# 2008年全国统一高考数学试卷（文科）（全国卷Ⅱ）

参考答案与试题解析

## 一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）若sinα＜0且tanα＞0，则α是（　　）

A．第一象限角　B．第二象限角　C．第三象限角　D．第四象限角

【考点】GC：三角函数值的符号．

【分析】由正弦和正切的符号确定角的象限，当正弦值小于零时，角在第三四象限，当正切值大于零，角在第一三象限，要同时满足这两个条件，角的位置是第三象限，实际上我们解的是不等式组．

【解答】解：sinα＜0，α在三、四象限；tanα＞0，α在一、三象限．

故选：C．

【点评】记住角在各象限的三角函数符号是解题的关键，可用口诀帮助记忆：一全部，二正弦，三切值，四余弦，它们在上面所述的象限为正

2．（5分）设集合M={m∈Z|﹣3＜m＜2}，N={n∈Z|﹣1≤n≤3}，则M∩N=（　　）

A．{0，1}　B．{﹣1，0，1}　C．{0，1，2}　D．{﹣1，0，1，2}

【考点】1E：交集及其运算．

【分析】由题意知集合M={m∈z|﹣3＜m＜2}，N={n∈z|﹣1≤n≤3}，然后根据交集的定义和运算法则进行计算．

【解答】解：∵M={﹣2，﹣1，0，1}，N={﹣1，0，1，2，3}，

∴M∩N={﹣1，0，1}，

故选：B．

【点评】此题主要考查集合和交集的定义及其运算法则，是一道比较基础的题

.

3．（5分）原点到直线x+2y﹣5=0的距离为（　　）

A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

【考点】IT：点到直线的距离公式．

【分析】用点到直线的距离公式直接求解．

【解答】解析：$d=\frac{|-5|}{\sqrt{1+2^2}}=\sqrt{5}$．

故选：D．

【点评】点到直线的距离公式是高考考点，是同学学习的重点，本题是基础题

.

4．（5分）函数f（x）$=\frac{1}{x}$﹣x的图象关于（　　）

A．y轴对称　　B．直线y=﹣x对称　　C．坐标原点对称　　D．直线y=x对称

【考点】3M：奇偶函数图象的对称性．

【分析】根据函数f（x）的奇偶性即可得到答案．

【解答】解：∵f（﹣x）=﹣$\frac{1}{x}$+x=﹣f（x）

$\therefore f(x)=\frac{1}{x}-x$是奇函数，所以f（x）的图象关于原点对称

故选：C．

【点评】本题主要考查函数奇偶性的性质，是高考必考题型．

5．（5分）若x∈（$e^{-1}$，1），a=lnx，b=2lnx，c=$\ln^3x$，则（　　）

A．a＜b＜c　　B．c＜a＜b　　C．b＜a＜c　　D．b＜c＜a

【考点】4M：对数值大小的比较．

【分析】根据函数的单调性，求a的范围，用比较法，比较a、b和a、c的大小．

【解答】解：因为$a=\ln x$在（0，+∞）上单调递增，

故当$x\in$（$e^{-1}$，1）时，$a\in$（﹣1，0），

于是$b-a=2\ln x-\ln x=\ln x<0$，从而$b<a$．

又$a-c=\ln x-\ln^3x=a(1+a)(1-a)<0$，从而$a<c$．

综上所述，$b<a<c$．

故选：C．

【点评】对数值的大小，一般要用对数的性质，比较法，以及0或1的应用，本题是基础题．

6．（5分）设变量x，y满足约束条件：$\begin{cases}y\geqslant x\\x+2y\leqslant 2\\x\geqslant -2\end{cases}$，则$z=x-3y$的最小值（　　）

A．﹣2　　B．﹣4　　C．﹣6　　D．﹣8

【考点】7C：简单线性规划．

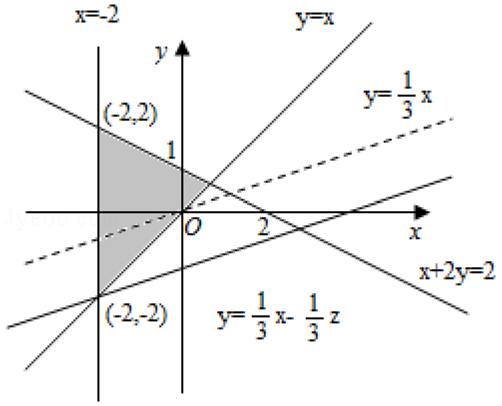
【专题】11：计算题．

【分析】我们先画出满足约束条件：$\begin{cases}y\geqslant x\\x+2y\leqslant 2\\x\geqslant -2\end{cases}$的平面区域，求出平面区域的各角点，然后将角点坐标代入目标函数，比较后，即可得到目标函数$z=x-3y$的最小值．

【解答】解：根据题意，画出可行域与目标函数线如图所示，

由图可知目标函数在点（﹣2，2）取最小值﹣8

故选：D．



【点评】用图解法解决线性规划问题时，分析题目的已知条件，找出约束条件和目标函数是关键，可先将题目中的量分类、列出表格，理清头绪，然后列出不等式组（方程组）寻求约束条件，并就题目所述找出目标函数．然后将可行域各角点的值一一代入，最后比较，即可得到目标函数的最优解．

7．（5分）设曲线$y=ax^2$在点（1，a）处的切线与直线$2x-y-6=0$平行，则a=（　　）

A．1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．﹣1

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【分析】利用曲线在切点处的导数为斜率求曲线的切线斜率；利用直线平行它们的斜率相等列方程求解．

【解答】解：$y'=2ax$，

于是切线的斜率$k=y'|_{x=1}=2a$，∵切线与直线$2x-y-6=0$平行

∴有$2a=2$

∴$a=1$

故选：A．

【点评】本题考查导数的几何意义：曲线在切点处的导数值是切线的斜率．

8．（5分）正四棱锥的侧棱长为$2\sqrt{3}$，侧棱与底面所成的角为60°，则该棱锥的体积为（　　）

A．3　　B．6　　C．9　　D．18

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】11：计算题．

【分析】先求正四棱锥的高，再求正四棱锥的底面边长，然后求其体积．

【解答】解：高$h=2\sqrt{3}\sin 60^\circ=3$，又因底面正方形的对角线等于$2\sqrt{3}$，

∴底面积为$S=2\times\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=6$，∴体积$V=\frac{1}{3}\times 6\times 3=6$

故选：B．

【点评】本题考查直线与平面所成的角，棱锥的体积，注意在底面积的计算时，要注意多思则少算．

9．（5分）$(1-\sqrt{x})^4(1+\sqrt{x})^4$的展开式中x的系数是（　　）

A．－4　　B．－3　　C．3　　D．4

【考点】DA：二项式定理．

【分析】先利用平方差公式化简代数式，再利用二项展开式的通项公式求出第r+1项，令x的指数为1求得展开式中x的系数．

【解答】解：$(1-\sqrt{x})^4(1+\sqrt{x})^4=$（1－x）$^4$

（1－x）$^4$的展开式的通项为$T_{r+1}=C_4^r$（－x）$^r=$（－1）$^rC_4^rx^r$

令r=1得展开式中x的系数为－4

故选：A．

【点评】本题考查二项展开式的通项公式是解决二项展开式的特定想问题的工具．

10．（5分）函数f（x）=sinx－cosx的最大值为（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

【考点】H4：正弦函数的定义域和值域；HJ：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．

【专题】11：计算题．

【分析】根据两角和与差的正弦公式进行化简，即可得到答案．

【解答】解：$f(x)=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$，所以最大值是$\sqrt{2}$

故选：B．

【点评】本题主要考查两角和与差的正弦公式和正弦函数的最值问题．三角函数中化为一个角的三角函数问题是三角函数在高考中的热点问题．

11．（5分）设△ABC是等腰三角形，∠ABC=120°，则以A，B为焦点且过点C的双曲线的离心率为（　　）

A．$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$　　C．$1+\sqrt{2}$　　D．$1+\sqrt{3}$

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】根据题设条件可知2c=|AB|，所以$|AC|=2\times 2c\times \sin 60^{0}=2\sqrt{3}c$，由双曲线的定义能够求出2a，从而导出双曲线的离心率．

【解答】解：由题意2c=|AB|，所以$|AC|=2\times 2c\times \sin 60^{0}=2\sqrt{3}c$，由双曲线的定义，有$2a=|AC|-|BC|=2\sqrt{3}c-2c\Rightarrow a=(\sqrt{3}-1)c$，

$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

故选：B．

【点评】本题考查双曲线的有关性质和双曲线定义的应用．

12．（5分）已知球的半径为2，相互垂直的两个平面分别截球面得两个圆，若两圆的公共弦长为2，则两圆的圆心距等于（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

【考点】LG：球的体积和表面积．

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离．

【分析】求解本题，可以从三个圆心上找关系，构建矩形利用对角线相等即可求解出答案．

【解答】解：设两圆的圆心分别为$O_1$、$O_2$，球心为O，公共弦为AB，其中点为E，则$OO_1EO_2$为矩形，

于是对角线$O_1O_2=OE$，而$OE=\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore O_1O_2=\sqrt{3}$

故选：C．

【点评】本题考查球的有关概念，两平面垂直的性质，是基础题．

## 二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）

13．（5分）设向量$\vec{a}$=(1，2)，$\vec{b}$=(2，3)，若向量$\lambda\vec{a}+\vec{b}$与向量$\vec{c}$=(-4，-7)共线，则λ=__2__．

【考点】96：平行向量（共线）．

【分析】用向量共线的充要条件：它们的坐标交叉相乘相等列方程解．

【解答】解：∵a=（1，2），b=（2，3），

∴λa+b=（λ，2λ）+（2，3）=（λ+2，2λ+3）．

∵向量λa+b与向量c=（﹣4，﹣7）共线，

∴﹣7（λ+2）+4（2λ+3）=0，

∴λ=2．

故答案为2

【点评】考查两向量共线的充要条件．

14．（5分）从10名男同学，6名女同学中选3名参加体能测试，则选到的3名同学中既有男同学又有女同学的不同选法共有__420__种（用数字作答）

【考点】D5：组合及组合数公式．

【专题】11：计算题；32：分类讨论．

【分析】由题意分类：①男同学选1人，女同学中选2人，确定选法；②男同学选2人，女同学中选1人，确定选法；然后求和即可．

【解答】解：由题意共有两类不同选法，①男同学选1人，女同学中选2人，不同选法$C_{10}^1C_6^2=150$；

②男同学选2人，女同学中选1人，不同选法$C_{10}^2C_6^1=270$；

共有：$C_{10}^1C_6^2+C_{10}^2C_6^1=150+270=420$

故答案为：420

【点评】本题考查组合及组合数公式，考查分类讨论思想，是基础题．

15．（5分）已知F是抛物线C：$y^2=4x$的焦点，A，B是C上的两个点，线段AB的中点为M（2，2），则△ABF的面积等于___2___．

【考点】K8：抛物线的性质．

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设A（$x_1$，$y_1$），B（$x_2$，$y_2$），则$y_1^2=4x_1$，$y_2^2=4x_2$，两式相减可得：（$y_1+y_2$）（$y_1-y_2$）=4（$x_1-x_2$），利用中点坐标公式、斜率计算公式可得$k_{AB}$，可得直线AB的方程为：$y-2=x-2$，化为$y=x$，与抛物线方程联立可得A，B的坐标，利用弦长公式可得|AB|，再利用点到直线的距离公式可得点F到直线AB的距离d，利用三角形面积公式求得答案．

【解答】解：∵F是抛物线C：$y^2=4x$的焦点，∴F（1，0）．

设A（$x_1$，$y_1$），B（$x_2$，$y_2$），则$y_1^2=4x_1$，$y_2^2=4x_2$，

两式相减可得：（$y_1+y_2$）（$y_1-y_2$）=4（$x_1-x_2$），

∵线段AB的中点为M（2，2），∴$y_1+y_2=2\times2=4$，

又$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=k_{AB}$，

$4k_{AB}=4$，解得$k_{AB}=1$，

∴直线AB的方程为：$y-2=x-2$，化为$y=x$，

联立$\begin{cases}y=x\\y^2=4x\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$，$\begin{cases}x=4\\y=4\end{cases}$，

∴$|AB|=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$．

点F到直线AB的距离$d=\frac{1}{\sqrt{2}}$，

∴$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=2$，

故答案为：2．

【点评】本题主要考查了直线与抛物线相交问题弦长问题、“点差法”、点到直线的距离公式、三角形的面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

16．（5分）平面内的一个四边形为平行四边形的充要条件有多个，如两组对边分别平行，类似地，写出空间中的一个四棱柱为平行六面体的两个充要条件：

充要条件①__三组对面分别平行的四棱柱为平行六面体__；

充要条件②__平行六面体的对角线交于一点，并且在交点处互相平分；__．

（写出你认为正确的两个充要条件）

【考点】29：充分条件、必要条件、充要条件；L2：棱柱的结构特征．

【专题】16：压轴题；21：阅读型．

【分析】本题考查的知识点是充要条件的定义及棱柱的结构特征及类比推理，由平行六面体与平行四边形的定义相似，故我们可以类比平行四边形的性质，类比推断平行六面体的性质．

【解答】解：类比平行四边形的性质：两组对边分别平行的四边形为平行四边形，

则我们类比得到：三组对面分别平行的四棱柱为平行六面体．

类比平行四边形的性质：两条对角线互相平分，

则我们类比得到：平行六面体的对角线交于一点，并且在交点处互相平分；

故答案为：三组对面分别平行的四棱柱为平行六面体；平行六面体的对角线交于一点，并且在交点处互相平分；

【点评】类比推理的一般步骤是：（1）找出两类事物之间的相似性或一致性；（2）用一类事物的性质去推测另一类事物的性质，得出一个明确的命题（猜想）．

## 三、解答题（共6小题，满分70分）

17．（10分）在△ABC中，$\cos A=-\frac{5}{13}$，$\cos B=\frac{4}{5}$．

（Ⅰ）求sinC的值；

（Ⅱ）设BC=5，求△ABC的面积．

【考点】GG：同角三角函数间的基本关系；GP：两角和与差的三角函数．

【专题】11：计算题．

【分析】（Ⅰ）先利用同角三角函数的基本关系求得sinA和sinB的值，进而根据sinC=sin（A+B）利用正弦的两角和公式求得答案．

（Ⅱ）先利用正弦定理求得AC，进而利用三角形面积公式求得三角形的面积．

【解答】解：（Ⅰ）

∵在△ABC中，A+B+C=180°，sinC=sin（180﹣（A+B））=sin（A+B）

由$\cos A=-\frac{5}{13}$，得$\sin A=\frac{12}{13}$，

由$\cos B=\frac{4}{5}$，得$\sin B=\frac{3}{5}$．

所以$\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{33}{65}$．

（Ⅱ）由正弦定理得$AC=\frac{BC\times \sin B}{\sin A}=\frac{5\times\frac{3}{5}}{\frac{12}{13}}=\frac{13}{4}$．

所以△ABC的面积$S=\frac{1}{2}BC\bullet AC\bullet \sin C=\frac{1}{2}\times 5\times\frac{13}{4}\times\frac{33}{65}=\frac{33}{8}$．

【点评】本题主要考查了同角三角函数的基本关系的应用和正弦的两角和公式的应用．考查了学生对三角函数基础知识的理解和灵活运用．

18．（12分）等差数列$\{a_n\}$中，$a_4=10$且$a_3$，$a_6$，$a_{10}$成等比数列，求数列$\{a_n\}$前20项的和$S_{20}$．

【考点】85：等差数列的前n项和．

【专题】54：等差数列与等比数列．

【分析】先设数列$\{a_n\}$的公差为d，根据$a_3$，$a_6$，$a_{10}$成等比数列可知$a_3a_{10}=a_6^2$，把d和$a_4$代入求得d的值．再根据$a_4$求得$a_1$，最后把d和$a_1$代入$S_{20}$即可得到答案．

【解答】解：设数列$\{a_n\}$的公差为d，则$a_3=a_4-d=10-d$，$a_6=a_4+2d=10+2d$，$a_{10}=a_4+6d=10+6d$．

由$a_3$，$a_6$，$a_{10}$成等比数列得$a_3a_{10}=a_6^2$，

即（$10-d$）（$10+6d$）=（$10+2d$）$^2$，

整理得$10d^2-10d=0$，

解得$d=0$或$d=1$.

当$d=0$时，$S_{20}=20a_4=200$.

当$d=1$时，$a_1=a_4-3d=10-3\times1=7$，

于是$S_{20}=20a_1+\frac{20\times19}{2}d=20\times7+190=330$.

【点评】本题主要考查了等差数列和等比数列的性质．属基础题.

19．（12分）甲、乙两人进行射击比赛，在一轮比赛中，甲、乙各射击一发子弹．根据以往资料知，甲击中8环，9环，10环的概率分别为0.6，0.3，0.1，乙击中8环，9环，10环的概率分别为0.4，0.4，0.2.

设甲、乙的射击相互独立.

（Ⅰ）求在一轮比赛中甲击中的环数多于乙击中环数的概率；

（Ⅱ）求在独立的三轮比赛中，至少有两轮甲击中的环数多于乙击中环数的概率.

【考点】C8：相互独立事件和相互独立事件的概率乘法公式.

【专题】11：计算题.

【分析】（Ⅰ）甲、乙的射击相互独立，在一轮比赛中甲击中的环数多于乙击中环数包括三种情况，用事件分别表示为$A=A_1\bullet B_1+A_2\bullet B_1+A_2\bullet B_2$，且这三种情况是互斥的，根据互斥事件和相互独立事件的概率公式得到结果.

（Ⅱ）由题意知在独立的三轮比赛中，至少有两轮甲击中的环数多于乙击中环数表示三轮中恰有两轮或三轮甲击中环数多于乙击中的环数，这两种情况是互斥的，根据互斥事件和相互独立事件的概率公式得到结果.

【解答】解：记$A_1$，$A_2$分别表示甲击中9环，10环，$B_1$，$B_2$分别表示乙击中8环，9环，

A表示在一轮比赛中甲击中的环数多于乙击中的环数，

B表示在三轮比赛中至少有两轮甲击中的环数多于乙击中的环数，

$C_1$，$C_2$分别表示三轮中恰有两轮，三轮甲击中环数多于乙击中的环数.

（Ⅰ）甲、乙的射击相互独立

在一轮比赛中甲击中的环数多于乙击中环数包括三种情况，

用事件分别表示为$A=A_1\bullet B_1+A_2\bullet B_1+A_2\bullet B_2$，且这三种情况是互斥的，

根据互斥事件和相互独立事件的概率公式得到

$\therefore P(A)=P(A_1\bullet B_1+A_2\bullet B_1+A_2\bullet B_2)=P(A_1\bullet B_1)+P(A_2\bullet B_1)+P(A_2\bullet B_2)$

$=P(A_1)\bullet P(B_1)+P(A_2)\bullet P(B_1)+P(A_2)\bullet P(B_2)$

$=0.3\times0.4+0.1\times0.4+0.1\times0.4=0.2$.

（Ⅱ）由题意知在独立的三轮比赛中，至少有两轮甲击中的环数多于乙击中环数表示三轮中恰有两轮或三轮甲击中环数多于乙击中的环数，这两种情况是互斥的，即$B=C_1+C_2$，

$\because P(C_1)=C_3^2[P(A)]^2[1-P(A)]=3\times0.2^2\times(1-0.2)=0.096$，

$P(C_2)=[P(A)]^3=0.2^3=0.008$，

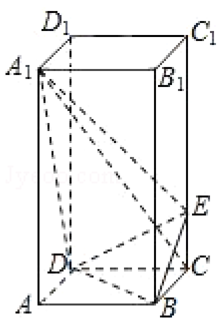
$\therefore P(B)=P(C_1+C_2)=P(C_1)+P(C_2)=0.096+0.008=0.104$.

【点评】考查运用概率知识解决实际问题的能力，包括应用互斥事件和相互独立事件的概率，相互独立事件是指两事件发生的概率互不影响，这是可以作为一个解答题的题目，是一个典型的概率题.

20. （12分）如图，正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AA_1=2AB=4$，点E在$CC_1$上且$C_1E=3EC$.

（Ⅰ）证明：$A_1C\perp$平面BED；

（Ⅱ）求二面角$A_1-DE-B$的大小.




【考点】LW：直线与平面垂直；MJ：二面角的平面角及求法.

【专题】14：证明题；15：综合题；35：转化思想.

【分析】法一：（Ⅰ）要证$A_1C\perp$平面BED，只需证明$A_1C$与平面BED内两条相交直线BD，EF都垂直；

（Ⅱ）作$GH\perp DE$，垂足为H，连接$A_1H$，说明$\angle A_1HG$是二面角$A_1-DE-B$的平面角，然后解三角形，求二面角$A_1-DE-B$的大小.

法二：建立空间直角坐标系，（Ⅰ）求出$\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{DB}=0$，$\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{DE}=0$，证明$A_1C\perp$平面DBE.

（Ⅱ）求出平面$DA_1E$和平面DEB的法向量，求二者的数量积可求二面角$A_1-DE-B$的大小.

【解答】解：解法一：

依题设知AB=2，CE=1.

（Ⅰ）连接AC交BD于点F，则$BD\perp AC$.

由三垂线定理知，$BD\perp A_1C$.（3分）

在平面$A_1CA$内，连接EF交$A_1C$于点G，

由于$\frac{AA_1}{FC}=\frac{AC}{CE}=2\sqrt{2}$，

故$Rt\triangle A_1AC\backsim Rt\triangle FCE$，$\angle AA_1C=\angle CFE$，$\angle CFE$与$\angle FCA_1$互余.

于是$A_1C\perp EF$．$A_1C$与平面BED内两条相交直线BD，EF都垂直，

所以$A_1C\perp$平面BED.（6分）

（Ⅱ）作$GH\perp DE$，垂足为H，连接$A_1H$．由三垂线定理知$A_1H\perp DE$，

故$\angle A_1HG$是二面角$A_1-DE-B$的平面角.（8分）

$EF=\sqrt{CF^2+CE^2}=\sqrt{3}$，$CG=\frac{CE\times CF}{EF}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，$EG=\sqrt{CE^2-CG^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$．$\frac{EG}{EF}=\frac{1}{3}$，

$GH=\frac{1}{3}\times\frac{EF\times FD}{DE}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$.

又$A_1C=\sqrt{AA_1^2+AC^2}=2\sqrt{6}$，$A_1G=A_1C-CG=\frac{5\sqrt{6}}{3}$．$\tan\angle A_1HG=\frac{A_1G}{HG}=5\sqrt{5}$.

所以二面角$A_1-DE-B$的大小为$\arctan 5\sqrt{5}$.（（12分））

解法二：

以D为坐标原点，射线DA为x轴的正半轴，

建立如图所示直角坐标系D－xyz.

依题设，B（2，2，0），C（0，2，0），E（0，2，1），$A_1$（2，0，4）.

$\overrightarrow{DE}=(0,\ 2,\ 1)$，$\overrightarrow{DB}=(2,\ 2,\ 0)$，$\overrightarrow{A_1C}=(-2,\ 2,\ -4)$，$\overrightarrow{DA_1}=(2,\ 0,\ 4)$．（3分）

（Ⅰ）因为$\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{DB}=0$，$\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{DE}=0$，

故$A_1C\perp BD$，$A_1C\perp DE$．

又$DB\cap DE=D$，

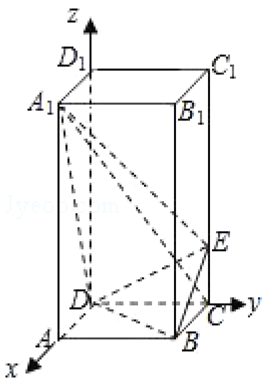
所以$A_1C\perp$平面DBE．（6分）

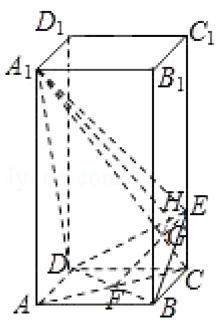
（Ⅱ）设向量$\vec{n}=(x,\ y,\ z)$是平面$DA_1E$的法向量，则$n\perp\overrightarrow{DE}$，$n\perp\overrightarrow{DA_1}$．

故$2y+z=0$，$2x+4z=0$．

令$y=1$，则$z=-2$，$x=4$，$\vec{n}=(4,\ 1,\ -2)$．（9分）$<\vec{n},\ \overrightarrow{A_1C}>$等于二面角$A_1-DE-B$的平面角，$\cos<\vec{n},\ \overrightarrow{A_1C}>=\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1C}}{|\vec{n}||\overrightarrow{A_1C}|}=\dfrac{\sqrt{14}}{42}$

所以二面角$A_1-DE-B$的大小为$\arccos\dfrac{\sqrt{14}}{42}$．（12分）




【点评】本题考查直线与平面垂直的判定，二面角的求法，考查空间想象能力，逻辑思维能力，是中档题．

21．（12分）设$a\in R$，函数$f(x)=ax^3-3x^2$．

（Ⅰ）若x=2是函数y=f（x）的极值点，求a的值；

（Ⅱ）若函数g（x）=f（x）+f′（x），x∈[0，2]，在x=0处取得最大值，求a的取值范围．

【考点】6C：函数在某点取得极值的条件；6D：利用导数研究函数的极值；6E：利用导数研究函数的最值．

【专题】16：压轴题．

【分析】（Ⅰ）导函数在x=2处为零求a，是必要不充分条件故要注意检验

（Ⅱ）利用最大值g（0）大于等于g（2）求出a的范围也是必要不充分条件注意检验

【解答】解：

（Ⅰ）$f'(x)=3ax^2-6x=3x(ax-2)$．

因为x=2是函数y=f（x）的极值点，所以f'（2）=0，即6（2a﹣2）=0，因此a=1．

经验证，当a=1时，x=2是函数y=f（x）的极值点．

（Ⅱ）由题设，$g(x)=ax^3-3x^2+3ax^2-6x=ax^2(x+3)-3x(x+2)$．

当g（x）在区间[0，2]上的最大值为g（0）时，g（0）≥g（2），

即0≥20a﹣24．

故得$a\leqslant\frac{6}{5}$．

反之，当$a\leqslant\frac{6}{5}$时，对任意x∈[0，2]，$g(x)\leqslant\frac{6}{5}x^2(x+3)-3x(x+2)=$

$\frac{3x}{5}(2x^2+x-10)=\frac{3x}{5}(2x+5)(x-2)\leq0$，

而g（0）=0，故g（x）在区间[0，2]上的最大值为g（0）．

综上，a的取值范围为$(-\infty,\ \frac{6}{5}]$．

【点评】当函数连续且可导，极值点处的导数等于零是此点为极值点的必要不充分条件，所以解题时一定注意检验．

22．（12分）设椭圆中心在坐标原点，A（2，0），B（0，1）是它的两个顶点，直线y=kx（k＞0）与AB相交于点D，与椭圆相交于E、F两点．

（Ⅰ）若$\overrightarrow{ED}=6\overrightarrow{DF}$，求k的值；

（Ⅱ）求四边形AEBF面积的最大值.

【考点】96：平行向量（共线）；KH：直线与圆锥曲线的综合.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

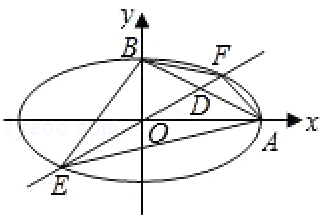
【分析】（1）依题可得椭圆的方程，设直线AB，EF的方程分别为x+2y=2，y=kx，D（$x_0$，$kx_0$），E（$x_1$，$kx_1$），F（$x_2$，$kx_2$），且$x_1$，$x_2$满足方程（$1+4k^2$）$x^2=4$，进而求得$x_2$的表达式，进而根据$\overrightarrow{ED}=6\overrightarrow{DF}$求得$x_0$的表达式，由D在AB上知$x_0+2kx_0=2$，进而求得$x_0$的另一个表达式，两个表达式相等求得k.

（Ⅱ）由题设可知|BO|和|AO|的值，设$y_1=kx_1$，$y_2=kx_2$，进而可表示出四边形AEBF的面积进而根据基本不等式的性质求得最大值.

【解答】解：（Ⅰ）依题设得椭圆的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，

直线AB，EF的方程分别为x+2y=2，y=kx（k＞0）.

如图，设D（$x_0$，$kx_0$），E（$x_1$，$kx_1$），F（$x_2$，$kx_2$），其中$x_1＜x_2$，




且$x_1$，$x_2$满足方程（$1+4k^2$）$x^2=4$，

故$x_2=-x_1=\frac{2}{\sqrt{1+4k^2}}$. ①

由$\overrightarrow{ED}=6\overrightarrow{DF}$知$x_0-x_1=6（x_2-x_0）$，得$x_0=\frac{1}{7}(6x_2+x_1)=\frac{5}{7}x_2=\frac{10}{7\sqrt{1+4k^2}}$；

由D在AB上知$x_0+2kx_0=2$，得$x_0=\frac{2}{1+2k}$.

所以$\frac{2}{1+2k}=\frac{10}{7\sqrt{1+4k^2}}$，

化简得$24k^2-25k+6=0$，

解得$k=\frac{2}{3}$或$k=\frac{3}{8}$.

（Ⅱ）由题设，$|BO|=1$，$|AO|=2$．由（Ⅰ）知，$E(x_1, kx_1)$，$F(x_2, kx_2)$，

不妨设$y_1=kx_1$，$y_2=kx_2$，由①得$x_2>0$，根据E与F关于原点对称可知$y_2=-y_1>0$，

故四边形AEBF的面积为$S=S_{\triangle OBE}+S_{\triangle OBF}+S_{\triangle OAE}+S_{\triangle OAF}$

$=\frac{1}{2}|OB|\cdot(-x_1)+\frac{1}{2}|OB|\cdot x_2+\frac{1}{2}|OA|\cdot y_2+\frac{1}{2}|OA|\cdot(-y_1)$

$=\frac{1}{2}|OB|(x_2-x_1)+\frac{1}{2}|OA|(y_2-y_1)$

$=x_2+2y_2$

$=\sqrt{(x_2+2y_2)^2}=\sqrt{x_2^2+4y_2^2+4x_2y_2}\leqslant\sqrt{2(x_2^2+4y_2^2)}=2\sqrt{2}$,

当$x_2=2y_2$时，上式取等号．所以S的最大值为$2\sqrt{2}$.

【点评】本题主要考查了直线与圆锥曲线的综合问题．直线与圆锥曲线的综合问题是支撑圆锥曲线知识体系的重点内容，问题的解决具有入口宽、方法灵活多样等，而不同的解题途径其运算量繁简差别很大．