2022年普通高等学校招生全国统一考试数学（天津卷）2022．06．

一、选择题：本题共9小题，每小题5分，共45分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 设全集$U=\{-2,-1,0,1,2\}$，集合$A=\{0,1,2\}$，$B=\{-1,2\}$，则$A\cap(\complement_U B)=$（　　）

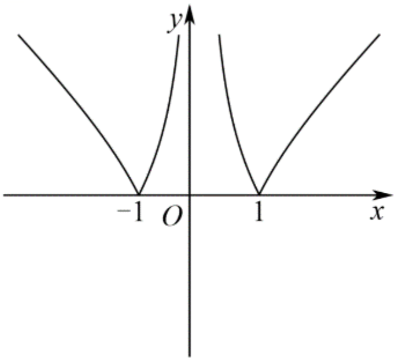
A. $\{0,1\}$　　　B. $\{0,1,2\}$　　　C. $\{-1,1,2\}$　　　D. $\{0,-1,1,2\}$

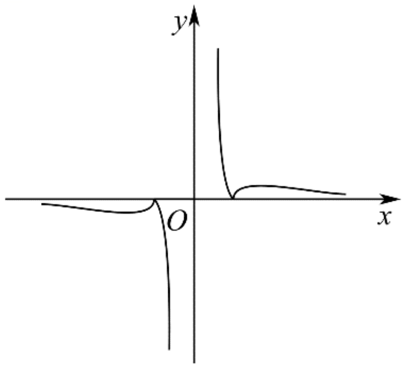
2. “x为整数”是“$2x+1$为整数”的（　　）

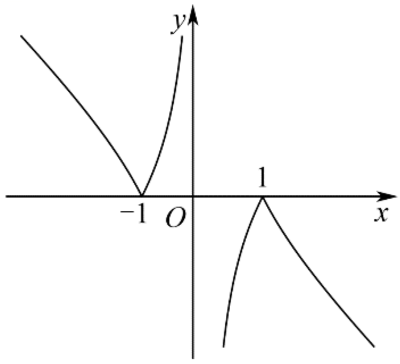
A. 充分不必要　　　B. 必要不充分

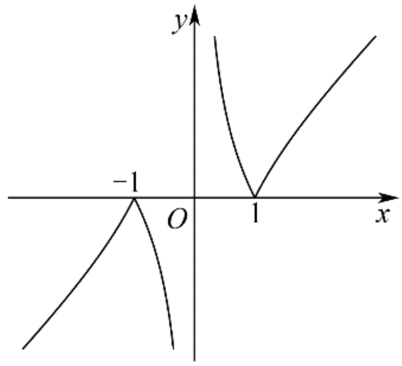
C. 充分必要　　　D. 既不允分也不必要

3. 函数$f(x)=\dfrac{|x^2-1|}{x}$的图像为（　　）

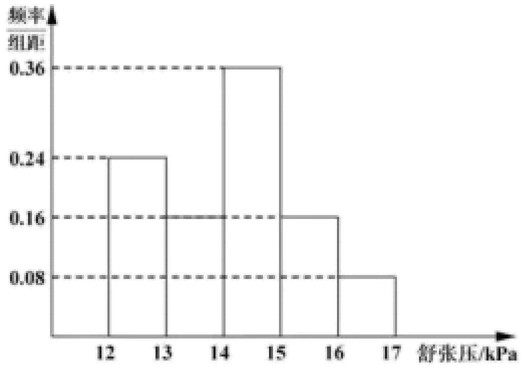
A.


B.


C.


D.


4. 为研究某药品的疗效，选取若干名志愿者进行临床试验，所有志愿者的舒张压数据（单位：kPa）的分组区间为$[12,13),[13,14),[14,15),[15,16),[16,17]$，将其按从左到右的顺序分别编号为第一组，第二组，…，第五组，右图是根据试验数据制成的频率分布直方图．已知第一组与第二组共有20人，第三组中没有疗效的有6人，则第三组中有疗效的人数为（　　）



A. 8　　B. 12　　C. 16　　D. 18

5. 已知$a=2^{0.7}$，$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{0.7}$，$c=\log_2\frac{1}{3}$，则（　　）

A. $a>c>b$　　B. $b>c>a$　　C. $a>b>c$　　D. $c>a>b$

6. 化简$\left(2\log_4 3+\log_8 3\right)\left(\log_3 2+\log_9 2\right)$的值为（　　）

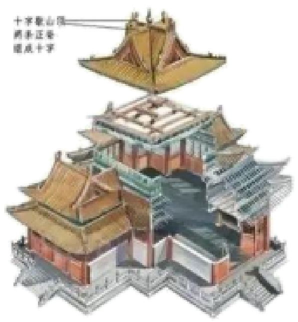
A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 6

7. 已知抛物线$y^2=4\sqrt{5}x,F_1,F_2$分别是双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，抛物线的准线过双曲线的左焦点$F_1$，与双曲线的渐近线交于点$A$，若$\angle F_1F_2A=\frac{\pi}{4}$，则双曲线的标准方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{10}-y^2=1$　　B. $x^2-\frac{y^2}{16}=1$

C. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$　　D. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$

8. 如图，“十字歇山”是由两个直三棱柱重叠后的景象，重叠后的底面为正方形，直三棱柱的底面是顶角为$120°$，腰为3的等腰三角形，则该几何体的体积为（　　）



十字歇山顶

A. 23　　B. 24　　C. 26　　D. 27

9. 已知$f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x$，关于该函数有下列四个说法：

①$f(x)$的最小正周期为2π；

②$f(x)$在$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$上单调递增；

③当$x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$时，$f(x)$的取值范围为$\left[-\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{\sqrt{3}}{4}\right]$；

④$f(x)$的图象可由$g(x)=\frac{1}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$的图象向左平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度得到.

以上四个说法中，正确的个数为（　　）

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

第II卷

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．试题中包含两个空的，答对1个的给3分，全部答对的给5分．

10. 已知i是虚数单位，化简$\frac{11-3i}{1+2i}$的结果为______.

11. $\left(\sqrt{x}+\frac{3}{x^2}\right)^5$的展开式中的常数项为______.

12. 若直线$x-y+m=0\left(m>0\right)$与圆$\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=3$相交所得的弦长为$m$，则$m=$_____.

13. 52张扑克牌，没有大小王，无放回地抽取两次，则两次都抽到A的概率为__________；已知第一次抽到的是A，则第二次抽取A的概率为__________

14. 在$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{CA}=\vec{a},\overrightarrow{CB}=\vec{b}$，$D$是$AC$中点，$\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{BE}$，试用$\vec{a},\vec{b}$表示$\overrightarrow{DE}$为__________，若$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{DE}$，则$\angle ACB$的最大值为__________

15. 设$a\in\mathbf{R}$，对任意实数x，记$f\left(x\right)=\min\left\{|x|-2,x^2-ax+3a-5\right\}$．若$f\left(x\right)$至少有3个零点，则实数$a$的取值范围为______.

三、解答题：本大题共5小题，共75分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

16. 在$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a，b，c.已知$a=\sqrt{6},b=2c,\cos A=-\frac{1}{4}$.

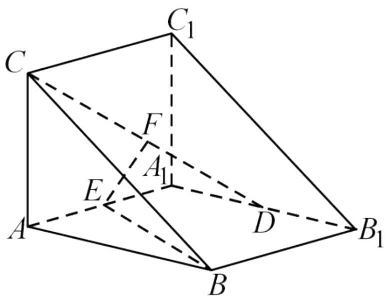
（1）求c的值；

（2）求$\sin B$的值；

（3）求$\sin(2A-B)$的值.

17. 直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1=AB=AC=2,AA_1\perp AB,AC\perp AB$，$D$为$A_1B_1$的中点，$E$为

AA_1 的中点，F 为 CD 的中点．



（1）求证：$EF//$ 平面 ABC；

（2）求直线 BE 与平面 CC_1D 所成角的正弦值；

（3）求平面 A_1CD 与平面 CC_1D 所成二面角的余弦值．

18. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列，$\{b_n\}$ 是等比数列，且 $a_1=b_1=a_2-b_2=a_3-b_3=1$．

（1）求 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求证：$(S_{n+1}+a_{n+1})b_n=S_{n+1}b_{n+1}-S_nb_n$；

（3）求 $\sum\limits_{k=1}^{2n}\left[a_{k+1}-(-1)^k a_k\right]b_k$．

19. 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F、右顶点为 A，上顶点为 B，且满足 $\dfrac{|BF|}{|AB|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

（1）求椭圆的离心率 e；

（2）直线 l 与椭圆有唯一公共点 M，与 y 轴相交于 N（N 异于 M）．记 O 为坐标原点，若 $|OM|=|ON|$，且 $\triangle OMN$ 的面积为 $\sqrt{3}$，求椭圆的标准方程．

20. 已知 a，$b\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=e^x-a\sin x, g(x)=b\sqrt{x}$

（1）求函数 $y=f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）若 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 有公共点，

（i）当 $a=0$ 时，求 b 的取值范围；

（ii）求证：$a^2+b^2>\mathrm{e}$．