2008年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

理科数学（必修+选修Ⅱ）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共12小题，每小题5分，共60分）.

1．复数$\dfrac{i(2+i)}{1-2i}$等于（　　）

A．i　　B．$-i$　　C．1　　D．-1

2．已知全集$U=\{1,2,3,4,5\}$，集合$A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid x=2a，\ a\in A\}$，则集合$\complement_U(A\cup B)$中元素的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．$\triangle ABC$的内角$A，B，C$的对边分别为$a，b，c$，若$c=\sqrt{2}，b=\sqrt{6}，B=120^\circ$，则$a$等于（　　）

A．$\sqrt{6}$　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

4．已知$\{a_n\}$是等差数列，$a_1+a_2=4$，$a_7+a_8=28$，则该数列前10项和S_{10}等于（　　）

A．64　　B．100　　C．110　　D．120

5．直线$\sqrt{3}x-y+m=0$与圆$x^2+y^2-2x-2=0$相切，则实数m等于（　　）

A．$\sqrt{3}$或$-\sqrt{3}$　　B．$-\sqrt{3}$或$3\sqrt{3}$　　C．$-3\sqrt{3}$或$\sqrt{3}$　　D．$-3\sqrt{3}$或$3\sqrt{3}$

6．“$a=\dfrac{1}{8}$”是“对任意的正数x，$2x+\dfrac{a}{x}\geqslant 1$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知函数$f(x)=2^{x+3}$，$f^{-1}(x)$是$f(x)$的反函数，若$mn=16$（$m，n\in \mathbf{R}^+$），则$f^{-1}(m)+f^{-1}(n)$的值为（　　）

A．-2　　B．1　　C．4　　D．10

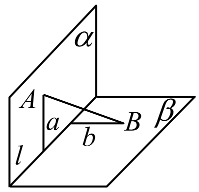
8．双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别是$F_1，F_2$，过$F_1$作倾斜角为$30^\circ$的直线交双曲线右支于$M$点，若$MF_2$垂直于$x$轴，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{6}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

9．如图，$\alpha\perp\beta，\alpha\cap\beta=l，A\in\alpha，B\in\beta，A，B$到$l$的距离分别是$a$和$b$，$AB$与$\alpha，\beta$所成的角分别是$\theta$和$\varphi$，$AB$在$\alpha，\beta$内的射影分别是$m$和$n$，若$a>b$，则（　　）

A．$\theta>\varphi$，$m>n$　　B．$\theta>\varphi$，$m<n$

C．$\theta<\varphi$，$m<n$　　D．$\theta<\varphi$，$m>n$



10．已知实数 x，y 满足 $\begin{cases} y\geqslant 1, \\ y\leqslant 2x-1, \\ x+y\leqslant m. \end{cases}$ 如果目标函数 $z=x-y$ 的最小值为 -1，则实数 m 等于（　　）

A．7　　B．5　　C．4　　D．3

11．定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$（x，$y\in\mathbf{R}$），$f(1)=2$，则 $f(-3)$ 等于（　　）

A．2　　B．3　　C．6　　D．9

12．为提高信息在传输中的抗干扰能力，通常在原信息中按一定规则加入相关数据组成传输信息．设定原信息为 $a_0a_1a_2, a_i\in\{0,1\}$（$i=0,1,2$），传输信息为 $h_0a_0a_1a_2h_1$，其中 $h_0=a_0\oplus a_1$，$h_1=h_0\oplus a_2$，$\oplus$ 运算规则为：$0\oplus 0=0$，$0\oplus 1=1$，$1\oplus 0=1$，$1\oplus 1=0$，例如原信息为 111，则传输信息为 01111．传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错，则下列接收信息一定有误的是（　　）

A．11010　　B．01100　　C．10111　　D．00011

二、填空题：把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）．

13．$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+a)n+1}{n+a}=2$，则 $a=$________．

14．长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各顶点都在球 O 的球面上，其中 $AB:AD:AA_1=1:1:\sqrt{2}$．A，B 两点的球面距离记为 m，A，D_1 两点的球面距离记为 n，则 $\dfrac{m}{n}$ 的值为________．

15．关于平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$．有下列三个命题：

①若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$．②若 $\boldsymbol{a}=(1,k)$，$\boldsymbol{b}=(-2,6)$，$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则 $k=-3$．

③非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°．

其中真命题的序号为________．（写出所有真命题的序号）

16．某地奥运火炬接力传递路线共分 6 段，传递活动分别由 6 名火炬手完成．如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生，最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生，则不同的传递方案共有________种．（用数字作答）．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤（本大题共 6 小题，共 74 分）

17．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2\sin\dfrac{x}{4}\cos\dfrac{x}{4}-2\sqrt{3}\sin^2\dfrac{x}{4}+\sqrt{3}$．

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期及最值；

（Ⅱ）令 $g(x)=f\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，判断函数 $g(x)$ 的奇偶性，并说明理由．

18．（本小题满分 12 分）

某射击测试规则为：每人最多射击 3 次，击中目标即终止射击，第 i 次击中目标得 $1\sim i\ (i=1,2,3)$ 分，3 次均未击中目标得 0 分．已知某射手每次击中目标的概率为 0.8，其各次射击结果互不影响．

（Ⅰ）求该射手恰好射击两次的概率；

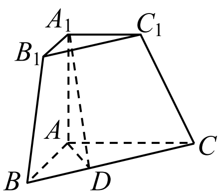
（Ⅱ）该射手的得分记为 ξ，求随机变量 ξ 的分布列及数学期望．

19．（本小题满分 12 分）

三棱锥被平行于底面 ABC 的平面所截得的几何体如图所示，截面为 $A_1B_1C_1$，$\angle BAC=90^\circ$，$A_1A\perp$ 平面 ABC，$A_1A=\sqrt{3}$，$AB=\sqrt{2}$，$AC=2$，$A_1C_1=1$，$\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{1}{2}$．

（Ⅰ）证明：平面 $A_1AD\perp$ 平面 BCC_1B_1；

（Ⅱ）求二面角 $A-CC_1-B$ 的大小．



20．（本小题满分 12 分）

已知抛物线 C：$y=2x^2$，直线 $y=kx+2$ 交 C 于 A，B 两点，M 是线段 AB 的中点，过 M 作 x 轴的垂线交 C 于点 N．

（Ⅰ）证明：抛物线 C 在点 N 处的切线与 AB 平行；

（Ⅱ）是否存在实数 k 使 $\overrightarrow{NA}\bullet\overrightarrow{NB}=0$，若存在，求 k 的值；若不存在，说明理由．

21．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{kx+1}{x^2+c}$（$c>0$ 且 $c\neq 1$，$k\in\mathbf{R}$）恰有一个极大值点和一个极小值点，其中一个是 $x=-c$．

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的另一个极值点；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的极大值 M 和极小值 m，并求 $M-m\geqslant 1$ 时 k 的取值范围．

22．（本小题满分 14 分）

已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=\dfrac{3}{5}$，$a_{n+1}=\dfrac{3a_n}{2a_n+1}$，$n=1,2,\cdots$．

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）证明：对任意的$x>0$，$a_n\geqslant\dfrac{1}{1+x}-\dfrac{1}{(1+x)^2}\left(\dfrac{2}{3^n}-x\right)$，$n=1,2,\cdots$；

（Ⅲ）证明：$a_1+a_2+\cdots+a_n>\dfrac{n^2}{n+1}$．

2008 年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

理科数学（必修+选修Ⅱ）参考答案

一、1．D　2．B　3．D　4．B　5．C　6．A　7．A
　　8．B　9．D　10．B　11．C　12．C

二、13．1　14．$\dfrac{1}{2}$　15．②　16．96

三、17．解：（Ⅰ）$\because f(x)=\sin\dfrac{x}{2}+\sqrt{3}(1-2\sin^2\dfrac{x}{4})=\sin\dfrac{x}{2}+\sqrt{3}\cos\dfrac{x}{2}=2\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)$．

$\therefore f(x)$的最小正周期$T=\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$．

当$\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)=-1$时，$f(x)$取得最小值$-2$；当$\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)=1$时，$f(x)$取得最大值 2．

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$f(x)=2\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)$．又$g(x)=f\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$．

$\therefore g(x)=2\sin\left[\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)+\dfrac{\pi}{3}\right]=2\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{2}\right)=2\cos\dfrac{x}{2}$．

$\because\ g(-x)=2\cos\left(-\dfrac{x}{2}\right)=2\cos\dfrac{x}{2}=g(x)$.

$\therefore$ 函数 $g(x)$ 是偶函数.

18.（Ⅰ）设该射手第 i 次击中目标的事件为 $A_i(i=1,2,3)$，则 $P(A_i)=0.8$，$P(\overline{A_i})=0.2$，

$P(\overline{A_i}A_i)=P(\overline{A_i})P(A_i)=0.2\times0.8=0.16$.

（Ⅱ）ξ 可能取的值为 0，1，2，3．　　ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	0.008	0.032	0.16	0.8

$E_\xi=0\times0.008+1\times0.032+2\times0.16+3\times0.8=2.752$.

19．解法一：（Ⅰ）$\because\ A_1A\perp$ 平面 ABC，$BC\subset$ 平面 ABC，

$\therefore\ A_1A\perp BC$ ．在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$AB=\sqrt{2}$，$AC=2$，$\therefore BC=\sqrt{6}$，

$\because BD:DC=1:2$，$\therefore BD=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，又 $\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{AB}{BC}$，

$\therefore\triangle DBA\backsim\triangle ABC$，$\therefore\angle ADB=\angle BAC=90^\circ$，即 $AD\perp BC$.

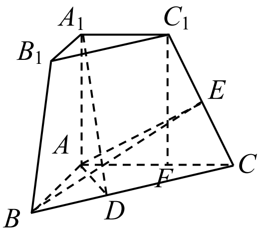
又 $A_1A\cap AD=A$，$\therefore BC\perp$ 平面 A_1AD，

$\because BC\subset$ 平面 BCC_1B_1，$\therefore$ 平面 $A_1AD\perp$ 平面 BCC_1B_1 .

（Ⅱ）如图，作 $AE\perp C_1C$ 交 C_1C 于 E 点，连接 BE，

由已知得 $AB\perp$ 平面 ACC_1A_1 .

$\therefore AE$ 是 BE 在面 ACC_1A_1 内的射影.



（第 19 题，解法一）

由三垂线定理知 $BE\perp CC_1$，

$\therefore\angle AEB$ 为二面角 $A-CC_1-B$ 的平面角.

过 C_1 作 $C_1F\perp AC$ 交 AC 于 F 点，

则 $CF=AC-AF=1$，$C_1F=A_1A=\sqrt{3}$，

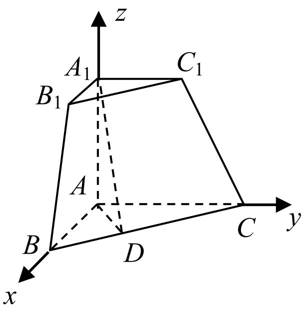
$\therefore \angle C_1CF = 60^\circ$.

在 Rt△AEC 中，$AE = AC\sin 60^\circ = 2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

在 Rt△BAE 中，$\tan AEB = \dfrac{AB}{AE} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

$\therefore \angle AEB = \arctan\dfrac{\sqrt{6}}{3}$,

即二面角 $A-CC_1-B$ 为 $\arctan\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.



（第 19 题，解法二）

解法二：（Ⅰ）如图，建立空间直角坐标系，

则 $A(0,0,0)$，$B(\sqrt{2},0,0)$，$C(0,2,0)$，$A_1(0,0,\sqrt{3})$，$C_1(0,1,\sqrt{3})$，

$\because BD:DC = 1:2$，$\therefore \overrightarrow{BD} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

$\therefore D$ 点坐标为 $\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{2}{3},0\right)$.

$\therefore \overrightarrow{AD} = \left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{2}{3},0\right)$，$\overrightarrow{BC} = (-\sqrt{2},2,0),\overrightarrow{AA_1} = (0,0,\sqrt{3})$.

$\because \overrightarrow{BC}\bullet\overrightarrow{AA_1} = 0$，$\overrightarrow{BC}\bullet\overrightarrow{AD} = 0$，$\therefore BC\perp AA_1$，$BC\perp AD$，又 $A_1A\cap AD = A$，

$\therefore BC\perp$ 平面 A_1AD，又 $BC\subset$ 平面 BCC_1B_1，$\therefore$ 平面 $A_1AD\perp$ 平面 BCC_1B_1.

（Ⅱ）$\because BA\perp$ 平面 ACC_1A_1，取 $\boldsymbol{m} = \overrightarrow{AB} = (\sqrt{2},0,0)$ 为平面 ACC_1A_1 的法向量，

设平面 BCC_1B_1 的法向量为 $\boldsymbol{n} = (l,\ m,\ n)$，则 $\overrightarrow{BC}\bullet\boldsymbol{n} = 0,\overrightarrow{CC_1}\bullet\boldsymbol{n} = 0$.

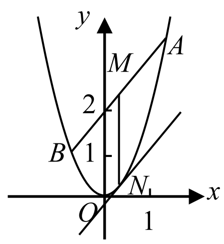
$\therefore \begin{cases} -\sqrt{2}l + 2m = 0, \\ -m + \sqrt{3}n = 0, \end{cases} \therefore l = \sqrt{2}m,\ n = \dfrac{\sqrt{3}}{3}m$,

如图，可取 $m = 1$，则 $\boldsymbol{n} = \left(\sqrt{2},1,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$,

$$\cos<\boldsymbol{m},\ \boldsymbol{n}> = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2} + 0\times 1 + 0\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 0^2 + 0^2}\bullet\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}} = \frac{\sqrt{15}}{5},$$

即二面角 $A-CC_1-B$ 为 $\arccos\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

20．解法一：（Ⅰ）如图，设 $A(x_1,2x_1{}^2)$ ， $B(x_2,2x_2{}^2)$ ，把 $y=kx+2$ 代入 $y=2x^2$ 得 $2x^2-kx-2=0$ ，



由韦达定理得 $x_1+x_2=\dfrac{k}{2}$ ， $x_1x_2=-1$ ，

$\therefore x_N=x_M=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{k}{4}$ ， $\therefore$ N 点的坐标为 $\left(\dfrac{k}{4},\dfrac{k^2}{8}\right)$.

设抛物线在点 N 处的切线 l 的方程为 $y-\dfrac{k^2}{8}=m\left(x-\dfrac{k}{4}\right)$ ，

将 $y=2x^2$ 代入上式得 $2x^2-mx+\dfrac{mk}{4}-\dfrac{k^2}{8}=0$ ，

$\because$ 直线 l 与抛物线 C 相切，

$\therefore \Delta=m^2-8\left(\dfrac{mk}{4}-\dfrac{k^2}{8}\right)=m^2-2mk+k^2=(m-k)^2=0$ ， $\therefore m=k$.

即 $l\ /\!/\ AB$.

（Ⅱ）假设存在实数 k ，使 $\overrightarrow{NA}\bullet\overrightarrow{NB}=0$ ，则 $NA\perp NB$ ，又 $\because$ M 是 AB 的中点，

$\therefore |MN|=\dfrac{1}{2}|AB|$.

由（Ⅰ）知 $y_M=\dfrac{1}{2}(y_1+y_2)=\dfrac{1}{2}(kx_1+2+kx_2+2)=\dfrac{1}{2}[k(x_1+x_2)+4]$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{k^2}{2}+4\right)=\frac{k^2}{4}+2.$$

$\because MN\perp x$ 轴， $\therefore |MN|=|y_M-y_N|=\dfrac{k^2}{4}+2-\dfrac{k^2}{8}=\dfrac{k^2+16}{8}$.

又 $|AB|=\sqrt{1+k^2}\bullet|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\bullet\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$$=\sqrt{1+k^2}\bullet\sqrt{\left(\frac{k}{2}\right)^2-4\times(-1)}=\frac{1}{2}\sqrt{k^2+1}\bullet\sqrt{k^2+16}.$$

$\therefore \dfrac{k^2+16}{8}=\dfrac{1}{4}\sqrt{k^2+1}\bullet\sqrt{k^2+16}$ ，解得 $k=\pm2$.

即存在 $k=\pm2$ ，使 $\overrightarrow{NA}\bullet\overrightarrow{NB}=0$.

解法二：（Ⅰ）如图，设 $A(x_1,2x_1^2)$， $B(x_2,2x_2^2)$ ，把 $y=kx+2$ 代入 $y=2x^2$ 得

$2x^2-kx-2=0$．由韦达定理得 $x_1+x_2=\dfrac{k}{2}$，$x_1x_2=-1$．

$\therefore x_N=x_M=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{k}{4}$，$\therefore N$ 点的坐标为 $\left(\dfrac{k}{4},\dfrac{k^2}{8}\right)$．$\because y=2x^2$，$\therefore y'=4x$，

$\therefore$ 抛物线在点 N 处的切线 l 的斜率为 $4\times\dfrac{k}{4}=k$，$\therefore l\parallel AB$．

（Ⅱ）假设存在实数 k，使 $\overrightarrow{NA}\bullet\overrightarrow{NB}=0$．

由（Ⅰ）知 $\overrightarrow{NA}=\left(x_1-\dfrac{k}{4},2x_1^2-\dfrac{k^2}{8}\right),\overrightarrow{NB}=\left(x_2-\dfrac{k}{4},2x_2^2-\dfrac{k^2}{8}\right)$，则

$$\overrightarrow{NA}\bullet\overrightarrow{NB}=\left(x_1-\frac{k}{4}\right)\left(x_2-\frac{k}{4}\right)+\left(2x_1^2-\frac{k^2}{8}\right)\left(2x_2^2-\frac{k^2}{8}\right)$$

$$=\left(x_1-\frac{k}{4}\right)\left(x_2-\frac{k}{4}\right)+4\left(x_1^2-\frac{k^2}{16}\right)\left(x_2^2-\frac{k^2}{16}\right)$$

$$=\left(x_1-\frac{k}{4}\right)\left(x_2-\frac{k}{4}\right)\bullet\left[1+4\left(x_1+\frac{k}{4}\right)\left(x_2+\frac{k}{4}\right)\right]$$

$$=\left[x_1x_2-\frac{k}{4}\left(x_1+x_2\right)+\frac{k^2}{16}\right]\bullet\left[1+4x_1x_2+k(x_1+x_2)+\frac{k^2}{4}\right]$$

$$=\left(-1-\frac{k}{4}\times\frac{k}{2}+\frac{k^2}{16}\right)\bullet\left[1+4\times(-1)+k\times\frac{k}{2}+\frac{k^2}{4}\right]$$

$$=\left(-1-\frac{k^2}{16}\right)\left(-3+\frac{3}{4}k^2\right)$$

$=0$，

$\because -1-\dfrac{k^2}{16}<0$，$\therefore -3+\dfrac{3}{4}k^2=0$，解得 $k=\pm 2$．

即存在 $k=\pm 2$，使 $\overrightarrow{NA}\bullet\overrightarrow{NB}=0$．

21．解：（Ⅰ）$f'(x)=\dfrac{k(x^2+c)-2x(kx+1)}{(x^2+c)^2}=\dfrac{-kx^2-2x+ck}{(x^2+c)^2}$，由题意知 $f'(-c)=0$，

即得 $c^2k-2c-ck=0$，（*）$\because c\neq 0$，$\therefore k\neq 0$．

由 $f'(x)=0$ 得 $-kx^2-2x+ck=0$，

由韦达定理知另一个极值点为$x=1$（或$x=c-\dfrac{2}{k}$）.

（Ⅱ）由（*）式得$k=\dfrac{2}{c-1}$，即$c=1+\dfrac{2}{k}$.

当$c>1$时，$k>0$；当$0<c<1$时，$k<-2$.

（i）当$k>0$时，$f(x)$在$(-\infty,-c)$和$(1,+\infty)$内是减函数，在$(-c,1)$内是增函数.

$\therefore M=f(1)=\dfrac{k+1}{c+1}=\dfrac{k}{2}>0$，

$m=f(-c)=\dfrac{-kc+1}{c^2+c}=\dfrac{-k^2}{2(k+2)}<0$，

由$M-m=\dfrac{k}{2}+\dfrac{k^2}{2(k+2)}\geqslant 1$及$k>0$，解得$k\geqslant\sqrt{2}$.

（ii）当$k<-2$时，$f(x)$在$(-\infty,-c)$和$(1,+\infty)$内是增函数，在$(-c,1)$内是减函数.

$\therefore M=f(-c)=\dfrac{-k^2}{2(k+2)}>0$，$m=f(1)=\dfrac{k}{2}<0$

$M-m=\dfrac{-k^2}{2(k+2)}-\dfrac{k}{2}=1-\dfrac{(k+1)^2+1}{k+2}\geqslant 1$恒成立.

综上可知，所求k的取值范围为$(-\infty,-2)\cup[\sqrt{2},+\infty)$.

22．解法一：（Ⅰ）$\because a_{n+1}=\dfrac{3a_n}{2a_n+1}$，$\therefore\dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3a_n}$，$\therefore\dfrac{1}{a_{n+1}}-1=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{a_n}-1\right)$，

又$\dfrac{1}{a_n}-1=\dfrac{2}{3}$，$\therefore\left(\dfrac{1}{a_n}-1\right)$是以$\dfrac{2}{3}$为首项，$\dfrac{1}{3}$为公比的等比数列.

$\therefore\dfrac{1}{a_n}-1=\dfrac{2}{3}\bullet\dfrac{1}{3^{n-1}}=\dfrac{2}{3^n}$，$\therefore a_n=\dfrac{3^n}{3^n+2}$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$a_n=\dfrac{3^n}{3^n+2}>0$，

$$\frac{1}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}\left(\frac{2}{3^n}-x\right)$$

$$=\frac{1}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}\left(\frac{2}{3^n}+1-1-x\right)$$

$$=\frac{1}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}\left[\frac{1}{a_n}-(1+x)\right]$$

$$=-\frac{1}{a_n}\bullet\frac{1}{(1+x)^2}+\frac{2}{1+x}$$

$$=-\frac{1}{a_n}\left(\frac{1}{1+x}-a_n\right)^2+a_n\leqslant a_n$$，$\therefore$原不等式成立.

（Ⅲ）由（Ⅱ）知，对任意的$x>0$，有

$$a_1+a_2+\cdots+a_n\geqslant\frac{1}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}\left(\frac{2}{3}-x\right)+\frac{1}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}\left(\frac{2}{3^2}-x\right)+\cdots+\frac{1}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}\left(\frac{2}{3^n}-x\right)$$

$$=\frac{n}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\cdots+\frac{2}{3^n}-nx\right).$$

$\therefore$取$x=\dfrac{1}{n}\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3^2}+\cdots+\dfrac{2}{3^n}\right)=\dfrac{\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)}{n\left(1-\frac{1}{3}\right)}=\dfrac{1}{n}\left(1-\dfrac{1}{3^n}\right)$，

则$a_1+a_2+\cdots+a_n\geqslant\dfrac{n}{1+\frac{1}{n}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)}=\dfrac{n^2}{n+1-\frac{1}{3^n}}>\dfrac{n^2}{n+1}$.

$\therefore$原不等式成立.

解法二：（Ⅰ）同解法一.

（Ⅱ）设$f(x)=\dfrac{1}{1+x}-\dfrac{1}{(1+x)^2}\left(\dfrac{2}{3^n}-x\right)$，

则$f'(x)=-\dfrac{1}{(1+x)^2}-\dfrac{-(1+x)^2-\left(\frac{2}{3^n}-x\right)\bullet 2(1+x)}{(1+x)^2}=\dfrac{2\left(\frac{2}{3^n}-x\right)}{(1+x)^2}$

$\because x>0$，

$\therefore$当$x<\dfrac{2}{3^n}$时，$f'(x)>0$；当$x>\dfrac{2}{3^n}$时，$f'(x)<0$，

$\therefore$当$x=\dfrac{2}{3^n}$时，$f(x)$取得最大值$f\left(\dfrac{2}{3^n}\right)=\dfrac{1}{1+\frac{2}{3^n}}=a_n$.

$\therefore$原不等式成立.

（Ⅲ）同解法一.

B 卷选择题答案：

1．D　2．C　3．A　4．B　5．C　6．A　7．D
8．C　9．C　10．B　11．B　12．D