

绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文史类）

本试卷分为第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第I卷1至2页，第II卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题考上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第I卷

注意事项：

1. 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
2. 本卷共8小题，每小题5分，共40分。

参考公式：

·如果事件 A, B 互斥，那么 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。

·棱柱的体积公式 $V = Sh$ ，其中 S 表示棱柱的底面面积， h 表示棱柱的高。

·棱锥的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 表示棱锥的底面积， h 表示棱锥的高。

一．选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{-1, 0, 2, 3\}$ ， $C = \{x \in \mathbf{R} \mid -1 \leq x < 2\}$ ，则 $(A \cup B) \cap C =$

- (A) $\{-1, 1\}$ (B) $\{0, 1\}$
(C) $\{-1, 0, 1\}$ (D) $\{2, 3, 4\}$

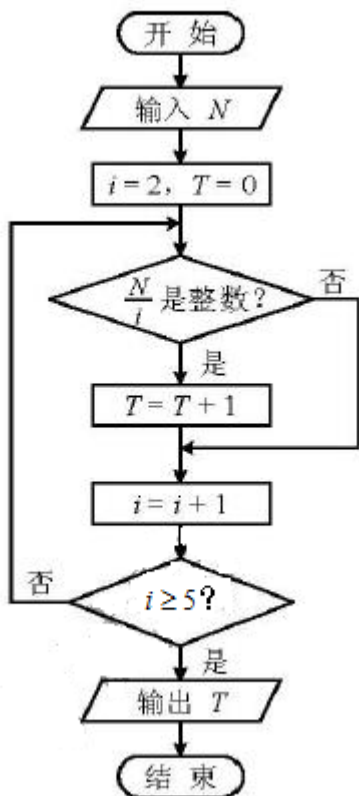
(2) 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 5, \\ 2x - y \leq 4, \\ -x + y \leq 1, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 3x + 5y$ 的最大值为

- (A) 6 (B) 19
(C) 21 (D) 45

(3) 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $x^3 > 8$ ”是“ $|x| > 2$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(4) 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，若输入 N 的值为20，则输出 T 的值为



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(5) 已知 $a = \log_3 \frac{7}{2}$, $b = (\frac{1}{4})^{\frac{1}{3}}$, $c = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5}$, 则 a, b, c 的大小关系为

- (A) $a > b > c$ (B) $b > a > c$ (C) $c > b > a$ (D) $c > a > b$

(6) 将函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{5})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{10}$ 个单位长度，所得图象对应的函数

- (A) 在区间 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增 (B) 在区间 $[\frac{\pi}{4}, 0]$ 上单调递减
(C) 在区间 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增 (D) 在区间 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上单调递减

(7) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为2，过右焦点且垂直于 x 轴的直线与双曲线交于

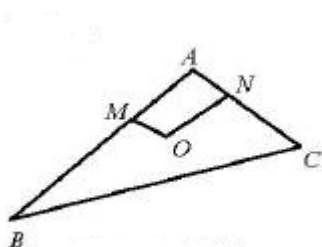
A, B 两点. 设 A, B 到双曲线的同一条渐近线的距离分别为 d_1 和 d_2 , 且 $d_1 + d_2 = 6$, 则双曲线的方程为

- (A) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$ (B) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$

(C) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

(D) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

(8) 在如图的平面图形中, 已知 $OM = 1, ON = 2, \angle MON = 120^\circ, \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$, 则 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}$ 的值为



(A) -15

(B) -9

(C) -6

(D) 0

第II卷

注意事项:

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

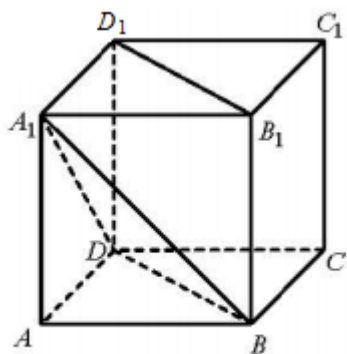
2. 本卷共12小题, 共110分。

二. 填空题: 本大题共6小题, 每小题5分, 共30分。

(9) i 是虚数单位, 复数 $\frac{6+7i}{1+2i} =$ _____.

(10) 已知函数 $f(x) = e^x \ln x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(1)$ 的值为 _____.

(11) 如图, 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, 则四棱柱 $A_1-BB_1D_1D$ 的体积为 _____.



第(11)题图

(12) 在平面直角坐标系中, 经过三点 $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$ 的圆的方程为 _____.

(13) 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a - 3b + 6 = 0$, 则 $2^a + \frac{1}{8^b}$ 的最小值为 _____.

(14) 已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a - 2, & x \leq 0, \\ -x^2 + 2x - 2a, & x > 0. \end{cases}$ 若对任意 $x \in [-$

$3, +\infty)$, $f(x) \leq |x|$ 恒成立, 则 a 的取值范围是_____.

三. 解答题: 本大题共6小题, 共80分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(15) (本小题满分13分)

已知某校甲、乙、丙三个年级的学生志愿者人数分别为240, 160, 160. 现采用分层抽样的方法从中抽取7名同学去某敬老院参加献爱心活动.

(I) 应从甲、乙、丙三个年级的学生志愿者中分别抽取多少人?

(II) 设抽出的7名同学分别用 A, B, C, D, E, F, G 表示, 现从中随机抽取2名同学承担敬老院的卫生工作.

(i) 试用所给字母列举出所有可能的抽取结果;

(ii) 设 M 为事件“抽取的2名同学来自同一年级”, 求事件 M 发生的概率.

(16) (本小题满分13分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $b \sin A = a \cos(B - \frac{\pi}{6})$.

(I) 求角 B 的大小;

(II) 设 $a=2, c=3$, 求 b 和 $\sin(2A-B)$ 的值.

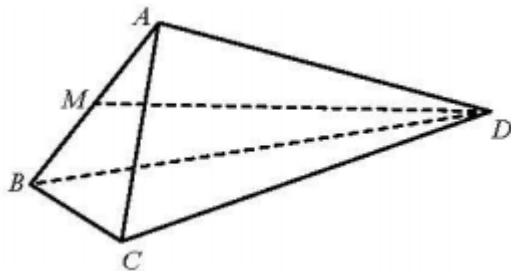
(17) (本小题满分13分)

如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 平面 $ABC \perp$ 平面 ABD , 点 M 为棱 AB 的中点, $AB=2, AD=2\sqrt{3}, \angle BAD=90^\circ$.

(I) 求证: $AD \perp BC$;

(II) 求异面直线 BC 与 MD 所成角的余弦值;

(III) 求直线 CD 与平面 ABD 所成角的正弦值.



(18) (本小题满分13分)

设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n ($n \in \mathbf{N}^*$); $\{b_n\}$ 是等比数列, 公比大于0, 其前 n 项和为 T_n ($n \in \mathbf{N}^*$). 已

知 $b_1=1$, $b_3=b_2+2$, $b_4=a_3+a_5$, $b_5=a_4+2a_6$.

(I) 求 S_n 和 T_n ;

(II) 若 $S_n + (T_1 + T_2 + \dots + T_n) = a_n + 4b_n$, 求正整数 n 的值.

(19) (本小题满分14分)

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 A , 上顶点为 B . 已知椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$, $|AB| = \sqrt{13}$.

(I) 求椭圆的方程;

(II) 设直线 $l: y = kx (k < 0)$ 与椭圆交于 P, Q 两点, l 与直线 AB 交于点 M , 且点 P, M 均在第四象限. 若

$\triangle BPM$ 的面积是 $\triangle BPQ$ 面积的2倍, 求 k 的值.

(20) (本小题满分14分)

设函数 $f(x) = (x - t_1)(x - t_2)(x - t_3)$, 其中 $t_1, t_2, t_3 \in \mathbf{R}$, 且 t_1, t_2, t_3 是公差为 d 的等差数列.

(I) 若 $t_2 = 0, d = 1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 若 $d = 3$, 求 $f(x)$ 的极值;

(III) 若曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = -(x_1 - t_2) - 6\sqrt{3}$ 有三个互异的公共点, 求 d 的取值范围.