

2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

- 1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

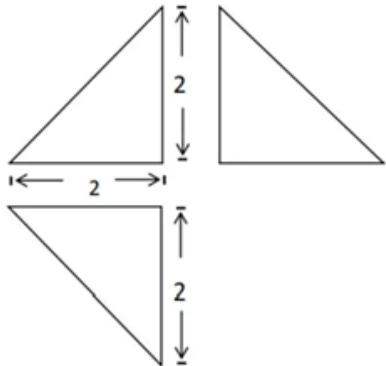
- 1.已知集合 $A=\{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$, $B=\{x|3 < x < 15\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为
A.2 B.3 C.4 D.5
- 2.若 $\bar{z}(1+i)=1-i$, 则 $z=$
A. $1-i$ B. $1+i$ C. $-i$ D. i
- 3.设一组样本数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的方差为0.01, 则数据 $10x_1, 10x_2, \dots, 10x_n$ 的方差为
A.0.01 B.0.1 C.1 D.10
- 4.Logistic模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领域，有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数 $I(t)$ (t 的单位：天)的Logistic模型： $I(t)=\frac{K}{1+e^{-0.23(t-53)}}$, 其中 K 为最大确诊病例数。当 $I(t^*)=0.95K$ 时，标志着已初步遏制疫情，则 t^* 约为($\ln 19 \approx 3$)
A.60 B.63 C.66 D.69
- 5.已知 $\sin \theta + \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) = 1$, 则 $\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) =$
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 6.在平面内， A, B 是两个定点， C 是动点，若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 1$, 则 C 的轨迹为
A.圆 B.椭圆 C.抛物线 D.直线
- 7.设 O 为坐标原点，直线 $x=2$ 与抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 交于 D, E 两点，若 $OD \perp OE$, 则 C 的焦点坐标为

A. $(\frac{1}{4}, 0)$ B. $(\frac{1}{2}, 0)$ C. $(1, 0)$ D. $(2, 0)$

8. 点 $(0, 1)$ 到直线 $y=k(x+1)$ 距离的最大值为

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

9. 右图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是



A. $6+4\sqrt{2}$ B. $4+4\sqrt{2}$ C. $6+2\sqrt{3}$ D. $4+2\sqrt{3}$

10. 设 $a=\log_3 2$, $b=\log_5 3$, $c=\frac{2}{3}$, 则

A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos C = \frac{2}{3}$, $AC=4$, $BC=3$, 则 $\tan B =$

A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $8\sqrt{5}$

12. 已知函数 $f(x)=\sin x + \frac{1}{\sin x}$, 则

A. $f(x)$ 的最小值为2

B. $f(x)$ 的图像关于y轴对称

C. $f(x)$ 的图像关于直线 $x=\pi$ 对称

D. $f(x)$ 的图像关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 著 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ 2x-y \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$, 则 $z=3x+2y$ 的最大值为_____。

14. 设双曲线C: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的一条渐近线为 $y=\sqrt{2}x$, 则C的离心率为_____。

。

15. 设函数 $f(x) = \frac{e^x}{x+a}$, 若 $f(1) = \frac{e}{4}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 已知圆锥的底面半径为1, 母线长为3, 则该圆锥内半径最大的球的体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共60分。

17.(12分)

设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 4$, $a_3 - a_1 = 8$ 。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 S_n 为数列 $\{\log_3 a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_m + S_{m+1} = S_{m+3}$, 求 m 。

18.(12分)

某学生兴趣小组随机调查了某市100天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次, 整理数据得到下表(单位: 天):

锻炼人次 空气质量等级	[0,200]	(200, 400]	(400, 600]
1 (优)	2	16	25
2 (良)	5	10	12
3 (轻度污染)	6	7	8
4 (中度污染)	7	2	0

(1) 分别估计该市一天的空气质量等级为1, 2, 3, 4的概率;

(2) 求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);

(3) 若某天的空气质量等级为1或2, 则称这天“空气质量好”; 若某天的空气质量等级为3或4, 则称这天“空气质量不好”。根据所给数据, 完成下面的 2×2 列联表, 并根据列联表, 判断是否有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关?

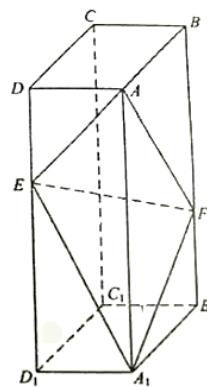
	人次≤400	人次>400
空气质量好		
空气质量不好		

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19.(12分)

如图, 在长方体ABCD—A₁B₁C₁D₁中, 点E, F分别在棱DD₁, BB₁上, 且2DE=ED₁, BF=2FB₁。证明:



(1)当AB=BC时, EF⊥AC;

(2)点C₁在平面AEF内。

20.(12分)

已知函数f(x)=x³-kx+k²。

(1)讨论f(x)的单调性;

(2)若f(x)有三个零点, 求k的取值范围。

21.(12分)

已知椭圆C: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m^2} = 1$ ($0 < m < 5$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{15}}{4}$, A, B分别为C的左、右顶点。

(1)求C的方程;

(2)若点P在C上, 点Q在直线x=6上, 且|BP|=|BQ|, BP⊥BQ, 求△APQ的面积。

(二)选考题: 共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22.[选修4—4: 坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系xOy中, 曲线C的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 - t - t^2 \\ y = 2 - 3t + t^2 \end{cases}$ (t为参数且t≠1), C与坐标轴交于

A, B两点。

(1)求|AB|;

(2)以坐标原点为极点, x轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求直线AB的极坐标方程。

23.[选修4—5: 不等式选讲](10分)

设a, b, c∈R, a+b+c=0, abc=1。

(1)证明: ab+bc+ca<0;

(2)用max{a, b, c}表示a, b, c的最大值, 证明: $\max\{a, b, c\} \geq \sqrt[3]{4}$ 。