

2010年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 2\}$ ， $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x} \leq 4\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）

- A. $(0, 2)$ B. $[0, 2]$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

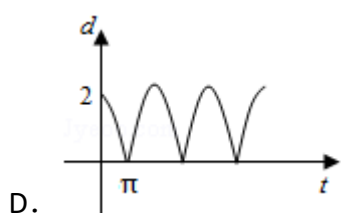
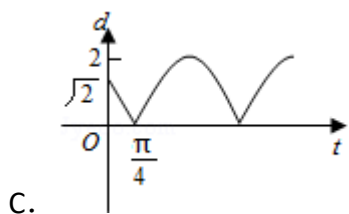
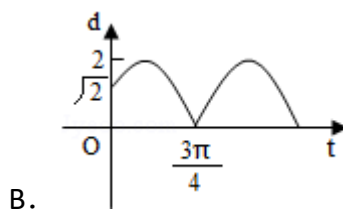
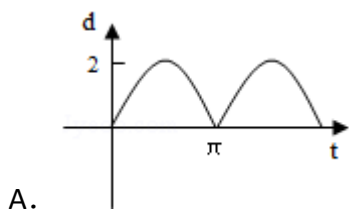
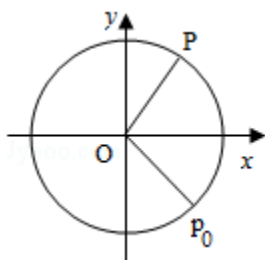
2. （5分）已知复数 $z = \frac{\sqrt{3}+i}{(1-\sqrt{3}i)^2}$ ， \bar{z} 是 z 的共轭复数，则 $z \cdot \bar{z} =$ （ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

3. （5分）曲线 $y = \frac{x}{x+2}$ 在点 $(-1, -1)$ 处的切线方程为 （ ）

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = 2x - 1$ C. $y = -2x - 3$ D. $y = -2x - 2$

4. （5分）如图，质点 P 在半径为2的圆周上逆时针运动，其初始位置为 $P_0(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ ，角速度为1，那么点 P 到 x 轴距离 d 关于时间 t 的函数图象大致为 （ ）



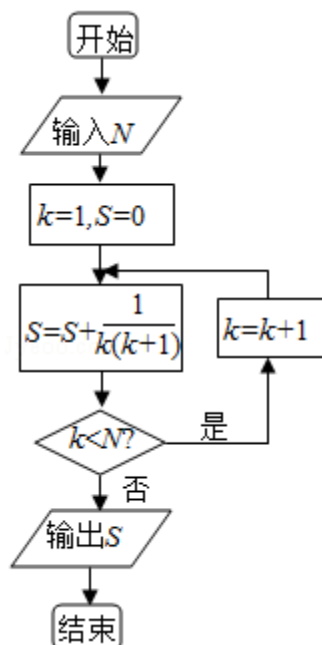
5. （5分）已知命题 p_1 : 函数 $y = 2^x - 2^{-x}$ 在 \mathbb{R} 为增函数， p_2 : 函数 $y = 2^x + 2^{-x}$ 在 \mathbb{R} 为减函数，则在命题 $q_1: p_1 \vee p_2$ ， $q_2: p_1 \wedge p_2$ ， $q_3: (\neg p_1) \vee p_2$ 和 $q_4: p_1 \wedge (\neg p_2)$ 中，真命题是 （ ）

- A. q_1, q_3 B. q_2, q_3 C. q_1, q_4 D. q_2, q_4

6. (5分) 某种种子每粒发芽的概率都为0.9，现播种了1000粒，对于没有发芽的种子，每粒需再补种2粒，补种的种子数记为X，则X的数学期望为 ()

A. 100 B. 200 C. 300 D. 400

7. (5分) 如果执行如图的框图，输入N=5，则输出的数等于 ()



A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

8. (5分) 设偶函数f(x)满足f(x)=2^x-4 (x≥0)，则{x|f(x-2)>0}= ()

A. {x|x<-2或x>4} B. {x|x<0或x>4}
C. {x|x<0或x>6} D. {x|x<-2或x>2}

9. (5分) 若 $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ， α 是第三象限的角，则 $\frac{1+\tan \frac{\alpha}{2}}{1-\tan \frac{\alpha}{2}} =$ ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

10. (5分) 设三棱柱的侧棱垂直于底面，所有棱长都为a，顶点都在一个球面上，则该球的表面积为 ()

A. πa^2 B. $\frac{7}{3} \pi a^2$ C. $\frac{11}{3} \pi a^2$ D. $5\pi a^2$

11. (5分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\lg x|, & 0 < x \leq 10 \\ -\frac{1}{2}x + 6, & x > 10 \end{cases}$, 若 a, b, c 互不相等, 且 $f(a)$

$= f(b) = f(c)$, 则 abc 的取值范围是 ()

- A. (1, 10) B. (5, 6) C. (10, 12) D. (20, 24)

12. (5分) 已知双曲线 E 的中心为原点, $P(3, 0)$ 是 E 的焦点, 过 P 的直线 l 与 E 相交于 A, B 两点, 且 AB 的中点为 $N(-12, -15)$, 则 E 的方程式为 ()

- A. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ C. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 设 $y=f(x)$ 为区间 $[0, 1]$ 上的连续函数, 且恒有 $0 \leq f(x) \leq 1$, 可以用随机模拟方法近似计算积分 $\int_0^1 f(x) dx$, 先产生两组 (每组 N 个) 区间 $[0, 1]$ 上的均匀随机数 x_1, x_2, \dots, x_N 和 y_1, y_2, \dots, y_N , 由此得到 N 个点 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, N$) , 再数出其中满足 $y_i \leq f(x_i)$ ($i=1, 2, \dots, N$) 的点数 N_1 , 那么由随机模拟方案可得积分 $\int_0^1 f(x) dx$ 的近似值为_____.

14. (5分) 正视图为一个三角形的几何体可以是_____ (写出三种)

15. (5分) 过点 $A(4, 1)$ 的圆 C 与直线 $x - y = 1$ 相切于点 $B(2, 1)$, 则圆 C 的方程为_____.

16. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, D 为边 BC 上一点, $BD = \frac{1}{2}DC$, $\angle ADB = 120^\circ$, $AD = 2$, 若 $\triangle ADC$ 的面积为 $3 - \sqrt{3}$, 则 $\angle BAC =$ _____.

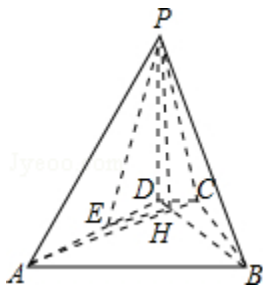
三、解答题 (共8小题, 满分90分)

17. (12分) 设数列满足 $a_1 = 2$, $a_{n+1} - a_n = 3 \cdot 2^{2n-1}$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $b_n = na_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. （12分）如图，已知四棱锥P - ABCD的底面为等腰梯形，AB∥CD，AC⊥BD，垂足为H，PH是四棱锥的高，E为AD中点
- （Ⅰ）证明：PE⊥BC
- （Ⅱ）若∠APB=∠ADB=60°，求直线PA与平面PEH所成角的正弦值.



19. （12分）为调查某地区老年人是否需要志愿者提供帮助，用简单随机抽样方法从该地区调查了500位老年人，结果如表：

性别	男	女
是否需要志愿者		
需要	40	30
不需要	160	270

- （1）估计该地区老年人中，需要志愿者提供帮助的比例；
- （2）能否有99%的把握认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别有关？
- （3）根据（2）的结论，能否提出更好的调查方法来估计该地区的老年人中需要志愿者提供帮助的老年人比例？说明理由.

P（K ² ≥k）	0.050	0.010	0.001
	3.841	6.635	10.828

附： $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

20. (12分) 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过 F_1

斜率为1的直线 l 与 E 相交于 A, B 两点, 且 $|AF_2|, |AB|, |BF_2|$ 成等差数列.

(1) 求 E 的离心率;

(2) 设点 $P(0, -1)$ 满足 $|PA| = |PB|$, 求 E 的方程.

21. (12分) 设函数 $f(x) = e^x - 1 - x - ax^2$.

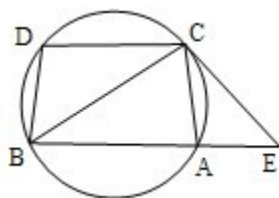
(1) 若 $a=0$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若当 $x \geq 0$ 时 $f(x) \geq 0$, 求 a 的取值范围.

22. (10分) 如图: 已知圆上的弧 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$, 过 C 点的圆的切线与 BA 的延长线交于 E 点, 证明:

(I) $\angle ACE = \angle BCD$.

(II) $BC^2 = BE \cdot CD$.



23. (10分) 已知直线 $C_1 \begin{cases} x=1+t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数), $C_2 \begin{cases} x=\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数)

,

(I) 当 $\alpha=\frac{\pi}{3}$ 时, 求 C_1 与 C_2 的交点坐标;

(II) 过坐标原点 O 做 C_1 的垂线, 垂足为 A , P 为 OA 中点, 当 α 变化时, 求 P 点的轨迹的参数方程, 并指出它是什么曲线.

24. (10分) 设函数 $f(x) = |2x - 4| + 1$.

(I) 画出函数 $y=f(x)$ 的图象;

(II) 若不等式 $f(x) \leq ax$ 的解集非空, 求 a 的取值范围.