

2010年辽宁高考理科数学真题

第I卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (1) 已知A, B均为集合U={1, 3, 5, 7, 9}的子集，且A∩B={3}, $C_U B \cap A = \{9\}$, 则A=
- (A) {1, 3} (B) {3, 7, 9} (C) {3, 5, 9} (D) {3, 9}

- (2) 设a, b为实数，若复数 $\frac{1+2i}{a+bi}=1+i$, 则

- (A) $a=\frac{3}{2}, b=\frac{1}{2}$ (B) $a=3, b=1$
(C) $a=\frac{1}{2}, b=\frac{3}{2}$ (D) $a=1, b=3$

- (3) 两个实习生每人加工一个零件。加工为一等品的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$ ，两个零件是否加工为一等品相互独立，则这两个零件中恰有一个一等品的概率为

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$

- (4) 如果执行右面的程序框图，输入正整数n, m,

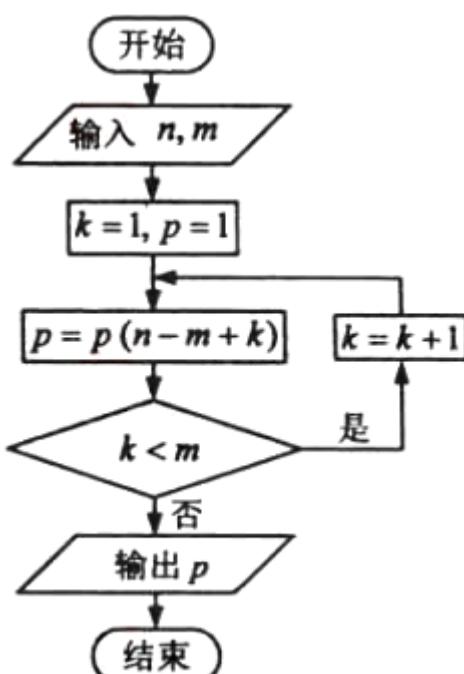
满足 $n \geq m$, 那么输出的P等于

(A) C_n^{m-1}

(B) A_n^{m-1}

(C) C_n^m

(D) A_n^m



- (5) 设 $\omega>0$, 函数 $y=\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})+2$ 的图像向右平移 $\frac{4\pi}{3}$ 个单位后与原图像重合，则 ω 的最小值是

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) 3

- (6) 设 $\{a_n\}$ 是有正数组成的等比数列， S_n 为其前n项和。已知 $a_2 a_4 = 1$, $S_3 = 7$, 则 $S_5 =$

- (A) $\frac{15}{2}$ (B) $\frac{31}{4}$ (C) $\frac{33}{4}$ (D) $\frac{17}{2}$

(7) 设抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F , 准线为 l , P 为抛物线上一点, $PA \perp l$, A 为垂足. 如果直线 AF 的斜率为 $-\sqrt{3}$, 那么 $|PF| =$

- (A) $4\sqrt{3}$ (B) 8 (C) $8\sqrt{3}$ (D) 16

(8) 平面上 O, A, B 三点不共线, 设 $\overline{OA} = a, \overline{OB} = b$, 则 $\triangle OAB$ 的面积等于

- (A) $\sqrt{|a|^2|b|^2 - (a \cdot b)^2}$ (B) $\sqrt{|a|^2|b|^2 + (a \cdot b)^2}$
 (C) $\frac{1}{2}\sqrt{|a|^2|b|^2 - (a \cdot b)^2}$ (D) $\frac{1}{2}\sqrt{|a|^2|b|^2 + (a \cdot b)^2}$

(9) 设双曲线的一个焦点为 F ; 虚轴的一个端点为 B , 如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直, 那么此双曲线的离心率为

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

(10) 已知点 P 在曲线 $y = \frac{4}{e^x + 1}$ 上, a 为曲线在点 P 处的切线的倾斜角, 则 a 的取值

范围是

- (A) $[0, \frac{\pi}{4})$ (B) $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ (D) $[\frac{3\pi}{4}, \pi)$

(11) 已知 $a > 0$, 则 x_0 满足关于 x 的方程 $ax = 6$ 的充要条件是

- (A) $\exists x \in R, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$ (B) $\exists x \in R, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$
 (C) $\forall x \in R, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$ (D) $\forall x \in R, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$

(12)

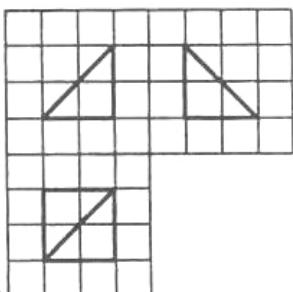
(12) 有四根长都为 2 的直铁条, 若再选两根长都为 a 的直铁条, 使这六根铁条端点处相连能够焊接成一个三棱锥形的铁架, 则 a 的取值范围是

- (A) $(0, \sqrt{6} + \sqrt{2})$ (B) $(1, 2\sqrt{2})$
 (C) $(\sqrt{6} - \sqrt{2}, \sqrt{6} + \sqrt{2})$ (D) $(0, 2\sqrt{2})$

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分。

(13) $(1+x+x^2)(x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中的常数项为_____.

(14) 已知 $-1 < x+y < 4$ 且 $2 < x-y < 3$, 则 $z = 2x-3y$ 的取值范围是_____ (答案用区间表示)

(15) 如图, 网格纸的小正方形的边长是 1, 在其上用粗线画出了某多面体的三视图, 则这个多面体最长的一条棱的长为_____.


(16) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 33$, $a_{n+1} - a_n = 2n$, 则 $\frac{a_n}{n}$ 的最小值为_____.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中， a , b , c 分别为内角A, B, C的对边，且

$$2a \sin A = (2a + c) \sin B + (2c + b) \sin C.$$

(I) 求A的大小；

(II) 求 $\sin B + \sin C$ 的最大值.

(18) (本小题满分12分)

为了比较注射A,

B两种药物后产生的皮肤疱疹的面积，选200只家兔做试验，将这200只家兔随机地分成两组，每组100只，其中一组注射药物A，另一组注射药物B。

(I) 甲、乙是200只家兔中的2只，求甲、乙分在不同组的概率；

(II) 下表1和表2分别是注射药物A和B后的试验结果. (疱疹面积单位： mm^2)

表1：注射药物A后皮肤疱疹面积的频数分布表

疱疹面积	[60,65)	[65,70)	[70,75)	[75,80)
频数	30	40	20	10

表2：注射药物B后皮肤疱疹面积的频数分布表

疱疹面积	[60,65)	[65,70)	[70,75)	[75,80)	[80,85)
频数	10	25	20	30	15

(i) 完成下面频率分布直方图，并比较注射两种药物后疱疹面积的中位数大小；

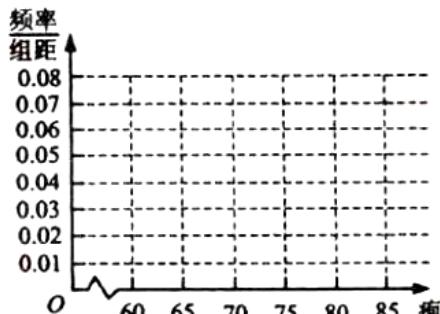


图 I 注射药物A后皮肤疤痕面积的频率分布直方图

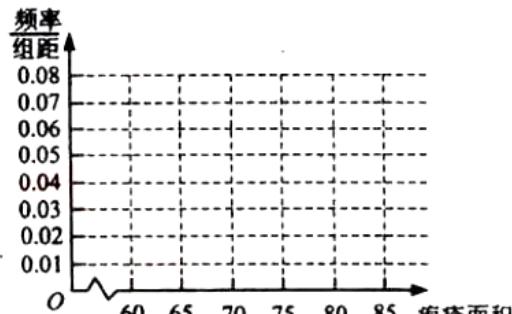


图 II 注射药物B后皮肤疤痕面积的频率分布直方图

(ii) 完成下面 2×2 列联表，并回答能否有99.9%的把握认为“注射药物A后的疤痕面积与注射药物B后的疤痕面积有差异”。

表3：

	疤痕面积小于 70mm^2	疤痕面积不小于 70mm^2	合计
注射药物 A	$a =$	$b =$	
注射药物 B	$c =$	$d =$	
合计			$n =$

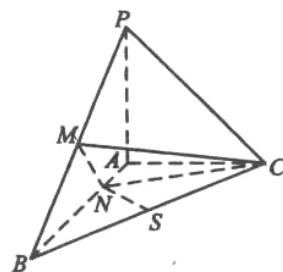
附： $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

(19) (本小题满分12分)

已知三棱锥P—ABC中， $PA \perp ABC$ ， $AB \perp AC$ ， $PA = AC = \frac{1}{2}AB$ ，N为AB上一点， $AB = 4AN$ ，M，S分别为PB，BC的中点。

(I) 证明： $CM \perp SN$ ；

(II) 求SN与平面CMN所成角的大小。



(20) (本小题满分12分)

设椭圆C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为F，过点F的直线与椭圆C相交于A，B两点

，直线l的倾斜角为 60° ， $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$.

- (I) 求椭圆C的离心率；
 (II) 如果 $|AB| = \frac{15}{4}$ ，求椭圆C的方程。

(21) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = (a+1)\ln x + ax^2 + 1$

- (I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性；
 (II) 设 $a < -1$. 如果对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, $|f(x_1) - f(x_2)| \geq 4|x_1 - x_2|$, 求 a 的取值范围。

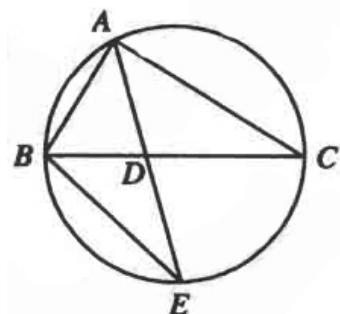
请考生在第(22)、(23)、(24)三题中任选一题做答,如果多做,则按所作的第一题记分。作答时用2B铅笔在答题卡上吧所选题目对应题号下方的方框涂黑。

(22) (本小题满分10分) 选修4-1: 几何证明选讲

如图, $\triangle ABC$ 的角平分线AD的延长线交它的外接圆于点E

(I) 证明: $\triangle ABE \sim \triangle ADC$

(II) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} AD \cdot AE$, 求 $\angle BAC$ 的大小。



(23) (本小题满分10分) 选修4-4: 坐标系与参数方程

已知P为半圆C: $\begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数, $0 \leq \theta \leq \pi$) 上的点, 点A的坐标为 $(1, 0)$,

O为坐标原点, 点M在射线OP上, 线段OM与C的弧 \widehat{AP} 的长度均为 $\frac{\pi}{3}$ 。

- (I) 以O为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 求点M的极坐标;
 (II) 求直线AM的参数方程。

(24) (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

已知 a, b, c 均为正数, 证明: $a^2 + b^2 + c^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 \geq 6\sqrt{3}$, 并确定 a, b, c 为何值时, 等号成立。

