

# 2009年全国统一高考数学试卷（理科）（全国卷Ⅱ）

## 一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分)  $\frac{10i}{2-i}$  = ( )  
A.  $-2+4i$       B.  $-2-4i$       C.  $2+4i$       D.  $2-4i$
2. (5分) 设集合  $A=\{x \mid |x|>3\}$ ,  $B=\{x \mid \frac{x-1}{x-4}<0\}$ , 则  $A \cap B$  = ( )  
A.  $\emptyset$       B.  $(3, 4)$       C.  $(-2, 1)$       D.  $(4, +\infty)$
3. (5分) 已知  $\triangle ABC$  中,  $\cot A = -\frac{12}{5}$ , 则  $\cos A$  = ( )  
A.  $\frac{12}{13}$       B.  $\frac{5}{13}$       C.  $-\frac{5}{13}$       D.  $-\frac{12}{13}$
4. (5分) 函数  $y=\frac{x}{2x-1}$  在点  $(1, 1)$  处的切线方程为 ( )  
A.  $x-y-2=0$       B.  $x+y-2=0$       C.  $x+4y-5=0$       D.  $x-4y+3=0$
5. (5分) 已知正四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1=2AB$ ,  $E$  为  $AA_1$  中点, 则异面直线  $BE$  与  $CD_1$  所形成角的余弦值为 ( )  
A.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$       D.  $\frac{3}{5}$
6. (5分) 已知向量  $\vec{a}=(2, 1)$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}=10$ ,  $|\vec{a}+\vec{b}|=5\sqrt{2}$ , 则  $|\vec{b}|$  = ( )  
A.  $\sqrt{5}$       B.  $\sqrt{10}$       C. 5      D. 25
7. (5分) 设  $a=\log_3 \pi$ ,  $b=\log_2 \sqrt{3}$ ,  $c=\log_3 \sqrt{2}$ , 则 ( )  
A.  $a>b>c$       B.  $a>c>b$       C.  $b>a>c$       D.  $b>c>a$
8. (5分) 若将函数  $y=\tan(\omega x+\frac{\pi}{4})$  ( $\omega>0$ ) 的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度后, 与函数  $y=\tan(\omega x+\frac{\pi}{6})$  的图象重合, 则  $\omega$  的最小值为 ( )  
A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$
9. (5分) 已知直线  $y=k(x+2)$  ( $k>0$ ) 与抛物线  $C: y^2=8x$  相交于  $A$ 、 $B$  两点,  $F$  为  $C$  的焦点, 若  $|FA|=2|FB|$ , 则  $k$  = ( )  
A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
10. (5分) 甲、乙两人从4门课程中各选修2门, 则甲、乙所选的课程中恰有1门相同的选法有 ( )

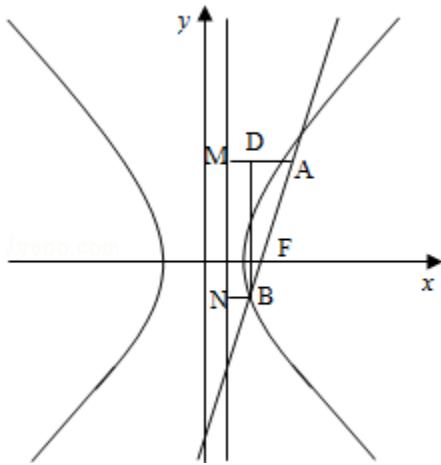
A. 6种

B. 12种

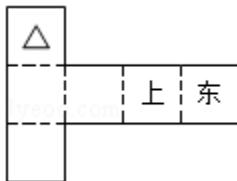
C. 24种

D. 30种

11. (5分) 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 过  $F$  且斜率为  $\sqrt{3}$  的直线交  $C$  于  $A$ 、 $B$  两点, 若  $\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{FB}$ , 则  $C$  的离心率为 ( )

A.  $\frac{6}{5}$ B.  $\frac{7}{5}$ C.  $\frac{5}{8}$ D.  $\frac{9}{5}$ 

12. (5分) 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北。现在沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展平，得到如图所示的平面图形，则标“ $\Delta$ ”的面的方位 ( )



A. 南

B. 北

C. 西

D. 下

## 二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分)  $(x\sqrt{y} - y\sqrt{x})^4$  的展开式中  $x^3y^3$  的系数为 \_\_\_\_\_.

14. (5分) 设等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_5=5a_3$ , 则  $\frac{S_9}{S_5}=$  \_\_\_\_\_.

15. (5分) 设  $OA$  是球  $O$  的半径,  $M$  是  $OA$  的中点, 过  $M$  且与  $OA$  成  $45^\circ$  角的平面截球  $O$  的表面得到圆  $C$ . 若圆  $C$  的面积等于  $\frac{7\pi}{4}$ , 则球  $O$  的表面积等于 \_\_\_\_\_.

16. (5分) 求证: 菱形各边中点在以对角线的交点为圆心的一个圆上.

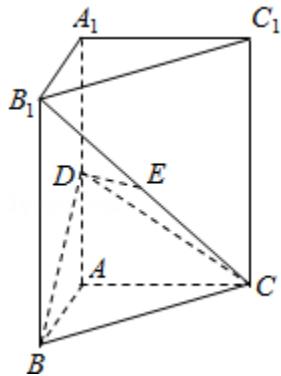
### 三、解答题（共6小题，满分70分）

17. (10分) 设 $\triangle ABC$ 的内角A、B、C的对边长分别为a、b、c， $\cos(A - C) + c \cos B = \frac{3}{2}$ ， $b^2 = ac$ ，求B.

18. (12分) 如图，直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB \perp AC$ ，D、E分别为 $AA_1$ 、 $B_1C$ 的中点， $DE \perp$ 平面 $BCC_1$ .

(I) 证明： $AB=AC$ ；

(II) 设二面角 $A - BD - C$ 为 $60^\circ$ ，求 $B_1C$ 与平面 $BCD$ 所成的角的大小.



19. (12分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 $S_n$ ，已知 $a_1=1$ ， $S_{n+1}=4a_n+2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) .

(1) 设 $b_n=a_{n+1}-2a_n$ ，证明数列 $\{b_n\}$ 是等比数列；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. (12分) 某车间甲组有10名工人，其中有4名女工人；乙组有5名工人，其中有3名女工人，现采用分层抽样方法（层内采用不放回简单随机抽样）从甲、乙两组中共抽取3名工人进行技术考核.

- (I) 求从甲、乙两组各抽取的人数；
- (II) 求从甲组抽取的工人中恰有1名女工人的概率；
- (III) 记 $\xi$ 表示抽取的3名工人中男工人数，求 $\xi$ 的分布列及数学期望.

21. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，过右焦点F的

直线l与C相交于A、B两点，当l的斜率为1时，坐标原点O到l的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

- (I) 求a, b的值；
- (II) C上是否存在点P，使得当l绕F转到某一位置时，有 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ 成立？若存在，求出所有的P的坐标与l的方程；若不存在，说明理由.

22. (12分) 设函数  $f(x) = x^2 + a \ln(1+x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ ,

(I) 求  $a$  的取值范围, 并讨论  $f(x)$  的单调性;

(II) 证明:  $f(x_2) > \frac{1-2\ln 2}{4}$ .