

2018年北京市高考数学试卷（理科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

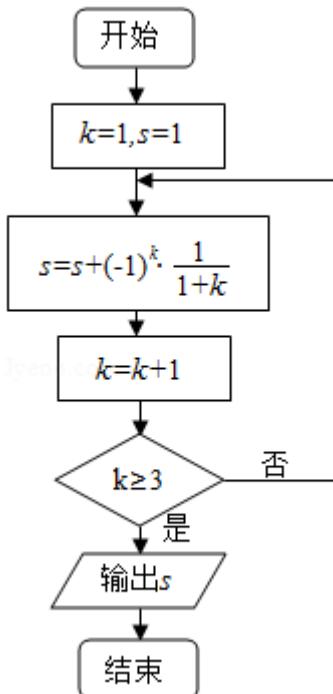
1. (5分) 已知集合 $A=\{x|x<2\}$, $B=\{-2, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$
C. $\{-2, 0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. (5分) 在复平面内, 复数 $\frac{1}{1-i}$ 的共轭复数对应的点位于()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为()

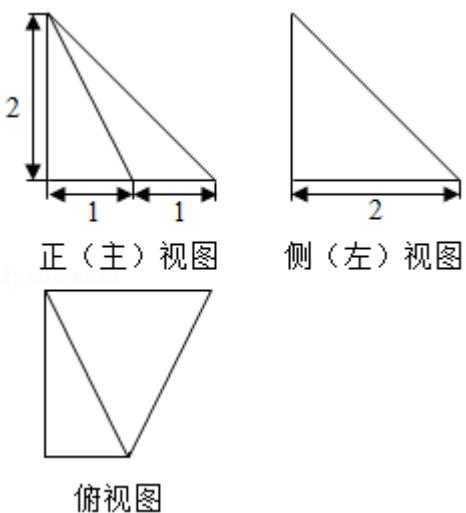


- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{7}{6}$ D. $\frac{7}{12}$

4. (5分) “十二平均律”是通用的音律体系, 明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例, 为这个理论的发展做出了重要贡献, 十二平均律将一个纯八度音程分成十二份, 依次得到十三个单音, 从第二个单音起, 每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$. 若第一个单音的频率为 f , 则第八个单音的频率为()

- A. $\sqrt[3]{2}f$ B. $\sqrt[3]{2^2}f$ C. $\sqrt[12]{2^5}f$ D. $\sqrt[12]{2^7}f$

5. (5分) 某四棱锥的三视图如图所示，在此四棱锥的侧面中，直角三角形的个数为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. (5分) 设 \vec{a} , \vec{b} 均为单位向量，则“ $|\vec{a} - 3\vec{b}| = |3\vec{a} + \vec{b}|$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的（ ）

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. (5分) 在平面直角坐标系中，记d为点P($\cos\theta, \sin\theta$)到直线 $x - my - 2 = 0$ 的距离。当 θ, m 变化时，d的最大值为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. (5分) 设集合A={ $(x, y) | x - y \geq 1, ax + y > 4, x - ay \leq 2$ }，则（ ）

- A. 对任意实数a， $(2, 1) \in A$ B. 对任意实数a， $(2, 1) \notin A$
C. 当且仅当 $a < 0$ 时， $(2, 1) \notin A$ D. 当且仅当 $a \leq \frac{3}{2}$ 时， $(2, 1) \notin A$

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。

9. (5分) 设 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1=3, a_2+a_5=36$ ，则 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____

.

10. (5分) 在极坐标系中，直线 $\rho\cos\theta + \rho\sin\theta = a$ ($a > 0$) 与圆 $\rho = 2\cos\theta$ 相切，则 $a =$ _____.

11. (5分) 设函数 $f(x) = \cos(\omega x - \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$)，若 $f(x) \leq f(\frac{\pi}{4})$ 对任意的实数x都成立，则 ω 的最小值为_____.

12. (5分) 若 x, y 满足 $x+1 \leq y \leq 2x$, 则 $2y - x$ 的最小值是_____.
13. (5分) 能说明“若 $f(x) > f(0)$ 对任意的 $x \in (0, 2]$ 都成立, 则 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上是增函数”为假命题的一个函数是_____.
14. (5分) 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 双曲线 $N: \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1$. 若双曲线 N 的两条渐近线与椭圆 M 的四个交点及椭圆 M 的两个焦点恰为一个正六边形的顶点, 则椭圆 M 的离心率为_____; 双曲线 N 的离心率为_____.

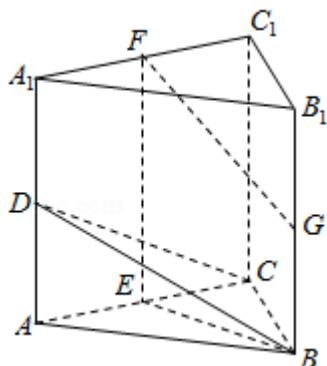
三、解答题共6小题, 共80分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

15. (13分) 在 $\triangle ABC$ 中, $a=7$, $b=8$, $\cos B = -\frac{1}{7}$.

- (I) 求 $\angle A$;
 (II) 求 AC 边上的高.

16. (14分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $CC_1 \perp$ 平面 ABC , D, E, F, G 分别为 AA_1, AC, A_1C_1, BB_1 的中点, $AB = BC = \sqrt{5}$, $AC = AA_1 = 2$.

- (I) 求证: $AC \perp$ 平面 BEF ;
 (II) 求二面角 $B - CD - C_1$ 的余弦值;
 (III) 证明: 直线 FG 与平面 BCD 相交.



17. (12分) 电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率是指：一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

假设所有电影是否获得好评相互独立.

- (I) 从电影公司收集的电影中随机选取1部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；
- (II) 从第四类电影和第五类电影中各随机选取1部，估计恰有1部获得好评的概率；
- (III) 假设每类电影得到人们喜欢的概率与表格中该类电影的好评率相等. 用“ $\xi_k=1$ ”表示第k类电影得到人们喜欢. “ $\xi_k=0$ ”表示第k类电影没有得到人们喜欢($k=1, 2, 3, 4, 5, 6$). 写出方差 $D\xi_1, D\xi_2, D\xi_3, D\xi_4, D\xi_5, D\xi_6$ 的大小关系.

18. (13分) 设函数 $f(x) = [ax^2 - (4a+1)x + 4a + 3]e^x$.

- (I) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与x轴平行，求a；
- (II) 若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极小值，求a的取值范围.

19. (14分) 已知抛物线C: $y^2=2px$ 经过点P(1, 2), 过点Q(0, 1)的直线l与抛物线C有两个不同的交点A, B, 且直线PA交y轴于M, 直线PB交y轴于N

(I) 求直线l的斜率的取值范围;

(II) 设O为原点, $\vec{QM}=\lambda\vec{QO}$, $\vec{QN}=\mu\vec{QO}$, 求证: $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}$ 为定值.

20. (14分) 设n为正整数, 集合 $A=\{\alpha|\alpha=(t_1, t_2, \dots, t_n), t_k\in\{0, 1\}, k=1, 2, \dots, n\}$, 对于集合A中的任意元素 $\alpha=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和 $\beta=(y_1, y_2, \dots, y_n)$, 记

$$M(\alpha, \beta)=\frac{1}{2}[(x_1+y_1-|x_1-y_1|)+(x_2+y_2-|x_2-y_2|)+\dots+(x_n+y_n-|x_n-y_n|)]$$

- (I) 当n=3时, 若 $\alpha=(1, 1, 0)$, $\beta=(0, 1, 1)$, 求 $M(\alpha, \alpha)$ 和 $M(\alpha, \beta)$ 的值;
- (II) 当n=4时, 设B是A的子集, 且满足: 对于B中的任意元素 α, β , 当 α, β 相同时, $M(\alpha, \beta)$ 是奇数; 当 α, β 不同时, $M(\alpha, \beta)$ 是偶数. 求集合B中元素个数的最大值;
- (III) 给定不小于2的n, 设B是A的子集, 且满足: 对于B中的任意两个不同的元素 α, β , $M(\alpha, \beta)=0$, 写出一个集合B, 使其元素个数最多, 并说明理由.