绝密★启用前

2008年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷（理工农医类）

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1. 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.
2. 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

得 分	评 卷 人

一. 填空题（本大题满分44分）本大题共有11题，只要求直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分.

1．不等式$|x-1|<1$的解集是____________.

2．若集合$A=\{x\,|\,x\le 2\}$、$B=\{x\,|\,x\ge a\}$满足$A\cap B=\{2\}$，则实数$a=$____________.

3．若复数z满足$z=\mathrm{i}(2-z)$（i是虚数单位），则$z=$____________.

4．若函数$f(x)$的反函数为$f^{-1}(x)=x^2$（$x>0$），则$f(4)=$_________.

5．若向量$\vec{a}$、$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\dfrac{\pi}{3}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=$_________.

6．函数$f(x)=\sqrt{3}\sin x+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$的最大值是_______.

7．在平面直角坐标系中，从六个点：$A(0,0)$、$B(2,0)$、$C(1,1)$、$D(0,2)$、$E(2,2)$、$F(3,3)$中任取三个，这三点能构成三角形的概率是______(结果用分数表示).

8．设函数$f(x)$是定义在R上的奇函数. 若当$x\in(0,+\infty)$时，$f(x)=\lg x$，则满足$f(x)>0$的x的取值范围是___________.

9．已知总体的各个体的值由小到大依次为2，3，3，7，a，b，12，13.7，18.3，20，且总体的中位数为10.5. 若要使该总体的方差最小，则a、b的取值分别是______

________.

10．某海域内有一孤岛. 岛四周的海平面（视为平面）上有一浅水区（含边界），其边界是长轴长为$2a$、短轴长为$2b$的椭圆. 已知岛上甲、乙导航灯的海拔高度分别为h_1、h_2，且两个导航灯在海平面上的投影恰好落在椭圆的两个焦点上. 现有船只经过该海域（船只的大小忽略不计），在船上测得甲、乙导航灯的仰角分别为θ_1、θ_2，那么船只已进入该浅水区的判别条件是____________.

11．方程$x^2+\sqrt{2}x-1=0$的解可视为函数$y=x+\sqrt{2}$的图像与函数$y=\dfrac{1}{x}$的图像交点的横坐标. 若方程$x^4+ax-4=0$的各个实根$x_1, x_2, \cdots, x_k$ $(k\le 4)$所对应的点$\left(x_i, \dfrac{4}{x_i}\right)$（$i=1, 2, \cdots, k$）均在直线$y=x$的同侧，则实数$a$的取值范围是_________.

得 分	评 卷 人

二. 选择题（本大题满分16分）本大题共有4 题，每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得4分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都写在圆括号内），一律得零分.

12. 组合数C_n^r $(n>r\ge 1,\ n、r\in \mathrm{Z})$恒等于 [答] (　　)

(A) $\dfrac{r+1}{n+1}C_{n-1}^{r-1}$.　(B) $(n+1)(r+1)C_{n-1}^{r-1}$. (C) nrC_{n-1}^{r-1}.　(D) $\dfrac{n}{r}C_{n-1}^{r-1}$.

13. 给定空间中的直线l及平面α. 条件“直线l与平面α内无数条直线都垂直”是“直线l与平面α垂直”的 [答] (　　)

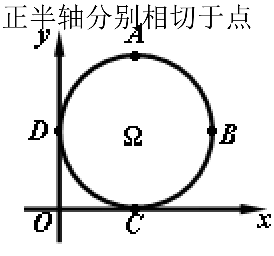
(A) 充要条件.　(B) 充分非必要条件.

(C) 必要非充分条件.　(D) 既非充分又非必要条件.

14. 若数列$\{a_n\}$是首项为1，公比为$a-\dfrac{3}{2}$的无穷等比数列，且$\{a_n\}$各项的和为a，则a的值是 [答] (　　)

(A) 1.　(B) 2.　(C) $\dfrac{1}{2}$.　(D) $\dfrac{5}{4}$.

15. 如图，在平面直角坐标系中，Ω是一个与x轴的正半轴、y轴的正半轴分别相切于点C、D的定圆所围成的区域（含边界），A、B、C、D是该圆的四等分点. 若点$P(x, y)$、点$P'(x', y')$满足$x\le x'$且$y\ge y'$，则称P优于P'. 如果Ω中的点Q满足：不存在Ω中的其它点优



于 Q，那么所有这样的点 Q 组成的集合是劣弧 [答] (　　)

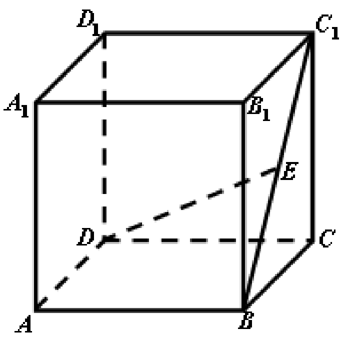
(A) $\overset{\frown}{AB}$.　　(B) $\overset{\frown}{BC}$.　　(C) $\overset{\frown}{CD}$.　　(D) $\overset{\frown}{DA}$.

三. 解答题（本大题满分90分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤.

得 分	评 卷 人

16.（本题满分12分）

如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E是BC_1 的中点．求直线 DE 与平面 $ABCD$ 所成角的大小（结果用反三角函数值表示）.



[解]

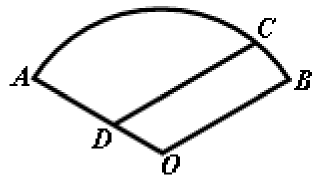
得 分	评 卷 人

17.（本题满分13分）

如图，某住宅小区的平面图呈圆心角为120°的扇形AOB．小区的两个出入口设置在点A及点C处，且小区里有一条平行于BO的小路CD．

已知某人从C沿CD走到D用了10分钟，从D沿DA走到A用了6分钟.

若此人步行的速度为每分钟50米，求该扇形的半径OA的长（精确到1米）.



[解]

得 分	评 卷 人

18.（本题满分15分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分9分.

已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$，P是C上的任意点.

（1）求证：点P到双曲线C的两条渐近线的距离的乘积是一个常数；

（2）设点A的坐标为$(3,0)$，求$|PA|$的最小值.

[证明]（1）

[解]（2）

得 分	评 卷 人

19.（本题满分16分）本题共有2个小题，第1小题满分8分，第2小题满分8分.

已知函数 $f(x)=2^{x}-\frac{1}{2^{|x|}}$.

（1）若 $f(x)=2$，求 x 的值；

（2）若 $2^{t}f(2t)+mf(t)\geq 0$ 对于 $t\in[1,2]$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

[解]（1）

（2）

得 分	评 卷 人

20.（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分5分，第3小题满分8分.

设$P(a,\ b)$ $(b\neq 0)$是平面直角坐标系xOy中的点，l是经过原点与点$(1,\ b)$的直线.记Q是直线l与抛物线$x^2=2py$ $(p\neq 0)$的异于原点的交点.

（1）已知$a=1,\quad b=2,\quad p=2$.求点Q的坐标；

（2）已知点$P(a,\ b)$ $(ab\neq 0)$在椭圆$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$上，$p=\dfrac{1}{2ab}$. 求证：点Q落在双曲线$4x^2-4y^2=1$上；

（3）已知动点$P(a,\ b)$ 满足$ab\neq 0$，$p=\dfrac{1}{2ab}$.

若点Q始终落在一条关于x轴对称的抛物线上，试问动点P的轨迹落在哪种二次曲线上，并说明理由.

[解]（1）

[证明]（2）

[解]（3）

得 分	评 卷 人

21.（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分7分，第3小题满分8分.

已知以a_1为首项的数列$\left\{a_n\right\}$满足：$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+c, & a_n<3, \\ \dfrac{a_n}{d}, & a_n\geq 3. \end{cases}$

（1）当$a_1=1$，$c=1,\quad d=3$时，求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（2）当$0<a_1<1$，$c=1,\quad d=3$时，试用a_1表示数列$\left\{a_n\right\}$前100项的和S_{100}；

（3）当$0<a_1<\dfrac{1}{m}$（m是正整数），$c=\dfrac{1}{m}$，正整数$d\geq 3m$时，求证：数列$a_2-\dfrac{1}{m}$，$a_{3m+2}-\dfrac{1}{m}$，$a_{6m+2}-\dfrac{1}{m}$，$a_{9m+2}-\dfrac{1}{m}$成等比数列当且仅当$d=3m$.

[解]（1）

（2）

[证明]（3）