

绝密★启用前

2013 年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数 学（文史类）

本试题卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）。第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页，共 4 页。
考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上大题无效。满分 150 分。考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试题卷和答题卡上一并交回。

第 I 卷 （选择题 共 50 分）

注意事项：

必须使用 2B 铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1、设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ，集合 $B = \{-2, 2\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- (A) \emptyset (B) $\{2\}$
(C) $\{-2, 2\}$ (D) $\{-2, 1, 2, 3\}$

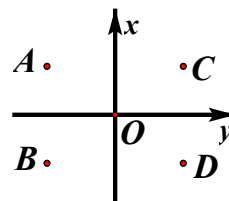
2、一个几何体的三视图如图所示，则该几何体可以是 ()

- (A) 棱柱 (B) 棱台
(C) 圆柱 (D) 圆台



3、如图，在复平面内，点 A 表示复数 z ，则图中表示 z 的共轭复数的点是 ()

- (A) A (B) B
(C) C (D) D



4、设 $x \in \mathbb{Z}$ ，集合 A 是奇数集，集合 B 是偶数集. 若命题 $p: \forall x \in A, 2x \in B$ ，则 ()

- (A) $\neg p: \exists x \in A, 2x \in B$ (B) $\neg p: \exists x \notin A, 2x \in B$
(C) $\neg p: \exists x \in A, 2x \notin B$ (D) $\neg p: \forall x \notin A, 2x \notin B$

5、抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点到直线 $x - \sqrt{3}y = 0$ 的距离是 ()

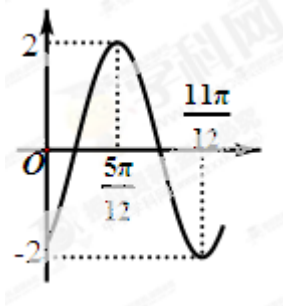
- (A) $2\sqrt{3}$ (B) 2

(C) $\sqrt{3}$

(D) 1

6、函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 ω, φ 的值分别是

()



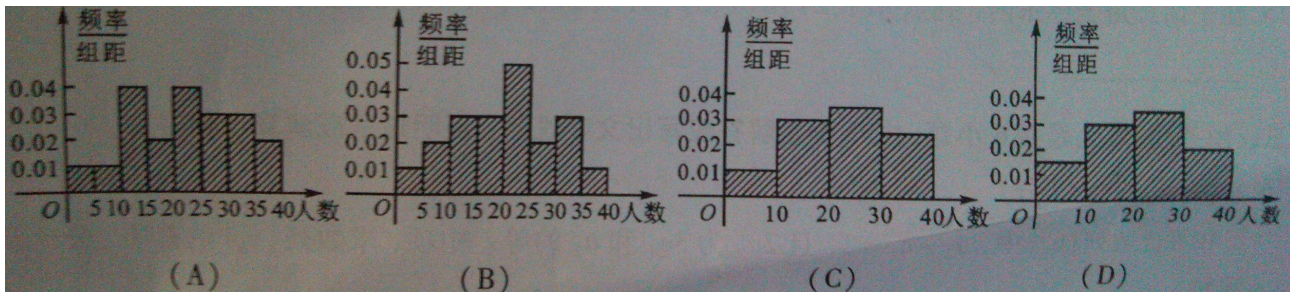
(A) $2, -\frac{\pi}{3}$

(B) $2, -\frac{\pi}{6}$

(C) $4, -\frac{\pi}{6}$

(D) $4, \frac{\pi}{3}$

7、某学校随机抽取 20 个班, 调查各班中有网上购物经历的人数, 所得数据的茎叶图如图所示。以组距为 5 将数据分成 $[0, 5), [5, 10), \dots, [30, 35), [35, 40]$ 时, 所作的频率分布直方图是 ()



0	7	3				
1	7	6	4	4	3	0
2	7	5	5	4	3	2
3	8	5	4	3	0	

8、若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 8, \\ 2y-x \leq 4, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 且 $z = 5y - x$ 的最大值为 a , 最小值为 b , 则 $a - b$ 的值是

()

(A) 48

(B) 30

(C) 24

(D) 16

9、从椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上一点 P 向 x 轴作垂线，垂足恰为左焦点 F_1 ， A 是椭圆与 x 轴正半轴的交点， B 是椭圆与 y 轴正半轴的交点，且 $AB \parallel OP$ (O 是坐标原点)，则该椭圆的离心率是 ()

(A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10、设函数 $f(x) = \sqrt{e^x + x - a}$ ($a \in \mathbb{R}$, e 为自然对数的底数)。若存在 $b \in [0, 1]$ 使 $f(f(b)) = b$ 成立，则 a 的取值范围是 ()

(A) $[1, e]$

(B) $[1, 1+e]$

(C) $[e, 1+e]$

(D) $[0, 1]$

第二部分 (非选择题 共 100 分)

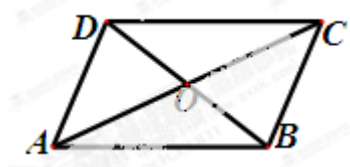
注意事项:

必须使用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答。作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚。答在试题卷上无效。

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

11、 $\lg \sqrt{5} + \lg \sqrt{20}$ 的值是_____。

12、如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AO}$, 则 $\lambda =$ _____。



13、已知函数 $f(x) = 4x + \frac{a}{x}$ ($x > 0, a > 0$) 在 $x = 3$ 时取得最小值, 则 $a =$ _____。

14、设 $\sin 2\alpha = -\sin \alpha$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\tan 2\alpha$ 的值是_____。

15、在平面直角坐标系内, 到点 $A(1, 2)$, $B(1, 5)$, $C(3, 6)$, $D(7, -1)$ 的距离之和最小的点的坐标是_____。

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

16、(本小题满分 12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 - a_1 = 2$, 且 $2a_2$ 为 $3a_1$ 和 a_3 的等差中项, 求数列 $\{a_n\}$ 的首项、公比及前 n 项和.

17、(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\cos(A - B)\cos B - \sin(A - B)\sin(A + C) = -\frac{3}{5}$.

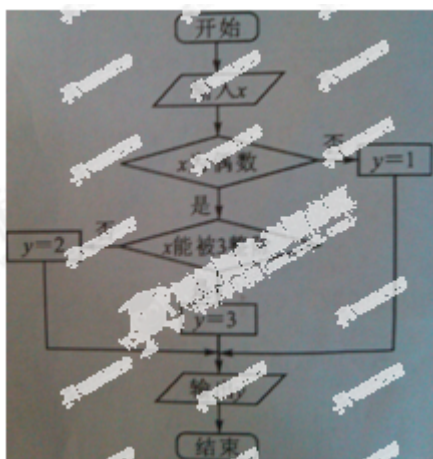
(I) 求 $\sin A$ 的值;

(II) 若 $a = 4\sqrt{2}$, $b = 5$, 求向量 \overrightarrow{BA} 在 \overrightarrow{BC} 方向上的投影.

18、(本小题满分 12 分)

某算法的程序框图如图所示, 其中输入的变量 x 在 $1, 2, 3, \dots, 24$ 这 24 个整数中等可能随机产生.

(I) 分别求出按程序框图正确编程运行时输出 y 的值为 i 的概率 $P_i (i = 1, 2, 3)$;



(II) 甲、乙两同学依据自己对程序框图的理解, 各自编写程序重复运行 n 次后, 统计记录了输出 y 的值为 $i (i = 1, 2, 3)$ 的频数。以下是甲、乙所作频数统计表的部分数据。

甲的频数统计表 (部分)

运行次数 n	输出 y 的值为 1 的频数	输出 y 的值为 2 的频数	输出 y 的值为 3 的频数
30	14	6	10
...
2100	1027	376	697

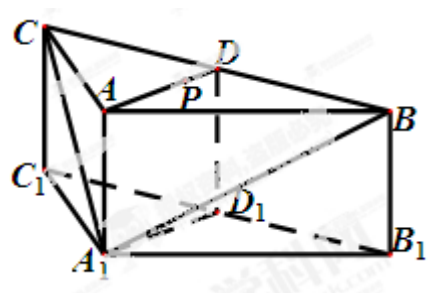
乙的频数统计表 (部分)

运行 次数 n	输出 y 的值 为1的频数	输出 y 的值 为2的频数	输出 y 的值 为3的频数
30	12	11	7
...

当 $n = 2100$ 时，根据表中的数据，分别写出甲、乙所编程序各自输出 y 的值为 $i (i = 1, 2, 3)$ 的频率（用分数表示），并判断两位同学中哪一位所编写程序符合算法要求的可能性较大。

19、(本小题满分 12 分)

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC ， $AB = AC = 2AA_1 = 2$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ， D, D_1 分别是线段 BC, B_1C_1 的中点， P 是线段 AD 上异于端点的点。



(I) 在平面 ABC 内，试作出过点 P 与平面 A_1BC 平行的直线 l ，说明理由，并证明直线 $l \perp$ 平面 ADD_1A_1 ；

(II) 设 (I) 中的直线 l 交 AC 于点 Q ，求三棱锥 A_1-QC_1D 的体积。（锥体体积公式： $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 为底面面积， h 为高）

20、(本小题满分 13 分)

已知圆 C 的方程为 $x^2 + (y - 4)^2 = 4$ ，点 O 是坐标原点. 直线 $l: y = kx$ 与圆 C 交于 M, N 两点.

(I) 求 k 的取值范围；

(II) 设 $Q(m, n)$ 是线段 MN 上的点，且 $\frac{2}{|OQ|^2} = \frac{1}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2}$. 请将 n 表示为 m 的函数.

21、(本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a, & x < 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ ，其中 a 是实数。设 $A(x_1, f(x_1))$ ， $B(x_2, f(x_2))$ 为该函数

数图象上的两点，且 $x_1 < x_2$ 。

(I) 指出函数 $f(x)$ 的单调区间；

(II) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 A, B 处的切线互相垂直，且 $x_2 < 0$ ，证明： $x_2 - x_1 \geq 1$ ；

(III) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 A, B 处的切线重合, 求 a 的取值范围。