

2012 年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数学（理科）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，第Ⅰ卷第1至2页，第Ⅱ卷第3至第4页。全卷满分150分，考试时间120分钟。

考生注意事项：

1. 务必在试题卷、答题卡 自己的姓名、座位号，并认真 粘贴的条形码中姓名 座位号是否一致。务必 面规定的地方填写姓名和座位号后两位。
2. 答第Ⅰ卷时，每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 答第Ⅱ卷时，必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置画出，确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束，务必将试卷和答题卡一并上交。

参考：

如果事件 A 与 B 互斥；则 $P(A+B) = P(A) + P(B)$

如果事件 A 与 B 相互独立；则 $P(AB) = P(A)P(B)$

如果 A 与 B 是事件，且 $P(B) > 0$ ；则 $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

(1) 复数 x 满足 $(z-i)(2-i)=5$ ，则()

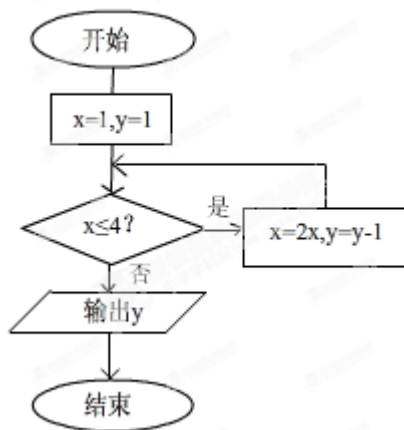
- A. $-2-2i$ B. $-2+2i$ C. $2-2i$ D. $2+2i$

(2) 下列函数中，不满足 $f(2x) = 2f(x)$ 的是()

- A $f(x) = |x|$ B $f(x) = x \cdot |x|$ C $f(x) = x+1$ D $f(x) = -x$

3 如图所示，程序框图（算法流程图）的输出结果是()

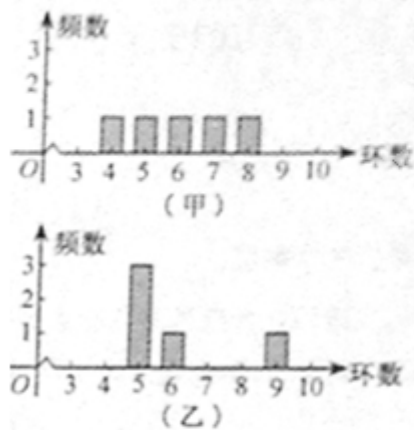
- A.3 B.4 C.5 D.8



4. 公比为 2 的等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数，且 $a_3 a_{11} = 16$ ，则 $\log_2 a_{10} = (\quad)$

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

5. 甲、乙两人在一次射击比赛中各射靶 5 次，两人成绩的条形统计图如图所示，则()



第(5)题图

- (A) 甲的成绩的平均数小于乙的成绩的平均数
 (B) 甲的成绩的中位数等于乙的成绩的中位数
 (C) 甲的成绩的方差小于乙的成绩的方差
 (D) 甲的成绩的极差小于乙的成绩的极差

(6) 设平面 α 与平面 β 相交于直线 m ，直线 a 在平面 α 内。直线 b 在平面 β 内，且 $b \perp m$ ，则 “ $\alpha \perp \beta$ ” 是 “ $a \perp b$ ” 的()

- (A) 充分不必要条件
 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件
 (D) 既不充分也不必要条件

(7) $(x^2 + 2) \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right)^5$ 的展开式的常数项是()

- (A) -3 (B) -2 (C) 2 (D) 3

(8) 在平面直角坐标系中, 点 $O(0,0)$, $P(6,8)$, 将向量 \overrightarrow{OP} 绕点 O 逆时针方向旋转 $\frac{3\pi}{4}$ 后得向量 \overrightarrow{OQ} , 则点的坐标是()

- (A) $(-7\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ (B) $(-7\sqrt{2}, \sqrt{2})$ (C) $(-4\sqrt{6}, -2)$ (D) $(-4\sqrt{6}, 2)$

(9) 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A, B 两点, O 为坐标原点. 若 $|AF| = 3$, 则 $\triangle AOB$ 的面积为()

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

(10) 6 位同学在毕业聚会活动中进行纪念品的交换, 任意两位同学之间最多交换一次, 进行交换的两位同学互赠一份纪念品. 已知 6 位同学之间共进行了 13 次交换, 则收到 4 份纪念品的同学人数为()

- (A) 1 或 3 (B) 1 或 4 (C) 2 或 3 (D) 2 或 4

2012 年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数 学（理科）

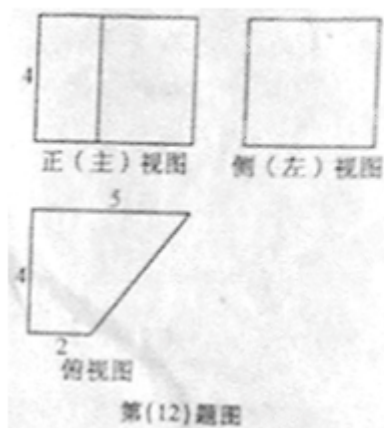
第 II 卷（非选择题 共 100 分）

请用 0.5 毫米海瑟墨水签字笔在答题卡上作答, 在试卷上答题无效。

二、填空题：本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分, 把答案填在答题卡的相应位置。

(11) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + 2y \geq 3 \\ 2x + y \leq 3 \end{cases}$, 则 $x - y$ 的取值范围是_____。

(12) 某几何体的三视图如图所示, 该几何体的表面积是_____。



(13) 在极坐标系中, 圆 $\rho = 4\sin\theta$ 的圆心到直线 $\theta = \frac{\pi}{6} (\rho \in R)$ 的距离是_____。

(14) 若平面向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|2\vec{a} - \vec{b}| \leq 3$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最小值是_____。

(15) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边的长分别为 a, b, c , 则下列命题正确的是_____ (写出所有正确命题的编号)。

- ①若 $ab > c^2$, 则 $C < \frac{\pi}{3}$ ②若 $a + b > 2c$, 则 $C < \frac{\pi}{3}$
③若 $a^3 + b^3 = c^3$, 则 $C > \frac{\pi}{2}$ ④若 $(a + b)c = 2ab$, 则 $C > \frac{\pi}{2}$
⑤若 $(a^2 + b^2)c^2 = 2a^2b^2$, 则 $C > \frac{\pi}{3}$

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。解答写在答题卡上的指定区域内。

(16) (本小题满分 12 分) 设函数 $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \sin^2 x$,

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 设函数 $g(x)$ 对任意 $x \in R$, 有 $g(x + \frac{\pi}{2}) = g(x)$, 且当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时,

$g(x) = \frac{1}{2} - f(x)$, 求 $g(x)$ 在区间 $[-\pi, 0]$ 上的解析式。

(17) (本小题满分 12 分)

某单位招聘面试, 每次从试题库随机调用一道试题, 若调用的是 A 类型试题, 则使用后该试题回库, 并增补一道 A 类试题和一道 B 类型试题入库, 此次调题工作结束; 若调用的是 B 类型试题, 则使用后该试题回库, 此次调题工作结束。试题库中现共有 $n + m$ 道试题, 其中有 n 道 A 类型试题和 m 道 B 类型试题, 以 X 表示两次调题工作完成后, 试题库中 A 类试题的数量。

(I) 求 $X = n + 2$ 的概率;

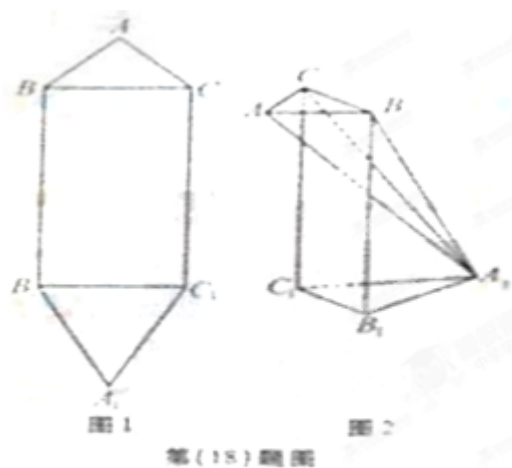
(II) 设 $m = n$, 求 X 的分布列和均值 (数学期望)。

(18) (本小题满分 12 分)

平面图形 $ABB_1A_1C_1C$ 如图 1 所示, 其中 BB_1C_1C 是矩形, $BC = 2, BB_1 = 4$,

$AB = AC = \sqrt{2}$, $A_1B_1 = A_1C_1 = \sqrt{5}$ 。现将该平面图形分别沿 BC 和 B_1C_1 折叠, 使 $\triangle ABC$

与 $\triangle A_1B_1C_1$ 所在平面都与平面 BB_1C_1C 垂直, 再分别连接 AA_1, BA_1, CA_1 , 得到如图 2 所示的空间图形, 对此空间图形解答下列问题。



(I) 证明: $AA_1 \perp BC$; (II) 求 AA_1 的长; (III) 求二面角 $A-BC-A_1$ 的余弦值。

19. (本小题满分 13 分)

设函数 $f(x) = ae^x + \frac{1}{ae^x} + b$ ($a > 0$)

(I) 求 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 内的最小值;

(II) 设曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $y = \frac{3}{2}x$, 求 a, b 的值。

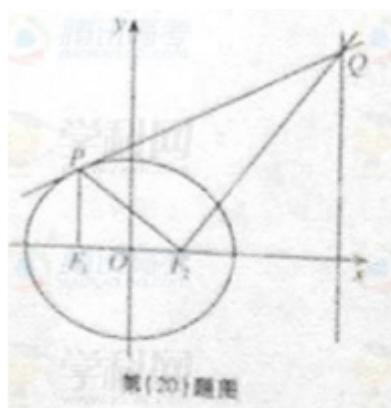
20. (本小题满分 13 分)

如图, 点 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左右焦点, 经过 F_1

做 x 轴的垂线交椭圆 C 的上半部分于点 P , 过点 F_2 作直线 PF_2 垂线交直线 $x = \frac{a^2}{c}$ 于点 Q 。

(I) 如果点 Q 的坐标为 $(4, 4)$, 求此时椭圆 C 的方程;

(II) 证明: 直线 PQ 与椭圆 C 只有一个交点。



21. (本小题满分 13 分)

数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 = 0, x_{n+1} = -x_n^2 + x_n + c (n \in \mathbb{N}_+)$

(I) 证明: $\{x_n\}$ 是从递减数列的充分必要条件是 $c < 0$;

(II) 求 c 的取值范围, 使 $\{x_n\}$ 是递增数列。