

# 2011年普通高等学校招生全国统一考试

## 文科数学

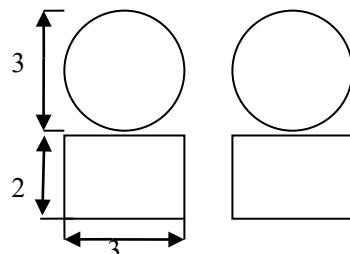
### (湖南卷)

参考公式 (1) 柱体体积公式  $V = Sh$ , 其中  $S$  为底面面积,  $h$  为高.

(2) 球的体积公式  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , 其中  $R$  为球的半径.

**一、选择题:** 本大题共8小题, 每小题5分, 共40分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集  $U=M\cup N=\{1,2,3,4,5\}$ ,  $M\cap C_u N=\{2,4\}$ , 则  $N=$ 
  - A.  $\{1,2,3\}$
  - B.  $\{1,3,5\}$
  - C.  $\{1,4,5\}$
  - D.  $\{2,3,4\}$
2. 若  $a, b \in R$ ,  $i$  为虚数单位, 且  $(a+i)i=b+i$  则
  - A.  $a=1, b=1$
  - B.  $a=-1, b=1$
  - C.  $a=1, b=-1$
  - D.  $a=-1, b=-1$
3. “ $x > 1$ ”是“ $|x| > 1$ ”的
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充分必要条件
  - D. 既不充分又不必要条件



4. 设图1是某几何体的三视图, 则该几何体的体积为
  - A.  $9\pi + 42$
  - B.  $36\pi + 18$
  - C.  $\frac{9}{2}\pi + 12$
  - D.  $\frac{9}{2}\pi + 18$
5. 通过随机询问110名性别不同的大学生是否爱好某项运动, 得到如下的列联表:

	男	女	总计
爱好	40	20	60
不爱好	20	30	50
总计	60	50	110

由  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+d)(c+d)(a+c)(b+d)}$  算得,  $K^2 = \frac{110 \times (40 \times 30 - 20 \times 20)^2}{60 \times 50 \times 60 \times 50} \approx 7.8$

附表:

$p(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
$k$	3.841	6.635	10.828

参照附表, 得到的正确结论是

- A. 有99%以上的把握认为“爱好该项运动与性别有关”
- B. 有99%以上的把握认为“爱好该项运动与性别无关”
- C. 在犯错误的概率不超过0.1%的前提下, 认为“爱好该项运动与性别有关”
- D. 在犯错误的概率不超过0.1%的前提下, 认为“爱好该项运动与性别无关”

6. 设双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$  ( $a > 0$ ) 的渐近线方程为  $3x \pm 2y = 0$ , 则  $a$  的值为  
 A. 4      B. 3      C. 2      D. 1
7. 曲线  $y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} - \frac{1}{2}$  在点  $M(\frac{\pi}{4}, 0)$  处的切线的斜率为  
 A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
8. 已知函数  $f(x) = e^x - 1$ ,  $g(x) = -x^2 + 4x - 3$ , 若有  $f(a) = g(b)$ , 则  $b$  的取值范围为  
 A.  $[2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$       B.  $[2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$       C.  $[1, 3]$       D.  $(1, 3)$
- 二、填空题:** 本大题共8小题, 考生作答7小题, 每小题5分, 共35分, 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上.
- (一) 选做题 (请考生在9、10两题中任选一题作答, 如果全做, 则按前一题记分)
9. 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 \cos \alpha, \\ y = \sqrt{3} \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数). 在极坐标系 (与直角坐标系  $xOy$  取相同的长度单位, 且以原点  $O$  为极点, 以  $x$  轴正半轴为极轴) 中, 曲线  $C_2$  的方程为  $\rho(\cos \theta - \sin \theta) + 1 = 0$ , 则  $C_1$  与  $C_2$  的交点个数为 \_\_\_\_\_.  
 10. 已知某试验范围为  $[10, 90]$ , 若用分数法进行4次优选试验, 则第二次试点可以是 \_\_\_\_\_.  
 (二) 必做题 (11~16题)
11. 若执行如图2所示的框图, 输入  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 4$ ,  $x_4 = 8$  则输出的数等于 \_\_\_\_\_.  
 12. 已知  $f(x)$  为奇函数,  $g(x) = f(x) + 9$ ,  $g(-2) = 3$ , 则  $f(2) =$  \_\_\_\_\_.  
 13. 设向量  $a$ ,  $b$  满足  $|a| = 2\sqrt{5}$ ,  $b = (2, 1)$ , 且  $a$  与  $b$  的方向相反, 则  $a$  的坐标为 \_\_\_\_\_.  
 14. 设  $m > 1$ , 在约束条件  $\begin{cases} y \geq x \\ y \leq mx \\ x + y \leq 1 \end{cases}$  下, 目标函数  $z = x + 5y$  的最大值为 4, 则  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.  
 .  
 15. 已知圆  $C: x^2 + y^2 = 12$ , 直线  $l: 4x + 3y = 25$ .  
 (1) 圆  $C$  的圆心到直线  $l$  的距离为 \_\_\_\_\_.  
 (2) 圆  $C$  上任意一点  $A$  到直线  $l$  的距离小于 2 的概率为 \_\_\_\_\_.  
 16. 给定  $k \in N^*$ , 设函数  $f: N^* \rightarrow N^*$  满足: 对于任意大于  $k$  的正整数  $n$ ,  $f(n) = n - k$   
 (1) 设  $k = 1$ , 则其中一个函数  $f$  在  $n = 1$  处的函数值为 \_\_\_\_\_.  
 (2) 设  $k = 4$ , 且当  $n \leq 4$  时,  $2 \leq f(n) \leq 3$ , 则不同的函数  $f$  的个数为 \_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共6小题，共75分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中，角A,B,C所对的边分别为a, b, c，且满足 $c \sin A = a \cos C$ .

(I) 求角C的大小；

(II) 求 $\sqrt{3} \sin A - \cos(B + \frac{\pi}{4})$ 的最大值，并求取得最大值时角A、B的大小.

18. (本小题满分12分)

某河流上的一座水力发电站，每年六月份的发电量Y（单位：万千瓦时）与该河上游在六月份是我降雨量X（单位：毫米）有关，据统计，当X=70时，Y=460；X每增加10，Y增加5. 已知近20年X的值为：140, 110, 160, 70, 200, 160, 140, 160, 220, 200, 110, 160, 160, 200, 140, 110, 160, 220, 140, 160.

(I) 完成如下的频率分布表

近20年六月份降雨量频率分布表

降雨量	70	110	140	160	200	220
频率	$\frac{1}{20}$		$\frac{4}{20}$			$\frac{2}{20}$

(II) 假定今年六月份的降雨量与近20年六月份降雨量的分布规律相同，并将频率是为概率，求今年六月份该水力发电站的发电量低于490（万千瓦时）或超过530（万千瓦时）的概率.

19. (本小题满分12分)

如图3，在圆锥 $PO$ 中，已知 $PO = \sqrt{2}$ ,  $\odot O$ 的直径

$AB = 2$ , 点C在 $\widehat{AB}$ 上，且 $\angle CAB = 30^\circ$ , D为 $AC$

的中点.

(I) 证明： $AC \perp \text{平面 } POD$ ；

(II) 求直线 $OC$ 和平面 $PAC$ 所成角的正弦值.

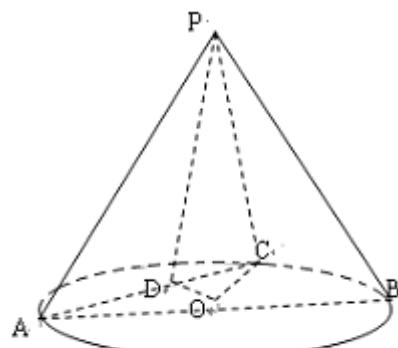


图 3

20. (本小题满分13分)

某企业在第1年初购买一台价值为120万元的设备  $M$ ， $M$  的价值在使用过程中逐年减少. 从第2年到第6年，每年初  $M$  的价值比上年初减少10万元；从第7年开始，每年初  $M$  的价值为上年初的75%.

(I) 求第  $n$  年初  $M$  的价值  $a_n$  的表达式；

(II) 设  $A_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$ ，若  $A_n$  大于80万元，则  $M$  继续使用，否则须在

第  $n$  年初对  $M$  更新，证明：须在第9年初对  $M$  更新.

21. (本小题满分13分)

已知平面内一动点  $P$  到点  $F(1,0)$  的距离与点  $P$  到  $y$  轴的距离的差等于1.

(I) 求动点  $P$  的轨迹  $C$  的方程；

(II) 过点  $F$  作两条斜率存在且互相垂直的直线  $l_1, l_2$ ，设  $l_1$  与轨迹  $C$  相交于点

$A, B$ ， $l_2$  与轨迹  $C$  相交于点  $D, E$ ，求  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{EB}$  的最小值.

22. (本小题满分13分)

设函数  $f(x) = x - \frac{1}{x} - a \ln x (a \in R)$ .

(I) 讨论函数  $f(x)$  的单调性.

(II) 若  $f(x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$ ，记过点  $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$  的直线斜率为  $k$ . 问：是否存在  $a$ ，使得  $k = 2 - a$ ？若存在，求出  $a$  的值；若不存在，请说明理由.

