绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学Ⅰ

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1．本试卷共4页，均为非选择题(第1题~第20题，共20题)。本卷满分为160分，考试时间为120分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一片交回。

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。

3．请认真核对监考员从答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。

4．作答试题，必须用0.5毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

参考公式：

样本数据$x_1,x_2,\dots,x_n$的方差$s^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2$，其中$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$．

柱体的体积$V=Sh$，其中S是柱体的底面积，h是柱体的高．

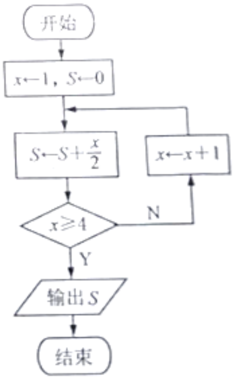
锥体的体积$V=\frac{1}{3}Sh$，其中S是锥体的底面积，h是锥体的高．

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分．请把答案填写在答题卡相应位置上．

1．已知集合$A=\{-1,0,1,6\}$，$B=\{x\mid x>0,x\in\mathbf{R}\}$，则$A\bigcap B=$ ▲ .

2．已知复数$(a+2\mathrm{i})(1+\mathrm{i})$的实部为0，其中$\mathrm{i}$为虚数单位，则实数$a$的值是 ▲ .

3．下图是一个算法流程图，则输出的S的值是 ▲ .



（第3题）

4．函数 $y=\sqrt{7+6x-x^2}$ 的定义域是▲.

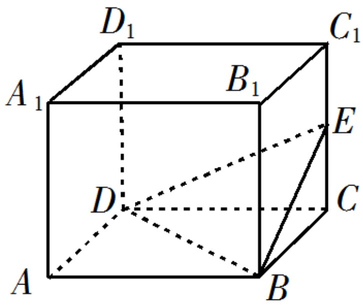
5．已知一组数据6，7，8，8，9，10，则该组数据的方差是▲.

6．从3名男同学和2名女同学中任选2名同学参加志愿者服务，则选出的2名同学中至少有1名女同学的概率是▲.

7．在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 经过点（3，4），则该双曲线的渐近线方程是▲.

8．已知数列 $\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$ 是等差数列，S_n 是其前n项和.若 $a_2a_5+a_8=0,S_9=27$，则 S_8 的值是▲.

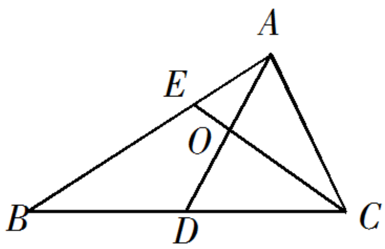
9．如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积是120，E为 CC_1 的中点，则三棱锥E-BCD的体积是▲.



10．在平面直角坐标系 xOy 中，P是曲线 $y=x+\frac{4}{x}(x>0)$ 上的一个动点，则点P到直线$x+y=0$的距离的最小值是▲.

11．在平面直角坐标系 xOy 中，点A在曲线$y=\ln x$上，且该曲线在点A处的切线经过点（-e，-1)(e为自然对数的底数），则点A的坐标是▲.

12．如图，在$\triangle ABC$中，D是BC的中点，E在边AB上，$BE=2EA$，AD与CE交于点O.若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{EC}$，则 $\frac{AB}{AC}$ 的值是▲.



13．已知$\dfrac{\tan\alpha}{\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)}=-\dfrac{2}{3}$，则$\sin\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$的值是__▲__.

14．设$f(x),g(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的两个周期函数，$f(x)$的周期为4，$g(x)$的周期为2，且$f(x)$是奇函数.

当$x\in(0,2]$时，$f(x)=\sqrt{1-(x-1)^2}$，$g(x)=\begin{cases}k(x+2),0<x\le 1\\ -\dfrac{1}{2},1<x\le 2\end{cases}$，其中$k$>0.若在区间(0，9]上，关于$x$的方程$f(x)=g(x)$有8个不同的实数根，则$k$的取值范围是__▲__.

二、解答题：本大题共6小题，共计90分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．（本小题满分14分）

在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c.

（1）若a=3c，b=$\sqrt{2}$，cos$B$=$\dfrac{2}{3}$，求c的值；

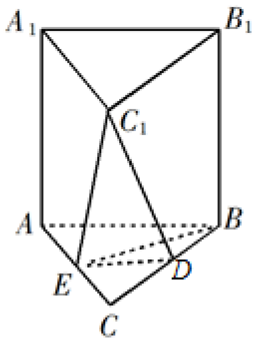
（2）若$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\cos B}{2b}$，求$\sin(B+\dfrac{\pi}{2})$的值.

16．（本小题满分14分）

如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，D，E分别为BC，AC的中点，AB=BC.

求证：（1）A_1B_1∥平面DEC_1；

（2）$BE\perp C_1E$.



17．（本小题满分14分）

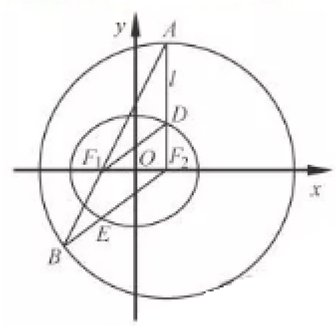
如图，在平面直角坐标系xOy中，椭圆$C: \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点为$F_1$（﹣1、0），

F_2（1，0）．过F_2作x轴的垂线l，在x轴的上方，l与圆F_2: $(x-1)^2+y^2=4a^2$交于点A，与椭圆C交于点D.连结AF_1并延长交圆F_2于点B，连结BF_2交椭圆C于点E，连结DF_1.

已知$DF_1=\dfrac{5}{2}$.

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）求点E的坐标.



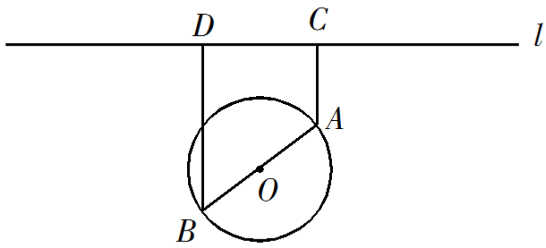
18．（本小题满分16分）

如图，一个湖的边界是圆心为O的圆，湖的一侧有一条直线型公路l，湖上有桥AB（AB是圆O的直径）．规划在公路l上选两个点P、Q，并修建两段直线型道路PB、QA．规划要求:线段PB、QA上的所有点到点O的距离均不小于圆O的半径．已知点A、B到直线l的距离分别为AC和BD（C、D为垂足），测得AB=10，AC=6，BD=12（单位:百米）．

（1）若道路PB与桥AB垂直，求道路PB的长；

（2）在规划要求下，P和Q中能否有一个点选在D处？并说明理由；

（3）对规划要求下，若道路PB和QA的长度均为d（单位：百米）.求当d最小时，P、Q两点间的距离
.



19．（本小题满分16分）

设函数 $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c), a,b,c\in \mathrm{R}$ 、 $f'(x)$ 为f（x）的导函数.

（1）若a=b=c，f（4）=8，求a的值；

（2）若a≠b，b=c，且f（x）和 $f'(x)$ 的零点均在集合 $\{-3,1,3\}$ 中，求f（x）的极小值；

（3）若 $a=0, 0<b\leq 1, c=1$，且f（x）的极大值为M，求证:M≤ $\dfrac{4}{27}$.

20．（本小满分16分）

定义首项为1且公比为正数的等比数列为“M－数列”.

（1）已知等比数列$\{a_n\}$ $(n\in \mathbf{N}^*)$ 满足： $a_2a_4=a_5, a_3-4a_2+4a_1=0$ ，求证:数列$\{a_n\}$为“M－数列”
；

（2）已知数列$\{b_n\}$满足: $b_1=1, \dfrac{1}{S_n}=\dfrac{2}{b_n}-\dfrac{2}{b_{n+1}}$ ，其中S_n为数列$\{b_n\}$的前n项和.

①求数列$\{b_n\}$的通项公式；

②设m为正整数，若存在“M－数列”$\{c_n\}$ $(n\in \mathbf{N}^*)$ ，对任意正整数k，当k≤m时，都有 $c_k\leq b_k\leq c_{k+1}$
成立，求m的最大值.

数学Ⅱ(附加题)

21．【选做题】本题包括A、B、C三小题，请选定其中两小题，并在相应的答题区域内作答．若多做，则按作答的前两小题评分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

A.[选修4-2：矩阵与变换]（本小题满分10分）

已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{bmatrix}$

（1）求$\boldsymbol{A}^2$；

（2）求矩阵$\boldsymbol{A}$的特征值.

B.[选修4-4：坐标系与参数方程]（本小题满分10分）

在极坐标系中，已知两点 $A\left(3,\dfrac{\pi}{4}\right),B\left(\sqrt{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$，直线$l$的方程为 $\rho\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=3$.

（1）求A，B两点间的距离；（2）求点B到直线l的距离.

C.[选修4-5：不等式选讲]（本小题满分10分）

设 $x\in\mathbf{R}$，解不等式 $|x|+|2x-1|>2$.

【必做题】第22题、第23题，每题10分，共计20分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

22.（本小题满分10分）设 $(1+x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n,n\geqslant 4,n\in\mathbf{N}^*$.已知 $a_3^2=2a_2a_4$.

（1）求n的值；（2）设 $(1+\sqrt{3})^n=a+b\sqrt{3}$，其中 $a,b\in\mathbf{N}^*$，求 a^2-3b^2 的值.

23.（本小题满分10分）在平面直角坐标系xOy中，设点集 $A_n=\{(0,0),(1,0),(2,0),\ldots,(n,0)\}$,

$B_n=\{(0,1),(n,1)\},C_n=\{(0,2),(1,2),(2,2),\cdots,(n,2)\},n\in\mathbf{N}^*$.

令 $M_n=A_n\cup B_n\cup C_n$.从集合M_n中任取两个不同的点，用随机变量X表示它们之间的距离.

（1）当n=1时，求X的概率分布；

（2）对给定的正整数n（n≥3），求概率P（X≤n）（用n表示）.