2010年山东高考数学理科

第Ⅰ卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）已知全集U=R，集合$M=\{x||x-1|\le 2\}$，则$C_UM=$

（A）$\{x|-1<x<3\}$　　（B）$\{x|-1\le x\le 3\}$

（C）$\{x|x<-1或x>3\}$　　（D）$\{x|x\le -1或x\ge 3\}$

（2）已知$\frac{a+2i}{i}=b+i(a,b\in R)$，其中$i$为虚数单位，则$a+b=$

（A）-1　　（B）1　　（C）2　　（D）3

（3）在空间，下列命题正确的是

（A）平行直线的平行投影重合　　（B）平行于同一直线的两个平面平行

（C）垂直于同一平面的两个平面平行　　（D）垂直于同一平面的两条直线平行

（4）设$f(x)$为定义在R上的奇函数，当$x\ge 0$时，$f(x)=2^x+2x+b$（b为常数），则

$f(-1)=$

（A）3　　（B）1　　（C）-1　　（D）-3

（5）已知随机变量ξ服从正态分布$N(1,\sigma^2)$，若$P(\xi>2)=0.023$，则$P(-2\le\xi\le 2)=$

（A）0.477　　（B）0.628　　（C）0.954　　（D）0.977

（6）样本中共有五个个体，其值分别为$a,0,1,2,3$，若该样本的平均值为1，则样本方差为

（A）$\sqrt{\frac{6}{5}}$　　（B）$\frac{6}{5}$　　（C）$\sqrt{2}$　　（D）2

（7）由曲线$y=x^2,y=x^3$围成的封闭图形面积为

（A）$\frac{1}{12}$　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$\frac{1}{3}$　　（D）$\frac{7}{12}$

（8）某台小型晚会由6个节目组成，演出顺序有如下要求：节目甲必须排在前两位，节目乙不能排在第一位，节目丙必须排在最后一位，该台晚会节目演出顺序的编排方案共有

（A）36种　　（B）42种　　（C）48种　　（D）54种

（9）设$\{a_n\}$是等比数列，则“$a_1<a_2<a_3$”是“数列$\{a_n\}$是递增数列”的

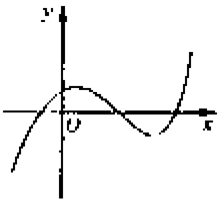
（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

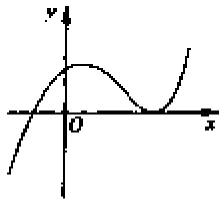
（10）设变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+2\geq 0, \\ x-5y+10\leq 10, \\ x+y-8\leq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z=3x-4y$ 的最大值和最小值分别为

（A）3，-11　　（B）-3，-11　　（C）11，-3　　（D）11，3

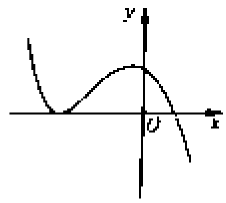
（11）函数 $y=2^x-x^2$ 的图象大致是



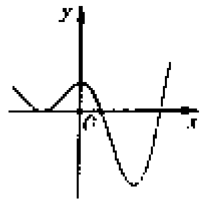
（A）



（B）



（C）



（D）

（12）定义平面向量之间的一种运算“$\odot$”如下：对任意的 $a=(m,v),b=(p\cdot q)$。令 $a\odot b=mq-np.$ 下面说法错误的是

（A）若 a 与 b 共线，则 $a\odot b=0$

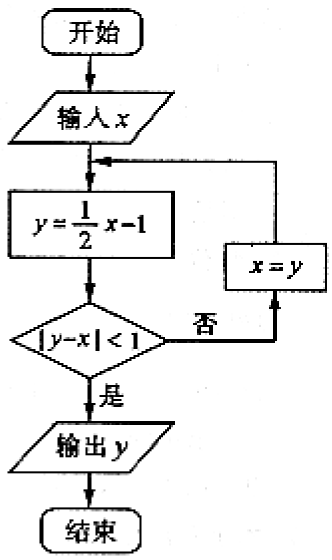
（B）$a\odot b=b\odot a$

（C）对任意的 $\lambda\in R,$ 有 $(\lambda a)\odot b=\lambda(a\odot b)$

（D）$(a\odot b)^2+(a\cdot b)^2=|a|^2|b|^2$

第Ⅱ卷（共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。



（13）执行右图所示的程序框图，若输入 $x=10$，则输出 y 的值为______。

（14）若对任意 $x>0,\dfrac{x}{x^2+3x+1}\leq a$ 恒成立，则 a 的取值范围是____。

（15）在 ΔABC 中，角A，B，C所对的边分别为 a,b,c，若 $a=\sqrt{2},b=2,\sin B-\cos B=\sqrt{2}$，则角A的大小为______。

（16）已知圆C过点（1，0），且圆心在 x 轴的正半轴上，直线 $l:y=x-1$ 被圆C所截得的弦长为 $2\sqrt{2}$，则过圆心且与直线 l 垂直的直线的方程为____。

三、解答题：本大题共6小题，共74分。

（17）（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x\sin\varphi+\cos^2 x\cos\varphi-\frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{2}+\varphi)(0<\varphi<\pi)$，其图象过点 $(\frac{\pi}{6},\frac{1}{2})$.

（I）求 φ 的值；

（II）将函数 $y=f(x)$ 的图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$，纵坐标不变，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求函数 $g(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值。

（18）（本小题满分12分）

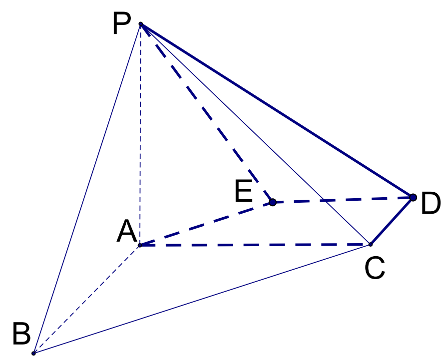
已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_3=7,a_5+a_7=26.\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n.

（I）求 a_4 及 S_n；

（II）令 $b_n=\frac{1}{a_n^2-1}$ $(n\in N^*)$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

（19）（本小题满分12分）

如图，在五棱锥P—ABCDE中，$PA\perp$ 平面ABCDE，AB//CD，AC//ED，AE//BC，$\angle ABC=45°,AB=2\sqrt{2},BC=2AE=4$，三角形PAB是等腰三角形。



（I）求证：平面PCD $\perp$ 平面PAC；

（II）求直线PB与平面PCD所成角的大小；

（III）求四棱锥P—ACDE的体积。

（20）（本小题满分12分）

某学校举行知识竞赛，第一轮选拔共设有A、B、C、D四个问题，规则如下：

①每位参加者计分器的初初始分均为10分，答对问题A、B、C、D分别加1分、2分、3分、6分，答错任一题减2分

②每回答一题，计分器显示累计分数，当累计分数小于8分时，答题结束，淘汰出局；当累计分数大于或等于14分时，答题结束，进入下一轮；当答完四题，累计分数

仍不足14分时，答题结束，淘汰出局；

③每位参加者按问题A、B、C、D顺序作答，直至答题结束.

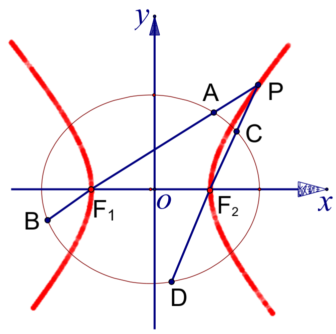
假设甲同学对问题A、B、C、D回答正确的概率依次为$\frac{3}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$，且各题回答正确与否相互之间没有影响.

（I）求甲同学能进入下一轮的概率；

（II）用ξ表示甲内当家本轮答题结束时答题的个数，求ξ的分布列和数学期望Eξ.

（21）（本小题满分12分）

如图，已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，以该椭圆上的点和椭圆的左、右焦点$F_1,F_2$为顶点的三角形的周长为$4(\sqrt{2}+1)$，一等轴双曲线的顶点是该椭圆的焦点，设P为该双曲线上异于顶点的任一点，直线PF_1和PF_2与椭圆的交点分别为A、B和C、D.



（I）求椭圆和双曲线的标准方程；

（II）设直线PF_1、PF_2的斜率分别为k_1、k_2，证明：$k_1\cdot k_2=1$；

（III）是否存在常数λ，使得$|AB|+|CD|=\lambda|AB|\cdot|CD|$恒成立？若存在，求$\lambda$的值；若不存在，请说明理由.

（22）（本小题满分14分）

已知函数$f(x)=\ln x-ax-\frac{1-a}{x}-1(a\in R)$.

（I）当$a\le\frac{1}{2}$时，讨论$f(x)$的单调性；

（II）设$g(x)=x^2-2bx+4$.当$a=\frac{1}{4}$时，若对任意$x_1\in(0,2)$，存在$x_2\in[1,2]$，使$f(x_1)\ge g(x_2)$，求实数b的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题考查基础知识和基本运算，每小题5分，满分60分。

（1）C （2）B （3）D （4）D （5）C （6）D

（7）A （8）B （9）C （10）A （11）A （12）B

（1）已知全集U=R，集合M={x||x-1|≤2},则 $C_U M$=

（A）{x|-1<x<3} (B){x|-1≤x≤3} (C){x|x<-1或x>3} (D){x|x≤-1或x≥3}

【答案】C

【解析】因为集合 M= $\{x|x-1|\le 2\}=\{x|-1\le x\le 3\}$,全集 U=R，所以 $C_U M$=

$\{x|x<-1或x>3\}$,故选C.

【命题意图】本题考查集合的补集运算,属容易题.

(2) 已知 $\frac{a+2i}{i}=b+i(a,b)$ $\frac{a+2i}{i}=b+i$（a,b∈R），其中i为虚数单位，则a+b=

(A)-1 (B)1 (C)2 (D)3

【答案】B

【解析】由 $\frac{a+2i}{i}$=b+i 得 a+2i=bi-1,所以由复数相等的意义知: a=-1,b=2, 所以 a+b= 1,故选B.

【命题意图】本题考查复数相等的意义、复数的基本运算，属保分题。

(3)在空间，下列命题正确的是

（A）平行直线的平行投影重合

（B）平行于同一直线的两个平面平行

（C）垂直于同一平面的两个平面平行

（D）垂直于同一平面的两条直线平行

【答案】D

【解析】由空间直线与平面的位置关系及线面垂直与平行的判定与性质定理可以很容易得出答案。

【命题意图】本题考查空间直线与平面的位置关系及线面垂直与平行的判定与性质，属基础题。

（4）设f(x)为定义在R上的奇函数，当x≥0时，f(x)= 2^x +2x+b(b为常数)，则f(-1)=

(A) 3 (B) 1 (C)-1 (D)-3

【答案】D

解析：本题考查了奇函数的性质.

$\because f(x)$ 是奇函数，故 $f(0)=2^0+b=0$，故 $b=-1$，

$\therefore\ f(-1)=-f(1)=-(2^1+2-1)=-3$，故选D.

（5）已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1,\sigma^2)$，若 $P(\xi>2)=0.023$，则 $P(-2\le\xi\le 2)=$

（A）0.477　　（B）0.628　　（C）0.954　　（D）0.977

【答案】C

解析：本题考查了正态曲线的对称性和曲线与 x 轴之间的面积为 1 .

$\because$ 1，$\therefore$正态曲线关于直线 $x=0$ 即 y 轴对称.

$\therefore P(-2\le\xi\le 2)=1-2P(\xi>2)=1-2\times 0.023=0.954$．故选C.

（6）样本中共有五个个体，其值分别为 $a,0,1,2,3$，若该样本的平均值为1，则样本方差为

（A）$\sqrt{\dfrac{6}{5}}$　　（B）$\dfrac{6}{5}$　　（C）$\sqrt{2}$　　（D）2

【答案】D

解析：本题考查了　　均值与方差的求解公式.

$\because \dfrac{a+0+1+2+3}{5}=1$，得 $a=-1$.

$\therefore s^2=\dfrac{1}{5}\left[(-1-1)^2+(0-1)^2+(1-1)^2+(2-1)^2+(3-1)^2\right]=2$.

(7) 由曲线y= x^2 , y= x^3 围成的封闭图形面积为

（A）$\dfrac{1}{12}$　　(B) $\dfrac{1}{4}$　　(C) $\dfrac{1}{3}$　　(D) $\dfrac{7}{12}$

【答案】A

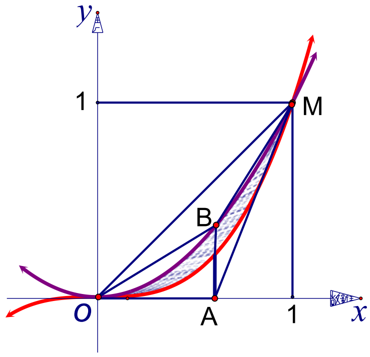
【解析】由题意得:所求封闭图形的面积为 $\int_0^1(x^2-x^3)dx=\dfrac{1}{3}\times 1-\dfrac{1}{4}\times 1=\dfrac{1}{12}$,故选A。

解析：本题考查了利用定积分求图形的面积.

$\because \begin{cases} y=x^2 \\ y=x^3 \end{cases}$ 得交点为 $(0,0)$，$(1,1)$，所以所求图形的面积是

$$S=\int_0^1(x^2-x^3)dx=\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4}x^4\right)\Big|_0^1=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}.$$

另法：（**估值法**）如图作四边形OAMB，M(1,1)，取A($\frac{3}{5}$,0)，则B($\frac{3}{5}$,$\frac{9}{25}$)，计算四边形OAMB的面积为$\frac{9}{50}<\frac{1}{4}$，∴曲线y=x^2, y=x^3围成的封闭图形面积只能为$\frac{1}{12}$，故选A.



【命题意图】本题考查定积分的基础知识，由定积分求曲线围成封闭图形的面积。

（8）某台小型晚会由6个节目组成，演出顺序有如下要求：

节目甲必须排在前两位、节目乙不能排在第一位，节目丙必须排在最后一位，该台晚会节目演出顺序的编排方案共有

（A）36种　　（B）42种　　(C)48种　　（D）54种

【答案】B

解析：本题考查了用两个原理及排列知识解决实际问题，求解时应注意分类讨论思想的应用.

若甲在第一位，则有 $A_4^4=24$ 种编排方案；若甲在第二位，则有 $A_3^1A_3^3=3\times6=18$ 种编排方案．故共有 $24+18=42$ 种编排方案.

（9）设$\{a_n\}$是等比数列，则“$a_1<a_2<a_3$”是“数列$\{a_n\}$是递增数列”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】若已知$a_1<a_2<a_3$，则设数列$\{a_n\}$的公比为q，因为$a_1<a_2<a_3$，所以有

$a_1<a_1q<a_1q^2$，解得q>1且a_1>0，所以数列$\{a_n\}$是递增数列；反之，若数列$\{a_n\}$是递增数列，则公比q>1且a_1>0，所以$a_1<a_1q<a_1q^2$，即$a_1<a_2<a_3$，所以$a_1<a_2<a_3$是数列$\{a_n\}$是递增数列的充分必要条件。

【命题意图】本题考查等比数列及充分必要条件的基础知识，属保分题。

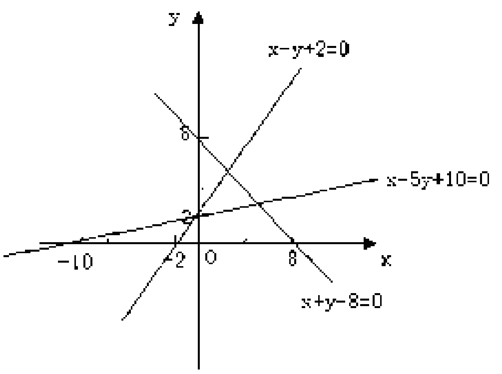
（10）设变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x-y+2\geq0,\\x-5y+10\leq0,\\x+y-8\leq0,\end{cases}$则目标函数$z=3x-4y$的最大值和最小值分别为

（A）3，-11　　（B）-3，-11　　（C）11，-3　　（D）11，3

【答案】A

解析：本题考查了线性规划知识，求解时应明确线性目标函数的倾斜角与可行域边界直线的倾斜角的大小关系.

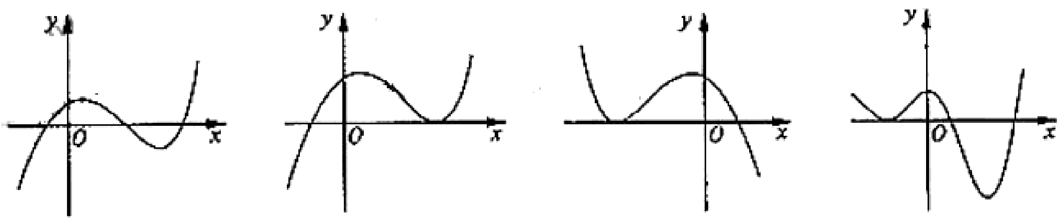
如下图作出不等式组表示的可行域，由于 $z=3x-4y$ 的斜率介于 $x-y+2=0$ 与 $x-5y+10=0$ 之间，因此解 $\begin{cases}x-y+2=0\\x+y-8=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=3\\x=5\end{cases}$，故当 $z=3x-4y$ 过点 $A(3,5)$ 时，$z_{\min}=-11$；解 $\begin{cases}x-5y+10=0\\x+y-8=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=5\\x=3\end{cases}$，故当 $z=3x-4y$ 过点 $B(5,3)$ 时，$z_{\max}=3$.



可知当直线 z=3x-4y 平移到点（5，3）时，目标函数 z=3x-4y 取得最大值3；当直线 z=3x-4y 平移到点（3，5）时，目标函数 z=3x-4y 取得最小值-11，故选A。

【命题意图】本题考查不等式中的线性规划知识，画出平面区域与正确理解目标函数 z=3x-4y 的几何意义是解答好本题的关键。

(1.1)函数$y=2^x-x^2$ 的图像大致是



（A）　（B）　（C）　（D）

【答案】A

解析：本题考查了函数的图象等基础知识及学生的识图能力，求解时应根据单调性及 $f(x)=0$ 时根的情况判断.

由 $\begin{cases} y=2^x \\ y=x^2 \end{cases}$ 有三个交点可得 $y=2^x-x^2$ 有三个零点，故排除B，C．分析图象A，D的区别

在于当 $x\to-\infty$ 时，$y\to-\infty$，故排除D，应选A.

【命题意图】本题考查函数的图象，考查同学们对函数基础知识的把握程度以及数形结合的思维能力。

(12)定义平面向量之间的一种运算"$\odot$"如下，对任意的 $\vec{a}=(m,n)$，$\vec{b}=(p,q)$，令 $\vec{a}\odot\vec{b}=mq-np$，下面说法错误的是（　）

A.若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线，则 $\vec{a}\odot\vec{b}=0$　　　　B. $\vec{a}\odot\vec{b}=\vec{b}\odot\vec{a}$

C.对任意的 $\lambda\in R$，有 $(\lambda\vec{a})\odot\vec{b}=\lambda(\vec{a}\odot\vec{b})$　　　　D. $(\vec{a}\odot\vec{b})^2+(\vec{a}\vec{b})^2=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$

【答案】B

【解析】若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线，则有 $\vec{a}\odot\vec{b}=mq-np=0$，故A正确；因为 $\vec{b}\odot\vec{a}=pn-qm$，而 $\vec{a}\odot\vec{b}=mq-np$，所以有 $\vec{a}\odot\vec{b}\neq\vec{b}\odot\vec{a}$，故选项B错误，故选B。

解析：本题考查了运用新知识解决问题的能力和向量线性运算以及综合分析问题的能力.

由题意知，若 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 共线，则 $mq-np=0$.

又 $\vec{a}\Theta\ \vec{b}=mq-np=0$，故A正确；$\vec{b}\Theta\ \vec{a}=np-mq\neq\vec{a}\Theta\ \vec{b}=mq-np$，故B错误，选B.

$(\lambda\vec{a})\Theta\ \vec{b}=\lambda mq-\lambda np=\lambda(mq-np)=\lambda(\vec{a}\Theta\ \vec{b})$，故C正确；

$(\vec{a}\Theta\ \vec{b})^2+(\vec{a}\cdot\vec{b})=(mq-np)^2+(mp+nq)^2=(m^2+n^2)(p^2+q^2)=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$，故D正确.

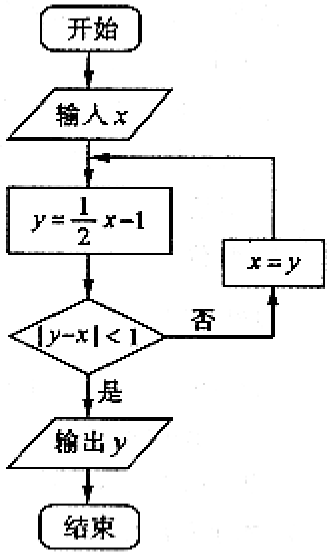
【命题意图】本题在平面向量的基础上，加以创新，属创新题型，考查平面向量的基础知识以及分析问题、解决问题的能力。

二、填空题：本题考 查基础知识和基本运算，每小题4分，满分16分。

（13）$-\dfrac{5}{4}$　（14）$[\dfrac{1}{5},+\infty)$　（15）$\dfrac{\pi}{6}$　（16）$x+y-3=0$

（13）执行右图所示的程序框图，若输入 $x=10$，则输出 y 的值为__

.



【答案】$-\frac{5}{4}$

【解析】当x=10时，y=$\frac{1}{2}$×10-1=4，此时|y-x|=6；

当x=4时，y=$\frac{1}{2}$×4-1=1，此时|y-

x|=3；当x=1时，y=$\frac{1}{2}$×1-1=-$\frac{1}{2}$，此时|y-x|=$\frac{3}{2}$；

当x=$-\frac{1}{2}$时，y=$\frac{1}{2}$×($-\frac{1}{2}$)-1=-$\frac{5}{4}$，此时|y-x|=$\frac{3}{4}$<1，故输出y的值为

$-\frac{5}{4}$。

【命题意图】本题考查程序框图的基础知识，考查了同学们的试图能力。

（14）若对任意 $x>0,\frac{x}{x^2+3x+1}\le a$ 恒成立，

则 a 的取值范围是____。

【答案】$a\ge\frac{1}{5}$

解析：本题考查了恒成立问题和由基本不等式求函数最值问题.

由 $x>0$，原不等式等价为 $0<\frac{1}{a}\le\frac{x^2+3x+1}{x}=x+\frac{1}{x}+3$ 恒成立，所以有

$\frac{1}{a}\le\left(x+\frac{1}{x}+3\right)_{\min}=5$，即 $0<\frac{1}{a}\le 5$，解得 $a\ge\frac{1}{5}$.

（15）在 ΔABC 中，角A，B，C所对的边分别为 a,b,c，若 $a=\sqrt{2},b=2,$

$\sin B-\cos B=\sqrt{2}$，则角A的大小为_____。

【答案】$\frac{\pi}{6}$

解析：本题考查了两角和与差的三角函数及利用正弦定理解三角形等基础知识以及运算能力.

$\because\sin B+\cos B=\sqrt{2}\sin\left(B+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，即 $\sin\left(B+\frac{\pi}{4}\right)=1$，在 ΔABC 中，

$\frac{\pi}{4}<B+\frac{\pi}{4}<\frac{5\pi}{4}$，$\therefore B+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，$\therefore B=\frac{\pi}{4}$．又$\because a<b$，所以$A$锐角．由正弦定理

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$得$\sin A=\frac{1}{2}$，得$A=\frac{\pi}{6}$．

（16）已知圆C过点（1，0），且圆心在x轴的正半轴上，直线$l: y=x-1$被圆C所截得

的弦长为$2\sqrt{2}$，则过圆心且与直线l垂直的直线的方程为____。

【答案】x+y-3=0

【解析】由题意，设所求的直线方程为x+y+m=0，设圆心坐标为(a,0)，则由题意知：

$(\frac{|a-1|}{\sqrt{2}})^2+2=(a-1)^2$，解得a=3或-

1，又因为圆心在x轴的正半轴上，所以a=3，故圆心坐标为

（3，0），因为圆心（3，0）在所求的直线上，所以有3+0+m=0，即m=-3，故所求的直线方程为

x+y-3=0。

【命题意图】本题考查了直线的方程、点到直线的距离、直线与圆的关系，考查了同学们解决直线与圆问题的能力。

2010年山东理科高考数学解析

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	D	D	C	D	A	B	C	A	A	B

1. C 解析：本题考查了绝对值不等式的解法及补集的运算．

$\because M=\{x|-1\le x\le 3\}$，$\therefore C_U M=\{x|x<-1或x>3\}$故选**C**.

2. B 解析：本题考查了复数的除法运算及复数相等的条件．

$\because$

$\frac{a+2i}{i}=2-ai=b+i$，又$a,b\in R$,由复数相等的条件,得$\begin{cases}2=b\\-a=1\end{cases}$，即$\begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}$．$\therefore$

$a+b=1$．故选B．

3.D解析：本题考查了空间中直线与直线、平面与平面、直线与平面的位置关系的理解与判断．

对A,平行直线的平行投影平行或重合，故A错；对B，平行于同一直线的两个平面平行或重合，故B错；对C，垂直于同一平面的两个平面可相交，如墙角，故C错.

4.D解析：本题考查了奇函数的性质.

$\because f(x)$是奇函数，故$f(0)=2^0+b=0$，故$b=-1$，

$\therefore f(-1)=-f(1)=-(2^1+2-1)=-3$，故选D.

5.C解析：本题考查了正态曲线的对称性和曲线与x轴之间的面积为1.

$\because$ 1，$\therefore$正态曲线关于直线$x=0$即y轴对称. $\therefore$

$P(-2\le\xi\le2)=1-2P(\xi>2)=1-2\times0.023=0.954$. 故选C.

6.D解析：本题考查了 均值与方差的求解公式.

$\because \dfrac{a+0+1+2+3}{5}=1$，得$a=-1$.

$\therefore s^2=\dfrac{1}{5}\left[(-1-1)^2+(0-1)^2+(1-1)^2+(2-1)^2+(3-1)^2\right]=2$.

7.A解析：本题考查了利用定积分求图形的面积.

$\because \begin{cases}y=x^2\\y=x^3\end{cases}$ 得交点为$(0,0)$，$(1,1)$，所以所求图形的面积是$S=\int_0^1(x^2-x^3)dx$

$=\left(\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{4}x^4\right)\Big|_0^1=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{12}$.

8.B解析：本题考查了用两个原理及排列知识解决实际问题，求解时应注意分类讨论思想的应用.

若甲在第一位，则有$A_4^4=24$种编排方案；若甲在第二位，则有$A_3^1A_3^3=3\times6=18$种编排方案. 故共有$24+18=42$种编排方案.

9.C解析：本题考查了充分、必要条件的概念，等比数列的性质，以及逻辑推理能力.

等比数列$\{a_n\}$为递增数列，得公比$q>0$且$a_{n+1}-a_n=a_n(q-1)=a_1(q-1)q^{n-1}>0$，即充要条件为$\begin{cases}a_1>0\\q>1\end{cases}$或$\begin{cases}a_1<0\\0<q<1\end{cases}$，又由$a_1<a_2<a_3$即$a_1<a_1q<a_1q^2$可推出$\begin{cases}a_1>0\\q>1\end{cases}$或$\begin{cases}a_1<0\\0<q<1\end{cases}$. 故二者互为充要条件.

10.A解析：本题考查了线性规划知识，求解时应明确线性目标函数的倾斜角与可行域边界直线的倾斜角的大小关系.

如下图作出不等式组表示的可行域，由于$z=3x-4y$的斜率介于$x-y+2=0$与$x-5y+10=0$之间，因此解$\begin{cases}x-y+2=0\\x+y-8=0\end{cases}$得$\begin{cases}x=3\\x=5\end{cases}$，故当$z=3x-4y$过点$A(3,5)$时

，$z_{\min}=-11$；解$\begin{cases}x-5y+10=0\\x+y-8=0\end{cases}$得$\begin{cases}x=5\\x=3\end{cases}$，故当$z=3x-4y$过点$B(5,3)$时，

$z_{\max}=3$．

11.A解析：本题考查了函数的图象等基础知识及学生的识图能力，求解时应根据单调性及$f(x)=0$时根的情况判断．

由$\begin{cases}y=2^x\\y=x^2\end{cases}$有三个交点可得$y=2^x-x^2$有三个零点，故排除B，C．分析图象A，D的区别在于当$x\to-\infty$时，$y\to-\infty$，故排除D，应选A．

12.B解析：本题考查了运用新知识解决问题的能力和向量线性运算以及综合分析问题的能力．

由题意知，若$\vec{a}$，$\vec{b}$共线，则$mq-np=0$．又$\vec{a}\odot\vec{b}=mq-np=0$，故A正确；

$\vec{b}\odot\vec{a}=np-mq\neq\vec{a}\odot\vec{b}=mq-np$，故B错误，选B．

$(\lambda\vec{a})\odot\vec{b}=\lambda mq-\lambda np=\lambda(mq-np)=\lambda(\vec{a}\odot\vec{b})$，故C正确；

$(\vec{a}\odot\vec{b})^2+(\vec{a}\cdot\vec{b})=(mq-np)^2+(mp+nq)^2=(m^2+n^2)(p^2+q^2)=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$，故D正确．

二、填空题

13. $\frac{5}{4}$

解析：本题考查了循环结构的程序框图，一般都可以反复的进行运算直到满足条件结束．

$x=10,y=4;\ x=4,y=1;\ x=1,y=-\frac{1}{2};\ x=-\frac{1}{2},y=-\frac{5}{4};$此时$|y-x|=\frac{3}{4}<1$，输出$y=-\frac{5}{4}$．

14. $a\geq\frac{1}{5}$解析：本题考查了恒成立问题和由基本不等式求函数最值问题．

由$x>0$，原不等式等价为$0<\frac{1}{a}\leq\frac{x^2+3x+1}{x}=x+\frac{1}{x}+3$恒成立，所以有

$\frac{1}{a}\leq\left(x+\frac{1}{x}+3\right)_{\min}=5$，即$0<\frac{1}{a}\leq5$，解得$a\geq\frac{1}{5}$．

15. $\frac{\pi}{6}$

解析：本题考查了两角和与差的三角函数及利用正弦定理解三角形等基础知识以及运算能力．

$\because \sin B+\cos B=\sqrt{2}\sin\left(B+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，即$\sin\left(B+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$，在$\Delta ABC$中，

$\dfrac{\pi}{4}<B+\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{5\pi}{4}$，$\therefore B+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore B=\dfrac{\pi}{4}$．又$\because a<b$，所以$A$锐角．由正弦定理

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$得$\sin A=\dfrac{1}{2}$，得$A=\dfrac{\pi}{6}$．

16. $x+y-3=0$ 解析：本题考查了直线与圆的位置关系及确定直线的条件

由已知设圆心$C(a,0)(a>0)$，又所求直线与$l:x-y-1=0$垂直，故所求直线为

$x+y-a=0$．则，弦心距为$d=\dfrac{|a-1|}{\sqrt{2}}$，半弦长为$\sqrt{2}$，半径为$|a-1|$，三者构成以半径长为斜边的直角三角形，则$|a-1|=2$，解得$a=3$或$a=-1$（舍去）．所求直线方程为

$x+y-3=0$．

三、解答题

（17）本小题主要考查综合运用三角函数公式、三角函数的性质，进行运算、变形、转换和求解的能力，满分12分。

解：（I）因为$f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x\sin\varphi+\cos^2 x\cos\varphi-\dfrac{1}{2}\sin(\dfrac{\pi}{2}+\varphi)(0<\varphi<\pi)$

所以$f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x\sin 2\varphi+\dfrac{1+\cos 2x}{2}\cos\varphi-\dfrac{1}{2}\cos\varphi$

$=\dfrac{1}{2}\sin 2x\sin\varphi+\dfrac{1}{2}\cos 2x\cos\varphi$

$=\dfrac{1}{2}(\sin 2x\sin\varphi+\cos 2x\cos\varphi)$

$=\dfrac{1}{2}\cos(2x-\varphi).$

又函数图象过点$(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{1}{2})$

所以$\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}\cos(2\times\dfrac{\pi}{6}-\varphi)$

即$\cos(\dfrac{\pi}{3}-\varphi)=1,$

又$0<\varphi<\pi$

所以$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$.

（II）由（I）知$f(x)=\dfrac{1}{2}\cos(2x-\dfrac{\pi}{2})$，将函数$y=f(x)$的图象上各点的横坐标缩短到原来的$\dfrac{1}{2}$，纵坐标不变，得到函数$y=g(x)$的图象，可知

$g(x)=f(2x)=\dfrac{1}{2}\cos(4x-\dfrac{\pi}{3}),$

因为$x\in[0,\dfrac{\pi}{4}]$

所以$4x\in[0,\pi]$

因此$4x-\dfrac{\pi}{3}\in[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}]$

故$-\dfrac{1}{2}\le\cos(4x-\dfrac{\pi}{3})\le 1$

所以$y=g(x)$在$[0,\dfrac{\pi}{4}]$上的最大值和最小值分别为$\dfrac{1}{2}$和$-\dfrac{1}{4}$.

（18）本小题主要考查等差数列的基本知识，考查逻辑推理、等价变形和运算能力。

解：（I）设等差数列$\{a_n\}$的首项为a_1，公差为d，

由于$a_3=7,a_5+a_7=26$，

所以$a_1+2d=7,2a_1+10d=26$，

解得$a_1=3,d=2.$

由于$a_n=a_1+(n-1)d,S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$

所以$a_n=2n+1,S_n=n(n+2).$

（II）因为$a_n=2n+1$

所以$a_n^2-1=4n(n+1)$

因此$b_n=\dfrac{1}{4n(n+1)}=\dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}).$

故$T_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n$

$=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$

$=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{n+1})$

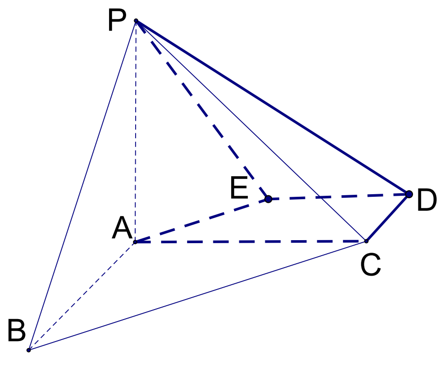
$=\frac{n}{4(n+1)}$

所以数列$\{b_n\}$的前n项和$T_n=\frac{n}{4(n+1)}$.

（19）本小题主要考查空间中的基本关系，考查线面垂直、面面垂直的判定以及线面角和几何体体积的计算，考查识图能力、空间想象能力和逻辑推理能力，满分12分。

（I）证明：在ΔABC中，因为$\angle ABC = 45°$，BC=4，$AB = 2\sqrt{2}$

所以$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot\cos 45^\circ = 8$



因此$AC = 2\sqrt{2}$

故$BC^2 = AC^2 + AB^2$

所以$\angle BAC = 90^0$

又$PA\perp$平面ABCDE，AB//CD，

所以$CD\perp PA, CD\perp AC$

又PA，AC$\subset$平面PAC，且PA$\cap$AC=A，

所以CD$\perp$平面PAC，又$CD\subset$平面PCD，

所以平面PCD$\perp$平面PAC。

（II）解法一：

因为ΔAPB是等腰三角形，

所以$PA = AB = 2\sqrt{2}$

因此$PB=\sqrt{PA^2+AB^2}=4$

又AB//CD，
所以点B到平面PCD的距离等于点A到平面PCD的距离。
由于CD⊥平面PAC，在$Rt\Delta PAC$中，

$PA=2\sqrt{2},AC=2\sqrt{2}$

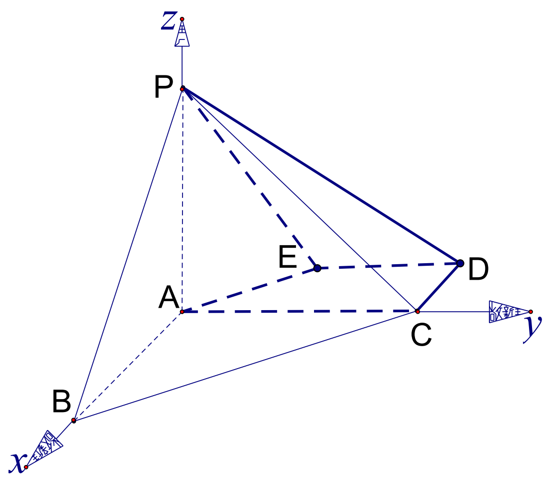
所以PC=4
故PC边上的高为2，此即为点A到平面PCD的距离，
所以B到平面PCD的距离为$h=2.$
设直线PB与平面PCD所成的角为θ，
则$\sin\theta=\frac{h}{PB}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，
又$\theta\in[,0\frac{\pi}{2}]$
所以$\theta=\frac{\pi}{6}.$
解法二：
由（I）知AB，AC，AP两两相互垂直，
分别以AB，AC，AP为x轴，z轴建立如图
所示的空间直角坐标系，由于ΔPAB是等腰三角形，

所以$PA=AB=2\sqrt{2}$

又$AC=2\sqrt{2}$，

因此$A(0,0,0),B(2\sqrt{2},0,0),C(0,2\sqrt{2},0),P(0,0,2\sqrt{2})$

因为AC//DE，$CD\perp AC$，
所以四边形ACDE是直角梯形，



因为$AE=2,\angle ABC=45^0,AE//BC$

所以$\angle BAE=135^0$

因此$\angle CAE=45^0$

故$CD=AE\cdot\sin 45^0=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

所以$D(-\sqrt{2},2\sqrt{2},0)$

因此$\overrightarrow{CP}=(0,-2\sqrt{2},2\sqrt{2}),\overrightarrow{CD}=(-\sqrt{2},0,0)$

设$m=(x,y,z)$是平面PCD的一个法向量，

则$m\cdot\overrightarrow{CP}=0, m\cdot\overrightarrow{CD}=0$

解得$x=0, y=z$

取$y=1$,得$m=(0,1,1)$

又$\overrightarrow{BP}=(-2\sqrt{2},0,2\sqrt{2})$

设θ表示向量$\overrightarrow{BP}$与平面PCD的法向量m所成的角，

则$\cos\theta=\dfrac{m\cdot\overrightarrow{BP}}{|m||\overrightarrow{BP}|}=\dfrac{1}{2}$

所以$\theta=\dfrac{\pi}{3}$

因此直线PB与平面PCD所成的角为$\dfrac{\pi}{6}$.

（III）因为AC//ED，$CD\perp AC$

所以四边形ACDE是直角梯形

因为$AE=2,\angle ABC=45^0, AE//BC$，

所以$\angle BAE=135^0$

因此$\angle CAE=45^0$

故$CD=AE\cdot\sin 45^0=2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

$ED=AC-AE\cdot\cos 45^0=2\sqrt{2}-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

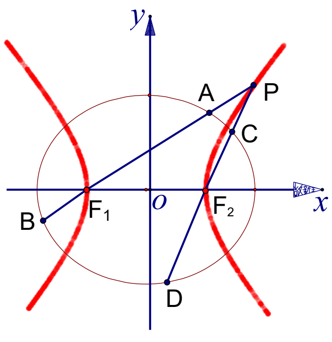
所以$S_{四边形ACDE}=\dfrac{\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}=3.$

又$PA\perp$平面ABCDE，

所以$V_{P-CDE}=\dfrac{1}{3}\times 3\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

（21）本小题主要考查椭圆、双曲线的基本概念和基本性质，考查直线和椭圆的位置关系，考查坐标第、定值和存在性问题，考查数形结合思想和探求问题的能力。

如图，已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，以该椭圆上的点和椭圆的左、右焦点 F_1,F_2 为顶点的三角形的周长为 $4(\sqrt{2}+1)$，一等轴双曲线的顶点是该椭圆的焦点，设P为该双曲线上异于顶点的任一点，直线 PF_1 和 PF_2 与椭圆的交点分别为A、B和C、D.



（I）求椭圆和双曲线的标准方程；

（II）设直线 PF_1、PF_2 的斜率分别为 k_1、k_2，证明：$k_1\cdot k_2=1$；

（III）是否存在常数 λ，使得 $|AB|+|CD|=\lambda|AB|\cdot|CD|$ 恒成立？若存在，求 λ 的值；若不存在，请说明理由.

解：（I）设椭圆的半焦距为c，

由题意知$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},2a+2c=4(\sqrt{2}+1)$

所以$a=2\sqrt{2},c=2$

又$a^2=b^2+c^2$，因此$b=2.$

故椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

由题意设等轴双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{m^2}=1(m>0)$，

因为等轴双曲线的顶点是椭圆的焦点，

所以$m=2$

因此双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$

（II）设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),P(x_0,y_0)$

则$k_1=\frac{y_0}{x_0+2},k_2=\frac{y_0}{x_0-2}$

因为点P在双曲线$x^2-y^2=4$上，

所以$x_0^2-y_0^2=4.$

因此$k_1k_2=\frac{y_0}{x_0+2}\cdot\frac{y_0}{x_0-2}=\frac{y_0}{x_0^2-4}=1$

即$k_1k_2=1.$

（III）由于PF_1的方程为$y=k_1(x+2)$，将其代入椭圆方程得

$(2k_1^2+1)x^2+8k_1^2x+8k_1^2-8=0$

由违达定理得$x_1+x_2=-\frac{8k_1^2}{2k_1^2+1},x_1x_2=\frac{8k_1^2-8}{2k_1^2+1}$

所以$|AB|=\sqrt{1+k_1^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$$=\sqrt{1+k_1^2}\sqrt{(-\frac{8k_1^2}{2k_1^2-1})^2-4\times\frac{8k_1^2-8}{2k_1^2+1}}$$

$$=4\sqrt{2}\,\frac{k_1^2+1}{2k_1^2+1}$$

同理可得$|CD|=4\sqrt{2}\,\frac{k_2^2+1}{2k_2^2+1}$.

则$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{1}{4\sqrt{2}}(\frac{2k_1^2+1}{k_1^2+1}+\frac{2k_2^2+1}{k_2^2+1})$

又$k_1k_2=1$

所以$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{1}{4\sqrt{2}}(\frac{2k_1^2+1}{k_1^2+1}+\frac{\frac{2}{k_1^2}+1}{\frac{1}{k_1^2}+1})=\frac{\sqrt{2}}{8}(\frac{2k_1^2+1}{k_1^2+1}+\frac{k_1^2+2}{k_1^2+1})=\frac{3\sqrt{2}}{8}$

故$|AB|+|CD|=\frac{3\sqrt{2}}{8}|AB|\cdot|CD|$

因此，存在$\lambda=\frac{3\sqrt{2}}{8}$，

使$|AB|+|CD|=\lambda|AB|\cdot|CD|$恒成立。

（22）（本小题满分14分）

已知函数$f(x)=1nx-ax-\frac{1-a}{x}-1(a\in R)$.

（I）当$a\le\frac{1}{2}$时，讨论$f(x)$的单调性；

（II）设$g(x)=x^2-2bx+4$.当$a=\frac{1}{4}$时，若对任意$x_1\in(0,2)$，存在$x_2\in[1,2]$，使

$f(x_1)\ge g(x_2)$，求实数b的取值范围.

（22）本小题主要考查导数的概念以及利用导数研究函数性质的能力，考查分类讨论思想、数形结合思想、等价变换思想，以及综合运用知识解决新情境、新问题的能力。

解：（I）因为$f(x)=\ln x-ax+\frac{1-a}{x}-1$

所以$f'(x)=\frac{1}{x}-a+\frac{a-1}{x^2}=-\frac{ax^2-x+1-a}{x^2}\quad x\in(0,+\infty)$

令 $h(x)=ax^2-x+1-a,x\in(0,+\infty)$

（1）当 $a=0$ 时，$h(x)=-x+1,x\in(0,+\infty)$

所以，当 $x\in(0,1)$ 时，$h(x)>0$，此时 $f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h(x)<0$，此时 $f'(x)>0$，函数f（x）单调递

（2）当 $a\neq 0$ 时，由f ′(x) =0

即 $ax^2-x+1-a=0$，解得 $x_1=1,x_2=\frac{1}{a}-1$

①当 $a=\frac{1}{2}$ 时，$x_1=x_2,h(x)\geq 0$ 恒成立，

此时 $f'(x)\leq 0$，函数 $f(x)$ 在（0，+∞）上单调递减；

②当 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，$\frac{1}{a}-1>1>0$

$x\in(0,1)$ 时，$h(x)>0$，此时 $f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递减；

$x\in(1,\frac{1}{a}-1)$ 时，$h(x)<0$，此时 $f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 单调递增；

$x\in(\frac{1}{a}-1,+\infty)$ 时，$h(x)>0$，此时 $f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递减；

③当 $a<0$ 时，由于 $\frac{1}{a}-1<0$

$x\in(0,1)$ 时，$h(x)>0$，此时 $f'(x)<0$，函数 $f(x)$ 单调递减；

$x\in(1,+\infty)$ 时，$h(x)<0$，此时 $f'(x)>0$，函数 $f(x)$ 单调递增。

综上所述：

当 $a\leq 0$ 时，函数 $f(x)$ 在（0，1）上单调递减；

函数 $f(x)$ 在（1，+∞）上单调递增；

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，函数 $f(x)$ 在（0，+∞）上单调递减；

当 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，函数 $f(x)$ 在（0，1）上单调递减；

函数 $f(x)$ 在 $(1,\frac{1}{a}-1)$ 上单调递增；

函数 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{a}-1,+\infty)$ 上单调递减，

（II）因为$a=\frac{1}{4}\in(0,\frac{1}{2})$，由（I）知，

$x_1=1,x_2=3\notin(0,2)$，当$x\in(0,1)$时，$f'(x)<0$，

函数$f(x)$单调递减；当$x\in(1,2)$时，$f'(x)>0$

函数$f(x)$单调递增，所以$f(x)$在（0，2）上的最小值为$f(1)=-\frac{1}{2}$

由于“对任意$x_1\in(0,2)$，存在$x_2\in[1,2]$，使$f(x_1)\geq g(x_2)$”等价于

“$g(x)$在[1，2]上的最小值不大于$f(x)$在（0，2）上的最小值$-\frac{1}{2}$”（*）

又$g(x)=(x-b)^2+4-b^2,x\in[1,2]$，所以

①当$b<1$时，因为$[g(x)]_{\min}=g(1)=5-2b>0$，此时与（*）矛盾；

②当$b\in[1,2]$时，因为$[g(x)]_{\min}=4-b^2\geq 0,$，同样与（*）矛盾；

③当$b\in(2,+\infty)$时，因为$[g(x)]_{\min}=g(2)=8-4b$

解不等式$8-4b\leq-\frac{1}{2}$，可得$b\geq\frac{17}{8}.$

综上，b的取值范围是$[\frac{17}{8},+\infty).$

2010年普通高等学校招生全国统一考试

数学（山东卷）(理工农医类)点评

今年试题与去年相比整体难度略有下降，试题特点鲜明。纵观整套试卷，考查知识全面，门槛较低，成绩稍差或中档的学生都认为数学不难，特别是选择填空题目，解答题突

出考查主干知识，这也是高三备考中反复训练的题型，学生感到入手较易。

与去年相比有以下几个特点：

第一、运算量有所减少，使得整体难度有所降低

从客观题来看，运算量不大或者稍有运算的题目有：第1、2、4、5、6、7、8、14、15题，第10、12、13、16运算量稍微大一点点；从解答题来看，第17、18、19(2)、19(3)的运算量也不是很大，21(1)只要认真审题也会轻而易举的做出来。试题的选择题、填空题的难度和计算量比去年都有所降低，这更有利于考生更好地在后面的解答题中发挥自己的水平。

第二、加强对核心内容、主干知识和新增内容的考察

该试卷突出核心内容和主干知识的考察：如函数、导数、积分(4)(7)(11)(22)、三角(15)(17)、数列(9)(18)、不等式(1)(10)(14)、空间位置关系(3)(19)、直线与圆锥曲线关系(16)(21)、统计概率(5)(6)(20)，这些知识形成了试卷主体框架，对新增内容中的正态分布(5)、定积分(7)、线性规划(10)、程序框图(13)等也做了有重点的考察。这样使考查具有一定的难度和深度，能有效区分不同能力层次的考生群体。

第三、全面考察数学思想方法、思维能力、推理能力

重视能力考查就是重视对问题的思维方式和思维过程的考察，即多考点想，少考点算。比如选择题(2)考察了方程思想简单的应用，(11)主要考察数形结合的思想，如果在同一个坐标系中能够正确画出指数函数和二次函数的图像，就会轻而易举地解决该函数图像的问题，该题思维含量比较高，突出能力考察；(16)也是一道数形结合的题目；(12)是一道比较新颖的创新题，是新定义与向量数量积的知识交汇，考察考生的转化能力和运算能力，同时也考察对待新事物如何去分析问题、解决问题的能力；(8)和(22)的第一问都考察了分类讨论的思想的应用，其中(8)解法比较灵活，可以讨论甲也可以讨论乙；(20)是一道背景公平，应用性很强的综合型的概率题；(21)加强了定值问题和探索性问题的考察，考察考生的探究能力和解决问题的能力；(19)主要考察考生的空间想象能力和识图、用图能力，该题处理方法灵活，既可以采用传统的几何解法，也可以采用建立空间直角坐标系的方法进行解答，体现了解法的多样性。

在具体的题目上，选择题、填空题覆盖高中的重要知识点，且考查全面，例如今年对正态分布，样本方差都设计了选择题，且难度较低，重点知识反复考查，例如集合的运算，复数的运算，排列组合问题、线性规划问题、函数的解析式和奇偶性、程序框图、解三角形、不等式等知识，在选择题的第12题设计了新定义的题目考查学生对新问题情景的认识，在解答题上数列在2007年出现在17题的位置，今年出现在了18题的位置，说明数列的难度一直在降低，这也给我们 2011年的高考备考指明了方向，对于数列的复习应该围绕等差数列、等比数列这两个基本的数列形式展开，概率应用题的位置调后可能会引起学生对应用题的陌生感和恐惧感。

本套试卷中还有我们经常关注的知识没有涉及，三视图在经历了新课标必考的阶段之后，今年没有涉及，另外抽样方法、频率分布直方图、二项式定理我们认为重要的点也没有涉及。