

2011年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）

数学（文）

本试卷共5页，150分.考试时间长120分钟.考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 已知全集 $U=\mathbb{R}$,集合 $P=\{x \mid x^2 \leq 1\}$,那么 $\complement_U P =$

A. $(-\infty, -1]$

B. $[1, +\infty)$

C. $[-1, 1]$

D. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

2. 复数 $\frac{i-2}{1+2i} =$

A. i

B. $-i$

C. $-\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

D. $-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

3. 如果 $\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} y < 0$, 那么

A. $y < x < 1$

B. $x < y < 1$

C. $1 < x < y$

D. $1 < y < x$

4. 若 p 是真命题， q 是假命题，则

A. $p \wedge q$ 是真命题

B. $p \vee q$ 是假命题

C. $\neg p$ 是真命题

D. $\neg q$ 是真命题

5. 某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥的表面积是

A. 32

B. $16+16\sqrt{2}$

C. 48

D. $16+32\sqrt{2}$

6. 执行如图所示的程序框图，若输入 A 的值为2，则输出的 P 值为

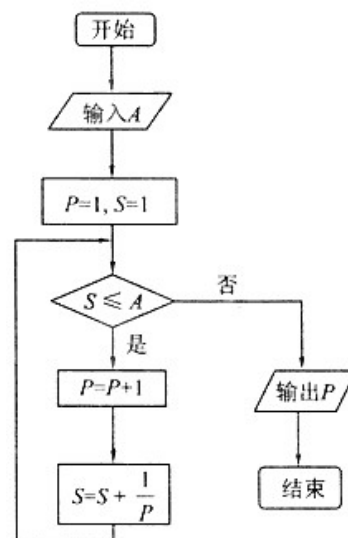
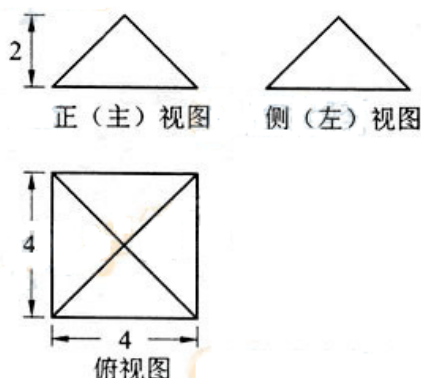
A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

7. 某车间分批生产某种产品，每批的生产准备费用为800元.若每批生产



x 件, 则平均仓储时间为 $\frac{x}{8}$ 天, 且每件产品每天的仓储费用为1元.为使平均每件产品的生产准备费用与仓储费用之和最小, 每批应生产产品

- A. 60件 B. 80件 C. 100件 D. 120件

8. 已知点A(0,2), B(2,0). 若点C在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像上, 则使得 $\triangle ABC$ 的面积为2的点C的个数为

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

第二部分 (非选择题 共110分)

二、填空题共6小题, 每小题5分, 共30分.

9. 在 $\triangle ABC$ 中.若 $b=5$, $\angle B = \frac{\pi}{4}$, $\sin A = \frac{1}{3}$, 则 $a =$ _____.

10. 已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 0$) 的一条渐近线的方程为 $y = 2x$, 则 $b =$ _____.

11. 已知向量 $a = (\sqrt{3}, 1)$, $b = (0, -1)$, $c = (k, \sqrt{3})$.若 $a - 2b$ 与 c 共线, 则 $k =$ _____.

12. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_4 = 4$, 则公比 $q =$ _____ ; $a_1 + a_2 + \dots + a_n =$ _____.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x \geq 2 \\ (x-1)^3, & x < 2 \end{cases}$ 若关于 x

的方程 $f(x) = k$ 有两个不同的实根, 则实数 k 的取值范围是_____

14. 设A(0,0), B(4,0), C(t+4,3), D(t,3) ($t \in \mathbb{R}$).记 $N(t)$ 为平行四边形ABCD内部(不含边界)的整点的个数, 其中整点是指横、纵坐标都是整数的点, 则 $N(0) =$ _____ $N(t)$ 的所有可能取值为_____

三、解答题6小题, 共80分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

15. (本小题共13分)

已知函数 $f(x) = 4 \cos x \sin(x + \frac{\pi}{6}) - 1$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期:

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值.

16. (本小题共13分)

以下茎叶图记录了甲、乙两组各四名同学的植树棵数.乙组记录中有一个数据模糊,无法确认,在图中以 x 表示.

甲组				乙组	
9	9		0	x	8
1	1		1	0	9

(1) 如果 $x=8$, 求乙组同学植树棵数的平均数和方差;

(2) 如果 $x=9$, 分别从甲、乙两组中随机选取一名同学, 求这两名同学的植树总棵数为19的概率.

(注: 方差 $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$, 其中 \bar{x} 为 x_1, x_2, \cdots, x_n 的平均数)

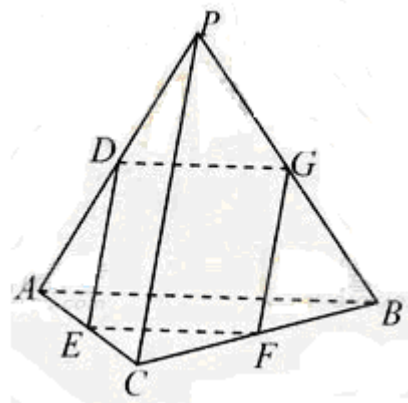
17. (本小题共14分)

如图, 在四面体 $PABC$ 中, $PC \perp AB$, $PA \perp BC$, 点 D, E, F, G 分别是棱 AP, AC, BC, PB 的中点.

(I) 求证: $DE \parallel$ 平面 BCP ;

(II) 求证: 四边形 $DEFG$ 为矩形;

(III) 是否存在点 Q , 到四面体 $PABC$ 六条棱的中点的距离相等? 说明理由.



18. (本小题共13分)

已知函数 $f(x) = (x - k)e^x$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值.

19. (本小题共14分)

已知椭圆 $G: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 右焦点为 $(2\sqrt{2}, 0)$, 斜率为 l 的直线

l 与椭圆 G 交于 A 、 B 两点, 以 AB 为底边作等腰三角形, 顶点为 $P(-3, 2)$.

- (I) 求椭圆 G 的方程;
- (II) 求 $\triangle PAB$ 的面积.

20. (本小题共13分)

若数列 $A_n: a_1, a_2, \dots, a_n (n \geq 2)$ 满足 $|a_{k+1} - a_k| = 1 (k = 1, 2, \dots, n-1)$, 则称 A_n 为 E 数列, 记

$$S(A_n) = a_1 + a_2 + \dots + a_n.$$

- (I) 写出一个 E 数列 A_5 满足 $a_1 = a_3 = 0$;
- (II) 若 $a_1 = 12$, $n=2000$, 证明: E 数列 A_n 是递增数列的充要条件是 $a_n = 2011$;
- (III) 在 $a_1 = 4$ 的 E 数列 A_n 中, 求使得 $S(A_n) = 0$ 成立得 n 的最小值.