

## 2012年北京市高考数学试卷（理科）

一、选择题共8小题。每小题5分。共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. (5分) 已知集合 $A=\{x \in \mathbb{R} \mid 3x+2>0\}$ ,  $B=\{x \in \mathbb{R} \mid (x+1)(x-3)>0\}$ , 则 $A \cap B= (\quad)$

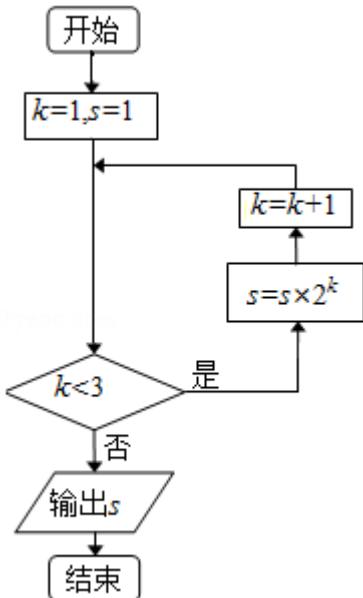
A.  $(-\infty, -1)$  B.  $(-1, -\frac{2}{3})$  C.  $(-\frac{2}{3}, 3)$  D.  $(3, +\infty)$

2. (5分) 设不等式组 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$ , 表示的平面区域为D, 在区域D内随机取一个点, 则此点到坐标原点的距离大于2的概率是( )

A.  $\frac{\pi}{4}$  B.  $\frac{\pi-2}{2}$  C.  $\frac{\pi}{6}$  D.  $\frac{4-\pi}{4}$

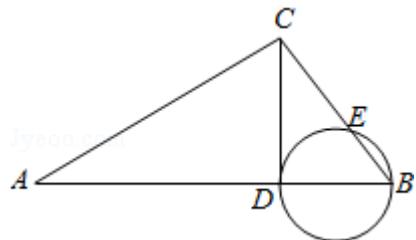
3. (5分) 设 $a, b \in \mathbb{R}$ . “ $a=0$ ”是“复数 $a+bi$ 是纯虚数”的( )
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的S值为( )



A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

5. (5分) 如图,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $CD \perp AB$ 于点D, 以BD为直径的圆与BC交于点E. 则( )

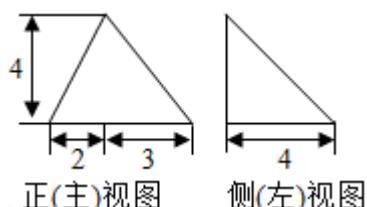


A.  $CE \cdot CB = AD \cdot DB$    B.  $CE \cdot CB = AD \cdot AB$    C.  $AD \cdot AB = CD^2$    D.  $CE \cdot EB = CD^2$

6. (5分) 从0、2中选一个数字. 从1、3、5中选两个数字, 组成无重复数字的三位数. 其中奇数的个数为 ( )

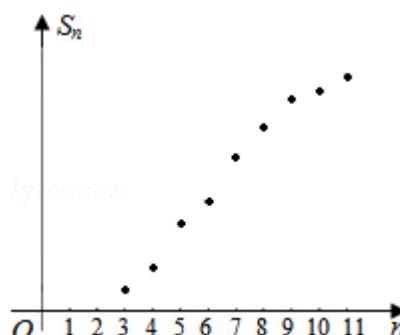
- A. 24      B. 18      C. 12      D. 6

7. (5分) 某三棱锥的三视图如图所示, 该三棱锥的表面积是 ( )



- A.  $28+6\sqrt{5}$       B.  $30+6\sqrt{5}$       C.  $56+12\sqrt{5}$       D.  $60+12\sqrt{5}$

8. (5分) 某棵果树前 $n$ 年的总产量 $S_n$ 与 $n$ 之间的关系如图所示. 从目前记录的结果看, 前 $m$ 年的年平均产量最高, 则 $m$ 的值为 ( )



- A. 5      B. 7      C. 9      D. 11

二. 填空题共6小题. 每小题5分. 共30分.

9. (5分) 直线  $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \end{cases}$  (t为参数) 与曲线  $\begin{cases} x=3\cos\alpha \\ y=3\sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$ 为参数) 的交点个数为 \_\_\_\_\_.

10. (5分) 已知  $\{a_n\}$  是等差数列,  $s_n$  为其前  $n$  项和. 若  $a_1=\frac{1}{2}$ ,  $s_2=a_3$ , 则  $a_2=$  \_\_\_\_\_.

11. (5分) 在  $\triangle ABC$  中, 若  $a=2$ ,  $b+c=7$ ,  $\cos B = -\frac{1}{4}$ , 则  $b=$  \_\_\_\_\_.

12. (5分) 在直角坐标系  $xOy$  中. 直线  $l$  过抛物线  $y^2=4x$  的焦点  $F$ . 且与该抛物线相交于  $A$ 、 $B$  两点. 其中点  $A$  在  $x$  轴上方. 若直线  $l$  的倾斜角为  $60^\circ$ . 则  $\triangle OAF$  的面积为 \_\_\_\_\_.

13. (5分) 已知正方形  $ABCD$  的边长为 1, 点  $E$  是  $AB$  边上的动点. 则  $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB}$  的值为 \_\_\_\_\_.

14. (5分) 已知  $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)$ ,  $g(x)=2^x-2$ , 若同时满足条件:

- ①  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 0$  或  $g(x) < 0$ ;
- ②  $\exists x \in (-\infty, -4), f(x) g(x) < 0$ .

则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、解答题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

15. (13 分) 已知函数  $f(x)=\frac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}$ .

(1) 求  $f(x)$  的定义域及最小正周期;

(2) 求  $f(x)$  的单调递增区间.

16. (14分) 如图1, 在Rt $\triangle ABC$ 中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $BC=3$ ,  $AC=6$ , D, E分别是AC, AB上的点, 且 $DE \parallel BC$ ,  $DE=2$ , 将 $\triangle ADE$ 沿DE折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1C \perp CD$ , 如图2.

- (1) 求证:  $A_1C \perp$ 平面BCDE;
- (2) 若M是 $A_1D$ 的中点, 求CM与平面 $A_1BE$ 所成角的大小;
- (3) 线段BC上是否存在点P, 使平面 $A_1DP$ 与平面 $A_1BE$ 垂直? 说明理由.

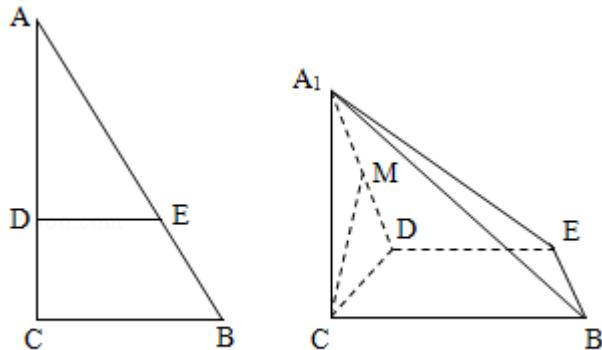


图 1

图 2

17. (13分) 近年来, 某市为促进生活垃圾的分类处理, 将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类, 并分别设置了相应的垃圾箱, 为调查居民生活垃圾分类投放情况, 先随机抽取了该市三类垃圾箱总计1000吨生活垃圾, 数据统计如下(单位: 吨);

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30
其他垃圾	20	20	60

- (1) 试估计厨余垃圾投放正确的概率;
- (2) 试估计生活垃圾投放错误的概率;

(3) 假设厨余垃圾在“厨余垃圾”箱、“可回收物”箱、“其他垃圾”箱的投放量分别为 $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 其中 $a>0$ ,  $a+b+c=600$ . 当数据 $a$ ,  $b$ ,  $c$ 的方差 $s^2$ 最大时, 写出 $a$ ,  $b$ ,  $c$ 的值(结论不要求证明), 并求此时 $s^2$ 的值.

(求:  $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\dots+(x_n-\bar{x})^2]$ , 其中 $\bar{x}$ 为数据 $x_1$ ,  $x_2$ , ...,  $x_n$ 的平均数)

18. (13分) 已知函数 $f(x)=ax^2+1$  ( $a>0$ ),  $g(x)=x^3+bx$

- (1) 若曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点 $(1, c)$ 处具有公共切线, 求 $a$ 、 $b$ 的值;
- (2) 当 $a^2=4b$ 时, 求函数 $f(x)+g(x)$ 的单调区间, 并求其在区间 $(-\infty, -1)$ 上的最大值.

19. (14分) 已知曲线C:  $(5-m)x^2+(m-2)y^2=8$  ( $m\in\mathbb{R}$ )

- (1) 若曲线C是焦点在x轴上的椭圆, 求 $m$ 的取值范围;
- (2) 设 $m=4$ , 曲线C与y轴的交点为A, B(点A位于点B的上方), 直线 $y=kx+4$ 与曲线C交于不同的两点M、N, 直线 $y=1$ 与直线BM交于点G. 求证: A, G, N三点共线.

20. (13分) 设 $A$ 是由 $m \times n$ 个实数组成的 $m$ 行 $n$ 列的数表, 满足: 每个数的绝对值不大于1, 且所有数的和为零, 记 $S(m, n)$ 为所有这样的数表构成的集合. 对于 $A \in S(m, n)$ , 记 $r_i(A)$ 为 $A$ 的第 $i$ 行各数之和( $1 \leq i \leq m$ ),  $c_j(A)$ 为 $A$ 的第 $j$ 列各数之和( $1 \leq j \leq n$ ); 记 $K(A)$ 为 $|r_1(A)|, |r_2(A)|, \dots, |r_m(A)|, |c_1(A)|, |c_2(A)|, \dots, |c_n(A)|$ 中的最小值.

(1) 如表 $A$ , 求 $K(A)$ 的值;

1	1	- 0.8
0.1	- 0.3	- 1

(2) 设数表 $A \in S(2, 3)$ 形如

1	1	c
a	b	- 1

求 $K(A)$ 的最大值;

(3) 给定正整数 $t$ , 对于所有的 $A \in S(2, 2t+1)$ , 求 $K(A)$ 的最大值.