

绝密★启用前

2010年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷（理工农医类）

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1. 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.
2. 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题（本大题满分56分）本大题共有14题，考生必须在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分。

1. 不等式 $\frac{2-x}{x+4} > 0$ 的解集是_____。

2. 若复数 $z = 1 - 2i$ （ i 为虚数单位），则 $z \cdot \bar{z} + z =$ _____。

解析：考查复数基本运算 $z \cdot \bar{z} + z = (1 - 2i)(1 + 2i) + 1 - 2i = 6 - 2i$

3. 动点 P 到点 $F(2, 0)$ 的距离与它到直线 $x + 2 = 0$ 的距离相等，则 P 的轨迹方程为_____。

4. 行列式 $\begin{vmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{6} \end{vmatrix}$ 的值是_____。

5. 圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 的圆心到直线 $l: 3x + 4y + 4 = 0$ 的距离 $d =$ _____。

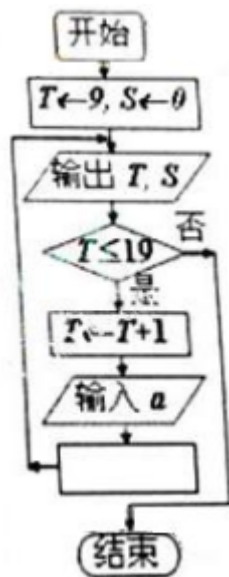
6. 随机变量 ξ 的概率分布率由下图给出：

x	7	8	9	10
$P(\xi = x)$	0.3	0.35	0.2	0.15

则随机变量 ξ 的均值是_____

7.

2010年上海世博会园区每天9:00开园, 20:00停止入园。在右边的框图中, S 表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数, a 表示整点报道前1个小时内入园人数, 则空白的



执行框内应填入_____。

8. 对任意不等于1的正数 a , 函数 $f(x) = \log_a(x+3)$ 的反函数的图像都经过点 P , 则点 P 的坐标是_____

9. 从一副混合后的扑克牌(52张)中随机抽取1张, 事件 A 为“抽得红桃K”, 事件 B 为“抽得为黑桃”, 则概率 $P(A \cup B) =$ _____ (结果用最简分数表示)

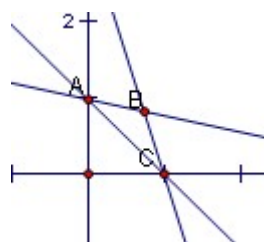
10. 在 n 行 n 列矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \end{pmatrix}$ 中,

记位于第 i 行第 j 列的数为 $a_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, n)$ 。当 $n = 9$ 时, $a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{99} =$ _____

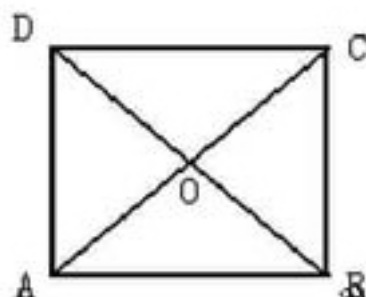
11.

将直线 $l_2: nx + y - n = 0$ 、 $l_3: x + ny - n = 0$ ($n \in N^*$, $n \geq 2$) x 轴

、 y 轴围成的封闭图形的面积记为 S_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$ _____。



12. 如图所示, 在边长为4的正方形纸片 $ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于 O , 剪去 $\triangle AOB$, 将剩余部分沿 OC 、 OD 折叠, 使 OA 、 OB 重合, 则以 A 、 (B) 、 C 、 D 、 O 为顶点的四面体的体积为_____



13. 如图所示, 直线 $x=2$ 与双曲线 $\Gamma: \frac{\lambda^2}{4} - y^2 = 1$ 的渐近线交于 E_1, E_2 两点, 记

$\overrightarrow{OE_1} = \overline{e_1}, \overrightarrow{OE_2} = \overline{e_2}$, 任取双曲线 Γ 上的点 P , 若 $\overrightarrow{OP} = \overline{ae_1} + \overline{be_2} (a, b \in R)$, 则 a, b 满足的一个等式是_____

14. 以集合 $U = \{a, b, c, d\}$ 的子集中选出2个不同的子集, 需同时满足以下两个条件:

(1) a, b 都要选出;

(2) 对选出的任意两个子集 A 和 B , 必有 $A \subseteq B$ 或 $B \subseteq A$, 那么共有_____种不同的选法。

二. 选择题(本大题满分20分) 本大题共有4题, 每题有且只有一个正确答案. 考生必须在答题纸的相应编号上, 将代表答案的小方格涂黑, 选对得5分, 否则一律得零分。

15. “ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in Z)$ ”是“ $\tan x = 1$ ”成立的 [答] ()

(A) 充分不必要条件.

(B) 必要不充分条件.

(C) 充分条件.

(D) 既不充分也不必要条件.

16. 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \end{cases} (t \in R)$, 则 l 的方向向量是 \overline{d} 可以是 【答】 ()

(A) $(1, 2)$

(B) $(2, 1)$

(C) $(-2, 1)$

(D) $(1, -2)$

17. 若 x_0 是方程 $(\frac{1}{2})^x = x^{\frac{1}{3}}$ 的解, 则 x_0 属于区间 【答】 ()

(A) $(\frac{2}{3}, 1)$

(B) $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$

(C) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

(D) $(0, \frac{1}{3})$

18. 某人要制作一个三角形, 要求它的三条高的长度分别为 $\frac{1}{13}, \frac{1}{11}, \frac{1}{5}$, 则此人能

【答】 ()

(A) 不能作出这样的三角形

(B) 作出一个锐角三角形

(C) 作出一个直角三角形

(D) 作出一个钝角三角形

三、解答题(本大题满分74分) 本大题共有5题, 解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤。

19. (本题满分12分)

已知 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 化简:

$$\lg(\cos x \cdot \tan x + 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}) + \lg[\sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})] - \lg(1 + \sin 2x).$$

20. (本题满分13分) 本题共有2个小题，第一个小题满分5分，第2个小题满分8分。

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n = n - 5a_n - 85$ ， $n \in N^*$

(1) 证明： $\{a_n - 1\}$ 是等比数列；

(2) 求数列 $\{S_n\}$ 的通项公式，并求出 n 为何值时， S_n 取得最小值，并说明理由。

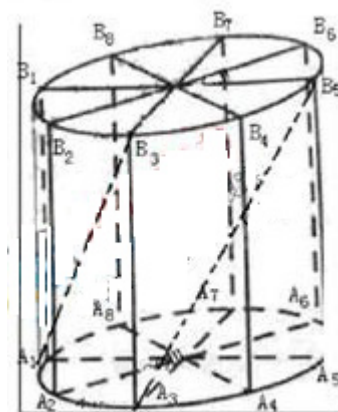
$$(2) S_n = n + 75\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} - 90 \quad n=15 \text{ 取得最小值}$$

21. (本大题满分13分) 本题共有2个小题，第1小题满分5分，第2小题满分8分。

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作4个全等的矩形骨架，总计耗用9.6米铁丝，骨架把圆柱底面8等份，再用 S 平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）。

(1) 当圆柱底面半径 r 取何值时， S 取得最大值？并求出该最大值（结果精确到0.01平方米）；

(2) 在灯笼内，以矩形骨架的顶点为点，安装一些霓虹灯，当灯笼的底面半径为0.3米时，求图中两根直线 A_1B_3 与 A_3B_5 所在异面直线所成角的大小（结果用反三角函数表示）



22. (本题满分18分) 本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分5分，第3小题满分1

0分。

若实数 x 、 y 、 m 满足 $|x-m| > |y-m|$ ，则称 x 比 y 远离 m 。

(1) 若 $x^2 - 1$ 比 1 远离 0，求 x 的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数 a 、 b ，证明： $a^3 + b^3$ 比 $a^2b + ab^2$ 远离 $2ab\sqrt{ab}$ ；

(3) 已知函数 $f(x)$ 的定义域 $D = \{x | x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}\}$ 。任取 $x \in D$ ， $f(x)$ 等于 $\sin x$ 和 $\cos x$ 中远离 0 的那个值。写出函数 $f(x)$ 的解析式，并指出它的基本性质（结论不要求证明）。

23（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，第3小题满分9分。

已知椭圆 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，点 P 的坐标为 $(-a, b)$ 。

(1) 若直角坐标平面上的点 M 、 $A(0, -b)$ 、 $B(a, 0)$ 满足 $\vec{PM} = \frac{1}{2}(\vec{PA} + \vec{PB})$ ，求点 M 的坐标；

(2) 设直线 $l_1: y = k_1x + p$ 交椭圆 Γ 于 C 、 D 两点，交直线 $l_2: y = k_2x$ 于点 E 。若

$k_1 \cdot k_2 = -\frac{b^2}{a^2}$ ，证明： E 为 CD 的中点；

(3) 对于椭圆 Γ 上的点 $Q(a \cos \theta, b \sin \theta)$ ，求点 Q 到点 P 的距离的最小值。

$\sin\theta$) ($0<\theta<\pi$)，如果椭圆 Γ 上存在不同的两个交点 P_1 、 P_2 满足 $\vec{PP_1} + \vec{PP_2} = \vec{PQ}$ ，写出求作点 P_1 、 P_2 的步骤，并求出使 P_1 、 P_2 存在的 θ 的取值范围.

