

准考证号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_  
(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

## 2008年江西高考理科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分. 第Ⅰ卷1至2页, 第Ⅱ卷3至4页, 共150分.

### 第Ⅰ卷

考生注意:

1. 答题前, 考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上. 考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致.
2. 第Ⅰ卷每小题选出答案后, 用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 第Ⅱ卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答. 若在试题卷上作答, 答案无效.
3. 考试结束, 监考员将试题卷、答题卡一并收回.

参考公式:

如果事件A、B互斥, 那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件A、B相互独立, 那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件A在一次试验中发生的概率是P, 那么

$n$ 次独立重复试验中恰好发生 $k$ 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

其中R表示球的半径

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中R表示球的半径

一. 选择题: 本大题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 在复平面内, 复数 $z = \sin 2 + i \cos 2$ 对应的点位于  
A. 第一象限    B. 第二象限    C. 第三象限    D. 第四象限
2. 定义集合运算:  $A * B = \{z \mid z = xy, x \in A, y \in B\}$ . 设 $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{0, 2\}$ , 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为  
A. 0    B. 2    C. 3    D. 6
3. 若函数 $y = f(x)$ 的值域是 $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$ , 则函数 $F(x) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ 的值域是  
A.  $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$     B.  $\left[2, \frac{10}{3}\right]$     C.  $\left[\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right]$     D.  $\left[3, \frac{10}{3}\right]$

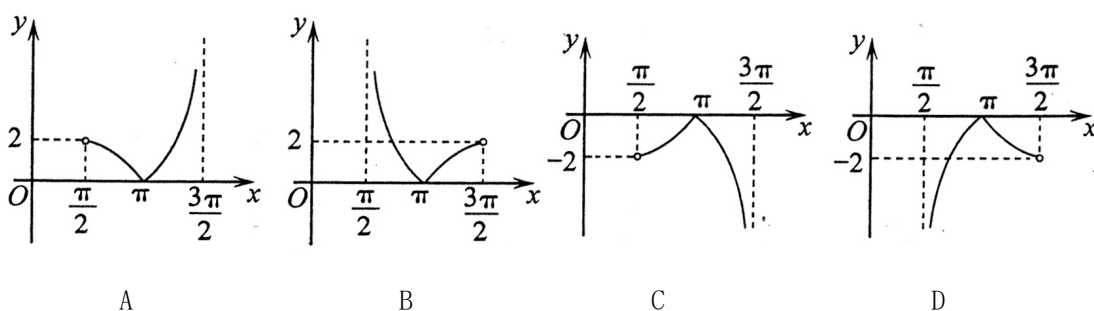
4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1} =$

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 0      C.  $-\frac{1}{2}$       D. 不存在

5. 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ , 则  $a_n =$

- A.  $2 + \ln n$       B.  $2 + (n-1)\ln n$       C.  $2 + n\ln n$       D.  $1 + n + \ln n$

6. 函数  $y = \tan x + \sin x - |\tan x - \sin x|$  在区间  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  内的图象大致是



7. 已知  $F_1, F_2$  是椭圆的两个焦点. 满足  $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0$  的点  $M$  总在椭圆内部, 则椭圆离心率的取值范围是

- A.  $(0, 1)$       B.  $(0, \frac{1}{2}]$       C.  $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$       D.  $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

8.  $(1 + \sqrt[3]{x})^6 (1 + \frac{1}{\sqrt[4]{x}})^{10}$  展开式中的常数项为

- A. 1      B. 46      C. 4245      D. 4246

9. 若  $0 < a_1 < a_2, 0 < b_1 < b_2$ , 且  $a_1 + a_2 = b_1 + b_2 = 1$ , 则下列代数式中值最大的是

- A.  $a_1 b_1 + a_2 b_2$       B.  $a_1 a_2 + b_1 b_2$       C.  $a_1 b_2 + a_2 b_1$       D.  $\frac{1}{2}$

10. 连结球面上两点的线段称为球的弦. 半径为4的球的两条弦AB、CD的长度分别等于  $2\sqrt{7}$ 、4

$\sqrt{3}$ , M、N分别为AB、CD的中点, 每条弦的两端都在球面上运动, 有下列四个命题:

- ①弦AB、CD可能相交于点M      ②弦AB、CD可能相交于点N  
③MN的最大值为5      ④MN的最小值为1

其中真命题的个数为

- A. 1个      B. 2个      C. 3个      D. 4个

11. 电子钟一天显示的时间是从00:00到23:59, 每一时刻都由四个数字组成, 则一天中任一

时刻显示四个数字之和为23的概率为

- A.  $\frac{1}{180}$       B.  $\frac{1}{288}$       C.  $\frac{1}{360}$       D.  $\frac{1}{480}$

12. 已知函数  $f(x) = 2mx^2 - 2(4-m)x + 1$ ,  $g(x) = mx$ , 若对于任一实数  $x$ ,  $f(x)$  与  $g(x)$

的值至少有一个为正数, 则实数  $m$  的取值范围是

- A.  $(0, 2)$       B.  $(0, 8)$       C.  $(2, 8)$       D.  $(-\infty, 0)$

绝密★启用前

第II卷

注意事项:

第II卷2页, 须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答. 若在试题卷上作答, 答案无效.

二. 填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分. 请把答案填在答题卡上.

13. 直角坐标平面内三点  $A(1, 2)$ 、 $B(3, -2)$ 、 $C(9, 7)$ , 若  $E$ 、 $F$  为线段  $BC$  的三等分点, 则

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

14. 不等式  $2^{\frac{x-3}{x}+1} \leq \frac{1}{2}$  的解集为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 过抛物线  $x^2 = 2py$  ( $p > 0$ ) 的焦点  $F$  作倾斜角为  $30^\circ$  的直线, 与抛物线分别交于  $A$ 、 $B$  两点 (

点  $A$  在  $y$  轴左侧), 则  $\frac{|AF|}{|FB|} = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. 如图1, 一个正四棱柱形的密闭容器水平放置, 其底部镶嵌了同底的正四棱锥形实心装饰块, 容器内盛有  $a$  升水时, 水面恰好经过正四棱锥的顶点  $P$ . 如果将容器倒置, 水面也恰好过点  $P$  (图2). 有下列四个命题:

- A. 正四棱锥的高等于正四棱柱高的一半  
B. 将容器侧面水平放置时, 水面也恰好过点  $P$   
C. 任意摆放该容器, 当水面静止时, 水面都恰好经过点  $P$   
D. 若往容器内再注入  $a$  升水, 则容器恰好能装满  
其中真命题的代号是  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (写出所有真命题的代号)

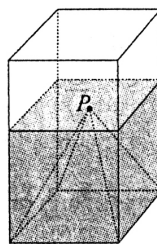


图1

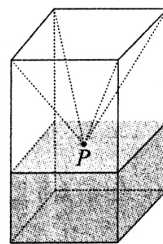


图2

三. 解答题: 本大题共6小题, 共74分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分)

在  $\triangle ABC$  中,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别为角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对的边长,

$$a = 2\sqrt{3}, \tan \frac{A+B}{2} + \tan \frac{C}{2} = 4, \sin B \sin C = \cos^2 \frac{A}{2}. \text{ 求 } A、B \text{ 及 } b、c.$$

18. (本小题满分12分)

因冰雪灾害, 某柑桔基地果林严重受损, 为此有关专家提出两种拯救果树的方案, 每种方

案都需分两年实施. 若实施方案一, 预计第一年可以使柑桔产量恢复到灾前的1.0倍、0.9倍、0.8倍的概率分别是0.3、0.3、0.4; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的1.25倍、1.0倍的概率分别是0.5、0.5. 若实施方案二, 预计第一年可以使柑桔产量达到灾前的1.2倍、1.0倍、0.8倍的概率分别是0.2、0.3、0.5; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的1.2倍、1.0倍的概率分别是0.4、0.6. 实施每种方案第一年与第二年相互独立, 令  $\xi_i (i=1,2)$

表示方案  $i$  实施两年后柑桔产量达到灾前产量的倍数.

- (1) 写出  $\xi_1$ 、 $\xi_2$  的分布列;
- (2) 实施哪种方案, 两年后柑桔产量超过灾前产量的概率更大?
- (3) 不管哪种方案, 如果实施两年后柑桔产量达不到、恰好达到、超过灾前产量, 预计利润分别为10万元、15万元、20万元. 问实施哪种方案的平均利润更大?

19. (本小题满分12分)

等差数列  $\{a_n\}$  各项均为正整数,  $a_1 = 3$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 等比数列  $\{b_n\}$  中,  $b_1 = 1$ , 且

$b_2 S_2 = 64$ ,  $\{b_n\}$  是公比为64的等比数列.

(1) 求  $a_n$  与  $b_n$ ;

(2) 证明:  $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n} < \frac{3}{4}$ .

20. (本小题满分12分)

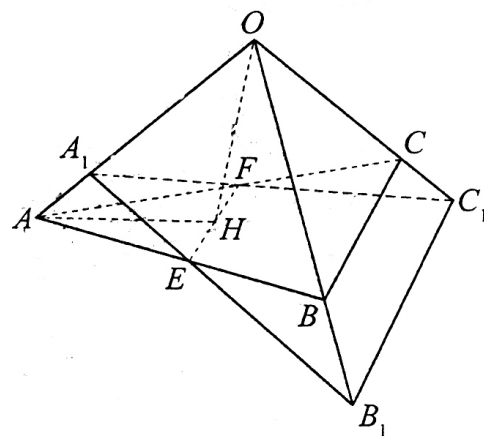
正三棱锥  $O-ABC$  的三条侧棱  $OA$ 、 $OB$ 、 $OC$  两两垂直, 且长度均为2.  $E$ 、 $F$  分别是  $AB$ 、 $AC$  的中点,  $H$  是  $EF$  的中点, 过  $EF$  的一个平面与侧棱

$OA$ 、 $OB$ 、 $OC$  或其延长线分别相交于  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ ,

已知  $OA_1 = \frac{3}{2}$ .

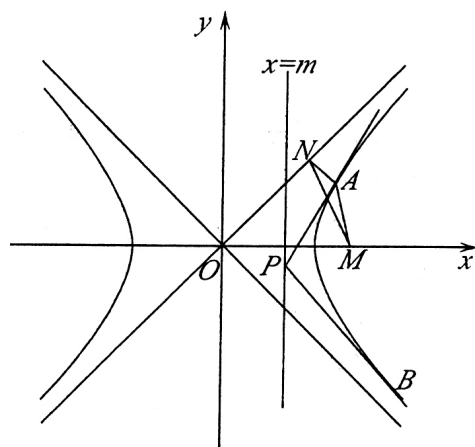
(1) 证明:  $B_1C_1 \perp$  平面  $OA_1H$ ;

(2) 求二面角  $O-A_1B_1-C_1$  的大小.



21. (本小题满分12分)

设点  $P(x_0, y_0)$  在直线  $x = m (y \neq \pm m, 0 < m < 1)$  上，过点  $P$  作双曲线  $x^2 - y^2 = 1$  的两条切线  $PA$ 、 $PB$ ，切点为  $A$ 、 $B$ ，定点  $M(\frac{1}{m}, 0)$ 。



- (1) 过点  $A$  作直线  $x - y = 0$  的垂线，垂足为  $N$ ，试求  $\triangle AMN$  的重心  $G$  所在的曲线方程；
- (2) 求证： $A$ 、 $M$ 、 $B$  三点共线。

22. (本小题满分14分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}} + \frac{1}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{\frac{ax}{ax+8}}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ 。

- (1) 当  $a = 8$  时，求  $f(x)$  的单调区间；
- (2) 对任意正数  $a$ ，证明： $1 < f(x) < 2$ 。