2013年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学理工农医类（精编版）

本试卷包括选择题、填空题和解答题三部分，共5页，时量120分钟，满分150分。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.复数$z=i\bullet(1+i)$(i为虚数单位)在复平面上对应的点位于(　　)

A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

2.某学校有男、女学生各500名.为了解男女学生在学习兴趣与业余爱好方面是否存在显著差异，拟从全体学生中抽取100名学生进行调查，则宜采用的抽样方法是(　　)

A．抽签法　B．随机数法　C．系统抽样法　D．分层抽样法

3.在锐角中ΔABC，角A,B所对的边长分别为a,b.若$2a\sin B=\sqrt{3}b$,则角A等于(　　)

A．$\dfrac{\pi}{12}$　B．$\dfrac{\pi}{6}$　C．$\dfrac{\pi}{4}$　D．$\dfrac{\pi}{3}$

4.若变量x,y满足约束条件$\begin{cases} y\le 2x \\ x+y\le 1, \\ y\ge -1 \end{cases}$则$x+2y$的最大值是(　　)

A．$-\dfrac{5}{2}$　B．0　C．$\dfrac{5}{3}$　D．$\dfrac{5}{2}$

5.函数$f(x)=2\ln x$的图像与函数$g(x)=x^2-4x+5$的图像的交点个数为(　　)

A．3　B．2　C．1　D．0

6. 已知a,b是单位向量，$a\bullet b=0$.若向量c满足$|c-a-b|=1$,则$|c|$的取值范围是(　　)

A．$\left[\sqrt{2}\text{-}1,,\sqrt{2}+1\right]$　B．$\left[\sqrt{2}\text{-}1,,\sqrt{2}+2\right]$

C．$\left[1,,\sqrt{2}+1\right]$　D．$\left[1,,\sqrt{2}+2\right]$

7. 已知棱长为1的正方体的俯视图是一个面积为1的正方形，则该正方体的正视图的面积不可能等于(　　)

A．1　B．$\sqrt{2}$　C．$\dfrac{\sqrt{2}\text{-}1}{2}$　D．$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$

8. 在等腰三角形 ABC 中，$AB=AC=4$，点 P 是边 AB 上异于 A,B 的一点，光线从点 P 出发，经 BC,CA 发射后又回到原点 P（如图1）. 若光线 QR 经过 ΔABC 的中心，则 AP 等于(　　)

A. 2　　　　B. 1

C. $\dfrac{8}{3}$　　　　D. $\dfrac{4}{3}$

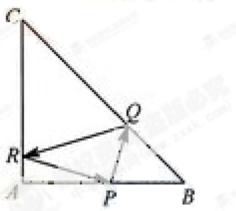

图1

二、填空题：本大题共 8 小题，考生作答 7 小题，每小题 5 分，共 35 分.

（一）选做题（请考生在第 9、10、11 三题中任选两题作答，如果全做，则按前两题计分）

9. 在平面直角坐标系 xoy 中，若 $l:\begin{cases}x=t,\\ y=t-a\end{cases}$ (t为参数)过椭圆 $C:\begin{cases}x=3\cos\varphi,\\ y=2\sin\varphi\end{cases}$ (φ为参数)的右顶点，则常数 a 的值为__________.

10. 已知 $a,b,c\in,a+2b+3c=6$，则 $a^2+4b^2+9c^2$ 的最小值为__________.

11. 如图 2，在半径为 $\sqrt{7}$ 的 $\odot O$ 中，弦 AB,CD 相交于点 P，$PA=PB=2$，$PD=1$，则圆心 O 到弦 CD 的距离为__________.

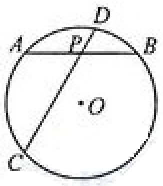

图2

（一） 必做题（12-16 题）

12. 若 $\int_0^T x^2dx=9$，则常数 T 的值为__________.

13. 执行如图 3 所示的程序框图，如果输入 $a=1,b=2$，则输出的 a 的值为__________.

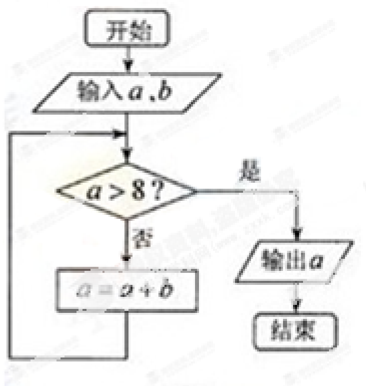

图3

14. 设F_1,F_2是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两个焦点，P是C上一点，若$|PF|_1+|PF_2|=6a$，

且ΔPF_1F_2的最小内角为30°，则C的离心率为___。

15．设S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$S_n=(-1)^n a_n-\frac{1}{2^n},n\in N^*$，则

（1）$a_3=$_____；

（2）$S_1+S_2+\cdots+S_{100}=$___________。

16．设函数$f(x)=a^x+b^x-c^x$，其中$c>a>0,c>b>0.$

（1）记集合$M=\{(a,b,c)|a,b,c\text{不能构成一个三角形的三条边长,且}a\text{=b}\}$，则$(a,b,c)\in M$所对应的$f(x)$的零点的取值集合为____。

（2）若a,b,c是ΔABC的三条边长，则下列结论正确的是___________.（写出所有正确结论的序号）

①$\forall x\in(-\infty,1),f(x)>0;$

②$\exists x\in R$，使xa^x,b^x,c^x不能构成一个三角形的三条边长；

③若ΔABC为钝角三角形，则$\exists x\in(1,2)$，使$f(x)=0.$

三、解答题：本大题共6小题，共75分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{6})+\cos(x-\frac{\pi}{3}).g(x)=2\sin^2\frac{x}{2}$。

（I）若α是第一象限角，且$f(\alpha)=\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$。求$g(\alpha)$的值；

（II）求使$f(x)\geq g(x)$成立的 x 的取值集合。

18.（本小题满分 12 分）

某人在如图 4 所示的直角边长为 4 米的三角形地块的每个格点（指纵、横的交叉点记忆三角形的顶点）处都种了一株相同品种的作物。根据历年的种植经验，一株该种作物的年收获量 Y（单位：kg）与它的“相近”作物株数 X 之间的关系如下表所示：

X	1	2	3	4
Y	51	48	45	42

这里，两株作物“相近”是指它们之间的直线距离不超过 1 米。

（I　　）从三角形地块的内部和边界上分别随机选取一株作物，求它们恰好“相近”的概率；

（II）从所种作物中随机选取一株，求它的年收获量的分布列与数学期望。

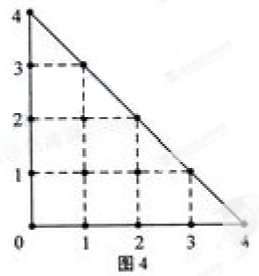

图4

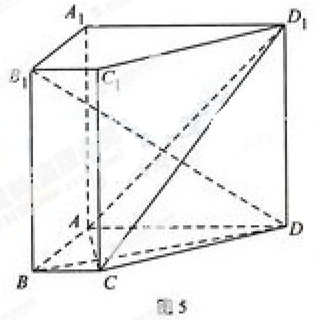

图5

19.（本小题满分 12 分）

如图 5，在直棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AD//BC$，

$\angle BAD=90^\circ, AC\perp BD, BC=1, AD=AA_1=3.$

（I）证明：$AC\perp B_1D$；

（II）求直线B_1C_1与平面ACD_1所成角的正弦值。

20．（本小题满分 13 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，将从点 M 出发沿纵、横方向到达点 N 的任一路径成为 M 到 N 的一条“L 路径”。如图 6 所示的路径 $MM_1M_2M_3N$ 与路径 MN_1N 都是 M 到 N 的“L 路径”。某地有三个新建的居民区，分别位于平面 xOy 内三点 $A(3,20),B(-10,0),C(14,0)$ 处。现计划在 x 轴上方区域（包含 x 轴）内的某一点 P 处修建一个文化中心。

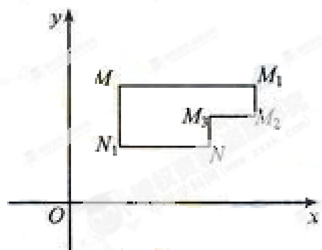

图 6

（I）写出点 P 到居民区 A 的“L 路径”长度最小值的表达式（不要求证明）；

（II）若以原点 O 为圆心，半径为 1 的圆的内部是保护区，“L 路径”不能进入保护区，请确定点 P 的位置，使其到三个居民区的“L 路径”长度值和最小。

21．（本小题满分 13 分）

过抛物线 $E:x^2=2py(p>0)$ 的焦点 F 作斜率分别为 k_1,k_2 的两条不同的直线 l_1,l_2，且 $k_1+k_2=2$，l_1 与 E 相交于点 A，B，l_2 与 E 相交于点 C，D。以 AB，CD 为直径的圆 M，圆 N（M，N 为圆心）的公共弦所在的直线记为 l。

（I）若 $k_1>0,k_2>0$，证明；$\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}<2P^2$；

（II）若点 M 到直线 l 的距离的最小值为 $\dfrac{7\sqrt{5}}{5}$，求抛物线 E 的方程。

22．（本小题满分 13 分）

已知 $a>0$，函数 $f(x)=\left|\dfrac{x-a}{x+2a}\right|$。

（I）；记 $f(x)$ 在区间 $[0,4]$ 上的最大值为 $g(a)$，求 $g(a)$ 的表达式；

（II）是否存在a，使函数$y=f(x)$在区间$\left(0,4\right)$内的图像上存在两点，在该两点处的切线相互垂直？若存在，求a的取值范围；若不存在，请说明理由。