

2013 年普通高等学校招生全国统一考试（重庆卷）

数学试题卷（文史类）

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个备选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

(1) 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{2, 3\}$ ，则 $\complement_U(A \cup B) =$

- (A) $\{1, 3, 4\}$ (B) $\{3, 4\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\{4\}$

(2) 命题“对任意 $x \in R$ ，都有 $x^2 \geq 0$ ”的否定为

- (A) 对任意 $x \in R$ ，使得 $x^2 < 0$ (B) 不存在 $x \in R$ ，使得 $x^2 < 0$
(C) 存在 $x_0 \in R$ ，都有 $x_0^2 \geq 0$ (D) 存在 $x_0 \in R$ ，都有 $x_0^2 < 0$

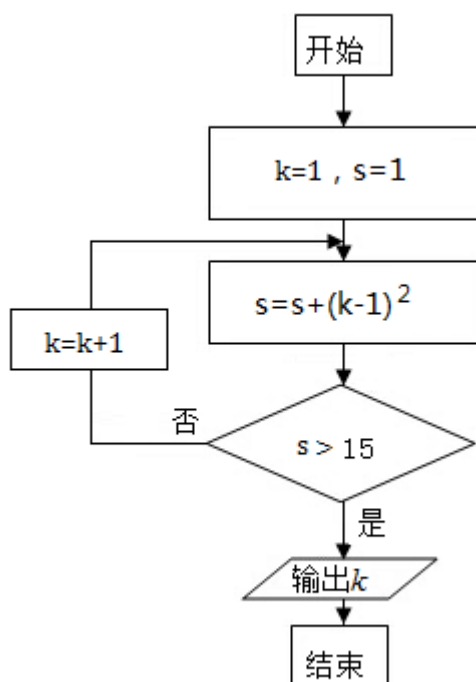
(3) 函数 $y = \frac{1}{\log_2(x-2)}$ 的定义域为

- (A) $(-\infty, 2)$ (B) $(2, +\infty)$
(C) $(2, 3) \cup (3, +\infty)$ (D) $(2, 4) \cup (4, +\infty)$

(4) 设 P 是圆 $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$ 上的动点， Q 是直线 $x = -3$ 上的动点，则 $|PQ|$ 的最小值为

- (A) 6 (B) 4 (C) 3 (D) 2

(5) 执行如题 (5) 图所示的程序框图，则输出的 k 的值是



- (A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6

(6) 下图是某公司 10 个销售店某月销售某产品数量（单位：台）的茎叶图，则数据落在区间 $[20, 30)$ 内的概率为

- (A) 0.2 (B) 0.4
(C) 0.5 (D) 0.6

1	8	9			
2	1	2	2	7	9
3	0	0	3		

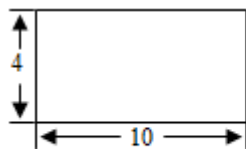
题 (6) 图

(7) 关于 x 的不等式 $x^2 - 2ax - 8a^2 < 0$ ($a > 0$) 的解集

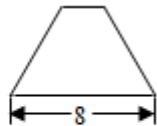
为 (x_1, x_2) ，且： $x_2 - x_1 = 15$ ，则 $a =$

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{15}{4}$ (D) $\frac{15}{2}$

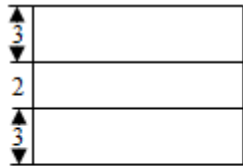
(8) 某几何体的三视图如题 (8) 所示，则该几何体的表面积为



正（主）视图



侧（左）视图



俯视图

- (A) 180
(B) 200
(C) 220
(D) 240

(9) 已知函数 $f(x) = ax^3 + b \sin x + 4 (a, b \in \mathbb{R})$, $f(\lg(\log_2 10)) = 5$, 则 $f(\lg(\lg 2)) =$

- (A) -5 (B) -1 (C) 3 (D) 4

(10) 设双曲线 C 的中心为点 O , 若有且只有一对相较于点 O 、所成的角为 60° 的直线 A_1B_1

和 A_2B_2 , 使 $|A_1B_1| = |A_2B_2|$, 其中 A_1 、 B_1 和 A_2 、 B_2 分别是这对直线与双曲线 C 的交点, 则该双曲线的离心率的取值范围是

- (A) $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2]$ (B) $[\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2)$ (C) $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ (D)

$[\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

二. 填空题：本大题共 6 小题，考生作答 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。把答案填写在答题卡相应位置上。

(11) 已知复数 $z = 1 + 2i$ (i 是虚数单位), 则 $|z| =$ _____.

(12) 若 2、 a 、 b 、 c 、9 成等差数列, 则 $c - a =$ _____.

(13) 若甲、乙、丙三人随机地站成一排, 则甲、乙两人相邻而站的概率为 _____.

(14) OA 为边, OB 为对角线的矩形中, $\overrightarrow{OA} = (-3, 1)$, $\overrightarrow{OB} = (-2, k)$, 则实数

$k = \underline{\hspace{2cm}}$.

(15) 设 $0 \leq \alpha \leq \pi$, 不等式 $8x^2 - (8\sin \alpha)x + \cos 2\alpha \geq 0$ 对 $x \in R$ 恒成立, 则 a 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(16) (本小题满分 13 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 6 分)

设数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3a_n$, $n \in N_+$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n ;

(II) 已知 $\{b_n\}$ 是等差数列, T_n 为前 n 项和, 且 $b_1 = a_2$, $b_3 = a_1 + a_2 + a_3$, 求 T_{20} .

(17) (本小题满分 13 分, (I) 小问 9 分, (II)、(III) 小问各 2 分)

从某居民区随机抽取 10 个家庭, 获得第 i 个家庭的月收入 x_i (单位: 千元) 与月储蓄 y_i

(单位: 千元) 的数据资料, 算得 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 80$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 20$, $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 184$,

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 720.$$

(I) 求家庭的月储蓄 y 对月收入 x 的线性回归方程 $y = bx + a$;

(II) 判断变量 x 与 y 之间是正相关还是负相关;

(III) 若该居民区某家庭月收入为 7 千元, 预测该家庭的月储蓄.

附: 线性回归方程 $y = bx + a$ 中, $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $a = \bar{y} - b \bar{x}$,

其中 \bar{x} , \bar{y} 为样本平均值, 线性回归方程也可写为 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$.

(18) (本小题满分 13 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 9 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A 、 B 、 C 的对边分别是 a 、 b 、 c , 且 $a^2 = b^2 + c^2 + \sqrt{3}ab$.

(I) 求 A ;

(II) 设 $a = \sqrt{3}$, S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 求 $S + 3 \cos B \cos C$ 的最大值, 并指出此时 B

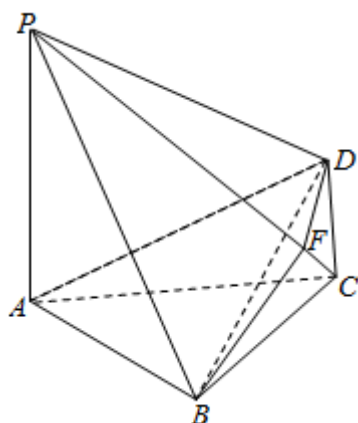
的值.

(19) (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (19) 图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA = 2\sqrt{3}$,
 $BC = CD = 2$, $\angle ACB = \angle ACD = \frac{\pi}{3}$.

(I) 求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;

(II) 若侧棱 PC 上的点 F 满足 $PF = 7FC$, 求三棱锥 $P-BDF$ 的体积.



(20) (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

某村庄拟修建一个无盖的圆柱形蓄水池 (不计厚度). 设该蓄水池的底面半径为 r 米, 高为 h 米, 体积为 V 立方米. 假设建造成本仅与表面积有关, 侧面积的建造成本为 100 元/平方米, 底面的建造成本为 160 元/平方米, 该蓄水池的总建造成本为 12000π 元 (π 为圆周率).

(I) 将 V 表示成 r 的函数 $V(r)$, 并求该函数的定义域;

(II) 讨论函数 $V(r)$ 的单调性, 并确定 r 和 h 为何值时该蓄水池的体积最大.

(21) (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

如题 (21) 图, 椭圆的中心为原点 O , 长轴在 x 轴上, 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 过左焦点 F_1 作 x 轴的垂线交椭圆于 A 、 A' 两点, $|AA'| = 4$.

(I) 求该椭圆的标准方程;

(II) 取平行于 y 轴的直线与椭圆相较于不同的两点 P 、 P' , 过 P 、 P' 作圆心为 Q 的圆, 使椭圆上的其余点均在圆 Q 外. 求 $\triangle PP'Q$ 的面积 S 的最大值, 并写出对应的圆 Q 的标准方程.

