

2012 浙江省高考数学（理科）试卷

数 学（理科）

选择题部分（共 50 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 4\}$ ，集合 $B = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ ，则 $A \cap (C_R B) =$

- A. $(1, 4)$ B. $(3, 4)$ C. $(1, 3)$ D. $(1, 2) \cup (3, 4)$

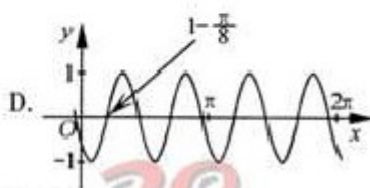
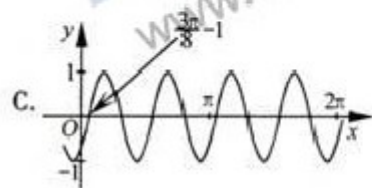
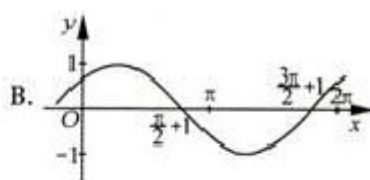
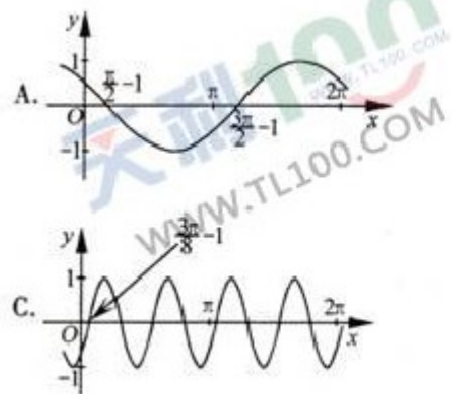
2. 已知 i 是虚数单位，则 $\frac{3+i}{1-i} =$

- A. $1-2i$ B. $2-i$ C. $2+i$ D. $1+2i$

3. 设 $a \in R$ ，则“ $a=1$ ”是“直线 $l_1: ax+2y-1=0$ 与直线 $l_2: x+(a+1)y+4=0$ 平行”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 把函数 $y = \cos 2x + 1$ 的图像上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），然后向左平移 1 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度，得到的图像是



5. 设 a, b 是两个非零向量

- A. 若 $|a+b| = |a| - |b|$ ，则 $a \perp b$
B. 若 $a \perp b$ ，则 $|a+b| = |a| - |b|$
C. 若 $|a+b| = |a| - |b|$ ，则存在实数 λ ，使得 $b = \lambda a$
D. 若存在实数 λ ，使得 $b = \lambda a$ ，则 $|a+b| = |a| - |b|$

6. 若从 1, 2, 3, ..., 9 这 9 个整数中同时取 4 个不同的数，其和为偶数，则不同的取法共有

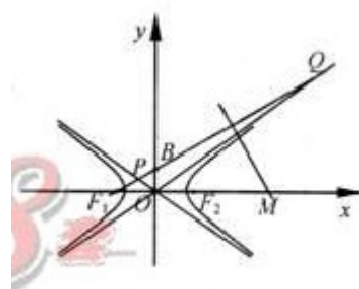
- A. 60 种 B. 63 种 C. 65 种 D. 66 种

7. 设 S_n 是公差为 d ($d \neq 0$) 的无穷等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则下列命题错误的是

- A. 若 $d < 0$, 则数列 $\{S_n\}$ 有最大项
 B. 若数列 $\{S_n\}$ 有最大项, 则 $d < 0$
 C. 若数列 $\{S_n\}$ 是递增数列, 则对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 均有 $S_n > 0$
 D. 若对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 均有 $S_n > 0$, 则数列 $\{S_n\}$ 是递增数列

8. 如图, F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的

左、右两焦点, B 是虚轴的端点, 直线 F_1B 与 C 的两条渐近线分别交于 P, Q 两点, 线段 PQ 的垂直平分线与 x 轴交于点 M . 若 $|MF_1| = |F_1F_2|$, 则 C 的离心率是



(第 8 题图)

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

9. 设 $a > 0, b > 0$

- A. 若 $2^a + 2a = 2^b + 3b$, 则 $a > b$ B. $2^a + 2a = 2^b + 3b$ 若, 则 $a < b$
 C. 若 $2^a - 2a = 2^b - 3b$, 则 $a > b$ D. 若 $2^a - 2a = 2^b - 3b$, 则 $a < b$

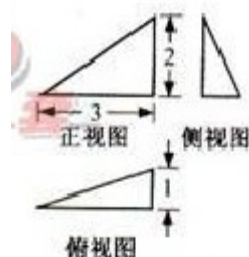
10. 已知矩形 $ABCD$, $AB = 1, BC = \sqrt{2}$. 将 $\triangle ABD$ 沿矩形的对角线 BD 所在的直线进行翻折, 在翻折过程中,

- A. 存在某个位置, 使得直线 AC 与直线 BD 垂直
 B. 存在某个位置, 使得直线 AB 与直线 CD 垂直
 C. 存在某个位置, 使得直线 AD 与直线 BC 垂直
 D. 对任意位置, 三对直线 “ AC 与 BD ”, “ AB 与 CD ”, “ AD 与 BC ” 均不垂直

非选择题部分 (共 100 分)

二、填空题：本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分。

11. 已知某三棱锥的三视图（单位：cm）如图所示，则该三棱锥的体积等于_____ cm^3 .



(第 11 题图)

12. 若某程序框图如图所示，则该程序运行后输出的值是_____.

13. 设公比为 q ($q > 0$) 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

若 $S_2 = 3a_2 + 2$, $S_4 = 3a_4 + 2$, 则 $q =$ _____.

14. 若将函数 $f(x) = x^5$ 表示为

$$f(x) = a_0 + a_1(1+x) + a_2(1+x)^2 + a_3(1+x)^3 + a_4(1+x)^4 + a_5(1+x)^5,$$

其中 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_5$ 为实数，则 $a_3 =$ _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中， M 是 BC 的中点， $AM = 3$, $BC = 10$,

则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ _____.

16. 定义：曲线 C 上的点到直线的距离的最小值称为曲线 C 到直线 l 的距离. 已知曲线 $C_1: y = x^2 + a$ 到直线 $l: y = x$ 的距离等于曲线

$C_2: x^2 + (y+4)^2 = 2$ 到直线 $l: y = x$ 的距离，则实数 $a =$ _____.

17. 设 $a \in \mathbb{R}$, 若 $x > 0$ 时均有 $[(a-1)x-1](x^2-ax-1) \geq 0$,

则 $a =$ _____.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 72 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (本题满分 14 分) 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\cos A = \frac{2}{3}$, $\sin B = \sqrt{5} \cos C$.

(I) 求 $\tan C$ 的值;

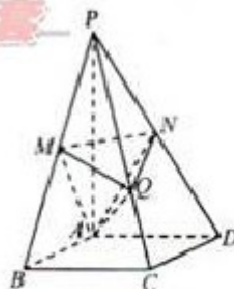
(II) 若 $a = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (本题满分 14 分) 已知箱中装有 4 个白球和 5 个黑球，且规定：取出一个白球得 2 分，取出一个黑球得 1 分. 现从箱中任取（无放回，且每球取到的机会均等）3 个球，记随机变量 X 为取出此 3 球所得分数之和.

(I) 求 X 的分布列;

(II) 求 X 的数学期望 $E(X)$.

20. (本题满分 15 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面是边长为 $2\sqrt{3}$ 的菱形， $\angle BAD = 120^\circ$ ，且 $PA \perp$ 平面 $ABCD$,



(第 20 题图)

$PA = 2\sqrt{6}$, M , N 分别为 PB , PD 的中点.

(I) 证明: $MN \perp$ 平面 $ABCD$;

(II) 过点 A 作 $AQ \perp PC$, 垂足为点 Q , 求二面角

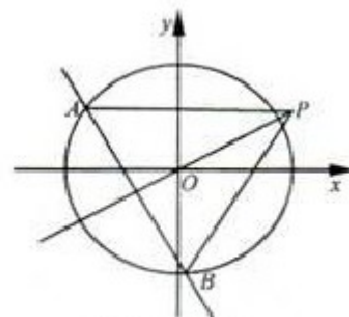
$A-MN-Q$ 的平面角的余弦值.

21. (本题满分 15 分) 如图, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的

离心率为 $\frac{1}{2}$, 其左焦点到点 $P(2, 1)$ 的距离为 $\sqrt{10}$, 不过原点 O 的直线 l 与 C 相交于 A , B 两点, 且线段 AB 被直线 OP 平分.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 求 $\triangle ABP$ 面积取最大值时直线 l 的方程.



(第 21 题图)

22. (本题满分 14 分) 已知 $a > 0$, $b \in R$, 函数 $f(x) = 4ax^3 - 2bx - a + b$.

(I) 证明: 当 $0 \leq x \leq 1$ 时,

(i) 函数 $f(x)$ 的最大值为 $|2a - b| + a$;

(ii) $f(x) + |2a - b| + a \geq 0$;

(II) 若 $-1 \leq f(x) \leq 1$ 对 $x \in [0, 1]$ 恒成立, 求 $a + b$ 的取值范围.