2009年北京市普通高等学校招生全国统一考试

数学（理工农医类）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷1至2页，第II卷3至9页，共150分。考试时间120分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第I卷（选择题 共40分）

注意事项：

1．答第I卷前，考生务必将答题卡上的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔填写，用2B铅笔将准考证号对应的信息点涂黑。

2．每小题选出答案后，将答题卡上对应题目的答案选中涂满涂黑，黑度以盖住框内字母为准，修改时用橡皮擦除干净。在试卷上作答无效。

一、本大题每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．在复平面内，复数 $z=i(1+2i)$ 对应的点位于

A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

2．已知向量 a,b 不共线，$c=ka+b(k\in R),d=a-b$ 如果 $c//d$，那么

A．$k=1$ 且 c 与 d 同向　B．$k=1$ 且 c 与 d 反向

C．$k=-1$ 且 c 与 d 同向　D．$k=-1$ 且 c 与 d 反向

3．为了得到函数 $y=\lg\frac{x+3}{10}$ 的图像，只需把函数 $y=\lg x$ 的图像上所有的点

A．向左平移3个单位长度，再向上平移1个单位长度

B．向右平移3个单位长度，再向上平移1个单位长度

C．向左平移3个单位长度，再向下平移1个单位长度

D．向右平移3个单位长度，再向下平移1个单位长度

4．若正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为1，AB_1 与底面 $ABCD$ 成60°角，则 A_1C_1 到底面 $ABCD$ 的距离为

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　B．1　C．$\sqrt{2}$　D．$\sqrt{3}$

5．“$\alpha=\frac{\pi}{6}+2k\pi(k\in Z)$”是“$\cos 2\alpha=\frac{1}{2}$”的

A．充分而不必要条件　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　D．既不充分也不必要条件

6．若 $(1+\sqrt{2})^5+a+b\sqrt{2}(a,b$ 为有理数），则 $a+b=$

A．45　　B．55　　C．70　　D．80

7．用0到9这10个数字，可以组成没有重复数字的三位偶数的个数为

A．324　　B．328　　C．360　　D．648

8．点P在直线$l: y=x-1$上，若存在过P的直线交抛物线$y=x^2$于A,B两点，且$|PA|=|AB|$，则称点P为“$\mathscr{A}$点”，那么下列结论中正确的是

A．直线l上的所有点都是“$\mathscr{A}$点”

B．直线l上仅有有限个点是“$\mathscr{A}$点”

C．直线l上的所有点都不是“$\mathscr{A}$点”

D．直线l上有无穷多个点（点不是所有的点）是“$\mathscr{A}$点”

第II卷（共110分）

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分。把答案填在题中横线上。

9．$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\sqrt{x}-x}{x-1}=$__________。

10．若实数x,y满足$\begin{cases}x+y-2\ge 0\\ x\le 4\\ y\le 5\end{cases}$ 则$s=y-x$的最小值为_________。

11．设$f(x)$是偶函数，若曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线的斜率为1，则该曲线在点$(-1,f(-1))$处的切线的斜率为____________。

12．椭圆$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{2}=1$的焦点为$F_1,F_2$，点$P$在椭圆上，若$|PF_1|=4$，则$|PF_2|=$________；$\angle F_1PF_2$的小大为___________。

13．若函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x<0\\ (\dfrac{1}{3})^x, & x\ge 0\end{cases}$ 则不等式$|f(x)|\ge\dfrac{1}{3}$的解集为___________。

14．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_{4n-3}=1, a_{4n-1}=0, a_{2n}=a_n, n\in \mathrm{N}^*$, 则$a_{2009}=$________；$a_{2014}=$___________。

三、解答题：本大题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15．（本小题共13分）

在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为$a,b,c,B=\dfrac{\pi}{3}$，$\cos A=\dfrac{4}{5},b=\sqrt{3}$。

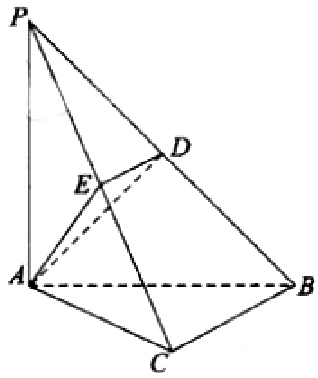
（I）求$\sin C$的值；

（II）求ΔABC的面积。

16．（本小题共14分）

如图，在三棱锥$P-ABC$中，$PA\perp$底面$ABC,PA=AB,\angle ABC=60^{\circ},\angle BCA=90^{\circ}$，

点D，E分别在棱PB,PC上，且$DE//BC$



（I）求证：$BC\perp$平面PAC；

（II）当D为PB的中点时，求AD与平面PAC所成的角的大小；

（III）是否存在点E使得二面角$A-DE-P$为直二面角？并说明理由。

17．（本小题共13分）

某学生在上学路上要经过4个路口，假设在各路口是否遇到红灯是相互独立的，遇到红灯的概率都是$\dfrac{1}{3}$，遇到红灯时停留的时间都是2min。

（I）求这名学生在上学路上到第三个路口时首次遇到红灯的概率；

（II）求这名学生在上学路上因遇到红灯停留的总时间ξ的分布列及期望。

18．（本小题共13分）

设函数 $f(x)=xe^{kx}(k\neq 0)$

（I）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（II）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（III）若函数 $f(x)$ 在区间 $(-1,1)$ 内单调递增，求 k 的取值范围。

19．（本小题共14分）

已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，右准线方程为 $x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

（I）求双曲线 C 的方程；

（II）设直线 l 是圆 $O:x^2+y^2=2$ 上动点 $P(x_0,y_0)(x_0y_0\neq 0)$ 处的切线，l 与双曲线 C 交于不同的两点 A,B，证明 $\angle AOB$ 的大小为定值。

20．（本小题共13分）

已知数集 $A=\{a_1,a_2,\cdots a_n\}(1\leq a_1<a_2<\cdots a_n,n\geq 2)$ 具有性质 P；对任意的 $i,j(1\leq i\leq j\leq n)$，a_ia_j 与 $\dfrac{a_j}{a_i}$ 两数中至少有一个属于 A。

（I）分别判断数集 $\{1,3,4\}$ 与 $\{1,2,3,6\}$ 是否具有性质 P，并说明理由；

（II）证明：$a_1=1$，且 $\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{a_1^{-1}+a_2^{-1}+\cdots+a_n^{-1}}=a_n$；

（III）证明：当 $n=5$ 时，a_1,a_2,a_3,a_4,a_5 成等比数列。