

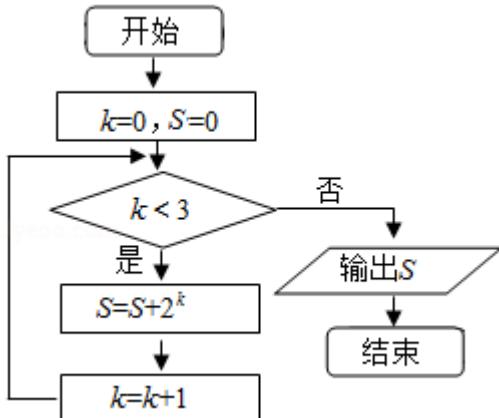
2014年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项

1. (5分) 若集合 $A = \{0, 1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
- A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{0, 4\}$ C. $\{1, 2\}$
D. $\{3\}$

2. (5分) 下列函数中，定义域是 \mathbb{R} 且为增函数的是 ()
- A. $y = e^{-x}$ B. $y = x$ C. $y = \ln x$ D. $y = |x|$
3. (5分) 已知向量 $\vec{a} = (2, 4)$, $\vec{b} = (-1, 1)$, 则 $2\vec{a} - \vec{b} = (\quad)$
- A. $(5, 7)$ B. $(5, 9)$ C. $(3, 7)$ D. $(3, 9)$

4. (5分) 执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为 ()



- A. 1 B. 3 C. 7 D. 15
5. (5分) 设 a , b 是实数，则“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. (5分) 已知函数 $f(x) = \frac{6}{x} - \log_2 x$, 在下列区间中，包含 $f(x)$ 零点的区间是 ()
- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 4)$ D. $(4, +\infty)$
7. (5分) 已知圆 $C: (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 1$ 和两点 $A(-m, 0)$, $B(m, 0)$ ($m > 0$)，若圆 C 上存在点 P ，使得 $\angle APB = 90^\circ$ ，则 m 的最大值为 ()

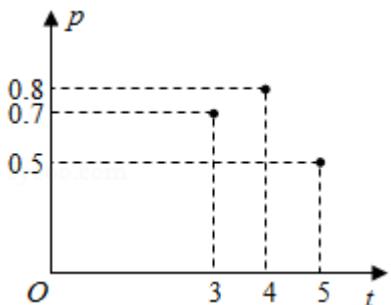
A. 7

B. 6

C. 5

D. 4

8. (5分) 加工爆米花时, 爆开且不糊的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”, 在特定条件下, 可食用率 p 与加工时间 t (单位: 分钟) 满足函数关系 $p=at^2+bt+c$ (a , b , c 是常数), 如图记录了三次实验的数据, 根据上述函数模型和实验数据, 可以得到最佳加工时间为 ()



A. 3.50分钟

B. 3.75分钟

C. 4.00分钟

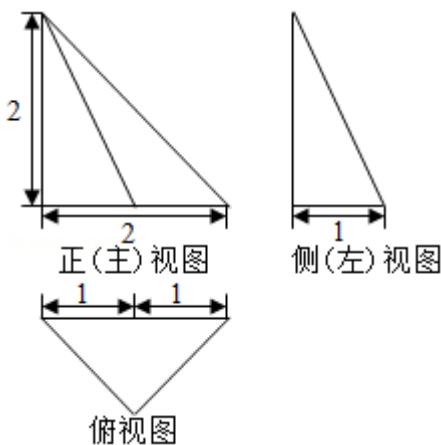
D. 4.25分钟

二、填空题共6小题, 每小题5分, 共30分.

9. (5分) 若 $(x+i)i = -1+2i$ ($x \in \mathbb{R}$), 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (5分) 设双曲线 C 的两个焦点为 $(-\sqrt{2}, 0)$, $(\sqrt{2}, 0)$, 一个顶点是 $(1, 0)$, 则 C 的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (5分) 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥最长棱的棱长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



12. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, $a=1$, $b=2$, $\cos C = \frac{1}{4}$, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (5分) 若 x , y 满足 $\begin{cases} y \leqslant 1 \\ x-y-1 \leqslant 0 \\ x+y-1 \geqslant 0 \end{cases}$, 则 $z = \sqrt{3}x+y$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (5分) 顾客请一位工艺师把A, B两件玉石原料各制成一件工艺品, 工艺

师带一位徒弟完成这项任务，每件原料先由徒弟完成粗加工，再由师傅进行精加工完成制作，两件工艺品都完成后交付顾客，两件原料每道工序所需时间（单位：工作日）如下：

工序	粗加工	精加工
时间		
原料		
原料A	9	15
原料B	6	21

则最短交货期为_____个工作日.

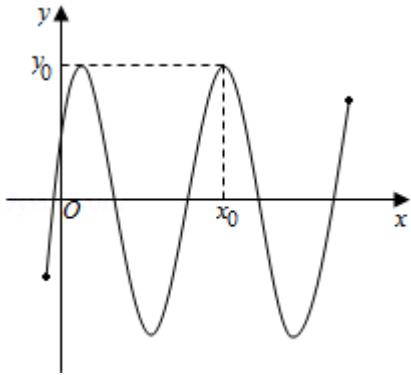
三、解答题，共6小题，满分80分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15. (13分) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，满足 $a_1=3$, $a_4=12$ ，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=4$, $b_4=20$ ，且 $\{b_n - a_n\}$ 为等比数列。

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；
- (2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前n项和。

16. (13分) 函数 $f(x) = 3\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的部分图象如图所示。

- (I) 写出 $f(x)$ 的最小正周期及图中 x_0 , y_0 的值；
- (II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{12}]$ 上的最大值和最小值。

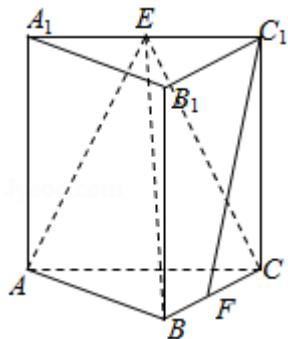


17. (14分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱垂直于底面, $AB \perp BC$, $AA_1 = AC=2$, $BC=1$, E 、 F 分别为 A_1C_1 、 BC 的中点.

(1) 求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 B_1BCC_1 ;

(2) 求证: $C_1F \parallel$ 平面 ABE ;

(3) 求三棱锥 $E - ABC$ 的体积.

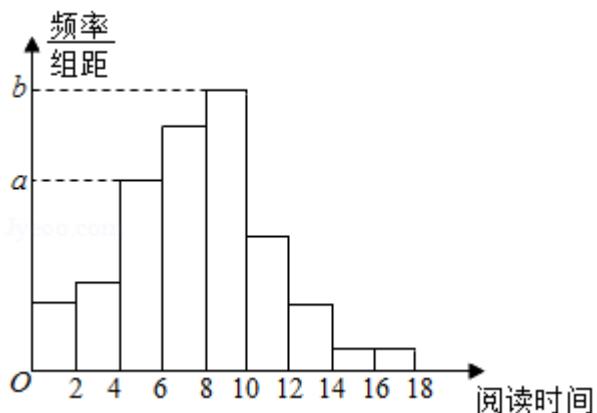


18. (13分) 从某校随机抽取100名学生, 获得了他们一周课外阅读时间(单位: 小时)的数据, 整理得到数据分组及频数分布表和频率分布直方图:

排号	分组	频数
1	[0, 2)	6
2	[2, 4)	8
3	[4, 6)	17
4	[6, 8)	22
5	[8, 10)	25

6	[10, 12)	12
7	[12, 14)	6
8	[14, 16)	2
9	[16, 18)	2
合计		100

- (I) 从该校随机选取一名学生, 试估计这名学生该周课外阅读时间少于12小时的概率;
- (II) 求频率分布直方图中的a, b的值;
- (III) 假设同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替, 试估计样本中的100名学生该周课外阅读时间的平均数在第几组 (只需写结论)



19. (14分) 已知椭圆C: $x^2+2y^2=4$.

- (I) 求椭圆C的离心率;
- (II) 设O为原点, 若点A在直线 $y=2$ 上, 点B在椭圆C上, 且 $OA \perp OB$, 求线段AB长度的最小值.

20. (13分) 已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x$.

- (I) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 1]$ 上的最大值;
- (II) 若过点 $P(1, t)$ 存在3条直线与曲线 $y=f(x)$ 相切, 求 t 的取值范围;
- (III) 问过点 $A(-1, 2)$, $B(2, 10)$, $C(0, 2)$ 分别存在几条直线与曲线 $y=f(x)$ 相切? (只需写出结论)