2009年高考数学浙江理科试卷含详细解答

一、选择题（本大题共10小题，共0分）

1．（2009浙江理1）设$U=\boldsymbol{R}$，$A=\{x\mid x>0\}$，$B=\{x\mid x>1\}$，则$A\cap C_U B=$(　　)

A. $\{x\mid 0\le x<1\}$　　B. $\{x\mid 0<x\le 1\}$　　C. $\{x\mid x<0\}$　　D. $\{x\mid x>1\}$

【答案】B

2．（2009浙江理2）已知a,b是实数，则“$a>0$且$b>0$”是“$a+b>0$且$ab>0$”的(　　)

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

【答案】C

【解题关键点】对于“$a>0$且$b>0$”可以推出“$a+b>0$且$ab>0$”，反之也是成立的

3．（2009浙江理3）设$z=1+i$（i是虚数单位），则$\frac{2}{z}+z^2=$(　　)

A. $-1-i$　B. $-1+i$　C. $1-i$　D. $1+i$

【答案】D

【解题关键点】对于$\frac{2}{z}+z^2=\frac{2}{1+i}+(1+i)^2=1-i+2i=1+i$

4．（2009浙江理4）在二项式$(x^2-\frac{1}{x})^5$的展开式中，含x^4的项的系数是(　　).

A. -10　　B. 10　　C. -5　　D. 5

【答案】B

【解题关键点】对于$T_{r+1}=C_5^r(x^2)^{5-r}(-\frac{1}{x})^r=\left(-1\right)^r C_5^r x^{10-3r}$，对于$10-3r=4,\therefore r=2$，则$x^4$的项的系数是$C_5^2(-1)^2=10$

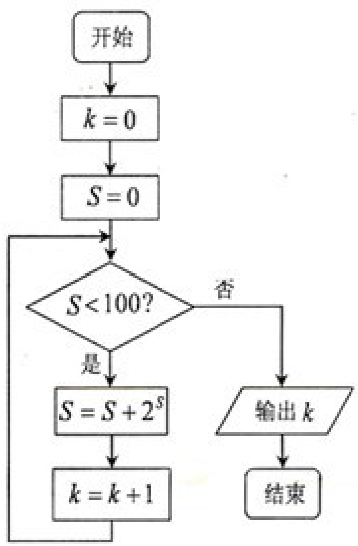
5．（2009 浙江理 5）在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，各棱长相等，侧棱垂直于底面，点 D 是侧面 BB_1C_1C 的中心，则 AD 与平面 BB_1C_1C 所成角的大小是(　　)

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

【答案】C

【解题关键点】取 BC 的中点 E，则 $AE\perp$ 面 BB_1C_1C，$\therefore AE\perp DE$，因此 AD 与平面 BB_1C_1C 所成角即为 $\angle ADE$，设 $AB=a$，则 $AE=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，$DE=\dfrac{a}{2}$，即有 $\tan\angle ADE=\sqrt{3},\therefore\angle ADE=60^0$

6．（2009 浙江理 6）某程序框图如图所示，该程序运行后输出的 k 的值是(　　)



A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

【答案】A

【解题关键点】对于 $k=0,s=1,\therefore k=1$，而对于 $k=1,s=3,\therefore k=2$，则 $k=2,s=3+8,\therefore k=3$，后面是 $k=3,s=3+8+2^{11},\therefore k=4$，不符合条件时输出的 $k=4$.

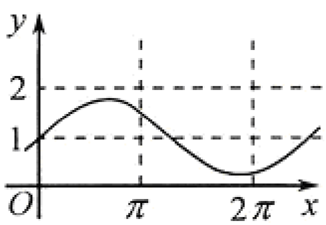
7．（2009 浙江理 7）设向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足：$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=4$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$.以 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的模为边长构成三角形，则它的边与半径为 1 的圆的公共点个数最多为(　　).

A. 3　　　B. 4　　　C. 5　　　D. 6

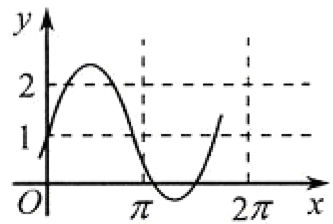
【答案】B

【解题关键点】对于半径为 1 的圆有一个位置是正好是三角形的内切圆，此时只有三个交点，对于圆的位置稍一右移或其他的变化，能实现 4 个交点的情况，但 5 个及 5 个以上的交点不能实现.

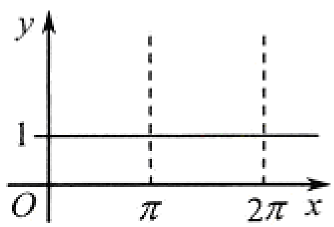
8．（2009 浙江理 8）已知 a 是实数，则函数 $f(x)=1+a\sin ax$ 的图象不可能是(　　)



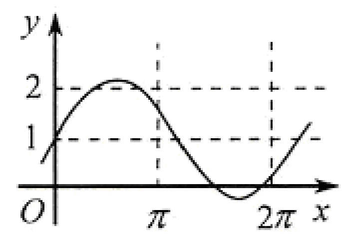
A.



B.



C.



D.

【答案】D

【解题关键点】对于振幅大于 1 时，三角函数的周期为 $T=\dfrac{2\pi}{|a|},\because |a|>1,\therefore T<2\pi$ ，而 D 不符合要求，它的振幅大于 1，但周期反而大于了 2π .

9．（2009 浙江理 9）过双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$ 的右顶点 A 作斜率为 -1 的直线，该直线与双曲线的两条渐近线的交点分别为 B,C .若 $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ，则双曲线的离心率是(　　)

A. $\sqrt{2}$　　　B. $\sqrt{3}$　　　C. $\sqrt{5}$　　　D. $\sqrt{10}$

【答案】C

【解题关键点】对于 $A(a,0)$，则直线方程为 $x+y-a=0$，直线与两渐近线的交点为 B，C，

$B\left(\frac{a^2}{a+b},\frac{ab}{a+b}\right),C(\frac{a^2}{a-b},-\frac{ab}{a-b})$,

则有 $\overrightarrow{BC}=(\frac{2a^2b}{a^2-b^2},-\frac{2a^2b}{a^2-b^2}),\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{ab}{a+b},\frac{ab}{a+b}\right)$，因 $2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC},\therefore 4a^2=b^2,\therefore e=\sqrt{5}$.

10．（2009 浙江理 10）对于正实数 α，记 M_α 为满足下述条件的函数 $f(x)$ 构成的集合：$\forall x_1,x_2\in\boldsymbol{R}$ 且 $x_2>x_1$，有 $-\alpha(x_2-x_1)<f(x_2)-f(x_1)<\alpha(x_2-x_1)$.下列结论中正确的是(　　)

A.若 $f(x)\in M_{\alpha 1}$，$g(x)\in M_{\alpha 2}$，则 $f(x)\cdot g(x)\in M_{\alpha 1\cdot\alpha 2}$

B.若 $f(x)\in M_{\alpha 1}$，$g(x)\in M_{\alpha 2}$，且 $g(x)\neq 0$，则 $\frac{f(x)}{g(x)}\in M_{\frac{\alpha 1}{\alpha 2}}$

C.若 $f(x)\in M_{\alpha 1}$，$g(x)\in M_{\alpha 2}$，则 $f(x)+g(x)\in M_{\alpha 1+\alpha 2}$

D.若 $f(x)\in M_{\alpha 1}$，$g(x)\in M_{\alpha 2}$，且 $\alpha_1>\alpha_2$，则 $f(x)-g(x)\in M_{\alpha 1-\alpha 2}$

【答案】C

【解题关键点】对于 $-\alpha(x_2-x_1)<f(x_2)-f(x_1)<\alpha(x_2-x_1)$，即有 $-\alpha<\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<\alpha$，令 $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=k$，有 $-\alpha<k<\alpha$，不妨设 $f(x)\in M_{\alpha 1}$，$g(x)\in M_{\alpha 2}$，即有 $-\alpha_1<k_f<\alpha_1,-\alpha_2<k_g<\alpha_2$，因此有 $-\alpha_1-\alpha_2<k_f+k_g<\alpha_1+\alpha_2$，因此有 $f(x)+g(x)\in M_{\alpha 1+\alpha 2}$.

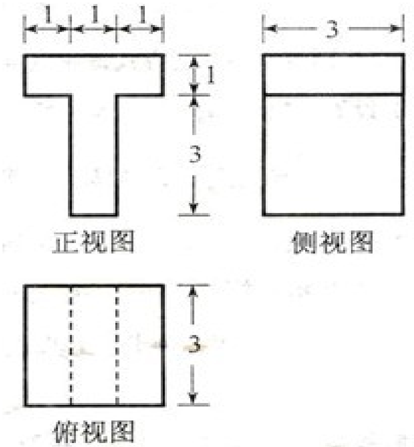
二、填空题（本大题共 7 小题，共 0 分）

11．（2009 浙江理 11）设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=\frac{1}{2}$，前 n 项和为 S_n，则 $\frac{S_4}{a_4}=$ __________.

【答案】15

【解题关键点】对于 $s_4=\frac{a_1(1-q^4)}{1-q},a_4=a_1q^3,\therefore\frac{s_4}{a_4}=\frac{1-q^4}{q^3(1-q)}=15$

12．（2009 浙江理 12）若某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则此几何体的体积是 cm^3.



【答案】18

【解题关键点】该几何体是由二个长方体组成，下面体积为$1\times3\times3=9$，上面的长方体体积为$3\times3\times1=9$，因此其几何体的体积为 18

13．（2009 浙江理 13）若实数x,y满足不等式组$\begin{cases} x+y\geq 2, \\ 2x-y\leq 4, \\ x-y\geq 0, \end{cases}$则$2x+3y$的最小值是________.

【答案】4

【解题关键点】通过画出其线性规划，可知直线$y=-\dfrac{2}{3}x+Z$过点$(2,0)$时，$(2x+3y)_{\min}=4$

14．（2009 浙江理 14）某地区居民生活用电分为高峰和低谷两个时间段进行分时计价.该地区的电网销售电价表如下：

高峰时间段用电价格表		低谷时间段用电价格表	
高峰月用电量（单位：千瓦时）	高峰电价（单位：元/千瓦时）	低谷月用电量（单位：千瓦时）	低谷电价（单位：元/千瓦时）
50 及以下的部分	0.568	50 及以下的部分	0.288
超过 50 至 200 的部分	0.598	超过 50 至 200 的部分	0.318
超过 200 的部分	0.668	超过 200 的部分	0.388

若某家庭 5 月份的高峰时间段用电量为200千瓦时，低谷时间段用电量为100千瓦时，则按这种计费方式该家庭本月应付的电费为 ________元（用数字作答）.

【答案】148.4

【解题关键点】对于应付的电费应分二部分构成，高峰部分为$50\times 0.568+150\times 0.598$；对于低峰部分为$50\times 0.288+50\times 0.318$，二部分之和为$148.4$

15．（2009 浙江理 15）观察下列等式：

$C_5^1+C_5^5=2^3-2$，

$C_9^1+C_9^5+C_9^9=2^7+2^3$，

$C_{13}^1+C_{13}^5+C_{13}^9+C_{13}^{13}=2^{11}-2^5$，

$C_{17}^1+C_{17}^5+C_{17}^9+C_{17}^{13}+C_{17}^{17}=2^{15}+2^7$，

………

由以上等式推测到一个一般的结论：

对于$n\in N^*$，$C_{4n+1}^1+C_{4n+1}^5+C_{4n+1}^9+\cdots+C_{4n+1}^{4n+1}=$ ________.

【答案】$2^{4n-1}+\left(-1\right)^n 2^{2n-1}$

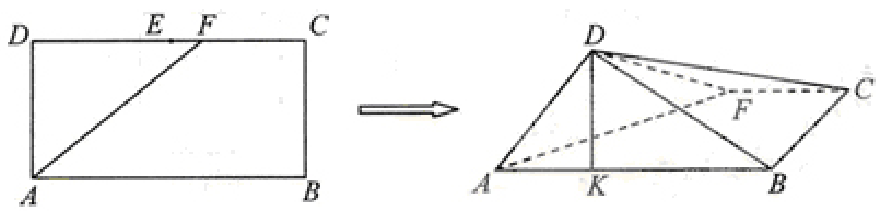
【解题关键点】这是一种需类比推理方法破解的问题，结论由二项构成，第二项前有$\left(-1\right)^n$，二项指数分别为$2^{4n-1},2^{2n-1}$，因此对于$n\in N^*$，$C_{4n+1}^1+C_{4n+1}^5+C_{4n+1}^9+\cdots+C_{4n+1}^{4n+1}=2^{4n-1}+\left(-1\right)^n 2^{2n-1}$

16．（2009 浙江理 16）甲、乙、丙3人站到共有7级的台阶上，若每级台阶最多站2人，同一级台阶上的人不区分站的位置，则不同的站法种数是 ____________（用数字作答）.

【答案】336

【解题关键点】对于 7 个台阶上每一个只站一人，则有A_7^3种；若有一个台阶有 2 人，另一个是 1 人，则共有$C_3^1A_7^2$种，因此共有不同的站法种数是 336 种.

17．（2009 浙江理 17）如图，在长方形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=1$，E为DC的中点，F为线段EC（端点除外）上一动点.现将ΔAFD沿AF折起，使平面$ABD\perp$平面ABC.在平面ABD内过点D作$DK\perp AB$，K为垂足.设$AK=t$，则t的取值范围是____________.



（第 17 题）

【答案】$\left(\frac{1}{2},1\right)$

【解题关键点】此题的破解可采用二个极端位置法，即对于 F 位于 DC 的中点时，$t=1$，随着 F 点到 C 点时，因$CB\perp AB,CB\perp DK,\therefore CB\perp$平面$ADB$，即有$CB\perp BD$，对于$CD=2,BC=1,\therefore BD=\sqrt{3}$，又$AD=1,AB=2$，因此有$AD\perp BD$，则有$t=\frac{1}{2}$，因此$t$的取值范围是$\left(\frac{1}{2},1\right)$

三、解答题（本大题共 5 小题，共 0 分）

18．（2009 浙江理 18）在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且满足$\cos\frac{A}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3$.（I）求$\Delta ABC$的面积；（II）若$b+c=6$，求$a$的值。

【答案】解析：（I）因为$\cos\frac{A}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\therefore\cos A=2\cos^2\frac{A}{2}-1=\frac{3}{5},\sin A=\frac{4}{5}$，又由$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3$，得$bc\cos A=3,\therefore bc=5$，$\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=2$

（II）对于$bc=5$，又$b+c=6$，$\therefore b=5,c=1$或$b=1,c=5$，由余弦定理得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=20$，$\therefore a=2\sqrt{5}$

19．（2009浙江理19）在$1,2,3,\cdots,9$这9个自然数中，任取3个数.

（I）求这3个数中恰有1个是偶数的概率；

（II）设ξ为这3个数中两数相邻的组数（例如：若取出的数为$1,2,3$，则有两组相邻的数$1,2$和$2,3$，此时ξ的值是2）.求随机变量ξ的分布列及其数学期望$E\xi$.

【答案】（I）记“这3个数恰有一个是偶数”为事件A，则$P(A)=\frac{C_4^1C_5^2}{C_9^3}=\frac{10}{21}$；

（II）随机变量ξ的取值为$0,1,2,\xi$的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$

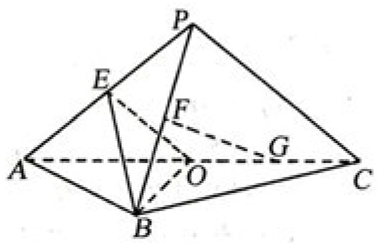
所以ξ的数学期望为$E\xi=0\times\frac{5}{12}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{12}=\frac{2}{3}$

20．（2009浙江理20）如图，平面$PAC\perp$平面ABC，ΔABC是以AC为斜边的等腰直角三角形，

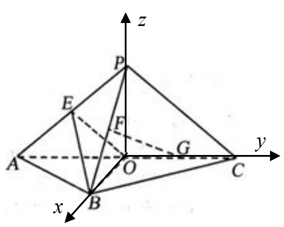
E,F,O 分别为 PA，PB，AC 的中点，$AC=16$，$PA=PC=10$.

（I）设 G 是 OC 的中点，证明：$FG//$ 平面 BOE；

（II）证明：在 ΔABO 内存在一点 M，使 $FM\perp$ 平面 BOE，并求点 M 到 OA，OB 的距离.



【答案】证明：（I）如图，连结 OP，以 O 为坐标原点，分别以 OB、OC、OP 所在直线为 x 轴，y 轴，z 轴，建立空间直角坐标系 O$-xyz$，则 $O\left(0,0,0\right),A(0,-8,0),B(8,0,0),C(0,8,0),$ $P(0,0,6),E(0,-4,3),$ $F\left(4,0,3\right)$，由题意得，$G\left(0,4,0\right),$ 因 $\overrightarrow{OB}=(8,0,0),\overrightarrow{OE}=(0,-4,3)$，因此平面 BOE 的法向量为 $\vec{n}=(0,3,4)$，$\overrightarrow{FG}=(-4,4,-3$ 得 $\vec{n}\cdot\overrightarrow{FG}=0$，又直线 FG 不在平面 BOE 内，因此有 $FG//$ 平面 BOE

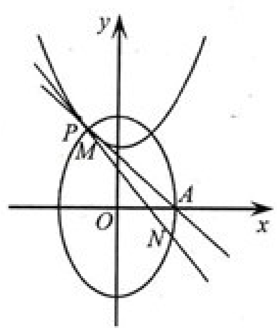
（II）

设点 M 的坐标为 $\left(x_0,y_0,0\right)$，则 $\overrightarrow{FM}=(x_0-4,y_0,-3)$，因为 $FM\perp$ 平面 BOE，所以有 $\overrightarrow{FM}//\vec{n}$，因此有 $x_0=4,y_0=-\dfrac{9}{4}$，即点 M 的坐标为 $\left(4,-\dfrac{9}{4},0\right)$，在平面直角坐标系 xoy 中，ΔAOB 的内部区域满足不等式组 $\begin{cases}x>0\\y<0\\x-y<8\end{cases}$，经检验，点 M 的坐标满足上述不等式组，所以在 ΔABO 内存在一点 M，使 $FM\perp$ 平面 BOE，由点 M 的坐标得点 M 到 OA，OB 的距离为 $4,\dfrac{9}{4}$。

21．（2009 浙江理 21）已知椭圆 C_1：$\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的右顶点为 $A(1,0)$，过 C_1 的焦点且垂直长轴的弦长为 1。

（I）求椭圆 C_1 的方程；

（II）设点 P 在抛物线 C_2：$y=x^2+h\,(h\in\boldsymbol{R})$ 上，C_2 在点 P 处的切线与 C_1 交于点 M,N 当线段 AP 的中点与 MN 的中点的横坐标相等时，求 h 的最小值。



【答案】解析：（I）由题意得 $\begin{cases} b=1 \\ 2\cdot\dfrac{b^2}{a}=1 \end{cases},\therefore\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases},$ 所求的椭圆方程为 $\dfrac{y^2}{4}+x^2=1$，

（II）不妨设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2),P(t,t^2+h),$ 则抛物线 C_2 在点 P 处的切线斜率为 $y'|_{x=t}=2t$，直线 MN 的方程为 $y=2tx-t^2+h$，将上式代入椭圆 C_1 的方程中，得 $4x^2+(2tx-t^2+h)^2-4=0$，即 $4\left(1+t^2\right)x^2-4t(t^2-h)x+(t^2-h)^2-4=0$，因为直线 MN 与椭圆 C_1 有两个不同的交点，所以有 $\Delta_1=16\left[-t^4+2(h+2)t^2-h^2+4\right]>0$，

设线段 MN 的中点的横坐标是 x_3，则 $x_3=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{t(t^2-h)}{2(1+t^2)}$，

设线段 PA 的中点的横坐标是 x_4，则 $x_4=\dfrac{t+1}{2}$，由题意得 $x_3=x_4$，即有 $t^2+(1+h)t+1=0$，其中的 $\Delta_2=(1+h)^2-4\geq 0,\therefore h\geq 1$ 或 $h\leq -3$；

当 $h\leq -3$ 时有 $h+2<0,4-h^2<0$，因此不等式 $\Delta_1=16\left[-t^4+2(h+2)t^2-h^2+4\right]>0$ 不成立；

因此 $h\ge 1$，当 $h=1$ 时代入方程 $t^2+(1+h)t+1=0$ 得 $t=-1$，将 $h=1,t=-1$ 代入不等式 $\Delta_1=16\left[-t^4+2(h+2)t^2-h^2+4\right]>0$ 成立，因此 h 的最小值为 1.

22．（2009 浙江理 22）已知函数 $f(x)=x^3-(k^2-k+1)x^2+5x-2$，$g(x)=k^2x^2+kx+1$，其中 $k\in \boldsymbol{R}$.

（I）设函数 $p(x)=f(x)+g(x)$.若 $p(x)$ 在区间 $(0,3)$ 上不单调，求 k 的取值范围；

（II）设函数 $q(x)=\begin{cases} g(x), x\ge 0, \\ f(x), x<0. \end{cases}$ 是否存在 k，对任意给定的非零实数 x_1，存在惟一的非零实数 x_2（$x_2\ne x_1$），使得 $q'(x_2)=q'(x_1)$ 成立？若存在，求 k 的值；若不存在，请说明理由.

【答案】解析：（I）因 $P(x)=f(x)+g(x)=x^3+(k-1)x^2+(k+5)-1$，$p'\left(x\right)=3x^2+2(k-1)x+(k+5)$，因 $p(x)$ 在区间 $(0,3)$ 上不单调，所以 $p'\left(x\right)=0$ 在 $\left(0,3\right)$ 上有实数解，且无重根，由 $p'\left(x\right)=0$ 得 $k(2x+1)=-(3x^2-2x+5),$

$\therefore k=-\dfrac{(3x^2-2x+5)}{2x+1}=-\dfrac{3}{4}\left[\left(2x+1\right)+\dfrac{9}{2x+1}-\dfrac{10}{3}\right]$，令 $t=2x+1,$ 有 $t\in\left(1,7\right)$，记 $h(t)=t+\dfrac{9}{t},$ 则 $h\left(t\right)$ 在 $\left(1,3\right]$ 上单调递减，在 $\left[3,7\right)$ 上单调递增，所以有 $h\left(t\right)\in\left[6,10\right)$，于是 $\left(2x+1\right)+\dfrac{9}{2x+1}\in\left[6,10\right)$，得 $k\in\left(-5,-2\right]$，而当 $k=-2$ 时有 $p'\left(x\right)=0$ 在 $\left(0,3\right)$ 上有两个相等的实根 $x=1$，故舍去，所以 $k\in\left(-5,-2\right)$；

（II）当 $x<0$ 时有 $q'\left(x\right)=f'\left(x\right)=3x^2-2(k^2-k+1)x+5$；

当 $x>0$ 时有 $q'\left(x\right)=g'\left(x\right)=2k^2x+k$，因为当 $k=0$ 时不合题意，因此 $k\ne 0$，

下面讨论$k \neq 0$的情形，记 A$=(k,+\infty)$，B=$\left(5,+\infty\right)$（ⅰ）当$x_1>0$时，$q'\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，所以要使$q'\left(x_2\right)=q'\left(x_1\right)$成立，只能$x_2<0$且$A \subseteq B$，因此有$k \geq 5$，（ⅱ）当$x_1<0$时，$q'\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递减，所以要使$q'\left(x_2\right)=q'\left(x_1\right)$成立，只能$x_2>0$且$A \subseteq B$，因此$k \leq 5$，综合（ⅰ）（ⅱ）$k=5$；

当$k=5$时 A=B，则$\forall x_1<0, q'\left(x_1\right) \in B=A$，即$\exists x_2>0,$使得$q'\left(x_2\right)=q'\left(x_1\right)$成立，因为$q'\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，所以$x_2$的值是唯一的；

同理，$\forall x_1<0$，即存在唯一的非零实数$x_2(x_2 \neq x_1)$，要使$q'\left(x_2\right)=q'\left(x_1\right)$成立，所以$k=5$满足题意.