2010年普通高等学校招生全国统一考试

数 学（理）（北京卷）

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分。第Ⅰ卷1至2页、第Ⅱ卷3至5页，共150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷（选择题 共40分）

一、本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

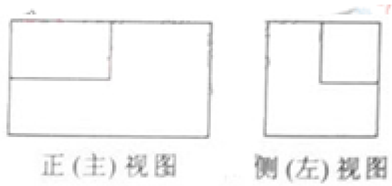
（1） 集合 $P=\{x\in Z|0\le x<3\},M=\{x\in Z|x^2\le 9\}$，则 $P\cap M=$

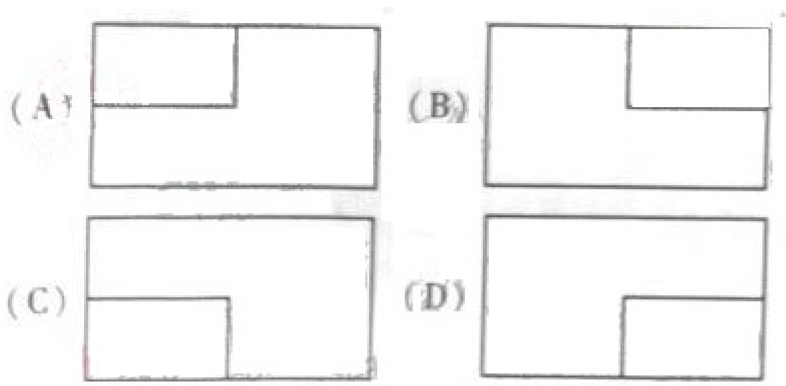
（A）$\{1,2\}$ （B）$\{0,1,2\}$ （C）$\{x|0\le x<3\}$ （D） $\{x|0\le x\le 3\}$

（2）在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，公比 $|q|\ne 1$.若 $a_m=a_1a_2a_3a_4a_5$，则m=

（A）9 （B）10 （C）11 （D）12

（3）一个长方体去掉一个小长方体，所得几何体的正（主）视图与侧（左）视图分别如右图所示，则该几何体的俯视图为





（4）8名学生和2位第师站成一排合影，2位老师不相邻的排法种数为

（A） $A_8^8A_9^2$ （B） $A_8^8C_9^2$ （C） $A_8^8A_7^2$ （D） $A_8^8C_7^2$

（5）极坐标方程 $(\rho-1)(\theta-\pi)=0(\rho\ge 0)$ 表示的图形是

（A）两个圆 （B）两条直线

（C）一个圆和一条射线 （D）一条直线和一条射线

（6）a、b为非零向量."$a\perp b$"是"函数$f(x)=(xa+b)\bullet(xb-a)$为一次函数"的

（A）充分而不必要条件　　　（B）必要而不充分条件

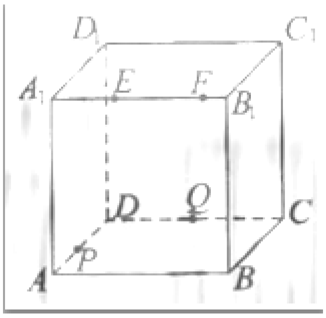
（C）充分必要条件　　　（D）既不充分也不必要条件

（7）设不等式组$\begin{cases}x+y-11\ge 0\\3x-y+3\ge 0\\5x-3y+9\le 0\end{cases}$

表示的平面区域为D，若指数函数$y=a^x$的图像上存在区域D上的点，则a的取值范围是

（A）(1,3]　(B)[2,3]　(C) (1,2]　(D)[3, +∞]

(8)如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，动点E、F在棱A_1B_1上，动点P，Q分别在棱AD，CD上，若EF=1，A_1E=x，DQ=y，DP＝z（x、y、z大于零），则四面体$PEFQ$的体积



（A）与x、y、z都有关

（B）与x有关，与y、z无关

（C）与y有关，与x，z无关

（D）与z有关，与x，y无关

第II卷（共110分）

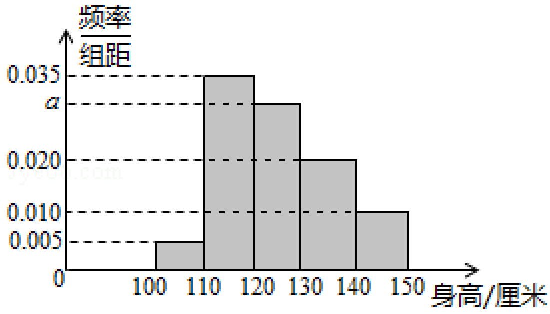
二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分。

（9）在复平面内，复数$\dfrac{2i}{1-i}$对应的点的坐标为_____。

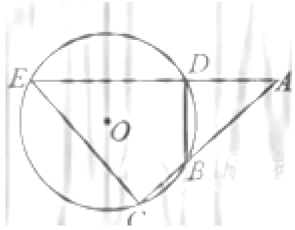
（10）在△ABC中，若b = 1，c = $\sqrt{3}$，$\angle C=\dfrac{2\pi}{3}$，则a =_____。

（11）从某小学随机抽取100名同学，将他们的身高（单位：厘米）数据绘制成频率分布直方图（如图）。由图中数据可知a＝_____ 。若要从身高在[120 , 130），[130 ， 140) , [140 , 150]三组内的学生中，用分层抽样的方法选取18人参加一项活动，则从身高在[140

，150]内的学生中选取的人数应为_____。

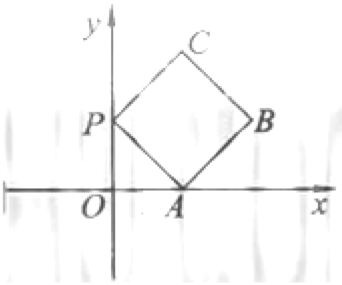


（12）如图，$\odot O$ 的弦ED，CB的延长线交于点A。若BD⊥AE，AB＝4，BC＝2，AD＝3,则DE＝_____；CE＝_____。



（13）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率为2，焦点与椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 的焦点相同，那么双曲线的焦点坐标为____；渐近线方程为_____。

（14）如图放置的边长为1的正方形$PABC$沿 x 轴滚动.设顶点 $P(x,y)$ 的轨迹方程是 $y=f(x)$，则函数 $f(x)$ 的最小正周期为____；$y=f(x)$ 在其两个相邻零点间的图象与 x 轴所围区域的面积为_____。



说明：“正方形$PABC$沿 x 轴滚动”包括沿 x 轴正方向和沿 x 轴负方向滚动。沿 x 轴正方向滚动指的是先以顶点A为中心顺时针旋转，当顶点B落在 x 轴上时，再以顶点B为中心顺时针旋转，如此继续. 类似地，正方形$PABC$可以沿 x 轴负方向滚动。

三、解答题：本大题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（15）（本小题共13分）

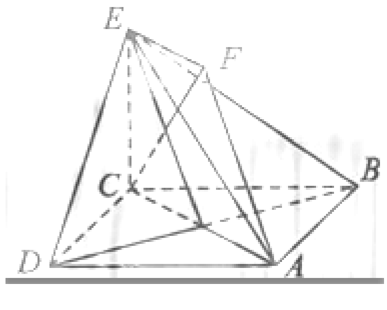
已知函数 $f(x)=2\cos 2x+\sin^2 x-4\cos x.$

（Ⅰ）求 $f(\dfrac{\pi}{3})$ 的值；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的最大值和最小值。

（16）（本小题共14分）

如图，正方形$ABCD$和四边形$ACEF$所在的平面互相垂直，$CE\perp AC$, $EF\parallel AC$, $AB=\sqrt{2}$，$CE=EF=1$.



（Ⅰ）求证：$AF\parallel$ 平面BDE；

（Ⅱ）求证：$CF\perp$ 平面BDE；

（Ⅲ）求二面角A-BE-D的大小。

(17)(本小题共13分)

某同学参加3门课程的考试.假设该同学第一门课程取得优秀成绩的概率为$\frac{4}{5}$，第二、第三门课程取得优秀成绩的概率分别为p，q($p>q$)，且不同课程是否取得优秀成绩相互独立.记ξ为该生取得优秀成绩的课程数，其分布列为

ξ	0	1	2	3
p	$\frac{6}{125}$	a	d	$\frac{24}{125}$

(Ⅰ)求该生至少有1门课程取得优秀成绩的概率；

(Ⅱ)求p，q的值；

(III)求数学期望$E\xi$。

(18)(本小题共13分)

已知函数 $f(x)=\ln(1+x)-x+\frac{k}{2}x^2(k\geq 0)$

(Ⅰ)当 k =2时，求曲线 $y=f(x)$ 在点(1， $f(1)$)处的切线方程；

(Ⅱ)求 $f(x)$ 的单调区间。

（19）（本小题共14分）

在平面直角坐标系 xOy 中，点 B 与点A（-

1,1）关于原点O对称，P是动点，且直线AP与BP的斜率之积等于 $-\frac{1}{3}$.

(Ⅰ)求动点P的轨迹方程；

(Ⅱ)设直线AP和BP分别与直线 x =3交于点M,N，问：是否存在点P使得△PAB与△PMN的面积相等？若存在，求出点P的坐标；若不存在，说明理由。

（20）（本小题共13分）

已知集合 $S_n=\{X\mid X=(x_1,x_2,\dots,x_n),x_1\in\{0,1\},i=1,2,\dots,n\}(n\geq 2)$

对于 $A=(a_1,a_2,\dots a_n,)$，$B=(b_1,b_2,\dots b_n,)\in S_n$，定义A与B的差为

$A-B=(|a_1-b_1|,|a_2-b_2|,\dots|a_n-b_n|)$;

A与B之间的距离为 $d(A,B)=\sum_{i=1}^{n}\left|a_1-b_1\right|$

（Ⅰ）证明：$\forall A,B,C\in S_n$,有$A-B\in S_n$，且 $d(A-C,B-C)=d(A,B)$;

（Ⅱ）证明：$\forall A,B,C\in S_n,d(A,B),d(A,C),d(B,C)$ 三个数中至少有一个是偶数

(III) 设P$\subseteq S_n$，P中有m(m≥2)个元素，记P中所有两元素间距离的平均值为 $\bar{d}(P)$.

证明：$\bar{d}(P)\leq\dfrac{mn}{2(m-1)}$