

2012 年高考湖北理科数学试卷解析（学生版）

选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 方程 $x^2 + 6x + 13 = 0$ 的一个根是()

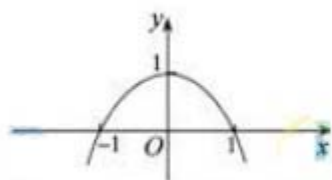
A $-3+2i$ B $3+2i$ C $-2+3i$ D $2+3i$

2. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{C}_R \mathbb{Q}, x_0^3 \in \mathbb{Q}$ ”的否定是()

A $\exists x_0 \notin \mathbb{C}_R \mathbb{Q}, x_0^3 \in \mathbb{Q}$ B $\exists x_0 \in \mathbb{C}_R \mathbb{Q}, x_0^3 \notin \mathbb{Q}$

C $\forall x_0 \notin \mathbb{C}_R \mathbb{Q}, x_0^3 \in \mathbb{Q}$ D $\forall x_0 \in \mathbb{C}_R \mathbb{Q}, x_0^3 \notin \mathbb{Q}$

3. 已知二次函数 $y=f(x)$ 的图像如图所示，则它与 x 轴所围图形的面积为()



第3题图

A. $\frac{2\pi}{5}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\pi}{2}$

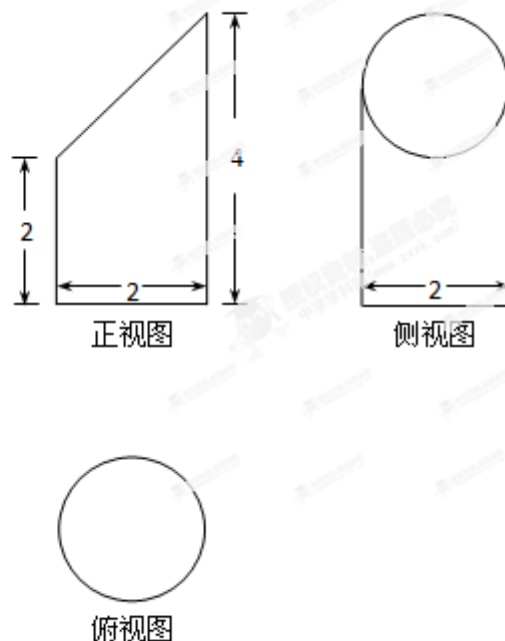
4. 已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为()

A. $\frac{8\pi}{3}$ B. 3π C. $\frac{10\pi}{3}$ D. 6π

5. 设 $a \in \mathbb{Z}$ ，且 $0 \leq a \leq 13$ ，若 $51^{2012} + a$ 能被 13 整除，则

$a =$ ()

A. 0 B. 1 C. 11 D. 12



第4题图

6. 设 a, b, c, x, y, z 是正数，且 $a^2 + b^2 + c^2 = 10, x^2 + y^2 + z^2 = 40, ax + by + cz = 20$ ，则 $\frac{a+b+c}{x+y+z} =$ ()

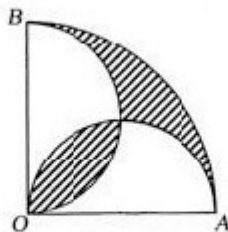
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

7. 定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ ，如果对于任意给定的等比数列 $\{a_n\}$ ， $\{f(a_n)\}$ 仍是等比数列，则称 $f(x)$ 为“保等比数列函数”。现有定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的如下函数：① $f(x) = x^2$ ；② $f(x) = 2^x$ ；③ $f(x) = \sqrt{|x|}$ ；④ $f(x) = \ln|x|$ 。

则其中是“保等比数列函数”的 $f(x)$ 的序号为()

- A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ②④

8.如图，在圆心角为直角的扇形 OAB 中，分别以 OA ， OB 为直径作两个半圆。在扇形 OAB 内随机取一点，则此点取自阴影部分的概率是()



第 8 题图

- A. $1 - \frac{2}{\pi}$ B. $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$ C. $\frac{2}{\pi}$ D. $\frac{1}{\pi}$

9.函数 $f(x) = x \cos x^2$ 在区间 $[0, 4]$ 上的零点个数为()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

10.我国古代数学名著《九章算术》中“开立圆术”曰：置积尺数，以十六乘之，九而一，所得开立方除之，即立圆径，“开立圆术”相当于给出了已知球的体积 V ，求其直径 d 的一个近似公式 $d \approx \sqrt[3]{\frac{16}{9}V}$.人们还用过一些类似的近似公式。根据 $\pi \approx 3.14159$判断，下列近似公式中最精确的一个是()

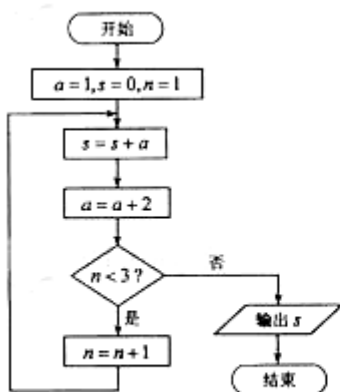
- A. $d \approx \sqrt[3]{\frac{16}{9}V}$ B. $d \approx \sqrt[3]{2V}$ C. $d \approx \sqrt[3]{\frac{300}{157}V}$ D. $d \approx \sqrt[3]{\frac{21}{11}V}$

二、填空题：本大题共 6 小题，考试共需作答 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。请将答案填在答题卡对应题号的位置上。答错位置，书写不清，模棱两可均不得分。

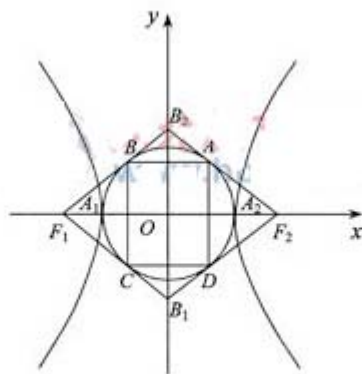
(一) 必考题 (11-14 题)

11.设 $\triangle ABC$ 的内角 A ， B ， C ，所对的边分别是 a ， b ， c .若 $(a+b-c)(a+b+c) = ab$ ，则角 $C =$ _____.

12.阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，输出的结果 $s =$ _____.



第 12 题图



第 14 题图

13.回文数是指从左到右与从右到左读都一样的正整数。如 22, ,11,3443,94249 等。显然 2 位回文数有 9 个: 11,22,33..., 99.3 位回文数有 90 个: 101,111,121, ..., 191,202, ..., 999. 则

- (I) 4 位回文数有_____个;
 (II) $2n+1$ ($n \in \mathbf{N}_+$) 位回文数有_____个。

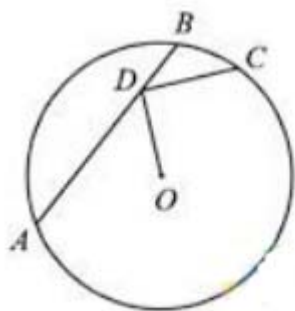
14.如图, 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 的两顶点为 A_1, A_2 , 虚轴两端点为 B_1, B_2 , 两焦点为 F_1, F_2 .若以 A_1A_2 为直径的圆内切于菱形 $F_1B_1F_2B_2$, 切点分别为 A, B, C, D .则

- (I) 双曲线的离心率 $e=$ _____;
 (II) 菱形 $F_1B_1F_2B_2$ 的面积 S_1 与矩形 $ABCD$ 的面积 S_2 的比值 $\frac{S_1}{S_2} =$ _____.

(二) 选考题 (请考生在第 15、16 两题中任选一题作答, 请先在答题卡指定位置将你所选的题目序号后的方框用 2B 铅笔涂黑, 如果全选, 则按第 15 题作答结果计分。)

15. (选修 4-1: 几何证明选讲)

如图, 点 D 在 $\odot O$ 的弦 AB 上移动, $AB=4$, 连接 OD , 过点 D 作 OD 的垂线交 $\odot O$ 于点 C , 则 CD 的最大值为_____.



第 15 题图

16. (选修 4-4: 坐标系与参数方程)

在直角坐标系 xOy 中, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知射线 $\theta = \frac{\pi}{4}$

与曲线 $\begin{cases} x = t + 1, \\ y = (t - 1)^2 \end{cases}$ (t 为参数) 相较于 A, B 来两点, 则线段 AB 的中点的直角坐标为_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

已知向量 $\mathbf{a} = (\cos \omega x - \sin \omega x, \sin \omega x)$, $\mathbf{b} = (-\cos \omega x - \sin \omega x, 2\sqrt{3} \cos \omega x)$, 设函数

$f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \lambda$ ($x \in \mathbf{R}$) 的图象关于直线 $x = \pi$ 对称, 其中 ω , λ 为常数, 且 $\omega \in (\frac{1}{2}, 1)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 若 $y = f(x)$ 的图像经过点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$, 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{3\pi}{5}]$ 上的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 前三项的和为 -3, 前三项的积为 8.

(1) 求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 a_2, a_3, a_1 成等比数列, 求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 n 项的和.

19. (本小题满分 12 分)

如图 1, $\angle ACB = 45^\circ$, $BC = 3$, 过动点 A 作 $AD \perp BC$, 垂足 D 在线段 BC 上且异于点 B , 连接 AB , 沿 AD 将 $\triangle ABD$ 折起, 使 $\angle BDC = 90^\circ$ (如图 2 所示),

(1) 当 BD 的长为多少时, 三棱锥 $A-BCD$ 的体积最大;

(2) 当三棱锥 $A-BCD$ 的体积最大时, 设点 E, M 分别为棱 BC, AC 的中点, 试在棱 CD 上确定一点 N , 使得 $EN \perp BM$, 并求 EN 与平面 BMN 所成角的大小

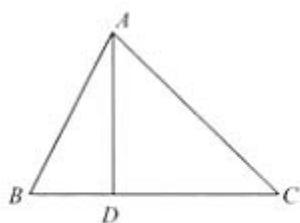


图 1

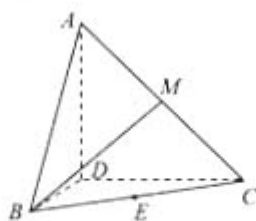


图 2

第 19 题图

20. (本小题满分 12 分)

根据以往的经验, 某工程施工期间的将数量 x (单位: mm) 对工期的影响如下表:

降水量X	$X < 300$	$300 \leq X < 700$	$700 \leq X < 900$	$X \geq 900$
工期延误天数Y	0	2	6	10

历年气象资料表明，该工程施工期间降水量X小于300，700，900的概率分别为0.3，0.7，0.9，求：

(I) 工期延误天数Y的均值与方差；

(II) 在降水量X至少是300的条件下，工期延误不超过6天的概率。

21. (本小题满分13分)

设A是单位圆 $x^2+y^2=1$ 上的任意一点，i是过点A与x轴垂直的直线，D是直线i与x轴的交点，点M在直线l上，且满足 $|DM| = m|DA|$ ($m > 0$, 且 $m \neq 1$)。当点A在圆上运动时，记点M的轨迹为曲线C。

(I) 求曲线C的方程，判断曲线C为何种圆锥曲线，并求焦点坐标；

(II) 过原点且斜率为k的直线交曲线C于P、Q两点，其中P在第一象限，它在y轴上的射影为点N，直线QN交曲线C于另一点H，是否存在m，使得对任意的 $k > 0$ ，都有 $PQ \perp PH$ ？若存在，求m的值；若不存在，请说明理由。

22. (本小题满分 14 分)

(I) 已知函数 $f(x) = rx - x^r + (1-r)(x > 0)$ ，其中r为有理数，且 $0 < r < 1$ 。求 $f(x)$ 的最小值；

(II) 试用(I)的结果证明如下命题：

设 $a_1 \geq 0$ ， $a_2 \geq 0$ ， b_1, b_2 为正有理数，若 $b_1 + b_2 = 1$ ，则 $a_1^{b_1} a_2^{b_2} \leq a_1 b_1 + a_2 b_2$ ；

(III) 请将(II)中的命题推广到一般形式，并用数学归纳法证明你所推广的命题。注：当 α 为正有理数时，有求道公式 $(x^\alpha)^r = \alpha x^{\alpha-1}$