2022年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号框，回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 集合 $M=\{2,4,6,8,10\},N=\{x|-1<x<6\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A. $\{2,4\}$　　B. $\{2,4,6\}$　　C. $\{2,4,6,8\}$　　D. $\{2,4,6,8,10\}$

2. 设 $(1+2\mathrm{i})a+b=2\mathrm{i}$，其中 a,b 为实数，则（　　）

A. $a=1,b=-1$　　B. $a=1,b=1$　　C. $a=-1,b=1$　　D. $a=-1,b=-1$

3. 已知向量 $\vec{a}=(2,1),\vec{b}=(-2,4)$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|$（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

4. 分别统计了甲、乙两位同学16周的各周课外体育运动时长（单位：h），得如下茎叶图：

甲		乙
6 1	5.	
8 5 3 0	6.	3
7 5 3 2	7.	4 6
6 4 2 1	8.	1 2 2 5 6 6 6 6
4 2	9.	0 2 3 8
	10.	1

则下列结论中错误的是（　　）

A. 甲同学周课外体育运动时长的样本中位数为7.4

B. 乙同学周课外体育运动时长的样本平均数大于8

C. 甲同学周课外体育运动时长大于8的概率的估计值大于0.4

D. 乙同学周课外体育运动时长大于 8 的概率的估计值大于 0.6

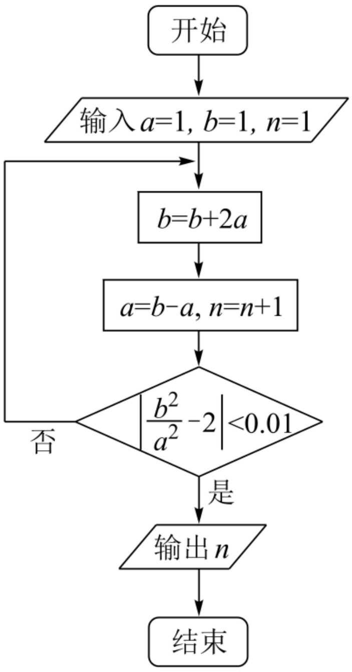
5. 若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y\ge 2, \\ x+2y\le 4, \\ y\ge 0, \end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值是（　　）

A. -2　　　B. 4　　　C. 8　　　D. 12

6. 设 F 为抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，点 A 在 C 上，点 $B(3,0)$，若 $|AF|=|BF|$，则 $|AB|=$（　　）

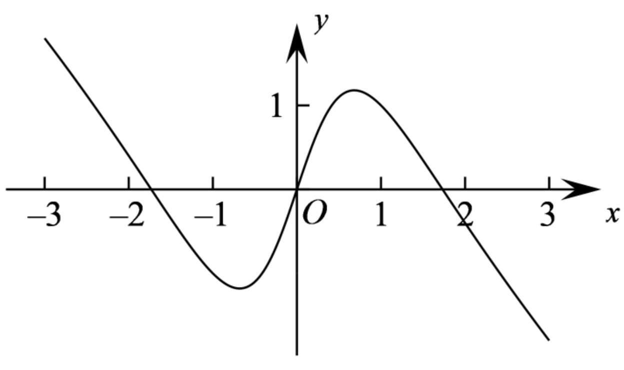
A. 2　　　B. $2\sqrt{2}$　　　C. 3　　　D. $3\sqrt{2}$

7. 执行下边的程序框图，输出的 $n=$（　　）



A. 3　　　B. 4　　　C. 5　　　D. 6

8. 如图是下列四个函数中的某个函数在区间 $[-3,3]$ 的大致图像，则该函数是（　　）



A. $y=\frac{-x^3+3x}{x^2+1}$　　B. $y=\frac{x^3-x}{x^2+1}$　　C. $y=\frac{2x\cos x}{x^2+1}$　　D. $y=\frac{2\sin x}{x^2+1}$

9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别为 AB,BC 的中点，则（　　）

A. 平面 $B_1EF\perp$ 平面 BDD_1　　B. 平面 $B_1EF\perp$ 平面 A_1BD

C. 平面 $B_1EF//$ 平面 A_1AC　　D. 平面 $B_1EF//$ 平面 A_1C_1D

10. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和为 168，$a_2-a_5=42$，则 $a_6=$（　　）

A. 14　　B. 12　　C. 6　　D. 3

11. 函数 $f(x)=\cos x+(x+1)\sin x+1$ 在区间 $[0,2\pi]$ 的最小值、最大值分别为（　　）

A. $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}$　　B. $-\frac{3\pi}{2},\frac{\pi}{2}$　　C. $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}+2$　　D. $-\frac{3\pi}{2},\frac{\pi}{2}+2$

12. 已知球 O 的半径为 1，四棱锥的顶点为 O，底面的四个顶点均在球 O 的球面上，则当该四棱锥的体积最大时，其高为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．若 $2S_3=3S_2+6$，则公差 $d=$_______.

14. 从甲、乙等 5 名同学中随机选 3 名参加社区服务工作，则甲、乙都入选的概率为___________.

15. 过四点 $(0,0),(4,0),(-1,1),(4,2)$ 中的三点的一个圆的方程为___________.

16. 若 $f(x)=\ln\left|a+\frac{1}{1-x}\right|+b$ 是奇函数，则 $a=$_____，$b=$______.

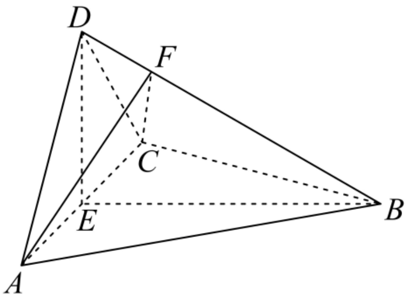
三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

17. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin C\sin(A-B)=\sin B\sin(C-A)$.

（1）若 $A=2B$，求 C;

（2）证明：$2a^2=b^2+c^2$

18. 如图，四面体 $ABCD$ 中，$AD\perp CD,AD=CD,\angle ADB=\angle BDC$，$E$ 为 AC 的中点.



（1）证明：平面 $BED\perp$ 平面 ACD；

（2）设 $AB=BD=2,\angle ACB=60^\circ$，点 F 在 BD 上，当 $\triangle AFC$ 的面积最小时，求三棱锥 $F-ABC$ 的体积．

19. 某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山．为估计一林区某种树木的总材积量，随机选取了 10 棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位：m^2）和材积量（单位：m^3），得到如下数据：

样本号 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
根部横截面积 x_i	0.04	0.06	0.04	0.08	0.08	0.05	0.05	0.07	0.07	0.06	0.6
材积量 y_i	0.25	0.40	0.22	0.54	0.51	0.34	0.36	0.46	0.42	0.40	3.9

并计算得 $\sum_{i=1}^{10}x_i^2=0.038,\sum_{i=1}^{10}y_i^2=1.6158,\sum_{i=1}^{10}x_iy_i=0.2474$．

（1）估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

（2）求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到 0.01）；

（3）现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为 $186m^2$．已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比．利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值．

附：相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}},\sqrt{1.896}\approx 1.377$．

20. 已知函数 $f(x)=ax-\dfrac{1}{x}-(a+1)\ln x$．

（1）当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 的最大值；

（2）若 $f(x)$ 恰有一个零点，求 a 的取值范围．

21. 已知椭圆 E 的中心为坐标原点，对称轴为 x 轴、y 轴，且过 $A\left(0,-2\right),B\left(\frac{3}{2},-1\right)$ 两点．

（1）求 E 的方程；

（2）设过点 $P\left(1,-2\right)$ 的直线交 E 于 M，N 两点，过 M 且平行于 x 轴的直线与线段 AB 交于点 T，点 H 满足 $\overrightarrow{MT}=\overrightarrow{TH}$．证明：直线 HN 过定点．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中选定一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑．按所涂题号进行评分，不涂、多涂均按所答第一题评分；多答按所答第一题评分.

[选修 4—4：坐标系与参数方程]

22. 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos 2t\\ y=2\sin t\end{cases}$，（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)+m=0$．

（1）写出 l 的直角坐标方程；

（2）若 l 与 C 有公共点，求 m 的取值范围．

[选修 4—5：不等式选讲]

23. 已知 a，b，c 都是正数，且 $a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}=1$，证明：

（1）$abc\le\frac{1}{9}$；

（2）$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\le\frac{1}{2\sqrt{abc}}$；