

# 2012 年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

## 数学（理科）

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷第 1 至 2 页，第 II 卷第 3 至第 4 页。全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

### 考生注意事项：

1. 务必在试题卷、答题卡上自己的姓名、座位号，并认真粘贴的条形码中姓名、座位号是否一致。务必在规定的地方填写姓名和座位号后两位。
2. 答第 I 卷时，每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 答第 II 卷时，必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置绘出，确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束，务必将试卷和答题卡一并上交。

### 参考：

如果事件  $A$  与  $B$  互斥，则  $P(A+B) = P(A)+P(B)$

如果事件  $A$  与  $B$  相互独立，则  $P(AB) = P(A)P(B)$

如果  $A$  与  $B$  是事件，且  $P(B) > 0$ ，则  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

(1) 复数  $x$  满足  $(z-i)(2-i)=5$ . 则( )

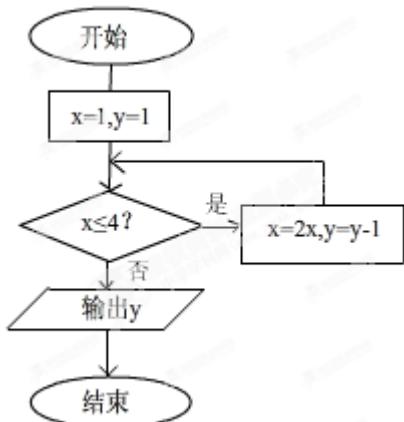
- A.  $-2-2i$       B.  $-2+2i$       C.  $2-2i$       D.  $2+2i$

(2) 下列函数中，不满足  $f(2x) = 2f(x)$  的是( )

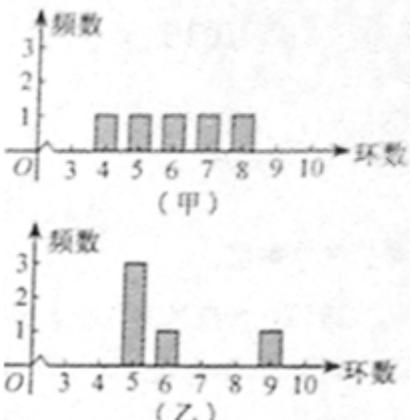
- A.  $f(x) = |x|$       B.  $f(x) = x - |x|$       C.  $f(x) = x + 1$       D.  $f(x) = -x$

3. 如图所示，程序框图（算法流程图）的输出结果是( )

- A. 3      B. 4      C. 5      D. 8



4. 公比为 2 的等比数列 $\{a_n\}$  的各项都是正数，且  $a_3a_{11}=16$ ，则  $\log_2 a_{10}=(\quad)$
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
5. 甲、乙两人在一次射击比赛中各射靶 5 次，两人成绩的条形统计图如图所示，则( )



第(5)题图

- (A) 甲的成绩的平均数小于乙的成绩的平均数  
(B) 甲的成绩的中位数等于乙的成绩的中位数  
(C) 甲的成绩的方差小于乙的成绩的方差  
(D) 甲的成绩的极差小于乙的成绩的极差
- (6) 设平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  相交于直线  $m$ ，直线  $a$  在平面  $\alpha$  内。直线  $b$  在平面  $\beta$  内，且  $b \perp m$ ，则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的( )
- (A) 充分不必要条件  
(B) 必要不充分条件  
(C) 充分必要条件  
(D) 既不充分也不必要条件
- (7)  $(x^2 + 2)\left(\frac{1}{x^2} - 1\right)^5$  的展开式的常数项是( )
- (A) -3 (B) -2 (C) 2 (D) 3

(8) 在平面直角坐标系中, 点  $O(0, 0)$ ,  $P(6, 8)$ , 将向量  $\overrightarrow{OP}$  绕点  $O$  逆时针方向旋转  $\frac{3\pi}{4}$  后得

向量  $\overrightarrow{OQ}$ , 则点的坐标是( )

- (A)  $(-7\sqrt{2}, -\sqrt{2})$  (B)  $(-7\sqrt{2}, \sqrt{2})$  (C)  $(-4\sqrt{6}, -2)$  (D)  $(-4\sqrt{6}, 2)$

(9) 过抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点  $F$  的直线交该抛物线于  $A, B$  两点,  $O$  为坐标原点。若  $|AF| = 3$ , 则  $\triangle AOB$  的面积为( )

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (D)  $2\sqrt{2}$

(10) 6 位同学在毕业聚会活动中进行纪念品的交换, 任意两位同学之间最多交换一次, 进行交换的两位同学互赠一份纪念品。已知 6 位同学之间共进行了 13 次交换, 则收到 4 份纪念品的同学人数为( )

- (A) 1 或 3 (B) 1 或 4 (C) 2 或 3 (D) 2 或 4

## 2012 年普通高等学校招生全国统一考试 (安徽卷)

### 数 学 (理科)

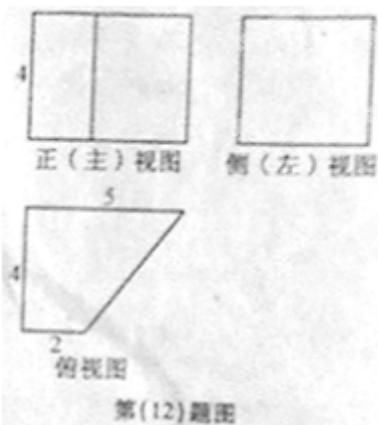
第 II 卷 (非选择题 共 100 分)

请用 0.5 毫米海瑟墨水签字笔在答题卡上作答, 在试卷上答题无效。

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分, 把答案填在答题卡的相应位置。

(11) 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + 2y \geq 3 \\ 2x + y \leq 3 \end{cases}$ , 则  $x - y$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

(12) 某几何体的三视图如图所示, 该几何体的表面积是\_\_\_\_\_。



(13) 在极坐标系中, 圆  $\rho = 4 \sin \theta$  的圆心到直线  $\theta = \frac{\pi}{6}$  ( $\rho \in \mathbb{R}$ ) 的距离是\_\_\_\_\_。

(14) 若平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|2\vec{a} - \vec{b}| \leq 3$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  的最小值是\_\_\_\_\_。

(15) 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对边的长分别为  $a, b, c$ , 则下列命题正确的是\_\_\_\_\_ (写出所有正确命题的编号)。

①若  $ab > c^2$ , 则  $C < \frac{\pi}{3}$       ②若  $a + b > 2c$ , 则  $C < \frac{\pi}{3}$

③若  $a^3 + b^3 = c^3$ , 则  $C > \frac{\pi}{2}$       ④若  $(a+b)c = 2ab$ , 则  $C > \frac{\pi}{2}$

⑤若  $(a^2 + b^2)c^2 = 2a^2b^2$ , 则  $C > \frac{\pi}{3}$

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。解答写在答题卡上的指定区域内。

(16) (本小题满分 12 分) 设函数  $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \sin^2 x$ ,

(I) 求  $f(x)$  的最小正周期;

(II) 设函数  $g(x)$  对任意  $x \in \mathbb{R}$ , 有  $g(x + \frac{\pi}{2}) = g(x)$ , 且当  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  时,

$g(x) = \frac{1}{2} - f(x)$ , 求  $g(x)$  在区间  $[-\pi, 0]$  上的解析式。

(17) (本小题满分 12 分)

某单位招聘面试, 每次从试题库随机调用一道试题, 若调用的是  $A$  类型试题, 则使用后该试题回库, 并增补一道  $A$  类试题和一道  $B$  类型试题入库, 此次调题工作结束; 若调用的是  $B$  类型试题, 则使用后该试题回库, 此次调题工作结束。试题库中现共有  $n+m$  道试题, 其中有  $n$  道  $A$  类型试题和  $m$  道  $B$  类型试题, 以  $X$  表示两次调题工作完成后, 试题库中  $A$  类试题的数量。

(I) 求  $X = n+2$  的概率;

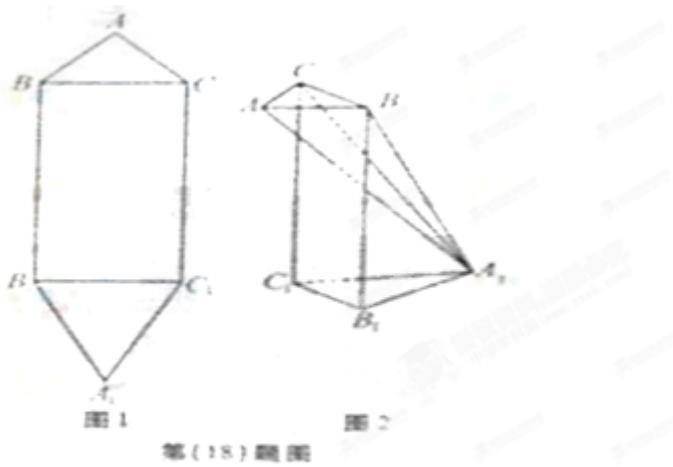
(II) 设  $m = n$ , 求  $X$  的分布列和均值 (数学期望)。

(18) (本小题满分 12 分)

平面图形  $ABB_1A_1C_1C$  如图 1 所示, 其中  $BB_1C_1C$  是矩形,  $BC = 2, BB_1 = 4$ ,

$AB = AC = \sqrt{2}$ ,  $A_1B_1 = A_1C_1 = \sqrt{5}$ 。现将该平面图形分别沿  $BC$  和  $B_1C_1$  折叠, 使  $\triangle ABC$

与  $\triangle A_1B_1C_1$  所在平面都与平面  $BB_1C_1C$  垂直, 再分别连接  $AA_1, BA_1, CA_1$ , 得到如图 2 所示的空间图形, 对此空间图形解答下列问题。



(I) 证明:  $AA_1 \perp BC$ ; (II) 求  $AA_1$  的长; (III) 求二面角  $A-BC-A_1$  的余弦值。

19. (本小题满分 13 分)

设函数  $f(x) = ae^x + \frac{1}{ae^x} + b (a > 0)$

(I) 求  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  内的最小值;

(II) 设曲线  $y = f(x)$  在点  $(2, f(2))$  处的切线方程为  $y = \frac{3}{2}x$ , 求  $a, b$  的值。

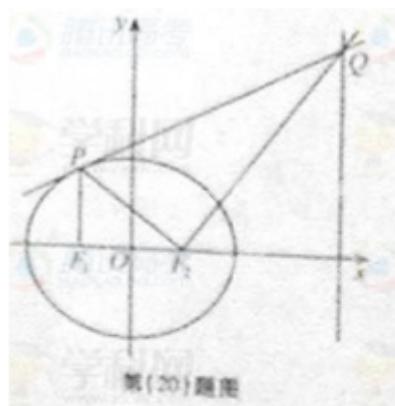
20. (本小题满分 13 分)

如图, 点  $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$  分别是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左右焦点, 经过  $F_1$

做  $x$  轴的垂线交椭圆  $C$  的上半部分于点  $P$ , 过点  $F_2$  作直线  $PF_2$  垂线交直线  $x = \frac{a^2}{c}$  于点  $Q$ .

(I) 如果点  $Q$  的坐标为  $(4, 4)$ , 求此时椭圆  $C$  的方程;

(II) 证明: 直线  $PQ$  与椭圆  $C$  只有一个交点。



第(20)题图

21. (本小题满分 13 分)

数列  $\{x_n\}$  满足  $x_1 = 0, x_{n+1} = -x_n^2 + x_n + c (n \in N_+)$

( I ) 证明:  $\{x_n\}$  是从递减数列的充分必要条件是  $c < 0$ ;

( II ) 求  $c$  的取值范围, 使  $\{x_n\}$  是递增数列。