

2009年陕西省高考数学试卷（理科）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）（2009•陕西）设不等式 $x^2 - x \leq 0$ 的解集为M，函数 $f(x) = \ln(1 - |x|)$ 的定义域为N，则 $M \cap N$ 为（ ）

- A. $[0, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $[0, 1]$ D. $(-1, 0]$

2. （5分）（2009•陕西）已知 z 是纯虚数， $\frac{z+2}{1-i}$ 是实数，那么 z 等于（ ）

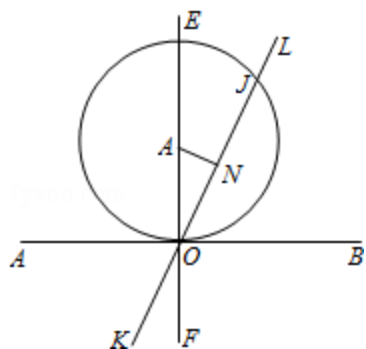
- A. $2i$ B. i C. $-i$ D. $-2i$

3. （5分）（2009•陕西）函数 $f(x) = \sqrt{2x-4}$ ($x \geq 4$) 的反函数为（ ）

A. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$ ($x \geq 0$) B. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$ ($x \geq 2$)

C. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$ ($x \geq 0$) D. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$ ($x \geq 2$)

4. （5分）（2009•陕西）过原点且倾斜角为 60° 的直线被圆 $x^2 + y^2 - 4y = 0$ 所截得的弦长为（ ）



- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{3}$

5. （5分）（2009•陕西）若 $3\sin\alpha + \cos\alpha = 0$ ，则 $\frac{1}{\cos^2\alpha + \sin 2\alpha}$ 的值为（ ）

- A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. -2

6. （5分）（2009•陕西）若 $(1 - 2x)^{2009} = a_0 + a_1x + \dots + a_{2009}x^{2009}$ ($x \in \mathbb{R}$)，则

$\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_{2009}}{2^{2009}}$ 的值为（ ）

- A. 2 B. 0 C. -1 D. -2

7. (5分) (2009•陕西) “ $m>n>0$ ”是“方程 $mx^2+ny^2=1$ 表示焦点在y轴上的椭圆”的()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. (5分) (2009•陕西) 在 $\triangle ABC$ 中, M是BC的中点, $AM=1$, 点P在AM上且满足学

$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$ 等于()

- A. $-\frac{4}{9}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{9}$

9. (5分) (2009•陕西) 从0, 1, 2, 3, 4, 5这六个数字中任取两个奇数和两个偶数, 组成没有重复数字的四位数的个数为()

- A. 300 B. 216 C. 180 D. 162

10. (5分) (2009•陕西) 若正方体的棱长为 $\sqrt{2}$, 则以该正方体各个面的中心为顶点的凸多面体的体积为()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

11. (5分) (2009•陕西) 若x, y满足约束条件
$$\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x-y \geq -1 \\ 2x-y \leq 2 \end{cases}$$
, 目标函数 $z=ax+2y$ 仅在点(

1, 0)处取得最小值, 则实数a的取值范围是()

- A. $(-1, 2)$ B. $(-4, 2)$ C. $(-4, 0]$ D. $(-2, 4)$

12. (5分) (2009•陕西) 定义在R上的偶函数f(x)满足: 对任意的 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0]$ ($x_1 \neq x_2$), 有 $(x_2 - x_1)(f(x_2) - f(x_1)) > 0$. 则当 $n \in \mathbb{N}^*$ 时, 有()

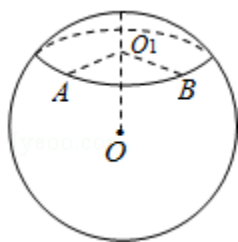
- A. $f(-n) < f(n-1) < f(n+1)$ B. $f(n-1) < f(-n) < f(n+1)$
C. $f(n+1) < f(-n) < f(n-1)$ D. $f(n+1) < f(n-1) < f(-n)$

二、填空题(共4小题, 每小题4分, 满分16分)

13. (4分) (2009•陕西) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n , 若 $a_6=S_3=12$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} =$ _____.

14. (4分) (2009•陕西) 某班有36名同学参加数学、物理、化学课外探究小组, 每名同学至多参加两个小组, 已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为26, 15, 13, 同时参加数学和物理小组的有6人, 同时参加物理和化学小组的有4人, 则同时参加数学和化学小组的有_____人.

15. (4分) (2009•陕西) 如图球O的半径为2, 圆 O_1 是一小圆, $OO_1 = \sqrt{2}$, A、B是圆 O_1 上两点, 若A、B两点间的球面距离为 $\frac{2\pi}{3}$, 则 $\angle AO_1B =$ _____.



16. (4分) (2009•陕西) 设曲线 $y = x^{n+1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 在点(1, 1)处的切线与x轴的交点的横坐标为 x_n , 则 $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$ 的值为_____.

三、解答题(共6小题, 满分74分)

17. (12分) (2009•陕西) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \phi)$, $x \in \mathbb{R}$ (其中 $A > 0$, $\omega > 0$, $0 < \phi < \frac{\pi}{2}$) 的图象与x轴的交点中, 相邻两个交点之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 且图象上一个最低点为 $M(\frac{2\pi}{3}, -2)$.

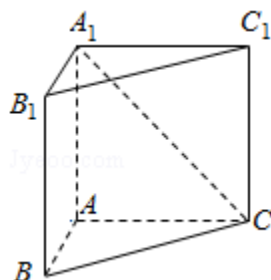
(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 当 $x \in [\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$, 求 $f(x)$ 的值域.

18. (12分) (2009•陕西) 如图所示, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = 1$, $AC = AA_1 = \sqrt{3}$, $\angle ABC = 60^\circ$.

(1) 证明: $AB \perp A_1C$;

(2) 求二面角 $A - A_1C - B$ 的余弦值.



19. (12分) (2009•陕西) 某食品企业一个月内被消费者投诉的次数用 ξ 表示, 据统计, 随机变量 ξ 的概率分布如下:

ξ	0	1	2	3
p	0.1	0.3	2a	a

(I) 求a的值和 ξ 的数学期望;

(II) 假设一月份与二月份被消费者投诉的次数互不影响, 求该企业在这两个月内共被消费者投诉2次的概率.

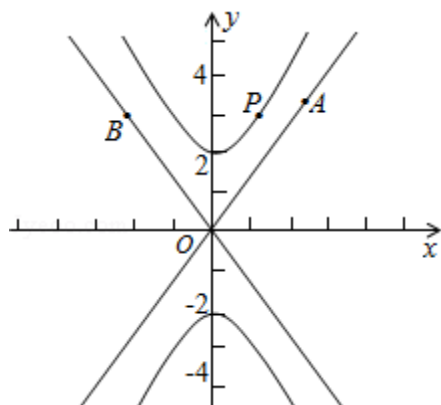
20. (12分) (2009•陕西) 已知函数 $f(x) = \ln(ax+1) + \frac{1-x}{1+x}$, $x \geq 0$, 其中 $a > 0$.

- (I) 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值, 求 a 的值;
 (II) 求 $f(x)$ 的单调区间;
 (III) 若 $f(x)$ 的最小值为 1, 求 a 的取值范围.

21. (12分) (2009•陕西) 已知双曲线 C 的方程为 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ ($a > 0$, $b > 0$), 离心率

$$e = \frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ 顶点到渐近线的距离为 } \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

- (I) 求双曲线 C 的方程;
 (II) 如图, P 是双曲线 C 上一点, A , B 两点在双曲线 C 的两条渐近线上, 且分别位于第一、二象限, 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PB}$, $\lambda \in [\frac{1}{3}, 2]$, 求 $\triangle AOB$ 面积的取值范围.



22. (14分) (2009•陕西) 已知数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_{n+1} = \frac{1}{1+x_n}$, $n \in \mathbb{N}^*$;

- (I) 猜想数列 $\{x_{2n}\}$ 的单调性, 并证明你的结论;
 (II) 证明: $|x_{n+1} - x_n| \leq \frac{1}{6} \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$.