2012年浙江省高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共10小题，每小题5分，满分50分）

1．（2012•浙江）设全集U={1，2，3，4，5，6}，设集合P={1，2，3，4}，Q={3，4，5}，则P∩（C_UQ）=（　　）

A．{1，2，3，4，6}　B．{1，2，3，4，5}　C．{1，2，5}　D．{1，2}

考点：交、并、补集的混合运算。

专题：计算题。

分析：由题意，可先由已知条件求出C_UQ，然后由交集的定义求出P∩（C_UQ）即可得到正确选项

解答：解：∵U={1，2，3，4，5，6}，Q={3，4，5}，

∴C_UQ={1，2，6}，又P={1，2，3，4}，

∴P∩（C_UQ）={1，2}

故选D

点评：本题考查交、并、补的运算，解题的关键是熟练掌握交、并、补的运算规则，准确计算

2．（2012•浙江）已知i是虚数单位，则$\frac{3+i}{1-i}$=（　　）

A．1﹣2i　B．2﹣i　C．2+i　D．1+2i

考点：复数代数形式的乘除运算。

专题：计算题。

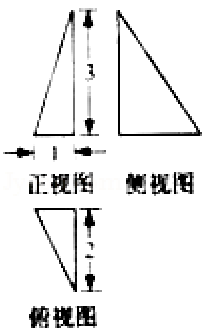
分析：由题意，可对复数代数式分子与分母都乘以1+i，再由进行计算即可得到答案

解答：解：$\frac{3+i}{1-i}=\frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{2+4i}{2}=1+2i$

故选D

点评：本题考查复数代数形式的乘除运算，解题的关键是分子分母都乘以分母的共轭，复数的四则运算是复数考查的重要内容，要熟练掌握

3．（2012•浙江）已知某三棱锥的三视图（单位：cm）如图所示，则该三棱锥的体积是（　　）



A．$1cm^3$　B．$2cm^3$　C．$3cm^3$　D．$6cm^3$

考点：由三视图求面积、体积。

专题：计算题。

分析：由三视图知，几何体是一个三棱锥，底面是直角边长为1和2的直角三角形，三棱锥的一条侧棱与底面垂直，且长度是3，这是三棱锥的高，根据三棱锥的体积公式得到结果．

解答：解：由三视图知，几何体是一个三棱锥，底面是直角边长为1cm和2cm的直角三角形，面积是

$\frac{1}{2}\times 1\times 2=1\text{cm}^2$，

三棱锥的一条侧棱与底面垂直，且长度是 3cm，这是三棱锥的高，

∴三棱锥的体积是$\frac{1}{3}\times 1\times 3=1\text{cm}^3$，

故选 A．

点评：本题考查由三视图还原几何体，本题解题的关键是根据三视图看出几何体的形状和长度，注意三个视图之间的数据关系，本题是一个基础题．

4．（2012•浙江）设 $a\in R$，则“$a=1$”是“直线 l_1：$ax+2y-1=0$ 与直线 l_2：$x+2y+4=0$ 平行的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

考点：必要条件、充分条件与充要条件的判断。

专题：计算题。

分析：利用充分、必要条件进行推导，结合两直线直线 l_1：$A_1x+B_1y+C_1=0$ 与直线 l_2：$A_2x+B_2y+C_2=0$ 平行的充要条件是 $A_1B_2=A_2B_1\neq A_2C_1$ 可得答案．

解答：解：（1）充分性：

当 $a=1$ 时，直线 l_1：$x+2y-1=0$ 与直线 l_2：$x+2y+4=0$ 平行；

（2）必要性：

当直线 l_1：$ax+2y-1=0$ 与直线 l_2：$x+2y+4=0$ 平行时有：

$a\bullet 2=2\bullet 1$，即：$a=1$．

∴“$a=1$”是“直线 l_1：$ax+2y-1=0$ 与直线 l_2：$x+2y+4=0$ 平行”充分必要条件．

故选 C．

点评：本题考查充分条件、必要条件、充分必要条件以及两直线平行的充要条件，属于基础题型，要做到熟练掌握．

5．（2012•浙江）设 l 是直线，α，β 是两个不同的平面（　　）

A．若 $l\parallel\alpha$，$l\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$　B．若 $l\parallel\alpha$，$l\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$　C．若 $\alpha\perp\beta$，$l\perp\alpha$，则 $l\perp\beta$　D．若 $\alpha\perp\beta$，$l\parallel\alpha$，则 $l\perp\beta$

考点：平面与平面之间的位置关系。

专题：证明题。

分析：利用面面垂直的判定定理可证明 B 是正确的，对于其它选项，可利用举反例法证明其是错误命题

解答：解：A，若 $l\parallel\alpha$，$l\parallel\beta$，则满足题意的两平面可能相交，排除 A；

B，若 $l\parallel\alpha$，$l\perp\beta$，则在平面 α 内存在一条直线垂直于平面 β，从而两平面垂直，故 B 正确；

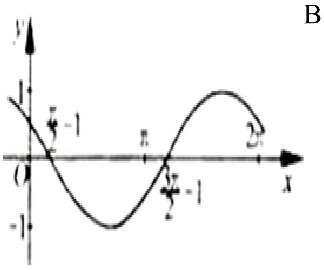
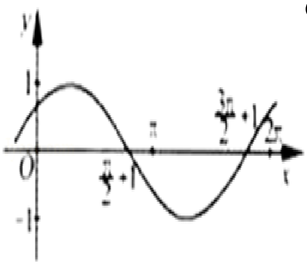
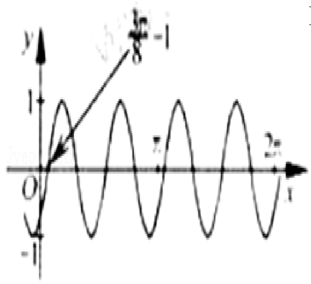
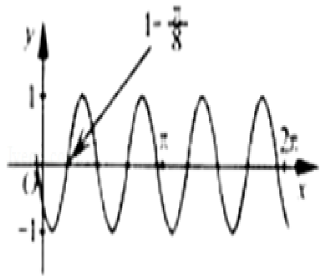
C，若 $\alpha\perp\beta$，$l\perp\alpha$，则 l 可能在平面 β 内，排除 C；

D，若 $\alpha\perp\beta$，$l\parallel\alpha$，则 l 可能与 β 平行，相交，排除 D

故选　B

点评：本题主要考查了空间线面、面面位置关系，空间线面、面面垂直于平行的判定和性质，简单的逻辑推理能力，空间想象能力，属基础题

6．（2012•浙江）把函数 $y=\cos 2x+1$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），然后向左平移 1 个单位长度，再向下平移　1 个单位长度，得到的图象是（　　）

A.  B.  C.  D. 

考点：函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换。

专题：证明题；综合题。

分析：首先根据函数图象变换的公式，可得最终得到的图象对应的解析式为：y=cos（x+1），然后将曲线 y=cos（x+1）的图象和余弦曲线 y=cosx 进行对照，可得正确答案．

解答：解：将函数 y=cos2x+1 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），
得到的图象对应的解析式为：y=cosx+1，
再将 y=cosx+1 图象向左平移 1 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度，
得到的图象对应的解析式为：y=cos（x+1），
∵曲线 y=cos（x+1）由余弦曲线 y=cosx 左移一个单位而得，
∴曲线 y=cos（x+1）经过点（$\frac{\pi}{2}-1$，0）和（$\frac{3\pi}{2}-1$，0），且在区间（$\frac{\pi}{2}-1$，$\frac{3\pi}{2}-1$）上函数值小于 0
由此可得，A 选项符合题意．
故选 A

点评：本题给出一个函数图象的变换，要我们找出符合的选项，着重考查了函数图象变换规律和函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换公式等知识点，属于基础题．

7.（2012•浙江）设$\vec{a}$，$\vec{b}$是两个非零向量（　　）

A. 若$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$

B. 若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$

C. 若$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$，则存在实数 λ，使得$\vec{b}=\lambda\vec{a}$

D. 若存在实数 λ，使得$\vec{b}=\lambda\vec{a}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$

考点：平面向量的综合题。

专题：计算题。

分析：通过向量特例，判断 A 的正误；
利用向量的垂直判断矩形的对角线长度相等，判断 B 的正误；
通过特例直接判断向量共线，判断正误；
通过反例直接判断结果不正确即可．

解答：解：对于 A，$\vec{a}=(3,0)$，$\vec{b}=(-1,0)$，显然$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$，但是$\vec{a}$与$\vec{b}$不垂直，而是共线，所以 A 不正确；

对于 B，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，矩形的对角线长度相等，所以$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$不正确；

对于 C，若$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$，则存在实数 λ，使得$\vec{b}=\lambda\vec{a}$，例如$\vec{a}=(3,0)$，$\vec{b}=(-1,0)$，显然$\vec{b}=-\frac{1}{3}\vec{a}$，所以正确．

对于 D，若存在实数 λ，使得$\vec{b}=\lambda\vec{a}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$，例如$\vec{a}=(3,0)$，$\vec{b}=(1,0)$，显然$\vec{b}=$

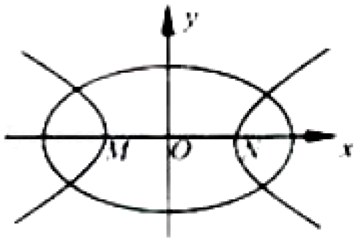
$\frac{1}{3}\vec{a}$，

但是$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$，不正确．

故选 C．

点评：本题考查向量的关系的综合应用，特例法的具体应用，考查计算能力．

8．（2012•浙江）如图，中心均为原点 O 的双曲线与椭圆有公共焦点，M，N 是双曲线的两顶点．若 M，O，N 将椭圆长轴四等分，则双曲线与椭圆的离心率的比值是（　　）



A．3　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

考点：圆锥曲线的共同特征。

专题：计算题。

分析：根据 M，N 是双曲线的两顶点，M，O，N 将椭圆长轴四等分，可得椭圆的长轴长是双曲线实轴长的 2 倍，利用双曲线与椭圆有公共焦点，即可求得双曲线与椭圆的离心率的比值．

解答：解：∵M，N 是双曲线的两顶点，M，O，N 将椭圆长轴四等分

∴椭圆的长轴长是双曲线实轴长的 2 倍

∵双曲线与椭圆有公共焦点，

∴双曲线与椭圆的离心率的比值是 2

故选 B．

点评：本题考查椭圆、双曲线的几何性质，解题的关键是确定椭圆的长轴长是双曲线实轴长的 2 倍．

9．（2012•浙江）若正数 x，y 满足 x+3y=5xy，则 3x+4y 的最小值是（　　）

A．$\frac{24}{5}$　　B．$\frac{28}{5}$　　C．5　　D．6

考点：基本不等式在最值问题中的应用。

专题：计算题。

分析：将 x+3y=5xy 转化成$\frac{3}{5x}+\frac{1}{5y}=1$，然后根据 $3x+4y=\left(\frac{3}{5x}+\frac{1}{5y}\right)(3x+4y)$，展开后利用基本不等式可求出 3x+4y 的最小值．

解答：解：∵正数 x，y 满足 x+3y=5xy，

$\therefore\frac{3}{5x}+\frac{1}{5y}=1$

$\therefore 3x+4y=\left(\frac{3}{5x}+\frac{1}{5y}\right)(3x+4y)=\frac{9}{5}+\frac{4}{5}+\frac{12y}{5x}+\frac{3x}{5y}\geq\frac{13}{5}+2\sqrt{\frac{12y}{5x}\cdot\frac{3x}{5y}}=5$

当且仅当$\frac{12y}{5x}=\frac{3x}{5y}$时取等号

$\therefore 3x+4y\geq 5$

即 3x+4y 的最小值是 5

故选 C

点评：本题主要考查了基本不等式在求解函数的值域中的应用，解答本题的关键是由已知变形，然后进行“1”的代换，属于基础题．

10．（2012•浙江）设 $a>0$，$b>0$，e 是自然对数的底数（　　）

A．若 $e^a+2a=e^b+3b$，则 $a>b$　　　　B．若 $e^a+2a=e^b+3b$，则 $a<b$

C．若 $e^a-2a=e^b-3b$，则 $a>b$　　　　D．若 $e^a-2a=e^b-3b$，则 $a<b$

考点：指数函数综合题。

专题：计算题。

分析：对于 $e^a+2a=e^b+3b$，若 $a\le b$ 成立，经分析可排除 B；对于 $e^a-2a=e^b-3b$，若 $a\ge b$ 成立，经分析可排除 C，D，从而可得答案．

解答：解：对于 $e^a+2a=e^b+3b$，若 $a\le b$ 成立，则必有 $e^a\le e^b$，故必有 $2a\ge 3b$，即有 $a\ge\frac{3}{2}b$ 这与 $a\le b$ 矛盾，故 $a\le b$ 成立不可能成立，故 B 不对；

对于 $e^a-2a=e^b-3b$，若 $a\ge b$ 成立，则必有 $e^a\ge e^b$，故必有 $2a\ge 3b$，即有 $a\ge\frac{3}{2}b$，故排除 C，D．

故选 A．

点评：本题考查指数函数综合题，对于 $e^a+2a=e^b+3b$ 与 $e^a-2a=e^b-3b$，根据选项中的条件逆向分析而排除不适合的选项是关键，也是难点，属于难题．

二、填空题：本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分．

11．（2012•浙江）某个年级有男生 560 人，女生 420 人，用分层抽样的方法从该年级全体学生中抽取一个容量为 280 的样本，则此样本中男生人数为__160__．

考点：分层抽样方法。

专题：计算题。

分析：先根据男生和女生的人数做出年纪大总人数，用要抽取得人数除以总人数得到每个个体被抽到的概率，用男生人数乘以概率，得到结果．

解答：解：∵有男生 560 人，女生 420 人，

∴年级共有 560+420=980

∵用分层抽样的方法从该年级全体学生中抽取一个容量为 280 的样本，

∴每个个体被抽到的概率是 $\frac{280}{980}=\frac{2}{7}$，

∴要从男生中抽取 $560\times\frac{2}{7}=160$，

故答案为：160

点评：本题考查分层抽样方法，本题解题的关键是在抽样过程中每个个体被抽到的概率相等，这是解题的依据，本题是一个基础题．

12．（2012•浙江）从边长为 1 的正方形的中心和顶点这五点中，随机（等可能）取两点，则该两点间的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的概率是__$\frac{2}{5}$__．

考点：列举法计算基本事件数及事件发生的概率。

专题：计算题。

分析：先求出随机（等可能）取两点的总数，然后求出满足该两点间的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的种数，最后根据古典概型的概率公式求之即可．

解答：解：从边长为 1 的正方形的中心和顶点这五点中，随机（等可能）取两点共有 $C_5^2=10$ 种

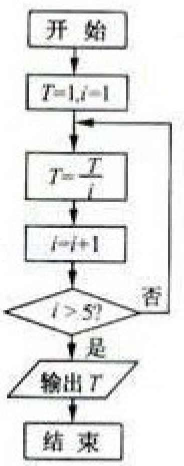
其中两点间的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$的必选中心，共有 4 种可能

故该两点间的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$的概率是$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

故答案为：$\frac{2}{5}$

点评：本题主要考查了古典概型的概率，同时考查了分析问题的能力，属于基础题．

13．（2012•浙江）若某程序框图如图所示，则该程序运行后输出的值是__$\frac{1}{120}$__．



考点：循环结构。

专题：计算题。

分析：通过循环框图，计算循环变量的值，当 i=6 时结束循环，输出结果即可．

解答：

解：循环前，T=1，i=2，不满足判断框的条件，第 1 次循环，T=$\frac{1}{2}$，i=3，

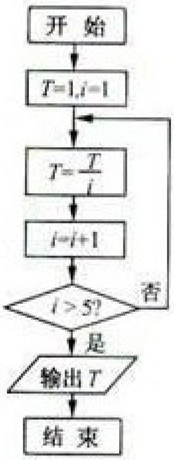
不满足判断框的条件，第 2 次循环，T=$\frac{1}{6}$，i=4，

不满足判断框的条件，第 3 次循环，T=$\frac{1}{24}$，i=5，

不满足判断框的条件，第 4 次循环，T=$\frac{1}{120}$，i=6，

满足判断框的条件，退出循环，输出结果$\frac{1}{120}$．

故答案为：$\frac{1}{120}$．



点评：本题考查循环结构的应用，注意循环的变量的计算，考查计算能力．

14．（2012•浙江）设 z=x+2y，其中实数 x，y 满足$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y-2\leqslant 0\\x\geqslant 0\\y\geqslant 0\end{cases}$ 则 z 的取值范围是__[0，$\frac{7}{2}$]__．

考点：简单线性规划。

专题：计算题。

分析：根据已知的约束条件画出满足约束条件的可行域，结合 z 在目标函数中的几何意义，求出目标函数的最大值、及最小值，进一步线出目标函数 z 的范围．

解答：

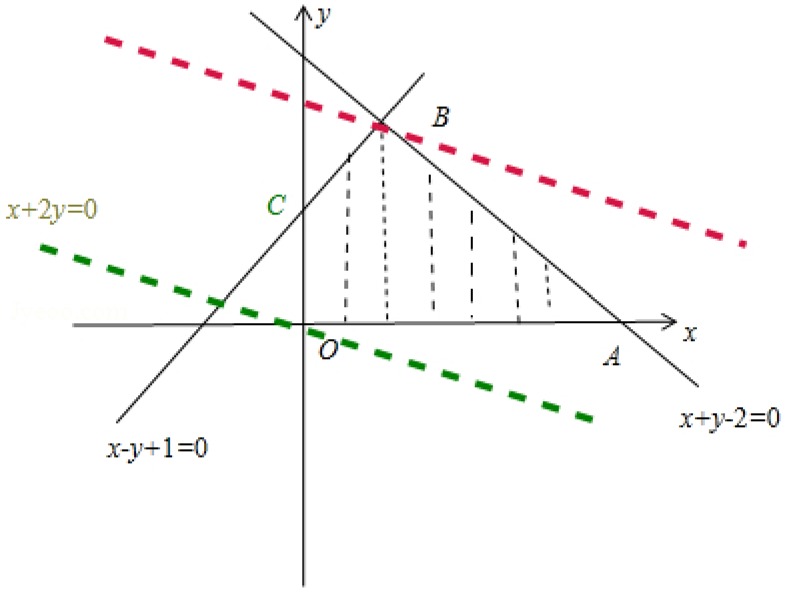
解：约束条件$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y-2\leqslant 0\\x\geqslant 0\\y\geqslant 0\end{cases}$ 对应的平面区域如图示：

由图易得目标函数 z=2y+x 在 O（0，0）处取得最小值，此时 z=0

在 B 处取最大值，由$\begin{cases}x-y+1=0\\x+y-2=0\end{cases}$可得 B（$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$），此时 z=$\frac{7}{2}$

故 Z=x+2y 的取值范围为：[0，$\frac{7}{2}$]

故答案为：[0，$\frac{7}{2}$]



点评：用图解法解决线性规划问题时，分析题目的已知条件，找出约束条件，利用目标函数中 z 的几何意义是关键．

15．（2012•浙江）在△ABC 中，M 是 BC 的中点，AM=3，BC=10，则 $\overrightarrow{AB}$•$\overrightarrow{AC}$=__－16__．

考点：平面向量数量积的运算。

专题：计算题。

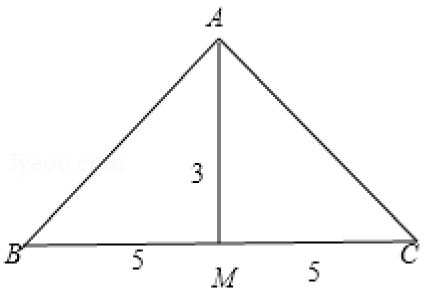
分析：设∠AMB=θ，则∠AMC=π－θ，再由 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA})\bullet(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MA})$以及两个向量的数量积的定义求出结果．

解答：解：设∠AMB=θ，则∠AMC=π－θ．又 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MA}$，

$\therefore\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA})\bullet(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MA})=\overrightarrow{MB}\bullet\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\bullet\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MA}\bullet\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MA}^2$，

$=-25-5\times3\cos\theta-3\times5\cos(\pi-\theta)+9=-16$，

故答案为－16．



点评：本题主要考查两个向量的数量积的定义，属于基础题．

16．（2012•浙江）设函数 f（x）是定义在 R 上的周期为 2 的偶函数，当 x∈[0，1]时，f（x）=x+1，则 $f(\frac{3}{2})$=__$\frac{3}{2}$__．

考点：函数的周期性；函数奇偶性的性质；函数的值。

专题：计算题。

分析：利用函数的周期性先把 $f(\frac{3}{2})$ 转化成 f（$-\frac{1}{2}$），再利用函数 f（x）是定义在 R 上的偶函数转化成

（$\frac{1}{2}$），代入已知求解即可．

解答：解：∵函数 f（x）是定义在 R 上的周期为 2 的函数，

∴$f(\frac{3}{2})=f(-\frac{1}{2}+2)=f(-\frac{1}{2})$，

又∵函数 f（x）是定义在 R 上的偶函数，

∴$f(-\frac{1}{2})=f(\frac{1}{2})$，

又∵当 $x\in[0,1]$时，$f(x)=x+1$，

∴有：$f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$，

则 $f(\frac{3}{2})=\frac{3}{2}$．

故答案为$\frac{3}{2}$．

点评：本题主要考查函数的性质中的周期性和奇偶性，属于基础题，应熟练掌握．

17．（2012•浙江）定义：曲线 C 上的点到直线 l 的距离的最小值称为曲线 C 到直线 l 的距离，已知曲线 C_1：$y=x^2+a$ 到直线 l：y=x 的距离等于曲线 C_2：$x^2+(y+4)^2=2$ 到直线 l：y=x 的距离，则实数 a=__$\frac{9}{4}$__．

考点：利用导数研究曲线上某点切线方程；点到直线的距离公式。

专题：计算题。

分析：先根据定义求出曲线 C_2：$x^2+(y+4)^2=2$ 到直线 l：y=x 的距离，然后根据曲线 C_1：$y=x^2+a$ 的切线与直线 y=x 平行时，该切点到直线的距离最近建立等式关系，解之即可．

解答：解：圆 $x^2+(y+4)^2=2$ 的圆心为（0，－4），半径为$\sqrt{2}$

圆心到直线 y=x 的距离为$\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

∴曲线 C_2：$x^2+(y+4)^2=2$ 到直线 l：y=x 的距离为 $2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$

则曲线 C_1：$y=x^2+a$ 到直线 l：y=x 的距离等于$\sqrt{2}$

令 $y'=2x=1$ 解得 $x=\frac{1}{2}$，故切点为（$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}+a$）

切线方程为 $y-(\frac{1}{4}+a)=x-\frac{1}{2}$即 $x-y-\frac{1}{4}+a=0$

由题意可知 $x-y-\frac{1}{4}+a=0$ 与直线 y=x 的距离为$\sqrt{2}$

即$\frac{|a-\frac{1}{4}|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$解得 $a=\frac{9}{4}$或$-\frac{7}{4}$

当 $a=-\frac{7}{4}$时直线 y=x 与曲线 C_1：$y=x^2+a$ 相交，故不符合题意，舍去

故答案为：$\frac{9}{4}$

点评：本题主要考查了利用导数研究曲线上某点切线方程，以及点到直线的距离的计算，同时考查了分析求解的能力，属于中档题．

三、解答题：本大题共 5 小题，共 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

18．（2012•浙江）在△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $b\sin A=\sqrt{3}a\cos B$．

（1）求角 B 的大小；

（2）若 b=3，sinC=2sinA，求 a，c 的值．

考点：解三角形。

专题：计算题。

分析：（1）将已知的等式利用正弦定理化简，根据 sinA 不为 0，等式两边同时除以 sinA，再利用同角三角函数间的基本关系求出 tanB 的值，由 B 为三角形的内角，利用特殊角的三角函数值即可求出 B 的度数；

（2）由正弦定理化简 sinC=2sinA，得到关于 a 与 c 的方程，记作①，再由 b 及 cosB 的值，利用余弦定理列出关于 a 与 c 的另一个方程，记作②，联立①②即可求出 a 与 c 的值．

解答：解：（1）由 $b\sin A=\sqrt{3}a\cos B$ 及正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，得：$\sin B\sin A=\sqrt{3}\sin A\cos B$，

∵A 为三角形的内角，∴$\sin A\neq0$，

∴$\sin B=\sqrt{3}\cos B$，即 $\tan B=\sqrt{3}$，

又 B 为三角形的内角，∴$B=\frac{\pi}{3}$；

（2）由 sinC=2sinA 及正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，得：c=2a①，

∵b=3，$\cos B=\frac{1}{2}$，∴由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$ 得：$9=a^2+c^2-ac$②，

联立①②解得：$a=\sqrt{3}$，$c=2\sqrt{3}$．

点评：此题属于解直角三角形的题型，涉及的知识有：正弦、余弦定理，同角三角函数间的基本关系，以及特殊角的三角函数值，熟练掌握正弦、余弦定理是解本题的关键．

19．（2012•浙江）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=2n^2+n$，$n\in N^*$，数列$\{b_n\}$满足 $a_n=4\log_2b_n+3$，$n\in N^*$．

（1）求 a_n，b_n；

（2）求数列$\{a_n\bullet b_n\}$的前 n 项和 T_n．

考点：数列的求和；等差关系的确定；等比关系的确定。

专题：计算题。

分析：（I）由 $S_n=2n^2+n$ 可得，当 n=1 时，可求 a_1=，当 n≥2 时，由 $a_n=s_n-s_{n-1}$ 可求通项，进而可求 b_n

（II）由（I）知，$a_nb_n=(4n-1)\bullet2^{n-1}$，利用错位相减可求数列的和

解答：解（I）由 $S_n=2n^2+n$ 可得，当 n=1 时，$a_1=s_1=3$

当 n≥2 时，$a_n=s_n-s_{n-1}=2n^2+n-2(n-1)^2-(n-1)=4n-1$

而 n=1，$a_1=4-1=3$ 适合上式，

故 $a_n=4n-1$，

又∵足 $a_n=4\log_2b_n+3=4n-1$

∴$b_n=2^{n-1}$

（II）由（I）知，$a_nb_n=(4n-1)\bullet2^{n-1}$

$T_n=3\times2^0+7\times2+\cdots+(4n-1)\bullet2^{n-1}$

$2T_n=3\times2+7\times2^2+\ldots+(4n-5)\bullet2^{n-1}+(4n-1)\bullet2^n$

∴$T_n=(4n-1)\bullet2^n-[3+4(2+2^2+\cdots+2^{n-1})]$

$=(4n-1)\bullet2^n-[3+4\bullet\frac{2(1-2^{n-1})}{1-2}]$

$=（4n-1）\bullet 2^n-[3+4（2^n-2）]=（4n-5）\bullet 2^n+5$

点评：

本题主要考查了数列的递推公式 $a_n=\begin{cases} s_1, & n=1 \\ s_n-s_{n-1}, & n\geqslant 2 \end{cases}$ 在数列的通项公式求解中的应用，数列求和的错位相减求和方法的应用．

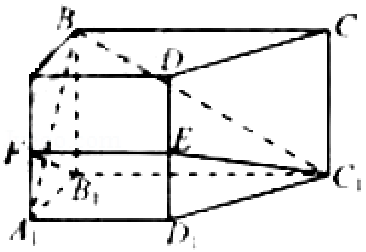
20．（2012•浙江）如图，在侧棱垂直底面的四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD\parallel BC$，$AD\perp AB$，$AB=\sqrt{2}$．$AD=2$，$BC=4$，$AA_1=2$，E 是 DD_1 的中点，F 是平面 B_1C_1E 与直线 AA_1 的交点．

（1）证明：

（i）$EF\parallel A_1D_1$；

（ii）$BA_1\perp$平面 B_1C_1EF；

（2）求 BC_1 与平面 B_1C_1EF 所成的角的正弦值．



考点：直线与平面所成的角；直线与平面垂直的判定。

专题：综合题。

分析：（1）（i）先由 $C_1B_1\parallel A_1D_1$ 证明 $C_1B_1\parallel$平面 ADD_1A_1，再由线面平行的性质定理得出 $C_1B_1\parallel EF$，证出 $EF\parallel A_1D_1$．

（ii）易通过证明 $B_1C_1\perp$平面 ABB_1A_1 得出 $B_1C_1\perp BA_1$，再由 $\tan\angle A_1B_1F=\tan\angle AA_1B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $\angle A_1B_1F=\angle AA_1B$，得出 $BA_1\perp B_1F$．所以 $BA_1\perp$平面 B_1C_1EF；

（2）设 BA_1 与 B_1F 交点为 H，连接 C_1H，由（1）知 $BA_1\perp$平面 B_1C_1EF，所以$\angle BC_1H$ 是 BC_1 与平面 B_1C_1EF 所成的角．在 $RT\triangle BHC_1$ 中求解即可．

解答：（1）证明（i）$\because C_1B_1\parallel A_1D_1$，$C_1B_1\not\subset$平面 ADD_1A_1，$\therefore C_1B_1\parallel$平面 ADD_1A_1，

又 $C_1B_1\subset$平面 B_1C_1EF，平面 $B_1C_1EF\cap$平面平面 $ADD_1A_1=EF$，

$\therefore C_1B_1\parallel EF$，$\therefore EF\parallel A_1D_1$；

（ii）$\because BB_1\perp$平面 $A_1B_1C_1D_1$，$\therefore BB_1\perp B_1C_1$，

又$\because B_1C_1\perp B_1A_1$，

$\therefore B_1C_1\perp$平面 ABB_1A_1，

$\therefore B_1C_1\perp BA_1$，

在矩形 ABB_1A_1 中，F 是 AA_1 的中点，$\tan\angle A_1B_1F=\tan\angle AA_1B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即$\angle A_1B_1F=\angle AA_1B$，故 $BA_1\perp B_1F$．

所以 $BA_1\perp$平面 B_1C_1EF；

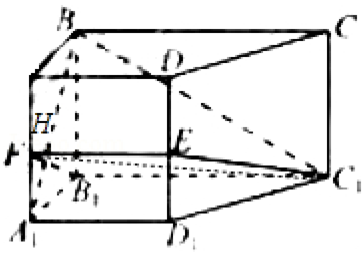
（2）解：设 BA_1 与 B_1F 交点为 H，

连接 C_1H，由（1）知 $BA_1\perp$平面 B_1C_1EF，所以$\angle BC_1H$ 是 BC_1 与平面 B_1C_1EF 所成的角．

在矩形 AA_1B_1B 中，$AB=\sqrt{2}$，$AA_1=2$，得 $BH=\frac{4}{\sqrt{6}}$，

在 $RT\triangle BHC_1$ 中，$BC1=2\sqrt{5}$，$\sin\angle BC_1H=\frac{BH}{BC_1}=\frac{\sqrt{30}}{15}$，

所以 BC_1 与平面 B_1C_1EF 所成的角的正弦值是$\frac{\sqrt{30}}{15}$．



点评：本题考查空间直线、平面位置故选的判定，线面角求解．考查空间想象能力、推理论证能力、转化、计算能力．

21．（2012•浙江）已知 a∈R，函数 f（x）$=4x^3-2ax+a$．
（1）求 f（x）的单调区间；
（2）证明：当 $0\le x\le 1$ 时，f（x）$+|2-a|>0$．

考点：利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究函数的单调性。
专题：综合题。
分析：（1）求导函数，再分类讨论：$a\le 0$ 时，$f'(x)\ge 0$ 恒成立；$a>0$ 时，$f'(x)=12x^2-2a=12\left(x-\sqrt{\frac{a}{6}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{a}{6}}\right)$，由此可确定 f（x）的单调递增区间；单调递增区间；
（2）由于 $0\le x\le 1$，故当 $a\le 2$ 时，$f(x)+|2-a|=4x^3-2ax+2\ge 4x^3-4x+2$；当 $a>2$ 时，$f(x)+|2-a|=4x^3+2a(1-x)-2\ge 4x^3+4(1-x)-2=4x^3-4x+2$，构造函数 $g(x)=2x^3-2x+1$，$0\le x\le 1$，确定 $g(x)_{min}=g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=1-\frac{4\sqrt{3}}{9}>0$，即可证得结论．
解答：（1）解：求导函数可得 $f'(x)=12x^2-2a$
$a\le 0$ 时，$f'(x)\ge 0$ 恒成立，此时 f（x）的单调递增区间为 $(-\infty, +\infty)$
$a>0$ 时，$f'(x)=12x^2-2a=12\left(x-\sqrt{\frac{a}{6}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{a}{6}}\right)$
∴f（x）的单调递增区间为 $\left(-\infty, -\sqrt{\frac{a}{6}}\right)$，$\left(\sqrt{\frac{a}{6}}, +\infty\right)$；单调递增区间为 $\left(-\sqrt{\frac{a}{6}}, \sqrt{\frac{a}{6}}\right)$；
（2）证明：由于 $0\le x\le 1$，故
当 $a\le 2$ 时，$f(x)+|2-a|=4x^3-2ax+2\ge 4x^3-4x+2$
当 $a>2$ 时，$f(x)+|2-a|=4x^3+2a(1-x)-2\ge 4x^3+4(1-x)-2=4x^3-4x+2$
设 $g(x)=2x^3-2x+1$，$0\le x\le 1$，∴$g'(x)=6\left(x-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(x+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

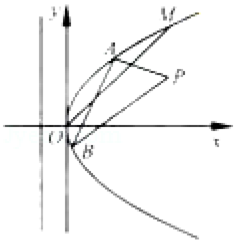
	x	0	$\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ $\frac{\sqrt{3}}{3}$	
	g′（x）	-		+
	g（x）			极小值

∴$g(x)_{min}=g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=1-\frac{4\sqrt{3}}{9}>0$
∴当 $0\le x\le 1$ 时，$2x^3-2x+1>0$
∴当 $0\le x\le 1$ 时，$f(x)+|2-a|>0$．
点评：本题考查导数知识的运用，考查函数的单调性，考查不等式的证明，属于中档题．

22．（2012•浙江）如图，在直角坐标系 xOy 中，点 P（1，$\frac{1}{2}$）到抛物线 C：$y^2=2px$（P＞0）的准线的距离为$\frac{5}{4}$．点 M（t，1）是 C 上的定点，A，B 是 C 上的两动点，且线段 AB 被直线 OM 平分．

（1）求 p，t 的值．

（2）求△ABP 面积的最大值．



考点：直线与圆锥曲线的综合问题；抛物线的简单性质。

专题：计算题；综合题；转化思想。

分析：（1）通过点 P（1，$\frac{1}{2}$）到抛物线 C：$y^2=2px$（P＞0）的准线的距离为$\frac{5}{4}$．列出方程，求出 p，t 的值即可．

（2）设 A（x_1，y_1）（x_2，y_2），线段 AB 的中点为 Q（m，m），设直线 AB 的斜率为 k，（k≠0），利用$\begin{cases} y_1^2=x_1 \\ y_2^2=x_2 \end{cases}$推出 AB 的方程 $y-m=\frac{1}{2m}(x-m)$．利用弦长公式求出|AB|，设点 P 到直线 AB 的距离为 d，利用点到直线的距离公式求出 d，设△ABP 的面积为 S，求出 $S=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=|1-2(m-m^2)|\cdot\sqrt{m-m^2}$．利用函数的导数求出△ABP 面积的最大值．

解答：

解：（1）由题意可知$\begin{cases} 2pt=1 \\ 1+\frac{p}{2}=\frac{5}{4} \end{cases}$得，$\begin{cases} p=\frac{1}{2} \\ t=1 \end{cases}$．

（2）设 A（x_1，y_1）（x_2，y_2），线段 AB 的中点为 Q（m，m），

由题意可知，设直线 AB 的斜率为 k，（k≠0），

由$\begin{cases} y_1^2=x_1 \\ y_2^2=x_2 \end{cases}$得，$(y_1-y_2)(y_1+y_2)=x_1-x_2$，

故 $k\cdot 2m=1$，

所以直线 AB 方程为 $y-m=\frac{1}{2m}(x-m)$．

即$\triangle=4m-4m^2>0$，$y_1+y_2=2m$，$y_1y_2=2m^2-m$．

从而$|AB|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\cdot|y_1-y_2|=\sqrt{1+4m^2}\cdot\sqrt{4m-4m^2}$，

设点 P 到直线 AB 的距离为 d，则

$d=\frac{|1-2m+2m^2|}{\sqrt{1+4m^2}}$，

设△ABP 的面积为 S，则

$S=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=|1-2(m-m^2)|\cdot\sqrt{m-m^2}$．

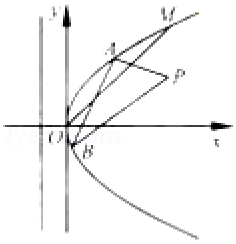
由△=$\sqrt{m-m^2}$>0，得 0<m<1，

令 u=$\sqrt{m-m^2}$，$0<u<\frac{1}{2}$，则 S=u（1 - 2u²），$0<u<\frac{1}{2}$，

则 S′（u）=1 - 6u²，S′（u）=0，得 u=$\frac{\sqrt{6}}{6}$∈（0，$\frac{1}{2}$），

所以 $S_{最大值}$=S（$\frac{\sqrt{6}}{6}$）=$\frac{\sqrt{6}}{9}$.

故△ABP 面积的最大值为$\frac{\sqrt{6}}{9}$.



点评：本题考查直线与圆锥曲线的综合问题，抛物线的简单性质，函数与导数的应用，函数的最大值的求法，考查分析问题解决问题的能力.