

2010年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版 I ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 复数 $\frac{3+2i}{2-3i}$ = ()
A. i B. $-i$ C. $12 - 13i$ D. $12 + 13i$
2. (5分) 记 $\cos(-80^\circ) = k$, 那么 $\tan 100^\circ =$ ()
A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ B. $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ C. $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$ D. $-\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$
3. (5分) 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 1 \\ x+y \geq 0 \\ x-y-2 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=x-2y$ 的最大值为 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
4. (5分) 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$, $a_1a_2a_3=5$, $a_7a_8a_9=10$, 则 $a_4a_5a_6=$ ()
A. $5\sqrt{2}$ B. 7 C. 6 D. $4\sqrt{2}$
5. (5分) $(1+2\sqrt{x})^3(1-\frac{3}{\sqrt{x}})^5$ 的展开式中 x 的系数是 ()
A. -4 B. -2 C. 2 D. 4
6. (5分) 某校开设 A 类选修课 3 门, B 类选择课 4 门, 一位同学从中共选 3 门, 若要求两类课程中各至少选一门, 则不同的选法共有 ()
A. 30 种 B. 35 种 C. 42 种 D. 48 种
7. (5分) 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, BB_1 与平面 ACD_1 所成角的余弦值为 ()
A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
8. (5分) 设 $a=\log_3 2$, $b=\ln 2$, $c=5^{-\frac{1}{2}}$, 则 ()
A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$
9. (5分) 已知 F_1, F_2 为双曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$ 的左、右焦点, 点 P 在 C 上, $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$, 则 P 到 x 轴的距离为 ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{6}$

10. (5分) 已知函数 $f(x) = |\lg x|$, 若 $0 < a < b$, 且 $f(a) = f(b)$, 则 $a+2b$ 的取值范围是 ()

- A. $(2\sqrt{2}, +\infty)$ B. $[2\sqrt{2}, +\infty)$ C. $(3, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$

11. (5分) 已知圆O的半径为1, PA、PB为该圆的两条切线, A、B为两切点, 那么 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为 ()

- A. $-4+\sqrt{2}$ B. $-3+\sqrt{2}$ C. $-4+2\sqrt{2}$ D. $-3+2\sqrt{2}$

12. (5分) 已知在半径为2的球面上有A、B、C、D四点, 若 $AB=CD=2$, 则四面体ABCD的体积的最大值为 ()

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 不等式 $\sqrt{2x^2+1}-x \leqslant 1$ 的解集是 ____.

14. (5分) 已知 α 为第三象限的角, $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan(\frac{\pi}{4} + 2\alpha) = ____$.

15. (5分) 直线 $y=1$ 与曲线 $y=x^2 - |x| + a$ 有四个交点, 则 a 的取值范围是 ____.

16. (5分) 已知F是椭圆C的一个焦点, B是短轴的一个端点, 线段BF的延长线交C于点D, 且 $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{FD}$, 则C的离心率为 ____.

三、解答题 (共6小题, 满分70分)

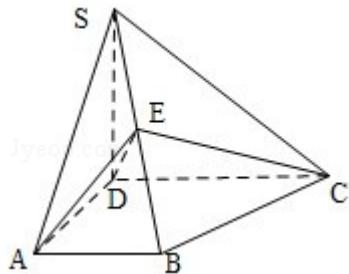
17. (10分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角A, B及其对边a, b满足 $a+b=a\cot A+b\cot B$, 求内角C.

18. (12分) 投到某杂志的稿件，先由两位初审专家进行评审。若能通过两位初审专家的评审，则予以录用；若两位初审专家都未予通过，则不予录用；若恰能通过一位初审专家的评审，则再由第三位专家进行复审，若能通过复审专家的评审，则予以录用，否则不予录用。设稿件能通过各初审专家评审的概率均为0.5，复审的稿件能通过评审的概率为0.3。各专家独立评审。

- (I) 求投到该杂志的1篇稿件被录用的概率；
- (II) 求投到该杂志的4篇稿件中，至少有2篇被录用的概率。

19. (12分) 如图，四棱锥S - ABCD中， $SD \perp$ 底面ABCD， $AB \parallel DC$ ， $AD \perp DC$ ， $AB = AD = 1$ ， $DC = SD = 2$ ，E为棱SB上的一点，平面EDC \perp 平面SBC。

- (I) 证明： $SE = 2EB$ ；
- (II) 求二面角A - DE - C的大小。



20. (12分) 已知函数 $f(x) = (x+1) \ln x - x + 1$ 。

- (I) 若 $xf'(x) \leq x^2 + ax + 1$ ，求a的取值范围；
- (II) 证明： $(x-1)f(x) \geq 0$ 。

21. (12分) 已知抛物线C: $y^2=4x$ 的焦点为F, 过点K (-1, 0) 的直线l与C相交于A、B两点, 点A关于x轴的对称点为D.

(I) 证明: 点F在直线BD上;

(II) 设 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = \frac{8}{9}$, 求 $\triangle BDK$ 的内切圆M的方程.

22. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1}=c - \frac{1}{a_n}$.

(I) 设 $c=\frac{5}{2}$, $b_n=\frac{1}{a_n-2}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 求使不等式 $a_n < a_{n+1} < 3$ 成立的c的取值范围.