

2010年普通高等学校招生全国统一考试（广东A卷）
数学（理科）

一、

选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x \mid -2 < x < 1\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 2\}$ 则集合 $A \cap B =$
- A. $\{x \mid -1 < x < 1\}$ B. $\{x \mid -2 < x < 1\}$
 C. $\{x \mid -2 < x < 2\}$ D. $\{x \mid 0 < x < 1\}$
2. 若复数 $z_1 = 1+i$, $z_2 = 3-i$, 则 $z_1 \cdot z_2 =$
- A. 4 B. $2+i$ C. $2+2i$ D. 3
3. 若函数 $f(x) = 3^x + 3^{-x}$ 与 $g(x) = 3^x - 3^{-x}$ 的定义域均为 \mathbb{R} , 则
- A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为偶函数 B. $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数
 A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为奇函数 B. $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数
4. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, S_n 是它的前 n 项和。若 $a_2 \cdot a_3 = 2a_1$,

且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\frac{5}{4}$, 则 $S_5 =$

A. 35 B. 33 C. 31 D. 29

5. “ $m < \frac{1}{4}$ ”是“一元二次方程 $x^2 + x + m = 0$ ”有实数解”的
- A. 充分非必要条件 B. 充分必要条件
 C. 必要非充分条件 D. 非充分必要条件

6. 如图1, $\triangle ABC$ 为三角形, $AA' // BB' // CC'$, $CC' \perp$ 平面 ABC 且 $3AA' = \frac{3}{2}BB' = CC' = AB$, 则多面体 $\triangle ABC - A'B'C'$ 的正视图（也称主视图）是

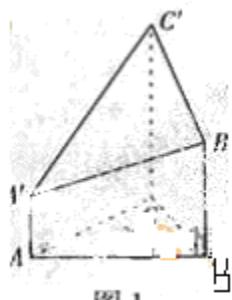
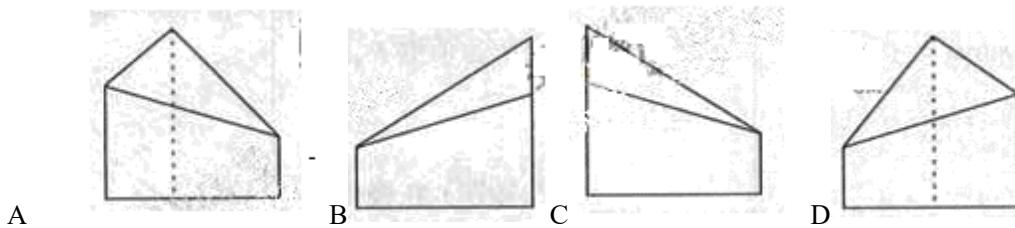


图 1

7已知随机变量X服从正态分布N(3.1), 且 $p(2 \leq X \leq 4) = 0.6826$, 则 $p(X > 4) =$

- A、0.1588 B、0.1587 C、0.1586 D、0.1585

8.为了迎接2010年广州亚运会, 某大楼安装5个彩灯, 它们闪亮的顺序不固定, 每个彩灯闪亮只能是红、橙、黄、绿、蓝中的一种颜色, 且这5个彩灯商量的颜色各不相同

。记这5个彩灯有序地闪亮一次为一个闪烁, 在每个闪烁中, 每秒钟有且仅有一个彩灯闪亮, 而相邻两个闪烁的时间间隔均为5秒。如果要实现所有不同的闪烁, 那么需要的时间至少是
A、1205秒 B、1200秒 C、1195秒 D、1190秒

二、填空题: 本大题共7小题, 考生作答6小题, 每小题5分, 满分30分。

(一) 必做题(9-13题)

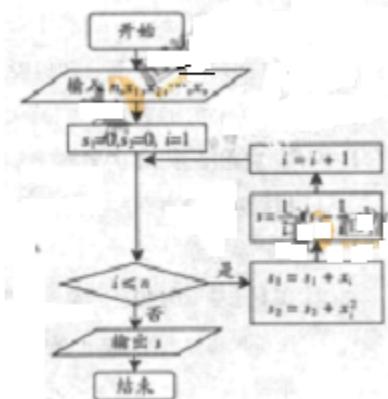
9. 函数 $f(x) = \lg(x-2)$ 的定义域是_____.

10. 若向量 $\vec{a} = (1, 1, x)$, $\vec{b} = (1, 2, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 1)$, 满足条件 $(\vec{c} - \vec{a}) \cdot (2\vec{b}) = -2$, 则 $x =$ _____.

11. 已知a,b,c分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角A, B, C所对的边, 若 $a=1$, $b=\sqrt{3}$, $A+C=2B$, 则 $\sin C =$ _____.

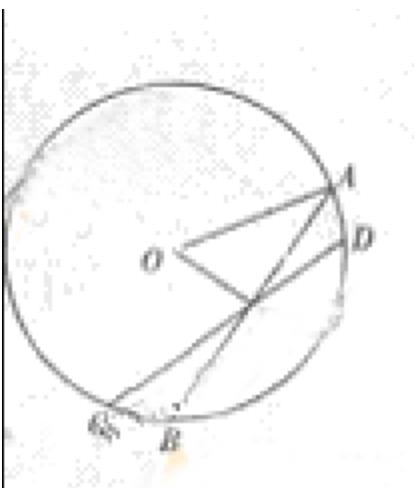
12. 已知圆心在x轴上, 半径为 $\sqrt{2}$ 的圆O位于y轴左侧, 且与直线 $x+y=0$ 相切, 则圆O的方程是_____

13. 某城市缺水问题比较突出, 为了制定节水管理办法, 对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查, 其中n位居民的月均用水量分别为 x_1, \dots, x_n (单位: 吨), 根据图2所示的程序框图, 若 $n=2$, 且 x_1, x_2 分别为1, 2, 则输出的结果s为_____.



14. (几何证明选讲选做题) 如图3, AB, CD是半径为a的圆O的两条弦, 它们相交

于AB的中点P, $PD = \frac{2a}{3}$, $\angle OAP = 30^\circ$, 则 $CP =$ _____.



15、(坐标系与参数方程选做题) 在极坐标系 (ρ, θ) ($0 \leq \theta < 2\pi$) 中, 曲线 $\rho = 2\sin\theta$ 与 $\rho\cos\theta = -1$ 的交点的极坐标为_____。

三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16、(本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = A\sin(3x + \varphi)$ ($A > 0, x \in (-\infty, +\infty), 0 < \varphi < \pi$) 在 $x = \frac{\pi}{12}$ 时取得最大值4

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 若 $f(\frac{2}{3}\alpha + \frac{\pi}{12}) = \frac{12}{5}$, 求 $\sin\alpha$

17.(本小题满分12分)

某食品厂为了检查一条自动包装流水线的生产情况, 随即抽取该流水线上40件产品作为样本算出他们的重量(单位: 克) 重量的分组区间为 $(490, 495]$, $(495, 500]$, ..., $(510, 515]$, 由此得到样本的频率分布直方图, 如图4所示。

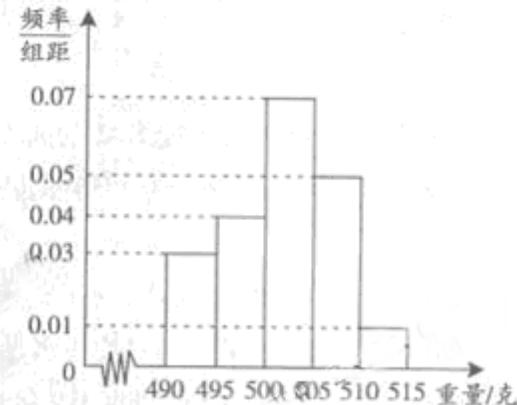


图 4

(1) 根据频率分布直方图, 求重量超过505克的产品数量。

(2)

在上述抽取的40件产品中任取2件，设Y为重量超过505克的产品数量，求Y的分布列。

(3) 从流水线上任取5件产品，求恰有2件产品合格的重量超过505克的概率。

18. (本小题满分14分)

如图5， \overarc{ABC} 是半径为a的半圆，AC为直径，点E为 \overarc{AC} 的中点，点B和点C为线段AD的三等分点。平面AEC外一点F满足 $FB=FD=\sqrt{5} a$, $FE=\sqrt{6} a$

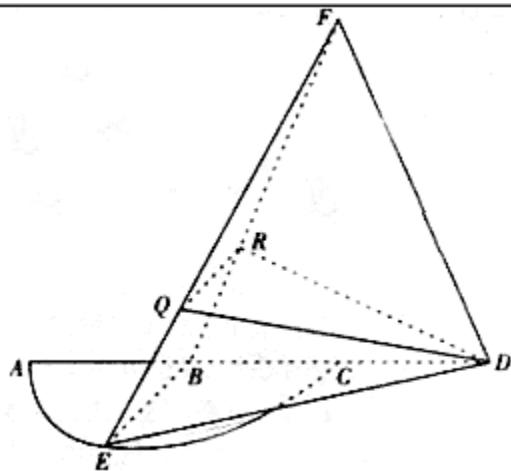


图5

(1) 证明: $EB \perp FD$;

$$\frac{2}{3} \quad \frac{2}{3}$$

(2) 已知点Q,R分别为线段FE,FB上的点，使得 $BQ=\frac{2}{3} FE$, $FR=\frac{2}{3} FB$, 求平面BED与平面RQD所成二面角的正弦值。

19. (本小题满分12分)

某营养师要为某个儿童预定午餐和晚餐。已知一个单位的午餐含12个单位的碳水化合物6个单位蛋白质和6个单位的维生素C；一个单位的晚餐含8个单位的碳水化合物，6个单位的蛋白质和10个单位的维生素C. 另外，该儿童这两餐需要的营养中至少含64个单位的碳水化合物，42个单位的蛋白质和54个单位的维生素C.

如果一个单位的午餐、晚餐的费用分别是2.5元和4元，那么要满足上述的营养要求，并且花费最少，应当为该儿童分别预定多少个单位的午餐和晚餐？

20. (本小题满分为14分)

$$\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$$

的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_1, -y_1)$ 是双曲线上不同的两个动点

(1) 求直线 A 与 $A_2 Q$ 交点的轨迹 E 的方程式;

(2) 若点 $H(O, h)$ ($h > 1$) 的两条直线 l_1 和 l_2 与轨迹 E 都只有一个交点, 且 $l_1 \perp l_2$, 求 h 的值。

21. (本小题满分14分)

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是平面直角坐标系 xOy 上的两点, 先定义由点 A 到点 B 的一种折线距离 $p(A, B)$ 为

$$P(A, B) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|.$$

对于平面 xOy 上给定的不同的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

(1) 若点 $C(x, y)$ 是平面 xOy 上的点, 试证明 $P(A, C) + P(C, B) \geq P(A, B)$;

(2) 在平面 xOy 上是否存在点 $C(x, y)$, 同时满足

1. ① $P(A, C) + P(C, B) = P(A, B)$ ② $P(A, C) = P(C, B)$

若存在, 请求所给出所有符合条件的点; 若不存在, 请予以证明。

