绝密★启用前

2008年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）

数学（文史类）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。第Ⅰ卷1至2页。第Ⅱ卷3至9页，共150分，考试时间120分钟。考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷（选择题　共40分）

注意事项：

1. 答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。
2. 每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡颇擦干净后，再选涂其他答案。不能答在试卷上。

一、本大题共8小题，第小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）若集合$A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}\leqslant 3$, $B=\{x|x<-1$或$x>4\}$, 则集合$A\cap B$等于

（A）$\{x|x\leqslant 3$或$x>4\}$　　（B）$\{x|-1<x\leqslant 3\}$

（C）$\{x|3\leqslant x<4\}$　　(D) $\{x|-2\leqslant x<-1\}$

（2）若$a=\log_3\pi$, $b=\log_7 6$，$c=\log_2 0.8$, 则

（A）$a>b>c$　　（B）$b>a>c$

（C）$c>a>b$　　（D）$b>c>a$

（3）“双曲线的方程为$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$”是“双曲线的准线方程为$x=\pm\frac{9}{5}$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（4）已知△ABC中，$a=\sqrt{2}$,$b=\sqrt{3}$,$B=60°$,那么角A等于

（A）135°　　(B)90°　　(C)45°　　(D)30°

（5）函数$f(x)=(x-1)^2+1(x<1)$的反函数为

（A）$f^{-1}(x)=1+\sqrt{x-1}$ (x>1)　　（B）$f^{-1}(x)=1-\sqrt{x-1}$ (x>1)

（C）$f^{-1}(x)=1+\sqrt{x-1}$ (x≥1)　　（D）$f^{-1}(x)=1-\sqrt{x-1}$ (x≥1)

（6）若实数x，y满足$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0,\\ x+y\geqslant 0,\\ x\leqslant 0,\end{cases}$　则$z=x+2y$的最小值是

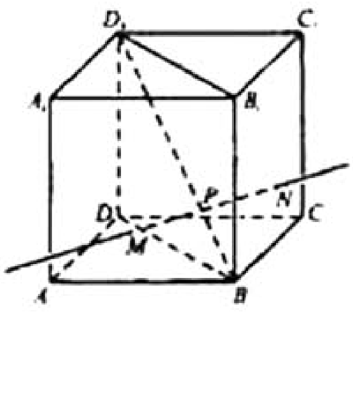
(A)0　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C)　1

(D)2

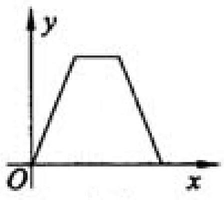
（7）已知等差数列｛a_n｝中，$a_2=6$,$a_5=15$.若$b_n=a_{2n}$,则数列｛b_n｝的前5项和等于

(A)30　　（B）45

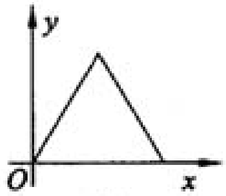
(C)90　　(D)186



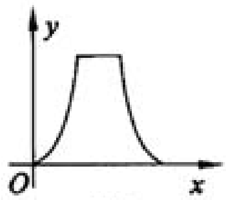
（8）如图，动点P在正方体$ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$的对角线BD_1上，过点P作垂直平面BB_1D_1D的直线，与正方体表面相交于M、N.设$BP=x$,$MN=y$,则函数$y=f(x)$的图象大致是



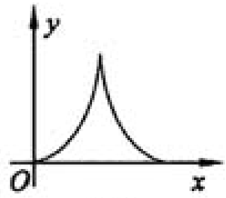
(A)



(B)



(C)



(D)

绝密★使用完毕前

2008年普通高等学校校招生全国统一考试

数学（文史类）（北京卷）

第Ⅱ卷（共110分）

注意事项：

1. 用钢笔或圆珠笔将答案直接写在试卷上。
2. 答卷前将密封线内的项目填写清楚。

题号	二	三						总分
		15	16	17	18	19	20	
分数								

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分。把答案填在题中横线上。

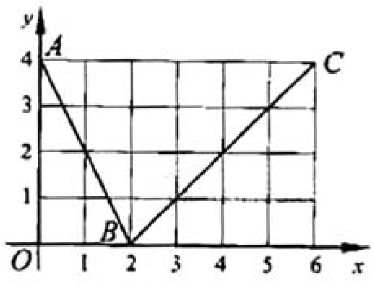
(9)若角a的终边经过点$P(1,-2)$,则$\tan 2a$的值为__________.

(10)不等式$\dfrac{x-1}{x+2}>1$的解集是________.

(11)已知向量a与b的夹角为120°，且$|a|=|b|=4$,那么$a \cdot b$的值为________.

(12)若$(x^2+\dfrac{1}{x^3})^5$ 展开式中常数项为__________________________；各项系数之和为.（用数字作答）

(13)如图，函数$f(x)$的图象是折线段ABC,其中A,B,C的坐标分别为（0，4），（2，0），（6，4），则$f(f(0))=$ ______; 函数$f(x)$在$x=1$处的导数$f'(1)=$.



(14)已知函数$f(x)=x^2-\cos x$,对于$[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]$上的任意$x_1,x_2$,有如下条件：

① $x_1>x_2$; ②$x_1^2>x_2^2$; ③$|x_1|>x_2$.

其中能使$f(x_1)>f(x_2)$恒成立的条件序号是____________.

三、解答题：本大题共6小题，共80分。解答应写出文字说明。演算步骤或证明过程。

（15）（本小题共13分）

已知函数 $f(x)=\sin^2\omega x+\sqrt{3}\sin\omega x\sin(\omega x+\frac{\pi}{2})(\omega\succ 0)$ 的最小正周期为π.

（Ⅰ）求ω的值；

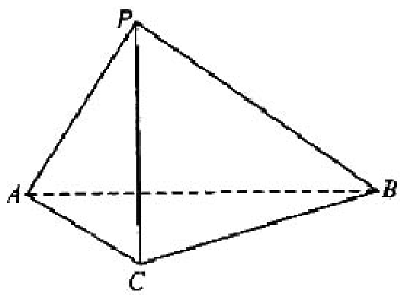
（Ⅱ）求函数$f(x)$在区间[0，$\frac{2\pi}{3}$]上的取值范围.

（16）（本小题共14分）

如图，在三棱锥P-ABC中，$AC=BC=2$，$\angle ACB=90°$，$AP=BP=AB$，$PC\perp AC$.

（Ⅰ）求证：$PC\perp AB$；

（Ⅱ）求二面角B-AP-C的大小.



（17）（本小题共13分）

已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+3bx+c(b\neq 0)$,且$g(x)=f(x)-2$ 是奇函数.

（Ⅰ）求a,c的值；

（Ⅱ）求函数$f(x)$的单调区间.

（18）（本小题共13分）

甲、乙等五名奥运志愿者被随机地分到A，B，C，D四个不同的岗位服务，每个岗位至少有一名志愿者.

（Ⅰ）求甲、乙两人同时参加A岗位服务的概率；

（Ⅱ）求甲、乙两人不在同一个岗位服务的概率。

（19）（本小题共14分）

已知△ABC的顶点A，B在椭圆$x^2+3y^2=4$上，C在直线l: $y=x+2$上，且$AB\parallel l$.

（Ⅰ）当AB边通过坐标原点O时，求AB的长及△ABC的面积；

（Ⅱ）当$\angle ABC=90^\circ$，且斜边AC的长最大时，求AB所在直线的方程.

（20）（本小题共13分）

数列$\{a_n\}$满足$a_1=1, a_{n+1}=(n^2+n-\lambda)a_n\,(n=1,2,......), \lambda$是常数.

（Ⅰ）当$a_2=-1$时，求λ及a_3的值；

（Ⅱ）数列$\{a_n\}$是否可能为等差数列？若可能，求出它的通项公式；若不可能，说明理由；

（Ⅲ）求λ的取值范围，使得存在正整数m, 当$n>m$时总有$a_n<0$.

绝密★考试结束前

2008年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文史类）（北京卷）参考答案

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

（1）D　（2）A　（3）A　（4）C

（5）B　（6）A　（7）C　（8）B

二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，共30分）

（9）$\frac{4}{3}$　　（10）|x|x＜-2|

（11）-8　　（12）10　32

（13）2　-2　　（14）②

三、解答题（本大题共6小题，共80分）

（15）（共13分）

解：（Ⅰ）$f(x)=\frac{1-\cos 2\omega x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin \omega x-\frac{1}{2}\cos 2\omega x+\frac{1}{2}$$

$$=\sin(2\omega x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}.$$

因为函数$f(x)$的最小正周期为π,且 $\omega>0$，

所以$\frac{2\pi}{2\omega}=\pi$

解得 $\omega=1$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}.$

因为$0\leqslant x\leqslant \frac{2\pi}{3}$，

所以$-\frac{\pi}{6}\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant \frac{7\pi}{6}.$

所以$-\frac{1}{2}\leqslant \sin(2x-\frac{\pi}{6})\leqslant 1.$

因此$0\leqslant \sin(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}\leqslant \frac{3}{2}$，即$f(x)$的取值范围为[0，$\frac{3}{2}$]

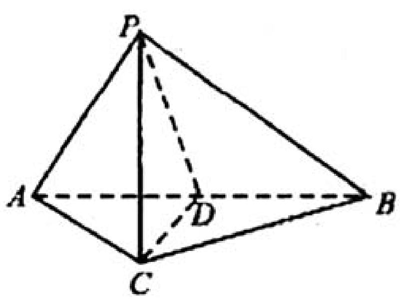
（16）（共14分）

解法一：

（Ⅰ）取AB中点D，连结PD，CD.

∵$AP=BP$，

∴$PD\perp AB$.



∵$AC=BC$.

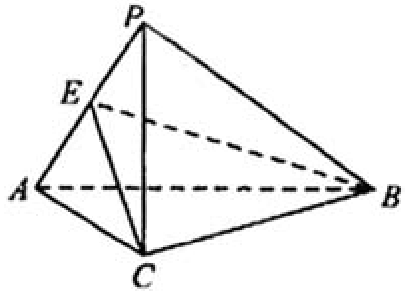
∴$CD\perp AB$.

∵$PD\cap CD=D$.

∴$AB\perp$平面PCD.

∵$PC\subset$平面PCD，

∴$PC\perp AB$.



（Ⅱ）∵$AC=BC$, $AP=BP$,

∴$\triangle APC\cong\triangle BPC$.

又$PC\perp AC$，

∴$PC\perp$BC.

又$\angle ACB=90^\circ$，即$AC\perp$BC，

且$AC\cap PC=C$，

∴BC⊥平面PAC

取AP中点E,连接BE,CE

∵AB=BP

∴$BE\perp AP$.

∵EC是BE在平面PAC内的射影，

∴$CE\perp AP$.

∴$\angle BEC$是二面角B-AP-C的平面角.

在$\triangle BCE$中，$\angle BCE=90^\circ$，$BC=2$, $BE=\dfrac{\sqrt{3}}{2}AB=\sqrt{6}$，

∴$\sin\angle BEC=\dfrac{BC}{BE}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

∴二面角B-AP-C的大小为aresin$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

解法二：

（Ⅰ）∵$AC=BC$, $AP=BP$,

∴$\triangle APC\cong\triangle BPC$.

又$PC\perp AC$.

∴$PC\perp BC$.

∵$AC\cap BC=C$,

∴$PC\perp$平面ABC.

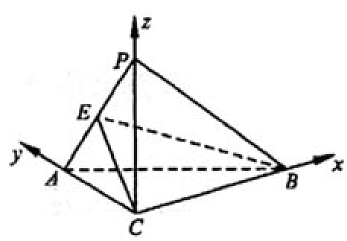
∵$AB\subset$平面ABC，

∴$PC\perp AB$.

(Ⅱ)如图，以C为原点建立空间直角坐标系C-xyz.

则C（0，0，0），A（0，2，0），B（2，0，0）.

设P（0，0，t），



∵$|PB|=|AB|=2\sqrt{2}$，

∴t=2, $P(0,0,2)$.

取AP中点E，连结BE，CE.

∵ $|AC|=|PC|$, $|AB|=|BP|$,

∴$CE\perp AP$, $BE\perp AP$.

∴$\angle BEC$是二面角B-AP-C的平面角.

∵$E(0,1,1)$, $\overrightarrow{EC}=(0,-1,-1)$, $\overrightarrow{EB}=(2,-1,-1)$,

∴$\cos\angle BEC=\dfrac{\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{EB}}{|\overrightarrow{EC}|\cdot|\overrightarrow{EB}|}=\dfrac{2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

∴二面角B-AP-C的大小为$\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

（17）（共13分）

解：（Ⅰ）因为函数$g(x)=f(x)-2$为奇函数，

所以，对任意的$x\in\mathbf{R}$, $g(-x)=-g(x)$, 即$f(-x)-2=-f(x)+2$.

又$f(x)=x^3+ax^2+3bx+c$,

所以$-x^3+ax^2-3bx+c-2=-x^3-ax^2-3bx-c+2$.

所以$\begin{cases} a=-a, \\ c-2=-c+2. \end{cases}$

解得a=0，c＝2.

（Ⅱ）由（Ⅰ）得$f(x)=x^3+3bx+2$.

所以$f'(x)=3x^2+3b(b\neq 0)$.

当b＜0时，由$f'(x)$=0得$x=\pm\sqrt{-b}$.

x变化时，$f'(x)$的变化情况如下表：

x	$(-\infty,-\sqrt{-b})$	$-\sqrt{-b}$	$(-\sqrt{-b},\sqrt{-b})$	$\sqrt{-b}$	$(\sqrt{-b},+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

所以，当b＜0时，函数$f(x)$在（$-\infty$，$-\sqrt{-b}$）上单调递增，在（$-\sqrt{-b}$，$\sqrt{-b}$）上单调递减，在（$\sqrt{-b}$，$+\infty$）上单调递增.

当b＞0时，$f'(x)$＞0.所以函数$f(x)$在（$-\infty$，$+\infty$）上单调递增.

（18）（共13分）

解：

（Ⅰ）记甲、乙两人同时参加A岗位服务为事件E_A，那么

$$P(E_A)=\frac{A_3^3}{C_3^2A_4^4}-\frac{1}{40}.$$

即甲、乙两人同时参加A岗位服务的概率是$\dfrac{1}{40}$.

（Ⅱ）记甲、乙两个同时参加同一岗位服务为事件E，那么

$$P（E）=\frac{A_4^4}{C_3^2A_4^4}=\frac{1}{10}.$$

所以，甲、乙两人不在同一岗位服务的概率是

$$P（\overline{E}）=1-P(E)=\frac{9}{10}.$$

（19）（共14分）

解：（Ⅰ）因为$AB /\!/ l$，且AB边通过点（0，0），所以AB所在直线的方程为$y=x$.

设A，B两点坐标分别为（x_1,y_1），(x_2,y_2).

由$\begin{cases}x^2+3y^2=4,\\ y=x\end{cases}$得$x=\pm1$,

所以$|AB|=\sqrt{2}|x_1-x_2|=2\sqrt{2}.$

又因为AB边上的高h等于原点到直线l的距离，

所以$h=\sqrt{2}.S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|AB|\bullet h=2.$

（Ⅱ）设AB所在直线的方程为$y=x+m$.

由$\begin{cases}x^2+3y^2=4,\\ y=x+m\end{cases}$得$4x^2+6mx+3m^2-4=0.$

因为A，B在椭圆上，

所以$\Delta=-12m^2+64>0.$

设A，B两点坐标分别为（x_1, y_1），（x_2, y_2）.

则$x_1+x_2=-\frac{3m}{2},x_1x_2=\frac{3m^2-4}{4}$,

所以$|AB|=\sqrt{2}|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{32-6m^2}}{2}.$

又因为BC的长等于点（0, m）到直线l的距离，即$|BC|=\frac{|2-m|}{\sqrt{2}}.$

所以$|AC|^2=|AB|^2+|BC|^2=-m^2-2m+10=-(m+1)^2+11.$

所以当m=-1时，AC边最长.（这时$\Delta=-12+64>0$）

此时AB所在直线的方程为$y=x$-1.

(20)（共13分）

解：（Ⅰ）由于$a_{n+1}=(n^2+n-\lambda)a_n(n=1,2,\cdots)$，且$a_1$=1，

所以当a_2= -1时，得$-1=2-\lambda$，

故$\lambda=3$.

从而$a_3=(2^2+2-3)\times(-1)=-3.$

（Ⅱ）数列$\{a_n\}$不可能为等差数列.证明如下：

由$a_1=1$，$a_{n+1}=(n^2+n-\lambda)a_n$得

$a_2=2-\lambda, a_3=(6-\lambda)(2-\lambda), a_4=(12-\lambda)(6-\lambda)(2-\lambda).$

若存在λ，使｛a_n｝为等差数列，则$a_3-a_2=a_2-a_1$,即

$(5-\lambda)(2-\lambda)=1-\lambda$，

解得$\lambda=3$.

于是$a_2-a_1=1-\lambda=-2, a_4-a_3=(11-\lambda)(6-\lambda)(2-\lambda)=-24.$

这与｛a_n｝为等差数列矛盾，所以，对任意λ，$\{a_n\}$都不可能是等差数列.

（Ⅲ）记$b_n=n^2+n-\lambda(n=1,2,\cdots)$,根据题意可知，$b_1<0$且$b_n\neq 0$，即$\lambda>2$且

$\lambda\neq n^2+n(n\in\mathbf{N}^*)$，这时总存在$n_0\in\mathbf{N}^*$，满足：当$n\geqslant n_0$时，$b_n>0$；当$n\leqslant n_0-1$时，$b_n<0$.

所以由$a_{n+1}=b_na_n$及$a_1=1>0$可知，若n_0为偶数，则$a_{n_0}<0$，从而当$n>n_0$时$a_n<0$；若n_0为奇数，则$a_{n_0}>0$，从而当$n>n_0$时$a_n>0$.

因此“存在$m\in\mathbf{N}^*$，当$n>m$时总有$a_n<0$”的充分必要条件是：n_o为偶数，

记$n_o=2k(k=1,2,\cdots)$，则λ满足

$$\begin{cases} b_{2k}=(2k)^2+2k-\lambda>0, \\ b_{2k-1}=(2k-1)^2+2k-1-\lambda<0. \end{cases}$$

故λ的取值范围是$4k^2-2k<\lambda<4k^2+2k\ (k\in\mathbf{N}^*)$.