2021年上海市春季高考数学试卷

一、填空题（本大题共12题，满分54分，第1～6题每题4分，第7～12题每题5分）

1．已知等差数列$\{a_n\}$的首项为3，公差为2，则$a_{10}=$____．

2．已知$z=1-3i$，则$|\overline{z}-i|=$____．

3．已知圆柱的底面半径为1，高为2，则圆柱的侧面积为____．

4．不等式$\dfrac{2x+5}{x-2}<1$的解集为____．

5．直线$x=-2$与直线$\sqrt{3}x-y+1=0$的夹角为____．

6．若方程组$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$无解，则$\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\a_2 & b_2\end{vmatrix}=$____．

7．已知$(1+x)^n$的展开式中，唯有x^3的系数最大，则$(1+x)^n$的系数和为____．

8．已知函数$f(x)=3^x+\dfrac{a}{3^x+1}(a>0)$的最小值为5，则$a=$____．

9．在无穷等比数列$\{a_n\}$中，$\lim\limits_{n\to\infty}(a_1-a_n)=4$，则$a_2$的取值范围是____．

10．某人某天需要运动总时长大于等于60分钟，现有五项运动可以选择，如表所示，问有几种运动方式组合____．

A运动	B运动	C运动	D运动	E运动
7点-8点	8点-9点	9点-10点	10点-11点	11点-12点
30分钟	20分钟	40分钟	30分钟	30分钟

11．已知椭圆$x^2+\dfrac{y^2}{b^2}=1(0<b<1)$的左、右焦点为$F_1$、$F_2$，以$O$为顶点，$F_2$为焦点作抛物线交椭圆于$P$，且$\angle PF_1F_2=45^\circ$，则抛物线的准线方程是____．

12．已知$\theta>0$，存在实数φ，使得对任意$n\in N^*$，$\cos(n\theta+\varphi)<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，则$\theta$的最小值是____
．

二、选择题（本大题共4题，每题5分，共20分）

13．下列函数中，在定义域内存在反函数的是(　　)

A．$f(x)=x^2$　　B．$f(x)=\sin x$　　C．$f(x)=2^x$　　D．$f(x)=1$

14．已知集合$A=\{x\,|\,x>-1$，$x\in R\}$，$B=\{x\,|\,x^2-x-2\ldots 0$，$x\in R\}$，则下列关系中，正确的是(　　)

A．$A\subseteq B$　　B．ð$_R A\subseteq$ ð$_R B$　　C．$A\bigcap B=\varnothing$　　D．$A\bigcup B=R$

15．已知函数$y=f(x)$的定义域为R，下列是$f(x)$无最大值的充分条件是(　　)

A．$f(x)$为偶函数且关于点$(1,1)$对称

B．$f(x)$为偶函数且关于直线$x=1$对称

C．$f(x)$为奇函数且关于点$(1,1)$对称

D．$f(x)$为奇函数且关于直线$x=1$对称

16．在ΔABC中，D为BC中点，E为AD中点，则以下结论：①存在ΔABC，使得$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CE}=0$；②存在三角形$\Delta ABC$，使得$\overrightarrow{CE}\,//(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA})$；它们的成立情况是(　　)

A．①成立，②成立　　B．①成立，②不成立

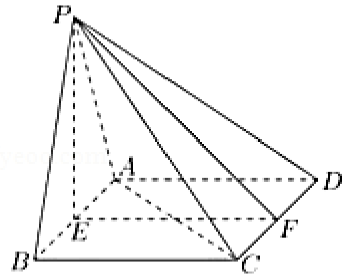
C．①不成立，②成立　　D．①不成立，②不成立

三、解答题（本大题共5题，共14+14+14+16+18＝76分）

17．（14分）四棱锥 $P-ABCD$，底面为正方形 $ABCD$，边长为4，E 为 AB 中点，$PE\perp$ 平面 $ABCD$．

（1）若 ΔPAB 为等边三角形，求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；

（2）若 CD 的中点为 F，PF 与平面 $ABCD$ 所成角为 45°，求 PC 与 AD 所成角的大小．



18．（14分）已知 A、B、C 为 ΔABC 的三个内角，a、b、c 是其三条边，$a=2$，$\cos C=-\dfrac{1}{4}$．

（1）若 $\sin A=2\sin B$，求 b、c；

（2）若 $\cos(A-\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{4}{5}$，求 c．

19．（14分）（1）团队在 O 点西侧、东侧20千米处设有 A、B 两站点，测量距离发现一点 P 满足 $|PA|-|PB|=20$ 千米，可知 P 在 A、B 为焦点的双曲线上，以 O 点为原点，东侧为 x 轴正半轴，北侧为 y 轴正半轴，建立平面直角坐标系，P 在北偏东 60° 处，求双曲线标准方程和 P 点坐标．

（2）团队又在南侧、北侧15千米处设有 C、D 两站点，测量距离发现 $|QA|-|QB|=30$ 千米，$|QC|-|QD|=10$ 千米，求 $|OQ|$（精确到1米）和 Q 点位置（精确到1米，1°）

20．（16分）已知函数 $f(x)=\sqrt{|x+a|-a}-x$．

（1）若 $a=1$，求函数的定义域；

（2）若 $a\neq 0$，若 $f(ax)=a$ 有2个不同实数根，求 a 的取值范围；

（3）是否存在实数 a，使得函数 $f(x)$ 在定义域内具有单调性？若存在，求出 a 的取值范围．

21．（18分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n\geqslant 0$，对任意 $n\geqslant 2$，a_n 和 a_{n+1} 中存在一项使其为另一项与 a_{n-1} 的等差中项．

（1）已知 $a_1=5$，$a_2=3$，$a_4=2$，求 a_3 的所有可能取值；

（2）已知 $a_1=a_4=a_7=0$，a_2、a_5、a_8 为正数，求证：a_2、a_5、a_8 成等比数列，并求出公比 q；

（3）已知数列中恰有3项为0，即 $a_r=a_s=a_t=0$，$2<r<s<t$，且 $a_1=1$，$a_2=2$，求 $a_{r+1}+a_{s+1}+a_{t+1}$ 的最大值．