2014年全国统一高考数学试卷（文科）（大纲版）

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分）

1．（5分）设集合M={1，2，4，6，8}，N={1，2，3，5，6，7}，则M∩N中元素的个数为（　　）

A．2　　　　B．3　　　　C．5　　　　D．7

【考点】1A：集合中元素个数的最值；1E：交集及其运算．

【专题】5J：集合．

【分析】根据M与N，找出两集合的交集，找出交集中的元素即可．

【解答】解：∵M={1，2，4，6，8}，N={1，2，3，5，6，7}，

∴M∩N={1，2，6}，即M∩N中元素的个数为3．

故选：B．

【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

2．（5分）已知角α的终边经过点（﹣4，3），则cosα=（　　）

A．$\frac{4}{5}$　　　　B．$\frac{3}{5}$　　　　C．$-\frac{3}{5}$　　　　D．$-\frac{4}{5}$

【考点】G9：任意角的三角函数的定义．

【专题】56：三角函数的求值．

【分析】由条件直接利用任意角的三角函数的定义求得cosα的值．

【解答】解：∵角α的终边经过点（﹣4，3），∴x=﹣4，y=3，$r=\sqrt{x^2+y^2}=5$．

∴$\cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{-4}{5}=-\frac{4}{5}$，

故选：D．

【点评】本题主要考查任意角的三角函数的定义，两点间的距离公式的应用，属于基础题．

3．（5分）不等式组$\begin{cases}x(x+2)>0\\|x|<1\end{cases}$的解集为（　　）

A．$\{x|-2<x<-1\}$　　B．$\{x|-1<x<0\}$　C．$\{x|0<x<1\}$　D．$\{x|x>1\}$

【考点】7E：其他不等式的解法．

【专题】59：不等式的解法及应用．

【分析】解一元二次不等式、绝对值不等式，分别求出不等式组中每个不等式的解集，再取交集，即得所求．

【解答】解：由不等式组$\begin{cases}x(x+2)>0\\|x|<1\end{cases}$可得$\begin{cases}x<-2，或x>0\\-1<x<1\end{cases}$，解得$0<x<1$，

故选：C．

【点评】本题主要考查一元二次不等式、绝对值不等式的解法，属于基础题．

4．（5分）已知正四面体ABCD中，E是AB的中点，则异面直线CE与BD所成角的余弦值为（　　）

A．$\frac{1}{6}$　B．$\frac{\sqrt{3}}{6}$　C．$\frac{1}{3}$　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】LM：异面直线及其所成的角．

【专题】5G：空间角．

【分析】由E为AB的中点，可取AD中点F，连接EF，则∠CEF为异面直线CE与BD所成角，设出正四面体的棱长，求出△CEF的三边长，然后利用余弦定理求解异面直线CE与BD所成角的余弦值．

【解答】解：如图，

取AD中点F，连接EF，CF，

∵E为AB的中点，

∴EF∥DB，

则∠CEF为异面直线BD与CE所成的角，

∵ABCD为正四面体，E，F分别为AB，AD的中点，

∴CE=CF．

设正四面体的棱长为2a，

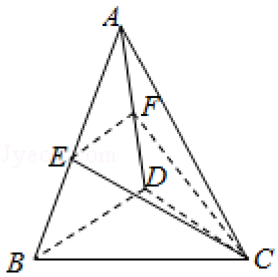
则EF=a，

$CE=CF=\sqrt{(2a)^2-a^2}=\sqrt{3}a$．

在△CEF中，由余弦定理得：

$\cos\angle CEF=\dfrac{CE^2+EF^2-CF^2}{2CE\cdot EF}=\dfrac{a^2}{2\times\sqrt{3}a^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$．

故选：B．



【点评】本题考查异面直线及其所成的角，关键是找角，考查了余弦定理的应用，是中档题．

5．（5分）函数$y=\ln(\sqrt[3]{x}+1)$（x＞﹣1）的反函数是（　　）

A．$y=(1-e^x)^3$（x＞﹣1）　　B．$y=(e^x-1)^3$（x＞﹣1）

C．$y=(1-e^x)^3$（x∈R）　　D．$y=(e^x-1)^3$（x∈R）

【考点】4R：反函数．

【专题】51：函数的性质及应用．

【分析】由已知式子解出x，然后互换x、y的位置即可得到反函数．

【解答】解：∵$y=\ln(\sqrt[3]{x}+1)$，

∴$\sqrt[3]{x}+1=e^y$，即$\sqrt[3]{x}=e^y-1$，

∴$x=(e^y-1)^3$，

∴所求反函数为$y=(e^x-1)^3$，

故选：D．

【点评】本题考查反函数解析式的求解，属基础题.

6．（5分）已知$\vec{a}$，$\vec{b}$为单位向量，其夹角为60°，则（2$\vec{a}$﹣$\vec{b}$）•$\vec{b}$=（　　）

A．﹣1　　B．0　　C．1　　D．2

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算.

【专题】5A：平面向量及应用.

【分析】由条件利用两个向量的数量积的定义，求得$\vec{a}\cdot\vec{b}$、$\vec{b}^2$的值，可得（2$\vec{a}$﹣$\vec{b}$）•$\vec{b}$的值.

【解答】解：由题意可得，$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times1\times\cos60°=\frac{1}{2}$，$\vec{b}^2=1$，

∴（2$\vec{a}$﹣$\vec{b}$）•$\vec{b}$=2$\vec{a}\cdot\vec{b}$﹣$\vec{b}^2$=0，

故选：B.

【点评】本题主要考查两个向量的数量积的定义，属于基础题.

7．（5分）有6名男医生、5名女医生，从中选出2名男医生、1名女医生组成一个医疗小组，则不同的选法共有（　　）

A．60种　　B．70种　　C．75种　　D．150种

【考点】D9：排列、组合及简单计数问题.

【专题】5O：排列组合.

【分析】根据题意，分2步分析，先从6名男医生中选2人，再从5名女医生中选出1人，由组合数公式依次求出每一步的情况数目，由分步计数原理计算可得答案.

【解答】解：根据题意，先从6名男医生中选2人，有$C_6^2=15$种选法，

再从5名女医生中选出1人，有$C_5^1=5$种选法，

则不同的选法共有15×5=75种；

故选：C.

【点评】本题考查分步计数原理的应用，注意区分排列、组合的不同.

8．（5分）设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n．若$S_2=3$，$S_4=15$，则$S_6=$（　　）

A．31　　B．32　　C．63　　D．64

【考点】89：等比数列的前n项和．

【专题】54：等差数列与等比数列．

【分析】由等比数列的性质可得S_2，S_4-S_2，S_6-S_4成等比数列，代入数据计算可得．

【解答】解：$S_2=a_1+a_2$，$S_4-S_2=a_3+a_4=(a_1+a_2)q^2$，$S_6-S_4=a_5+a_6=(a_1+a_2)q^4$，

所以S_2，S_4-S_2，S_6-S_4成等比数列，

即3，12，S_6-15成等比数列，

可得$12^2=3(S_6-15)$，

解得$S_6=63$

故选：C．

【点评】本题考查等比数列的性质，得出S_2，S_4-S_2，S_6-S_4成等比数列是解决问题的关键，属基础题．

9．（5分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点为$F_1$、$F_2$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，过$F_2$的直线l交C于A、B两点，若$\triangle AF_1B$的周长为$4\sqrt{3}$，则C的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　B．$\frac{x^2}{3}+y^2=1$　　C．$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{8}=1$　　D．$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$

【考点】K4：椭圆的性质．

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用$\triangle AF_1B$的周长为$4\sqrt{3}$，求出$a=\sqrt{3}$，根据离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，可得$c=1$，求出b，即可得出椭圆的方程．

【解答】解：∵$\triangle AF_1B$的周长为$4\sqrt{3}$，

∵△AF_1B的周长=$|AF_1|+|AF_2|+|BF_1|+|BF_2|=2a+2a=4a$，

∴$4a=4\sqrt{3}$，

∴$a=\sqrt{3}$，

∵离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$c=1$，

∴$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{2}$，

∴椭圆C的方程为$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$.

故选：A.

【点评】本题考查椭圆的定义与方程，考查椭圆的几何性质，考查学生的计算能力，属于基础题.

10．（5分）正四棱锥的顶点都在同一球面上，若该棱锥的高为4，底面边长为2，则该球的表面积为（　　）

A．$\frac{81\pi}{4}$　　B．16π　　C．9π　　D．$\frac{27\pi}{4}$

【考点】LG：球的体积和表面积；LR：球内接多面体.

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离.

【分析】正四棱锥P﹣ABCD的外接球的球心在它的高PO_1上，记为O，求出PO_1，OO_1，解出球的半径，求出球的表面积.

【解答】解：设球的半径为R，则

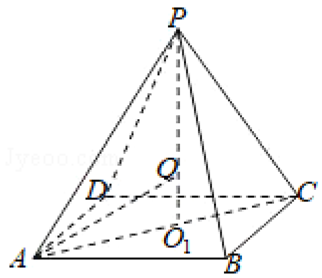
∵棱锥的高为4，底面边长为2，

∴$R^2=(4-R)^2+(\sqrt{2})^2$，

∴$R=\frac{9}{4}$，

∴球的表面积为$4\pi\cdot(\frac{9}{4})^2=\frac{81\pi}{4}$.

故选：A.



【点评】本题考查球的表面积，球的内接几何体问题，考查计算能力，是基础题．

11．（5分）双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为2，焦点到渐近线的距离为$\sqrt{3}$，则C的焦距等于（　　）

A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据双曲线的离心率以及焦点到直线的距离公式，建立方程组即可得到结论．

【解答】解：∵：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为2，

∴$e=\frac{c}{a}=2$，双曲线的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$，不妨取$y=\frac{b}{a}x$，即bx﹣ay=0，

则c=2a，$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{3}a$，

∵焦点F（c，0）到渐近线bx﹣ay=0的距离为$\sqrt{3}$，

∴$d=\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{3}$，

即$\frac{\sqrt{3}a\cdot c}{\sqrt{a^2+3a^2}}=\frac{\sqrt{3}ac}{2a}=\frac{\sqrt{3}c}{2}=\sqrt{3}$，

解得c=2，

则焦距为2c=4，

故选：C．

【点评】本题主要考查是双曲线的基本运算，利用双曲线的离心率以及焦点到直线的距离公式，建立方程组是解决本题的关键，比较基础．

12．（5分）奇函数f（x）的定义域为R，若f（x+2）为偶函数，且f（1）=1，则f（8）+f（9）=（　　）

A．﹣2　　B．﹣1　　C．0　　D．1

【考点】3K：函数奇偶性的性质与判断．

【专题】51：函数的性质及应用．

【分析】根据函数的奇偶性的性质，得到f（x+8）=f（x），即可得到结论．

【解答】解：∵f（x+2）为偶函数，f（x）是奇函数，

∴设g（x）=f（x+2），

则g（﹣x）=g（x），

即f（﹣x+2）=f（x+2），

∵f（x）是奇函数，

∴f（﹣x+2）=f（x+2）=﹣f（x﹣2），

即f（x+4）=﹣f（x），f（x+8）=f（x+4+4）=﹣f（x+4）=f（x），

则f（8）=f（0）=0，f（9）=f（1）=1，

∴f（8）+f（9）=0+1=1，

故选：D．

【点评】本题主要考查函数值的计算，利用函数奇偶性的性质，得到函数的对称轴是解决本题的关键．

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分）

13．（5分）（x﹣2）^{6}的展开式中x^3的系数是＿﹣160＿．（用数字作答）

【考点】DA：二项式定理．

【专题】11：计算题．

【分析】根据题意，由二项式定理可得（x﹣2）^{6}的展开式的通项，令x的系数

为3，可得r=3，将r=3代入通项，计算可得$T_4=-160x^3$，即可得答案．

【解答】解：根据题意，$(x-2)^6$的展开式的通项为$T_{r+1}=C_6^r x^{6-r}(-2)^r=(-1)^r\bullet 2^r\bullet C_6^r x^{6-r}$，

令$6-r=3$可得r=3，

此时$T_4=(-1)^3\bullet 2^3\bullet C_6^3x^3=-160x^3$，即$x^3$的系数是－160；

故答案为－160．

【点评】本题考查二项式定理的应用，关键要得到$(x-2)^6$的展开式的通项．

14．（5分）函数y=cos2x+2sinx的最大值是$\underline{\quad\frac{3}{2}\quad}$．

【考点】HW：三角函数的最值．

【专题】11：计算题．

【分析】利用二倍角公式对函数化简可得$y=\cos 2x+2\sin x=1-2\sin^2x+2\sin x=-2(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{2}$，结合$-1\le\sin x\le 1$及二次函数的性质可求函数有最大值

【解答】解：$\because y=\cos 2x+2\sin x=1-2\sin^2x+2\sin x=-2(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{2}$

又$\because -1\le\sin x\le 1$

当$\sin x=\frac{1}{2}$时，函数有最大值$\frac{3}{2}$

故答案为：$\frac{3}{2}$

【点评】本题主要考查了利用二倍角度公式对三角函数进行化简，二次函数在闭区间上的最值的求解，解题中要注意$-1\le\sin x\le 1$的条件．

15．（5分）设x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y\geqslant 0\\x+2y\leqslant 3\\x-2y\leqslant 1\end{cases}$，则z=x+4y的最大值为$\underline{\quad 5\quad}$．

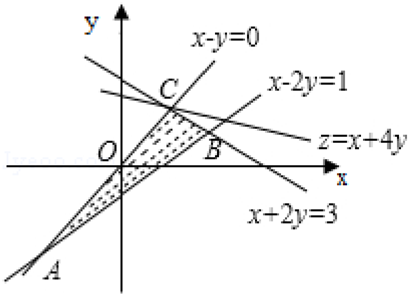
【考点】7C：简单线性规划．

【专题】31：数形结合．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，由图得到

最优解，联立方程组求出最优解的坐标，代入目标函数得答案.

【解答】解：由约束条件$\begin{cases}x-y\geqslant 0\\x+2y\leqslant 3\\x-2y\leqslant 1\end{cases}$作出可行域如图，



联立$\begin{cases}x-y=0\\x+2y=3\end{cases}$，解得C（1，1）.

化目标函数z=x+4y为直线方程的斜截式，得$y=-\frac{1}{4}x+\frac{z}{4}$.

由图可知，当直线$y=-\frac{1}{4}x+\frac{z}{4}$过C点时，直线在y轴上的截距最大，z最大.

此时$z_{max}=1+4\times 1=5$.

故答案为：5.

【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题.

16．（5分）直线l_1和l_2是圆$x^2+y^2=2$的两条切线，若l_1与l_2的交点为（1，3），则l_1与l_2的夹角的正切值等于__$\frac{4}{3}$__.

【考点】IV：两直线的夹角与到角问题.

【专题】5B：直线与圆.

【分析】设l_1与l_2的夹角为2θ，由于l_1与l_2的交点A（1，3）在圆的外部，由直角三角形中的边角关系求得$\sin\theta=\frac{r}{OA}$ 的值，可得cosθ、tanθ的值，再根据$\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$，计算求得结果.

【解答】解：设l_1与l_2的夹角为2θ，由于l_1与l_2的交点A（1，3）在圆的外部，

且点A与圆心O之间的距离为$OA=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$，

圆的半径为$r=\sqrt{2}$，

$\therefore\sin\theta=\frac{r}{OA}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$，

$\therefore\cos\theta=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$，$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{1}{2}$，

$\therefore\tan2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\frac{1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4}{3}$，

故答案为：$\frac{4}{3}$.

【点评】本题主要考查直线和圆相切的性质，直角三角形中的变角关系，同角三角函数的基本关系、二倍角的正切公式的应用，属于中档题.

三、解答题

17. （10分）数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=2a_{n+1}-a_n+2$.

（Ⅰ）设$b_n=a_{n+1}-a_n$，证明$\{b_n\}$是等差数列；

（Ⅱ）求$\{a_n\}$的通项公式.

【考点】83：等差数列的性质；84：等差数列的通项公式；8H：数列递推式.

【专题】54：等差数列与等比数列.

【分析】（Ⅰ）将$a_{n+2}=2a_{n+1}-a_n+2$变形为：$a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n+2$，再由条件得$b_{n+1}=b_n+2$，根据条件求出$b_1$，由等差数列的定义证明$\{b_n\}$是等差数列；

（Ⅱ）由（Ⅰ）和等差数列的通项公式求出b_n，代入$b_n=a_{n+1}-a_n$并令n从1开始取值，依次得（n﹣1）个式子，然后相加，利用等差数列的前n项和公式求出$\{a_n\}$的通项公式a_n.

【解答】解：（Ⅰ）由$a_{n+2}=2a_{n+1}-a_n+2$得，

$a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n+2$，

由$b_n=a_{n+1}-a_n$得，$b_{n+1}=b_n+2$，

即$b_{n+1}-b_n=2$，

又$b_1=a_2-a_1=1$，

所以$\{b_n\}$是首项为1，公差为2的等差数列.

（Ⅱ）由（Ⅰ）得，$b_n=1+2(n-1)=2n-1$，

由$b_n=a_{n+1}-a_n$得，$a_{n+1}-a_n=2n-1$，

则$a_2-a_1=1$，$a_3-a_2=3$，$a_4-a_3=5$，…，$a_n-a_{n-1}=2(n-1)-1$，

所以，$a_n-a_1=1+3+5+\ldots+2(n-1)-1$

$=\frac{(n-1)(1+2n-3)}{2}=(n-1)^2$，

又$a_1=1$，

所以$\{a_n\}$的通项公式$a_n=(n-1)^2+1=n^2-2n+2$．

【点评】本题考查了等差数列的定义、通项公式、前n项和公式，及累加法求数列的通项公式和转化思想，属于中档题．

18．（12分）△ABC的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知$3a\cos C=2c\cos A$，$\tan A=\frac{1}{3}$，求B．

【考点】GL：三角函数中的恒等变换应用；HP：正弦定理．

【专题】58：解三角形．

【分析】由$3a\cos C=2c\cos A$，利用正弦定理可得$3\sin A\cos C=2\sin C\cos A$，再利用同角的三角函数基本关系式可得$\tan C$，利用$\tan B=\tan[\pi-(A+C)]=-\tan(A+C)$即可得出．

【解答】解：$\because 3a\cos C=2c\cos A$，

由正弦定理可得$3\sin A\cos C=2\sin C\cos A$，

$\therefore 3\tan A=2\tan C$，

$\because \tan A=\frac{1}{3}$，

$\therefore 2\tan C=3\times\frac{1}{3}=1$，解得$\tan C=\frac{1}{2}$．

$\therefore \tan B=\tan[\pi-(A+C)]=-\tan(A+C)=-\frac{\tan A+\tan C}{1-\tan A\tan C}=-\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}=-1$，

$\because B\in(0,\pi)$，

$\therefore B=\frac{3\pi}{4}$

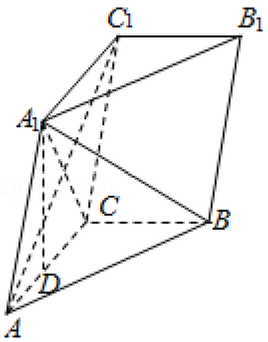
【点评】本题考查了正弦定理、同角的三角函数基本关系式、两角和差的正切

公式、诱导公式等基础知识与基本技能方法，考查了推理能力和计算能力，属于中档题．

19．（12分）如图，三棱柱ABC﹣$A_1B_1C_1$中，点A_1在平面ABC内的射影D在AC上，∠ACB=90°，BC=1，AC=CC_1=2．

（Ⅰ）证明：AC_1⊥A_1B；

（Ⅱ）设直线AA_1与平面BCC_1B_1的距离为$\sqrt{3}$，求二面角A_1﹣AB﹣C的大小．



【考点】LW：直线与平面垂直；MJ：二面角的平面角及求法．

【专题】5F：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）由已知数据结合线面垂直的判定和性质可得；

（Ⅱ）作辅助线可证∠A_1FD为二面角A_1﹣AB﹣C的平面角，解三角形由反三角函数可得．

【解答】解：（Ⅰ）∵A_1D⊥平面ABC，A_1D⊂平面AA_1C_1C，

∴平面AA_1C_1C⊥平面ABC，又BC⊥AC

∴BC⊥平面AA_1C_1C，连结A_1C，

由侧面AA_1C_1C为菱形可得AC_1⊥A_1C，

又AC_1⊥BC，A_1C∩BC=C，

∴AC_1⊥平面A_1BC，AB_1⊂平面A_1BC，

∴AC_1⊥A_1B；

（Ⅱ）∵BC⊥平面AA_1C_1C，BC⊂平面BCC_1B_1，

∴平面AA_1C_1C⊥平面BCC_1B_1，

作A_1E⊥CC_1，E为垂足，可得A_1E⊥平面BCC_1B_1，

又直线AA_1∥平面BCC_1B_1，

∴A_1E为直线AA_1与平面BCC_1B_1的距离，即$A_1E=\sqrt{3}$，

∵A_1C为∠ACC_1的平分线，∴$A_1D=A_1E=\sqrt{3}$，

作DF⊥AB，F为垂足，连结A_1F，

又可得$AB\perp A_1D$，$A_1F\cap A_1D=A_1$，

∴AB⊥平面A_1DF，∵$A_1F\subset$平面A_1DF

∴$A_1F\perp AB$，

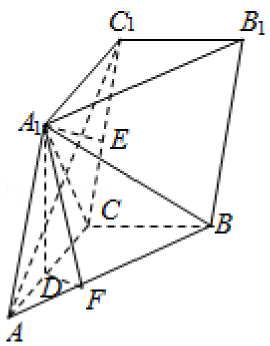
∴∠A_1FD为二面角A_1-AB-C的平面角，

由$AD=\sqrt{AA_1^2-A_1D^2}=1$可知D为AC中点，

∴$DF=\frac{1}{2}\times\frac{AC\times BC}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∴$\tan\angle A_1FD=\frac{A_1D}{DF}=\sqrt{15}$，

∴二面角A_1-AB-C的大小为$\arctan\sqrt{15}$



【点评】本题考查二面角的求解，作出并证明二面角的平面角是解决问题的关键，属中档题．

20．（12分）设每个工作日甲，乙，丙，丁4人需使用某种设备的概率分别为0.6，0.5，0.5，0.4，各人是否需使用设备相互独立．

（Ⅰ）求同一工作日至少3人需使用设备的概率；

（Ⅱ）实验室计划购买k台设备供甲，乙，丙，丁使用，若要求"同一工作日需使用设备的人数大于k"的概率小于0.1，求k的最小值．

【考点】C8：相互独立事件和相互独立事件的概率乘法公式．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）把4个人都需使用设备的概率、4个人中有3个人使用设备的概率相加，即得所求．

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得若k=2，不满足条件．若k=3，求得“同一工作日需使用设备的人数大于3”的概率为0.06＜0.1，满足条件，从而得出结论．

【解答】解：（Ⅰ）由题意可得“同一工作日至少3人需使用设备”的概率为

$0.6\times0.5\times0.5\times0.4+(1-0.6)\times0.5\times0.5\times0.4+0.6\times(1-0.5)\times0.5\times0.4+0.6\times0.5\times(1-0.5)\times0.4+0.6\times0.5\times0.5\times(1-0.4)=0.31$．

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得若k=2，则“同一工作日需使用设备的人数大于2”的概率为0.31＞0.1，不满足条件．

若k=3，则“同一工作日需使用设备的人数大于3”的概率为

$0.6\times0.5\times0.5\times0.4=0.06<0.1$，满足条件．

故k的最小值为3．

【点评】本题主要考查相互独立事件的概率乘法公式，体现了分类讨论的数学思想，属于中档题．

21．（12分）函数$f(x)=ax^3+3x^2+3x\ (a\neq0)$．

（Ⅰ）讨论f（x）的单调性；

（Ⅱ）若f（x）在区间（1，2）是增函数，求a的取值范围．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6D：利用导数研究函数的极值．

【专题】53：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）求出函数的导数，通过导数为0，利用二次函数的根，通过a的范围讨论f（x）的单调性；

（Ⅱ）当a＞0，x＞0时，f（x）在区间（1，2）是增函数，当a＜0时，f（x）在区间（1，2）是增函数，推出$f'(1)\geq0$且$f'(2)\geq0$，即可求a的取值范围．

【解答】解：（Ⅰ）函数$f(x)=ax^3+3x^2+3x$，

$\therefore f'(x)=3ax^2+6x+3$，

令$f'(x)=0$，即$3ax^2+6x+3=0$，则$\triangle=36(1-a)$，

①若$a\geq 1$时，则$\triangle\leq 0$，$f'(x)\geq 0$，$\therefore f(x)$在R上是增函数；

②因为$a\neq 0$，$\therefore a\leq 1$且$a\neq 0$时，$\triangle>0$，$f'(x)=0$方程有两个根，$x_1=\frac{-1+\sqrt{1-a}}{a}$，$x_2=\frac{-1-\sqrt{1-a}}{a}$，

当$0<a<1$时，则当$x\in(-\infty,x_2)$或$(x_1,+\infty)$时，$f'(x)>0$，故函数在$(-\infty,x_2)$或$(x_1,+\infty)$是增函数；在(x_2,x_1)是减函数；

当$a<0$时，则当$x\in(-\infty,x_1)$或$(x_2,+\infty)$，$f'(x)<0$，故函数在$(-\infty,x_1)$或$(x_2,+\infty)$是减函数；在(x_1,x_2)是增函数；

（Ⅱ）当$a>0$，$x>0$时，$f'(x)=3ax^2+6x+3>0$

故$a>0$时，$f(x)$在区间$(1,2)$是增函数，

当$a<0$时，$f(x)$在区间$(1,2)$是增函数，

当且仅当：$f'(1)\geq 0$且$f'(2)\geq 0$，解得$-\frac{5}{4}\leqslant a<0$，

a的取值范围$[-\frac{5}{4},0)\cup(0,+\infty)$．

【点评】本题考查函数的导数的应用，判断函数的单调性以及已知单调性求解函数中的变量的范围，考查分类讨论思想的应用．

22．（12分）已知抛物线C：$y^2=2px$（$p>0$）的焦点为F，直线$y=4$与y轴的交点为P，与C的交点为Q，且$|QF|=\frac{5}{4}|PQ|$．

（Ⅰ）求C的方程；

（Ⅱ）过F的直线l与C相交于A、B两点，若AB的垂直平分线l′与C相交于M、N两点，且A、M、B、N四点在同一圆上，求l的方程．

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合．

【专题】5E：圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（Ⅰ）设点Q的坐标为$(x_0,4)$，把点Q的坐标代入抛物线C的方程，求得$x_0=\frac{8}{p}$，根据$|QF|=\frac{5}{4}|PQ|$求得p的值，可得C的方程．

（Ⅱ）设l的方程为 $x=my+1$

（$m\neq0$），代入抛物线方程化简，利用韦达定理、中点公式、弦长公式求得弦长$|AB|$．把直线l'的方程代入抛物线方程化简，利用韦达定理、弦长公式求得$|MN|$．由于MN垂直平分线段AB，故AMBN四点共圆等价于$|AE|=|BE|=\frac{1}{2}|MN|$，由此求得m的值，可得直线l的方程．

【解答】解：（Ⅰ）设点Q的坐标为（x_0，4），把点Q的坐标代入抛物线C：$y^2=2px$（$p>0$），

可得$x_0=\frac{8}{p}$，∵点P（0，4），∴$|PQ|=\frac{8}{p}$．

又$|QF|=x_0+\frac{p}{2}=\frac{8}{p}+\frac{p}{2}$，$|QF|=\frac{5}{4}|PQ|$，

∴$\frac{8}{p}+\frac{p}{2}=\frac{5}{4}\times\frac{8}{p}$，求得 $p=2$，或 $p=-2$（舍去）．

故C的方程为 $y^2=4x$．

（Ⅱ）由题意可得，直线l和坐标轴不垂直，$y^2=4x$的焦点F（1，0），

设l的方程为 $x=my+1$（$m\neq0$），

代入抛物线方程可得$y^2-4my-4=0$，显然判别式$\triangle=16m^2+16>0$，$y_1+y_2=4m$，$y_1\bullet y_2=-4$．

∴AB的中点坐标为D（$2m^2+1$，$2m$），弦长$|AB|=\sqrt{m^2+1}|y_1-y_2|=\sqrt{m^2+1}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=4(m^2+1)$．

又直线l'的斜率为$-m$，∴直线l'的方程为$x=-\frac{1}{m}y+2m^2+3$．

过F的直线l与C相交于A、B两点，若AB的垂直平分线l'与C相交于M、N两点，

把线l'的方程代入抛物线方程可得

$y^2+\frac{4}{m}y-4(2m^2+3)=0$，∴$y_3+y_4=\frac{-4}{m}$，$y_3\bullet y_4=-4(2m^2+3)$．

故线段MN的中点E的坐标为（$\frac{2}{m^2}+2m^2+3$，$\frac{-2}{m}$），∴$|MN|=\sqrt{1+\frac{1}{m^2}}|y_3-y_4|=\frac{4(m^2+1)\bullet\sqrt{2m^2+1}}{m^2}$，

∵MN垂直平分线段AB，故AMBN四点共圆等价于$|AE|=|BE|=\frac{1}{2}|MN|$，

∴$\frac{1}{4}\bullet AB^2+DE^2=\frac{1}{4}MN^2$，

$\therefore 4(m^2+1)^2+(2m+\frac{2}{m})^2+(\frac{2}{m^2}+2)^2=\frac{1}{4}\times\frac{16\cdot(m^2+1)^2\cdot(2m^2+1)}{m^4}$，化简可得

$m^2-1=0$，

$\therefore m=\pm1$，$\therefore$直线l的方程为 $x-y-1=0$，或 $x+y-1=0$．

【点评】本题主要考查求抛物线的标准方程，直线和圆锥曲线的位置关系的应用，韦达定理、弦长公式的应用，体现了转化的数学思想，属于难题．