

2008年普通高等学校招生全国统一考试山东文科数学试题及答案

第 I 卷（共60分）

参考公式：

锥体的体积公式： $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 是锥体的底面积， h 是锥体的高.

球的表面积公式： $S = 4\pi R^2$ ，其中 R 是球的半径.

如果事件 A, B 互斥，那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$.

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

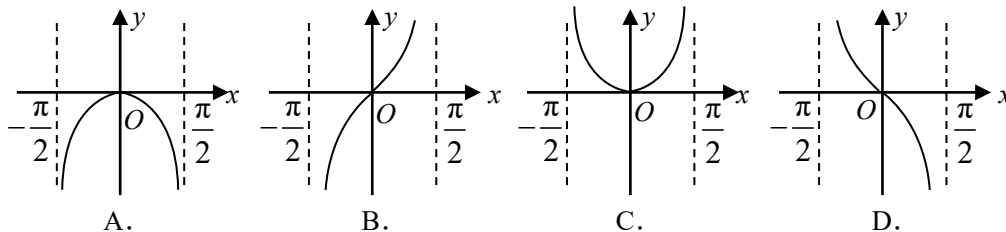
1. 满足 $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ，且 $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$ 的集合 M 的个数是（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 设 z 的共轭复数是 \bar{z} ，若 $z + \bar{z} = 4$ ， $z \cdot \bar{z} = 8$ ，则 $\frac{\bar{z}}{z}$ 等于（ ）

A. i B. $-i$ C. ± 1 D. $\pm i$

3. 函数 $y = \ln \cos x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$ 的图象是（ ）



4. 给出命题：若函数 $y = f(x)$ 是幂函数，则函数 $y = f(x)$ 的图象不过第四象限．在它的逆命题、否命题、逆否命题三个命题中，真命题的个数是（ ）

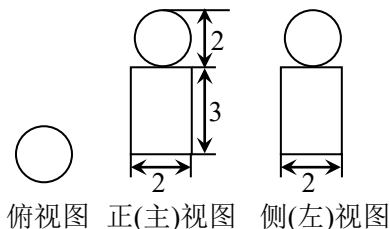
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1, \\ x^2+x-2, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f\left(\frac{1}{f(2)}\right)$ 的值为（ ）

A. $\frac{15}{16}$ B. $-\frac{27}{16}$ C. $\frac{8}{9}$ D. 18

6. 右图是一个几何体的三视图，根据图中数据，可得该几何体的表面积是（ ）

A. 9π B. 10π



C. 11π D. 12π

7. 不等式 $\frac{x+5}{(x-1)^2} \geq 2$ 的解集是 ()

A. $\left[-3, \frac{1}{2}\right]$ B. $\left[-\frac{1}{2}, 3\right]$ C. $\left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup (1, 3]$ D. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right) \cup (1, 3]$

8. 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边, 向量

$\mathbf{m} = (\sqrt{3}, -1), \mathbf{n} = (\cos A, \sin A)$. 若 $\mathbf{m} \perp \mathbf{n}$, 且 $a \cos B + b \cos A = c \sin C$, 则角

A, B 的大小分别为 ()

A. $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$

9. 从某项综合能力测试中抽取100人的成绩, 统计如表, 则这100人成绩的标准差为 ()

分数	5	4	3	2	1
人数	20	10	30	30	10

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ C. 3 D. $\frac{8}{5}$

10. 已知 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin \alpha = \frac{4}{5}\sqrt{3}$, 则 $\sin\left(\alpha + \frac{7\pi}{6}\right)$ 的值是 ()

A. $-\frac{2\sqrt{3}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

11. 若圆 C 的半径为1, 圆心在第一象限, 且与直线 $4x - 3y = 0$ 和 x 轴相切, 则该圆的标准方程是 ()

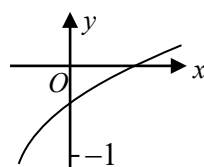
A. $(x-3)^2 + \left(y - \frac{7}{3}\right)^2 = 1$ B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$ D. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = 1$

12. 已知函数 $f(x) = \log_a(2^x + b - 1)$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图象如图所示, 则 a, b 满足的关系是 ()

A. $0 < a^{-1} < b < 1$ B. $0 < b < a^{-1} < 1$

C. $0 < b^{-1} < a < -1$ D. $0 < a^{-1} < b^{-1} < 1$



第II卷 (共90分)

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分.

13. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$. 以圆 C 与坐标轴的交点分别作为双曲线的一个焦点和顶点, 则适合上述条件的双曲线的标准方程为_____.

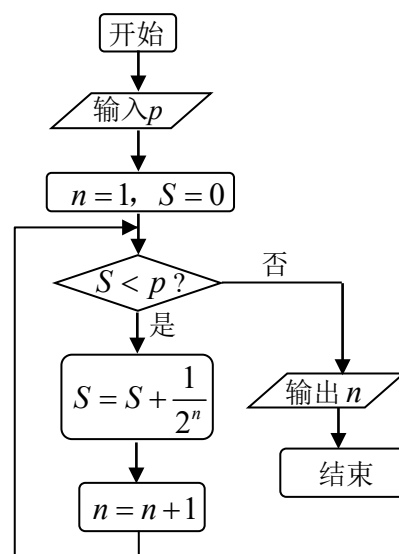
14. 执行右边的程序框图, 若 $p = 0.8$, 则输出的 $n =$ _____.

15. 已知 $f(3^x) = 4x \log_2 3 + 233$,

则 $f(2) + f(4) + f(8) + \cdots + f(2^8)$ 的值等于_____.

16. 设 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x - y + 2 \geq 0, \\ 5x - y - 10 \leq 0, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$$

则 $z = 2x + y$ 的最大值为_____.



三、解答题：本大题共6小题，共74分.

17. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) - \cos(\omega x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$, $\omega > 0$) 为偶函数, 且函数 $y = f(x)$ 图象的两相邻对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

(I) 求 $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 的值;

(II) 将函数 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 的单调递减区间.

18. (本小题满分12分)

现有8名奥运会志愿者, 其中志愿者 A_1, A_2, A_3 通晓日语, B_1, B_2, B_3 通晓俄语,

C_1, C_2 通晓韩语. 从中选出通晓日语、俄语和韩语的志愿者各1名, 组成一个小组.

(I) 求 A_1 被选中的概率;

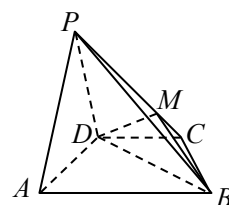
(II) 求 B_1 和 C_1 不全被选中的概率.

19. (本小题满分12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $\triangle PAD$ 是等边三角形, 已知 $BD = 2AD = 8$, $AB = 2DC = 4\sqrt{5}$.

(I) 设 M 是 PC 上的一点, 证明: 平面 $MBD \perp$ 平面 PAD ;

(II) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



20. (本小题满分12分)

将数列 $\{a_n\}$ 中的所有项按每一行比上一行多一项的规则排成如下数表:

a_1

$a_2 \quad a_3$

$a_4 \quad a_5 \quad a_6$

$a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10}$

记表中的第一列数 $a_1, a_2, a_4, a_7, \dots$ 构成的数列为 $\{b_n\}$, $b_1 = a_1 = 1$. S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 且满足 $\frac{2b_n}{b_n S_n - S_n^2} = 1 (n \geq 2)$.

(I) 证明数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 成等差数列, 并求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 上表中, 若从第三行起, 第一行中的数按从左到右的顺序均构成等比数列, 且公比为同一个正数. 当 $a_{81} = -\frac{4}{91}$ 时, 求上表中第 $k (k \geq 3)$ 行所有项的和.

21. (本小题满分12分)

设函数 $f(x) = x^2 e^{x-1} + ax^3 + bx^2$, 已知 $x = -2$ 和 $x = 1$ 为 $f(x)$ 的极值点.

(I) 求 a 和 b 的值;

(II) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(III) 设 $g(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2$, 试比较 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小.

22. (本小题满分14分)

已知曲线 $C_1: \frac{|x|}{a} + \frac{|y|}{b} = 1 (a > b > 0)$ 所围成的封闭图形的面积为 $4\sqrt{5}$, 曲线 C_1 的内切圆半径为 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. 记 C_2 为以曲线 C_1 与坐标轴的交点为顶点的椭圆.

(I) 求椭圆 C_2 的标准方程;

(II) 设 AB 是过椭圆 C_2 中心的任意弦, l 是线段 AB 的垂直平分线. M 是 l 上异于椭圆中心的点.

(1) 若 $|MO| = \lambda|OA|$ (O 为坐标原点), 当点 A 在椭圆 C_2 上运动时, 求点 M 的轨迹方程;

(2) 若 M 是 l 与椭圆 C_2 的交点, 求 $\triangle AMB$ 的面积的最小值.