

2010年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版 I）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）复数 $\frac{3+2i}{2-3i}$ = ()
A. i B. -i C. 12 - 13i D. 12+13i
2. （5分）记 $\cos(-80^\circ) = k$ ，那么 $\tan 100^\circ =$ ()
A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ B. $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ C. $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$ D. $-\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$
3. （5分）若变量x, y满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 1 \\ x+y \geq 0 \\ x-y-2 \leq 0 \end{cases}$ ，则 $z=x-2y$ 的最大值为 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
4. （5分）已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ ， $a_1a_2a_3=5$ ， $a_7a_8a_9=10$ ，则 $a_4a_5a_6=$ ()
A. $5\sqrt{2}$ B. 7 C. 6 D. $4\sqrt{2}$
5. （5分） $(1+2\sqrt{x})^3(1-\sqrt[3]{x})^5$ 的展开式中x的系数是 ()
A. -4 B. -2 C. 2 D. 4
6. （5分）某校开设A类选修课3门，B类选择课4门，一位同学从中共选3门，若要求两类课程中各至少选一门，则不同的选法共有 ()
A. 30种 B. 35种 C. 42种 D. 48种
7. （5分）正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， BB_1 与平面 ACD_1 所成角的余弦值为 ()
A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
8. （5分）设 $a=\log_3 2$ ， $b=\ln 2$ ， $c=5^{-\frac{1}{2}}$ ，则 ()
A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$
9. （5分）已知 F_1 、 F_2 为双曲线C: $x^2 - y^2 = 1$ 的左、右焦点，点P在C上， $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ ，则P到x轴的距离为 ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{6}$

10. (5分) 已知函数 $f(x) = |\lg x|$, 若 $0 < a < b$, 且 $f(a) = f(b)$, 则 $a+2b$ 的取值范围是 ()
- A. $(2\sqrt{2}, +\infty)$ B. $[2\sqrt{2}, +\infty)$ C. $(3, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$
11. (5分) 已知圆O的半径为1, PA、PB为该圆的两条切线, A、B为两切点, 那么 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为 ()
- A. $-4+\sqrt{2}$ B. $-3+\sqrt{2}$ C. $-4+2\sqrt{2}$ D. $-3+2\sqrt{2}$
12. (5分) 已知在半径为2的球面上有A、B、C、D四点, 若 $AB=CD=2$, 则四面体ABCD的体积的最大值为 ()
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 不等式 $\sqrt{2x^2+1}-x \leq 1$ 的解集是_____.
14. (5分) 已知 α 为第三象限的角, $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan(\frac{\pi}{4}+2\alpha) =$ _____.
15. (5分) 直线 $y=1$ 与曲线 $y=x^2 - |x| + a$ 有四个交点, 则 a 的取值范围是_____.
16. (5分) 已知F是椭圆C的一个焦点, B是短轴的一个端点, 线段BF的延长线交C于点D, 且 $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{FD}$, 则C的离心率为_____.

三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角A, B及其对边a, b满足 $a+b = a\cot A + b\cot B$, 求内角C.

18. (12分) 投到某杂志的稿件, 先由两位初审专家进行评审. 若能通过两位初审专家的评审, 则予以录用; 若两位初审专家都未予通过, 则不予录用; 若恰能通过一位初审专家的评审, 则再由第三位专家进行复审, 若能通过复审专家的评审, 则予以录用, 否则不予录用. 设稿件能通过各初审专家评审的概率均为0.5, 复审的稿件能通过评审的概率为0.3. 各专家独立评审.

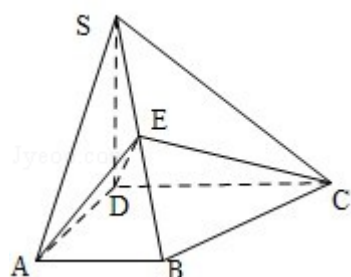
(I) 求投到该杂志的1篇稿件被录用的概率;

(II) 求投到该杂志的4篇稿件中, 至少有2篇被录用的概率.

19. (12分) 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, $SD \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $AD \perp DC$, $AB=AD=1$, $DC=SD=2$, E 为棱 SB 上的一点, 平面 $EDC \perp$ 平面 SBC .

(I) 证明: $SE=2EB$;

(II) 求二面角 $A-DE-C$ 的大小.



20. (12分) 已知函数 $f(x) = (x+1) \ln x - x + 1$.

(I) 若 $xf'(x) \leq x^2 + ax + 1$, 求 a 的取值范围;

(II) 证明: $(x-1)f(x) \geq 0$.

21. (12分) 已知抛物线C: $y^2=4x$ 的焦点为F, 过点K(-1, 0)的直线l与C相交于A、B两点, 点A关于x轴的对称点为D.

(I) 证明: 点F在直线BD上;

(II) 设 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = \frac{8}{9}$, 求 $\triangle BDK$ 的内切圆M的方程.

22. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1}=c - \frac{1}{a_n}$.

(I) 设 $c=\frac{5}{2}$, $b_n=\frac{1}{a_n-2}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 求使不等式 $a_n < a_{n+1} < 3$ 成立的c的取值范围.