2022 年上海市高考数学试卷

一、填空题（本大题共有 12 题，满分 54 分，第 1～6 题每题 4 分，第 7～12 题每题 5 分）

1. 双曲线$\frac{x^2}{9}-y^2=1$的实轴长为 .

2. 函数$f(x)=\cos^2x-\sin^2x+1$的周期为 .

3. 已知$a\in R$，行列式$\begin{vmatrix} a & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$的值与行列式$\begin{vmatrix} a & 0 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$的值相等，则$a=$.

4. 已知圆柱的高为4，底面积为9π，则圆柱的侧面积为 .

5. $x-y\leq 0$，$x+y-1\geq 0$，求$z=x+2y$的最小值 .

6. 二项式$(3+x)^n$的展开式中，x^2项的系数是常数项的5倍，则$n=$.

7. 若函数$f(x)=\begin{cases} a^2x-1 & x<0 \\ x+a & x>0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$，为奇函数，求参数$a$的值为 .

8. 为了检测学生的身体素质指标，从游泳类1项，球类3项，田径类4项共8项项目中随机抽取4项进行检测，则每一类都被抽到的概率为 .

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为零，S_n为其前n项和，若$S_5=0$，则$S_i(i=0,1,2,\ldots,100)$中不同的数值有 个.

10. 若平面向量$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=\lambda$，且满足$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，$\vec{a}\cdot\vec{c}=2$，$\vec{b}\cdot\vec{c}=1$，则$\lambda=$.

11. 设函数$f(x)$满足$f(x)=f\left(\frac{1}{1+x}\right)$对任意$x\in[0,+\infty)$都成立，其值域是$A_f$，已知对任何满足上述条件的$f(x)$都有$\{y|y=f(x),0\leq x\leq a\}=A_f$，则$a$的取值范围为 .

二、选择题（本题共有 4 题，满分 20 分，每题 5 分）每题有且只有一个正确选项.

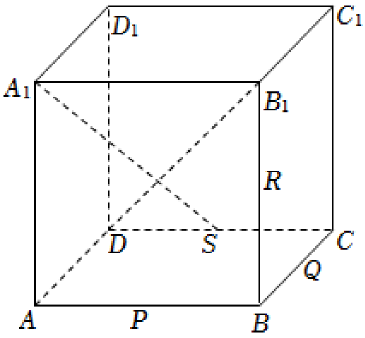
1. 若集合$A=[-1,2)$，$B=Z$，则$A\cap B=$（ ）

A.$\{-2,-1,0,1\}$ B.$\{-1,0,1\}$ C.$\{-1,0\}$ D.$\{-1\}$

2. 若实数a、b满足$a>b>0$，下列不等式中恒成立的是（ ）

A.$a+b>2\sqrt{ab}$ B.$a+b<2\sqrt{ab}$ C.$\frac{a}{2}+2b>2\sqrt{ab}$ D.$\frac{a}{2}+2b<2\sqrt{ab}$

3. 如图正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P、Q、R、S分别为棱AB、BC 、BB_1 、CD 的中点，联结A_1S，B_1D．空间任意两点M、N，若线段MN上不存在点在线段A_1S、 B_1D上，则称MN两点可视，则下列选项中与点D_1可视的为（ ）



A.点P　B.点B　C.点R　D.点Q

4. 设集合$\Omega=\left\{(x,y)\left|(x-k)^2+\left(y-k^2\right)^2=4\right|k|,k\in Z\right\}$

①存在直线l，使得集合Ω中不存在点在l上，而存在点在l两侧；

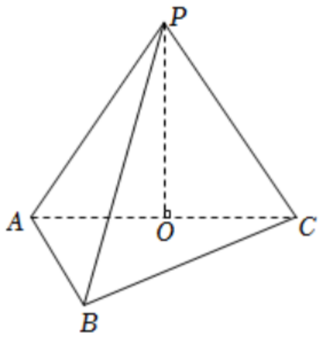
②存在直线l，使得集合Ω中存在无数点在l上；( )

A.①成立②成立　　B.①成立②不成立

C.①不成立②成立　　D.①不成立②不成立

三、解答题（本大题共有 5 题，满分 76 分）.

1. 如图所示三棱锥，底面为等边$\triangle ABC$，O为AC边中点，且$PO\perp$底面ABC，$AP=AC=2$.



（1）求三棱锥体积V_{P-ABC}　；

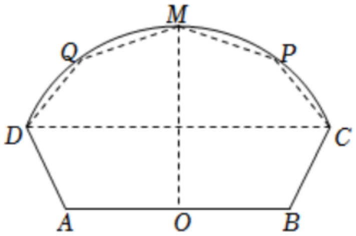
（2）若M为BC中点，求PM与面PAC所成角大小.

2. $f(x)=\log_3(a+x)+\log_3(6-x)$.

（1）若将函数$f(x)$图像向下移$m(m>0)$后，图像经过$(3,0)$，$(5,0)$，求实数a，m的值.

（2）若$a>-3$且$a\neq 0$，求解不等式$f(x)\le f(6-x)$.

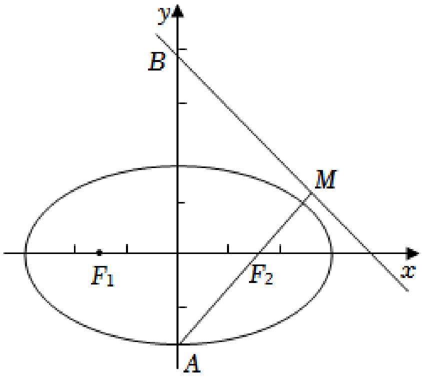
3. 如图，在同一平面上，$AD=BC=6$，$AB=20$，O为AB中点，曲线CD上任一点到O距离相等，$\angle DAB=\angle ABC=120°$，$P$，$Q$关于$OM$对称，$MO\perp AB$；



（1）若点P与点C重合，求$\angle POB$的大小；

（2）P在何位置，求五边形$MQABP$面积S的最大值．

4. 设有椭圆方程$\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，直线$l:x+y-4\sqrt{2}=0$，$\Gamma$下端点为$A$，$M$在$l$上，左、右焦点分别为$F_1(-\sqrt{2},0)$、$F_2(\sqrt{2},0)$ ．



（1）$a=2$，AM中点在x轴上，求点M的坐标；

（2）直线l与y轴交于B，直线AM经过右焦点F_2，在$\triangle ABM$中有一内角余弦值为$\frac{3}{5}$，求b；

（3）在椭圆Γ上存在一点P到l距离为d，使$|PF_1|+|PF_2|+d=6$，随a的变化，求d的最小值．

5. 数列$\{a_n\}$对任意$n\in N^*$且$n\geq 2$，均存在正整数$i\in[1,n-1]$，满$a_{n+1}=2a_n-a_i$，$a_1=1$，$a_2=3$．
（1）求a_4可能值；

（2）命题p：若$a_1,a_2,\cdots,a_8$成等差数列，则$a_9<30$，证明p为真，同时写出p逆命题q，并判断命题q是真是假，说明理由；

（3）若$a_{2m}=3^m$，$(m\in N^*)$成立，求数列$\{a_n\}$的通项公式．