2009年普通高等学校招生全国统一考试(广东A卷)

数学（文科）

本试卷共4页，21小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1.

答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。

2.

选择题每小题选出答案后，用2B铅笔将答题卡上对应题目悬想的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。

3.

费选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡个项目指定区域内相应位置上；如需改动，先花掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4.

作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，在作答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。

5. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

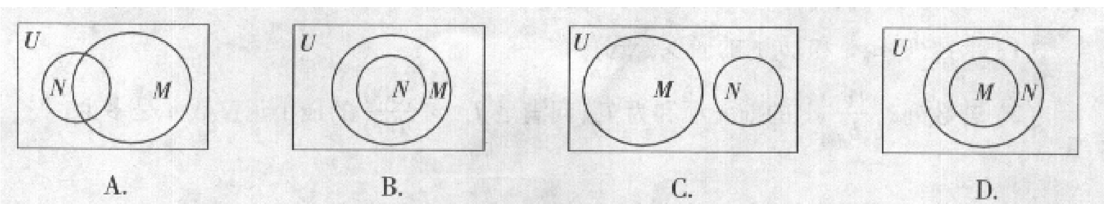
参考公式：

锥体的体积公式V=$\frac{1}{3}Sh$，其中S是锥体的底面积，h是锥体的高。

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知全集U=R，则正确表示集合M=｛—

1，0，1｝和N=｛$x|x^2+1=0$｝关系的韦恩（Venn）图是



2．下列n的取值中，使$i^n=1$(i是虚数单位)的是

A．n=2　　B．n=3　　C．n=4　　D．n=5

3．已知平面向量a =(*x*，1)，b =(—*x*，x^2)，则向量a+b

A．平行于x轴　　B．平行于第一、三象限的角平分线

C．平行于y轴　　D．平行于第二、四象限的角平分线

4．若函数 $y=f(x)$ 是函数 $y=a^x\left(a>0，且a\neq1\right)$ 的反函数，且 $f(2)=1$，则 $f(x)=$

A．$\log_2 x$　B．$\frac{1}{2^x}$　C．$\log_{\frac{1}{2}} x$　D．2^{x-2}

5．已知等比数列$\left\{a_n\right\}$的公比为正数，且$a_3\bullet a_9=2a_5^2$，$a_2=1$，则$a_1=$

A．$\frac{1}{2}$　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　C．$\sqrt{2}$　D．2

6．给定下列四个命题：

①若一个平面内的两条直线与另外一个平面都平行，那么这两个平面相互平行；

②若一个平面经过另一个平面的垂线，那么这两个平面相互垂直；

③垂直于同一直线的两条直线相互平行；

④若两个平面垂直，那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直。

其中，为真命题的是

A．①和②　B．②和③　C．③和④　D．②和④

7．已知ΔABC中，$\angle A，\angle B，\angle C$的对边分别为a，b，c。若a＝c＝$\sqrt{6}+\sqrt{2}$，且

$\angle A=75^\circ$，则b＝

A．2　B．$4+2\sqrt{3}$　C．$4-2\sqrt{3}$　D．$\sqrt{6}-\sqrt{2}$

8．函数$f(x)=(x-3)e^x$的单调递增区间是

A．$\left(-\infty,2\right)$　B．（0，3）　C．（1，4）　D．$\left(2,+\infty\right)$

9．函数$y=2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-1$是

A．最小正周期为π的奇函数　B．最小正周期为π的偶函数

C．最小正周期为$\dfrac{\pi}{2}$的奇函数　　　D．最小正周期为$\dfrac{\pi}{2}$的偶函数

10．广州2010年亚运会火炬传递在A，B，C，D，E五个城市之间进行，各城市之间的路线距离（单位：百公里）见右表。若以A为起点，E为终点，每个城市经过且只经过一次，那么火炬传递的最短路线距离是

	A	B	C	D	E
A	0	5	4	5	6
B	5	0	7	6	2
C	4	7	0	9	8.6
D	5	6	9	0	5
E	6	2	8.6	5	0

A．20.6　B．21　C．22　D．23

二、填空题：本大题共5小题，考生作答4小题，每小题5分，满分20分。

(一)必做题(11~13题)

11．某篮球队6名主力队员在最近三场比赛中投进的三分球个数如下表所示：

队员 i	1	2	3	4	5	6
三分球个数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

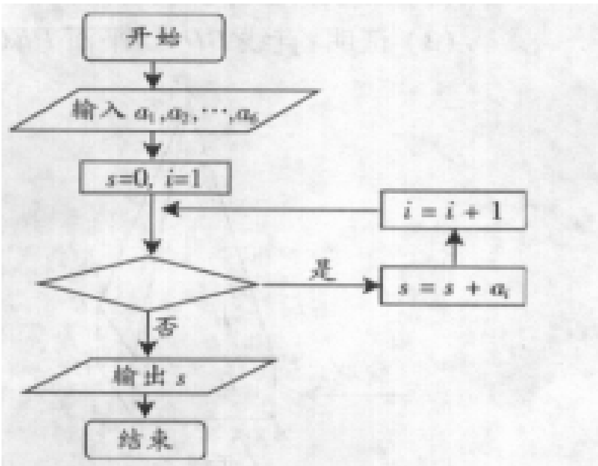


图 1

图1是统计该6名队员在最近三场比赛中投进的三分球总数的程序框图，则图中判断框应填_____，输出的s=_________。

(注：框图中的赋值符号“=”也可以写成“←”或“：=”)

12．某单位200名职工的年龄分布情况如图2，现要从中抽取40名职工作样本，用系统抽样法，将全体职工随机按1~200编号，并按编号顺序平均分为40组(1~5号，6~10号，···，196~200号)。若第5组抽出的号码为22，则第8组抽出的号码应是_____

。若用分层抽样方法，则40岁以下年龄段应抽取_____人。

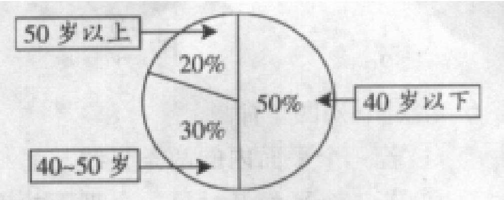


图 2

13．以点（2，－1）为圆心且与直线 $x+y=6$ 相切的圆的方程是______________________

_。

（二）选做题（14、15题，考生只能从中选作一题）

14．（坐标系与参数方程选做题）若直线 $\begin{cases} x=1-2t, \\ y=2+3t. \end{cases}$（$t$ 为参数）与直线 $4x+ky=1$ 垂直，则常数 k =________。

15．(几何证明选讲选做题)如图3，点A，B，C是圆 O 上的点，且 $AB=4$，$\angle ACB=30^{\circ}$，则圆 O 的面积等于__________________。

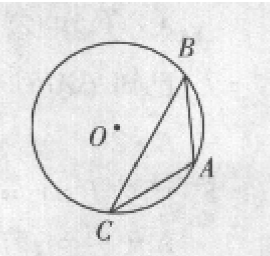


图 3

三、解答题：本大题共6小题，满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16．（本小题满分12分）

已知向量 $a=(\sin\theta, -2)$ 与 $b=(1,\cos\theta)$ 互相垂直，其中 $\theta=\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

（1） 求 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 的值；

（2） 若 $5\cos(\theta-\varphi)=3\sqrt{5\cos\varphi}, 0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$，求 $\cos\varphi$ 的值。

17．（本小题满分13分）

某高速公路收费站入口处的安全标识墩如图4所示。墩的上半部分是正四棱锥 $P-EFGH$，下半部分是长方体 $ABCD-EFGH$。图5、图6分别是该标识墩的正（主）视图和俯视图。

（1）请画出该安全标识墩的侧（左）视图；

（2）求该安全标识墩的体积；

（3）证明：直线 $BD\perp$ 平面 PEG.

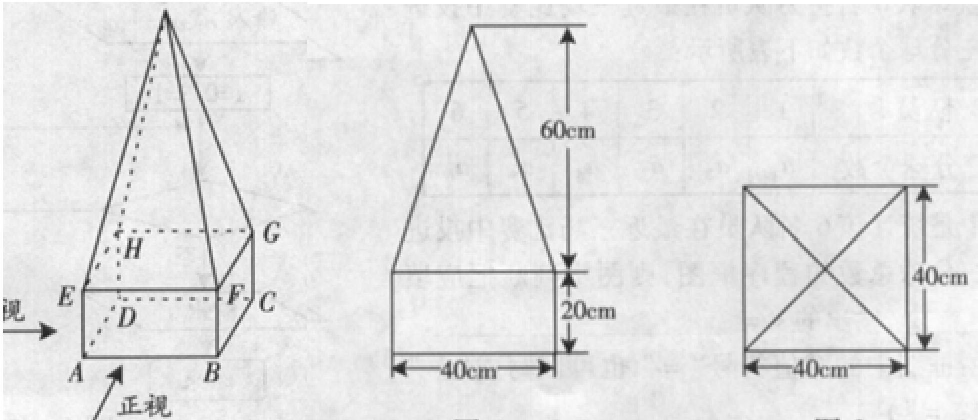


图4　图5　图6

18．（本小题满分13分）

随机抽取某中学甲、乙两班各10名同学，测量他们的身高（单位：cm），获得身高数据的茎叶图如图7。

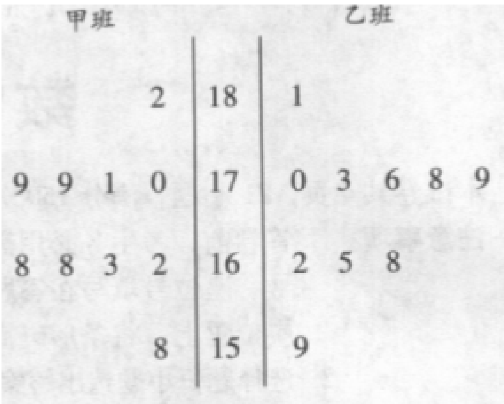


图7

（1）根据茎叶图判断哪个班的平均身高较高；

（2）计算甲班的样本方差；

（3）现从乙班这10名同学中随机抽取两名身高不低于173cm的同学，求身高为176cm的同学被抽中的概率。

19．（本小题满分14分）

已知椭圆G的中心在坐标原点，长轴在x轴上，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，两个焦点分别为F_1和F_2，椭圆G上一点到F_1和F_2的距离之和为12。圆C_k：$x^2+y^2+2ky-4y-21=0(k\in R)$的圆心为点$A_k$。

（1）求椭圆G的方程；

（2）求$\Delta A_kF_1F_2$面积；

（3）问是否存在圆C_k包围椭圆G？请说明理由。

20．（本小题满分14分）

已知点$(1,\frac{1}{3})$是函数$f(x)=a^x(a>0,且a\neq 1)$的图像上一点。等比数列$\{a_n\}$的前n项和为$f(n)-c$。数列$\{b_n\}(b_n>0)$的首项为c，且前n项和s_n满足

$s_n-s_{n-1}=\sqrt{s_n}+\sqrt{s_{n-1}}(n\geqslant 2)$

（1）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$T_n$，问满足$T_n>\frac{1000}{2009}$的最小正整数$n$是多少？

21．（本小题满分14分）

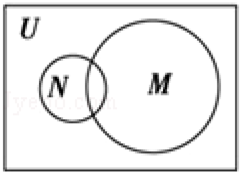
已知二次函数 $y=g(x)$ 的导函数的图像与直线 $y=2x$ 平行，且 $y=g(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极小值 $m-1(m\neq 0)$。设函数 $f(x)=\dfrac{g(x)}{x}$。

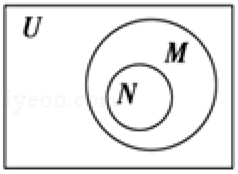
（1）若曲线 $y=f(x)$ 上的点 p 到点 $Q(0,2)$ 的距离的最小值为 $\sqrt{2}$，求 m 的值；

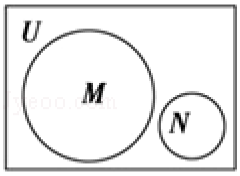
（2）$k(k\in R)$ 如何取值时，函数 $y=f(x)-kx$ 存在零点，并求出零点。

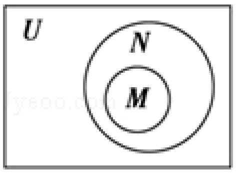
一、选择题（共10小题，每小题5分，满分50分）

1．（5分）（2009•广东）已知全集U=R，则正确表示集合M={－1，0，1}和N={x|x^2+x=0}关系的韦恩（Venn）图是（　　）

A．

B．

C．

D．

【考点】Venn图表达集合的关系及运算．

【专题】集合．

【分析】先化简集合N，得N={－1，0}，再看集合M，可发现集合N是M的真子集，对照韦恩（Venn）图即可选出答案．

【解答】解：．由N={x|x^2+x=0}，

得N={－1，0}．

∵M={－1，0，1}，

∴N⊂M，

故选B．

【点评】本小题主要考查Venn图表达集合的关系及运算、一元二次方程的解法等基础知识，考查运算求解能力，考查数形结合思想、化归与转化思想．属于基础题．

2．（5分）（2009•广东）下列n的取值中，使i^n=1（i是虚数单位）的是（　　）

A．n=2　B．n=3　C．n=4　D．n=5

【考点】虚数单位i及其性质．

【专题】数系的扩充和复数．

【分析】要使的虚数单位的n次方等于1，则n只能是4的整数倍，在本题所给的选项中，只有数字4符合题意，得到结果．

【解答】解：∵要使i^n；=1，

则n必须是4的整数倍，

在下列的选项中只有C符合题意，

故选C

【点评】本题考查虚数单位及性质，是一个基础题，题目若出现一定是一个必得分题目，不要忽视对这种简单问题的解答．

3．（5分）（2009•广东）已知平面向量$\vec{a}$=（x，1），$\vec{b}$=（－x，x^2），则向量$\vec{a}+\vec{b}$（　　）

A．平行于x轴

B．平行于第一、三象限的角平分线

C．平行于y轴

D．平行于第二、四象限的角平分线

【考点】平面向量的坐标运算.
【专题】平面向量及应用.
【分析】先做出两个向量的和，横标和纵标都用含x的代数式表示，结果和的横标为零，得到和向量与纵轴平行，要熟悉几种特殊的向量坐标特点，比如：与横轴平行的向量、与纵轴平行的向量.

【解答】解：$\vec{a}+\vec{b}$=（0，$1+x^2$），$1+x^2\neq 0$，

故$\vec{a}+\vec{b}$平行于y轴.

故选C
【点评】本题要求从坐标判断向量的特点，即用到向量的方向又用到向量的大小，大小和方向是向量的两个要素，分别是向量的代数特征和几何特征，借助于向量可以实现某些代数问题与几何问题的相互转化.

4．（5分）（2009•广东）若函数y=f（x）是函数$y=a^{x-a}$（a＞0，且a≠1）的反函数，且f（$\frac{1}{2}$）=1，则函数y=（　　）

A．$\log_2 x$ B．$\frac{1}{2^x}$ C．$\log_{\frac{1}{2}}x$ D．2^{x-2}

【考点】反函数.
【专题】函数的性质及应用.
【分析】由f（$\frac{1}{2}$）=1可得f^{-1}（1）=$\frac{1}{2}$，即$a^{1-a}=\frac{1}{2}$，解出a的值，即得函数y的解析式.

【解答】解：∵f（$\frac{1}{2}$）=1，

∴f^{-1}（1）=$\frac{1}{2}$，

由题意知$a^{1-a}=\frac{1}{2}$，

∴a=2，
$y=a^{x-a}$（a＞0，且a≠1）$y=2^{x-2}$，
故选D.
【点评】本题考查反函数的定义和反函数的求法，函数与反函数的关系.

5．（5分）（2009•广东）已知等比数列$\{a_n\}$的公比为正数，且$a_3•a_9=2a_5^2$，$a_2=1$，则a_1=（　　）

A．$\frac{1}{2}$ B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$ C．$\sqrt{2}$ D．2
【考点】等比数列的性质.
【专题】等差数列与等比数列.
【分析】设等比数列的公比为q，根据等比数列的通项公式把$a_3•a_9=2a^2{}_5$化简得到关于q的方程，由此数列的公比为正数求出q的值，然后根据等比数列的性质，由等比q的值和$a_2=1$即可求出a_1的值.

【解答】解：设公比为q，由已知得a_1q^2•a_1q^8=2（a_1q^4）^{2}，

即q^2=2，又因为等比数列$\{a_n\}$的公比为正数，

所以q=$\sqrt{2}$，故a_1=$\frac{a_2}{q}$=$\frac{1}{\sqrt{2}}$=$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选B.

【点评】此题考查学生灵活运用等比数列的性质及等比数列的通项公式化简求值，是一道中档题.

6．（5分）（2009•广东）给定下列四个命题：

①若一个平面内的两条直线与另一个平面都平行，那么这两个平面相互平行；

②若一个平面经过另一个平面的垂线，那么这两个平面相互垂直；

③垂直于同一直线的两条直线相互平行；

④若两个平面垂直，那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直.

其中，为真命题的是（　　）

A．①和②　B．②和③　C．③和④　D．②和④

【考点】平面与平面垂直的判定；平面与平面平行的判定.

【专题】空间位置关系与距离；简易逻辑.

【分析】从直线与平面平行与垂直，平面与平面平行与垂直的判定与性质，考虑选项中的情况，找出其它可能情形加以判断，推出正确结果.

【解答】解：①若一个平面内的两条直线与另一个平面都平行，

那么这两个平面相互平行；如果这两条直线平行，可能得到两个平面相交，所以不正确.

②若一个平面经过另一个平面的垂线，那么这两个平面相互垂直；这是判定定理，正确.

③垂直于同一直线的两条直线相互平行；可能是异面直线．不正确.

④若两个平面垂直，那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直.

正确.

故选：D.

【点评】本题考查平面与平面垂直的判定，平面与平面平行的判定，是基础题.

7．（5分）（2009•广东）已知△ABC中，∠A，∠B，∠C的对边分别为a，b，c．若a=c=$\sqrt{6}+\sqrt{2}$，且∠A=75°，则b=（　　）

A．2　B．4+2$\sqrt{3}$　C．4﹣2$\sqrt{3}$　D．$\sqrt{6}-\sqrt{2}$

【考点】正弦定理.

【专题】解三角形.

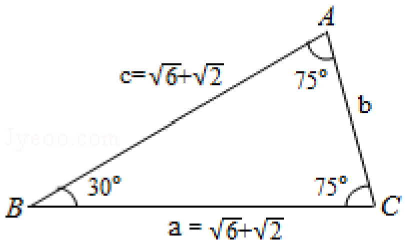
【分析】先根据三角形内角和求得B的值，进而利用正弦定理和a的值以及sin75°的值，求得b.

【解答】解：如图所示．在△ABC中，

由正弦定理得：$\frac{b}{\sin 30^\circ}$=$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sin 75^\circ}$=$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sin(45^\circ+30^\circ)}$=4，

∴b=2.

故选A



【点评】本题主要考查了正弦定理的应用．正弦定理常用与已知三角形的两角与一边，解三角形；已知三角形的两边和其中一边所对的角，解三角形；运用a：b：c=sinA：sinB：sinC解决角之间的转换关系．

8．（5分）（2009•广东）函数f（x）=（x﹣3）e^x的单调递增区间是（　　）

A．（﹣∞，2）　B．（0，3）　C．（1，4）　D．（2，+∞）

【考点】利用导数研究函数的单调性．

【专题】函数的性质及应用．

【分析】若求解函数f（x）的单调递增区间，利用导数研究函数的单调性的性质，对f（x）求导，令f′（x）＞0，解出x的取值区间，要考虑f（x）的定义域．

【解答】解：f′（x）=（x﹣3）′e^x+（x﹣3）（e^x）′=（x﹣2）e^x，求f（x）的单调递增区间，令f′（x）＞0，解得x＞2，故选D．

【点评】本题主要考查利用导数研究函数的单调性的这一性质，值得注意的是，要在定义域内求解单调区间．

9．（5分）（2009•广东）函数$y=2\cos^2(x-\frac{\pi}{4})-1$是（　　）

A．最小正周期为π的奇函数　　B．最小正周期为π的偶函数

C．最小正周期为$\frac{\pi}{2}$的奇函数　D．最小正周期为$\frac{\pi}{2}$的偶函数

【考点】三角函数的周期性及其求法；函数奇偶性的判断．

【专题】三角函数的图像与性质．

【分析】利用二倍角公式化简为一个角的一个三角函数的形式，求出周期，判定奇偶性．

【解答】解：由$y=2\cos^2(x-\frac{\pi}{4})-1=\cos(2x-\frac{\pi}{2})=\sin 2x$，

∴T=π，且y=sin2x奇函数，即函数$y=2\cos^2(x-\frac{\pi}{4})-1$是奇函数．

故选A．

【点评】本题考查三角函数的周期性及其求法，函数奇偶性的判断，是基础题．

10．（5分）（2009•广东）广州2010年亚运会火炬传递在A，B，C，D，E五个城市之间进行，各城市之间的距离（单位：百公里）见表．若以A为起点，E为终点，每个城市经过且只经过一次，那么火炬传递的最短路线距离是（　　）

	A	B	C	D	E
A	0	5	4	5	6
B	5	0	7	6	2
C	4	7	0	9	8.6
D	5	6	9	0	5

E	6	2	8.6	5	0

A．20.6 B．21　C．22　D．23

【考点】频率分布表；统筹问题的思想及其应用的广泛性．

【专题】概率与统计．

【分析】以A为起点，E为终点，每个城市经过且只经过一次，那么火炬传递的路线是中间三个位置的排列共有A_3^3种结果，列举出六种结果的路途长度选出最短的路途，列出路径的长度，得到结果．

【解答】解：∵以A为起点，E为终点，每个城市经过且只经过一次，

那么火炬传递的路线是中间三个位置的排列共有$A_3^3=6$种结果，

列举出六种结果的路途长度选出最短的路途，

A→B→C→D→E，总长是26，

A→C→D→B→E，总长是21，

A→B→D→C→E，总长是28.6，

A→D→B→C→E，总长是26.6，

A→C→B→D→E，总长是22，

A→D→C→B→E，总长是23，

总上可知最短的路径是21．

故选B

【点评】本题考查频率分布表，考查统筹问题的思想及其应用的广泛性，考查利用统计问题解决实际问题，本题采用列举法来解题．

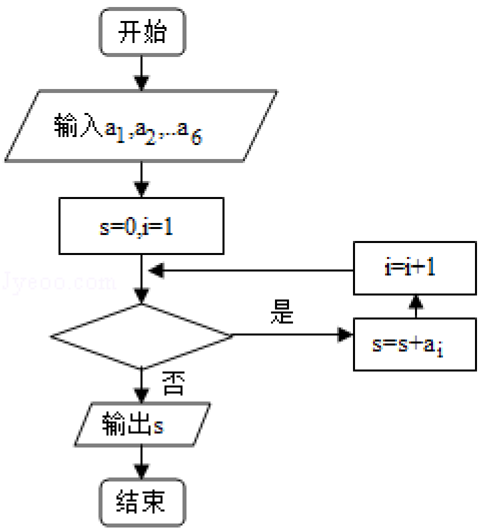
二、填空题（共5小题，每小题5分，第14-15题，属选做题，满分25分）

11．（5分）（2009•广东）某篮球队6名主力队员在最近三场比赛中投进的三分球个数如下表所示：

队员i	1	2	3	4	5	6
三分球个数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

如图是统计该6名队员在最近三场比赛中投进的三分球总数的程序框图，则图中判断框应填 $\underline{i\leq 6}$，输出的s= $\underline{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6}$

．（注：框图中的赋值符号“=”也可以写成“←”或“：=”）

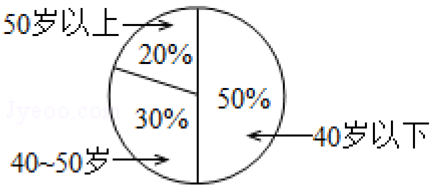


【考点】循环结构．

【专题】算法和程序框图．

【分析】根据程序框图设计意图是统计该6名队员在最近三场比赛中投进的三分球总数，可知循环体要执行6次，从而得到判断框应填，以及输出的S．
【解答】解：∵统计该6名队员在最近三场比赛中投进的三分球总数的程序框图
∴要求$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6$的和
由题意可知循环体要执行6次
所以图中判断框应填$i\le 6$
故答案为：$i\le 6$，$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6$
【点评】本题主要考查了当型循环结构，循环结构有两种形式：当型循环结构和直到型循环结构，当型循环是先判断后循环，直到型循环是先循环后判断，属于基础题．

12．（5分）（2009•广东）某单位200名职工的年龄分布情况如图，现要从中抽取40名职工作样本、用系统抽样法，将全体职工随机按1～200编号，并按编号顺序平均分为40组（1～5号，6～10号，…，196～200号）．若第5组抽出的号码为22，则第8组抽出的号码应是__37__．若用分层抽样方法，则40岁以下年龄段应抽取__20__人．



【考点】系统抽样方法；分层抽样方法．
【专题】概率与统计．
【分析】由分组可知，抽号的间隔为5，第5组抽出的号码为22，第6组抽出的号码为27，第7组抽出的号码为32，第8组抽出的号码为37．可以一次加上5得到下一组的编号，根据图中40岁以下的所占的比例，得到结果．
【解答】解：∵将全体职工随机按1～200编号，并按编号顺序平均分为40组，
由分组可知，抽号的间隔为5，
∵第5组抽出的号码为22，
∴第6组抽出的号码为27，第7组抽出的号码为32，第8组抽出的号码为37．
40岁以下的年龄段的职工数为$200\times 0.5=100$，
则应抽取的人数为$\frac{40}{200}\times 100=20$（人）．
故答案为：37；20
【点评】本题考查系统抽样，在系统抽样过程中得到的样本号码是最规则的一组编号，注意要能从一系列样本中选择出来．本题还考查分层抽样，是一个抽样的综合题目．

13．（5分）（2009•广东）以点（2，﹣1）为圆心且与直线$x+y=6$相切的圆的方程是__$(x-2)^2+(y+1)^2=\frac{25}{2}$__．
【考点】圆的标准方程；直线与圆的位置关系．
【专题】直线与圆．
【分析】由点到直线的距离求出半径，从而得到圆的方程．
【解答】解：将直线$x+y=6$化为$x+y-6=0$，
圆的半径$r=\frac{|2-1-6|}{\sqrt{1+1}}=\frac{5}{\sqrt{2}}$，

所以圆的方程为（x－2）^{2}+（y+1）^{2}=$\frac{25}{2}$.

答案：（x－2）^{2}+（y+1）^{2}=$\frac{25}{2}$

【点评】本题考查圆的性质和应用，解题时要认真审题，仔细解答．

14．（5分）（2009•广东）选做题：若直线y=2+3t．x=1－2t，（t为参数）与直线4x+ky=1垂直，则常数k=＿－6＿．

【考点】直线的参数方程；两条直线垂直与倾斜角、斜率的关系．

【专题】坐标系和参数方程．

【分析】先利用消参法将t消去，求出直线的直角坐标方程，然后根据两直线垂直则两斜率之积为－1，建立等量关系解之即可．

【解答】解：直线y=2+3t．x=1－2t，（t为参数）

消去参数t得：3x+2y－7=0

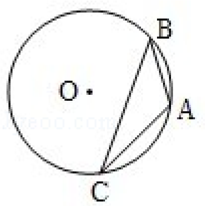
∵直线3x+2y－7=0与直线4x+ky=1垂直

∴$\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{k}\right)=-1$解得：k=－6

故答案为－6．

【点评】本题主要考查了直线的参数方程，以及两直线垂直的位置关系的判定，属于基础题．

15．（5分）（2009•广东）选做题：如图，点A、B、C是圆O上的点，且AB=4，∠ACB=30°，则圆O的面积等于＿16π＿．



【考点】圆内接多边形的性质与判定．

【专题】直线与圆．

【分析】连接辅助线，根据圆周角是30°，得到对应的圆心角是60°，根据圆的半径相等，得到三角形是一个等边三角形，求出半径的长度，根据圆的面积公式，得到结果．

【解答】解：连接OA，OB，

∵∠ACB=30°，

∴∠AoB=60°，

∴△AOB是一个等边三角形，

∴OA=AB=4，

∴⊙O的面积是16π

故答案为16π

【点评】本题考查圆周角的性质，考查等边三角形，考查圆的面积，是一个等边三角形，在解题时主要做法是构造等边三角形．

三、解答题（共6小题，满分80分）

16. （12分）（2009•广东）已知向量$\vec{a}=(\sin\theta, -2)$与$\vec{b}=(1, \cos\theta)$互相垂直，其中$\theta\in(0, \frac{\pi}{2})$．

（1）求sinθ和cosθ的值；

（2）若$\sin(\theta-\phi)=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$0<\phi<\frac{\pi}{2}$，求cosϕ的值．

【考点】同角三角函数基本关系的运用；平面向量数量积的性质及其运算律．

【专题】三角函数的求值；平面向量及应用．

【分析】（1）根据两向量垂直，求得sinθ和cosθ的关系代入$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$中求得sinθ和cosθ的值．

（2）先利用ϕ和θ的范围确定θ﹣ϕ的范围，进而利用同角三角函数基本关系求得cos（θ﹣ϕ）的值，进而利用cosϕ=cos[θ﹣（θ﹣φ）]根据两角和公式求得答案．

【解答】解：（1）$\because\vec{a}$与$\vec{b}$互相垂直，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sin\theta-2\cos\theta=0$，

即sinθ=2cosθ，代入$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$得$\sin\theta=\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\theta=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$，又$\theta\in(0, \frac{\pi}{2})$，

$\therefore\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$

（2）$\because 0<\phi<\frac{\pi}{2}$，$0<\theta<\frac{\pi}{2}$，

$\therefore -\frac{\pi}{2}<\theta-\phi<\frac{\pi}{2}$，则$\cos(\theta-\phi)=\sqrt{1-\sin^2(\theta-\phi)}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

$\therefore\cos\phi=\cos[\theta-(\theta-\phi)]=\cos\theta\cos(\theta-\phi)+\sin\theta\sin(\theta-\phi)=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

【点评】本题主要考查了同角三角函数基本关系的应用，两角和的余弦公式，向量的计算等．考查了学生综合分析问题和解决问题的能力．

17. （13分）（2009•广东）某高速公路收费站入口处的安全标识墩如图（1）所示．墩的上半部分是正四棱锥P﹣EFGH，下半部分是长方体ABCD﹣EFGH．图（2）、图（3）分别是该标识墩的正（主）视图和俯视图．

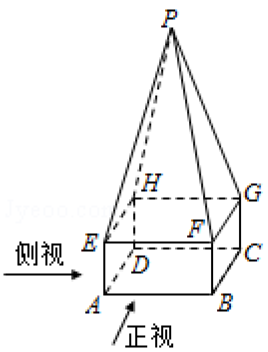


图1

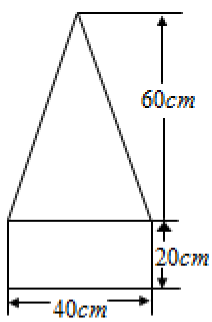


图2

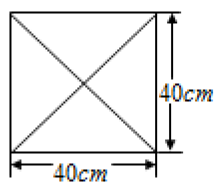
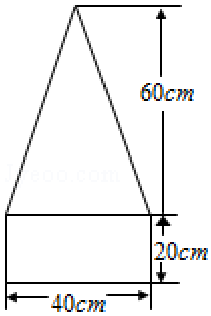


图3

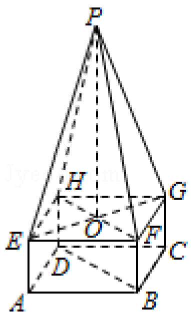
（1）请画出该安全标识墩的侧（左）视图；

（2）求该安全标识墩的体积；
（3）证明：直线BD⊥平面PEG．
【考点】由三视图求面积、体积．
【专题】立体几何．
【分析】（1）由题意直接画出三视图的侧（左）视图；
（2）根据三视图的数据直接求该安全标识墩的体积；
（3）如图，连接EG、HF及BD，EG与HF相交于O点，连接PO，证明直线BD⊥平面PEG，只需证明BD∥HF，HF⊥平面PEG．即可．
【解答】解：（1）侧视图同正视图：



（2）该安全标识墩的体积为$V=V_{P-EFGH}+V_{ABCD-EFGH}=\frac{1}{3}\times40^2\times60+40^2\times20$

$=32000+32000=64000$（cm^3）．
（3）证明：如图，连接EG、HF及BD，EG与HF相交于O点，连接PO，
由正四棱锥的性质可知，PO⊥平面EFGH，
∴PO⊥HF．又∵EG⊥HF，
∴HF⊥平面PEG．
又∵BD∥HF，∴BD⊥平面PEG．



【点评】本题是基础题，考查几何体的三视图，三视图的画法，几何体的体积的求法，准确判断几何体的形状是解题的关键．线面关系的证明，是中档题．

18．（13分）（2009•广东）随机抽取某中学甲乙两班各10名同学，测量他们的身高（单位：cm），获得身高数据的茎叶图如图．
（1）根据茎叶图判断哪个班的平均身高较高；
（2）计算甲班的样本方差；
（3）现从乙班这10名同学中随机抽取两名身高不低于173cm的同学，求身高为176cm的同学被抽中的概率．

甲		乙
2	18	1
9 9 1 0	17	0 3 6 8 9
8 8 3 2	16	2 5 8
8	15	9

【考点】茎叶图；极差、方差与标准差；等可能事件的概率.
【专题】概率与统计.
【分析】本题中"茎是百位和十位"，叶是个位，从图中分析出参与运算的数据，代入相应公式即可解答.
【解答】解：（1）由茎叶图可知：甲班身高集中于160～169之间，而乙班身高集中于170～180之间.
因此乙班平均身高高于甲班
（2）$\overline{x}=\frac{158+162+163+168+168+170+171+179+179+182}{10}=170$，
甲班的样本方差为
$\frac{1}{10}[(158-170)^2+(162-170)^2+(163-170)^2+(168-170)^2+(168-170)^2+(170-170)^2+(171-170)^2+(179-170)^2+(179-170)^2+(182-170)^2]=57$.
（3）设身高为176cm的同学被抽中的事件为A；
从乙班10名同学中抽中两名身高不低于173cm的同学有：（181，173）（181，176）（181，178）（181，179）（179，173）（179，176）（179，178）（178，173）（178，176）（176，173）共10个基本事件，而事件A含有4个基本事件．∴
$P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.（12分）
【点评】茎叶图的茎是高位，叶是低位，所以本题中"茎是百位和十位"，叶是个位，从图中分析出参与运算的数据，代入相应公式即可解答．从茎叶图中提取数据是利用茎叶图解决问题的关键.

19．（14分）（2009•广东）已知椭圆G的中心在坐标原点，长轴在x轴上，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，两个焦点分别为F_1和F_2，椭圆G上一点到F_1和F_2的距离之和为12．圆C_k：$x^2+y^2+2kx-4y-21=0$（k∈R）的圆心为点A_k.
（1）求椭圆G的方程
（2）求$\triangle A_kF_1F_2$的面积
（3）问是否存在圆C_k包围椭圆G？请说明理由.
【考点】椭圆的标准方程；椭圆的简单性质；椭圆的应用.
【专题】圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】（1）先设椭圆的标准方程，然后由椭圆定义知，椭圆G上一点到F_1、F_2的距离之和为12，即$2a=12$，求得a，再根据离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，求得c，最后利用椭圆中$b^2=a^2-c^2$求得b，则椭圆G的方程解决.
（2）先通过圆C_k：$x^2+y^2+2kx-4y-21=0$（$k\in R$）表示出其圆心A_k的坐标，则其纵坐标2为$\triangle A_kF_1F_2$的高，而F_1F_2的长度为焦距2c，所以代入三角形面积公式问题解决.
（3）先对k进行分类，再利用特殊点（即椭圆的左右两个顶点）可判定不论k为何值圆C_k都不能包围椭圆G.

【解答】解：（1）设椭圆G的方程为：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），半焦距为c，

则$\begin{cases}2a=12\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=6\\ c=3\sqrt{3}\end{cases}$，
$\therefore b^2=a^2-c^2=36-27=9$

所以椭圆G的方程为：$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$.

（2）由圆C_k的方程知，圆心A_K的坐标为（﹣k，2），
$\therefore S_{\triangle A_KF_1F_2}=\frac{1}{2}\times F_1F_2\times 2=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 2=6\sqrt{3}$.
（3）若$k\geq 0$，由$6^2+0^2+12k-0-21=15+12k>0$可知点（6，0）在圆$C_k$外，
若$k<0$，由$(-6)^2+0^2-12k-0-21=15-12k>0$可知点（﹣6，0）在圆$C_k$外；
$\therefore$不论k为何值圆C_k都不能包围椭圆G.
【点评】本题主要考查椭圆的标准方程与性质，同时与圆结合考查了圆的部分性质.

20．（14分）（2009•广东）已知点（1，$\frac{1}{2}$）是函数$f(x)=a^x$（$a>0$，且$a\neq 1$）的图象上一点，等比数列$\{a_n\}$的前n项和为$f(n)-c$，数列$\{b_n\}$（$b_n>0$）的首项为c，且前n项和S_n满足$S_n-S_{n-1}=\sqrt{S_n}+\sqrt{S_{n-1}}$（$n\geq 2$）.
（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；
（Ⅱ）若数列$\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\}$前n项和为T_n，问满足$T_n>\frac{999}{2010}$的最小正整数n是多少？
【考点】数列的求和；等比数列的通项公式；数列递推式.
【专题】等差数列与等比数列.
【分析】（1）先根据点（1，$\frac{1}{2}$）在$f(x)=a^x$上求出a的值，从而确定函数f（x）的解析式，再由等比数列$\{a_n\}$的前n项和为$f(n)-c$求出数列$\{a_n\}$的公比和首项，得到数列$\{a_n\}$的通项公式；由数列$\{b_n\}$的前n项和S_n满足$S_n-S_{n-1}=\sqrt{S_n}+\sqrt{S_{n-1}}$可得到数列$\{\sqrt{S_n}\}$构成一个首项为1公差为1的等差数列，进而得到数列$\{\sqrt{S_n}\}$的通项公式，再由$b_n=S_n-S_{n-1}$可确定$\{b_n\}$的通项公式.

（2）先表示出T_n再利用裂项法求得的表达式T_n，根据$T_n>\frac{999}{2010}$求得n．

【解答】解：（Ⅰ）∵f（1）=a=$\frac{1}{2}$

∴f（x）=（$\frac{1}{2}$）^{x}，

∴a_1=f（1）－c=$\frac{1}{2}$－c，

∴a_2=[f（2）－c]－[f（1）－c]=－$\frac{1}{4}$，a_3=[f（3）－c]－[f（2）－c]=－$\frac{1}{8}$

又数列$\{a_n\}$成等比数列，

$a_1=\frac{a_2^2}{a_3}=-\frac{1}{2}$，

∵$a_1=\frac{1}{2}-c$

∴$-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-c$，∴c=1

又公比$q=\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{2}$

所以$a_n=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=-\left(\frac{1}{2}\right)^n$，n∈N；

∵$S_n-S_{n-1}=\left(\sqrt{S_n}+\sqrt{S_{n-1}}\right)\left(\sqrt{S_n}-\sqrt{S_{n-1}}\right)=\sqrt{S_n}+\sqrt{S_{n-1}}$（n≥2）

又$b_n>0$，$\sqrt{S_n}>0$，∴$\sqrt{S_n}-\sqrt{S_{n-1}}=1$；

∴数列$\{\sqrt{S_n}\}$构成一个首项为1公差为1的等差数列，

∴$\sqrt{S_n}=1+(n-1)\times1=n$，$S_n=n^2$

当n≥2，$b_n=S_n-S_{n-1}=n^2-(n-1)^2=2n-1$；

又$b_1=c=1$适合上式，∴$b_n=2n-1$（n∈N）；

（Ⅱ）$T_n=\frac{1}{b_1b_2}+\frac{1}{b_2b_3}+\ldots+\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)\times(2n+1)}$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\ldots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2n+1}$

由$T_n=\frac{n}{2n+1}>\frac{999}{2010}$，得$n>\frac{333}{4}$

满足$T_n>\frac{999}{2010}$的最小正整数为84．

【点评】本题主要考查等差数列和等比数列的通项公式及数列的求和问题．考查学生综合分析问题的能力．

21．（14分）（2009•广东）已知二次函数y=g（x）的导函数的图象与直线y=2x平行，且y=g（x）在x=﹣1处取得极小值m﹣1（m≠0）．设$f(x)=\frac{g(x)}{x}$.

（1）若曲线y=f（x）上的点P到点Q（0，2）的距离的最小值为$\sqrt{2}$，求m的值；

（2）k（k∈R）如何取值时，函数y=f（x）﹣kx存在零点，并求出零点．

【考点】根的存在性及根的个数判断；函数零点的判定定理；利用导数研究函数的极值．

【专题】导数的综合应用．

【分析】（1）先根据二次函数的顶点式设出函数g（x）的解析式，然后对其进行求导，根据g（x）的导函数的图象与直线y=2x平行求出a的值，进而可确定函数g（x）、f（x）的解析式，然后设出点P的坐标，根据两点间的距离公式表示出|PQ|，再由基本不等式表示其最小值即可．

（2）先根据（1）的内容得到函数y=f（x）﹣kx的解析式，即（1﹣k）x^2+2x+m=0，然后先对二次项的系数等于0进行讨论，再当二次项的系数不等于0时，即为二次方程时根据方程的判别式进行讨论即可得到答案．

【解答】解：（1）依题可设g（x）=a（x+1）^{2}+m﹣1（a≠0），则g'（x）=2a（x+1）=2ax+2a；

又g'（x）的图象与直线y=2x平行∴2a=2∴a=1

∴g（x）=（x+1）^{2}+m﹣1=x^2+2x+m，$f(x)=\frac{g(x)}{x}=x+\frac{m}{x}+2$，

设P（x_o，y_o），则$|PQ|^2=x_0^2+(y_0-2)^2=x_0^2+(x_0+\frac{m}{x_0})^2=$

$2x_0^2+\frac{m^2}{x_0^2}+2m\geqslant 2\sqrt{2m^2}+2m=2\sqrt{2}|m|+2m$

当且仅当$2x_0^2=\frac{m^2}{x_0^2}$时，$|PQ|^2$取得最小值，即|PQ|取得最小值$\sqrt{2}$

当m＞0时，$\sqrt{(2\sqrt{2}+2)m}=\sqrt{2}$解得$m=\sqrt{2}-1$

当m＜0时，$\sqrt{(-2\sqrt{2}+2)m}=\sqrt{2}$解得$m=-\sqrt{2}-1$

（2）由$y=f(x)-kx=(1-k)x+\frac{m}{x}+2=0$（x≠0），得（1﹣k）$x^2$+2x+m=0（*）

当k=1时，方程（*）有一解$x=-\frac{m}{2}$，函数y=f（x）﹣kx有一零点$x=-\frac{m}{2}$；

当k≠1时，方程（*）有二解⇔△=4﹣4m（1﹣k）＞0，

若m＞0，$k>1-\frac{1}{m}$，

函数y=f（x）﹣kx有两个零点$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4m(1-k)}}{2(1-k)}$，即$x=\frac{1\pm\sqrt{1-m(1-k)}}{k-1}$；

若m＜0，$k<1-\frac{1}{m}$，

函数y=f（x）﹣kx有两个零点$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4m(1-k)}}{2(1-k)}$，即$x=\frac{1\pm\sqrt{1-m(1-k)}}{k-1}$；

当k≠1时，方程（*）有一解⇔△=4﹣4m（1﹣k）=0，$k=1-\frac{1}{\pi}$，

函数y=f（x）﹣kx有一零点$x=\frac{1}{k-1}=-\pi$

综上，当k=1时，函数y=f（x）﹣kx有一零点$x=-\frac{\pi}{2}$；

当$k>1-\frac{1}{\pi}$（m>0），或$k<1-\frac{1}{\pi}$（m<0）时，

函数y=f（x）﹣kx有两个零点$x=\frac{1\pm\sqrt{1-m(1-k)}}{k-1}$；

当$k=1-\frac{1}{\pi}$时，函数y=f（x）﹣kx有一零点$x=\frac{1}{k-1}=-\pi$.

【点评】本题主要考查二次函数的顶点式、导数的几何意义、函数零点与方程根的关系．主要考查基础知识的综合运用和学生的计算能力．