

2014 年普通高等学校招生全国统一考试 (江西卷)

数学 (文科)

一、选择题：

1. 若复数 z 满足 $z(1+i) = 2i$ (i 为虚数单位), 则 $|z| = (\quad)$

A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

2. 设全集为 R , 集合 $A = \{x | x^2 - 9 < 0\}$, $B = \{x | -1 < x \leq 5\}$, 则 $A \cap (C_R B) = (\quad)$

A. $(-3, 0)$ B. $(-3, -1)$ C. $(-3, -1]$ D. $(-3, 3)$

3. 掷两颗均匀的骰子, 则点数之和为 5 的概率等于 (\quad)

A. $\frac{1}{18}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a \cdot 2^x, & x \geq 0 \\ 2^{-x}, & x < 0 \end{cases}$ ($a \in R$), 若 $f[f(-1)] = 1$, 则 $a = (\quad)$

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 若 $3a = 2b$, 则 $\frac{2\sin^2 B - \sin^2 A}{\sin^2 A}$ 的值为 (\quad)

A. $-\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 1 D. $\frac{7}{2}$

6. 下列叙述中正确的是 (\quad)

A. 若 $a, b, c \in R$, 则 " $ax^2 + bx + c \geq 0$ " 的充分条件是 " $b^2 - 4ac \leq 0$ "

B. 若 $a, b, c \in R$, 则 " $ab^2 > cb^2$ " 的充要条件是 " $a > c$ "

C. 命题 "对任意 $x \in R$, 有 $x^2 \geq 0$ " 的否定是 "存在 $x \in R$, 有 $x^2 \geq 0$ "

D. l 是一条直线, α, β 是两个不同的平面, 若 $l \perp \alpha, l \perp \beta$, 则 $\alpha // \beta$

7. 某人研究中学生的性别与成绩、视力、智商、阅读量这 4 个变量之间的关系, 随机抽查 52 名中学生, 得到统计数据如表 1 至表 4, 这与性别有关联的可能性最大的变量是 (\quad)

表 1	不及格	及格	总计
男	6	14	20

女	10	22	32
总计	16	36	52

A.成绩

表 2	不及格	及格	总计
男	4	16	20
女	12	20	32
总计	16	36	52

B.视力

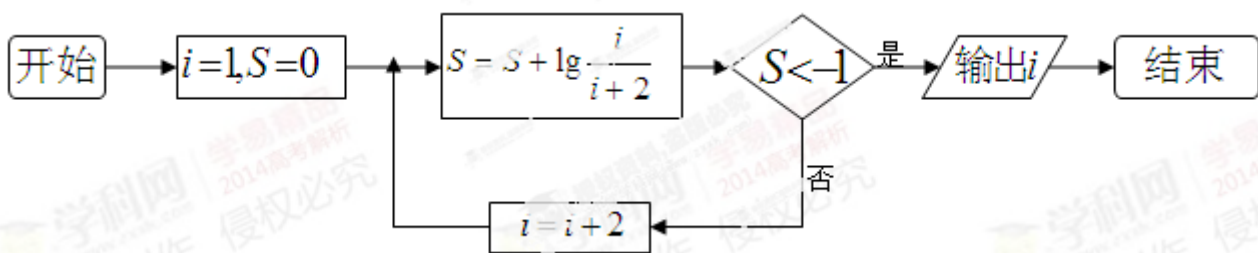
表 3	不及格	及格	总计
男	8	12	20
女	8	24	32
总计	16	36	52

C.智商

表 4	不及格	及格	总计
男	14	6	20
女	2	30	32
总计	16	36	52

D.阅读量

8. 阅读如下程序框图，运行相应的程序，则程序运行后输出的结果为（ ）

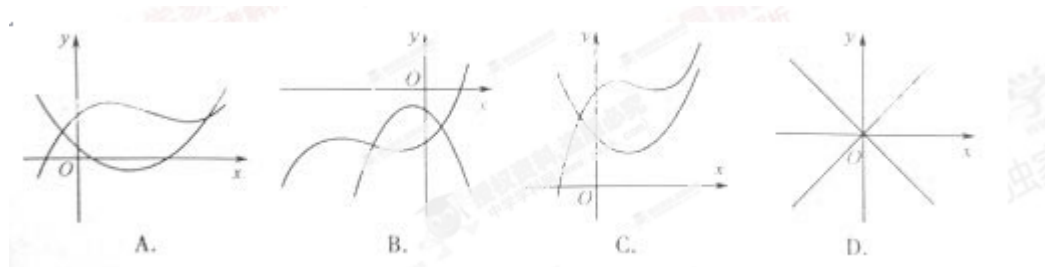


A.7 B.9 C.10 D.11

9. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右顶点作 x 轴的垂线与 C 的一条渐近线相交于 A . 若以 C 的右焦点为圆心、半径为 4 的圆经过 A 、 O 两点 (O 为坐标原点)，则双曲线 C 的方程为（ ）

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1$ C. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$ D. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

10. 在同意直角坐标系中, 函数 $y = ax^2 - x + \frac{a}{2}$ 与 $y = a^2x^3 - 2ax^2 + x + a (a \in R)$ 的图像不可能的是 ()



二. 填空题:

11. 若曲线 $y = x \ln x$ 上点 P 处的切线平行于直线 $2x - y + 1 = 0$, 则点 P 的坐标是_____.

12. 已知单位向量 \vec{e}_1, \vec{e}_2 的夹角为 α , 且 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, 若向量 $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, 则 $|\vec{a}| =$ _____.

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 7$, 公差为 d , 前 n 项和为 S_n , 当且仅当 $n = 8$ 时 S_n 取最大值, 则 d 的取值范围_____.

14. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点为 F_1, F_2 , 作 F_2 作 x 轴的垂线与 C 交于

A, B 两点, F_1B 与 y 轴交于点 D , 若 $AD \perp F_1B$, 则椭圆 C 的离心率等于_____.

15. $x, y \in R$, 若 $|x| + |y| + |x-1| + |y-1| \leq 2$, 则 $x + y$ 的取值范围为_____.

三、解答题

16. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (a + 2\cos^2 x)\cos(2x + \theta)$ 为奇函数, 且 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$, 其中 $a \in R, \theta \in (0, \pi)$.

(1) 求 a, θ 的值;

(2) 若 $f\left(\frac{\alpha}{4}\right) = -\frac{2}{5}, \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 求 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$, $n \in N^*$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: 对任意 $n > 1$, 都有 $m \in N^*$, 使得 a_1, a_n, a_m 成等比数列.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (4x^2 + 4ax + a^2)\sqrt{x}$, 其中 $a < 0$.

(1) 当 $a = -4$ 时, 求 $f(x)$ 的单调递增区间;

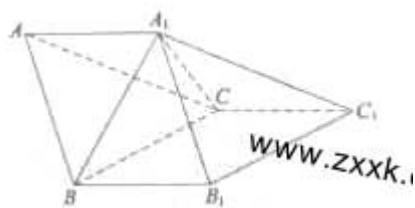
(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[1, 4]$ 上的最小值为 8, 求 a 的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp BC, A_1B \perp BB_1$.

(1) 求证: $A_1C_1 \perp CC_1$;

(2) 若 $AB = 2, AC = \sqrt{3}, BC = \sqrt{7}$, 问 AA_1 为何值时, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 体积最大, 并求此最大值.



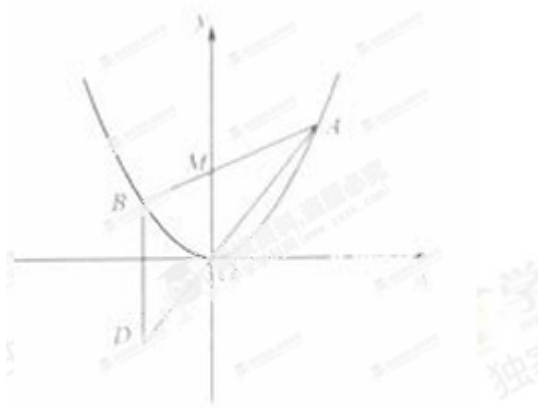
20. (本小题满分 13 分)

如图, 已知抛物线 $C: x^2 = 4y$, 过点 $M(0, 2)$ 任作一直线与 C 相交于 A, B 两点, 过点 B 作 y 轴的平行线与直线 AO 相交于点 D (O 为坐标原点).

(1) 证明: 动点 D 在定直线上;

(2) 作 C 的任意一条切线 l (不含 x 轴) 与直线 $y = 2$ 相交于点 N_1 , 与 (1) 中的定直线相交于点 N_2 ,

证明: $|MN_2|^2 - |MN_1|^2$ 为定值, 并求此定值.



21. (本小题满分 14 分)

将连续正整数 $1, 2, \dots, n (n \in \mathbb{N}^*)$ 从小到大排列构成一个数 $123 \cdots n$., $F(n)$ 为这个数的位数 (如 $n = 12$ 时, 此数为 123456789101112 , 共有 15 个数字, $f(12) = 15$), 现从这个数中随机取一个数字, $p(n)$ 为恰好取到 0 的概率.

(1) 求 $p(100)$;

(2) 当 $n \leq 2014$ 时, 求 $F(n)$ 的表达式;

(3) 令 $g(n)$ 为这个数中数字 0 的个数, $f(n)$ 为这个数中数字 9 的个数, $h(n) = f(n) - g(n)$, $S = \{n \mid h(n) = 1, n \leq 100, n \in \mathbb{N}^*\}$, 求当 $n \in S$ 时 $p(n)$ 的最大值.