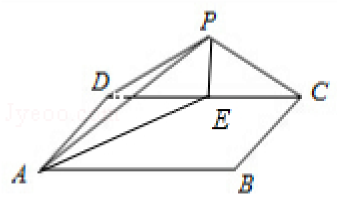
设点C到平面PDA的距离为h．

因为$V_{C-PDA}=V_{P-ACD}$，

所以$\frac{1}{3}S_{\triangle PDA}h=\frac{1}{3}S_{\triangle ACD}\cdot PE$，

所以h=$\frac{\frac{1}{2}\times 3\times 6\times \sqrt{7}}{\frac{1}{2}\times 3\times 4}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$，

所以点C到平面PDA的距离是$\frac{3\sqrt{7}}{2}$．



【点评】本题考查平面与平面垂直的性质，线面垂直与线线垂直的判定，考查三棱锥体积等知识，注意解题方法的积累，属于中档题.

19.（14分）（2015•广东）设数列

$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$n\in N^*$．已知$a_1=1$，$a_2=\frac{3}{2}$，$a_3=\frac{5}{4}$，且当$n\geq 2$时，$4S_{n+2}+5S_n=8S_{n+1}+S_{n-1}$

.

（1）求a_4的值；

（2）证明：$\{a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n\}$为等比数列；

（3）求数列$\{a_n\}$的通项公式.

【考点】数列递推式.

【专题】等差数列与等比数列.

【分析】（1）直接在数列递推式中取n=2，求得$a_4=\frac{7}{8}$；

（2）由$4S_{n+2}+5S_n=8S_{n+1}+S_{n-1}$（$n\geq 2$），变形得到$4a_{n+2}+a_n=4a_{n+1}$（$n\geq 2$），进一步得到

$\frac{a_{n+2}-\frac{1}{2}a_{n+1}}{a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n}=\frac{1}{2}$，由此可得数列$\{a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n\}$是以$a_2-\frac{1}{2}a_1$为首项，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列；

（3）由$\{a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n\}$是以$a_2-\frac{1}{2}a_1$为首项，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，可得

$a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n=(\frac{1}{2})^{n-1}$．进一步得到$\frac{a_{n+1}}{(\frac{1}{2})^{n+1}}-\frac{a_n}{(\frac{1}{2})^n}=4$，说明$\{\frac{a_n}{(\frac{1}{2})^n}\}$是以

$\frac{a_1}{\frac{1}{2}}=2$为首项，4为公差的等差数列，由此可得数列$\{a_n\}$的通项公式.

【解答】（1）解：当n=2时，$4S_4+5S_2=8S_3+S_1$，即

$4(1+\frac{3}{2}+\frac{5}{4}+a_4)+5(1+\frac{3}{2})=8(1+\frac{3}{2}+\frac{5}{4})+1$，

解得：$a_4=\frac{7}{8}$；

（2）证明：$\because 4S_{n+2}+5S_n=8S_{n+1}+S_{n-1}$（$n\geq 2$），$\therefore 4S_{n+2}-4S_{n+1}+S_n-S_{n-1}=4S_{n+1}-4S_n$（$n\geq 2$）

，

即$4a_{n+2}+a_n=4a_{n+1}$（$n\geq 2$），

$\because 4a_3+a_1=4\times\frac{5}{4}+1=6=4a_2$，$\therefore 4a_{n+2}+a_n=4a_{n+1}$.

$\because \dfrac{a_{n+2}-\frac{1}{2}a_{n+1}}{a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n}=\dfrac{4a_{n+2}-2a_{n+1}}{4a_{n+1}-2a_n}=\dfrac{4a_{n+1}-a_n-2a_{n+1}}{4a_{n+1}-2a_n}=\dfrac{2a_{n+1}-a_n}{2(2a_{n+1}-a_n)}=\dfrac{1}{2}$.

∴数列$\{a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n\}$是以$a_2-\frac{1}{2}a_1=1$为首项，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列；

（3）解：由（2）知，$\{a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n\}$是以$a_2-\frac{1}{2}a_1$为首项，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，

$\therefore a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n=(\frac{1}{2})^{n-1}$.

即$\dfrac{a_{n+1}}{(\frac{1}{2})^{n+1}}-\dfrac{a_n}{(\frac{1}{2})^n}=4$，

$\therefore\{\dfrac{a_n}{(\frac{1}{2})^n}\}$是以$\dfrac{a_1}{\frac{1}{2}}=2$为首项，4为公差的等差数列，

$\therefore\dfrac{a_n}{(\frac{1}{2})^n}=2+(n-1)\times4=4n-2$，即

$a_n=(4n-2)\times(\frac{1}{2})^n=(2n-1)\times(\frac{1}{2})^{n-1}$，

∴数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=(2n-1)\times(\frac{1}{2})^{n-1}$.

【点评】本题考查了数列递推式，考查了等比关系的确定，考查了等比数列的通项公式，关键是灵活变形能力，是中档题.

20．（14分）（2015•广东）已知过原点的动直线l与圆C_1：$x^2+y^2-6x+5=0$相交于不同的两点A，B.

（1）求圆C_1的圆心坐标；

（2）求线段AB 的中点M的轨迹C的方程；

（3）是否存在实数 k，使得直线L：$y=k(x-4)$与曲线C只有一个交点？若存在，求出k的取值范围；若不存在，说明理由.

【考点】轨迹方程；直线与圆的位置关系.

【专题】创新题型；开放型；圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】（1）通过将圆C_1的一般式方程化为标准方程即得结论；

（2）设当直线l的方程为y=kx，通过联立直线l与圆C_1的方程，利用根的判别式大于0、韦达定理、中点坐标公式及参数方程与普通方程的相互转化，计算即得结论；

（3）通过联立直线L与圆C_1的方程，利用根的判别式△=0及轨迹C的端点与点（4，0）决定的直线斜率，即得结论.

【解答】解：（1）∵圆C_1：$x^2+y^2-6x+5=0$，

整理，得其标准方程为：$(x-3)^2+y^2=4$，

∴圆C_1的圆心坐标为（3，0）；

（2）设当直线l的方程为y=kx、A(x_1,y_1)、B(x_2,y_2)，

联立方程组$\begin{cases}(x-3)^2+y^2=4\\y=kx\end{cases}$，

消去y可得：$(1+k^2)x^2-6x+5=0$，

由$\triangle=36-4(1+k^2)\times5>0$，可得$k^2<\frac{4}{5}$

由韦达定理，可得$x_1+x_2=\frac{6}{1+k^2}$，

∴线段AB的中点M的轨迹C的参数方程为$\begin{cases}x=\frac{3}{1+k^2}\\y=\frac{3k}{1+k^2}\end{cases}$，其中$-\frac{2\sqrt{5}}{5}<k<\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

∴线段AB的中点M的轨迹C的方程为：$(x-\frac{3}{2})^2+y^2=\frac{9}{4}$，其中$\frac{5}{3}<x\le3$；

（3）结论：当$k\in(-\frac{2\sqrt{5}}{7},\frac{2\sqrt{5}}{7})\cup\{-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\}$时，直线L：$y=k(x-4)$与曲线C只有一个交点.

理由如下：

联立方程组$\begin{cases}(x-\frac{3}{2})^2+y^2=\frac{9}{4}\\y=k(x-4)\end{cases}$，

消去y，可得：$(1+k^2)x^2-(3+8k^2)x+16k^2=0$，

令$\triangle=(3+8k^2)^2-4(1+k^2)\bullet16k^2=0$，解得$k=\pm\frac{3}{4}$，

又∵轨迹C的端点$(\frac{5}{3},\pm\frac{2\sqrt{5}}{3})$与点$(4,0)$决定的直线斜率为$\pm\frac{2\sqrt{5}}{7}$，

∴当直线L：$y=k(x-4)$与曲线C只有一个交点时，

k的取值范围为$(-\frac{2\sqrt{5}}{7},\frac{2\sqrt{5}}{7})\cup\{-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\}$.

【点评】本题考查求轨迹方程、直线与曲线的位置关系问题，注意解题方法的积累，属于难题.

21．（14分）（2015•广东）设 a为实数，函数 $f(x)=(x-a)^2+|x-a|-a(a-1)$．

（1）若$f(0)\le1$，求a的取值范围；

（2）讨论 f（x）的单调性；

（3）当$a\ge2$时，讨论$f(x)+\frac{4}{x}$在区间$(0,+\infty)$内的零点个数.

【考点】利用导数研究函数的单调性；函数单调性的判断与证明；根的存在性及根的个数判断.

【专题】开放型；函数的性质及应用；导数的综合应用.

【分析】（1）利用$f(0)\le1$，得到$|a|+a-1\le0$，对a分类讨论求解不等式的解集即可.

（2）化简函数f（x）的解析式，通过当$x<a$时，当$x\ge a$时，利用二次函数f（x）的对称轴求解函数的单调区间即可.

（3）化简$F(x)=f(x)+\frac{4}{x}$，求出函数的导数，利用导函数的符号，通过a的讨论判断函数的单调性，然后讨论函数的零点的个数．

【解答】解：（1）若$f(0)\le 1$，即：$a^2+|a|-a(a-1)\le 1$．可得$|a|+a-1\le 0$，

当$a\ge 0$时，$a\leqslant \frac{1}{2}$，可得$a\in[0,\frac{1}{2}]$．

当$a<0$时，$|a|+a-1\le 0$，恒成立．

综上$a\leqslant \frac{1}{2}$．

∴a的取值范围：$(-\infty,\frac{1}{2}]$；

（2）函数$f(x)=\begin{cases}x^2-(2a+1)x+2a, & x<a\\ x^2+(1-2a)x, & x\geqslant a\end{cases}=$

$$\begin{cases}[x-(a+\frac{1}{2})]^2-\frac{(2a-1)^2}{4}, & x<a\\ [x-(a-\frac{1}{2})]^2-\frac{(2a-1)^2}{4}, & x\geqslant a\end{cases},$$

当$x<a$时，函数$f(x)$的对称轴为：$x=\frac{2a+1}{2}=a+\frac{1}{2}>a$，

$y=f(x)$在$(-\infty,a)$时是减函数，

当$x\ge a$时，函数$f(x)$的对称轴为：$x=\frac{2a-1}{2}=a-\frac{1}{2}<a$，

$y=f(x)$在$(a,+\infty)$时是增函数，

（3）$F(x)=f(x)+\frac{4}{x}=\begin{cases}x^2-(2a+1)x+\frac{4}{x}+2a, & x<a\\ x^2+(1-2a)x+\frac{4}{x}, & x\geqslant a\end{cases}$，

$$F'(x)=\begin{cases}2x-(2a+1)-\frac{4}{x^2}=\frac{2x^3-(2a+1)x^2-4}{x^2}, & x<a\\ 2x+(1-2a)-\frac{4}{x^2}=\frac{2x^3+(1-2a)x^2-4}{x^2}, & x\geqslant a\end{cases},$$

当$x<a$时，$F'(x)=\frac{2x^3-(2a+1)x^2-4}{x^2}=\frac{2x^2(x-a)-(x^2+4)}{x^2}<0$，

所以，函数$F(x)$在$(0,a)$上是减函数．

当$x\ge a$时，因为$a\ge 2$，所以，$F'(x)=\frac{2x^3+(1-2a)x^2-4}{x^2}=$

$\frac{2x^2(x-a)+(x^2-4)}{x^2}\geqslant 0$，

所以，函数F（x）在（a，+∞）上是增函数．

F（a）$=a-a^2+\frac{4}{a}$．当a=2时，F（2）=0，此时F（x）有一个零点，当a＞2时，F（a）$=a-a^2+\frac{4}{a}$，

$$F'(a)=1-2a-\frac{4}{a^2}=\frac{-2a^3+a^2-4}{a^2}=\frac{a^2(1-a)-(a^3+4)}{a^2}<0.$$

所以F（ah）在（2，+∞）上是减函数，

所以F（a）$<F(2)=2-2^2+\frac{4}{2}=0$，即F（a）＜0，

当x＞0且x→0时，F（x）→+∞；当x→+∞时，F（x）→+∞，所以函数F（x）有两个零点．

综上所述，当a=2时，F（x）有一个零点，a＞2时F（x）有两个零点．

【点评】本题考查的知识点比较多，包括绝对值不等式的解法，函数的零点，函数的导数以及导数与函数的单调性的关系，考查分类讨论思想的应用，函数与方程的思想，转化思想的应用，也考查化归思想的应用．