2013年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）理 科 数 学

参考公式：如果事件A、B互斥，那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$ **如果事件A、B独立，那么** $P(AB)=P(A)\bullet P(B)$ 。

第Ⅰ卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题。每小题5分共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、复数 z 满组 $(z-3)(2-i)=5$（z 为虚数单位），则 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 为

(A) $2+i$　(B) $2-i$　(C) $5+i$　(D) $5-i$

2、已知集合 $A=\{0,1,2\}$，则集合 $B=\{x-y \mid x\in A, y\in A\}$ 中元素的个数是

(A) 1　(B) 3　(C) 5　(D) 9

3、已知函数 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2+\dfrac{1}{x}$，则 $f(-1)=$

(A) -2　(B) 0　(C) 1　(D) 2

4、已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面垂直，体积为 $\dfrac{9}{4}$，底面是边长为 $\sqrt{3}$ 的正三角形，若 P 为底面 $A_1B_1C_1$ 的中心，则 PA 与平面 ABC 所成角的大小为

(A) $\dfrac{5\pi}{12}$　(B) $\dfrac{\pi}{3}$　(C) $\dfrac{\pi}{4}$　(D) $\dfrac{\pi}{6}$

5、将函数 $y=\sin(2x+\varphi)$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\dfrac{\pi}{8}$ 个单位后，得到一个偶函数的图象，则 φ 的一个可能取值为

(A) $\dfrac{3\pi}{4}$　(B) $\dfrac{\pi}{4}$　(C) 0　(D) $-\dfrac{\pi}{4}$

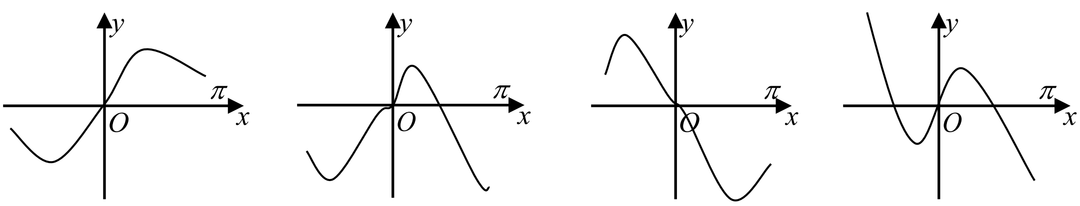
6、在平面直角坐标系 xOy 中，M 为不等式组 $\begin{cases}2x-y-2\ge 0,\\ x+2y-1\ge 0,\\ 3x+y-8\le 0\end{cases}$ 所表示的区域上一动点，则直线 OM 的斜率的最小值为

(A) 2　(B) 1　(C) $-\dfrac{1}{3}$　(D) $-\dfrac{1}{2}$

7、给定两个命题 p,q. 若 $\neg p$ 是 q 的必要不充分条件，则 p 是 $\neg q$ 的

(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件　(C) 充要条件　(D) 既不充分也不必要条件

8、函数 $y=x\cos x+\sin x$ 的图象大致为



(A)　　　　(B)　　　　(C)　　　　(D)

9、过点 $(3,1)$ 作圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 的两条切线，切点分别为 A,B，则直线 AB 的方程为

(A) $2x+y-3=0$　(B) $2x-y-3=0$　(C) $4x-y-3=0$　(D) $4x+y-3=0$

10、用0，1，…，9十个数字，可以组成有重复数字的三位数的个数为

(A) 243　　(B) 252　　(C) 261　　(D) 279

11、抛物线 $C_1: y=\dfrac{1}{2p}x^2(p>0)$ 的焦点与双曲线 $C_2: \dfrac{x^2}{3}-y^2=1$ 的右焦点的连线交 C_1 于第一象限的点 M. 若 C_1 在点 M 处的切线平行于 C_2 的一条渐近线，则 $p=$

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{16}$　(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$　(C) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　(D) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

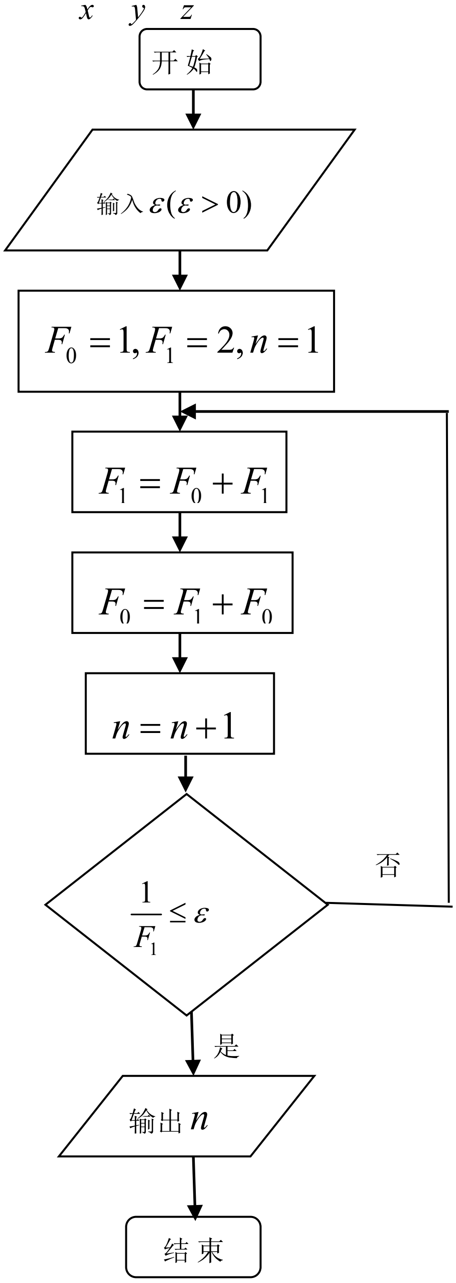
12、设正实数 x,y,z 满足 $x^2-3xy+4y^2-z=0$. 则当 $\dfrac{xy}{z}$ 取得最大值时，$\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{2}{z}$ 的最大值为

(A) 0　(B) 1　(C) $\dfrac{9}{4}$　(D) 3

第Ⅱ卷（共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。

13、执行右图所示的程序框图，若输入 c 的值为0.25，则输出的 n 的值为_______.



14、在区间 $[-3,3]$ 上随机取一个数 x，使得 $|x+1|+|x-2|\ge 1$ 成立的概率为______.

15、已知向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为 120^0，且 $|\overrightarrow{AB}|=3, |\overrightarrow{AC}|=2$. 若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，且 $\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BC}$，则实数 λ 的值为____________.

16、定义“正对数”：$\ln^+ x=\begin{cases}0, & 0<x<1,\\ \ln x, & x\ge 1.\end{cases}$ 现有四个命题：

①若 $a>0,b>0$，则 $\ln^+(a^b)=b\ln^+ a$；

②若 $a>0,b>0$，则 $\ln^+(ab)=\ln^+ a+\ln^+ b$；

③若 $a>0,b>0$，则 $\ln^+(\dfrac{a}{b})\ge\ln^+ a-\ln^+ b$；

④若 $a>0,b>0$，则 $\ln^{+}(a+b)\le \ln^{+}a+\ln^{+}b+\ln 2$.

其中的真命题有__________.（写出所有真命题的编号）

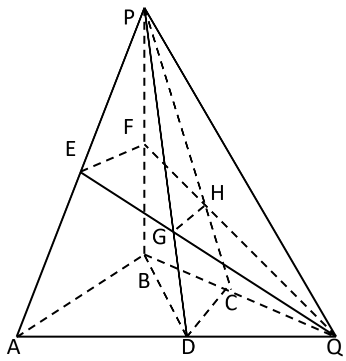
三、解答题：本大题共6小题，共74分.

17、（本小题满分12分）

设 ΔABC 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $a+c=6$, $b=2$, $\cos B=\frac{7}{9}$..

（I）求 a,c 的值；

（II）求 $\sin(A-B)$ 的值.



18、（本小题满分12分）

如图所示，在三棱锥 $P-ABQ$ 中，$PB\perp$ 平面ABQ，

$BA=BP=BQ$，D，C，E，F 分别是 AQ，BQ，AP，BP

的中点，$AQ=2BD$，PD 与 EQ 交于点 G，

PC 与 FQ 交于点 H，连接 GH.

（I）求证：$AB//GH$；

（II）求二面角 $D-GH-E$ 的余弦值。

19、（本小题满分12分）

甲、乙两支球队进行比赛，约定先胜3局者获得比赛的胜利，比赛随即结束。除第五局甲队获胜的概率是 $\frac{1}{2}$ 外，其余每局比赛甲队获胜的概率都是 $\frac{2}{3}$。假设各局比赛结果相互独立。

（I）分别求甲队以3：0，3：1，3：2胜利的概率；

（II）若比赛结果为3：0或3：1，则胜利方得3分、对方得0分；若比赛结果为3：2，则胜利方得2分、对方得1分。求乙队得分 X 的分布列和数学期望。

20、（本小题满分12分）

设等差数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且$S_4=4S_2, a_{2n}=2a_n+1$.

（I）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（II）设数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，且$T_n+\dfrac{a_n+1}{2^n}=\lambda$（$\lambda$为常数）。令$c_n=2b_{2n},(n\in N^*)$，求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$R_n$。

21、（本小题满分13分）

设函数$f(x)=\dfrac{x}{e^{2x}}+c$（$e=2.71828\ldots$ 是自然对数的底数，$c\in R$）

（I）求$f(x)$的单调区间、最大值；

（II）讨论关于x的方程$\left|\ln x\right|=f(x)$根的个数。

22、（本小题满分13分）

椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的左、右焦点分别是$F_1,F_2$，离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，过$F_1$且垂直于$x$轴的直线被椭圆$C$截得的线段长为1.

（I）求椭圆C的方程；

（II）点P是椭圆C上除长轴端点外的任一点，连接PF_1,PF_2。设$\angle F_1PF_2$的角平分线PM交C的长轴于点$M(m,0)$，求m的取值范围；

（III）在（II）的条件下，过点P作斜率为k的直线l，使得l与椭圆C有且只有一个公共点。设直线

PF_1, PF_2的斜率分别为k_1, k_2，若$k \neq 0$，试证明$\frac{1}{kk_1}+\frac{1}{kk_2}$为定值，并求出这个定值.

一、选择题

1．（5分）（2013•山东）复数z满足（z﹣3）（2﹣i）=5（i为虚数单位），则z的共轭复数$\overline{z}$为（　　）

A．2+i　　B．2﹣i　　C．5+i　　D．5﹣i

考点：复数的基本概念.

专题：计算题.

分析：利用复数的运算法则求得z，即可求得z的共轭复数$\overline{z}$.

解答：解：∵（z﹣3）（2﹣i）=5，

∴$z-3=\frac{5}{2-i}=2+i$

∴z=5+i，

∴$\overline{z}$=5﹣i.

故选D.

点评：本题考查复数的基本概念与基本运算，求得复数z是关键，属于基础题.

2．（5分）（2013•山东）已知集合A={0，1，2}，则集合B={x﹣y|x∈A，y∈A}中元素的个数是（　　）

A．1　　B．3　　C．5　　D．9

考点：集合中元素个数的最值.

专题：计算题.

分析：依题意，可求得集合B={﹣2，﹣1，0，1，2}，从而可得答案.

解答：解：∵A={0，1，2}，B={x﹣y|x∈A，y∈A}，

∴当x=0，y分别取0，1，2时，x﹣y的值分别为0，﹣1，﹣2；

当x=1，y分别取0，1，2时，x﹣y的值分别为1，0，﹣1；

当x=2，y分别取0，1，2时，x﹣y的值分别为2，1，0；

∴B={﹣2，﹣1，0，1，2}，

∴集合B={x﹣y|x∈A，y∈A}中元素的个数是5个.

故选C.

点评：本题考查集合中元素个数的最值，理解题意是关键，考查分析运算能力，属于中档题.

3．（5分）（2013•山东）已知函数f（x）为奇函数，且当x＞0时，$f(x)=x^2+\frac{1}{x}$，则f（﹣1）=（　　）

A．﹣2　　B．0　　C．1　　D．2

考点：函数的值.

专题：计算题；函数的性质及应用.

分析：利用奇函数的性质，f（﹣1）=﹣f（1），即可求得答案.

解答：解：∵函数f（x）为奇函数，x＞0时，$f(x)=x^2+\frac{1}{x}$，

∴f（﹣1）=﹣f（1）=﹣2，

故选A．

点评：本题考查奇函数的性质，考查函数的求值，属于基础题．

4．（5分）（2013•山东）已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱与底面垂直，体积为$\frac{9}{4}$，底面是边长为$\sqrt{3}$的正三角形，若P为底面$A_1B_1C_1$的中心，则PA与平面ABC所成角的大小为（　　）

A．$\frac{5\pi}{12}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{6}$

考点：直线与平面所成的角．

专题：空间角．

分析：利用三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱与底面垂直和线面角的定义可知，$\angle APA_1$为PA与平面$A_1B_1C_1$所成角，即为$\angle APA_1$为PA与平面ABC所成角．利用三棱锥的体积计算公式可得AA_1，再利用正三角形的性质可得A_1P，在$Rt\triangle AA_1P$中，利用$\tan\angle APA_1=\frac{AA_1}{A_1P}$即可得出．

解答：解：如图所示，

$\because AA_1\perp$底面$A_1B_1C_1$，$\therefore \angle APA_1$为PA与平面$A_1B_1C_1$所成角，

$\because$平面ABC$\parallel$平面$A_1B_1C_1$，$\therefore \angle APA_1$为PA与平面ABC所成角．

$\because S_{\triangle A_1B_1C_1}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{3})^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}$．

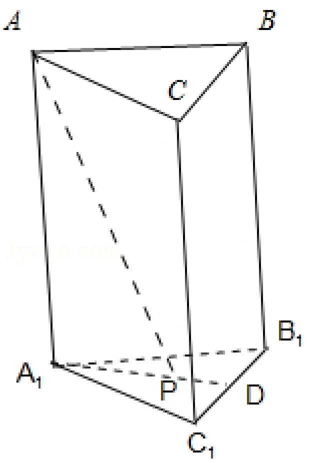
$\therefore V_{三棱柱ABC-A1B1C1}=AA_1\times S_{\triangle A_1B_1C_1}=\frac{3\sqrt{3}}{4}AA_1=\frac{9}{4}$，解得$AA_1=\sqrt{3}$．

又P为底面正三角形$A_1B_1C_1$的中心，$\therefore A_1P=\frac{2}{3}A_1D=\frac{2}{3}\times\sqrt{3}\times\sin60^{\circ}=1$，

在$Rt\triangle AA_1P$中，$\tan\angle APA_1=\frac{AA_1}{A_1P}=\sqrt{3}$，

$\therefore \angle APA_1=\frac{\pi}{3}$．

故选B．



点评：熟练掌握三棱柱的性质、体积计算公式、正三角形的性质、线面角的定义是解题的关键．

5．（5分）（2013•山东）函数$y=\sin(2x+\phi)$的图象沿x轴向左平移$\frac{\pi}{8}$个单位后，得到一个偶函数的图象，则ϕ的一个可能的值为（　　）

A. $\frac{3\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. 0　　D. $-\frac{\pi}{4}$

考点：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换.

专题：计算题；三角函数的图像与性质.

分析：利用函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换可得函数y=sin（2x+φ）的图象沿x轴向左平移$\frac{\pi}{8}$个单位后的解析式，利用其为偶函数即可求得答案.

解答：解：令y=f（x）=sin（2x+φ），

则$f(x+\frac{\pi}{8})=\sin[2(x+\frac{\pi}{8})+\phi]=\sin(2x+\frac{\pi}{4}+\phi)$，

∵$f(x+\frac{\pi}{8})$为偶函数，

∴$\frac{\pi}{4}+\phi=k\pi+\frac{\pi}{2}$，

∴$\phi=k\pi+\frac{\pi}{4}$，k∈Z，

∴当k=0时，$\phi=\frac{\pi}{4}$.

故φ的一个可能的值为$\frac{\pi}{4}$.

故选B.

点评：本题考查函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换，考查三角函数的奇偶性，属于中档题.

6. （5分）（2013•山东）在平面直角坐标系xOy中，M为不等式组$\begin{cases}2x-y-2\geqslant 0\\x+2y-1\geqslant 0\\3x+y-8\leqslant 0\end{cases}$所表示的区域上一动点，则直线OM斜率的最小值为（　　）

A. 2　　B. 1　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{2}$

考点：简单线性规划.

专题：不等式的解法及应用.

分析：本题属于线性规划中的延伸题，对于可行域不要求线性目标函数的最值，而是求可行域内的点与原点（0，0）构成的直线的斜率的最小值即可.

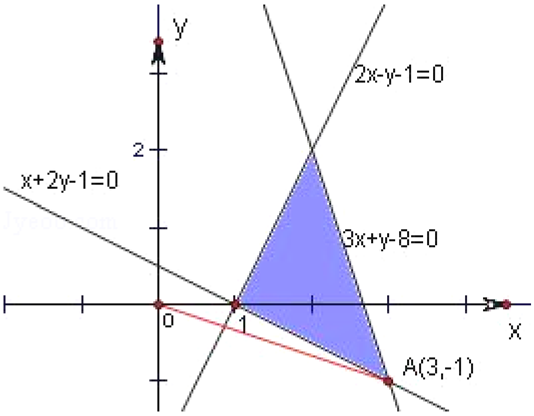
解答：解：不等式组$\begin{cases}2x-y-2\geqslant 0\\x+2y-1\geqslant 0\\3x+y-8\leqslant 0\end{cases}$表示的区域如图，

当M取得点A（3，－1）时，

z直线OM斜率取得最小，最小值为

$k=\frac{-1}{3}=-\frac{1}{3}$.

故选C.



点评： 本题利用直线斜率的几何意义，求可行域中的点与原点的斜率．本题主要考查了用平面区域二元一次不等式组，以及简单的转化思想和数形结合的思想，属中档题．

7．（5分）（2013•山东）给定两个命题p，q．若$\neg p$是q的必要而不充分条件，则p是$\neg q$的（　　）

A． 充分而不必要条件　　B． 必要而不充分条件

C． 充要条件　　D． 既不充分也不必要条件

考点： 必要条件、充分条件与充要条件的判断．

专题： 规律型．

分析： 根据互为逆否命题真假性相同，可将已知转化为q是$\neg p$的充分不必要条件，进而根据逆否命题及充要条件的定义得到答案．

解答： 解：∵$\neg p$是q的必要而不充分条件，

∴q是$\neg p$的充分不必要条件，即$q\Rightarrow\neg p$，但$\neg p$不能$\Rightarrow q$，

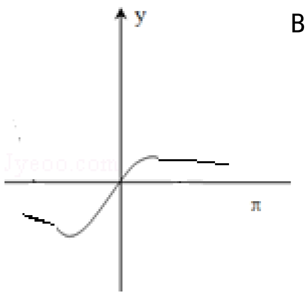
其逆否命题为$p\Rightarrow\neg q$，但$\neg q$不能$\Rightarrow p$，

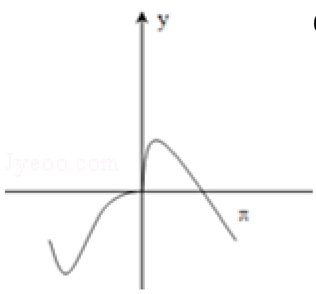
则p是$\neg q$的充分不必要条件．

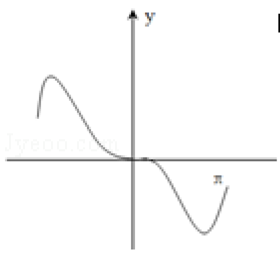
故选A．

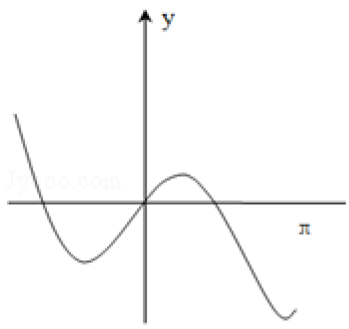
点评： 本题考查的知识点是充要条件的判断，其中将已知利用互为逆否命题真假性相同，转化为q是$\neg p$的充分不必要条件，是解答的关键．

8．（5分）（2013•山东）函数y=xcosx+sinx的图象大致为（　　）

A．


B．


C．


D．


考点： 函数的图象．

专题： 函数的性质及应用．

分析： 给出的函数是奇函数，奇函数图象关于原点中心对称，由此排除B，然后利用区特值排除A和C，则答案可求．

解答： 解：因为函数y=xcosx+sinx为奇函数，所以排除选项B，

由当$x=\dfrac{\pi}{2}$时，$y=\dfrac{\pi}{2}\times\cos\dfrac{\pi}{2}+\sin\dfrac{\pi}{2}=1>0$，

当$x=\pi$时，$y=\pi\times\cos\pi+\sin\pi=-\pi<0$．

由此可排除选项A和选项C．

故正确的选项为D．

故选D．

点评：本题考查了函数的图象，考查了函数的性质，考查了函数的值，是基础题．

9．（5分）（2013•山东）过点（3，1）作圆$(x-1)^2+y^2=1$的两条切线，切点分别为A，B，则直线AB的方程为（　　）

A．$2x+y-3=0$　　B．$2x-y-3=0$　　C．$4x-y-3=0$　　D．$4x+y-3=0$

考点：圆的切线方程；直线的一般式方程．

专题：计算题；直线与圆．

分析：由题意判断出切点（1，1）代入选项排除B、D，推出令一个切点判断切线斜率，得到选项即可．

解答：解：因为过点（3，1）作圆$(x-1)^2+y^2=1$的两条切线，切点分别为A，B，

所以圆的一条切线方程为y=1，切点之一为（1，1），显然B、D选项不过（1，1），B、D不满足题意；

另一个切点的坐标在（1，﹣1）的右侧，所以切线的斜率为负，选项C不满足，A满足．

故选A．

点评：本题考查直线与圆的位置关系，圆的切线方程求法，可以直接解答，本题的解答是间接法，值得同学学习．

10．（5分）（2013•山东）用0，1，2，…，9十个数字，可以组成有重复数字的三位数的个数为（　　）

A．243　　B．252　　C．261　　D．279

考点：排列、组合及简单计数问题．

专题：计算题．

分析：求出所有三位数的个数，减去没有重复数字的三位数个数即可．

解答：解：用0，1，2，…，9十个数字，所有三位数个数为：900，

其中没有重复数字的三位数百位数从非0的9个数字中选取一位，十位数从余下的9个数字中选一个，个位数再从余下的8个中选一个，所以共有：9×9×8=648，

所以可以组成有重复数字的三位数的个数为：900﹣648=252．

故选B．

点评：本题考查排列组合以及简单计数原理的应用，利用间接法求解是解题的关键，考查计算能力．

11．（5分）（2013•山东）抛物线C_1：$y=\frac{1}{2p}x^2$（$p>0$）的焦点与双曲线C_2：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的右焦点的连线交C_1于第一象限的点M．若C_1在点M处的切线平行于C_2的一条渐近线，则p=（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{8}$　　C．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

考点：利用导数研究曲线上某点切线方程；双曲线的简单性质．

专题：压轴题；圆锥曲线的定义、性质与方程．

分析：由曲线方程求出抛物线与双曲线的焦点坐标，由两点式写出过两个焦点的直线方程，求出函数$y=\frac{1}{2p}x^2$（$p>0$）在x取直线与抛物线交点M的横坐标时的导数值，由其等于双曲线渐近线的斜率得到交点横坐标与p的关系，把M点的坐标代入直线方程即可求得p的值．

解答：解：由$y=\frac{1}{2p}x^2$（$p>0$），得$x^2=2py$（$p>0$），

所以抛物线的焦点坐标为F（0，$\frac{p}{2}$）．

由$\frac{x^2}{3}-y^2=1$，得$a=\sqrt{3}$，$b=1$，$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3+1}=2$.

所以双曲线的右焦点为（2，0）.

则抛物线的焦点与双曲线的右焦点的连线所在直线方程为$\frac{y-0}{\frac{p}{2}-0}=\frac{x-2}{0-2}$，

即$\frac{p}{2}x+2y-p=0$①.

设该直线交抛物线于M（x_0，$\frac{x_0^2}{2p}$），则C_1在点M处的切线的斜率为$\frac{x_0}{p}$.

由题意可知$\frac{x_0}{p}=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，得$x_0=\frac{\sqrt{3}}{3}p$，代入M点得M（$\frac{\sqrt{3}p}{3}$，$\frac{p}{6}$）

把M点代入①得：$\frac{\sqrt{3}p^2}{3}+\frac{2}{3}p-2p=0$.

解得$p=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

故选D.

点评：本题考查了双曲线的简单几何性质，考查了利用导数研究曲线上某点的切线方程，函数在曲线上某点处的切线的斜率等于函数在该点处的导数，是中档题.

12.（5分）（2013•山东）设正实数x，y，z满足$x^2-3xy+4y^2-z=0$．则当$\frac{xy}{z}$取得最大值时，$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}-\frac{2}{z}$的最大值为（　　）

A．0　　B．1　　C．$\frac{9}{4}$　　D．3

考点：基本不等式.

专题：计算题；压轴题；不等式的解法及应用.

分析：依题意，当$\frac{xy}{z}$取得最大值时x=2y，代入所求关系式f（y）$=\frac{2}{x}+\frac{1}{y}-\frac{2}{z}$，利用配方法即可求得其最大值.

解答：解：∵$x^2-3xy+4y^2-z=0$，

∴$z=x^2-3xy+4y^2$，又x，y，z均为正实数，

∴$\frac{xy}{z}=\frac{xy}{x^2-3xy+4y^2}=\frac{1}{\frac{x}{y}+\frac{4y}{x}-3}\leqslant\frac{1}{2\sqrt{\frac{x}{y}\times\frac{4y}{x}}-3}=1$（当且仅当x=2y时取"="），

∴$\left(\frac{xy}{z}\right)_{max}=1$，此时，x=2y.

∴$z=x^2-3xy+4y^2=(2y)^2-3\times2y\times y+4y^2=2y^2$，

∴$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}-\frac{2}{z}=\frac{1}{y}+\frac{1}{y}-\frac{1}{y^2}=-\left(\frac{1}{y}-1\right)^2+1\leqslant1$.

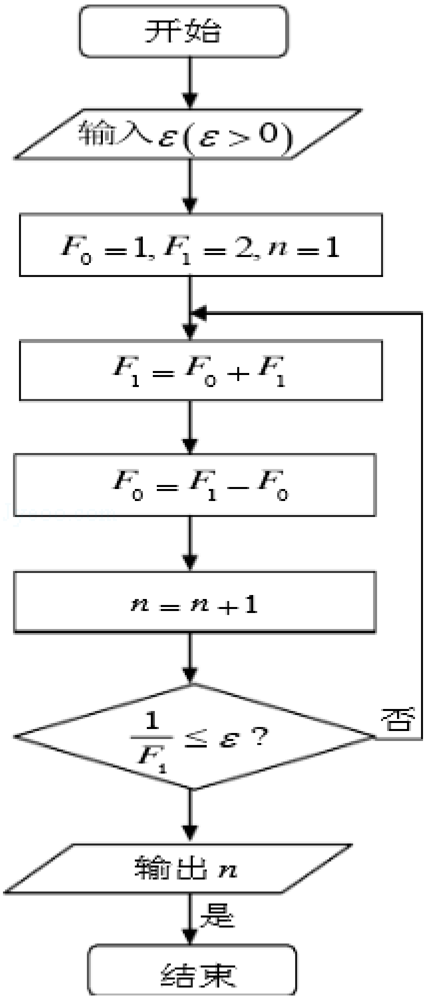
∴$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}-\frac{2}{z}$的最大值为1.

故选B.

点评： 本题考查基本不等式，由$\frac{xy}{z}$取得最大值时得到x=2y是关键，考查配方法求最值，属于中档题．

二、填空题

13．（4分）（2013•山东）执行右面的程序框图，若输入的ε值为0.25，则输出的n值为__3__．



考点： 程序框图．

专题： 图表型．

分析： 分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是计算并输出n的值．

解答： 解：循环前，$F_0=1$，$F_1=2$，n=1，
第一次循环，$F_0=1$，$F_1=3$，n=2，
第二次循环，$F_0=2$，$F_1=4$，n=3，
此时$\frac{1}{F_1}=\frac{1}{4}=0.25$，满足条件$\frac{1}{F_1}\leqslant 0.25$，退出循环，输出n=3，
故答案为：3．

点评： 本题主要考查了直到循环结构，根据流程图（或伪代码）写程序的运行结果，是算法这一模块最重要的题型，属于基础题．

14．（4分）（2013•山东）在区间[﹣3，3]上随机取一个数x使得|x+1|﹣|x﹣2|≥1的概率为__$\frac{1}{3}$__．

考点： 几何概型；绝对值不等式的解法．

专题： 不等式的解法及应用；概率与统计．

分析：本题利用几何概型求概率．先解绝对值不等式，再利用解得的区间长度与区间[－3，3]的长度求比值即得．

解答：解：利用几何概型，其测度为线段的长度．

由不等式$|x+1|-|x-2|\geqslant 1$ 可得 ①$\begin{cases}x<-1\\(-x-1)-(2-x)\geqslant 1\end{cases}$，或②$\begin{cases}-1\leqslant x<2\\(x+1)-(2-x)\geqslant 1\end{cases}$，

③$\begin{cases}x\geqslant 2\\(x+1)-(x-2)\geqslant 1\end{cases}$．

解①可得$x\in\varnothing$，解②可得$1\leqslant x<2$，解③可得 $x\geqslant 2$．

故原不等式的解集为$\{x|x\geqslant 1\}$，

∴|在区间[－3，3]上随机取一个数x使得$|x+1|-|x-2|\geqslant 1$的概率为$P=\frac{3-1}{3-(-3)}=\frac{1}{3}$．

故答案为：$\frac{1}{3}$

点评：本题主要考查了几何概型，简单地说，如果每个事件发生的概率只与构成该事件区域的长度（面积或体积）成比例，则称这样的概率模型为几何概率模型，简称为几何概型．

15．（4分）（2013•山东）已知向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$的夹角为120°，且$|\overrightarrow{AB}|=3$，$|\overrightarrow{AC}|=2$．若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，且$\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BC}$，则实数λ=___$\frac{7}{12}$___．

考点：数量积表示两个向量的夹角；向量的模．

专题：计算题；压轴题；平面向量及应用．

分析：利用$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$，表示$\overrightarrow{BC}$向量，通过数量积为0，求出λ的值即可．

解答：解：由题意可知：$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，

因为$\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BC}$，

所以$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，

所以$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=(\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$

$=\lambda\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$

$=\lambda\times 3\times 2\times(-\frac{1}{2})-\lambda\times 3^2+2^2-2\times 3\times(-\frac{1}{2})$

$=-12\lambda+7=0$

解得$\lambda=\frac{7}{12}$．

故答案为：$\frac{7}{12}$．

点评：本题考查向量的数量积的应用，向量的垂直，考查转化数学与计算能力．

16．（4分）（2013•山东）定义“正数对”：$\ln^{+}x=\begin{cases}0, & 0<x<1\\\ln x, & x\geqslant 1\end{cases}$，现有四个命题：

①若a＞0，b＞0，则$\ln^+(a^b)=b\ln^+a$；
②若a＞0，b＞0，则$\ln^+(ab)=\ln^+a+\ln^+b$；
③若a＞0，b＞0，则$\ln^+(\frac{a}{b})\geqslant\ln^+a-\ln^+b$；
④若a＞0，b＞0，则$\ln^+(a+b)\leqslant\ln^+a+\ln^+b+2$.
其中的真命题有__①③④__（写出所有真命题的序号）

考点： 命题的真假判断与应用.
专题： 综合题；压轴题；新定义.
分析： 由题意，根据所给的定义及对数的运算性质对四个命题进行判断，由于在不同的定义域中函数的解析式不一样，故需要对a，b分类讨论，判断出每个命题的真假
解答： 解：对于①，由定义，当a≥1时，$a^b\geq1$，故$\ln^+(a^b)=\ln(a^b)=b\ln a$，又$b\ln^+a=b\ln a$，故有$\ln^+(a^b)=b\ln^+a$；
当a＜1时，$a^b<1$，故$\ln^+(a^b)=0$，又a＜1时$b\ln^+a=0$，所以此时亦有$\ln^+(a^b)=b\ln^+a$. 由上判断知①正确；
对于②，此命题不成立，可令a=2，$b=\frac{1}{3}$，则$ab=\frac{2}{3}$，由定义$\ln^+(ab)=0$，$\ln^+a+\ln^+b=\ln2$，所以$\ln^+(ab)\neq\ln^+a+\ln^+b$；由此知②错误；
对于③，当a≥b＞0时，$\frac{a}{b}\geq1$，此时$\ln^+(\frac{a}{b})=\ln(\frac{a}{b})\geq0$，当a≥b≥1时，$\ln^+a-\ln^+b=\ln a-\ln b=\ln(\frac{a}{b})$，此时命题成立；当a＞1＞b时，$\ln^+a-\ln^+b=\ln a$，此时$\frac{a}{b}>a$，故命题成立；同理可验证当1＞a≥b＞0时，$\ln^+(\frac{a}{b})\geqslant\ln^+a-\ln^+b$成立；当$\frac{a}{b}<1$时，同理可验证是正确的，故③正确；
对于④，可分a≤1，b≤1与两者中仅有一个小于等于1、两者都大于1三类讨论，依据定义判断出④是正确的
故答案为①③④
点评： 本题考查新定义及对数的运算性质，理解定义所给的运算规则是解题的关键，本题考查了分类讨论的思想，逻辑判断的能力，综合性较强，探究性强. 易因为理解不清定义及忘记分类讨论的方法解题导致无法入手致错

三、解答题

17. （12分）（2013•山东）设△ABC的内角A，B，C所对边分别为a，b，c，且a+c=6，b=2，$\cos B=\frac{7}{9}$.
（1）求a，c的值；
（2）求sin（A﹣B）的值.

考点： 余弦定理；同角三角函数间的基本关系；两角和与差的正弦函数；正弦定理.
专题： 解三角形.
分析： （1）利用余弦定理列出关于新，将b与cosB的值代入，利用完全平方公式变形，求出acb的值，与a+c的值联立即可求出a与c的值即可；
（2）先由cosB的值，利用同角三角函数间的基本关系求出sinB的值，再由a，b及sinB的值，利用正弦定理求出sinA的值，进而求出cosA的值，所求式子利用两角和与差的正弦函数公式化简后，将各自的值代入计算即可求出值.
解答： 解：（1）∵a+c=6①，b=2，$\cos B=\frac{7}{9}$，
∴由余弦定理得：$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-2ac-\frac{14}{9}ac=36-\frac{32}{9}ac=4$，

整理得：ac=9②，

联立①②解得：a=c=3；

（2）∵$\cos B=\frac{7}{9}$，B为三角形的内角，

∴$\sin B=\sqrt{1-\left(\frac{7}{9}\right)^2}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$，

∵b=2，a=3，$\sin B=\frac{4\sqrt{2}}{9}$，

∴由正弦定理得：$\sin A=\frac{a\sin B}{b}=\frac{3\times\frac{4\sqrt{2}}{9}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

∵a=c，即A=C，∴A为锐角，

∴$\cos A=\sqrt{1-\sin^2A}=\frac{1}{3}$，

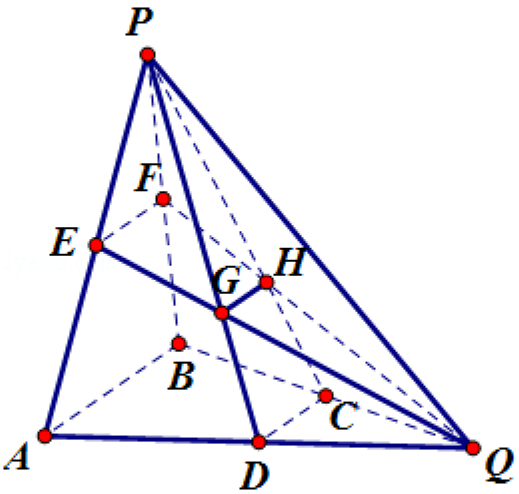
则$\sin(A-B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B=\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{7}{9}-\frac{1}{3}\times\frac{4\sqrt{2}}{9}=\frac{10\sqrt{2}}{27}$.

点评：此题考查了正弦、余弦定理，两角和与差的正弦函数公式，以及同角三角函数间的基本关系，熟练掌握定理及公式是解本题的关键．

18．（12分）（2013•山东）如图所示，在三棱锥P－ABQ中，PB⊥平面ABQ，BA=BP=BQ，D，C，E，F分别是AQ，BQ，AP，BP的中点，AQ=2BD，PD与EQ交于点G，PC与FQ交于点H，连接GH．

（1）求证：AB∥GH；

（2）求二面角D－GH－E的余弦值．



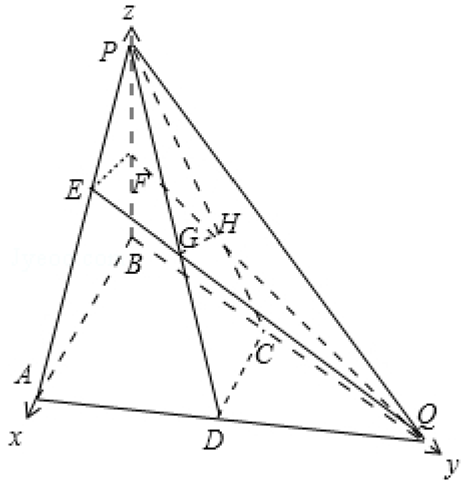
考点：二面角的平面角及求法；直线与平面平行的性质．

专题：空间位置关系与距离；空间角．

分析：（1）由给出的D，C，E，F分别是AQ，BQ，AP，BP的中点，利用三角形中位线知识及平行公理得到DC平行于EF，再利用线面平行的判定和性质得到DC平行于GH，从而得到AB∥GH；

（2）由题意可知BA、BQ、BP两两相互垂直，以B为坐标原点建立空间直角坐标系，设出BA、BQ、BP的长度，标出点的坐标，求出一些向量的坐标，利用二面角的两个面的法向量所成的角的余弦值求解二面角D－GH－E的余弦值．

解答：（1）证明：如图，



∵C，D为AQ，BQ的中点，∴CD∥AB，

又E，F分别AP，BP的中点，∴EF∥AB，

则EF∥CD．又EF⊂平面EFQ，∴CD∥平面EFQ．

又CD⊂平面PCD，且平面PCD∩平面EFQ=GH，∴CD∥GH．

又AB∥CD，∴AB∥GH；

（2）由AQ=2BD，D为AQ的中点可得，三角形ABQ为直角三角形，

以B为坐标原点，分别以BA、BQ、BP所在直线为x、y、z轴建立空间直角坐标系，

设AB=BP=BQ=2，

则D（1，1，0），C（0，1，0），E（1，0，1），F（0，0，1），

因为H为三角形PBQ的重心，所以H$\left(0,\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$．

则$\overrightarrow{DC}=(-1,0,0)$，$\overrightarrow{CH}=\left(0,-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

$\overrightarrow{EF}=(-1,0,0)$，$\overrightarrow{FH}=\left(0,\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$．

设平面GCD的一个法向量为$\overrightarrow{m}=(x_1,y_1,z_1)$

由$\begin{cases}\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{DC}=0\\\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{CH}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}-x_1=0\\-\frac{1}{3}y_1+\frac{2}{3}z_1=0\end{cases}$，取$z_1=1$，得$y_1=2$．

所以$\overrightarrow{m}=(0,1,2)$．

设平面EFG的一个法向量为$\overrightarrow{n}=(x_2,y_2,z_2)$

由$\begin{cases}\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0\\\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{FH}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}-x_2=0\\\frac{2}{3}y_2-\frac{1}{3}z_2=0\end{cases}$，取$z_2=2$，得$y_2=1$．

所以$\overrightarrow{n}=(0,2,1)$．

所以$\cos<\overrightarrow{m},\overrightarrow{n}>=\frac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}|\cdot|\overrightarrow{n}|}=\frac{2\times1+1\times2}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\frac{4}{5}$.

则二面角D－GH－E的余弦值等于$-\frac{4}{5}$.

点评：本题考查了直线与平面平行的性质，考查了二面角的平面角及其求法，考查了学生的空间想象能力和思维能力，考查了计算能力，解答此题的关键是正确求出H点的坐标，是中档题．

19．（12分）（2013•山东）甲乙两支排球队进行比赛，先胜3局者获得比赛的胜利，比赛随即结束．除第五局甲队获胜的概率是$\frac{1}{2}$，其余每局比赛甲队获胜的概率都是$\frac{2}{3}$．设各局比赛结果相互独立．

（1）分别求甲队3：0，3：1，3：2胜利的概率；

（2）若比赛结果3：0或3：1，则胜利方得3分，对方得0分；若比赛结果为3：2，则胜利方得2分，对方得1分，求乙队得分X的分布列及数学期望．

考点：离散型随机变量的期望与方差．

专题：概率与统计．

分析：（1）甲队获胜有三种情形，①3：0，②3：1，③3：2，其每种情形的最后一局肯定是甲队胜，分别求出相应的概率，最后根据互斥事件的概率公式求出甲队获得这次比赛胜利的概率；

（2）X的取值可能为0，1，2，3，然后利用相互独立事件的概率乘法公式求出相应的概率，列出分布列，最后根据数学期望公式解之即可．

解答：解：（1）甲队获胜有三种情形，其每种情形的最后一局肯定是甲队胜

①3：0，概率为$P_1=(\frac{2}{3})^3=\frac{8}{27}$；

②3：1，概率为$P_2=C_3^1(\frac{2}{3})^2\times(1-\frac{2}{3})\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$；

③3：2，概率为$P_3=C_4^2(\frac{2}{3})^2\times(1-\frac{2}{3})^2\times\frac{1}{2}=\frac{4}{27}$

∴甲队3：0，3：1，3：2胜利的概率：$\frac{8}{27}$，$\frac{8}{27}$，$\frac{4}{27}$．

（2）乙队得分X，则X的取值可能为0，1，2，3．

由（1）知$P(X=0)=P_1+P_2=\frac{16}{27}$；

$P(X=1)=P_3=\frac{4}{27}$；

$P(X=2)=C_4^2(1-\frac{2}{3})^2\times(\frac{2}{3})^2\times\frac{1}{2}=\frac{4}{27}$；

$P(X=3)=(1-\frac{2}{3})^3+C_3^1(1-\frac{2}{3})^2\times(\frac{2}{3})\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$；

则X的分布列为

X	3	2	1	0
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{16}{27}$

$E(X)=3\times\frac{1}{9}+2\times\frac{4}{27}+1\times\frac{4}{27}+0\times\frac{16}{27}=\frac{7}{9}$．

点评：本题主要考查了相互独立事件的概率乘法公式，以及离散型随机变量的期望与分布列，同时考查了分类讨论的数学思想，属于中档题．

20．（12分）（2013•山东）设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_4=4S_2$，$a_{2n}=2a_n+1$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n且$T_n+\frac{a_n+1}{2^n}=\lambda$（λ为常数）．令$c_n=b_{2n}$（n∈N※）求数列$\{c_n\}$的前n项和$R_n$．

考点： 等差数列的通项公式；数列的求和.

专题： 等差数列与等比数列.

分析： （1）设出等差数列的首项和公差，由已知条件列关于首项和公差的方程组，解出首项和公差后可得数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）把$\{a_n\}$的通项公式代入$T_n+\frac{a_n+1}{2^n}=\lambda$，求出当n≥2时的通项公式，然后由$c_n=b_{2n}$得数列$\{c_n\}$的通项公式，最后利用错位相减法求其前n项和.

解答： 解：（1）设等差数列$\{a_n\}$的首项为a_1，公差为d，由$a_{2n}=2a_n+1$，取n=1，得$a_2=2a_1+1$，即$a_1-d+1=0$①

再由$S_4=4S_2$，得$4a_1+\frac{4\times 3d}{2}=4(a_1+a_1+d)$，即$d=2a_1$②

联立①、②得$a_1=1$，d=2.

所以$a_n=a_1+(n-1)d=1+2(n-1)=2n-1$；

（2）把$a_n=2n-1$代入$T_n+\frac{a_n+1}{2^n}=\lambda$，得$T_n+\frac{2n}{2^n}=\lambda$，则$T_n=\lambda-\frac{2n}{2^n}$.

所以$b_1=T_1=\lambda-1$，

当n≥2时，$b_n=T_n-T_{n-1}=(\lambda-\frac{2n}{2^n})-(\lambda-\frac{2(n-1)}{2^{n-1}})=\frac{n-2}{2^{n-1}}$.

所以$b_n=\frac{n-2}{2^{n-1}}$，$c_n=b_{2n}=\frac{2n-2}{2^{2n-1}}=\frac{n-1}{4^{n-1}}$.

$R_n=c_1+c_2+\cdots+c_n=0+\frac{1}{4^1}+\frac{2}{4^2}+\cdots+\frac{n-1}{4^{n-1}}$③

$\frac{1}{4}R_n=\frac{1}{4^2}+\frac{2}{4^3}+\cdots+\frac{n-1}{4^n}$④

③－④得：$\frac{3}{4}R_n=\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{4^{n-1}}-\frac{n-1}{4^n}=\frac{\frac{1}{4}(1-\frac{1}{4^{n-1}})}{1-\frac{1}{4}}-\frac{n-1}{4^n}$

所以$R_n=\frac{4}{9}(1-\frac{3n+1}{4^n})$；

所以数列$\{c_n\}$的前n项和$R_n=\frac{4}{9}(1-\frac{3n+1}{4^n})$.

点评： 本题考查了等差数列的通项公式，考查了数列的求和，训练了错位相减法，考查了学生的计算能力，属中档题.

21．（13分）（2013•山东）设函数$f(x)=\frac{x}{e^{2x}}+c$（e=2.71828…，c∈R）.

（1）求f（x）的单调区间及最大值；

（2）讨论关于x的方程|lnx|=f（x）根的个数.

考点： 利用导数研究函数的单调性；根的存在性及根的个数判断.

专题： 压轴题；导数的综合应用.

分析：（1）利用导数的运算法则求出$f'(x)$，分别解出$f'(x)>0$与$f'(x)<0$即可得出单调区间及极值与最值；

（2）分类讨论：①当$0<x\leqslant 1$时，令$u(x)=-\ln x-\dfrac{x}{e^{2x}}-c$，②当$x\geqslant 1$时，令$v(x)=\ln x-\dfrac{x}{e^{2x}}-c$．利用导数分别求出c的取值范围，即可得出结论．

解答：

解：（1）$\because f'(x)=\dfrac{e^{2x}-x\cdot 2e^{2x}}{(e^{2x})^2}=\dfrac{1-2x}{e^{2x}}$，解$f'(x)>0$，得$x<\dfrac{1}{2}$；解$f'(x)<0$，得$x>\dfrac{1}{2}$．

∴函数f（x）的单调递增区间为$(-\infty,\ \dfrac{1}{2})$；单调递减区间为$(\dfrac{1}{2},\ +\infty)$．

故f（x）在$x=\dfrac{1}{2}$取得最大值，且$f(x)_{max}=\dfrac{1}{2e}+c$．

（2）函数$y=|\ln x|$，当$x>0$时的值域为$[0,+\infty)$．如图所示：

①当$0<x\leqslant 1$时，令$u(x)=-\ln x-\dfrac{x}{e^{2x}}-c$，

$c=-\ln x-\dfrac{x}{e^{2x}}=g(x)$，

则$g'(x)=-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1-2x}{e^{2x}}=-\dfrac{e^{2x}+x-2x^2}{xe^{2x}}$．

令$h(x)=e^{2x}+x-2x^2$，则$h'(x)=2e^{2x}+1-4x>0$，∴h（x）在$x\in(0,1]$单调递增，

$\therefore 1=h(0)<h(x)\leqslant h(1)=e^2-1$．

$\therefore g'(x)<0$，∴g（x）在$x\in(0,1]$单调递减．

$\therefore c\geqslant g(1)=-\dfrac{1}{e^2}$．

②当$x\geqslant 1$时，令$v(x)=\ln x-\dfrac{x}{e^{2x}}-c$，得到$c=\ln x-\dfrac{x}{e^{2x}}=m(x)$，

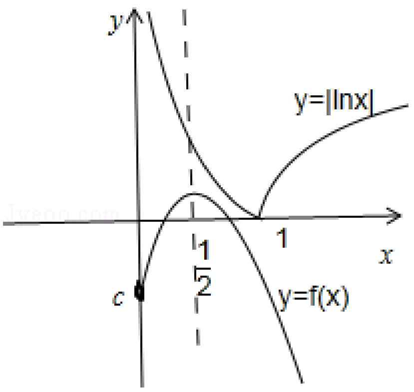
则$m'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1-2x}{e^{2x}}=\dfrac{e^{2x}+x(2x-1)}{xe^{2x}}>0$，

故m（x）在$[1,+\infty)$上单调递增，$\therefore c\geqslant m(1)=-\dfrac{1}{e^2}$．

综上①②可知：当$c<-\dfrac{1}{e^2}$时，方程$|\ln x|=f(x)$无实数根；

当$c=-\dfrac{1}{e^2}$时，方程$|\ln x|=f(x)$有一个实数根；

当$c>-\dfrac{1}{e^2}$时，方程$|\ln x|=f(x)$有两个实数根．



点评： 本题综合考查了利用导数研究函数的单调性、极值最值、数形结合的思想方法、分类讨论的思想方法等基础知识与基本技能，考查了推理能力和计算能力及其化归思想方法．

22．（13分）（2013•山东）椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的左右焦点分别是$F_1$，$F_2$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，过$F_1$且垂直于x轴的直线被椭圆C截得的线段长为1．

（1）求椭圆C的方程；

（2）点P是椭圆C上除长轴端点外的任一点，连接PF_1，PF_2，设$\angle F_1PF_2$的角平分线PM交C的长轴于点M（m，0），求m的取值范围；

（3）在（2）的条件下，过点P作斜率为k的直线l，使得l与椭圆C有且只有一个公共点，设直线PF_1，PF_2的斜率分别为k_1，k_2，若k≠0，试证明$\frac{1}{kk_1}+\frac{1}{kk_2}$为定值，并求出这个定值．

考点： 直线与圆锥曲线的关系；直线的斜率；椭圆的标准方程；椭圆的简单性质．

专题： 压轴题；圆锥曲线的定义、性质与方程．

分析：

（1）把－c代入椭圆方程得$\frac{c^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，解得$y=\pm\frac{b^2}{a}$，由已知过$F_1$且垂直于x轴的直线被椭圆C截得的线段长为1，可得$\frac{2b^2}{a}=1$．再利用$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，及$a^2=b^2+c^2$即可得出；

（2）设$|PF_1|=t$，$|PF_2|=n$，由角平分线的性质可得$\frac{t}{n}=\frac{|MF_1|}{|F_2M|}=\frac{m+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-m}$，利用椭圆的定义可得$t+n=2a=4$，消去t得到$\frac{4-n}{n}=\frac{\sqrt{3}+m}{\sqrt{3}-\pi}$，化为$n=\frac{2(\sqrt{3}-m)}{\sqrt{3}}$，再根据$a-c<n<a+c$，即可得到m的取值范围；

（3）设P（x_0，y_0），不妨设$y_0>0$，由椭圆方程$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，取$y=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$，利用导数即可得到切线的斜率，再利用斜率计算公式即可得到k_1，k_2，代入即可证明结论．

解答：

解：（1）把－c代入椭圆方程得$\frac{c^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，解得$y=\pm\frac{b^2}{a}$，

∵过F_1且垂直于x轴的直线被椭圆C截得的线段长为1，∴$\frac{2b^2}{a}=1$．

又$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，联立得$\begin{cases}\frac{2b^2}{a}=1\\ a^2=b^2+c^2\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2,\ b=1\\ c=\sqrt{3}\end{cases}$，

∴椭圆C的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$．

（2）如图所示，设$|PF_1|=t$，$|PF_2|=n$，

由角平分线的性质可得$\frac{t}{n}=\frac{|MF_1|}{|F_2M|}=\frac{m+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-m}$，

又t+n=2a=4，消去t得到$\frac{4-n}{n}=\frac{\sqrt{3}+m}{\sqrt{3}-m}$，化为$n=\frac{2(\sqrt{3}-m)}{\sqrt{3}}$，

∵a－c＜n＜a+c，即$2-\sqrt{3}<n<2+\sqrt{3}$，也即$2-\sqrt{3}<\frac{2(\sqrt{3}-m)}{\sqrt{3}}<2+\sqrt{3}$，解得$-\frac{3}{2}<m<\frac{3}{2}$.

∴m的取值范围；$(-\frac{3}{2},\frac{3}{2})$．

（3）证明：设P（x_0，y_0），

不妨设$y_0>0$，由椭圆方程$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，

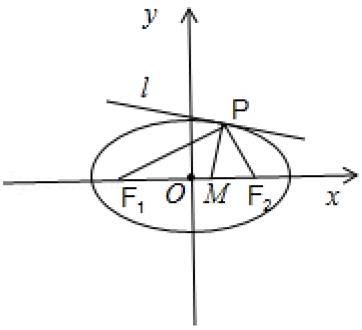
取$y=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$，则$y'=\frac{-\frac{2x}{4}}{2\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}}=-\frac{x}{4\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}}$，

∴$k=k_1=-\frac{x_0}{4\sqrt{1-\frac{x_0^2}{4}}}=-\frac{x_0}{4y_0}$.

∵$k_1=\frac{y_0}{x_0+\sqrt{3}}$，$k_2=\frac{y_0}{x_0-\sqrt{3}}$，

∴$\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}=\frac{2x_0}{y_0}$，

∴$\frac{1}{kk_1}+\frac{1}{kk_2}=-\frac{4y_0}{x_0}\times\frac{2x_0}{y_0}=-8$为定值.



点评：本题综合考查了椭圆的定义、标准方程及其性质、角平分线的性质、利用导数的几何意义研究切线、斜率计算公式等基础知识，考查了推理能力、分类讨论的思想方法、计算能力、分析问题和解决问题的能力．