

2018年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

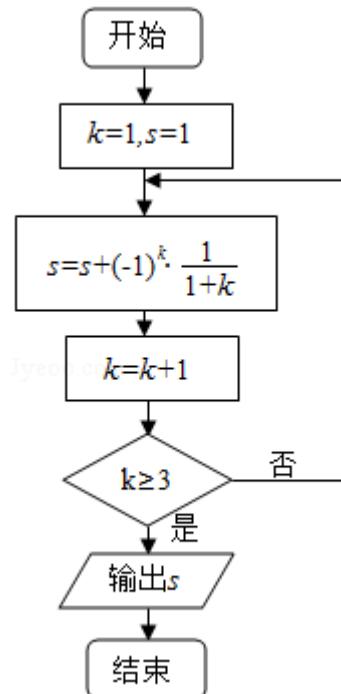
1. (5分) 已知集合 $A=\{x|x<2\}$, $B=\{-2, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$
C. $\{-2, 0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. (5分) 在复平面内, 复数 $\frac{1}{1-i}$ 的共轭复数对应的点位于()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{7}{6}$ D. $\frac{7}{12}$

4. (5分) 设 a, b, c, d 是非零实数, 则“ $ad=bc$ ”是“ a, b, c, d 成等比数列”的()

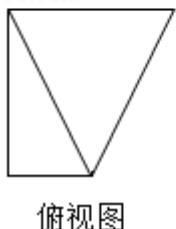
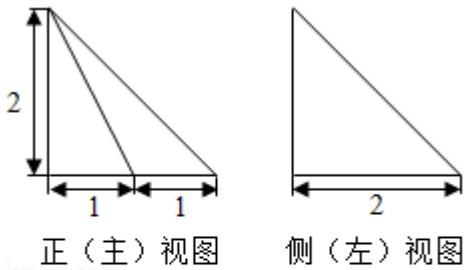
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. (5分) “十二平均律”是通用的音律体系, 明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例, 为这个理论的发展做出了重要贡献, 十二平均律将一个纯八度音程分成十二份, 依次得到十三个单音, 从第二个单音起, 每一个单音的频

率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$. 若第一个单音的频率为f, 则第
八个单音的频率为()

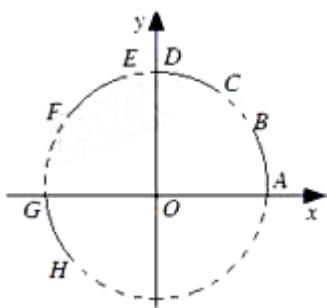
A. $\sqrt[3]{2}^f$ B. $\sqrt[3]{2}^2f$ C. $\sqrt[12]{2}^5f$ D. $\sqrt[12]{2}^7f$

6. (5分) 某四棱锥的三视图如图所示, 在此四棱锥的侧面中, 直角三角形的
个数为()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. (5分) 在平面直角坐标系中, \widehat{AB} , \widehat{CD} , \widehat{EF} , \widehat{GH} 是圆 $x^2+y^2=1$ 上的四段弧(如图), 点P在其中一段上, 角 α 以Ox为始边, OP为终边. 若 $\tan\alpha < \cos\alpha < \sin\alpha$, 则P所在的圆弧是()



A. \widehat{AB} B. \widehat{CD} C. \widehat{EF} D. \widehat{GH}

8. (5分) 设集合 $A=\{(x, y) | x-y\geq 1, ax+y>4, x-ay\leq 2\}$, 则()

A. 对任意实数a, $(2, 1) \in A$ B. 对任意实数a, $(2, 1) \notin A$
C. 当且仅当 $a<0$ 时, $(2, 1) \notin A$ D. 当且仅当 $a \leq \frac{3}{2}$ 时, $(2, 1) \notin A$

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。

9. (5分) 设向量 $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (-1, m)$. 若 $\vec{a} \perp (m\vec{a} - \vec{b})$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$

10. (5分) 已知直线l过点(1, 0)且垂直于x轴. 若l被抛物线 $y^2 = 4ax$ 截得的线段长为4, 则抛物线的焦点坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (5分) 能说明“若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”为假命题的一组a, b的值依次为 $\underline{\hspace{2cm}}$

12. (5分) 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ ($a > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (5分) 若x, y满足 $x+1 \leq y \leq 2x$, 则 $2y - x$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (5分) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + c^2 - b^2)$, 且 $\angle C$ 为钝角, 则 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$

; $\frac{c}{a}$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. (13分) 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1 = \ln 2$, $a_2 + a_3 = 5 \ln 2$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求 $e^{a_1} + e^{a_2} + \dots + e^{a_n}$.

16. (13分) 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 若 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, m]$ 上的最大值为 $\frac{3}{2}$, 求 m 的最小值.

17. (13分) 电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

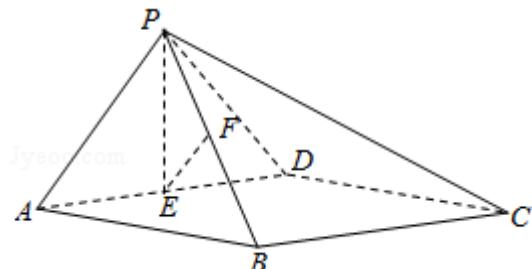
电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率是指：一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

- (I) 从电影公司收集的电影中随机选取1部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；
- (II) 随机选取1部电影，估计这部电影没有获得好评的概率；
- (III) 电影公司为增加投资回报，拟改变投资策略，这将导致不同类型电影的好评率发生变化. 假设表格中只有两类电影的好评率数据发生变化，那么哪类电影的好评率增加0.1，哪类电影的好评率减少0.1，使得获得好评的电影总部数与样本中的电影总部数的比值达到最大？(只需写出结论)

18. (14分) 如图，在四棱锥P - ABCD中，底面ABCD为矩形，平面PAD \perp 平面ABCD，PA \perp PD，PA=PD，E，F分别为AD，PB的中点.

- (I) 求证：PE \perp BC；
- (II) 求证：平面PAB \perp 平面PCD；
- (III) 求证：EF \parallel 平面PCD.



19. (13分) 设函数 $f(x) = [ax^2 - (3a+1)x + 3a+2]e^x$.

- (I) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为0, 求 a ;
(II) 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值, 求 a 的取值范围.

20. (14分) 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 焦距为 $2\sqrt{2}$

. 斜率为 k 的直线 l 与椭圆 M 有两个不同的交点 A, B .

- (I) 求椭圆 M 的方程;
(II) 若 $k=1$, 求 $|AB|$ 的最大值;
(III) 设 $P(-2, 0)$, 直线 PA 与椭圆 M 的另一个交点为 C , 直线 PB 与椭圆 M 的另一个交点为 D . 若 C, D 和点 $Q(-\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$ 共线, 求 k .