

2015年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x \mid (x-1)(x+2) < 0\}$,

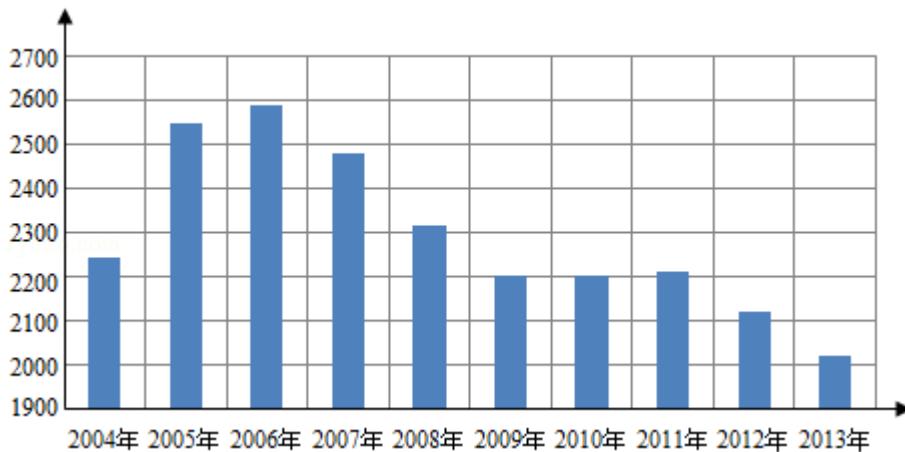
则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\{-1, 0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. (5分) 若 a 为实数, 且 $(2+ai)(a-2i) = -4i$, 则 $a = (\quad)$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. (5分) 根据如图给出的2004年至2013年我国二氧化硫年排放量(单位: 万吨)柱形图, 以下结论中不正确的是()



A. 逐年比较, 2008年减少二氧化硫排放量的效果最显著

B. 2007年我国治理二氧化硫排放显现成效

C. 2006年以来我国二氧化硫年排放量呈减少趋势

D. 2006年以来我国二氧化硫年排放量与年份正相关

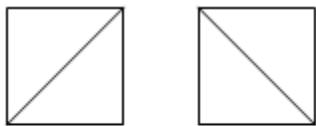
4. (5分) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$, $a_1+a_3+a_5=21$, 则 $a_3+a_5+a_7=(\quad)$

- A. 21 B. 42 C. 63 D. 84

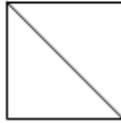
5. (5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1+\log_2(2-x), & x < 1 \\ 2^{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(-2)+f(\log_2 12)=(\quad)$

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

6. (5分) 一个正方体被一个平面截去一部分后, 剩余部分的三视图如图, 则截去部分体积与剩余部分体积的比值为()



yeao.com

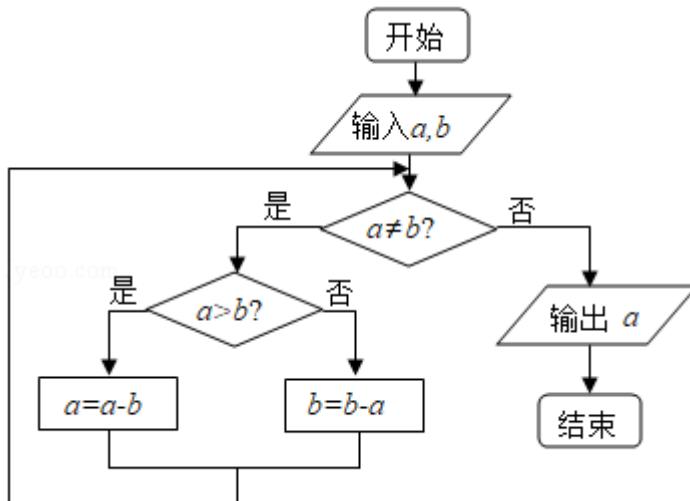


- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{5}$

7. (5分) 过三点A(1, 3), B(4, 2), C(1, -7)的圆交y轴于M, N两点, 则 $|MN| =$ ()

- A. $2\sqrt{6}$ B. 8 C. $4\sqrt{6}$ D. 10

8. (5分) 程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”, 执行该程序框图, 若输入的a, b分别为14, 18, 则输出的a= ()

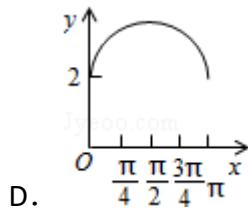
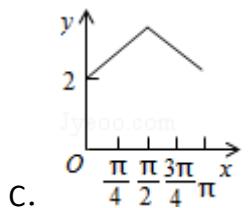
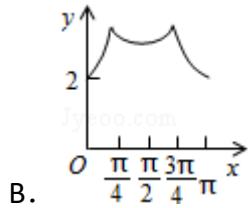
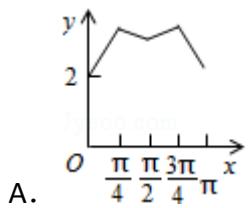
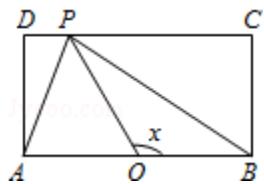


- A. 0 B. 2 C. 4 D. 14

9. (5分) 已知A, B是球O的球面上两点, $\angle AOB=90^\circ$, C为该球面上的动点, 若三棱锥O-ABC体积的最大值为36, 则球O的表面积为 ()

- A. 36π B. 64π C. 144π D. 256π

10. (5分) 如图, 长方形ABCD的边AB=2, BC=1, O是AB的中点, 点P沿着边BC, CD与DA运动, 记 $\angle BOP=x$. 将动点P到A, B两点距离之和表示为x的函数f(x), 则 $y=f(x)$ 的图象大致为 ()



11. (5分) 已知A, B为双曲线E的左, 右顶点, 点M在E上, $\triangle ABM$ 为等腰三角形, 顶角为 120° , 则E的离心率为 ()

A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

12. (5分) 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) 的导函数, $f(-1) = 0$, 当 $x > 0$ 时, $xf'(x) - f(x) < 0$, 则使得 $f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ B. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
 C. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ D. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 设向量 \vec{a}, \vec{b} 不平行, 向量 $\lambda \vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 平行, 则实数 $\lambda =$ _____.

14. (5分) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geqslant 0 \\ x-2y \leqslant 0 \\ x+2y-2 \leqslant 0 \end{cases}$, 则 $z=x+y$ 的最大值为_____.

15. (5分) $(a+x)(1+x)^4$ 的展开式中 x 的奇数次幂项的系数之和为32, 则 $a =$ _____.

16. (5分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = -1$, $a_{n+1} = S_{n+1}S_n$, 则 $S_n =$ _____.

三、解答题（共5小题，满分60分）

17. (12分) $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 上的点， AD 平分 $\angle BAC$ ， $\triangle ABD$ 面积是 $\triangle ADC$ 面积的2倍。

(1) 求 $\frac{\sin B}{\sin C}$ ；

(2) 若 $AD=1$ ， $DC=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，求 BD 和 AC 的长。

18. (12分) 某公司为了解用户对其产品的满意度，从A，B两地区分别随机调查了20个用户，得到用户对产品的满意度评分如下：

A地区：62 73 81 92 95 85 74 64 53 76

78 86 95 66 97 78 88 82 76 89

B地区：73 83 62 51 91 46 53 73 64 82

93 48 65 81 74 56 54 76 65 79

(1) 根据两组数据完成两地区用户满意度评分的茎叶图，并通过茎叶图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度（不要求计算出具体值，给出结论即可）；

(2) 根据用户满意度评分，将用户的满意度从低到高分为三个等级：

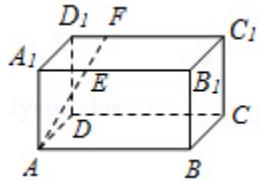
满意度评分	低于70分	70分到89分	不低于90分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

记事件C：“A地区用户的满意度等级高于B地区用户的满意度等级”，假设两地区用户的评价结果相互独立，根据所给数据，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率，求C的概率。

A地区	B地区
4	
5	
6	
7	
8	
9	

19. (12分) 如图, 长方体ABCD - A₁B₁C₁D₁中, AB=16, BC=10, AA₁=8, 点E, F分别在A₁B₁, D₁C₁上, A₁E=D₁F=4, 过点E, F的平面α与此长方体的面相交, 交线围成一个正方形.

- (1) 在图中画出这个正方形(不必说明画法和理由);
- (2) 求直线AF与平面α所成角的正弦值.



20. (12分) 已知椭圆C: $9x^2+y^2=m^2$ ($m>0$), 直线l不过原点O且不平行于坐标轴, l与C有两个交点A, B, 线段AB的中点为M.

- (1) 证明: 直线OM的斜率与l的斜率的乘积为定值;
- (2) 若l过点 $(\frac{m}{3}, m)$, 延长线段OM与C交于点P, 四边形OAPB能否为平行四边形? 若能, 求此时l的斜率; 若不能, 说明理由.

21. (12分) 设函数 $f(x) = e^{mx+x^2} - mx$.

- (1) 证明: $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递减, 在 $(0, +\infty)$ 单调递增;

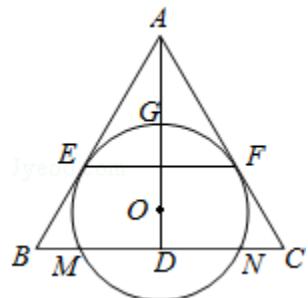
- (2) 若对于任意 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq e - 1$, 求 m 的取值范围.

四、选做题.选修4-1: 几何证明选讲

22. (10分) 如图, O 为等腰三角形 ABC 内一点, $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的底边 BC 交于 M, N 两点, 与底边上的高 AD 交于点 G , 且与 AB, AC 分别相切于 E, F 两点.

(1) 证明: $EF \parallel BC$;

(2) 若 AG 等于 $\odot O$ 的半径, 且 $AE = MN = 2\sqrt{3}$, 求四边形 $EBCF$ 的面积.



选修4-4: 坐标系与参数方程

23. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C_1: \begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数, $t \neq 0$), 其中 $0 \leq \alpha \leq \pi$, 在以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 $C_2: \rho = 2 \sin \theta$, $C_3: \rho = 2\sqrt{3} \cos \theta$.

(1) 求 C_2 与 C_3 交点的直角坐标;

(2) 若 C_1 与 C_2 相交于点 A , C_1 与 C_3 相交于点 B , 求 $|AB|$ 的最大值.

选修4-5：不等式选讲

24. 设 a, b, c, d 均为正数，且 $a+b=c+d$ ，证明：

- (1) 若 $ab > cd$ ，则 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ ；
- (2) $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ 是 $|a - b| < |c - d|$ 的充要条件.