

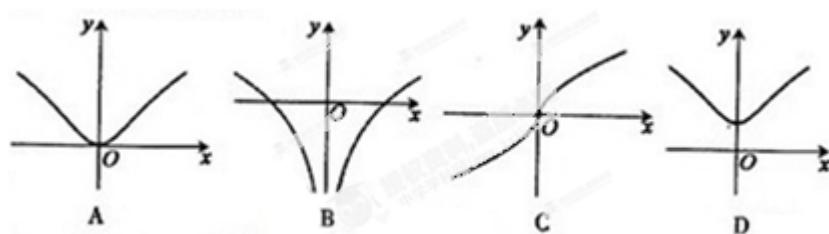
数学试题（文史类）

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数的 $Z = -1 - 2i$ (i 为虚数单位) 在复平面内对应的点位于模为()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 设点 $P(x, y)$, 则“ $x = 2$ 且 $y = -1$ ” 是“点 P 在直线 $l: x + y - 1 = 0$ 上”的()
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 若集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 4\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数为()
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 16
4. 双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的顶点到其渐近线的距离等于()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

5. 函数 $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ 的图像大致是()



6. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x \geq 1, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值和最小值分别为()

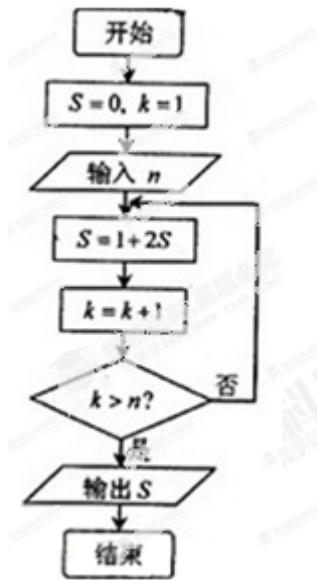
- A. 4 和 3 B. 4 和 2 C. 3 和 2 D. 2 和 0
7. 若 $2^x + 2^y = 1$, 则 $x + y$ 的取值范围是()

- A. $[0, 2]$ B. $[-2, 0]$ C. $[-2, +\infty]$ D. $[-\infty, -2]$

8. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 如果输入某个正整数 n 后,

输出的 $S \in (10, 20)$, 那么 n 的值为()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



9. 将函数 $f(x) = \sin(2x + \theta) \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ 的图像向右平移 $\varphi (\varphi > 1)$ 个单位长度后得到函数

$g(x)$ 的图像, 若 $f(x), g(x)$ 的图像都经过点 $P\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则 φ 的值可以是()

- A. $\frac{5\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{6}$

10. 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AC} = (1, 2)$, $\overrightarrow{BD} = (-4, 2)$, 则该四边形的面积为()

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 5 D. 10

11. 已知 x 与 y 之间的几组数据如下表:

x	1	2	3	4	5	6
y	0	2	1	3	3	4

假设根据上表数据所得线性回归直线方程为 $\hat{y} = \dot{b}x + \dot{a}$, 若某同学根据上表

中的前两组数据 $(1, 0)$ 和 $(2, 2)$ 求得的直线方程为 $y' = b'x + a'$, 则以下结论正确的是()

- A. $\dot{b} > b', \dot{a} > a'$ B. $\dot{b} > b', \dot{a} < a'$ C. $\dot{b} < b', \dot{a} > a'$ D. $\dot{b} < b', \dot{a} < a'$

12. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R , $x_0 (x_0 \neq 0)$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 以下结论一定正确的是
()

- A. $\forall x \in R, f(x) \leq f(x_0)$ B. $-x_0$ 是 $f(-x)$ 的极小值点
C. $-x_0$ 是 $-f(x)$ 的极小值点 D. $-x_0$ 是 $-f(-x)$ 的极小值点

第 II 卷 (非选择题 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x^3, & x < 0, \\ -\tan x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ 则 $f\left(f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 利用计算机产生 $0 \sim 1$ 之间的均匀随机数 a , 则事件“ $3a - 1 < 0$ ”发生的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 椭圆 $r: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 焦距为 $2c$. 若直线

$y = \sqrt{3}(x + c)$ 与椭圆 r 的一个交点 M 满足 $\angle MF_1F_2 = 2\angle MF_2F_1$, 则该椭圆的离心率等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 设 S, T 是 R 的两个非空子集, 如果存在一个从 S 到 T 的函数 $y = f(x)$ 满足:

(i) $T = \{f(x) | x \in S\}$; (ii) 对任意 $x_1, x_2 \in S$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有 $f(x_1) < f(x_2)$,

那么称这两个集合“保序同构”, 现给出以下 3 对集合:

① $A = N, B = N^*$;

② $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}, B = \{x | -8 \leq x \leq 10\}$;

③ $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}, B = R$.

其中, “保序同构”的集合对的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出“保序同构”的集合对的序号).

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = 1$, 前 n 项和为 S_n .

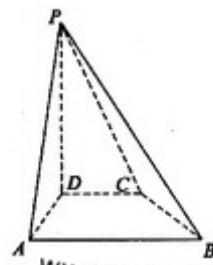
(I) 若 $1, a_1, a_3$ 成等比数列, 求 a_1 ;

(II) 若 $S_5 > a_1 a_9$, 求 a_i 的取值范围。

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱柱 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel DC$,
 $AB \perp AD$, $BC = 5$, $DC = 3$, $AD = 4$, $\angle PAD = 60^\circ$.

- (I) 当正视方向与向量 \overrightarrow{AD} 的方向相同时, 画出四棱锥 $P-ABCD$ 的正视图 (要求标出尺寸, 并写出演算过程);
- (II) 若 M 为 PA 的中点, 求证: 求二面角 $DM \parallel$ 平面 PBC ;
- (III) 求三棱锥 $D-PBC$ 的体积.



19. (本小题满分 12 分)

某工厂有 25 周岁以上 (含 25 周岁) 工人 300 名, 25 周岁以下工人 200 名. 为研究工人的日平均生产量是否与年龄有关, 现采用分层抽样的方法, 从中抽取了 100 名工人, 先统计了他们某月的日平均生产件数, 然后按工人年龄在 “25 周岁以上 (含 25 周岁)” 和 “25 周岁以下” 分为两组, 再将两组工人的日平均生产件数分为 5 组: $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$,

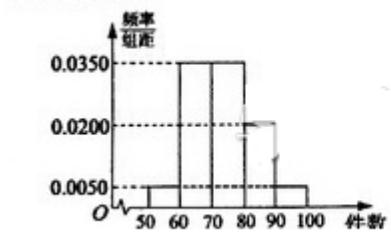
$[80, 90)$, $[90, 100)$ 分别加以统计, 得到如图所示的频率分布直方图.

- (I) 从样本中日平均生产件数不足 60 件的工人中随机抽取 2 人, 求至少抽到一名 “25 周岁以下组” 工人的概率;
- (II) 规定日平均生产件数不少于 80 件者为 “生产能手”, 请你根据已知条件完成列联表, 并判断是否有 90% 的把握认为 “生产能手与工人所在的年龄组有关” ?

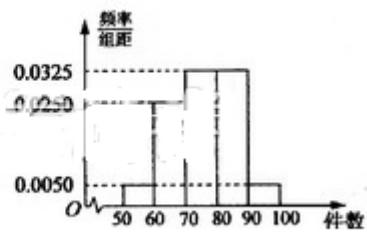
$$\text{附: } x^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})}{n_{1*}n_{2*}n_{*1}n_{*2}}$$

$$(\text{注: 此公式也可以写成 } k^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)})$$

$P(x^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828



25 周岁以上组

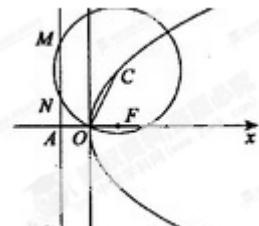


25 周岁以下组

20. (本小题满分 12 分)

如图, 抛物线 $E: y^2 = 4x$ 的焦点为 F, 准线 l 与 x 轴的交点为 A. 点 C 在抛物线 E 上, 以 C 为圆心, $|CO|$ 为半径作圆, 设圆 C 与准线 l 交于不同的两点 M, N.

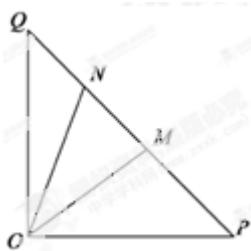
- 若点 C 的纵坐标为 2, 求 $|MN|$;
- 若 $|AF|^2 = |AM| \cdot |AN|$, 求圆 C 的半径.



21. (本小题满分 12 分)

如图, 在等腰直角 $\triangle OPQ$ 中, $\angle POQ = 90^\circ$, $OP = 2\sqrt{2}$, 点 M 在线段 PQ 上.

- 若 $OM = \sqrt{5}$, 求 PM 的长;
- 若点 N 在线段 MQ 上, 且 $\angle MON = 30^\circ$, 问: 当 $\angle POM$ 取何值时, $\triangle OMN$ 的面积最小? 并求出面积的最小值.



22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x - 1 + \frac{a}{e^x}$ ($a \in R, e$ 为自然对数的底数)

- 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线平行于 x 轴, 求 a 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 的极值;

(III) 当 $a=1$ 时, 若直线 $l: y=kx-1$ 与曲线 $y=f(x)$ 没有公共点, 求 k 的最大值.