绝密★启用前

2009年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.

2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.

3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.

4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

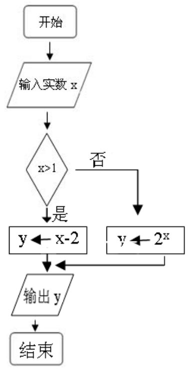
一.填空题（本大题满分56分）本大题共有14题，考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分。

1．函数$f(x)=x^3+1$的反函数$f^{-1}(x)=$______________.

2．已知集体$A=\{x|x\le 1\}$,$B=\{x|\ge a\}$,且$A\cup B=R$，

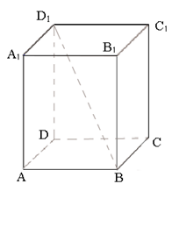
则实数a的取值范围是____________________.

3. 若行列式$\begin{vmatrix}4 & 5 & x\\ 1 & x & 3\\ 7 & 8 & 9\end{vmatrix}$中，元素4的代数余子式大于0，则x满足的条件是________________________.



4.某算法的程序框如右图所示，则输出量y与输入量x满足的关系式是____________________.

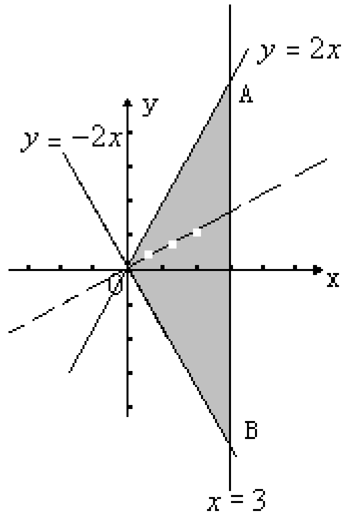
5.如图，若正四棱柱ABCD—$A_1B_1C_1D_1$的底面边长为2，高为4，则异面直线BD_1与AD所成角的大小是____________________ (结果用反三角函数值表示).



6.若球O$_1$、O$_2$表示面积之比$\frac{S_1}{S_2}=4$，则它们的半径之比$\frac{R_1}{R_2}=$________

______.

7.已知实数x、y满足$\begin{cases} y\le 2x \\ y\ge -2x \\ x\le 3 \end{cases}$ 则目标函数z=x-2y的最小值是___________.



8.若等腰直角三角形的直角边长为2，则以一直角边所在的直线为轴旋转一周所成的几何体体积是_________。

9．过点A（1，0）作倾斜角为$\frac{\pi}{4}$的直线，与抛物线$y^2=2x$交于M、N两点，则$|MN|$=_____。

10.函数$f(x)=2\cos^2 x+\sin 2x$的最小值是_________。

11.若某学校要从5名男生和2名女生中选出3人作为上海世博会的志愿者，则选出的志愿者中男女生均不少于1名的概率是_______（结果用最简分数表示）。

12.已知F_1、F_2是椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点，$p$为椭圆$C$上的一点，且$\overline{PF_1}\perp\overline{PF_2}$。若$\Delta PF_1F_2$的面积为9，则$b=$______.

13.已知函数$f(x)=\sin x+\tan x$。项数为27的等差数列$\{a_n\}$满足$a_n\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$,且公差$d\ne 0$,若$f(a_1)+f(a_2)+...+f(a_{27})=0$，则当k=______时，$f(a_k)=0$. 。

14.某地街道呈现东——西、南——

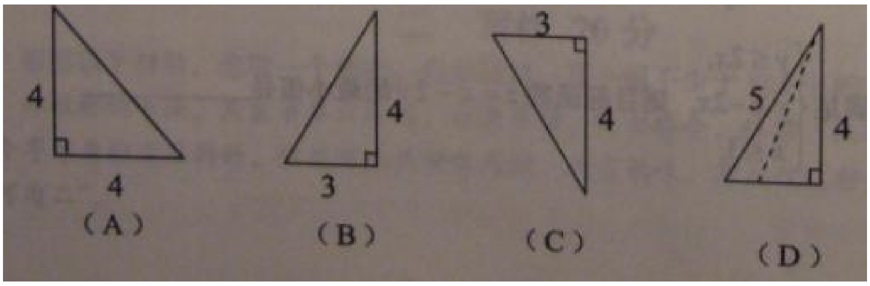
北向的网络状，相邻街距都为1，两街道相交的点称为格点。若以相互垂直的两条街道为轴建立直角坐标系，现有下述格点（-2，2），（3，1），（3，4），（-2，3），（4，5）为报刊零售店，请确定一个格点____
为发行站，使5个零售点沿街道发行站之间路程的和最短。

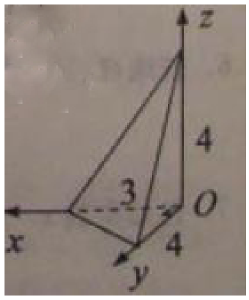
二。、选择题（本大题满分16分）本大题共有4题，每题有且只有一个正确答案，考生应在答案纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得4分，否则一律得零分。

15．已知直线$l_1:(k-3)x+(4-k)y+1=0,$与$l_2:2(k-3)x-2y+3=0,$平行，则K得值是（　　）

（A） 1或3　（B）1或5　（C）3或5　（D）1或2

16，如图，已知三棱锥的底面是直角三角形，直角边长分别为3和4，过直角顶点的侧棱长为4，且垂直于底面，该三棱锥的主视图是（　　）





17．点P（4，－2）与圆$x^2+y^2=4$上任一点连续的中点轨迹方程是　　[答]（ ）

（A）$(x-2)^2+(y+1)^2=1$　　（B）$(x-2)^2+(y+1)^2=4$

（C）$(x+4)^2+(y-2)^2=4$　　（D）$(x+2)^2+(y-1)^2=1$

18．在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件在一段时间内没有发生大规模群体感染的标志为“连续10天，每天新增疑似病例不超过7人”.

根据过去10天甲、乙、丙、丁四地新增疑似病例数据，一定符合该标志的是

[答]（ ）

（A）甲地：总体均值为3，中位数为4 .（B）乙地：总体均值为1，总体方差大于0 .

（C）丙地：中位数为2，众数为3 .　（D）丁地：总体均值为2，总体方差为3 .

三．解答题（本大题满分78分）本大题共5题，解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤．

19．（本题满分14分）

已知复数$z=a+bi$（a、b$\in R^+$）(I是虚数单位)是方程$x^2-4x+5=0$的根．复数$w=u+3i$（$u\in R$）满足$|w-z|<2\sqrt{5}$，求u的取值范围．

20．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分

已知ΔABC的角A、B、C所对的边分别是a、b、c，设向量$\overrightarrow{m}=(a,b)$，$\overrightarrow{n}=(\sin B,\sin A)$，$\overrightarrow{p}=(b-2,a-2)$．

（1） 若$\overrightarrow{m}//\overrightarrow{n}$，求证：ΔABC为等腰三角形；

（2） 若$\overrightarrow{m}\perp\overrightarrow{p}$，边长$c=2$，角$C=\dfrac{\pi}{3}$，求ΔABC的面积．

21．（本题满分16分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分10分

.有时可用函数

$$f(x)=\begin{cases}0.1+15\ln\dfrac{a}{a-x}, & x\le 6,\\ \dfrac{x-4.4}{x-4}, & >6\end{cases}$$

描述学习某学科知识的掌握程度.其中x表示某学科知识的学习次数（$x\in N^{*}$），$f(x)$表示对该学科知识的掌握程度，正实数a与学科知识有关.

（1）证明：当$x\ge 7$时，掌握程度的增长量$f(x+1)-f(x)$总是下降；

（2）根据经验，学科甲、乙、丙对应的a的取值区间分别为（115，121］,(121,127］,(127,133］.当学习某学科知识6次时，掌握程度是85%，请确定相应的学科.

22.（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分4分，第3小题满分8分.

已知双曲线C的中心是原点，右焦点为$F\left(\sqrt{3},0\right)$，一条渐近线m: $x+\sqrt{2}y=0$，设过点A$(-3\sqrt{2},0)$的直线l的方向向量$\vec{e}=(1,k)$。

（1）　求双曲线C的方程；

（2）　若过原点的直线$a//l$，且a与l的距离为$\sqrt{6}$，求K的值；

（3）　证明：当$k>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时，在双曲线C的右支上不存在点Q，使之到直线l的距离为$\sqrt{6}$.

23.（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分5分，第2小题满分5分，第3小题满分8分.

已知$\left\{a_n\right\}$是公差为d的等差数列，$\left\{b_n\right\}$是公比为q的等比数列

（1）若 $a_n=3n+1$，是否存在$m,n\in N^*$，有$a_m+a_{m+1}=a_k$？请说明理由；

（2）若$b_n=aq^n$（a、q为常数，且aq$\neq 0$）对任意m存在k，有$b_m\cdot b_{m+1}=b_k$，试求a、q满足的充要条件；

（3）若$a_n=2n+1,b_n=3^n$试确定所有的p,使数列$\left\{b_n\right\}$中存在某个连续p项的和式数列中$\left\{a_n\right\}$的一项，请证明.

上海 数学试卷（文史类）

考生注意：

1．答卷前，考生务必在答题纸上将姓名、高考准考证号填写清楚，并在规定的区域内贴上条形码。

2．本试卷共有23道试题，满分150分，考试时间120分钟。

一.填空题（本大题满分56分）本大题共有14题，考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分。

1．函数$f(x)=x^3+1$的反函数$f^{-1}(x)=$_____________.

1．【答案】$\sqrt[3]{x-1}$

【解析】由$y=x^3+1$，得$x=\sqrt[3]{y-1}$，将y改成x，x改成y可得答案。

2．已知集体$A=\{x|x\le 1\},B=\{x|\ge a\}$,且$A\cup B=R$，

则实数a的取值范围是__________________.

2．【答案】$a\le 1$

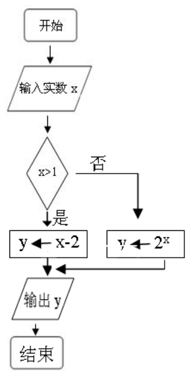
【解析】因为$A\cup B=R$，画数轴可知，实数a必须在点1上或在1的左边，所以，有$a\le 1$。

3. 若行列式$\begin{vmatrix} 4 & 5 & x \\ 1 & x & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$中，元素4的代数余子式大于0，则x满足的条件是___________________.

3．【答案】$x>\frac{8}{3}$

【解析】依题意，得：$(-1)^2\times(9x-24)>0$，解得：$x>\frac{8}{3}$

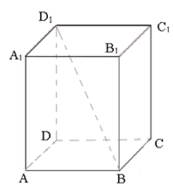
4.某算法的程序框如右图所示，则输出量y与输入量x满足的关系式是________________.



4．【答案】$y=\begin{cases} 2^x, x<1 \\ x-2, x>1 \end{cases}$

【解析】当$x>1$时，有$y=x-2$，当$x<1$时有$y=2^x$，所以，有分段函数。

5.如图，若正四棱柱ABCD—$A_1B_1C_1D_1$的底面边长为2，高为4，则异面直线BD_1与AD所成角的大小是____________________ (结果用反三角函数值表示).



5. 【答案】arctan$\sqrt{5}$

【解析】因为AD∥A_1D_1，异面直线BD_1与AD所成角就是BD_1与A_1D_1所在角，即∠A_1D_1B，

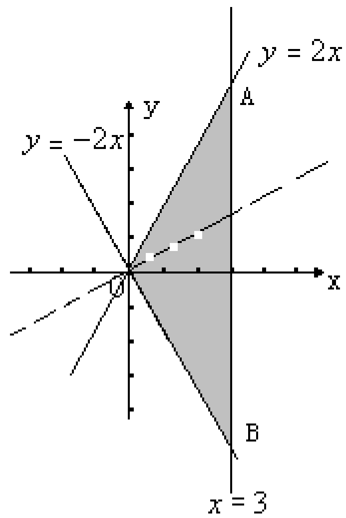
由勾股定理，得A_1B＝2$\sqrt{5}$，tan∠A_1D_1B＝$\sqrt{5}$，所以，∠A_1D_1B＝arctan$\sqrt{5}$。

6.若球O_1、O_2表示面积之比$\frac{S_1}{S_2}=4$，则它们的半径之比$\frac{R_1}{R_2}=$____________.

6. 【答案】2

【解析】由$\frac{4\pi R_1^2}{4\pi R_2^2}$＝4，得$\frac{R_1}{R_2}$＝2。

7.已知实数x、y满足$\begin{cases} y\le 2x \\ y\ge -2x \\ x\le 3 \end{cases}$ 则目标函数z=x-2y的最小值是___________.



7. 【答案】－9

【解析】画出满足不等式组的可行域如右图，目标函数化为：$y=\frac{1}{2}x$－z，画直线$y=\frac{1}{2}x$及其平行线，当此直线经过点A时，－z的值最大，z的值最小，A点坐标为（3,6），所以，z的最小值为：3－2×6＝－9。

8.若等腰直角三角形的直角边长为2，则以一直角边所在的直线为轴旋转一周所成的几何体体积是_________。

8. 【答案】$\frac{8\pi}{3}$

【解析】几何体为圆锥，圆锥的底面半径为2，高也为2，体积V＝$\frac{1}{3}\times\pi\times 4\times 2=\frac{8\pi}{3}$

9．过点A（1，0）作倾斜角为$\frac{\pi}{4}$的直线，与抛物线$y^2=2x$交于M、N两点，则$\left|MN\right|$=_____。

9. 【答案】$2\sqrt{6}$

【解析】直线方程为y＝x－1，代入抛物线$y^2=2x$，得：x^2－4x＋1＝0，x_1+x_2＝4，x_1x_2＝1，则$|MN|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{2(x_1-x_2)^2}=\sqrt{2[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}$$=2\sqrt{6}$

10.函数 $f(x)=2\cos^2 x+\sin 2x$ 的最小值是________。

10. 【答案】$1-\sqrt{2}$

【解析】$f(x)=\cos 2x+\sin 2x+1=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1$，所以最小值为：$1-\sqrt{2}$

11.若某学校要从5名男生和2名女生中选出3人作为上海世博会的志愿者，则选出的志愿者中男女生均不少于1名的概率是_______（结果用最简分数表示）。

11. 【答案】$\frac{5}{7}$

【解析】因为只有2名女生，所以选出3人中至少有一名男生，当选出的学生全是男生时有：C_5^3，概率为::$\frac{C_5^3}{C_7^3}=\frac{2}{7}$，所以，均不少于1名的概率为：$1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$。

12.已知 F_1、F_2 是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点，p 为椭圆 C 上的一点，且 $\overline{PF_1}\perp\overline{PF_2}$。若 ΔPF_1F_2 的面积为9，则 $b=$______.

12. 【答案】3

【解析】依题意，有 $\begin{cases}|PF_1|+|PF_2|=2a\\|PF_1|\bullet|PF_2|=18\\|PF_1|^2+|PF_2|^2=4c^2\end{cases}$，可得4c²+36＝4a²，即a²－c²＝9，故有b＝3。

13.已知函数 $f(x)=\sin x+\tan x$。项数为27的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$, 且公差 $d\neq 0$,若 $f(a_1)+f(a_2)+...+f(a_{27})=0$，则当k=______时，$f(a_k)=0$. 。

13. 【答案】14

【解析】函数 $f(x)=\sin x+\tan x$ 在

$(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ 是增函数，显然又为奇函数，函数图象关于原点对称，因为

$a_1+a_{27}=a_2+a_{26}=\bullet\bullet\bullet=2a_{14}$，

所以 $f(a_1)+f(a_{27})=f(a_2)+f(a_{26})=\bullet\bullet\bullet=f(a_{14})=0$，所以当 $k=14$ 时，$f(a_k)=0$

.

14.某地街道呈现东——西、南——

北向的网络状，相邻街距都为1，两街道相交的点称为格点。若以相互垂直的两条街道为轴建立直角坐标系，现有下述格点（-2，2），（3，1），（3，4），（-2，3），（4，5）为报刊零售店，请确定一个格点____

为发行站，使5个零售点沿街道发行站之间路程的和最短。

14．【答案】（3，3）

【解析】设发行站的位置为$\left(x,y\right)$，零售点到发行站的距离为

$$z=2\left|x+2\right|+\left|y-2\right|+2\left|x-3\right|+\left|y-1\right|+\left|y-4\right|+\left|y-3\right|+\left|x-4\right|+\left|y-5\right|+\left|x-6\right|+\left|y-6\right|$$

，这六个点的横纵坐标的平均值为$\dfrac{-2+3+3-2+4+6}{6}=2$，$\dfrac{2+1+4+3+5+6}{6}=\dfrac{7}{2}$，记

A（2，$\dfrac{7}{2}$），画出图形可知，发行站的位置应该在点A附近，代入附近的点的坐标进行比较可知，在（3,3）处z取得最小值。

二。、选择题（本大题满分16分）本大题共有4题，每题有且只有一个正确答案，考生应在答案纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得4分，否则一律得零分。

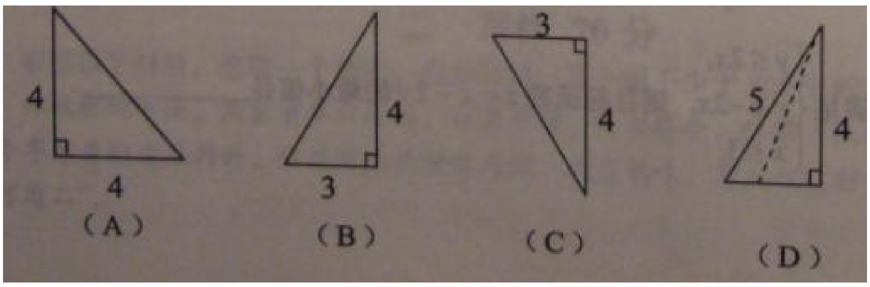
15．已知直线$l_1:(k-3)x+(4-k)y+1=0,$与$l_2:2(k-3)x-2y+3=0,$平行，则K得值是（　　）

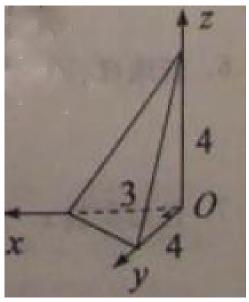
（A） 1或3　（B）1或5　（C）3或5　（D）1或2

15、【答案】C

【解析】当k＝3时，两直线平行，当k≠3时，由两直线平行，斜率相等，得：$\dfrac{3-k}{4-k}$＝k－3，解得：k＝5，故选C。

16，如图，已知三棱锥的底面是直角三角形，直角边长分别为3和4，过直角顶点的侧棱长为4，且垂直于底面，该三棱锥的主视图是（　　）





16、【答案】B

【解析】从正面看，应看到直角边为3的顶点，而高为4，故正视图应为B。

17．点P（4，－2）与圆$x^2+y^2=4$上任一点连续的中点轨迹方程是　　　　[答]（ ）

（A）$(x-2)^2+(y+1)^2=1$　　（B）$(x-2)^2+(y+1)^2=4$

（C）$(x+4)^2+(y-2)^2=4$　　（D）$(x+2)^2+(y-1)^2=1$

17、【答案】A

【解析】设圆上任一点为Q（s，t），PQ的中点为A（x，y），则$\begin{cases} x=\dfrac{4+s}{2} \\ y=\dfrac{-2+t}{2} \end{cases}$，解得：

$\begin{cases} s=2x-4 \\ t=2y+2 \end{cases}$，代入圆方程，得（2x－4）²＋（2y＋2）²＝4，整理，得：

$(x-2)^2+(y+1)^2=1$

18．在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件在一段时间内没有发生大规模群体感染的标志为“连续10天，每天新增疑似病例不超过7人”.

根据过去10天甲、乙、丙、丁四地新增疑似病例数据，一定符合该标志的是

[答]（ ）

（A）甲地：总体均值为3，中位数为4．（B）乙地：总体均值为1，总体方差大于0．

（C）丙地：中位数为2，众数为3．　（D）丁地：总体均值为2，总体方差为3．

18、【答案】D

【解析】根据信息可知，连续10天内，每天的新增疑似病例不能有超过7的数，选项A中，中位数为4，可能存在大于7的数；同理，在选项C中也有可能；选项B中的总体方差大于0，叙述不明确，如果数目太大，也有可能存在大于7的数；选项D中，根据方差公式，如果有大于7的数存在，那么方差不会为3，故答案选D.

三．解答题（本大题满分78分）本大题共5题，解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤．

19．（本题满分14分）

已知复数$z=a+bi$（a、b$\in R^+$）(I是虚数单位)是方程$x^2-4x+5=0$的根．复数$w=u+3i$（$u\in R$）满足$|w-z|<2\sqrt{5}$，求u的取值范围．

19.解：原方程的根为 $x_{1,2}=2\pm i$

$\because a、b\in R^+,\therefore z=2\pm i$

$\because |w-z|=|(u+3i)-(2+i)|=\sqrt{(u-2)^2+4}<2\sqrt{5}$

$\therefore -2<u<6$

20．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分．

已知ΔABC的角A、B、C所对的边分别是a、b、c，设向量$\overrightarrow{m}=(a,b)$，

$\overrightarrow{n}=(\sin B,\sin A)$，$\overrightarrow{p}=(b-2,a-2)$．

（3）　若$\overrightarrow{m}//\overrightarrow{n}$，求证：ΔABC为等腰三角形；

（4）　若$\overrightarrow{m}\perp\overrightarrow{p}$，边长c = 2，角$C=\dfrac{\pi}{3}$，求ΔABC的面积．

20题。证明：（1）$\because \vec{m}//\vec{n},\therefore a\sin A=b\sin B,$

即$a\cdot\dfrac{a}{2R}=b\cdot\dfrac{b}{2R}$，其中R是三角形ABC外接圆半径，$a=b$

$\therefore \Delta ABC$ 为等腰三角形

解（2）由题意可知$\vec{m}//\vec{p}=0,$即$a(b-2)+b(a-2)=0$

$\therefore a+b=ab$

由余弦定理可知，$4=a^2+b^2-ab=(a+b)^2-3ab$

即$(ab)^2-3ab-4=0$

$\therefore ab=4$(舍去$ab=-1$)

$\therefore S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot\sin\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$

21．（本题满分16分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分10分

．有时可用函数

$$f(x)=\begin{cases}0.1+15\ln\dfrac{a}{a-x}, & x\le 6,\\ \dfrac{x-4.4}{x-4}, & >6\end{cases}$$

描述学习某学科知识的掌握程度.其中x表示某学科知识的学习次数（$x\in N^*$），$f(x)$表示对该学科知识的掌握程度，正实数a与学科知识有关.

（1）证明：当x ≥7时，掌握程度的增长量$f(x+1)-f(x)$总是下降；

（2）根据经验，学科甲、乙、丙对应的a的取值区间分别为（115，121］,(121, 127］,(127, 133］.当学习某学科知识6次时，掌握程度是85%，请确定相应的学科.

21题。证明（1）当$x\ge 7$时，$f(x+1)-f(x)=\dfrac{0.4}{(x-3)(x-4)}$

而当$x\ge 7$时，函数$y=(x-3)(x-4)$单调递增，且$(x-3)(x-4)>0$

故函数$f(x+1)-f(x)$单调递减

当$x\ge 7$时，掌握程度的增长量$f(x+1)-f(x)$总是下降

(2)有题意可知$0.1+15\ln\dfrac{a}{a-6}=0.85$

整理得$\dfrac{a}{a-6}=e^{0.05}$

解得$a=\dfrac{e^{0.05}}{e^{0.05}-1}\cdot 6=20.50\times 6=123.0,123.0\in(121,127]$…….13分

由此可知，该学科是乙学科……………..14分

22.（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分4分，第3小题满分8分.

已知双曲线C的中心是原点，右焦点为$F\left(\sqrt{3},0\right)$，一条渐近线m: $x+\sqrt{2}y=0$，设过点A $(-3\sqrt{2},0)$的直线l的方向向量$\vec{e}=(1,k)$。

（4） 求双曲线C的方程；

（5） 若过原点的直线$a//l$，且a与l的距离为$\sqrt{6}$，求K的值；

（6） 证明：当$k>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时，在双曲线C的右支上不存在点Q，使之到直线l的距离为$\sqrt{6}$.

22．【解】（1）设双曲线C的方程为$x^2-2y^2=\lambda(\lambda>0)$

$\therefore\lambda+\dfrac{\lambda}{2}=3$，解额$\lambda=2$双曲线$C$的方程为$\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$

（2）直线$l:kx-y+3\sqrt{2}k=0$，直线$a:kx-y=0$

由题意，得$\dfrac{|3\sqrt{2}k|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{6}$，解得$k=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

（3）【证法一】设过原点且平行于l的直线$b:kx-y=0$

则直线l与b的距离$d=\dfrac{3\sqrt{2}\,|k|}{\sqrt{1+k^2}}$,当$k>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时，$d>\sqrt{6}$

又双曲线C的渐近线为$x\pm\sqrt{2}y=0$

$\therefore$ 双曲线C的右支在直线b的右下方，

$\therefore$ 双曲线C右支上的任意点到直线l的距离大于$\sqrt{6}$。

故在双曲线C的右支上不存在点Q，使之到直线l的距离为$\sqrt{6}$

【证法二】假设双曲线C右支上存在点$Q(x_0,y_0)$到直线l的距离为$\sqrt{6}$，

$$则\begin{cases}\dfrac{|kx_0-y_0+3\sqrt{2}k}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{6} & (1)\\ x_0^2-2y_0^2=2 & (2)\end{cases}$$

由（1）得$y_0=kx_0+3\sqrt{2}k\pm\sqrt{6}\cdot\sqrt{1+k^2}$

设$t=3\sqrt{2}k\pm\sqrt{6}\cdot\sqrt{1+k^2}$，

当$k>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时，$t=3\sqrt{2}k+\sqrt{6}\cdot\sqrt{1+k^2}>0$；

$$t=3\sqrt{2}k+\sqrt{6}\cdot\sqrt{1+k^2}=\sqrt{6}\times\frac{2k^2-1}{\sqrt{3k^2}+\sqrt{1+k^2}}>0$$

将$y_0=kx_0+t$代入（2）得$(1-2k^2)x_0^2-4ktx_0-2(t^2+1)=0$

$\because k>\dfrac{\sqrt{2}}{2},t>0$，

$\therefore 1-2k^2<0,\ -4kt<0,\ -2(t^2+1)<0$

$\therefore$ 方程$(*)$不存在正根，即假设不成立，

故在双曲线C的右支上不存在点Q，使之到直线l的距离为$\sqrt{6}$

23.（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分5分，第2小题满分5分，第3小题满分8分.

已知$\{a_n\}$是公差为d的等差数列，$\{b_n\}$是公比为q的等比数列

（1）若 $a_n=3n+1$，是否存在$m,n\in N^*$，有$a_m+a_{m+1}=a_k$？请说明理由；

（2）若 $b_n = aq^n$（a、q为常数，且aq$\neq 0$）对任意m存在k，有 $b_m \cdot b_{m+1} = b_k$，试求a、q满足的充要条件；

（3）若 $a_n = 2n+1, b_n = 3^n$ 试确定所有的p, 使数列 $\{b_n\}$ 中存在某个连续p项的和式数列中 $\{a_n\}$ 的一项，请证明.

23．【解】（1）由 $a_m + a_{m+1} = a_k$, 得 $6m+6+3k+1$，

整理后，可得 $k-2m=\dfrac{4}{3}$,

$\because m$、$k\in N$，$\therefore k-2m$ 为整数

$\therefore$ 不存在 n、$k\in N^*$，使等式成立。

（2）当 $m=1$ 时，则 $b_1\cdot b_2 = b_k, \therefore a^2\cdot q^3 = aq^k$

$\therefore a = q^{k-3}$, 即 $a=q^c$，其中 c 是大于等于 -2 的整数

反之当 $a=q^c$ 时，其中 c 是大于等于 -2 的整数，则 $b_n = q^{n+c}$，

显然 $b_m\cdot b_{m+1} = q^{m+c}\cdot q^{m+1+c} = q^{2m+1+2c} = b_k$，其中 $k=2m+1+c$

$\therefore a$、q 满足的充要条件是 $a=q^c$，其中 c 是大于等于 -2 的整数

（3）设 $b_{m+1}+b_{m+2}+\cdots+b_{m+p} = a_k$

当 p 为偶数时，(*) 式左边为偶数，右边为奇数，

当 p 为偶数时，(*) 式不成立。

由 (*) 式得 $\dfrac{3^{m+1}(1-3^p)}{1-3} = 2k+1$，整理得 $3^{m+1}(3^p-1) = 4k+2$

当 $p=1$ 时，符合题意。

当 $p\geq 3$，p 为奇数时，

$3^p - 1 = (1+2)^p - 1$

$$=C_p^0+C_p^1\cdot 2^1+C_p^2\cdot 2^2+\cdots+C_p^p\cdot 2^p-1$$
$$=C_p^1\cdot 2^1+C_p^2\cdot 2^2+\cdots+C_p^p\cdot 2^p$$
$$=2\left(C_p^1+C_p^2\cdot 2+\cdots+C_p^p\cdot 2^{p-1}\right)$$
$$=2\left[2\left(C_p^2+C_p^2\cdot 2^2+\cdots+C_p^p\cdot 2^{p-2}\right)+p\right]$$

∴ 由 $3^{m+1}(3^p-1)=4k+2$，得

$$3^{m+1}\left[2\left(C_p^2+C_p^2\cdot 2^2+\cdots+C_p^p\cdot 2^{p-2}\right)+p\right]=2k+1$$

∴当 p 为奇数时，此时，一定有 m 和 k 使上式一定成立。

∴当 p 为奇数时，命题都成立。