

2010年普通高等学校招生全国统一考试

A卷

文科数学（必修+选修Ⅱ）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共10小题，每小题5分，共50分）。

1. 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{x | x < 1\}$ (B) $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
(C) $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ (D) $\{x | -1 \leq x < 1\}$

2. 复数 $z = \frac{i}{1+i}$ 在复平面上对应的点位于

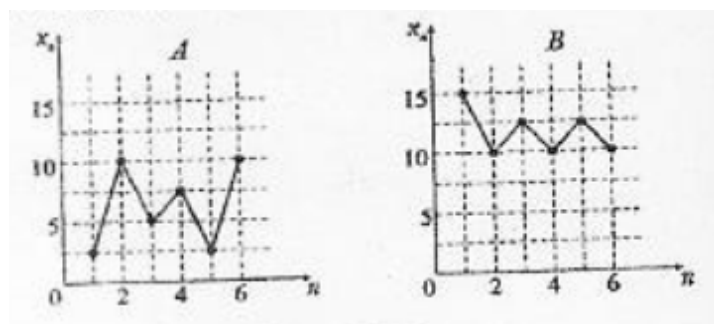
- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 函数 $f(x) = 2 \sin x \cos x$ 是

- (A) 最小正周期为 2π 的奇函数 (B) 最小正周期为 2π 的偶函数
(C) 最小正周期为 π 的奇函数 (D) 最小正周期为 π 的偶函数

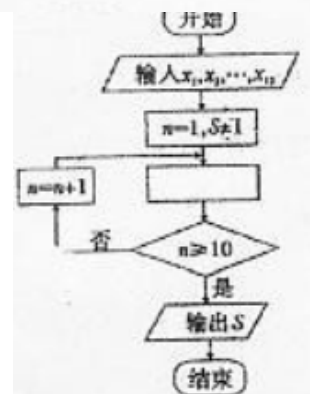
4. 如图，样本 A 和 B 分别取自两个不同的总体，它们的样本平均数分别为 \bar{x}_A 和 \bar{x}_B ，样本标准差分别为 s_A 和 s_B ，则

- (A) $\bar{x}_A > \bar{x}_B$, $s_A > s_B$
(B) $\bar{x}_A < \bar{x}_B$, $s_A > s_B$
(C) $\bar{x}_A > \bar{x}_B$, $s_A < s_B$
(D) $\bar{x}_A < \bar{x}_B$, $s_A < s_B$



5. 右图是求 x_1, x_2, \dots, x_{10} 的乘积 S 的程序框图，图中空白框中应填入的内容为

- (A) $S = S * (n+1)$
(B) $S = S * x_{n+1}$
(C) $S = S * n$



(D) $S = S * x_m$

6. “ $a > 0$ ”是“ $|a| > 0$ ”的

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

7. 下列四类函数中，具有性质“对任意的 $x > 0, y > 0$ ，函数 $f(x)$ 满足

$f(x+y) = f(x)f(y)^n$ ”的是

(A) 幂函数

(B) 对数函数

(C) 指数函数

(D) 余弦函数

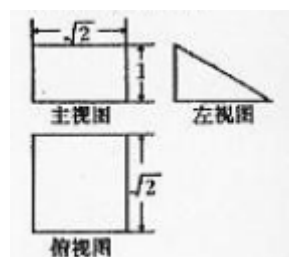
8. 若某空间几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是

(A) 2

(B) 1

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{1}{3}$



9. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线与圆 $(x-3)^2 + y^2 = 16$ 相切，则 p 的值为

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 1

(C) 2

(D) 4

10. 某学校要召开学生代表大会，规定各班每10人推选一名代表，当各班人数除以10的余数大于6时再增选一名代表. 那么，各班可推选代表人数 y 与该班人数 x 之间的函数关系用取整函数 $y = [x]$ ($[x]$ 表示不大于 x 的最大整数) 可以表示为

(A) $y = [\frac{x}{10}]$

(B) $y = [\frac{x+3}{10}]$

(C) $y = [\frac{x+4}{10}]$

(D) $y = [\frac{x+5}{10}]$

二、填空题：把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共5小题，每小题5分，共25分）.

11. 观察下列等式： $1^3 + 2^3 = (1+2)^2$, $1^3 + 2^3 + 3^3 = (1+2+3)^2$,

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2$, ..., 根据上述规律，第四个等式为_____.

12. 已知向量 $a = (2, -1)$, $b = (-1, m)$, $c = (-1, 2)$ 若 $(a+b) \parallel c$ ，则 $m =$ _____.

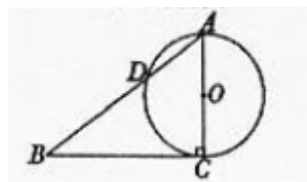
13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x < 1, \\ x^2+ax, & x \geq 1, \end{cases}$ 若 $f(f(0)) = 4a$ ，则实数 $a =$ _____.

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \leq 4, \\ x-y \leq 1, \\ x+2 \geq 0, \end{cases}$, 则目标函数 $z = 3x - y$ 的最大值为_____.

15. (考生注意: 请在下列三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题评分)

A. (不等式选做题) 不等式 $|2x-1| < 3$ 的解集为_____.

B. (几何证明选做题) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两条直角边 AC, BC 的长分别为 3cm, 4cm, 以 AC 为直径的圆与 AB 交于点 D , 则 $BD =$ _____ cm.



C. (坐标系与参数方程选做题) 参数方程 $\begin{cases} x = \cos \alpha, \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数)

化成普通方程为_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤 (本大题共 6 小题, 共 75 分).

16. (本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是公差为零的等差数列, $a_1 = 1$, 且 a_1, a_3, a_9 成等比数列.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项; (II) 求数列 $\{2^{a_n}\}$ 的前 n 项和 S_n .

17. (本小题满分 12 分)

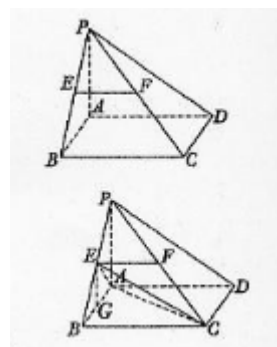
在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = 45^\circ$, D 是 BC 边上的一点, $AD = 10, AC = 14, DC = 6$, 求 AB 的长.



18. (本小题满分 12 分)

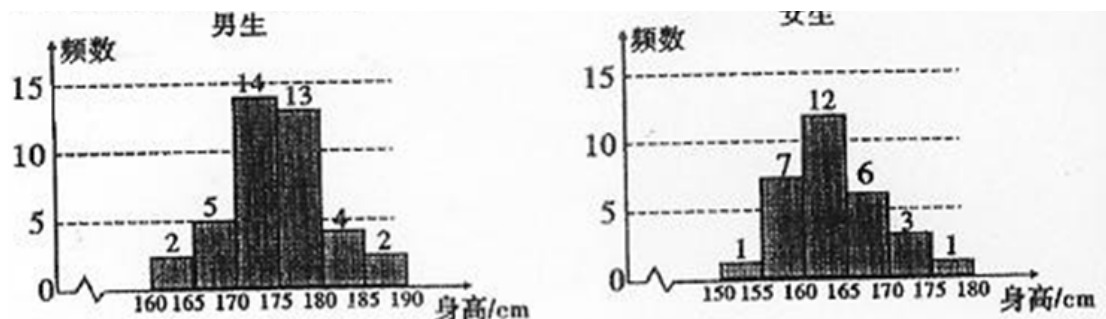
如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AP = AB$, $BP = BC = 2$, E, F 分别是 PB, PC 的中点.

(I) 证明: $EF \parallel$ 平面 PAD ;
(II) 求三棱锥 $E-ABC$ 的体积 V .



19 (本小题满分12分)

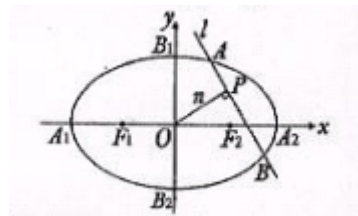
为了解学生身高情况，某校以10%的比例对全校700名学生按性别进行分层抽样检查，测得身高情况的统计图如下：



- (I) 估计该校男生的人数；
- (II) 估计该校学生身高在170~185cm之间的概率；
- (III) 从样本中身高在180~190cm之间的男生中任选2人，求至少有1人身高在185~190cm之间的概率。

20. (本小题满分13分)

如图，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的顶点为 A_1, A_2, B_1, B_2 ，焦点为 F_1, F_2 ，



$$|A_1B_1| = \sqrt{7}, S_{\square B_1A_1B_2A_2} = 2S_{\square B_1F_1B_2F_2}.$$

- (I) 求椭圆C的方程；
- (II) 设 n 为过原点的直线， l 是与 n 垂直相交于P点，与椭圆相交于A, B两点的直线， $|\overrightarrow{OP}| = 1$. 是否存在上述直线 l 使 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ 成立？若存在，求出直线 l 的方程；并说出；若不存在，请说明理由。

21、(本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{x}$ ， $g(x) = a \ln x$ ， $a \in R$ 。

- (I) 若曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = g(x)$ 相交，且在交点处有相同的切线，求 a 的值及该切线的方程；
- (II) 设函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ ，当 $h(x)$ 存在最小值时，求其最小值 $\varphi(a)$ 的解析式；
- (III) 对 (II) 中的 $\varphi(a)$ ，证明：当 $a \in (0, +\infty)$ 时， $\varphi(a) \leq 1$ 。

