

2011年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 复数 $z=1+i$, \bar{z} 为 z 的共轭复数, 则 $z \cdot \bar{z} - z - 1 = (\quad)$
A. $-2i$ B. $-i$ C. i D. $2i$
2. (5分) 函数 $y=2\sqrt{x}$ ($x \geq 0$) 的反函数为 ()
A. $y=\frac{x^2}{4}$ ($x \in \mathbb{R}$) B. $y=\frac{x^2}{4}$ ($x \geq 0$) C. $y=4x^2$ ($x \in \mathbb{R}$) D. $y=4x^2$ ($x \geq 0$)
3. (5分) 下面四个条件中, 使 $a > b$ 成立的充分而不必要的条件是 ()
A. $a > b+1$ B. $a > b - 1$ C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$
4. (5分) 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1=1$, 公差 $d=2$, $S_{k+2} - S_k = 24$, 则 $k = (\quad)$
A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
5. (5分) 设函数 $f(x) = \cos \omega x$ ($\omega > 0$), 将 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单
位长度后, 所得的图象与原图象重合, 则 ω 的最小值等于 ()
A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. 6 D. 9
6. (5分) 已知直二面角 $\alpha - l - \beta$, 点 $A \in \alpha$, $AC \perp l$, C 为垂足, $B \in \beta$, $BD \perp l$, D 为
垂足, 若 $AB=2$, $AC=BD=1$, 则 D 到平面ABC的距离等于 ()
A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. 1
7. (5分) 某同学有同样的画册2本, 同样的集邮册3本, 从中取出4本赠送给4
位朋友, 每位朋友1本, 则不同的赠送方法共有 ()
A. 4种 B. 10种 C. 18种 D. 20种
8. (5分) 曲线 $y=e^{-2x+1}$ 在点 $(0, 2)$ 处的切线与直线 $y=0$ 和 $y=x$ 围成的三角形
的面积为 ()
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1
9. (5分) 设 $f(x)$ 是周期为2的奇函数, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = 2x(1-x)$, 则
 $f(-\frac{5}{2}) = (\quad)$
A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$
10. (5分) 已知抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点为 F , 直线 $y=2x-4$ 与 C 交于 A , B 两点,

则 $\cos\angle AFB = (\quad)$

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

11. (5分) 已知平面 α 截一球面得圆M，过圆心M且与 α 成 60° 二面角的平面 β 截该球面得圆N，若该球的半径为4，圆M的面积为 4π ，则圆N的面积为()

- A. 7π B. 9π C. 11π D. 13π

12. (5分) 设向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1, \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}, \langle \vec{a} - \vec{c}, \vec{b} - \vec{c} \rangle = 60^\circ$ ，则 $|\vec{c}|$ 的最大值等于()

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。把答案填在题中横线上。(

注意：在试题卷上作答无效)

13. (5分) $(1-\sqrt{x})^{20}$ 的二项展开式中， x 的系数与 x^9 的系数之差为_____。

14. (5分) 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ， $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，则 $\tan 2\alpha = _____$ 。

15. (5分) 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$ 的左、右焦点，点 $A \in C$ ，点

M的坐标为(2, 0)，AM为 $\angle F_1AF_2$ 的平分线，则 $|AF_2| = _____$ 。

16. (5分) 已知E、F分别在正方体ABCD-A₁B₁C₁D₁的棱BB₁、CC₁上，且B₁E=2E
B，CF=2FC₁，则面AEF与面ABC所成的二面角的正切值等于_____。

三、解答题（共6小题，满分70分）

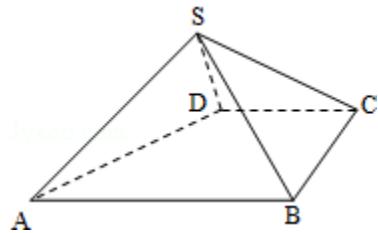
17. (10分) $\triangle ABC$ 的内角A、B、C的对边分别为a、b、c。已知 $A - C = \frac{\pi}{2}$ ， $a + c = \sqrt{2}b$ ，求C。

18. (12分) 根据以往统计资料, 某地车主购买甲种保险的概率为0.5, 购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为0.3. 设各车主购买保险相互独立.

- (I) 求该地1位车主至少购买甲、乙两种保险中的1种的概率;
- (II) X 表示该地的100位车主中, 甲、乙两种保险都不购买的车主数. 求 X 的期望.

19. (12分) 如图, 四棱锥 $S - ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $BC \perp CD$, 侧面 SAB 为等边三角形, $AB=BC=2$, $CD=SD=1$.

- (I) 证明: $SD \perp$ 平面 SAB ;
- (II) 求 AB 与平面 SBC 所成的角的大小.



20. (12分) 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=0$ 且 $\frac{1}{1-a_{n+1}} - \frac{1}{1-a_n} = 1$.

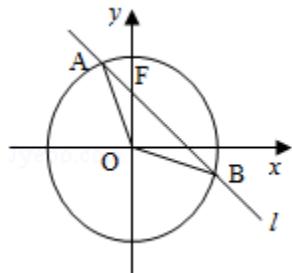
- (I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 设 $b_n = \frac{1-\sqrt{a_{n+1}}}{\sqrt{n}}$, 记 $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$, 证明: $S_n < 1$.

21. (12分) 已知O为坐标原点, F为椭圆C: $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 在y轴正半轴上的焦点

, 过F且斜率为 $-\sqrt{2}$ 的直线l与C交于A、B两点, 点P满足 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OP} = \vec{0}$.

(I) 证明: 点P在C上;

(II) 设点P关于点O的对称点为Q, 证明: A、P、B、Q四点在同一圆上.



22. (12分) (I) 设函数 $f(x) = \ln(1+x) - \frac{2x}{x+2}$, 证明: 当 $x > 0$ 时, $f'(x) > 0$

(II) 从编号1到100的100张卡片中每次随机抽取一张, 然后放回, 用这种方式连续抽取20次, 设抽到的20个号码互不相同的概率为p, 证明:

$$p < \left(\frac{9}{10}\right)^{19} < \frac{1}{e^2}.$$