

2011年山东省高考数学试卷（理科）

一、选择题（共12小题，每小题3分，满分36分）

1. （3分）（2011•山东）设集合 $M=\{x|x^2+x-6\leq 0\}$ ， $N=\{x|1\leq x\leq 3\}$ ，则 $M\cap N=$ （ ）
 A $[1, 2)$ B $[1, 2]$ C $(2, 3]$ D $[2, 3]$

2. （3分）（2011•山东）复数 $z=\frac{2-i}{1+i}$ （ i 是虚数单位）在复平面内对应的点位于象限为（ ）
 A 第一象限 B 第二象限 C 第三象限 D 第四象限

3. （3分）（2011•山东）若点 $(a, 9)$ 在函数 $y=3^x$ 的图象上，则 $\tan\frac{a\pi}{6}$ 的值为（ ）
 A 0 B $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C 1 D $\sqrt{3}$

4. （3分）（2011•山东）不等式 $|x-5|+|x+3|\geq 10$ 的解集是（ ）
 A $[-5, 7]$ B $[-4, 6]$ C $(-\infty, -5]\cup[7, +\infty)$ D $(-\infty, -4]\cup[6, +\infty)$

5. （3分）（2011•山东）对于函数 $y=f(x)$ ， $x\in\mathbb{R}$ ，“ $y=|f(x)|$ 的图象关于 y 轴对称”是“ $y=f(x)$ 是奇函数”的（ ）
 A 充分而不必要 B 必要而不充分
 . 条件 . 条件
 C 充要条件 D 既不充分也不
 . . 必要条件
6. （3分）（2011•山东）若函数 $f(x)=\sin\omega x$ （ $\omega>0$ ）在区间 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增，在区间 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，则 $\omega=$ （ ）
 A 8 B 2 C $\frac{3}{2}$ D $\frac{2}{3}$

7. （3分）（2011•山东）某产品的广告费用 x 与销售额 y 的统计数据如下表

广告费用 x （万元）	4	2	3	5
销售额 y （万元）	49	26	39	54

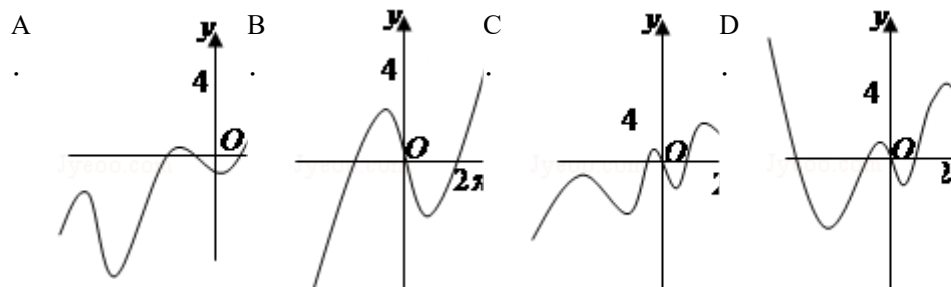
根据上表可得回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的 \hat{b} 为9.4，据此模型预报广告费用为6万元时销售额为（ ）

- A 63.6万元 B 65.5万元 C 67.7万元 D 72.0万元

8. （3分）（2011•山东）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ （ $a>0$ ， $b>0$ ）的两条渐近线均和圆C： $x^2+y^2-6x+5=0$ 相切，且双曲线的右焦点为圆C的圆心，则该双曲线的方程为（ ）

- A $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ B $\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{5^2}=1$
C $\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{6^2}=1$ D $\frac{x^2}{6^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$

9. （3分）（2011•山东）函数 $y=\frac{x}{2}-2\sin x$ 的图象大致是（ ）



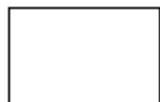
10. （3分）（2011•山东）已知 $f(x)$ 是 \mathbb{R} 上最小正周期为2的周期函数，且当 $0\leq x<2$ 时， $f(x)=x^3-x$ ，则函数 $y=f(x)$ 的图象在区间 $[0, 6]$ 上与 x 轴的交点的个数为（ ）

- A 6 B 7 C 8 D 9

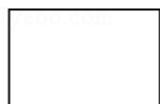
11. （3分）（2011•山东）如图是长和宽分别相等的两个矩形．给定下列三个命题：

- ①存在三棱柱，其正（主）视图、俯视图如图；
②存在四棱柱，其正（主）视图、俯视图如图；
③存在圆柱，其正（主）视图、俯视图如图．

其中真命题的个数是（ ）



正（主）视图



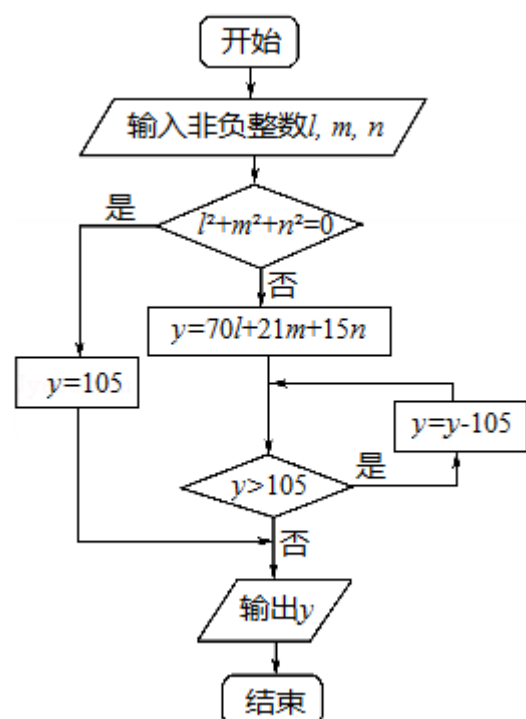
俯视图

- A 3 B 2 C 1 D 0

12. (3分) (2011•山东) 设 A_1, A_2, A_3, A_4 是平面直角坐标系中两两不同的四点, 若 $\overrightarrow{A_1A_3} = \lambda \overrightarrow{A_1A_2}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$), $\overrightarrow{A_1A_4} = \mu \overrightarrow{A_1A_2}$ ($\mu \in \mathbb{R}$), 且 $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 2$, 则称 A_3, A_4 调和分割 A_1, A_2 , 已知点 $C(c, 0), D(d, 0)$ ($c, d \in \mathbb{R}$) 调和分割点 $A(0, 0), B(1, 0)$, 则下面说法正确的是 ()
- A C可能是线段A
 - . B的中点
 - B D可能是线段A
 - . B的中点
 - C C, D可能同时
 - . 在线段AB上
 - D C, D不可能同
 - . 时在线段AB的
 - 延长线上

二、填空题 (共4小题, 每小题3分, 满分12分)

13. (3分) (2011•山东) 执行如图所示的程序框图, 输入 $l=2, m=3, n=5$, 则输出的 y 的值是_____.



14. (3分) (2011•山东) 若 $(x - \frac{\sqrt{a}}{x^2})^6$ 式的常数项为60, 则常数a的值为_____

15. (3分) (2011•山东) 设函数 $f(x) = \frac{x}{x+2}$ ($x > 0$), 观察:

$$f_1(x) = f(x) = \frac{x}{x+2},$$

$$f_2(x) = f(f_1(x)) = \frac{x}{3x+4},$$

$$f_3(x) = f(f_2(x)) = \frac{x}{7x+8},$$

$$f_4(x) = f(f_3(x)) = \frac{x}{15x+16},$$

...

根据以上事实, 由归纳推理可得:

当 $n \in \mathbb{N}^*$ 且 $n \geq 2$ 时, $f_n(x) = f(f_{n-1}(x)) =$ _____.

16. (3分) (2011•山东) 已知函数 $f(x) = \log_a x + x - b$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$). 当 $2 < a < 3 < b < 4$ 时, 函数 $f(x)$ 的零点 $x_0 \in (n, n+1)$, $n \in \mathbb{N}^*$, 则 $n =$ _____.

三、解答题 (共6小题, 满分74分)

17. (12分) (2011•山东) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知

$$\frac{\cos A - 2\cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}$$

(I) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值;

(II) 若 $\cos B = \frac{1}{4}$, $b = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

18. (12分) (2011•山东) 红队队员甲、乙、丙与蓝队队员A、B、C进行围棋比赛, 甲对A, 乙对B, 丙对C各一盘, 已知甲胜A, 乙胜B, 丙胜C的概率分别为0.6, 0.5, 0.5, 假设各盘比赛结果相互独立.

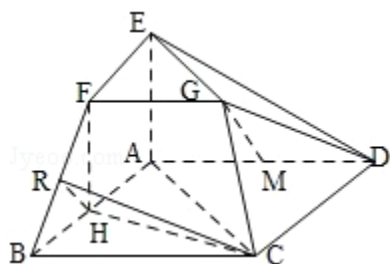
(I) 求红队至少两名队员获胜的概率;

(II) 用 ξ 表示红队队员获胜的总盘数, 求 ξ 的分布列和数学期望 $E\xi$.

19. (12分) (2011•山东) 在如图所示的几何体中, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $\angle ACB = 90^\circ$, $EA \perp$ 平面 $ABCD$, $EF \parallel AB$, $FG \parallel BC$, $EG \parallel AC$. $AB = 2EF$.

(I) 若 M 是线段 AD 的中点, 求证: $GM \parallel$ 平面 $ABFE$;

(II) 若 $AC = BC = 2AE$, 求二面角 $A - BF - C$ 的大小.



20. (12分) (2011•山东) 等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_2, a_3 分别是下表第一、二、三行中的某一个数. 且 a_1, a_2, a_3 中的任何两个数不在下表的同一列.

	第一列	第二列	第三列
第一行	3	2	10
第二行	6	4	14
第三行	9	8	18

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

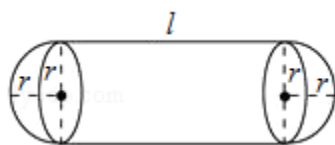
(II) 如数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n + (-1)^n \ln a_n$, 求数列 b_n 的前 n 项和 s_n .

21. (12分) (2011•山东) 某企业拟建造如图所示的容器(不计厚度, 长度单位: 米), 其中容器的中间为圆柱形, 左右两端均为半球形, 按照设计要求容器的体积为 $\frac{80\pi}{3}$ 立方米,

且 $l \geq 2r$. 假设该容器的建造费用仅与其表面积有关. 已知圆柱形部分每平方米建造费用为3千元, 半球形部分每平方米建造费用为 c ($c > 3$) 千元. 设该容器的建造费用为 y 千元.

(I) 写出 y 关于 r 的函数表达式, 并求该函数的定义域;

(II) 求该容器的建造费用最小时的 r .



22. (14分) (2011•山东) 已知直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ 交于 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$

两不同点, 且 $\triangle OPQ$ 的面积 $S_{\triangle OPQ} = \frac{\sqrt{6}}{2}$, 其中 O 为坐标原点.

(I) 证明 $x_1^2 + x_2^2$ 和 $y_1^2 + y_2^2$ 均为定值;

(II) 设线段 PQ 的中点为 M , 求 $|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{PQ}|$ 的最大值;

(III) 椭圆 C 上是否存在点 D, E, G , 使得 $S_{\triangle ODE} = S_{\triangle ODG} = S_{\triangle OEG} = \frac{\sqrt{6}}{2}$? 若存在, 判断 $\triangle DEG$ 的形状; 若不存在, 请说明理由.