绝密★考试结束前

2009 年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数学（文科）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．设$U=\mathbf{R},A=\{x\mid x>0\},B=\{x\mid x>1\}$，则$A\cap \complement_U B=$（　　）

A．$\{x\mid 0\leqslant x<1\}$　　B．$\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$　　C．$\{x\mid x<0\}$　　D．$\{x\mid x>1\}$

【测量目标】集合的基本运算（交集与补集）.

【考查方式】集合的表示（描述法），求集合的补集与交集.

【参考答案】B

【试题解析】对于$\complement_U B=\{x\mid x\leqslant 1\}$,因此$A\cap \complement_U B=\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$.

2．“$x>0$”是“$x\neq 0$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

【测量目标】命题的充分，必要条件.

【考查方式】主要考查命题的基本关系以及充分必要条件.

【参考答案】A

【试题解析】对于“$x>0$”$\Rightarrow$ “$x\neq 0$”；反之不一定成立，因此“$x>0$”是“$x\neq 0$”的充分而不必要条件.

3．设$z=1+\mathrm{i}$（i 是虚数单位），则$\dfrac{2}{z}+z^2=$（　　）

A．$1+\mathrm{i}$　　B．$-1+\mathrm{i}$　　C．$1-\mathrm{i}$　　D．$-1-\mathrm{i}$

【测量目标】复数的代数形式的四则运算.

【考查方式】给出复数的除法乘方形式，考查复数的代数四则运算.

【参考答案】D

【试题解析】对于$\dfrac{2}{z}+z^2=\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}+(1+\mathrm{i})^2=1-\mathrm{i}+2\mathrm{i}=1+\mathrm{i}$

4．设α,β是两个不同的平面，l是一条直线，以下命题正确的是（　　）

A．若$l\perp\alpha,\alpha\perp\beta$,则$l\subset\beta$　　B．若$l\parallel\alpha,\alpha\parallel\beta$,则$l\subset\beta$

C．若$l\perp\alpha,\alpha\parallel\beta$,则$l\perp\beta$　　D．若$l\parallel\alpha,\alpha\perp\beta$,则$l\perp\beta$

【测量目标】直线与平面位置关系，平面与平面的位置关系.

【考查方式】给出线面，面面的部分关系，推导直线与平面的关系.

【参考答案】C

【试题解析】对于 A,B,D 均可能出现 $l\parallel\beta$，而对于 C 是正确的.

5．已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2),\boldsymbol{b}=(2,-3)$．若向量 $\boldsymbol{c}$ 满足 $(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})\parallel\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\perp(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，则 $\boldsymbol{c}=$（　　）

A．$(\frac{7}{9},\frac{7}{3})$　　B．$(-\frac{7}{3},-\frac{7}{9})$　　C．$(\frac{7}{3},\frac{7}{9})$　　D．$(-\frac{7}{9},-\frac{7}{3})$

【测量目标】平面向量的坐标运算.

【考查方式】给出平面向量满足的关系式，通过平面向量的平行和垂直关系运算求解.

【参考答案】D

【试题解析】不妨设 $\boldsymbol{c}=(m,n)$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}=\left(1+m,2+n\right),\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,-1)$，对于 $\left(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}\right)\parallel\boldsymbol{b}$，则有 $-3(1+m)=(2+n)$；（步骤 1）

又 $\boldsymbol{c}\perp\left(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\right)$，则有 $3m-n=0$，则有 $m=-\frac{7}{9},n=-\frac{7}{3}$（步骤 2）

6. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的左焦点为 F，右顶点为 A，点 B 在椭圆上，且 $BF\perp x$ 轴，直线 AB 交 y 轴于点 P．若 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$，则椭圆的离心率是　　（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

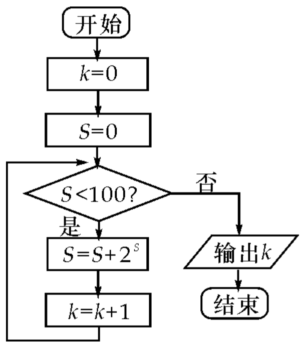
【测量目标】椭圆的简单几何性质，解析几何与平面向量结合.

【考查方式】考查解析几何与平面向量结合，数形结合求解离心率.

【参考答案】D

【试题解析】对于椭圆，因为 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$，则 $OA=2OF,\therefore a=2c,\therefore e=\frac{1}{2}$

7．某程序框图如图所示，该程序运行后输出的 k 的值是（　　）



A．4　　B．5

C．6　　D．7

【测量目标】循环结构的程序框图.

【考查方式】考查循环结构的流程图，注意循环条件的设置，以及循环体的构成，特别是注意最后一次循环 k 的值.

【参考答案】A

【试题解析】对于 $k=0,s=1,\therefore k=1$，而对于 $k=1,s=3,\therefore k=2$，则 $k=2,s=3+8,\therefore k=3$，后面是 $k=3,s=3+8+2^{11},\therefore k=4$，不符合条件时输出的 $k=4$.

8．若函数 $f(x)=x^2+\dfrac{a}{x}(a\in\mathbf{R})$，则下列结论正确的是 （ ）

A．$\forall a\in\mathbf{R}$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数

B．$\forall a\in\mathbf{R}$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数

C．$\exists a\in\mathbf{R}$，$f(x)$ 是偶函数

D．$\exists a\in\mathbf{R}$，$f(x)$ 是奇函数

【测量目标】全称量词、存在量词、函数奇偶性与单调性的判断.

【考查方式】给出函数式，通过对量词的考查结合函数的性质进行考查.

【参考答案】C

【试题解析】对于 $a=0$ 时有 $f\left(x\right)=x^2$ 是一个偶函数

9．已知三角形的三边长分别为 $3,4,5$，则它的边与半径为 1 的圆的公共点个数最多为（ ）

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

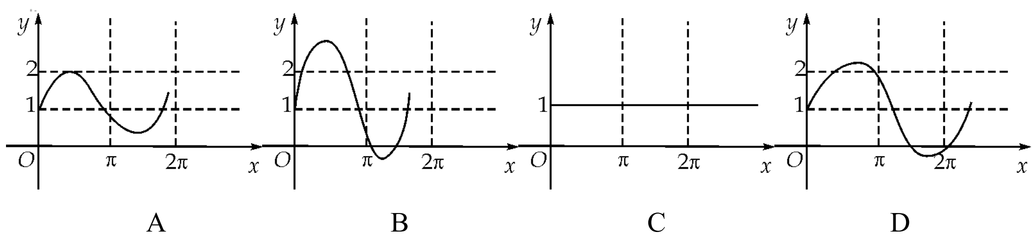
【测量目标】直线与圆的位置关系.

【考查方式】通过三角形边与圆相切来考虑公共点.

【参考答案】B

【试题解析】对于半径为 1 的圆有一个位置是正好是三角形的内切圆，此时只有三个交点，对于圆的位置稍一右移或其他的变化，能实现 4 个交点的情况，但 4 以上的交点不能实现.

10．已知 a 是实数，则函数 $f(x)=1+a\sin ax$ 的图象不可能是 （ ）



【测量目标】三角函数的图象.

【考查方式】函数式中设定函数，考查三角函数的图象.

【参考答案】D

【试题解析】对于振幅大于 1 时，三角函数的周期为 $T=\dfrac{2\pi}{|a|},\because |a|>1,\therefore T<2\pi$（步骤 1）

而 D 不符合要求，它的振幅大于 1，但周期反而大于了 2π.（步骤 2）

非选择题部分（共 100 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分.

11．设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=\dfrac{1}{2}$，前 n 项和为 S_n，则 $\dfrac{S_4}{a_4}=$__________.

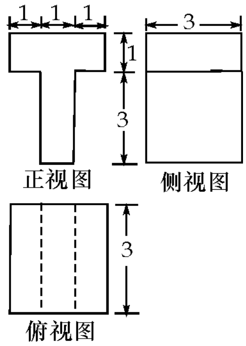
【测量目标】等比数列的通项，等比数列的前 n 和.

【考查方式】给出等比数列的公比，考查等比数列前 n 和每项的关系.

【参考答案】15

【试题解析】对于 $S_4=\dfrac{a_1(1-q^4)}{1-q},a_4=a_1q^3,\therefore\dfrac{S_4}{a_4}=\dfrac{1-q^4}{q^3(1-q)}=15$

12．若某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则此几何体的体积是__________ cm^3 .



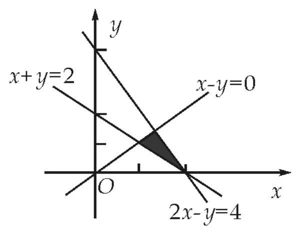
【测量目标】三视图求几何体的体积.

【考查方式】给出三视图，求几何体的体积.

【参考答案】18

【试题解析】该几何体是由二个长方体组成，下面体积为 $1\times3\times3=9$，上面的长方体体积为 $3\times3\times1=9$，因此其几何体的体积为 18

13．若实数 x,y 满足不等式组 $\begin{cases}x+y\geqslant 2,\\2x-y\leqslant 4,\\x-y\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $2x+3y$ 的最小值是_________.



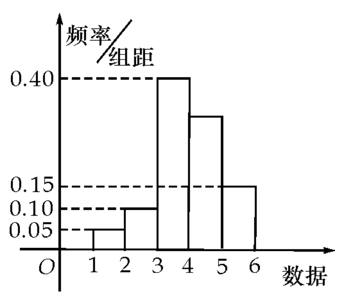
【测量目标】二元线性规划求目标函数的最值.

【考查方式】给出约束条件，应用数形结合思想画出不等式组所表示的平面区域，求出线性目标函数的最小值.

【参考答案】4

【试题解析】通过画出其线性规划，可知直线 $y=-\dfrac{2}{3}x+z$ 过点 $(2,0)$ 时，$(2x+3y)_{\min}=4$

14．某个容量为 100 的样本的频率分布直方图如下，则在区间 $[4,5)$ 上的数据的频数为__________.



【测量目标】频率分布直方图.

【考查方式】给出频率分布直方图，通过图表解决问题.

【参考答案】30

【试题解析】对于在区间$\left[4,5\right]$的频率/组距的数值为0.3，而总数为100，因此频数为30

15．某地区居民生活用电分为高峰和低谷两个时间段进行分时计价．该地区的电网销售电价表如下：

高峰时间段用电价格表		低谷时间段用电价格表	
高峰月用电量（单位：千瓦时）	高峰电价（单位：元/千瓦时）	低谷月用电量（单位：千瓦时）	低谷电价（单位：元/千瓦时）
50及以下的部分	0.568	50及以下的部分	0.288
超过50至200的部分	0.598	超过50至200的部分	0.318
超过200的部分	0.668	超过200的部分	0.388

若某家庭5月份的高峰时间段用电量为200千瓦时，低谷时间段用电量为100千瓦时，

则按这种计费方式该家庭本月应付的电费为__________元（用数字作答）.

【测量目标】分段函数模型.

【考查方式】考查识图能力及数据处理能力，求解.

【参考答案】148.4

【试题解析】对于应付的电费应分二部分构成，高峰部分为$50\times0.568+150\times0.598$；对于低峰部分为$50\times0.288+50\times0.318$，二部分之和为$148.4$

16．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则S_4，S_8-S_4，$S_{12}-S_8$，$S_{16}-S_{12}$成等差数列．类比以上结论有：设等比数列$\{b_n\}$的前n项积为T_n，则T_4，________，________，$\dfrac{T_{16}}{T_{12}}$成等比数列.

【测量目标】等比数列的性质，等差数列的性质.

【考查方式】通过已知条件进行类比推理求解.

【参考答案】$\dfrac{T_8}{T_4},\dfrac{T_{12}}{T_8}$

【试题解析】对于等比数列，通过类比，有等比数列$\{b_n\}$的前n项积为T_n，则T_4，

$\frac{T_8}{T_4},\frac{T_{12}}{T_8}$， $\frac{T_{16}}{T_{12}}$成等比数列.

17．有20张卡片，每张卡片上分别标有两个连续的自然数$k,k+1$，其中$k=0,1,2,\cdots,19$.从这20张卡片中任取一张，记事件“该卡片上两个数的各位数字之和（例如：若取到标有9,10的卡片，则卡片上两个数的各位数字之和为$9+1+0=10$）不小于14，A，则$P(A)=$_________.

【测量目标】排列组合及其应用.

【考查方式】给出排列组合的方式，求在一定条件下出现A事件概率.

【参考答案】$\frac{1}{4}$

【试题解析】对于大于14的点数的情况通过列举可得有5种情况，即$7,8;8,9;16,17;17,18;18,19$，而基本事件有20种，因此$P(A)=\frac{1}{4}$

三、解答题：本大题共5小题，共72分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18．（本题满分14分）在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且满足$\cos\frac{A}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=3$.　（I）求$\triangle ABC$的面积；　（II）若$c=1$，求$a$的值.

【测量目标】平面向量的线性运算，正弦定理余弦定理，二倍角，同角三角函数的基本关系.

【考查方式】给出关于向量的等式，根据数量积的公式将其转化为边与角的关系式，进而求$\triangle ABC$的面积;给出边c，根据余弦定理求a值.

【试题解析】（I）$\cos A=2\cos^2\frac{A}{2}-1=2\times(\frac{2\sqrt{5}}{5})^2-1=\frac{3}{5}$（步骤1）

又$A\in(0,\pi)$，$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{4}{5}$，（步骤2）

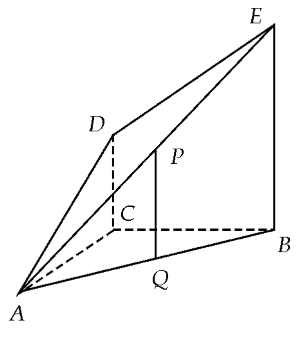
而$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\bullet\left|\overrightarrow{AC}\right|\bullet\cos A=\frac{3}{5}bc=3$，所以$bc=5$，

所以$\triangle ABC$的面积为：$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times5\times\frac{4}{5}=2$（步骤3）

（II）由（I）知$bc=5$，而$c=1$，所以$b=5$

所以$a=\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos A}=\sqrt{25+1-2\times3}=2\sqrt{5}$（步骤4）

19．（本题满分14　分）如图，$DC\perp$平面ABC，$EB\parallel DC$，



$AC=BC=EB=2DC=2$，$\angle ACB=120^{\circ}$，P,Q分别为AE,AB的中点.(I)证明：$PQ//$平面ACD；(II)求AD与平面ABE所成角的正弦值.

【测量目标】线面平行的判定，线面角的求法.

【考查方式】线线平行推出线面平行;由几何体中的位置关系，进行求解.

【试题解析】(I)证明：连接DP,CQ，在$\triangle ABE$中，P,Q分别是AE,AB的中点，所以

$PQ \underset{=}{//} \dfrac{1}{2}BE$，（步骤1）

又$DC \underset{=}{//} \dfrac{1}{2}BE$，所以$PQ \underset{=}{//} DC$，又$PQ\not\subset$平面$ACD$ ，$DC\subset$平面ACD， 所以$PQ//$平面ACD（步骤2）

（II）在$\triangle ABC$中，$AC=BC=2,AQ=BQ$，所以$CQ\perp AB$（步骤3）

而$DC\perp$平面ABC，$EB//DC$，所以$EB\perp$平面ABC

而$EB\subset$平面ABE， 所以平面$ABE\perp$平面ABC， 所以$CQ\perp$平面ABE（步骤4）

由（I）知四边形$DCQP$是平行四边形，所以$DP//CQ$

所以$DP\perp$平面ABE， 所以直线AD在平面ABE内的射影是AP，（步骤5）

所以直线AD与平面ABE所成角是$\angle DAP$（步骤6）

在 $\mathrm{Rt}\triangle APD$中 ， $AD=\sqrt{AC^2+DC^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$ ，$DP=CQ=2\sin\angle CAQ=1$

所以$\sin\angle DAP=\dfrac{DP}{AD}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$（步骤7）

20.（本题满分14分）设S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$S_n=kn^2+n$，$n\in\mathbf{N}^*$，其中k是常数.

（I） 求a_1及a_n；

（II）若对于任意的$m\in\mathbf{N}^*$，a_m，a_{2m}，a_{4m}成等比数列，求k的值.

【测量目标】等差数列的通项和等比数列的性质，等差数列前n项和.

【考查方式】给出S_n的表达式，求$\left\{a_n\right\}$；$\left\{a_n\right\}$中部分项呈等比，求解未知数k.

【试题解析】(I）当$n=1,a_1=S_1=k+1$，

$n\ldots 2,a_n=S_n-S_{n-1}=kn^2+n-[k(n-1)^2+(n-1)]=2kn-k+1$（①）(步骤1）

检验，$n=1,$（①）式成立， $\therefore a_n=2kn-k+1$（步骤2）

（II）$\because a_m,a_{2m},a_{4m}$成等比数列，$\therefore {a_{2m}}^2=a_m\bullet a_{4m}$，

即$(4km-k+1)^2=(2km-k+1)(8km-k+1)$，(步骤3）

整理得：$mk(k-1)=0$，对任意的$m\in\mathbf{N}^*$成立，

$\therefore k=0或k=1$（步骤 4）

21．（本题满分 15 分）已知函数$f(x)=x^3+(1-a)x^2-a(a+2)x+b\quad(a,b\in\mathbf{R})$．

（I）若函数$f(x)$的图象过原点，且在原点处的切线斜率是-3，求a,b的值；

（II）若函数$f(x)$在区间$(-1,1)$上不单调，求a的取值范围．

【测量目标】利用导数判断或求函数的单调区间，函数零点的应用.

【考查方式】限定函数的图象过定点处的斜率，解出方程中的未知数;给出函数在区间上的单调性，求未知数的取值范围.

【试题解析】

（I）由题意得$f'(x)=3x^2+2(1-a)x-a(a+2)$（步骤 1）

又$\begin{cases}f(0)=b=0\\f'(0)=-a(a+2)=-3\end{cases}$，（步骤 2）

解得$b=0$，$a=-3$或$a=1$（步骤 3）

（II）由$f'(x)=0$,得$x_1=a,x_2=-\dfrac{a+2}{3}$（步骤 4）

又$f(x)$在$(-1,1)$上不单调,即$\begin{cases}a\neq-\dfrac{a+2}{3}\\-1<a<1\end{cases}$或$\begin{cases}-1<-\dfrac{a+2}{3}<1\\a\neq-\dfrac{a+2}{3}\end{cases}$（步骤 5）

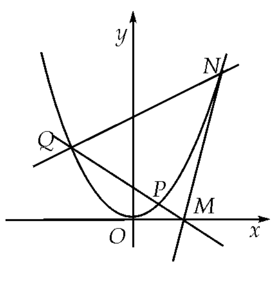
解得$\begin{cases}-1<a<1\\a\neq-\dfrac{1}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}-5<a<1\\a\neq-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

所以a的取值范围是$(-5,-\dfrac{1}{2})\cup(-\dfrac{1}{2},1)$．（步骤 6）

22．（本题满分 15 分）已知抛物线C：$x^2=2py(p>0)$上一点$A(m,4)$到其焦点的距离为$\dfrac{17}{4}$．

（I）求p与m的值；

（II）设抛物线C上一点P的横坐标为$t\ (t>0)$，过P的直线交C于另一点Q，交x轴于点M，过点Q作PQ的垂线交C于另一点N．若MN是C的切线，求t的最小值．



【测量目标】抛物线的简单几何性质，直线与抛物线的位置关系，圆

锥曲线中的定点定值问题.

【考查方式】给出抛物线上一点到焦点的距离，根据准线方程求方程中未知数;根据直线与抛物线直线与直线的关系，求t的最小值

【试题解析】(I) 由抛物线方程得其准线方程：$y=-\frac{p}{2}$，(步骤 1)

根据抛物线定义点$A(m,4)$到焦点的距离等于它到准线的距离，即$4+\frac{p}{2}=\frac{17}{4}$，解得$p=\frac{1}{2}$ (步骤 2)

$\therefore$抛物线方程为：$x^2=y$，(步骤 3)

将$A(m,4)$代入抛物线方程，解得$m=\pm 2$ (步骤 4)

(II) 由题意知，过点$P(t,t^2)$的直线PQ斜率存在且不为 0，设其为k.(步骤 5)

则$l_{PQ}:y-t^2=k(x-t)$，当$y=0,x=\frac{-t^2+kt}{k}$,则$M(\frac{-t^2+kt}{k},0)$.(步骤 6)

联立方程$\begin{cases} y-t^2=k(x-t) \\ x^2=y \end{cases}$，整理得：$x^2-kx+t(k-t)=0$

即：$(x-t)[x-(k-t)]=0$，解得$x=t,$或$x=k-t$ (步骤 7)

$\therefore Q(k-t,(k-t)^2)$，而$QN\perp QP$，$\therefore$直线$NQ$斜率为$-\frac{1}{k}$ (步骤 8)

$\therefore l_{NQ}:y-(k-t)^2=-\frac{1}{k}[x-(k-t)]$，联立方程$\begin{cases} y-(k-t)^2=-\frac{1}{k}[x-(k-t)] \\ x^2=y \end{cases}$

整理得：$x^2+\frac{1}{k}x-\frac{1}{k}(k-t)-(k-t)^2=0$，即：$kx^2+x-(k-t)[k(k-t)+1]=0$

$[kx+k(k-t)+1][x-(k-t)]=0$，解得：$x=-\frac{k(k-t)+1}{k}$或$x=k-t$ (步骤 9)

$\therefore N(-\frac{k(k-t)+1}{k},\frac{[k(k-t)+1]^2}{k^2})$，

$$\therefore K_{NM}=\frac{\frac{[k(k-t)+1]^2}{k^2}}{-\frac{k(k-t)+1}{k}-\frac{-t^2+kt}{k}}=\frac{(k^2-kt+1)^2}{k(t^2-k^2-1)}$$ (步骤 10)

而抛物线在点N处切线斜率：$k_{切}=y'\Big|_{x=-\frac{k(k-t)+1}{k}}=\frac{-2k(k-t)-2}{k}$ (步骤 11)

$\because MN$ 是抛物线的切线，$\therefore \dfrac{(k^2-kt+1)^2}{k(t^2-k^2-1)}=\dfrac{-2k(k-t)-2}{k}$，整理得 $k^2+tk+1-2t^2=0$

$\because \Delta=t^2-4(1-2t^2)\geqslant 0$，解得 $t\leqslant -\dfrac{2}{3}$（舍去），或 $t\geqslant \dfrac{2}{3}$，$\therefore t_{\min}=\dfrac{2}{3}$（步骤 12）