

2012年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)

文科数学

第I卷(共60分)

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1)若复数 z 满足 $z(2-i)=11+7i$ (i 为虚数单位)，则 z 为

- (A) $3+5i$ (B) $3-5i$ (C) $-3+5i$ (D) $-3-5i$

(2)已知全集 $U=\{0,1,2,3,4\}$ ，集合 $A=\{1,2,3\}$ ， $B=\{2,4\}$ ，则 $(\complement_U A) \cup B$ 为

- (A){1,2,4} (B){2,3,4} (C){0,2,4} (D){0,2,3,4}

(3)函数 $f(x)=\frac{1}{\ln(x+1)}+\sqrt{4-x^2}$ 的定义域为

- (A) $[-2,0] \cup (0,2]$ (B) $(-1,0) \cup (0,2]$ (C) $[-2,2]$ (D) $(-1,2]$

(4)在某次测量中得到的 A 样本数据如下：82, 84, 84, 86, 86, 86, 88, 88, 88, 88.若 B 样本数据恰好是 A 样本数据都加2后所得数据，则 A , B 两样本的下列数字特征对应相同的是

- (A)众数 (B)平均数 (C)中位数 (D)标准差

(5)设命题 p ：函数 $y=\sin 2x$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ ；命题 q ：函数 $y=\cos x$ 的图象关于直线

$x=\frac{\pi}{2}$ 对称。则下列判断正确的是

- (A) p 为真 (B) $\neg q$ 为假 (C) $p \wedge q$ 为假 (D) $p \vee q$ 为真

(6)设变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \geq 2, \\ 2x+y \leq 4, \\ 4x-y \geq -1, \end{cases}$ ，则目标函数 $z=3x-y$ 的取值范围是

- (A) $[-\frac{3}{2}, 6]$ (B) $[-\frac{3}{2}, -1]$ (C) $[-1, 6]$ (D) $[-6, \frac{3}{2}]$

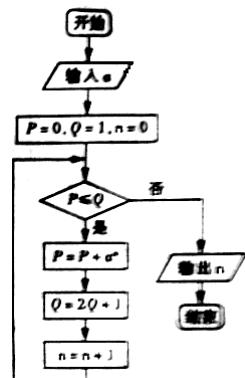
(7)执行右面的程序框图，如果输入 $a=4$ ，那么输出的 n 的值为

- (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

(8)函数 $y=2\sin\left(\frac{\pi x}{6}-\frac{\pi}{3}\right)(0 \leq x \leq 9)$ 的最大值与最小值之和为

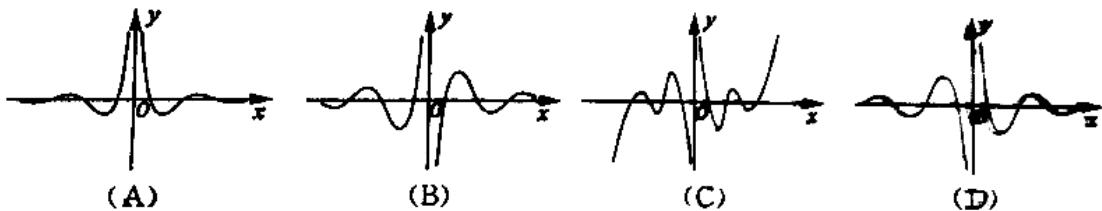
- (A) $2-\sqrt{3}$ (B)0 (C)-1 (D) $-1-\sqrt{3}$

(9)圆 $(x+2)^2+y^2=4$ 与圆 $(x-2)^2+(y-1)^2=9$ 的位置关系为



- (A) 内切 (B) 相交 (C) 外切 (D) 相离

(10) 函数 $y = \frac{\cos 6x}{2^x - 2^{-x}}$ 的图象大致为



(11) 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为2. 若抛物线 $C_2: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点到双曲线 C_1 的渐近线的距离为2, 则抛物线 C_2 的方程为

- (A) $x^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}y$ (B) $x^2 = \frac{16\sqrt{3}}{3}y$ (C) $x^2 = 8y$ (D) $x^2 = 16y$

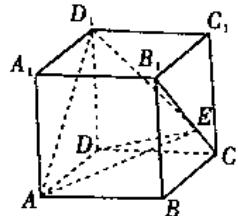
(12) 设函数 $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = -x^2 + bx$. 若 $y = f(x)$ 的图象与 $y = g(x)$ 的图象有且仅有两个不同的公共点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则下列判断正确的是

- (A) $x_1 + x_2 > 0, y_1 + y_2 > 0$ (B) $x_1 + x_2 > 0, y_1 + y_2 < 0$
 (C) $x_1 + x_2 < 0, y_1 + y_2 > 0$ (D) $x_1 + x_2 < 0, y_1 + y_2 < 0$

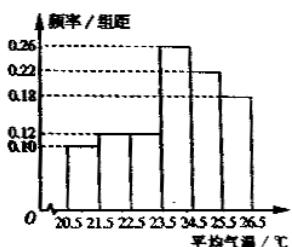
第II卷(共90分)

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分.

(13) 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, E为线段 B_1C 上的一点，则三棱锥 $A-DED_1$ 的体积为_____.



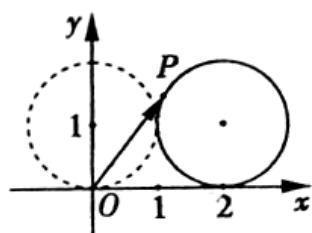
(14) 右图是根据部分城市某年6月份的平均气温(单位： $^{\circ}\text{C}$)数据得到的样本频率分布直方图，其中平均气温的范围是 $[20.5, 26.5]$ ，样本数据的分组为 $[20.5, 21.5)$, $[21.5, 22.5)$, $[22.5, 23.5)$, $[23.5, 24.5)$, $[24.5, 25.5)$, $[25.5, 26.5]$. 已知样本中平均气温低于 22.5°C 的城市个数为11, 则样本中平均气温不低于 25.5°C 的城市个数为_____.



(15) 若函数 $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 在 $[-1, 2]$ 上的最大值为4, 最小值为 m , 且函数

$g(x) = (1-4m)\sqrt{x}$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 则 $a=$ _____.

(16) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一单位圆的圆心的初始位置在 $(0, 1)$, 此时圆上一点 P 的位置在 $(0, 0)$, 圆在 x 轴上沿正向滚动. 当圆滚动到圆心位于 $(2, 1)$ 时, \overline{OP} 的坐标为_____.



三、解答题：本大题共6小题，共74分.

(17)(本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知 $\sin B(\tan A + \tan C) = \tan A \tan C$.

(I)求证： a, b, c 成等比数列；

(II)若 $a=1, c=2$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

(18)(本小题满分12分)

袋中有五张卡片，其中红色卡片三张，标号分别为1, 2, 3；蓝色卡片两张，标号分别为1, 2.

(I)从以上五张卡片中任取两张，求这两张卡片颜色不同且标号之和小于4的概率；

(II)现袋中再放入一张标号为0的绿色卡片，从这六张卡片中任取两张，求这两张卡片颜色不同且标号之和小于4的概率.

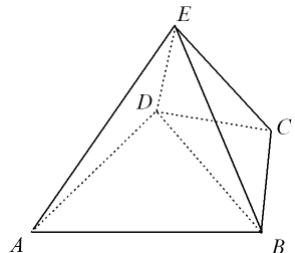
(19) (本小题满分12分)

如图，几何体 $E-ABCD$ 是四棱锥， $\triangle ABD$ 为正三角形，

$CB=CD, EC \perp BD$.

(I)求证： $BE=DE$ ；

(II)若 $\angle BCD=120^\circ$ ， M 为线段 AE 的中点，



求证： $DM \parallel \text{平面 } BEC$.

(20) (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前5项和为105，且 $a_{20}=2a_5$.

(I)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II)对任意 $m \in \mathbb{N}^*$ ，将数列 $\{a_n\}$ 中不大于 7^{2m} 的项的个数记为 b_m .求数列 $\{b_m\}$ 的前 m 项和

S_m .

(21) (本小题满分13分)

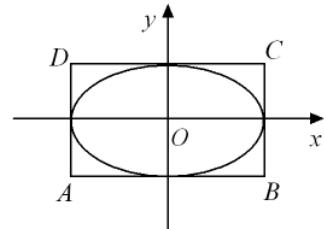
如图, 椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 $x = \pm a$ 和 $y = \pm b$ 所围成的矩形 $ABCD$ 的面积为 8.

(I) 求椭圆 M 的标准方程;

(II) 设直线 $l: y = x + m (m \in \mathbf{R})$ 与椭圆 M 有两个不同的交点

P, Q, l 与矩形 $ABCD$ 有两个不同的交点 S, T . 求 $\frac{|PQ|}{|ST|}$ 的

最大值及取得最大值时 m 的值.



(22) (本小题满分13分)

已知函数 $f(x) = \frac{\ln x + k}{e^x}$ (k 为常数, $e = 2.71828\ldots$ 是自然对数的底数), 曲线 $y = f(x)$ 在

点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行.

(I) 求 k 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(III) 设 $g(x) = xf'(x)$, 其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数. 证明: 对任意 $x > 0$, $g(x) < 1 + e^{-2}$.