

2010年江西高考理科数学真题

第I卷

一、选择题：本大题共12小题，每个小题5分，共60分。在每个小题给出的四个选项中，有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $(x+i)(1-i)=y$ ，则实数x, y分别为（ ）

- A. $x=-1, y=1$ B. $x=-1, y=2$
C. $x=1, y=1$ D. $x=1, y=2$

2. 若集合 $A=\{x|x \leq 1, x \in R\}$, $B=\{y|y=x^2, x \in R\}$, 则 $A \cap B=$ ()
A. $\{x|-1 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x|x \geq 0\}$
C. $\{x|0 \leq x \leq 1\}$ D. \emptyset

3. 不等式 $\left|\frac{x-2}{x}\right| > \frac{x-2}{x}$ 的解集是 ()

- A. $(0,2)$ B. $(-\infty,0)$ C. $(2,+\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup (0,+\infty)$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}\right) =$ ()

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 不存在

5. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, $a_8=4$, 函数 $f(x)=x(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_8)$, 则 $f'(0)=$ ()

- A. 2^6 B. 2^9 C. 2^{12} D. 2^{15}

6. $(2-\sqrt{x})^8$ 展开式中不含 x^4 项的系数的和为 ()

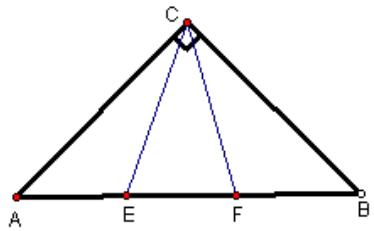
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

7. E, F是等腰直角 $\triangle ABC$ 斜边AB上的三等分点, 则 $\tan \angle ECF =$ ()

- A. $\frac{16}{27}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

8. 直线 $y=kx+3$ 与圆 $(x-3)^2+(y-2)^2=4$ 相交于M, N两点, 若 $|MN| \geq 2\sqrt{3}$, 则k的取值范围是

- A. $\left[-\frac{3}{4}, 0\right]$ B. $\left[-\infty, -\frac{3}{4}\right] \cup [0, +\infty]$ C. $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ D. $\left[-\frac{2}{3}, 0\right]$



9. 给出下列三个命题：

①函数 $y = \frac{1}{2} \ln \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$ 与 $y = \ln \tan \frac{x}{2}$ 是同一函数；

②若函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称，则函数

$y = f(2x)$ 与 $y = \frac{1}{2}g(x)$ 的图像也关于直线 $y = x$ 对称；

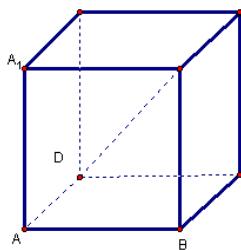
③若奇函数 $f(x)$ 对定义域内任意 x 都有 $f(x) = f(2-x)$ ，则 $f(x)$ 为周期函数。

其中真命题是

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ②

10. 过正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点A作直线L，使L与棱 AB , AD , AA_1 所成的角都相等，这样的直线L可以作

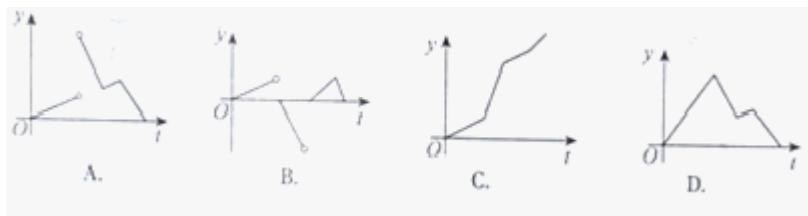
- A. 1条 B. 2条 C. 3条 D. 4条



11. 一位国王的铸币大臣在每箱100枚的硬币中各掺入了一枚劣币，国王怀疑大臣作弊，他用两种方法来检测。方法一：在10箱子中各任意抽查一枚；方法二：在5箱中各任意抽查两枚。国王用方法一、二能发现至少一枚劣币的概率分别为 p_1 和 p_2 ，则

- A. $p_1 = p_2$ B. $p_1 < p_2$ C. $p_1 > p_2$ D. 以上三种情况都有可能

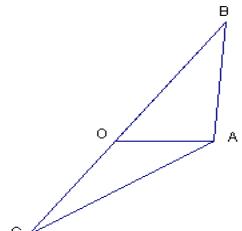
12. 如图，一个正五角星薄片（其对称轴与水面垂直）匀速地升出水面，记t时刻五角星露出水面部分的图形面积为 $S(t)$ ($S(0)=0$)，则导函数 $y=S'(t)$ 的图像大致为



二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。请把答案填在答题卡上。

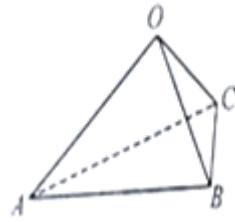
13. 已知向量 \vec{a} , \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 60° ，则 $|\vec{a}-\vec{b}|=$ _____

14. 将6位志愿者分成4组，其中两个各2人，另两个组各1人，分赴世博会的四个不同场馆服务，不同的分配方案有_____种（用数字作答）。



15. 点 $A(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{32} = 1$ 的右支上，若点A到右焦点的距离等于 $2x_0$ ，则 $x_0 =$ _____

16. 如图, 在三棱锥 $O-ABC$ 中, 三条棱 OA , OB , OC 两两垂直, 且 $OA > OB > OC$, 分别经过三条棱 OA , OB , OC 作一个截面平分三棱锥的体积, 截面面积依次为 S_1 , S_2 , S_3 , 则 S_1 , S_2 , S_3 的大小关系为_____。



三、解答题: 本大题共6小题, 共74分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分12分)

$$f(x) = (1 + \cot x) \sin^2 x + m \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

已知函数

(1) 当 $m=0$ 时, 求 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right]$ 上的取值范围;

(2) 当 $\tan a = 2$ 时, $f(a) = \frac{3}{5}$, 求 m 的值。

18. (本小题满分12分)

某迷宫有三个通道, 进入迷宫的每个人都要经过一扇智能门。首次到达此门, 系统会随机(即等可能)为你打开一个通道, 若是1号通道, 则需要1小时走出迷宫; 若是2号、3号通道, 则分别需要2小时、3小时返回智能门。再次到达智能门时, 系统会随机打开一个你未到过的通道, 直至走完迷宫为止。令 ξ 表示走出迷宫所需的时间。

(1) 求 ξ 的分布列;

(2) 求 ξ 的数学期望。

19. (本小题满分12分)

设函数 $f(x) = \ln x + \ln(2-x) + ax (a > 0)$ 。

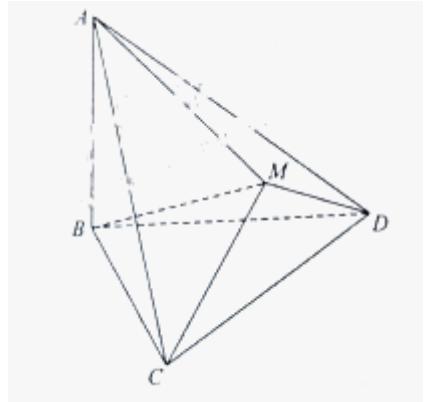
(1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间。

(2) 若 $f(x)$ 在 $(0,1]$ 上的最大值为 $\frac{1}{2}$, 求 a 的值。

20. (本小题满分12分)

如图 $\triangle BCD$ 与 $\triangle MCD$ 都是边长为2的正三角形，平面 $MCD \perp$ 平面 BCD ， $AB \perp$ 平面 BCD ， $AB = 2\sqrt{3}$ 。

- (1) 求点A到平面MBC的距离；
- (2) 求平面ACM与平面BCD所成二面角的正弦值。



21. (本小题满分12分)

设椭圆 $C_1 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，抛物线 $C_2 : x^2 + by = b^2$ 。

- (1) 若 C_2 经过 C_1 的两个焦点，求 C_1 的离心率；
- (2) 设 $A(0, b)$ ， $Q\left(3\sqrt{3}, \frac{5}{4}\right)$ ，又M、N为 C_1 与 C_2 不在y轴上的两个交点，若 $\triangle AMN$ 的垂心为 $B\left(0, \frac{3}{4}b\right)$ ，且 $\triangle QMN$ 的重心在 C_2 上，求椭圆 C_1 和抛物线 C_2 的方程。

22. (本小题满分14分)

证明以下命题：

- (1) 对任一正整数a，都存在整数b, c ($b < c$)，使得 a^2, b^2, c^2 成等差数列。
- (2) 存在无穷多个互不相似的三角形 \triangle_n ，其边长 a_n, b_n, c_n 为正整数且 a_n^2, b_n^2, c_n^2 成等差数列。