2008年普通高等学校招生全国统一考试

数学（理工农医类）（北京卷）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至9页，共150分．考试时间120分钟．考试结束，将本试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷（选择题 共40分）

注意事项：

1．答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上．

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．不能答在试卷上．

一、本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\left\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 3\right\}$，$B=\left\{x\mid x<-1或x>4\right\}$，那么集合$A\cap\left(\complement_U B\right)$等于（　）

A．$\left\{x\mid -2\leqslant x<4\right\}$　　B．$\left\{x\mid x\leqslant 3或x\geqslant 4\right\}$

C．$\left\{x\mid -2\leqslant x<-1\right\}$　　D．$\left\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\right\}$

2．若$a=2^{0.5}$，$b=\log_{\pi}3$，$c=\log_2\sin\dfrac{2\pi}{5}$，则（　）

A．$a>b>c$　　B．$b>a>c$　　C．$c>a>b$　　D．$b>c>a$

3．“函数$f(x)(x\in\mathbf{R})$存在反函数”是“函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上为增函数”的（　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．若点P到直线$x=-1$的距离比它到点$(2,0)$的距离小1，则点P的轨迹为（　）

A．圆　　B．椭圆　　C．双曲线　　D．抛物线

5．若实数x，y满足$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0,\\ x+y\geqslant 0,\\ x\leqslant 0,\end{cases}$　则$z=3^{x+2y}$的最小值是（　）

A．0　　B．1　　C．$\sqrt{3}$　　D．9

6．已知数列$\left\{a_n\right\}$对任意的p，$q\in\mathbf{N}^*$满足$a_{p+q}=a_p+a_q$，且$a_2=-6$，那么a_{10}等于（

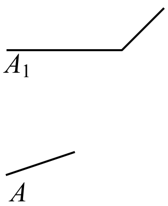
）

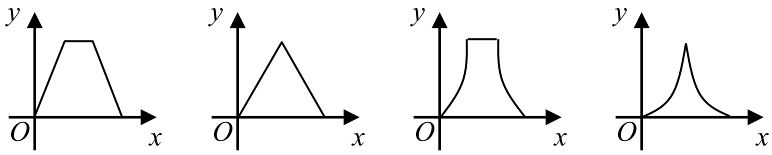
A．-165　　B．-33　　C．-30　　D．-21

7．过直线 $y=x$ 上的一点作圆 $(x-5)^2+(y-1)^2=2$ 的两条切线 l_1，l_2，当直线 l_1，l_2 关于 $y=x$ 对称时，它们之间的夹角为（　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

8．如图，动点 P 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 BD_1 上．过点 P 作垂直于平面 BB_1D_1D 的直线，与正方体表面相交于 M，N．设 $BP=x$，$MN=y$，则函数 $y=f(x)$ 的图象大致是（　）





A．　　B．　　C．　　D．

2008年普通高等学校招生全国统一考试

数学（理工农医类）（北京卷）

第Ⅱ卷（共110分）

注意事项：

1．用钢笔或圆珠笔将答案直接写在试卷上．
2．答卷前将密封线内的项目填写清楚．

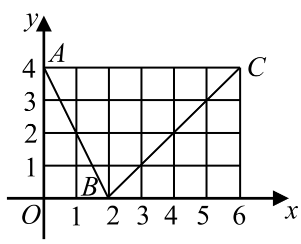
二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．把答案填在题中横线上．

9．已知 $(a-i)^2=2i$，其中 i 是虚数单位，那么实数 $a=$_____．

10．已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 120°，且 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=4$，那么 $\boldsymbol{b}\bullet(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$ 的值为_____．

11．若 $\left(x^2+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$ 展开式的各项系数之和为32，则 $n=$_________，其展开式中的常数项为．（用数字作答）

12．如图，函数 $f(x)$ 的图象是折线段 ABC，其中 A，B，C 的坐标分别为 $(0,4),(2,0),(6,4)$，则 $f(f(0))=$_____；



$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x} =$______．（用数字作答）

13．已知函数 $f(x)=x^2-\cos x$，对于 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的任意 x_1，x_2，有如下条件：

①$x_1>x_2$；　②$x_1^2>x_2^2$；　③$|x_1|>x_2$．

其中能使 $f(x_1)>f(x_2)$ 恒成立的条件序号是______．

14．某校数学课外小组在坐标纸上，为学校的一块空地设计植树方案如下：第 k 棵树种植在点 $P_k(x_k,\ y_k)$ 处，其中 $x_1=1$，$y_1=1$，当 $k\geqslant 2$ 时，

$$\begin{cases} x_k=x_{k-1}+1-5\left[T\left(\dfrac{k-1}{5}\right)-T\left(\dfrac{k-2}{5}\right)\right], \\ y_k=y_{k-1}+T\left(\dfrac{k-1}{5}\right)-T\left(\dfrac{k-2}{5}\right). \end{cases}$$

$T(a)$ 表示非负实数 a 的整数部分，例如 $T(2.6)=2$，$T(0.2)=0$．

按此方案，第6棵树种植点的坐标应为______；第2008棵树种植点的坐标应为____．

三、解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．（本小题共13分）

已知函数 $f(x)=\sin^2\omega x+\sqrt{3}\sin\omega x\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{2}\right)$（$\omega>0$）的最小正周期为 π．

（Ⅰ）求 ω 的值；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{2\pi}{3}\right]$ 上的取值范围．

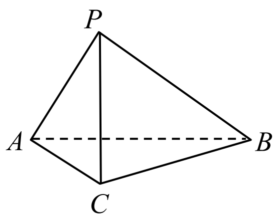
16．（本小题共14分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AC=BC=2$，$\angle ACB=90^\circ$，$AP=BP=AB$，$PC\perp AC$．

（Ⅰ）求证：$PC\perp AB$；

（Ⅱ）求二面角 $B-AP-C$ 的大小；

（Ⅲ）求点 C 到平面 APB 的距离．



17．（本小题共13分）

甲、乙等五名奥运志愿者被随机地分到A，B，C，D四个不同的岗位服务，每个岗位至少有一名志愿者．

（Ⅰ）求甲、乙两人同时参加A岗位服务的概率；

（Ⅱ）求甲、乙两人不在同一个岗位服务的概率；

（Ⅲ）设随机变量ξ为这五名志愿者中参加A岗位服务的人数，求ξ的分布列．

18．（本小题共13分）

已知函数$f(x)=\dfrac{2x-b}{(x-1)^2}$，求导函数$f'(x)$，并确定$f(x)$的单调区间．

19．（本小题共14分）

已知菱形$ABCD$的顶点A，C在椭圆$x^2+3y^2=4$上，对角线BD所在直线的斜率为1．

（Ⅰ）当直线BD过点$(0,1)$时，求直线AC的方程；

（Ⅱ）当$\angle ABC=60^\circ$时，求菱形$ABCD$面积的最大值．

20．（本小题共13分）

对于每项均是正整数的数列A：a_1，a_2，$\cdots$，a_n，定义变换T_1，T_1将数列A变换成数列

$T_1(A)$：n，a_1-1，a_2-1，$\cdots$，a_n-1．

对于每项均是非负整数的数列B：b_1，b_2，$\cdots$，b_m，定义变换T_2，T_2将数列B各项从大到小排列，然后去掉所有为零的项，得到数列$T_2(B)$；

又定义$S(B)=2(b_1+2b_2+\cdots+mb_m)+b_1^2+b_2^2+\cdots+b_m^2$．

设A_0是每项均为正整数的有穷数列，令$A_{k+1}=T_2(T_1(A_k))(k=0,1,2,\cdots)$．

（Ⅰ）如果数列A_0为5，3，2，写出数列A_1，A_2；

（Ⅱ）对于每项均是正整数的有穷数列A，证明$S(T_1(A))=S(A)$；

（Ⅲ）证明：对于任意给定的每项均为正整数的有穷数列A_0，存在正整数K，当$k\geqslant K$时，$S(A_{k+1})=S(A_k)$．