2008年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

文科数学（必修+选修Ⅰ）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共12小题，每小题5分，共60分）．

1．$\sin 330^\circ$ 等于（　）

A．$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2．已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{1,3\}$，$B=\{3,4,5\}$，则集合 $\complement_U(A\bigcap B)=$（　）

A．$\{3\}$　　B．$\{4,5\}$　　C．$\{3,4,5\}$　　D．$\{1,2,4,5\}$

3．某林场有树苗30000棵，其中松树苗4000棵．为调查树苗的生长情况，采用分层抽样的方法抽取一个容量为150的样本，则样本中松树苗的数量为（　）

A．30　　B．25　　C．20　　D．15

4．已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1+a_2=4$，$a_7+a_8=28$，则该数列前10项和 S_{10} 等于（ B ）

A．64　　B．100　　C．110　　D．120

5．直线 $\sqrt{3}x-y+m=0$ 与圆 $x^2+y^2-2x-2=0$ 相切，则实数 m 等于（ ）

A．$\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$　　B．$-\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$　　C．$-3\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$　　D．$-3\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$

6．“$a=1$”是“对任意的正数 x，$2x+\dfrac{a}{x}\geqslant 1$”的（ ）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知函数 $f(x)=2^{x+3}$，$f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数，若 $mn=16$（m，$n\in\mathbf{R}^+$），则 $f^{-1}(m)+f^{-1}(n)$ 的值为（　）

A．10　　B．4　　C．1　　D．-2

8．长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各顶点都在半径为1的球面上,其中 $AB:AD:AA_1=2:1:\sqrt{3}$,则两 A,B 点的球面距离为(　)

A．$\dfrac{\pi}{4}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　D．$\dfrac{2\pi}{3}$

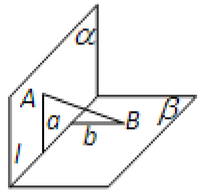
9．双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别是 F_1，F_2，过 F_1 作倾斜角为 30° 的直线交双曲线右支于 M 点，若 MF_2 垂直于 x 轴，则双曲线的离心率为（　）

A．$\sqrt{6}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

10．如图，$\alpha\perp\beta$，$\alpha\bigcap\beta=l$，$A\in\alpha$，$B\in\beta$，A，B 到 l 的距离分别是 a 和 b，AB 与 α，β 所成的角分别是 θ 和 φ，AB 在 α，β 内的射影分别是 m 和 n，若 $a>b$，则（　）

A. $\theta>\varphi, m>n$　　B. $\theta>\varphi, m<n$

C. $\theta<\varphi, m<n$　　D. $\theta<\varphi, m>n$



11．定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$（$x, y\in\mathbf{R}$），$f(1)=2$，则 $f(-2)$ 等于（ ）

A．2　　B．3　　C．6　　D．9

12．为提高信息在传输中的抗干扰能力，通常在原信息中按一定规则加入相关数据组成传输信息．设定原信息为 $a_0a_1a_2, a_i\in\{0,1\}$（$i=0,1,2$），传输信息为 $h_0a_0a_1a_2h_1$，其中 $h_0=a_0\oplus a_1, h_1=h_0\oplus a_2$，$\oplus$ 运算规则为：$0\oplus 0=0$，$0\oplus 1=1$，$1\oplus 0=1$，$1\oplus 1=0$，例如原信息为111，则传输信息为01111．传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错，则下列接收信息一定有误的是（ ）

A．11010　　B．01100　　C．10111　　D．00011

二、填空题：把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共4小题，每小题4分，共16分）．

13．$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c，若 $c=\sqrt{2}, b=\sqrt{6}, B=120^\circ$，则 $a=$___．

14．$(1-\frac{2}{x})^7$ 的展开式中 $\frac{1}{x^2}$ 的系数为___．(用数字作答)

15．关于平面向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$．有下列三个命题：

①若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$．②若 $\boldsymbol{a}=(1, k), \boldsymbol{b}=(-2,6)$，$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则 $k=-3$．

③非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°．

其中真命题的序号为________．（写出所有真命题的序号）

16．某地奥运火炬接力传递路线共分6段，传递活动分别由6名火炬手完成．如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生，最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生，则不同的传递方案共有___种．（用数字作答）．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤（本大题共6小题，共74分）

17．（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=2\sin\frac{x}{4}\cos\frac{x}{4}+\sqrt{3}\cos\frac{x}{2}$．

（I）求函数 $f(x)$ 的最小正周期及最值；

（II）令 $g(x)=f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，判断函数 $g(x)$ 的奇偶性，并说明理由．

18．（本小题满分12分）

一个口袋中装有大小相同的2个红球,3个黑球和4个白球,从口袋中一次摸出一个球,摸出的球不再放回.

（I）连续摸球2次,求第一次摸出黑球,第二次摸出白球的概率；

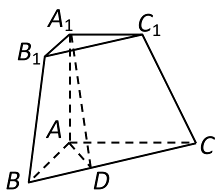
（II）如果摸出红球,则停止摸球,求摸球次数不超过3次的概率.

19．（本小题满分12分）

三棱锥被平行于底面 ABC 的平面所截得的几何体如图所示，截面为 $A_1B_1C_1$， $\angle BAC=90^\circ$， $A_1A\perp$ 平面 ABC， $A_1A=\sqrt{3}$， $AB=AC=2A_1C_1=2$， D 为 BC 中点.

（I）证明：平面 $A_1AD\perp$ 平面 BCC_1B_1；

（II）求二面角 $A-CC_1-B$ 的大小.



20．（本小题满分12分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\dfrac{2}{3}$， $a_{n+1}=\dfrac{2a_n}{a_n+1}$， $n=1,2,3,\ldots$.

（I）证明：数列 $\{\dfrac{1}{a_n}-1\}$ 是等比数列；

（II）数列 $\{\dfrac{n}{a_n}\}$ 的前 n 项和 S_n .

21．（本小题满分12分）

已知抛物线 C： $y=2x^2$，直线 $y=kx+2$ 交 C 于 A，B 两点，M 是线段 AB 的中点，过 M 作 x 轴的垂线交 C 于点 N .

（I）证明：抛物线 C 在点 N 处的切线与 AB 平行；

（II）是否存在实数 k 使 $\overrightarrow{NA}\bullet\overrightarrow{NB}=0$，若存在，求 k 的值；若不存在，说明理由.

22．本小题满分14分）

设函数 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x+1, g(x)=ax^2-2x+1,$ 其中实数 $a\neq 0$.

（I）若 $a>0$，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（II）当函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图象只有一个公共点且 $g(x)$ 存在最小值时，记 $g(x)$ 的最小值为 $h(a)$，求 $h(a)$ 的值域；

（III）若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 $(a,a+2)$ 内均为增函数，求 a 的取值范围.