

# 2009年江西高考文科数学试题

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷1至2页，第II卷3至4页，共150分。

## 考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上，考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第II卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答。在试题卷上作答，答案无效。
3. 考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

## 参考公式

如果事件  $A, B$  互斥，那么

球的表面积公式

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

$$S = 4\pi R^2$$

如果事件  $A, B$ ，相互独立，那么

其中  $R$  表示球的半径

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

球的体积公式

如果事件  $A$  在一次试验中发生的概率是  $p$ ，那么

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$n$  次独立重复试验中恰好发生  $k$  次的概率

其中  $R$  表示球的半径

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

## 第I卷

一. 选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列命题是真命题的为

- A. 若  $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ ，则  $x = y$       B. 若  $x^2 = 1$ ，则  $x = 1$

C. 若  $x = y$ , 则  $\sqrt{x} = \sqrt{y}$       D. 若  $x < y$ , 则  $x^2 < y^2$

2. 函数  $y = \frac{\sqrt{-x^2 - 3x + 4}}{x}$  的定义域为

- A.  $[-4, 1]$       B.  $[-4, 0)$       C.  $(0, 1]$       D.  $[-4, 0) \cup (0, 1]$

3. 50

名学生参加甲、乙两项体育活动，每人至少参加了一项，参加甲项的学生有30名，参加乙项的学生有25名，则仅参加了一项活动的学生人数为

- A. 50      B. 45      C. 40      D. 35

4. 函数  $f(x) = (1 + \sqrt{3} \tan x) \cos x$  的最小正周期为

- A.  $2\pi$       B.  $\frac{3\pi}{2}$       C.  $\pi$       D.  $\frac{\pi}{2}$

5. 已知函数  $f(x)$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的偶函数，若对于  $x \geq 0$ , 都有  $f(x+2) = f(x)$ , 且当

$x \in [0, 2)$  时,  $f(x) = \log_2(x+1)$ , 则  $f(-2008) + f(2009)$  的值为

- A. -2      B. -1      C. 1      D. 2

6. 若  $C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$  能被 7 整除，则  $x, n$  的值可能为

- A.  $x = 4, n = 3$       B.  $x = 4, n = 4$       C.  $x = 5, n = 4$       D.  $x = 6, n = 5$

7. 设  $F_1$  和  $F_2$  为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的两个焦点,

若  $F_1, F_2, P(0, 2b)$  是正三角形的三个顶点, 则双曲线的离心率为

- A.  $\frac{3}{2}$       B. 2      C.  $\frac{5}{2}$       D. 3

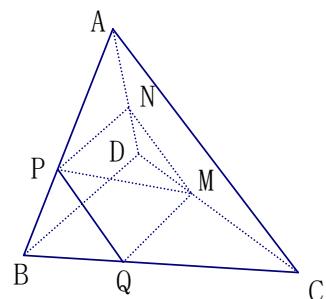
8. 公差不为零的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ . 若  $a_4$  是  $a_3$  与  $a_7$  的等比中项,

$S_8 = 32$ , 则  $S_{10}$  等于

- A. 18      B. 24      C. 60      D. 90

9. 如图, 在四面体  $ABCD$  中, 截面  $PQMN$  是正方形, 则在下列命题中, 错误的为

- A.  $AC \perp BD$       B.  $AC \parallel$  截面  $PQMN$



C.  $AC = BD$

D. 异面直线  $PM$  与  $BD$  所成的角为  $45^\circ$

10. 甲、乙、丙、丁 4 个足球队参加比赛，假设每场比赛各队取胜的概率相等，现任意将这 4 个队分成两个组（每组两个队）进行比赛，胜者再赛，则甲、乙相遇的概率为

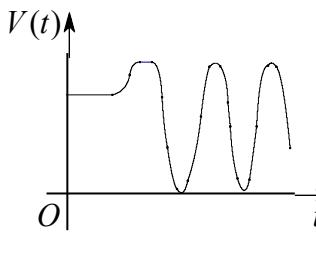
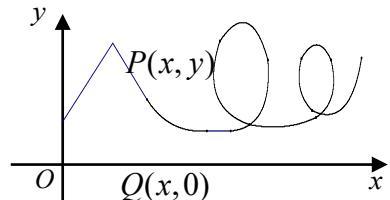
A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{1}{4}$

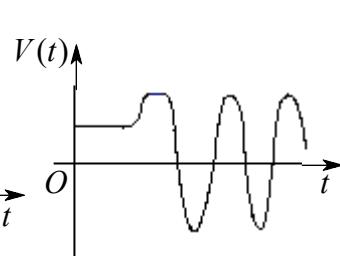
C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{1}{2}$

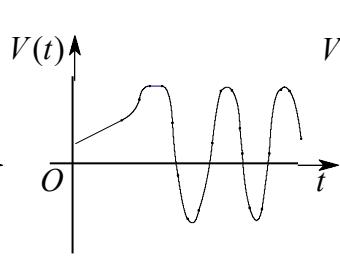
11. 如图所示，一质点  $P(x, y)$  在  $xOy$  平面上沿曲线运动，速度大小不变，其在  $x$  轴上的投影点  $Q(x, 0)$  的运动速度  $V = V(t)$  的图象大致为



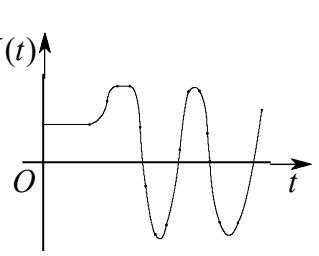
A



B



C



D

12. 若存在过点  $(1, 0)$  的直线与曲线  $y = x^3$  和  $y = ax^2 + \frac{15}{4}x - 9$  都相切，则  $a$  等于

A.  $-1$  或  $-\frac{25}{64}$

B.  $-1$  或  $\frac{21}{4}$

C.  $-\frac{7}{4}$  或  $-\frac{25}{64}$

D.  $-\frac{7}{4}$  或

7

## 第II卷

注意事项：

第II卷2页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，若在试题上作答，答案无效。

二. 填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。请把答案填在答题卡上

13. 已知向量  $\vec{a} = (3, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 3)$ ,  $\vec{c} = (k, 2)$ , 若  $(\vec{a} - \vec{c}) \perp \vec{b}$  则  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 体积为 8 的一个正方体，其全面积与球  $O$  的表面积相等，则球  $O$  的体积等于  $\underline{\hspace{2cm}}$

15. 若不等式  $\sqrt{4-x^2} \leq k(x+1)$  的解集为区间  $[a, b]$ , 且  $b-a=1$ , 则

$k = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 设直线系  $M : x \cos \theta + (y - 2) \sin \theta = 1 (0 \leq \theta \leq 2\pi)$ , 对于下列四个命题:

- A. 存在一个圆与所有直线相交
- B. 存在一个圆与所有直线不相交
- C. 存在一个圆与所有直线相切
- D.  $M$  中的直线所能围成的正三角形面积都相等

其中真命题的代号是\_\_\_\_\_ (写出所有真命题的代号).

**三. 解答题: 本大题共6小题, 共74分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤**

17. (本小题满分12分)

设函数  $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - a$

- (1) 对于任意实数  $x$ ,  $f'(x) \geq m$  恒成立, 求  $m$  的最大值;
- (2) 若方程  $f(x) = 0$  有且仅有一个实根, 求  $a$  的取值范围

18. (本小题满分12分)

某公司拟资助三位大学生自主创业, 现聘请两位专家, 独立地对每位大学生的创业方案进行评审. 假设评审结果为“支持”或“不支持”的概率都是  $\frac{1}{2}$ . 若某人获得两个“支持”, 则给予10万元的创业资助; 若只获得一个“支持”, 则给予5万元的资助; 若未获得“支持”, 则不予资助. 求:

- (1) 该公司的资助总额为零的概率;
- (2) 该公司的资助总额超过15万元的概率.

19. (本小题满分12分)

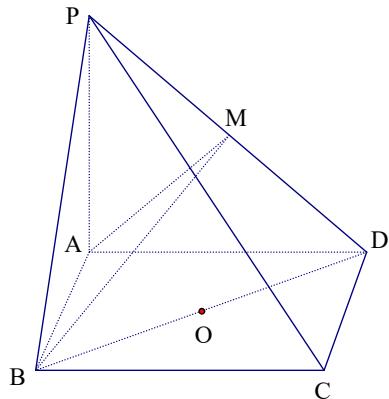
在  $\triangle ABC$  中,  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $A = \frac{\pi}{6}$ ,  $(1 + \sqrt{3})c = 2b$ .

- (1) 求  $C$ ;
- (2) 若  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 1 + \sqrt{3}$ , 求  $a, b, c$ .

20. (本小题满分12分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是矩形,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PA = AD = 4$ ,  $AB = 2$ . 以  $BD$  的中点  $O$  为球心、 $BD$  为直径的球面交  $PD$  于点  $M$ .

- (1) 求证: 平面  $ABM \perp$  平面  $PCD$ ;
- (2) 求直线  $PC$  与平面  $ABM$  所成的角;
- (3) 求点  $O$  到平面  $ABM$  的距离.



21. (本小题满分12分)

数列  $\{a_n\}$  的通项  $a_n = n^2 \left(\cos^2 \frac{n\pi}{3} - \sin^2 \frac{n\pi}{3}\right)$ , 其前  $n$  项和为  $S_n$

- (1) 求  $S_n$ ;
- (2)  $b_n = \frac{S_{3n}}{n \cdot 4^n}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

22. (本小题满分14分)

如图, 已知圆  $G: (x-2)^2 + y^2 = r^2$  是椭圆  $\frac{x^2}{16} + y^2 = 1$  的内接  $\triangle ABC$  的内切圆, 其中

$A$  为椭圆的左顶点

- (1) 求圆  $G$  的半径  $r$ ;
- (2) 过点  $M(0,1)$  作圆  $G$  的两条切线交椭圆于  $E, F$  两点, 证明: 直线  $EF$  与圆  $G$  相切.

