

绝密★启用前

2014年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）
数学试卷（文史类）

（满分150分，考试时间120分钟）

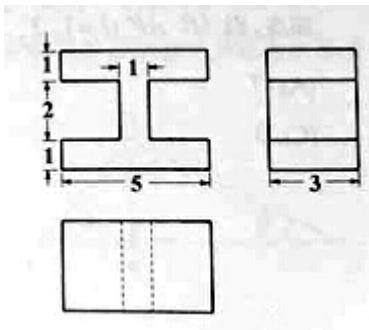
考生注意

1. 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页。
2. 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置。
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位。在试卷上作答一律不得分。
4. 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题。

一、填空题(本大题满分56分)本大题共有14题，考生必须在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分。

1. 函数 $y = 1 - 2 \cos^2(2x)$ 的最小正周期是_____.
2. 若复数 $z=1+2i$ ，其中 i 是虚数单位，则 $(z + \frac{1}{z}) \cdot z = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设常数 $a \in R$ ，函数 $f(x) = |x-1| + |x^2 - a|$ ，若 $f(2) = 1$ ，则 $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4.
若抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的右焦点重合，则该抛物线的准线方程为 _____
_____.
5.
某校高一、高二、高三分别有学生1600名、1200名、800名，为了解该校高中学生的牙齿健康状况，按各年级的学生数进行分层抽样，若高三抽取20名学生，则高一、高二共抽取的学生数为_____.
6. 若实数 x, y 满足 $xy = 1$ ，则 $x^2 + 2y^2$ 的最小值为_____.
7.
若圆锥的侧面积是底面积的3倍，则其母线与底面角的大小为
(结果用反三角函数值表示).
- 8.

在长方体中割去两个小长方体后的几何体的三视图如图，则切割掉的两个小长方体的体积之和等于_____.



9. 设 $f(x) = \begin{cases} -x + a, & x \leq 0, \\ x + \frac{1}{x}, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，则 a 的取值范围是_____.

10. 设无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，若 $a_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_3 + a_4 + \dots)$ ，则 $q = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 若 $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{2}}$ ，则满足 $f(x) < 0$ 的 x 取值范围是_____.

12. 方程 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的所有解的和等于_____.

13. 为强化安全意识，某商场拟在未来的连续 10 天中随机选择 3 天进行紧急疏散演练，则选择的 3 天恰好为连续 3 天的概率是_____（结果用最简分数表示）.

14.

已知曲线 $C: x = -\sqrt{4 - y^2}$ ，直线 $l: x = 6$. 若对于点 $A(m, 0)$ ，存在 C 上的点 P 和 l 上的点 Q 使得 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} = \vec{0}$ ，则 m 的取值范围为_____.

二、选择题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

15. 设 $a, b \in R$ ，则“ $a + b > 4$ ”是“ $a > 2$ ，且 $b > 2$ ”的（ ）

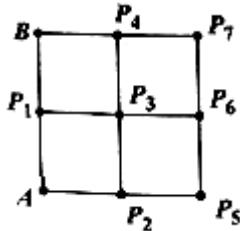
- (A) 充分条件 (B) 必要条件
- (C) 充分必要条件 (D) 既非充分又非必要条件

16. 已知互异的复数 a, b 满足 $ab \neq 0$, 集合 $\{a, b\} = \{a^2, b^2\}$, 则 $a+b =$ ()

- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1

17. 如图, 四个边长为1的正方形排成一个大正方形, AB是在正方形的一条边, $P_i (i=1, 2, \dots, 7)$ 是小正方形的其余各个顶点, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP}_i (i=1, 2, \dots, 7)$ 的不同值的个数为 ()

- (A) 7 (B) 5 (C) 3 (D) 1



18.

已知 $P_1(a_1, b_1)$ 与 $P_2(a_2, b_2)$ 是直线 $y=kx+1$ (k 为常数) 上两个不同的点, 则关于 x 和 y 的方程

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = 1 \\ a_2x + b_2y = 1 \end{cases}$$
 的解的情况是 ()

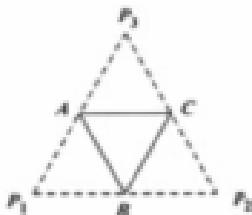
- (A) 无论 k , P_1, P_2 如何, 总是无解 (B) 无论 k , P_1, P_2 如何, 总有唯一解

- (C) 存在 k , P_1, P_2 , 使之恰有两解 (D) 存在 k , P_1, P_2 , 使之有无穷多解

三. 解答题 (本大题共5题, 满分74分)

19. (本题满分12分)

底面边长为2的正三棱锥 $P-ABC$, 其表面展开图是三角形 $p_1p_2p_3$, 如图, 求 $\triangle p_1p_2p_3$ 的各边长及此三棱锥的体积 V .



20. (本题满分14分) 本题有2个小题, 学科网第一小题满分6分, 第二小题满分1分。

设常数 $a \geq 0$, 函数 $f(x) = \frac{2^x + a}{2^x - a}$

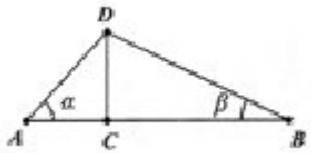
- (1) 若 $a=4$, 求函数 $y=f(x)$ 的反函数 $y=f^{-1}(x)$;
- (2) 根据 a 的不同取值, 讨论函数 $y=f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

21. (本题满分14分) 本题共有2个小题, 第1小题满分6分, 第2小题满分8分.

如图, 某公司要在 A 、 B 两地连线上的定点 C 处建造广告牌 CD , 其中 D 为顶端, AC 长35米, CB 长80米, 设 A 、 B 在同一水平面上, 从 A 和 B 看 D 的仰角分别为 α 和 β .

(1) 设计中 CD 是铅垂方向, 若要求 $\alpha \geq 2\beta$, 问 CD 的长至多为多少 (结果精确到0.01米) ?

(2) 施工完成后, CD 与铅垂方向有偏差, 现在实测得 $\alpha = 38.12^\circ$, $\beta = 18.45^\circ$, 求 CD 的长 (结果精确到0.01米) ?



22 (本题满分16分) 本题共3个小题, 第1小题满分3分, 第2小题满分5分, 第3小题满分8分.

在平面直角坐标系 xoy 中, 对于直线 l : $ax + by + c = 0$ 和点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$, 记 $\eta = (ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c)$. 若 $\eta < 0$, 则称点 P_1, P_2 被直线 l 分隔. 若曲线 C 与直线 l 没有公共点, 且曲线 C 上存在点 P_1, P_2 被直线 l 分隔, 则称直线 l 为曲线 C 的一条分隔线.

(1) 求证: 点 $A(1,2)$, $B(-1,0)$ 被直线 $x+y-1=0$ 分隔;

(2) 若直线 $y=kx$ 是曲线 $x^2-4y^2=1$ 的分隔线, 求实数 k 的取值范围;

(3) 动点 M 到点 $Q(0,2)$ 的距离与到 y 轴的距离之积为1, 设点 M 的轨迹为 E , 求 E 的方程, 并证明 y 轴为曲线 E 的分隔线.

23. (本题满分18分) 本题共3个小题, 第1小题满分3分, 第2小题满分6分, 第3小题满分9分.

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{3}a_n \leq a_{n+1} \leq 3a_n, n \in N^*, a_1 = 1$.

(1) 若 $a_2 = 2, a_3 = x, a_4 = 9$, 求 x 的取值范围;

(2) 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_m = \frac{1}{1000}$, 求正整数 m 的最小值, 学科网以及 m 取最小值时相应 $\{a_n\}$ 的公比;

(3) 若 a_1, a_2, \dots, a_{100} 成等差数列, 求数列 a_1, a_2, \dots, a_{100} 的公差的取值范围.

