

绝密★启用并使用完毕前

## 2010年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

### 文科数学

本试卷分第I卷和第II卷两部分，共4页。满分150分。考试用时120分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

#### 注意事项：

- 答卷前，考生务必用0.5毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、座号、准考证号、县区和科类填写在答题卡和试卷规定的位置上。
- 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
- 第II卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。
- 填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

参考公式：

锥体的体积公式： $V = \frac{1}{3}Sh$ 。其中S是锥体的底面积，h是锥体的高。

如果事件A、B互斥，那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$ ；

如果事件A、B独立，那么 $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

### 第 I 卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知全集 $U = R$ ，集合 $M = \{x | x^2 - 4 \leq 0\}$ ，则 $\complement_U M =$   
(A)  $\{x | -2 < x < 2\}$       (B)  $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$   
(C)  $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$       (D)  $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$
- 已知 $\frac{a+2i}{i} = b+i$  ( $a, b \in R$ )，其中*i*为虚数单位，则 $a+b =$   
(A) -1      (B) 1      (C) 2      (D) 3
- $f(x) = \log_2(3^x + 1)$  的值域为  
(A)  $(0, +\infty)$       (B)  $[0, +\infty)$       (C)  $(1, +\infty)$       (D)  $[1, +\infty)$

(4) 在空间, 下列命题正确的是

- (A) 平行直线的平行投影重合      (B) 平行于同一直线的两个平面  
 (C) 垂直于同一平面的两个平面平行      (D) 垂直于同一平面的两个平面平行

(5) 设  $f(x)$  为定义在  $\mathbb{R}$  上的函数。当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = 2^x + 2x + b$  ( $b$  为常数),

则  $f(-1) =$

- (A) -3      (B) -1      (C) 1      (D) 3

(6) 在某项体育比赛中一位同学被评委所打出的分数如下:

90 89 90 95 93 94 93

去掉一个最高分和一个最低分后, 所剩数据的平均分值为和方差分别为

- (A) 92, 2      (B) 92, 2.8  
 (C) 93, 2      (D) 93, 2.8

(7) 设  $\{a_n\}$  是首项大于零的等比数列, 则“ $a_1 \neq a_2$ ”是“数列  $\{a_n\}$  是递增数列”的

- (A) 充分而不必要条件      (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充分而不必要条件      (D) 既不充分也不必要条件

(8) 已知某生产厂家的年利润  $y$  (单位: 万元) 与年产量  $x$  (单位: 万件) 的函数关系式

为  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 81x - 234$ , 则使该生产厂家获取最大年利润的年产量为

- (A) 13万件      (B) 11万件      (C) 9万件      (D) 7万件

(9) 已知抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ), 过其焦点且斜率为1的直线交抛物线于  $A, B$  两点, 若

线段  $AB$  的中点的纵坐标为2, 则该抛物线的标准方程为

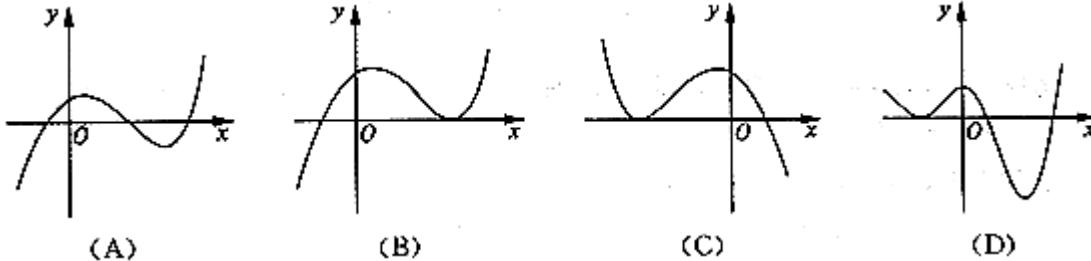
- (A)  $x = 1$       (B)  $x = -1$   
 (C)  $x = 2$       (D)  $x = -2$

(10) 观察  $(x^2)' = 2x$ ,  $(x^4)' = 4x^3$ ,  $(\cos x)' = -\sin x$ , 由归纳推理可得: 若定义在  $\mathbb{R}$  上

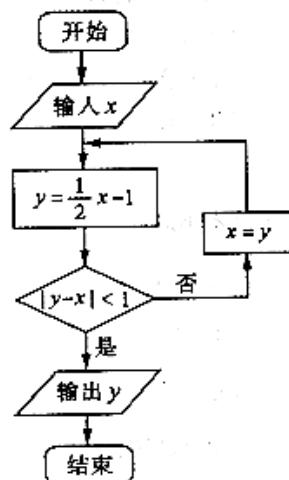
的函数  $f(x)$  满足  $f(-x) = f(x)$ , 记  $g(x)$  为  $f(x)$  的导函数, 则  $g(-x)$

- (A)  $f(x)$       (B)  $-f(x)$       (C)  $g(x)$       (D)  $-g(x)$

(11) 函数  $y = 2^x - x^2$  的图像大致是



(12) 定义平面向量之间的一种运算“ $\oplus$ ”如下: 对任意的  $a = (m, n)$ ,  $b = (p, q)$ , 令



$a \bullet b = mq - mp$ . 下面说法错误的是

- (A) 若  $a$  与  $b$  共线, 则  $a \bullet b = 0$
- (B)  $a \bullet b = b \bullet a$
- (C) 对任意的  $\lambda \in R$ , 有  $(\lambda a) \bullet b = \lambda(a \bullet b)$
- (D)  $(a \bullet b)^2 + (a \cdot b)^2 = |a|^2 |b|^2$

## 第 II 卷 (共90分)

### 二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分

(13) 执行右图所示流程框图, 若输入  $x = 4$ , 则输出  $y$  的值为\_\_\_\_\_.

(14) 已知  $(x, y \in R^+)$ , 且满足  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ , 则  $xy$  的最大值为\_\_\_\_\_.

(15) 在  $\Delta ABC$  中, 角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对的边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ . 若  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = 2$ ,

$\sin B + \cos B = \sqrt{2}$ , 则角  $A$  的大小为\_\_\_\_\_.

(16) 已知圆  $C$  过点  $(1, 0)$ , 且圆心在  $x$  轴的正半轴上, 直线  $l: y = x - 1$  被该圆所截得的

弦长为  $2\sqrt{2}$ , 则圆  $C$  的标准方程为\_\_\_\_\_

### 三、解答题：本题共6小题，共74分。

(17) (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = \sin(\pi - \omega x) \cos \omega x + \cos^2 \omega x (\omega > 0)$  的最小正周期为  $\pi$ .

(I) 求  $\omega$  的值.

(II) 将函数  $y = f(x)$  的图像上各点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$ , 纵坐标不变, 得到函数

$y = g(x)$  的图像, 求函数  $g(x)$  在区间  $\left[0, \frac{\pi}{16}\right]$  上的最小值。

(18) (本小题满分12分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_3 = 7$ ,  $a_5 + a_7 = 26$ .  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ .

(I) 求  $a_n$  及  $S_n$ ;

(II) 令  $b_n = \frac{1}{a_n^2 - 1}$  ( $n \in N^+$ )，求数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

(19) (本小题满分12分)

一个袋中装有四个形状大小完全相同的球，球的编号分别为1,2,3,4,

(I) 从袋中随机取出两个球，求取出的球的编号之和不大于4的概率；

(II) 先从袋中随机取一个球，该球的编号为  $m$ ，将球放回袋中，然后再从袋中随机取一个球，该球的编号为  $n$ ，求  $n < m + 2$  的概率。

(20) (本小题满分12分)

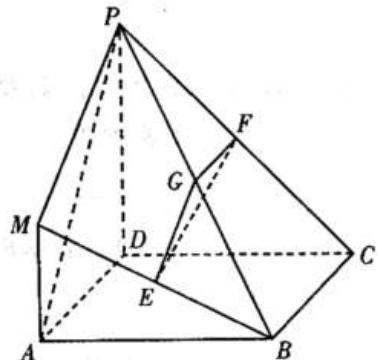
在如图所示的几何体中，四边形  $ABCD$  是正方形，

$MA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PD \parallel MA$ ,  $E$ 、 $G$ 、 $F$  分别为  $MB$ 、 $PB$ 、 $PC$  的中点，且  $AD = PD = 2MA$ .

(I) 求证：平面  $EFG \perp$  平面  $PDC$ ；

(II) 求三棱锥

$P - MAB$  与四棱锥  $P - ABCD$  的体积之比.



(21) (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = \ln x - ax + \frac{1-a}{x} - 1$  ( $a \in R$ ).

(I) 当  $a = -1$  时，求曲线  $y = f(x)$  在点  $(2, f(2))$  处的切线方程；

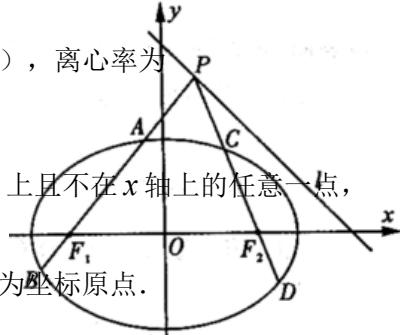
(II) 当  $a \leq \frac{1}{2}$  时, 讨论  $f(x)$  的单调性.

(22) (本小题满分14分)

如图, 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 过点  $(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 左右焦点分别为  $F_1F_2$ . 点  $P$  为直线  $l: x + y = 2$  上且不在  $x$  轴上的任意一点,

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 左右焦点分别为  $F_1F_2$ . 点  $P$  为直线  $l: x + y = 2$  上且不在  $x$  轴上的任意一点,

直线  $PF_1$  和  $PF_2$  与椭圆的交点分别为  $A$ 、 $B$  和  $C$ 、 $D$ ,  $O$  为坐标原点.



(I) 求椭圆的标准方程;

(II) 设直线  $PF_1$ 、 $PF_2$  斜率分别为  $k_1$ 、 $k_2$ .

$$(i) \text{ 证明: } \frac{1}{k_1} - \frac{3}{k_2} = 2$$

(ii) 问直线  $l$  上是否存在一点  $P$ ,

使直线  $OA$ 、 $OB$ 、 $OC$ 、 $OD$  的斜率

$k_{OA}$ 、 $k_{OB}$ 、 $k_{OC}$ 、 $k_{OD}$  满足  $k_{OA} + k_{OB} + k_{OC} + k_{OD} = 0$ ? 若存在, 求出所有满足条件的点  $P$  的坐标; 若不存在, 说明理由.