

2012年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给同的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5分) 已知集合 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B=\{(x, y) \mid x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则 B 中所含元素的个数为 ()

A. 3 B. 6 C. 8 D. 10

2. (5分) 将2名教师，4名学生分成2个小组，分别安排到甲、乙两地参加社会实践活动，每个小组由1名教师和2名学生组成，不同的安排方案共有 ()

A. 12种 B. 10种 C. 9种 D. 8种

3. (5分) 下面是关于复数 $z=\frac{2}{-1+i}$ 的四个命题：其中的真命题为 () ,

p_1 : $|z|=2$,

p_2 : $z^2=2i$,

p_3 : z 的共轭复数为 $1+i$,

p_4 : z 的虚部为 -1 .

A. p_2, p_3 B. p_1, p_2 C. p_2, p_4 D. p_3, p_4

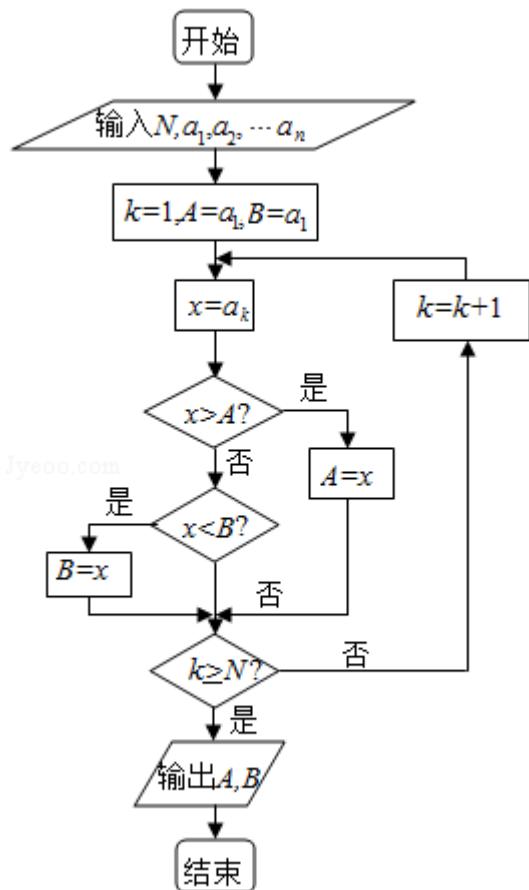
4. (5分) 设 F_1, F_2 是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点， P 为直线 $x=\frac{3a}{2}$ 上一点， $\triangle F_2PF_1$ 是底角为 30° 的等腰三角形，则 E 的离心率为 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

5. (5分) 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列， $a_4+a_7=2$, $a_5a_6=-8$, 则 $a_1+a_{10}=$ ()

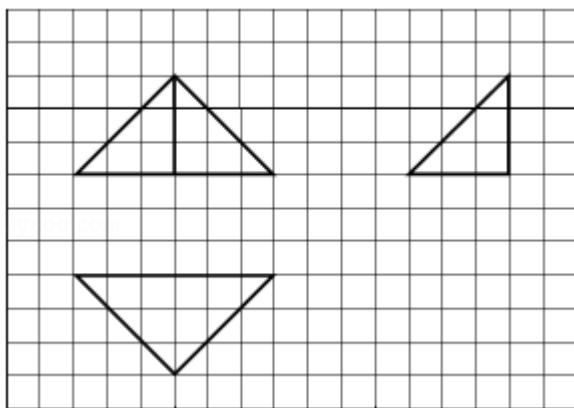
A. 7 B. 5 C. -5 D. -7

6. (5分) 如果执行右边的程序框图，输入正整数 N ($N \geq 2$) 和实数 a_1, a_2, \dots, a_n ，输出 A, B ，则 ()



- A. $A+B$ 为 a_1, a_2, \dots, a_n 的和
 B. $\frac{A+B}{2}$ 为 a_1, a_2, \dots, a_n 的算术平均数
 C. A和B分别是 a_1, a_2, \dots, a_n 中最大的数和最小的数
 D. A和B分别是 a_1, a_2, \dots, a_n 中最小的数和最大的数

7. (5分) 如图, 网格纸上小正方形的边长为1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 则此几何体的体积为()



- A. 6 B. 9 C. 12 D. 18

8. (5分) 等轴双曲线C的中心在原点, 焦点在x轴上, C与抛物线 $y^2=16x$ 的准线

交于点A和点B， $|AB|=4\sqrt{3}$ ，则C的实轴长为（ ）

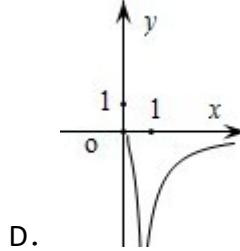
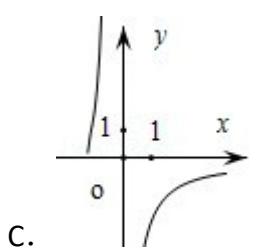
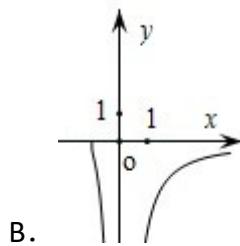
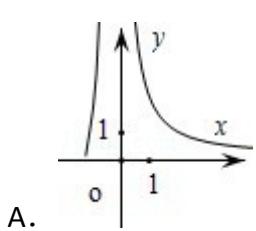
- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. 8

9. (5分) 已知 $\omega>0$ ，函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})$ 在区间 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上单调递减

， 则实数 ω 的取值范围是（ ）

- A. $[\frac{1}{2}, \frac{5}{4}]$ B. $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ C. $(0, \frac{1}{2}]$ D. $(0, 2]$

10. (5分) 已知函数 $f(x)=\frac{1}{\ln(x+1)-x}$ ，则 $y=f(x)$ 的图象大致为（ ）



11. (5分) 已知三棱锥S - ABC的所有顶点都在球O的表面上， $\triangle ABC$ 是边长为1的正三角形，SC为球O的直径，且 $SC=2$ ，则此三棱锥的体积为（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$

12. (5分) 设点P在曲线 $y=\frac{1}{2}e^x$ 上，点Q在曲线 $y=\ln(2x)$ 上，则 $|PQ|$ 最小值为（ ）

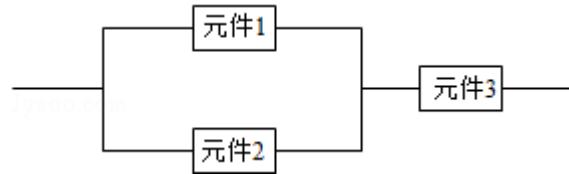
- A. $1 - \ln 2$ B. $\sqrt{2}(1 - \ln 2)$ C. $1 + \ln 2$ D. $\sqrt{2}(1 + \ln 2)$

二. 填空题：本大题共4小题，每小题5分。

13. (5分) 已知向量 \vec{a} ， \vec{b} 夹角为 45° ，且 $|\vec{a}|=1$ ， $|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{10}$ ，则 $|\vec{b}|=$ _____

14. (5分) 设 x, y 满足约束条件: $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x - y \geq -1 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$; 则 $z = x - 2y$ 的取值范围为_____

15. (5分) 某个部件由三个元件按下图方式连接而成, 元件1或元件2正常工作, 且元件3正常工作, 则部件正常工作, 设三个电子元件的使用寿命(单位: 小时) 均服从正态分布 $N(1000, 50^2)$, 且各个元件能否正常相互独立, 那么该部件的使用寿命超过1000小时的概率为_____.



16. (5分) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} - (-1)^n a_n = 2n - 1$, 则 $\{a_n\}$ 的前60项和为_____

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (12分) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, $a\cos C + \sqrt{3}a\sin C - b - c = 0$

- (1) 求 A ;
- (2) 若 $a=2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$; 求 b, c .

18. (12分) 某花店每天以每枝5元的价格从农场购进若干枝玫瑰花，然后以每枝10元的价格出售，如果当天卖不完，剩下的玫瑰花作垃圾处理.

(1) 若花店一天购进16枝玫瑰花，求当天的利润 y (单位: 元) 关于当天需求量 n (单位: 枝, $n \in \mathbb{N}$) 的函数解析式.

(2) 花店记录了100天玫瑰花的日需求量 (单位: 枝)，整理得如表:

日需求量 n	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

以100天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率.

(i) 若花店一天购进16枝玫瑰花， X 表示当天的利润 (单位: 元)，求 X 的分布列、数学期望及方差;

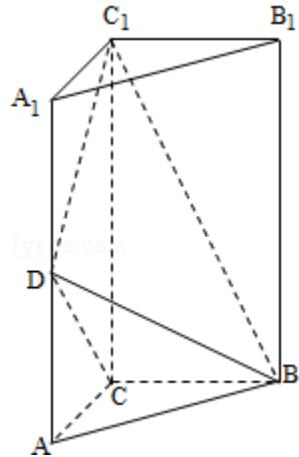
(ii) 若花店计划一天购进16枝或17枝玫瑰花，你认为应购进16枝还是17枝？请说明理由.

19. (12分) 如图，直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AC=BC=\frac{1}{2}AA_1$ ， D 是棱 AA_1 的中点

， $DC_1 \perp BD$

(1) 证明: $DC_1 \perp BC$;

(2) 求二面角 $A_1 - BD - C_1$ 的大小.



20. (12分) 设抛物线 $C: x^2=2py$ ($p>0$) 的焦点为 F , 准线为 l , $A \in C$, 已知以 F 为圆心, FA 为半径的圆 F 交 l 于 B , D 两点;

- (1) 若 $\angle BFD=90^\circ$, $\triangle ABD$ 的面积为 $4\sqrt{2}$, 求 p 的值及圆 F 的方程;
- (2) 若 A , B , F 三点在同一直线 m 上, 直线 n 与 m 平行, 且 n 与 C 只有一个公共点 , 求坐标原点到 m , n 距离的比值.

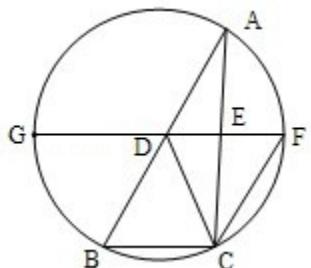
21. (12分) 已知函数 $f(x)$ 满足 $f'(1) = e^{x-1} - f(0) x + \frac{1}{2}x^2$;

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式及单调区间;
- (2) 若 $f(x) \geq \frac{1}{2}x^2 + ax + b$, 求 $(a+1)b$ 的最大值.

四、请考生在第22, 23, 24题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请写清题号.

22. (10分) 如图, D, E分别为 $\triangle ABC$ 边AB, AC的中点, 直线DE交 $\triangle ABC$ 的外接圆于F, G两点, 若 $CF \parallel AB$, 证明:

- (1) $CD=BC$;
- (2) $\triangle BCD \sim \triangle GBD$.



23. 选修4 - 4; 坐标系与参数方程

已知曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases} x=2\cos\phi \\ y=3\sin\phi \end{cases}$ (ϕ 为参数), 以坐标原点为极点, x轴的正半轴为极轴建立坐标系, 曲线 C_2 的坐标系方程是 $\rho=2$, 正方形ABCD的顶点都在 C_2 上, 且A, B, C, D依逆时针次序排列, 点A的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{3})$.

- (1) 求点A, B, C, D的直角坐标;
- (2) 设P为 C_1 上任意一点, 求 $|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2$ 的取值范围.

24. 已知函数 $f(x) = |x+a| + |x-2|$

- ① 当 $a = -3$ 时，求不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集；
- ② 若 $f(x) \leq |x-4|$ 的解集包含 $[1, 2]$ ，求 a 的取值范围.