

# 2015 年普通高等学校招生全国统一考试（福建卷）

## 数 学（文史类）

### 第 I 卷（选择题共 60 分）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若  $(1+i)+(2-3i)=a+bi$  ( $a, b \in R, i$  是虚数单位)，则  $a, b$  的值分别等于 ( )

A. 3, -2    B. 3, 2    C. 3, -3    D. -1, 4

2. 若集合  $M = \{x | -2 \leq x < 2\}$ ,  $N = \{0, 1, 2\}$ , 则  $M \cap N$  等于 ( )

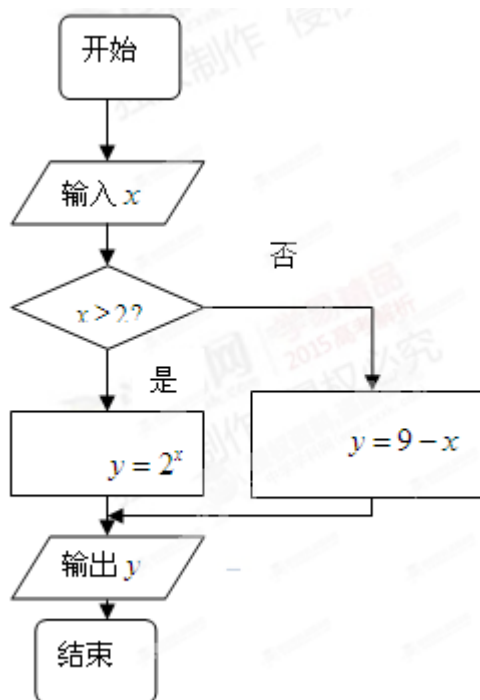
A.  $\{0\}$     B.  $\{1\}$     C.  $\{0, 1, 2\}$     D.  $\{0, 1\}$

3. 下列函数为奇函数的是 ( )

A.  $y = \sqrt{x}$     B.  $y = e^x$     C.  $y = \cos x$     D.  $y = e^x - e^{-x}$

4. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序。若输入  $x$  的值为 1，则输出  $y$  的值为 ( )

A. 2    B. 7    C. 8    D. 128



5. 若直线  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 过点  $(1, 1)$ , 则  $a + b$  的最小值等于 ( )

A. 2    B. 3    C. 4    D. 5

6. 若  $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ , 且  $\alpha$  为第四象限角, 则  $\tan \alpha$  的值等于 ( )

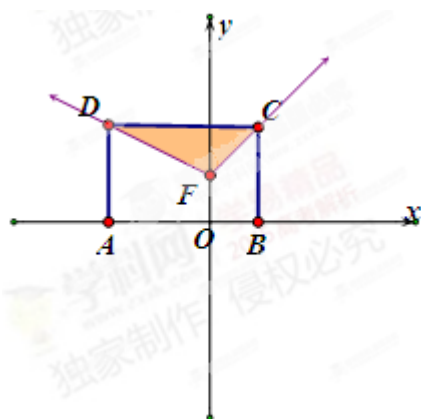
A.  $\frac{12}{5}$     B.  $-\frac{12}{5}$     C.  $\frac{5}{12}$     D.  $-\frac{5}{12}$

7. 设  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (1, 1)$ ,  $\vec{c} = \vec{a} + k\vec{b}$ . 若  $\vec{b} \perp \vec{c}$ , 则实数  $k$  的值等于 ( )

A.  $-\frac{3}{2}$     B.  $-\frac{5}{3}$     C.  $\frac{5}{3}$     D.  $\frac{3}{2}$

8. 如图, 矩形  $ABCD$  中, 点  $A$  在  $x$  轴上, 点  $B$  的坐标为  $(1, 0)$ . 且点  $C$  与点  $D$  在函数  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ -\frac{1}{2}x+1, & x < 0 \end{cases}$

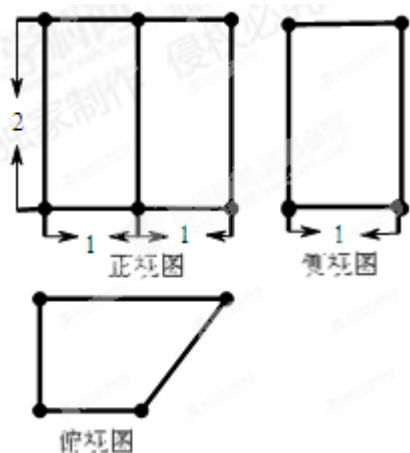
的图像上. 若在矩形  $ABCD$  内随机取一点, 则该点取自阴影部分的概率等于 ( )



A.  $\frac{1}{6}$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $\frac{3}{8}$     D.  $\frac{1}{2}$

9. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积等于 ( )

A.  $8+2\sqrt{2}$     B.  $11+2\sqrt{2}$     C.  $14+2\sqrt{2}$     D. 15



10. 变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-2y+2 \geq 0 \\ mx-y \leq 0 \end{cases}$ , 若  $z=2x-y$  的最大值为 2, 则实数  $m$  等于 ( )

- A. -2    B. -1    C. 1    D. 2

11. 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F$ . 短轴的一个端点为  $M$ , 直线  $l: 3x-4y=0$  交椭圆

$E$  于  $A, B$  两点. 若  $|AF| + |BF| = 4$ , 点  $M$  到直线  $l$  的距离不小于  $\frac{4}{5}$ , 则椭圆  $E$  的离心率的取值范围是 ( )

- A.  $(0, \frac{\sqrt{3}}{2}]$     B.  $(0, \frac{3}{4}]$     C.  $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$     D.  $[\frac{3}{4}, 1)$

12. “对任意  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $k \sin x \cos x < x$ ” 是 “ $k < 1$ ” 的 ( )

- A. 充分而不必要条件    B. 必要而不充分条件    C. 充分必要条件    D. 既不充分也不必要条件

## 第 II 卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某校高一年级有 900 名学生, 其中女生 400 名, 按男女比例用分层抽样的方法, 从该年级学生中抽取一个容量为 45 的样本, 则应抽取的男生人数为\_\_\_\_\_.

14. 若  $\triangle ABC$  中,  $AC = \sqrt{3}$ ,  $A = 45^\circ$ ,  $C = 75^\circ$ , 则  $BC =$ \_\_\_\_\_.

15. 若函数  $f(x) = 2^{|x-a|} (a \in R)$  满足  $f(1+x) = f(1-x)$ , 且  $f(x)$  在  $[m, +\infty)$  单调递增, 则实数  $m$  的最小值等于\_\_\_\_\_.

16. 若  $a, b$  是函数  $f(x) = x^2 - px + q (p > 0, q > 0)$  的两个不同的零点, 且  $a, b, -2$  这三个数可适当排序后成等差数列, 也可适当排序后成等比数列, 则  $p+q$  的值等于\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 = 4$ ,  $a_4 + a_7 = 15$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 设  $b_n = 2^{a_n-2} + n$ , 求  $b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{10}$  的值.

18. (本题满分 12 分)

全网传播的融合指数是衡量电视媒体在中国网民中影响的综合指标. 根据相关报道提供的全网传播 2015

年某全国性大型活动的“省级卫视新闻台”融合指数的数据，对名列前 20 名的“省级卫视新闻台”的融合指数进行分组统计，结果如表所示.

组号	分组	频数
1	$[4,5)$	2
2	$[5,6)$	8
3	$[6,7)$	7
4	$[7,8]$	3

(I) 现从融合指数在  $[4,5)$  和  $[7,8]$  内的“省级卫视新闻台”中随机抽取 2 家进行调研，求至少有 1 家的融合指数在  $[7,8]$  的概率；

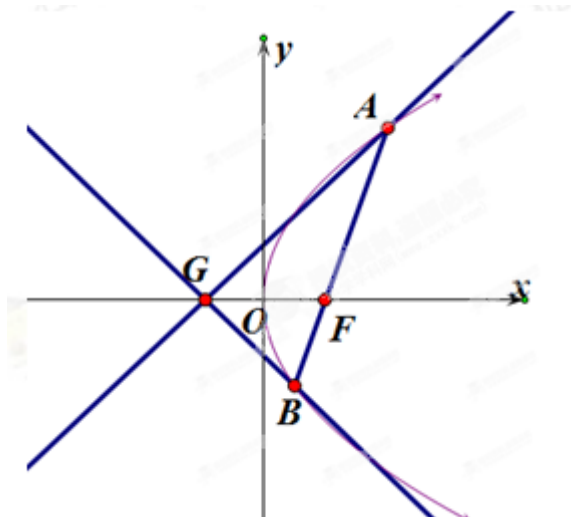
(II) 根据分组统计表求这 20 家“省级卫视新闻台”的融合指数的平均数.

19. (本小题满分 12 分)

已知点  $F$  为抛物线  $E: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点，点  $A(2, m)$  在抛物线  $E$  上，且  $|AF| = 3$ .

(I) 求抛物线  $E$  的方程；

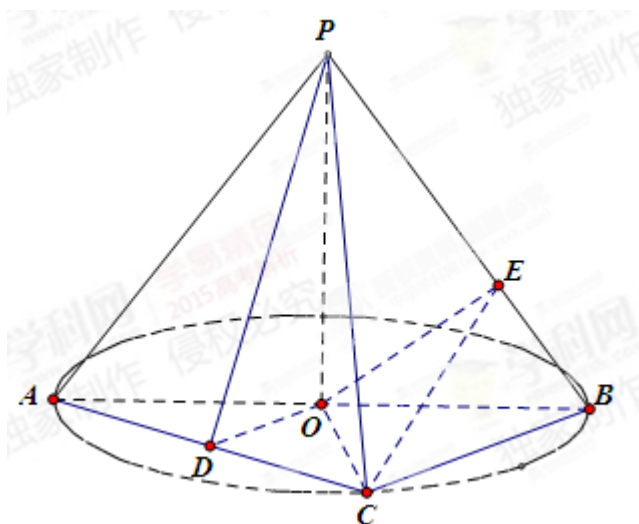
(II) 已知点  $G(-1, 0)$ ，延长  $AF$  交抛物线  $E$  于点  $B$ ，证明：以点  $F$  为圆心且与直线  $GA$  相切的圆，必与直线  $GB$  相切.



20. (本题满分 12 分)

如图， $AB$  是圆  $O$  的直径，点  $C$  是圆  $O$  上异于  $A, B$  的点， $PO$  垂直于圆  $O$  所在的平面，且  $PO = OB = 1$ 。

- (I) 若  $D$  为线段  $AC$  的中点，求证  $AC \perp$  平面  $PDO$ ；
- (II) 求三棱锥  $P-ABC$  体积的最大值；
- (III) 若  $BC = \sqrt{2}$ ，点  $E$  在线段  $PB$  上，求  $CE + OE$  的最小值。



21. (本题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 10\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 10 \cos^2 \frac{x}{2}$ .

- (I) 求函数  $f(x)$  的最小正周期；
- (II) 将函数  $f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度，再向下平移  $a$  ( $a > 0$ ) 个单位长度后得到函数  $g(x)$  的图象，且函数  $g(x)$  的最大值为 2.
- (i) 求函数  $g(x)$  的解析式；
- (ii) 证明：存在无穷多个互不相同的正整数  $x_0$ ，使得  $g(x_0) > 0$ .

22. (本小题满分 14 分)

已知函数  $f(x) = \ln x - \frac{(x-1)^2}{2}$ .

- (I) 求函数  $f(x)$  的单调递增区间；
- (II) 证明：当  $x > 1$  时， $f(x) < x - 1$ ；
- (III) 确定实数  $k$  的所有可能取值，使得存在  $x_0 > 1$ ，当  $x \in (1, x_0)$  时，恒有  $f(x) > k(x-1)$ .