

绝密★启用前

2011年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷（理工农医类）

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

- 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页。
- 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置。
- 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位。在试卷上作答一律不得分。
- 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题。

一、填空题（56分）

- 函数 $f(x) = \frac{1}{x-2}$ 的反函数为 $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 若全集 $U = R$ ，集合 $A = \{x | x \geq 1\} \cup \{x | x \leq 0\}$ ，则 $C_U A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 设 m 为常数，若点 $F(0, 5)$ 是双曲线 $\frac{y^2}{m} - \frac{x^2}{9} = 1$ 的一个焦点，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 不等式 $\frac{x+1}{x} < 3$ 的解为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 在极坐标系中，直线 $\rho(2\cos\theta + \sin\theta) = 2$ 与直线 $\rho\cos\theta = 1$ 的夹角大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 在相距2千米的 A 、 B 两点处测量目标 C ，若 $\angle CAB = 75^\circ$, $\angle CBA = 60^\circ$ ，则 A 、 C 两点之间的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米。
- 若圆锥的侧面积为 2π ，底面积为 π ，则该圆锥的体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 函数 $y = \sin(\frac{\pi}{2} + x)\cos(\frac{\pi}{6} - x)$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 马老师从课本上抄录一个随机变量 ε 的概率分布律如下表
请小牛同学计算 ε 的数学期望，尽管“!”处无法完全看清，且两个“?”处字迹模糊，但能肯定这两个“?”处的数值相同。据此，小牛给出了正确答案 $E\varepsilon = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

x	1	2	3
$P(\varepsilon=x)$?	!	?
- 行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ($a, b, c, d \in \{-1, 1, 2\}$) 的所有可能值中，最大的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 在正三角形 ABC 中， D 是 BC 上的点， $AB = 3, BD = 1$ ，则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12、随机抽取9个同学中，至少有2个同学在同一月出生的概率是_____

(默认每月天数相同，结果精确到0.001)。

13、设 $g(x)$ 是定义在 R 上、以1为周期的函数，若 $f(x)=x+g(x)$ 在 $[3,4]$ 上的值域为

$[-2,5]$ ，则 $f(x)$ 在区间 $[-10,10]$ 上的值域为_____。

14、已知点 $O(0,0)$ 、 $Q_0(0,1)$ 和 $R_0(3,1)$ ，记 Q_0R_0 的中点为 P_1 ，取 Q_0P_1 和 P_1R_0 中的一条

，记其端点为 Q_1 、 R_1 ，使之满足 $(|OQ_1|-2)(|OR_1|-2)<0$ ；记 Q_1R_1 的中点为 P_2 ，取

Q_1P_2 和 P_2R_1 中的一条，记其端点为 Q_2 、 R_2 ，使之满足 $(|OQ_2|-2)(|OR_2|-2)<0$ ；依次

下去，得到点 $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} |Q_0P_n| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、选择题（20分）

15、若 $a, b \in R$ ，且 $ab > 0$ ，则下列不等式中，恒成立的是【答】()

- A $a^2 + b^2 > 2ab$ B $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ C $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{\sqrt{ab}}$ D $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

16、下列函数中，既是偶函数，又是在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的函数为【答】()

- A $y = \ln \frac{1}{|x|}$ B $y = x^3$ C $y = 2^{|x|}$ D $y = \cos x$

17、设 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 是空间中给定的5个不同的点，则使

$\overrightarrow{MA_1} + \overrightarrow{MA_2} + \overrightarrow{MA_3} + \overrightarrow{MA_4} + \overrightarrow{MA_5} = \vec{0}$ 成立的点 M 的个数为【答】()

- A 0 B 1 C 5 D 10

18、设 $\{a_n\}$ 是各项为正数的无穷数列， A_i 是边长为 a_i, a_{i+1} 的矩形面积 $(i=1, 2, \dots)$ ，则

$\{A_n\}$ 为等比数列的充要条件为【答】()

- A $\{a_n\}$ 是等比数列。

- B $a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}, \dots$ 或 $a_2, a_4, \dots, a_{2n}, \dots$ 是等比数列。

- C $a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}, \dots$ 和 $a_2, a_4, \dots, a_{2n}, \dots$ 均是等比数列。

D $a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}, \dots$ 和 $a_2, a_4, \dots, a_{2n}, \dots$ 均是等比数列，且公比相同。

三、解答题（74分）

19、（12分）已知复数 z_1 满足 $(z_1 - 2)(1+i) = 1-i$ (i 为虚数单位)，复数 z_2 的虚部为 2

， $z_1 \cdot z_2$ 是实数，求 z_2 。

20、（12分）已知函数 $f(x) = a \cdot 2^x + b \cdot 3^x$ ，其中常数 a, b 满足 $ab \neq 0$ 。

(1) 若 $ab > 0$ ，判断函数 $f(x)$ 的单调性；

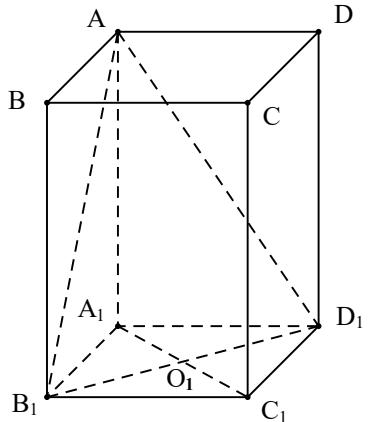
(2) 若 $ab < 0$ ，求 $f(x+1) > f(x)$ 时 x 的取值范围。

21、（14分）已知 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是底面边长为 1 的正四棱柱， O_1 是 A_1C_1 和 B_1D_1 的交点。

(1) 设 AB_1 与底面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的角的大小为 α ，二面角 $A-B_1D_1-A_1$ 的大小为 β 。

求证： $\tan \beta = \sqrt{2} \tan \alpha$ ；

(2) 若点 C 到平面 AB_1D_1 的距离为 $\frac{4}{3}$ ，求正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的高。



22、（18分）已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n = 3n + 6$ ， $b_n = 2n + 7$ ($n \in N^*$)，将集合

$\{x | x = a_n, n \in N^*\} \cup \{x | x = b_n, n \in N^*\}$ 中的元素从小到大依次排列，构成数列

$c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots$

- (1) 求 c_1, c_2, c_3, c_4 ;
- (2) 求证: 在数列 $\{c_n\}$ 中、但不在数列 $\{b_n\}$ 中的项恰为 $a_2, a_4, \dots, a_{2n}, \dots$;
- (3) 求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式。

23、(18分) 已知平面上的线段 l 及点 P , 在 l 上任取一点 Q , 线段 PQ 长度的最小值称
为点 P 到线段 l 的距离, 记作 $d(P, l)$ 。

- (1) 求点 $P(1,1)$ 到线段 $l: x - y - 3 = 0 (3 \leq x \leq 5)$ 的距离 $d(P, l)$;
- (2) 设 l 是长为2的线段, 求点集 $D = \{P \mid d(P, l) \leq 1\}$ 所表示图形的面积;
- (3) 写出到两条线段 l_1, l_2 距离相等的点的集合 $\Omega = \{P \mid d(P, l_1) = d(P, l_2)\}$, 其中
 $l_1 = AB, l_2 = CD$,
 A, B, C, D 是下列三组点中的一组。对于下列三组点只需选做一种, 满分分别是①2分,
②6分, ③8分; 若选择了多于一种的情形, 则按照序号较小的解答计分。
 - ① $A(1,3), B(1,0), C(-1,3), D(-1,0)$ 。
 - ② $A(1,3), B(1,0), C(-1,3), D(-1,-2)$ 。
 - ③ $A(0,1), B(0,0), C(0,0), D(2,0)$ 。

