

2008年全国统一高考数学试卷（理科）（全国卷Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 设集合 $M = \{m \in \mathbb{Z} \mid -3 < m < 2\}$, $N = \{n \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq n \leq 3\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$
- A. {0, 1} B. {-1, 0, 1}
C. {0, 1, 2} D. {-1, 0, 1, 2}
2. (5分) 设 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $b \neq 0$, 若复数 $(a+bi)^3$ 是实数, 则 ()
- A. $b^2=3a^2$ B. $a^2=3b^2$ C. $b^2=9a^2$ D. $a^2=9b^2$
3. (5分) 函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x$ 的图象关于 ()
- A. y 轴对称 B. 直线 $y = -x$ 对称 C. 坐标原点对称 D. 直线 $y=x$ 对称
4. (5分) 若 $x \in (e^{-1}, 1)$, $a = \ln x$, $b = 2 \ln x$, $c = \ln^3 x$, 则 ()
- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$
5. (5分) 设变量 x, y 满足约束条件: $\begin{cases} y \geqslant x \\ x + 2y \leqslant 2 \\ x \geqslant -2 \end{cases}$, 则 $z = x - 3y$ 的最小值 ()
- A. -2 B. -4 C. -6 D. -8
6. (5分) 从20名男同学, 10名女同学中任选3名参加体能测试, 则选到的3名同学中既有男同学又有女同学的概率为 ()
- A. $\frac{9}{29}$ B. $\frac{10}{29}$ C. $\frac{19}{29}$ D. $\frac{20}{29}$
7. (5分) $(1 - \sqrt{x})^6 (1 + \sqrt{x})^4$ 的展开式中 x 的系数是 ()
- A. -4 B. -3 C. 3 D. 4
8. (5分) 若动直线 $x=a$ 与函数 $f(x) = \sin x$ 和 $g(x) = \cos x$ 的图象分别交于 M, N 两点, 则 $|MN|$ 的最大值为 ()
- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
9. (5分) 设 $a > 1$, 则双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{(a+1)^2} = 1$ 的离心率 e 的取值范围是 ()
- A. $(\sqrt{2}, 2)$ B. $(\sqrt{2}, \sqrt{5})$ C. $(2, 5)$ D. $(2, \sqrt{5})$
10. (5分) 已知正四棱锥 $S - ABCD$ 的侧棱长与底面边长都相等, E 是 SB 的中点

， 则AE、SD所成的角的余弦值为（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

11. (5分) 等腰三角形两腰所在直线的方程分别为 $x+y-2=0$ 与 $x-7y-4=0$ ，原

点在等腰三角形的底边上，则底边所在直线的斜率为（ ）

- A. 3 B. 2 C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$

12. (5分) 已知球的半径为2，相互垂直的两个平面分别截球面得两个圆，若

两圆的公共弦长为2，则两圆的圆心距等于（ ）

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 设向量 $\vec{a}=(1, 2)$, $\vec{b}=(2, 3)$, 若向量 $\lambda\vec{a}+\vec{b}$ 与向量 $\vec{c}=(-4, -7)$ 共线, 则 $\lambda=$ _____.

14. (5分) 设曲线 $y=e^{ax}$ 在点(0, 1)处的切线与直线 $x+2y+1=0$ 垂直, 则 $a=$ _____.

15. (5分) 已知F是抛物线C: $y^2=4x$ 的焦点, 过F且斜率为1的直线交C于A, B两点. 设 $|FA|>|FB|$, 则 $|FA|$ 与 $|FB|$ 的比值等于_____.

16. (5分) 平面内的一个四边形为平行四边形的充要条件有多个, 如两组对边分别平行, 类似地, 写出空间中的一个四棱柱为平行六面体的两个充要条件:

充要条件①_____;

充要条件②_____.

(写出你认为正确的两个充要条件)

三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos B = -\frac{5}{13}$, $\cos C = \frac{4}{5}$.

(1) 求 $\sin A$ 的值

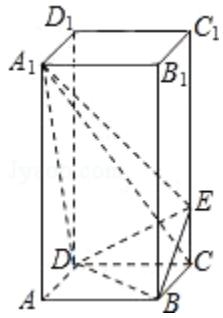
(2) 设 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \frac{33}{2}$, 求BC的长.

18. (12分) 购买某种保险, 每个投保人每年度向保险公司交纳保费 a 元, 若投保人在购买保险的一年度内出险, 则可以获得10 000元的赔偿金. 假定在一年度内有10 000人购买了这种保险, 且各投保人是否出险相互独立. 已知保险公司在一年度内至少支付赔偿金10 000元的概率为 $1 - 0.999^{-10^4}$.

- (I) 求一投保人在一年度内出险的概率 p ;
- (II) 设保险公司开办该项险种业务除赔偿金外的成本为50 000元, 为保证盈利的期望不小于0, 求每位投保人应交纳的最低保费 (单位: 元).

19. (12分) 如图, 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2AB=4$, 点 E 在 CC_1 上且 $C_1E=3EC$.

- (I) 证明: $A_1C \perp$ 平面 BED ;
- (II) 求二面角 $A_1 - DE - B$ 的大小.



20. (12分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 已知 $a_1=a$, $a_{n+1}=S_n+3^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- (I) 设 $b_n=S_n - 3^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (II) 若 $a_{n+1} \geq a_n$, $n \in \mathbb{N}^*$, 求 a 的取值范围.

21. (12分) 设椭圆中心在坐标原点, $A(2, 0)$, $B(0, 1)$ 是它的两个顶点, 直线 $y=kx$ ($k>0$) 与 AB 相交于点 D , 与椭圆相交于 E 、 F 两点.

- (I) 若 $\overrightarrow{ED}=6\overrightarrow{DF}$, 求 k 的值;
(II) 求四边形 $AEBF$ 面积的最大值.

22. (12分) 设函数 $f(x)=\frac{\sin x}{2+\cos x}$.

- (I) 求 $f(x)$ 的单调区间;
(II) 如果对任何 $x \geq 0$, 都有 $f(x) \leq ax$, 求 a 的取值范围.