2014年高考浙江卷文科数学参考答案

一．选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、设集合 $S=\{x\,|\,x\geq 2\},T=\{x\,|\,x\leq 5\}$，则 $S\bigcap T$ =（　　）

A．$(-\infty,5]$　　B．$[2,+\infty)$　　C．$(2,5)$　　D．$[2,5]$

【答案】D

【解析】 依题意 $S\bigcap T=[2,5]$，故选D. 点评：本题考查结合的交运算，容易题.

2、设四边形ABCD的两条对角线AC，BD，则“四边形ABCD为菱形”是“AC⊥BD”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分又不必要条件

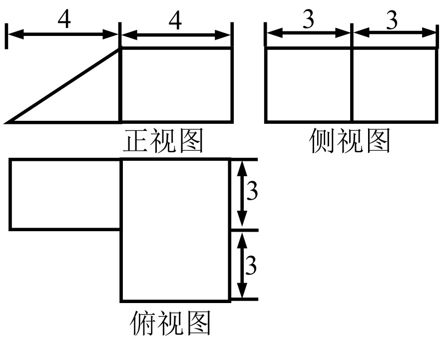
【答案】A

【解析】若四边形 $ABCD$ 为菱形，则对角线 $AC\perp BD$；反之若 $AC\perp BD$，则四边形比一定是平行四边形，故“四边形 $ABCD$ 为菱形”是“ $AC\perp BD$ ”的充分不必要条件，选A. 点评：本题考查平行四边形、 菱形的性质，充分条件与必要条件判断，容易题.

3、某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则该几何体的的体积是（　　）

A．72 cm^3　　B．90 cm^3

C．108 cm^3　　D．138 cm^3



【答案】B

【解析】由三视图知，原几何体是由一个长方体与一个三棱柱组成，其体积为

$V=3\times 4\times 6+\dfrac{1}{2}\times 3\times 4\times 3=90(cm^2)$，故选B. 点评：本题考查根据三视图还原几何体，求原几何体的体积，容易题.

4、为了得到函数 $y=\sin 3x+\cos 3x$ 的图象，可以将函数 $y=\sqrt{2}\cos 3x$ 的图像（　　）

A．向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位　B．向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位

C．向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位　D．向左平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位

【答案】C

【解析】因为$y=\sin 3x+\cos 3x=\sqrt{2}\sin(3x+\dfrac{\pi}{4})$，所以将函数$y=\sqrt{2}\sin 3x$的图象向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长得函数$y=\sqrt{2}\sin 3(x+\dfrac{\pi}{12})$，即得函数$y=\sin 3x+\cos 3x$的图象，选C. 点评：本题考查三角函数的图象的平移变换， 公式$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\dfrac{\pi}{4})$的运用，容易题.

5、已知圆$x^2+y^2+2x-2y+a=0$截直线$x+y+2=0$所得弦的长度为4，则实数a的值是

A．－2　B．－4　C．－6　D．－8　（　）

【答案】B

【解析】由$x^2+y^2+2x-2y+a=0$配方得$(x+1)^2+(y-1)^2=2-a$，所以圆心坐标为$(-1,1)$，半径$r^2=2-a$，由圆心到直线$x+y+2=0$的距离为$\dfrac{|-1+1+2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，所以$2^2+(\sqrt{2})^2=2-a$，解得$a=-4$，故选B.

点评：本题考查直线与圆相交，点到直线的距离公式的运用，容易题.

6、设m,n是两条不同的直线，α,β是两个不同的平面（　）

A．若$m\perp n$，$n//\alpha$，则$m\perp\alpha$　B．若$m//\beta$，$\beta\perp\alpha$则$m\perp\alpha$

C．若$m\perp\beta,n\perp\beta,n\perp\alpha$则$m\perp\alpha$　D．若$m\perp n$，$n\perp\beta$，$\beta\perp\alpha$，则$m\perp\alpha$

【答案】C

【解析】对A，若$m\perp n$，$n//\alpha$，则$m\subset\alpha$或$m//\alpha$或$m\perp\alpha$，错误；

对B，若$m//\beta$，$\beta\perp\alpha$，则$m\subset\alpha$或$m//\alpha$或$m\perp\alpha$，错误；

对 C，若 $m\perp\beta$，$n\perp\beta$，$n\perp\alpha$，则 $m\perp\alpha$，正确；

对 D，若 $m\perp n$，$n\perp\beta$，$\beta\perp\alpha$，则 $m\perp\alpha$ 或 $m\subset\alpha$ 或 $m//\alpha$，错误.

故选 C. 点评：本题考查空间中的线线、线面、面面的闸之关系，容易题.

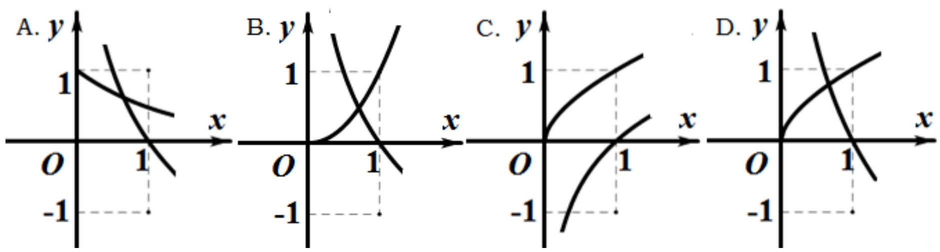
7、已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, 且 $0\le f(-1)=f(-2)=f(-3)\le 3$, 则（　　）

A．$c\le 3$　　B．$3<c\le 6$　　C．$6<c\le 9$　　D．$c>9$

【答案】C

【解析】设 $f(-1)=f(-2)=f(-3)=k$，则一元二次方程 $f(x)-k=0$ 有三个根 -1、-2、-3，所以 $f(x)-k=a(x+1(x+2)(x+3)$， 由于 $f(x)$ 的最高次项的系数为 1，所以 $a=1$，所以 $6<c=6+k\le 9$. 点评：本题考查函数与方程的关系，中等题.

8、在同一直角坐标系中，函数 $f(x)=x^a$（$x>0$），$g(x)=\log_a x$ 的图象可能是（　　）



【答案】D

【解析】对 A，没有幂函数的图象,；对 B, $f(x)=x^a(x>0)$ 中 $a>1$，$g(x)=\log_a x$ 中 $0<a<1$，不符合题题；对 C，$f(x)=x^a(x>0)$ 中 $0<a<1$，$g(x)=\log_a x$ 中 $a>1$，不符合题题；对 D，$f(x)=x^a(x>0)$ 中 $0<a<1$，$g(x)=\log_a x$ 中 $0<a<1$，符合题题；故选 D. 点评：本题考查幂函数与对数函数的图象判断，容易题.

9、设 θ 为两个非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角，已知对任意实数 t，$|\vec{b}+t\vec{a}|$ 是最小值为 1（　　）

A．若 θ 确定，则 $|\vec{a}|$ 唯一确定　　B．若 θ 确定，则 $|\vec{b}|$ 唯一确定

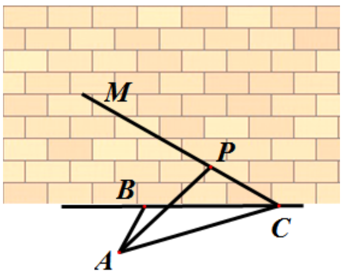
C．若 $|\vec{a}|$ 确定，则 θ 唯一确定　　D．若 $|\vec{b}|$ 确定，则 θ 唯一确定

【答案】D

【解析】依题意，对任意实数t，$|\mathbf{b}+\mathbf{a}t|\geq 1$恒成立，所以

$(t\mathbf{a})^2+\mathbf{b}^2+2t\cdot|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cdot\cos\theta\geq 1$恒成立，若$\theta$为定值，则当$|\mathbf{b}|$为定值时二次函数才有最小值. 故选 B. 点评：本题考查平面向量的夹角、模，二次函数的最值，难度中等.

10、如图，某人在垂直于水平地面 ABC 的墙面前的点 A 处进行射击训练，已知点 A 到墙面的距离为 AB，某目标点P沿墙面的射击线CM移动，此人为了准确瞄准目标点P，需计算由点A观察点P的仰角θ的大小（仰角θ为直线 AP 与平面 ABC 所成角）。若$AB=15m$，$AC=25m$，$\angle BCM=30°$则$\tan\theta$的最大值（　）



A. $\dfrac{\sqrt{30}}{5}$　　B. $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$　　C. $\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$　　D. $\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$

【答案】C

【解析】由勾股定理知，$BC=20$，过点P作$PP'\perp BC$交BC于P'，连结AP'，

则$\tan\theta=\dfrac{PP'}{AP'}$，设$BP'=m$，则$CP'=20-m$，因为$\angle BCM=30^\circ$，

所以$\tan\theta=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}(20-m)}{\sqrt{225+m^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\cdot\dfrac{20-m}{\sqrt{225+m^2}}$，所以当$x=0$时去的最大值$\dfrac{20}{15}=\dfrac{4}{3}$，

故$\tan\theta$的最大值为$\dfrac{4}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$.

考点：本题考查函数的奇函数的性质、分段函数、最值及恒成立，难度中等.

二．填空题：本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分.请将答案天灾答题卡对应题号的位置上，答错位置，书写不清，模棱两可均不得分.

11、已知i是虚数单位，计算$\dfrac{1-i}{(1+i)^2}=$___________；

【答案】$-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$

【解析】 因为$\dfrac{1-i}{(1+i)^2}=\dfrac{1-i}{2i}=\dfrac{1+i}{-2}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$. 点评：本题考查复数的运算，容易题.

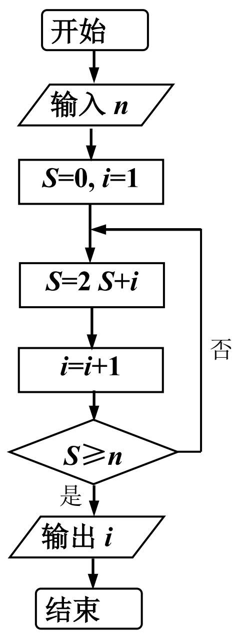
12、若实数x,y满足$\begin{cases}x+2y-4\le 0\\ x-y-1\le 0\\ x\ge 1\end{cases}$，则$x+y$的取值范围是____________；

【答案】2

【解析】不等式组表示的平面区域如图中ΔABC，令$z=x+y$，解方程组$\begin{cases}x+2y-4\le 0\\ x-y-1\le 0\end{cases}$得$C(2,1)$，解方程组$\begin{cases}x-y-1\le 0\\ x\ge 1\end{cases}$得$B(1,0)$，平移直线$z=x+y$经过点$C$使得$z$取得最大值，即$z_{Max}=2+1=3$，当直线$z=x+y$经过点$B(1,0)$使得$z$取得最小值，即$z_{\min}=1+0=1$，故$x+y$的取值范围是$[1,3]$.

点评：本题考查不等式组表示的平面区域，求目标函数的最值，容易题.

13、若某程序框图如图所示，当输入50时，则该程序运行后输出的结果是__________；



【答案】6

【解析】当$S=0$，$i=1$，则第一次运行$S=2\times 0+1=1$，$i=1+1=2$；

第二次运行$S=2\times 1+1=4$，$i=2+1=3$；

第三次运行$S=2\times 4+3=11$，$i=3+1=4$；

第四次运行$S=2\times 11+4=26$，$i=4+1=5$；

第五次运行$S=2\times 26+5=57>50$，$i=5+1=6$终止循环，故输出$i=6$.

点评：本题考查程序框图，直到型循环结构，容易题.

14、在3张奖券中有一、二等奖各1张，另1张无奖，甲、乙两人各抽取1张，两人都中奖的概率是______________；

【答案】$\dfrac{1}{3}$

【解析】基本事件的总数是$3\times2\times1=6$，甲乙两人各抽取一张，两人都中奖只有2种情况，由古典概型公式知，所求的概率$p=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$. 点评：本题考查古典概型，容易题.

15、设函数$f(x)=\begin{cases}x^2+2x+2, & x\le0\\ -x^2, & x>0\end{cases}$，若$f(f(a))=2$，则$a=$________；

【答案】4

【解析】若$a\le0$，无解；若$a>0$，解得$a=\pm\sqrt{2}$.故$a=\pm\sqrt{2}$
点评：本题考查分段函数，复合函数，容易题.

16、已知实数a,b,c满足$a+b+c=0$，$a^2+b^2+c^2=1$，则a的最大值是__________；

【答案】$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

【解析】因为$a+b+c=0$，所以$c=-(a+b)$，所以$a^2+b^2+[-(a+b)]^2=1$，

所以$2b^2+2ab+2a^2-1=0$，故实数a的最大值为$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.
点评：本题考一元二次方程的根的判别式，容易题.

17、设直线$x-3y+m=0(m\ne0)$与双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线分别交于点A、B，若点$P(m,0)$满足$|PA|=|PB|$，则该双曲线的离心率是____________.

【答案】$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

【解析】由双曲线的方程数知，其渐近线方程为$y=\dfrac{b}{a}x$与$y=-\dfrac{b}{a}x$，分别与直线$x-3y+m=0$联立方程组，解得$A(\dfrac{-am}{a-3b},\dfrac{-bm}{a-3b})$，$B(\dfrac{-am}{a+3b},\dfrac{bm}{a+3b})$，由

$|PA|=|PB|$，设 AB 的中点为 E，因为 PE 与直线 $x-3y+m=0$ 垂直，所以 $2a^2=8b^2=8(c^2-a^2)$，所以 $e=\frac{\sqrt{5}}{2}$. 点评：本题考查双曲线的性质、渐近线与离心率，中等题.

三. **解答题**：本大题共 5 小题，共 72 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18、(本题满分 14 分)

在 ΔABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a,b,c，已知

$$4\sin^2\frac{A-B}{2}+4\sin A\sin B=2+\sqrt{2}$$

（1）求角 C 的大小；（2）已知 $b=4$，ΔABC 的面积为 6，求边长 c 的值。

18. **考点与思路**：考点是三角变换与解三角形问题．解决问题的关键是熟练运用三角变换的常用技巧，如降幂公式，和差公式以及正余弦定理等.

答案： （I）$\because 4\sin^2\frac{A-B}{2}+4\sin A\sin B=2+\sqrt{2}$

$\therefore 4\times\frac{1-\cos(A-B)}{2}+4\sin A\sin B=2+\sqrt{2}$

$\therefore 2\left[1-\cos(A-B)\right]+4\sin A\sin B=2+\sqrt{2}$

$\therefore 4\sin A\sin B=\sqrt{2}+2\cos(A-B)$

$\therefore 4\sin A\sin B=\sqrt{2}+2\cos(A-B)=\sqrt{2}+2\cos A\cos B+2\sin A\sin B$

$\therefore \cos A\cos B-\sin A\sin B=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \cos(A+B)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore C=\frac{\pi}{4}$.

（II）$\because S=\frac{1}{2}ab\sin C$，$\therefore 6=\frac{1}{2}\times a\times 4\times\sin\frac{\pi}{4}$，$\therefore a=3\sqrt{2}$，

$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+4^2-2\times 3\sqrt{2}\times 4\times\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{10}$.

19、(本题满分 14 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d>0$，设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$S_2\cdot S_3=36$

（1）求 d 及 S_n；

（2）求 m,k （$m,k\in N^*$）的值，使得 $a_m+a_{m+1}+a_{m+2}+\cdots+a_{m+k}=65$

19.**考点与思路：** 考点是等差数列及其前 n 项和问题．解决问题的关键是熟练运用等差数列的通项公式及其前 n 项和公式以及一定的运算能力等

答案：（I）∵$a_1=1,S_2\cdot S_3=36$，

$\therefore\left(2\times1+\frac{2\times1}{2}\times d\right)\left(3\times1+\frac{3\times2}{2}\times d\right)=36$，

$\therefore(d+5)(d-2)=0$，而 $d>0$，$\therefore d=2$，

$\therefore S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=n+\frac{n(n-1)}{2}\times2=n^2$．

（II）由 $a_m+a_{m+1}+a_{m+2}+\ldots+a_{m+k}=65$，得 $S_{m+k}-S_{m-1}=65$，

$\therefore(m+k)^2-(m-1)^2=65$，

$\therefore(2m+k-1)(k+1)=65=5\times13$，

$\therefore k+1=5$，且 $2m+k-1=13$，

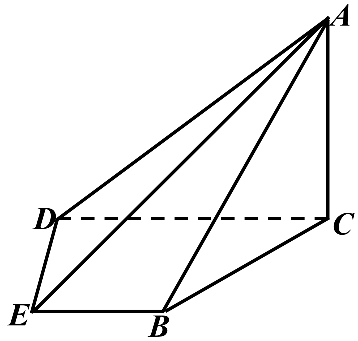
$\therefore k=4$，$m=5$．

20、(本题满分 15 分)

如图，在四棱锥 A—BCDE 中，平面 $ABC\perp$ 平面 $BCDE$； $\angle CDE=\angle BED=90°$，$AB=CD=2$， $DE=BE=1$， $AC=\sqrt{2}$ 。

（1）证明： $AC\perp$ 平面 $BCDE$；

（2）求直线 AE 与平面 ABC 所成的角的正切值。



20. **答案：**（I）证明：过 B 作 $BF\perp CD$ 于 F，则 $CF=BF=1$，

$\therefore BC=\sqrt{2}$，又 $AC=\sqrt{2}$，$AB=2$，

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$，

$\therefore AC\perp BC$，而平面 $ABC\perp$ 平面 $BCDE$，

$\therefore AC\perp$ 平面 $BCDE$；

（II）延长 CB，DE 交于 M，过 E 作 $EN\perp CM$ 于 N，

而 $AC\perp EN$，$\therefore EN\perp$ 平面 ABC，

$\therefore \angle EAN$ 为直线 AE 与平面 ABC 所成角，记为 α，

则在直角三角形 AEN 中，

$$\tan\alpha=\frac{EN}{AN}=\frac{EN}{\sqrt{AC^2+CN^2}}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2+\frac{9}{2}}}=\frac{\sqrt{13}}{13}.$$

21、(本题满分 15 分)

已知函数 $f\left(x\right)=x^3+3|x-a|(a>0)$，若 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的最小值记为 $g(a)$。

（1）求 $g(a)$；

（2）证明：当 $x\in[-1,1]$ 时，恒有 $f(x)\le g(a)+4$

21. **考点与思路：**考点是运用导数求函数的最值问题．解决问题的关键是合理的分类讨论.

解析：（I）因为 $a>0$，当 $-1\le x\le 1$ 时，所以

（1）若 $-1\le x\le a$，则 $f\left(x\right)=x^3+3\left(a-x\right)=x^3-3x+3a$，

$\therefore f'\left(x\right)=3x^2-3=3\left(x+1\right)\left(x-1\right)$，

∴ $f'(x)<0$，∴$f(x)$在$(-1,a)$上为减函数；

若$a\le x\le 1$，则$f(x)=x^3+3(x-a)=x^3+3x-3a$，

∴ $f'(x)=3x^2+3>0$，∴$f(x)$在$(a,1)$上为减函数，

∴$g(a)=f(a)=a^3$.

（2）当$a\ge 1$时，有$x\le a$，则$f(x)=x^3+3(a-x)=x^3-3x+3a$，

∴ $f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$，

∴当$-1<x<1$时，$f'(x)<0$，∴$f(x)$在$(-1,1)$上为减函数，∴$g(a)=f(1)=3a-2$.

综上所述，$g(a)=\begin{cases} a^3, & (0<a<1) \\ 3a-2, & (a\ge 1) \end{cases}$.

（II）设$h(x)=f(x)-g(a)$，

（1） 当$0<a<1$时，$g(a)=a^3$.

若$x\in[a,1]$，$h(x)=f(x)-g(a)=x^3+3x-3a-a^3$，

$h'(x)=3x^2+3$，则$h(x)$在$x\in(a,1)$上是增函数，$h(x)$在$x\in[a,1]$上的最大值为：

$h(1)=4-3a-a^3$，且$0<a<1$，所以$h(1)\le 4$，即$f(x)\le g(a)+4$.

若$x\in[-1,a]$，$h(x)=f(x)-g(a)=x^3-3x+3a-a^3$，

$h'(x)=3x^2-3$，则$h(x)$在$x\in(-1,a)$上是减函数，$h(x)$在$x\in[-1,a]$上的最大值为：

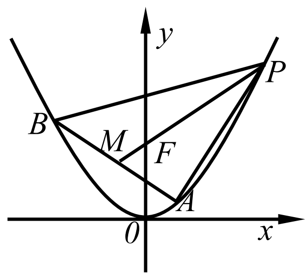
$h(-1)=2+3a-a^3$，设$t(a)=2+3a-a^3, t'(a)=3-3a^2>0$，因为$t(a)$在$x\in(0,1)$上是增函数，所以$t(a)<t(1)=4$，即$h(-1)<4$，故$f(x)\le g(a)+4$.

（2）当$a\ge 1$时，$g(a)=3a-2$，故$h(x)=x^3-3x+2, h'(x)=3x^2-3$，此时，$h(x)$在$(-1,1)$上是减函数，因此$h(x)$在$x\in[-1,1]$上的最大值为：

$h(-1)=4$，故$f(x)\le g(a)+4$.

综上，当$x\in[-1,1]$时，恒有$f(x)\le g(a)+4$.

22、(本题满分 14 分)



已知ΔABP的三个顶点在抛物线C：$x^2=4y$上，F为抛物线C的焦点，点M为AB的中点，$\overrightarrow{PF}=3\overrightarrow{FM}$；

（1）若$|PF|=3$，求点M的坐标；

（2）求ΔABP面积的最大值。

22. **解析：**（I）设$P(x_1,y_1)$，$M(x_0,y_0)$则由抛物线定义，得P点到准线y=-1的距离为3，即$y_1+1=3$，所以$y_1=2$，又$P(x_1,y_1)$在抛物线$C: x^2=4y$上，$\therefore x_1^2=4y_1=8$，$\therefore x_1=2\sqrt{2}$，$\therefore P(2\sqrt{2},2)$，或$P(-2\sqrt{2},2)$，

当$P(2\sqrt{2},2)$，$F(0,1)$，$\overline{PF}=3\overline{FM}$，

$\therefore \overline{PF}=\left(-2\sqrt{2},-1\right)$，$3\overline{FM}=\left(3x_0,3y_0-3\right)$，

$\therefore 3x_0=-2\sqrt{2}$，$3y_0-3=-1$，

$\therefore x_0=\dfrac{-2\sqrt{2}}{3}$，$y_0=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore M\left(\dfrac{-2\sqrt{2}}{3},\dfrac{2}{3}\right)$，同理：当$P(-2\sqrt{2},2)$时，$M\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{2}{3}\right)$，

故点M的坐标为$\left(\dfrac{-2\sqrt{2}}{3},\dfrac{2}{3}\right)$或$\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{2}{3}\right)$。

（II）设直线AB的方程为：$y=kx+m$，

$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),P(x_3,y_3)$，由$\begin{cases} y=kx+m \\ x^2=4y \end{cases}$得

$x^2-4kx-4m=0$，

于是$\Delta=16k^2+16m>0, x_1+x_2=4k, x_1x_2=4m$，

所以AB中点M的坐标为$\left(2k,2k^2+m\right)$，由$\overline{PF}=3\overline{FM}$，

得 $x_0=-6k$， $y_0=4-6k^2-3m$，又 $x_0^2=4y_0$，

所以 $k^2=-\frac{1}{5}m+\frac{4}{15}$，

由 $\Delta>0,k>0$ 得 $-\frac{1}{3}<m\le\frac{4}{3}$，而 $|AB|=4\sqrt{1+k^2}\sqrt{k^2+m}$，

F（0，1）到直线 AB 的距离为：$d=\frac{|m-1|}{\sqrt{1+k^2}}$，

所以三角形面积△ ABP 面积 $S=4S_{\Delta ABF}=8|m-1|\sqrt{m+k^2}$

$=\frac{16}{15}\sqrt{3m^3-5m^2+m+1}$，

记 $f(m)=3m^3-5m^2+m+1\left(-\frac{1}{3}<m\le\frac{4}{3}\right)$，令 $f'(m)=0$，得

$m=1,m=\frac{1}{9}$，可得 $f(m)$ 在 $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{9}\right)$ 上是增函数，在 $\left(\frac{1}{9},1\right)$ 上是减函数，在 $\left(1,\frac{4}{3}\right)$ 上增减函数，又 $f\left(\frac{1}{9}\right)>f\left(\frac{4}{3}\right)$，所以当 $m=\frac{1}{9}$ 时，$f(m)$ 取得最大值 $\frac{256}{243}$，此时 $k=\pm\frac{\sqrt{55}}{15}$，所以△ABP 面积的最大值为

$\frac{256\sqrt{5}}{135}$．