2011年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学 I

参考公式：

（1）样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的方差 $s^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2$，其中 $\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$．

（2）直棱柱的侧面积 $S=ch$，其中 c 为底面周长，h 为高．

（3）棱柱的体积 $V=Sh$，其中 S 为底面积，h 为高．

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分．请把答案填写在答题卡相应位置上．

1．已知集合 $A=\{-1,1,2,4\}$，$B=\{-1,0,2\}$，则 $A\bigcap B=$__▲__．

2．函数 $f(x)=\log_5(2x+1)$ 的单调增区间是__▲__．

3．设复数 z 满足 $i(z+1)=-3+2i$（i 为虚数单位），则 z 的实部是__▲__．

```
Read a，b
If a>b Then
  m←a
Else
  m←b
End If
Print m
```

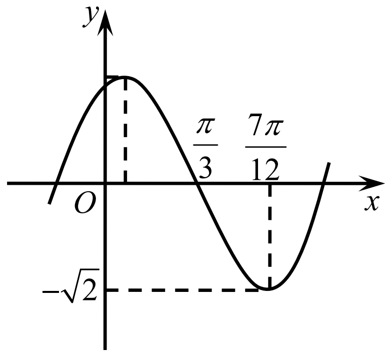
4．根据如图所示的伪代码，当输入 a,b 分别为2，3时，最后输出的 m 的值为__▲__．

5．从1，2，3，4这四个数中一次随机取两个数，则其中一个数是另一个的两倍的概率是__▲__．

6．某老师从星期一到星期五收到的信件数分别是10，6，8，5，6，则该组数据的方差 $s^2=$__▲__．

7．已知 $\tan(x+\frac{\pi}{4})=2$，则 $\frac{\tan x}{\tan 2x}$ 的值为__▲__．

8．在平面直角坐标系 xOy 中，过坐标原点的一条直线与函数 $f(x)=\frac{2}{x}$ 的图象交于 P、Q 两点，则线段 PQ 长的最小值是__▲__．



9．函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A$，$\omega$，$\varphi$ 是常数，$A>0$，$\omega>0$）的部分图象如图所示，则 $f(0)$ 的

值是___▲___.

10．已知$\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$是夹角为$\dfrac{2}{3}\pi$的两个单位向量，$\vec{a}=\overrightarrow{e_1}-2\overrightarrow{e_2}$，$\vec{b}=k\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}$，若$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则实数$k$的值为___▲___.

11．已知实数$a\neq 0$，函数$f(x)=\begin{cases}2x+a,x<1\\-x-2a,x\geq 1\end{cases}$，若$f(1-a)=f(1+a)$，则$a$的值为

___▲___.

12．在平面直角坐标系xOy中，已知点P是函数$f(x)=e^x(x>0)$的图象上的动点，该图象在P处的切线l交y轴于点M，过点P作l的垂线交y轴于点N，设线段MN的中点的纵坐标为t，则t的最大值是___▲___.

13．设$1=a_1\leq a_2\leq\ldots\leq a_7$，其中$a_1,a_3,a_5,a_7$成公比为$q$的等比数列，$a_2,a_4,a_6$成公差为1的等差数列，则$q$的最小值是___▲___.

14．设集合$A=\left\{(x,y)\mid \dfrac{m}{2}\leq(x-2)^2+y^2\leq m^2,\ x,y\in R\right\}$，$B=\{(x,y)\mid 2m\leq x+y\leq 2m+1,\ x,y\in R\}$，若$A\bigcap B\neq\varnothing$，则实数$m$的取值范围是___▲___.

二、解答题：本大题共6小题，共计90分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分14分）

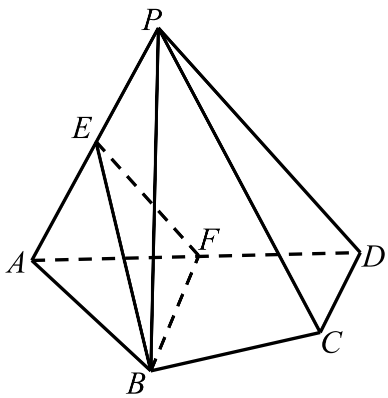
在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c.

（1）若$\sin(A+\dfrac{\pi}{6})=2\cos A$，求$A$的值；

（2）若$\cos A=\dfrac{1}{3}$，$b=3c$，求$\sin C$的值.

16．（本小题满分14分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，平面$PAD\perp$平面$ABCD$，$AB=AD$，$\angle BAD=60^\circ$，E,F分别是



AP,AD 的中点.

求证：（1）直线 $EF//$ 平面 PCD；

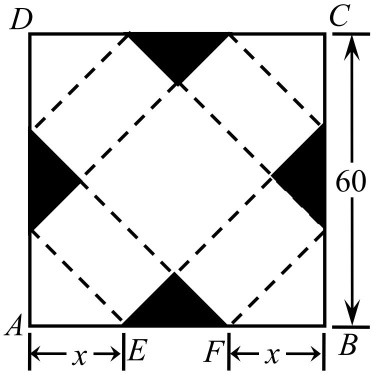
（2）平面 $BEF\perp$ 平面 PAD.

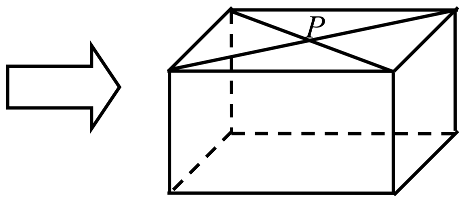
17．（本小题满分14分）

请你设计一个包装盒，如图所示，$ABCD$是边长为60cm的正方形硬纸片，切去阴影部分所示的四个全等的等腰直角三角形，再沿虚线折起，使得A，B，C，D四个点重合于图中的点P，正好形成一个正四棱柱形状的包装盒，E，F在AB上，是被切去的一个等腰直角三角形斜边的两个端点．设$AE=FB=x$（cm）．

（1）某广告商要求包装盒的侧面积S（cm^2）最大，试问x应取何值？

（2）某厂商要求包装盒的容积V（cm^3）最大，试问x应取何值？并求出此时包装盒的高与底面边长的比值．





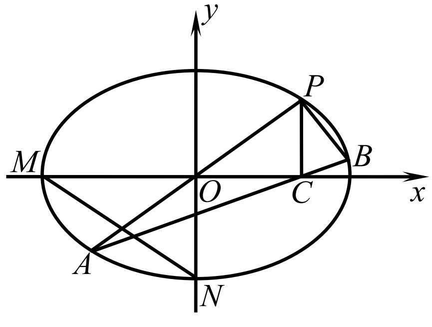
18．（本小题满分16分）

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，M,N 分别是椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 的顶点，过坐标原点的直线交椭圆于 P,A 两点，其中点 P 在第一象限，过 P 作 x 轴的垂线，垂足为 C，连接 AC，并延长交椭圆于点 B．设直线 PA 的斜率为 k．

（1）当直线 PA 平分线段 MN，求 k 的值；

（2）当 $k=2$ 时，求点 P 到直线 AB 的距离 d

；



（3）对任意 $k>0$，求证：$PA\perp PB$．

19．（本小题满分16分）

已知 a,b 是实数，函数 $f(x)=x^3+ax$，$g(x)=x^2+bx$，$f'(x)$ 和 $g'(x)$ 是 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的导函数．若 $f'(x)g'(x)\ge 0$ 在区间 I 上恒成立，则称 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在区间 I 上单调性一致．

（1）设 $a>0$，若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在区间 $[-1,+\infty)$ 上单调性一致，求实数 b 的取值范围；

（2）设 $a<0$ 且 $a\ne b$，若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在以 a,b 为端点的开区间上单调性一致，求 $|a-b|$ 的最大值．

20．（本小题满分16分）

设 M 为部分正整数组成的集合，数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=1$，前 n 项的和为 S_n，已知对任意整数 $k\in M$，当 $n>k$ 时，$S_{n+k}+S_{n-k}=2(S_n+S_k)$ 都成立．

（1）设 $M=\{1\}$，$a_2=2$，求 a_5 的值；

（2）设 $M=\{3,4\}$，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式．

2011年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

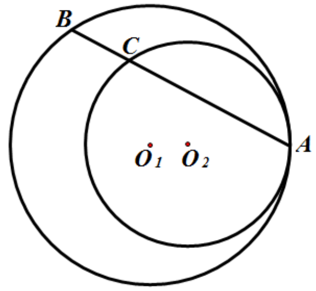
数学Ⅱ（附加题）

21．[选做题]本题包括A、B、C、D四小题，请选定其中两题，并在相应的答题区域内作答．若多做，则按作答的前两题评分．
解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

A．选修4-1：几何证明选讲

（本小题满分10分）

如图，圆O_1与圆O_2内切于点A，其半径分别为r_1与r_2（$r_1 > r_2$）．圆O_1的弦AB交圆O_2于点C（O_1不在AB上）．



求证：$AB : AC$为定值．

B．选修4-2：矩阵与变换

（本小题满分10分）

已知矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$，向量$\beta=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}$．求向量$\alpha$，使得$\boldsymbol{A}^2\alpha=\beta$．

C．选修4-4：坐标系与参数方程

（本小题满分10分）

在平面直角坐标系xOy中，求过椭圆$\begin{cases}x=5\cos\varphi\\ y=3\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$为参数）的右焦点，且与直线$\begin{cases}x=4-2t\\ y=3-t\end{cases}$（$t$为参数）平行的直线的普通方程．

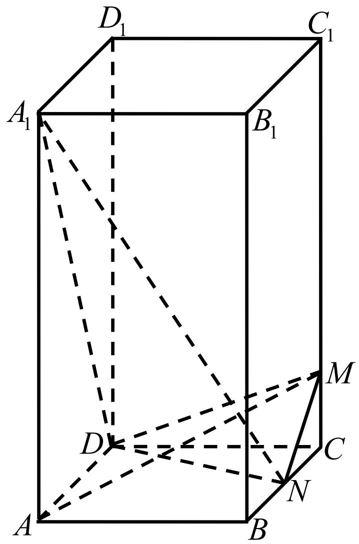
D．选修4-5：不等式选讲

（本小题满分10分）

解不等式：$x+|2x-1|<3$．

【必做题】第22题、第23题，每题10分，共计20分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

22．（本小题满分10分）



如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2$，$AB=1$，点 N 是 BC 的中点，点 M 在 CC_1 上．

设二面角 A_1-DN-M 的大小为 θ．

（1）当 $\theta=90^\circ$ 时，求 AM 的长；

（2）当 $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$ 时，求 CM 的长．

23．（本小题满分10分）

设整数 $n\geq 4$，$P(a,b)$ 是平面直角坐标系 xOy 中的点，其中 $a,b\in\{1,2,3,\dots,n\}$，$a>b$．

（1）记 A_n 为满足 $a-b=3$ 的点 P 的个数，求 A_n；

（2）记 B_n 为满足 $\dfrac{1}{3}(a-b)$ 是整数的点 P 的个数，求 B_n．