2017年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5分）已知集合A={（x，y）|$x^2+y^2=1$}，B={（x，y）|y=x}，则A∩B中元素的个数为（　　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】5J：集合．

【分析】解不等式组求出元素的个数即可．

【解答】解：由$\begin{cases}x^2+y^2=1\\y=x\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}\\y=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\\y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，

∴A∩B的元素的个数是2个，

故选：B．

【点评】本题考查了集合的运算，是一道基础题．

2．（5分）设复数z满足（1+i）z=2i，则|z|=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

【考点】A8：复数的模．

【专题】35：转化思想；5N：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、模的计算公式即可得出．

【解答】解：∵（1+i）z=2i，∴（1﹣i）（1+i）z=2i（1﹣i），z=i+1．

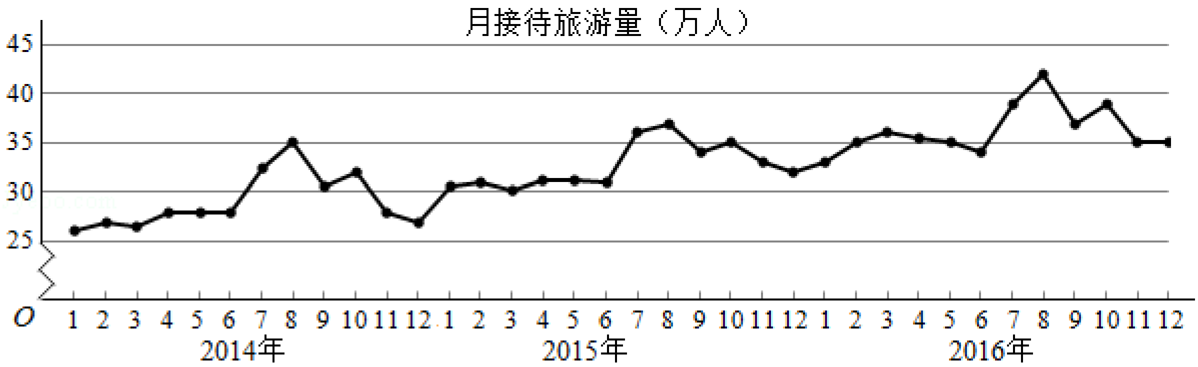
则|z|=$\sqrt{2}$．

故选：C．

【点评】本题考查了复数的运算法则、模的计算公式，考查了推理能力与计算

能力，属于基础题．

3．（5分）某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了2014年1月至2016年12月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图．



根据该折线图，下列结论错误的是（　　）

A．月接待游客量逐月增加

B．年接待游客量逐年增加

C．各年的月接待游客量高峰期大致在7，8月

D．各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳

【考点】2K：命题的真假判断与应用；B9：频率分布折线图、密度曲线．

【专题】27：图表型；2A：探究型；5I：概率与统计．

【分析】根据已知中2014年1月至2016年12月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，逐一分析给定四个结论的正误，可得答案．

【解答】解：由已有中2014年1月至2016年12月期间月接待游客量（单位：万人）的数据可得：

月接待游客量逐月有增有减，故A错误；

年接待游客量逐年增加，故B正确；

各年的月接待游客量高峰期大致在7，8月，故C正确；

各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳，故D正确；

故选：A.

【点评】本题考查的知识点是数据的分析，命题的真假判断与应用，难度不大，属于基础题.

4．（5分）$(x+y)(2x-y)^5$的展开式中的x^3y^3系数为（　　）

A．-80　　B．-40　　C．40　　D．80

【考点】DA：二项式定理.

【专题】34：方程思想；5P：二项式定理.

【分析】$(2x-y)^5$的展开式的通项公式：$T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(-y)^r=2^{5-r}(-1)^rC_5^rx^{5-r}y^r$．令$5-r=2$，$r=3$，解得$r=3$．令$5-r=3$，$r=2$，解得$r=2$．即可得出.

【解答】解：$(2x-y)^5$的展开式的通项公式：$T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(-y)^r=2^{5-r}(-1)^rC_5^rx^{5-r}y^r$.

令$5-r=2$，$r=3$，解得$r=3$.

令$5-r=3$，$r=2$，解得$r=2$.

$\therefore(x+y)(2x-y)^5$的展开式中的x^3y^3系数$=2^2\times(-1)^3C_5^3+2^3\times1\times C_5^2=40$.

故选：C.

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

5．（5分）已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$　（a＞0，b＞0）的一条渐近线方程为$y=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，且与椭圆$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$有公共焦点，则C的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{10}=1$　　B．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$　　C．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出椭圆的焦点坐标，得到双曲线的焦点坐标，利用双曲线的渐近线方程，求出双曲线实半轴与虚半轴的长，即可得到双曲线方程．

【解答】解：椭圆$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$的焦点坐标（±3，0），

则双曲线的焦点坐标为（±3，0），可得c=3，

双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的一条渐近线方程为$y=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，

可得$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，即$\frac{c^2-a^2}{a^2}=\frac{5}{4}$，可得$\frac{c}{a}=\frac{3}{2}$，解得a=2，$b=\sqrt{5}$，

所求的双曲线方程为：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$．

故选：B．

【点评】本题考查椭圆与双曲线的简单性质的应用，双曲线方程的求法，考查计算能力．

6．（5分）设函数f（x）=cos（$x+\frac{\pi}{3}$），则下列结论错误的是（　　）

A．f（x）的一个周期为﹣2π

B．y=f（x）的图象关于直线$x=\frac{8\pi}{3}$对称

C．f（x+π）的一个零点为$x=\frac{\pi}{6}$

D．f（x）在（$\frac{\pi}{2}$，π）单调递减

【考点】H7：余弦函数的图象．

【专题】33：函数思想；4O：定义法；57：三角函数的图像与性质．

【分析】根据三角函数的图象和性质分别进行判断即可．

【解答】解：A．函数的周期为2kπ，当k=﹣1时，周期T=﹣2π，故A正确，

B．当$x=\frac{8\pi}{3}$时，cos（$x+\frac{\pi}{3}$）=cos（$\frac{8\pi}{3}+\frac{\pi}{3}$）=cos$\frac{9\pi}{3}$=cos3π=﹣1为最小值，

此时y=f（x）的图象关于直线$x=\frac{8\pi}{3}$对称，故B正确，

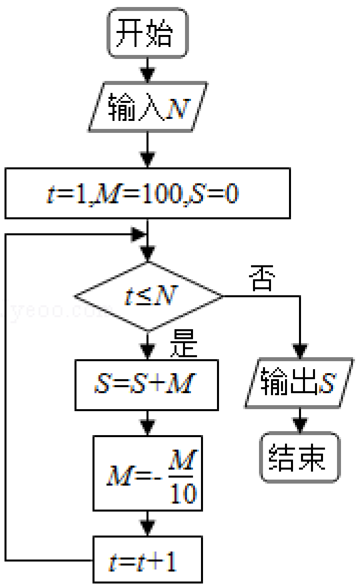
C当$x=\frac{\pi}{6}$时，f（$\frac{\pi}{6}$+π）=cos（$\frac{\pi}{6}$+π+$\frac{\pi}{3}$）=cos$\frac{3\pi}{2}$=0，则f（x+π）的一个零点为$x=\frac{\pi}{6}$，故C正确，

D．当$\frac{\pi}{2}$<x<π时，$\frac{5\pi}{6}$<x+$\frac{\pi}{3}$<$\frac{4\pi}{3}$，此时函数f（x）不是单调函数，故D错误，

故选：D．

【点评】本题主要考查与三角函数有关的命题的真假判断，根据三角函数的图象和性质是解决本题的关键．

7．（5分）执行如图的程序框图，为使输出S的值小于91，则输入的正整数N的最小值为（　　）



A．5　　B．4　　C．3　　D．2

【考点】EF：程序框图．

【专题】11：计算题；39：运动思想；49：综合法；5K：算法和程序框图．

【分析】通过模拟程序，可得到S的取值情况，进而可得结论．

【解答】解：由题可知初始值t=1，M=100，S=0，

要使输出S的值小于91，应满足“t≤N”，

则进入循环体，从而S=100，M=﹣10，t=2，

要使输出S的值小于91，应接着满足“t≤N”，

则进入循环体，从而S=90，M=1，t=3，

要使输出S的值小于91，应不满足“t≤N”，跳出循环体，

此时N的最小值为2，

故选：D．

【点评】本题考查程序框图，判断出什么时候跳出循环体是解决本题的关键，注意解题方法的积累，属于中档题．

8．（5分）已知圆柱的高为1，它的两个底面的圆周在直径为2的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为（　　）

A．π　　B．$\frac{3\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{\pi}{4}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LR：球内接多面体．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；5Q：立体几何．

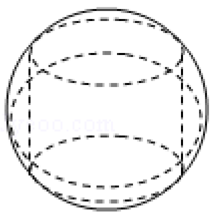
【分析】推导出该圆柱底面圆周半径r=$\sqrt{1^2-(\frac{1}{2})^2}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，由此能求出该圆柱的体积．

【解答】解：∵圆柱的高为1，它的两个底面的圆周在直径为2的同一个球的球面上，

∴该圆柱底面圆周半径r=$\sqrt{1^2-(\frac{1}{2})^2}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴该圆柱的体积：V=Sh=$\pi\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^2\times1$=$\frac{3\pi}{4}$．

故选：B．



【点评】本题考查面圆柱的体积的求法，考查圆柱、球等基础知识，考查推理

论证能力、运算求解能力、空间想象能力，考查化归与转化思想，是中档题．

9．（5分）等差数列$\{a_n\}$的首项为1，公差不为0．若a_2，a_3，a_6成等比数列，则$\{a_n\}$前6项的和为（　　）

A．－24　　B．－3　　C．3　　D．8

【考点】85：等差数列的前n项和．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；54：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列通项公式、等比数列性质列出方程，求出公差，由此能求出$\{a_n\}$前6项的和．

【解答】解：∵等差数列$\{a_n\}$的首项为1，公差不为0．a_2，a_3，a_6成等比数列，

$\therefore a_3^2=a_2\cdot a_6$，

∴$(a_1+2d)^2=(a_1+d)(a_1+5d)$，且$a_1=1$，$d\neq0$，

解得$d=-2$，

∴$\{a_n\}$前6项的和为$S_6=6a_1+\frac{6\times5}{2}d=6\times1+\frac{6\times5}{2}\times(-2)=-24$．

故选：A．

【点评】本题考查等差数列前n项和的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列、等比数列的性质的合理运用．

10．（5分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右顶点分别为$A_1$，$A_2$，且以线段$A_1A_2$为直径的圆与直线$bx-ay+2ab=0$相切，则C的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

【考点】K4：椭圆的性质．

【专题】34：方程思想；5B：直线与圆；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】以线段A_1A_2为直径的圆与直线$bx-ay+2ab=0$相切，可得原点到直线的距离$\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=a$，化简即可得出．

【解答】解：以线段A_1A_2为直径的圆与直线$bx-ay+2ab=0$相切，

∴原点到直线的距离$\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=a$，化为：$a^2=3b^2$．

∴椭圆C的离心率$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$．

故选：A．

【点评】本题考查了椭圆的标准方程及其性质、直线与圆相切的性质、点到直线的距离公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

11．（5分）已知函数$f(x)=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})$有唯一零点，则$a=$（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

【考点】52：函数零点的判定定理．

【专题】11：计算题；33：函数思想；49：综合法；51：函数的性质及应用．

【分析】通过转化可知问题等价于函数$y=1-(x-1)^2$的图象与$y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$的图象只有一个交点求a的值．分a=0、a<0、a>0三种情况，结合函数的单调性分析可得结论．

【解答】解：因为$f(x)=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})=-1+(x-1)^2+a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})=0$，

所以函数$f(x)$有唯一零点等价于方程$1-(x-1)^2=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$有唯一解，

等价于函数$y=1-(x-1)^2$的图象与$y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$的图象只有一个交点．

①当a=0时，$f(x)=x^2-2x\geq-1$，此时有两个零点，矛盾；

②当a<0时，由于$y=1-(x-1)^2$在$(-\infty,1)$上递增、在$(1,+\infty)$上递减，

且$y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$在（﹣∞，1）上递增、在（1，+∞）上递减，

所以函数$y=1-(x-1)^2$的图象的最高点为A（1，1），$y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$的图象的最高点为B（1，2a），

由于2a＜0＜1，此时函数$y=1-(x-1)^2$的图象与$y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$的图象有两个交点，矛盾；

③当a＞0时，由于$y=1-(x-1)^2$在（﹣∞，1）上递增、在（1，+∞）上递减，

且$y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$在（﹣∞，1）上递减、在（1，+∞）上递增，

所以函数$y=1-(x-1)^2$的图象的最高点为A（1，1），$y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$的图象的最低点为B（1，2a），

由题可知点A与点B重合时满足条件，即2a=1，即$a=\frac{1}{2}$，符合条件；

综上所述，$a=\frac{1}{2}$，

故选：C．

【点评】本题考查函数零点的判定定理，考查函数的单调性，考查运算求解能力，考查数形结合能力，考查转化与化归思想，考查分类讨论的思想，注意解题方法的积累，属于难题．

12．（5分）在矩形ABCD中，AB=1，AD=2，动点P在以点C为圆心且与BD相切的圆上．若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则λ+μ的最大值为（　　）

A．3　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角．

【专题】11：计算题；31：数形结合；4R：转化法；57：三角函数的图像与性质；5A：平面向量及应用；5B：直线与圆．

【分析】如图：以A为原点，以AB，AD所在的直线为x，y轴建立如图所示的坐标系，先求出圆的标准方程，再设点P的坐标为（$\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+1$，$\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2$）

，根据$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，求出λ，μ，根据三角函数的性质即可求出最值．

【解答】解：如图：以A为原点，以AB，AD所在的直线为x，y轴建立如图所示的坐标系，

则A（0，0），B（1，0），D（0，2），C（1，2），

∵动点P在以点C为圆心且与BD相切的圆上，

设圆的半径为r，

∵BC=2，CD=1，

∴$BD=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

∴$\frac{1}{2}BC\bullet CD=\frac{1}{2}BD\bullet r$，

∴$r=\frac{2}{\sqrt{5}}$，

∴圆的方程为$(x-1)^2+(y-2)^2=\frac{4}{5}$，

设点P的坐标为$\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+1，\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2\right)$，

∵$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，

∴$\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+1，\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2\right)=\lambda(1，0)+\mu(0，2)=(\lambda，2\mu)$，

∴$\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+1=\lambda$，$\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2=2\mu$，

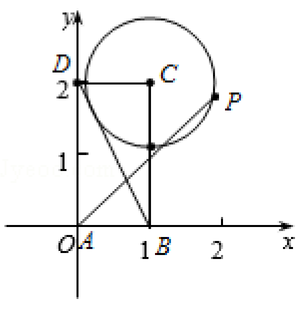
∴$\lambda+\mu=\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+\frac{\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2=\sin(\theta+\phi)+2$，其中$\tan\phi=2$，

∵$-1\le\sin(\theta+\phi)\le1$，

∴$1\le\lambda+\mu\le3$，

故λ+μ的最大值为3，

故选：A．



【点评】本题考查了向量的坐标运算以及圆的方程和三角函数的性质，关键是

设点P的坐标，考查了学生的运算能力和转化能力，属于中档题．

二、填空题:本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y\geqslant 0\\x+y-2\leqslant 0\\y\geqslant 0\end{cases}$，则z=3x﹣4y的最小值为___﹣1___．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；31：数形结合；44：数形结合法；5T：不等式．

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，求目标函数z=3x﹣4y的最小值．

【解答】解：由z=3x﹣4y，得$y=\frac{3}{4}x-\frac{z}{4}$，作出不等式对应的可行域（阴影部分），

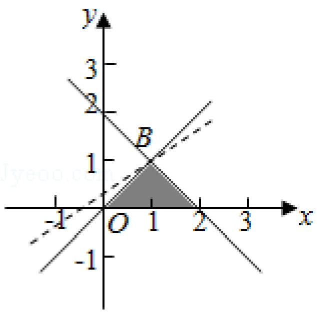
平移直线$y=\frac{3}{4}x-\frac{z}{4}$，由平移可知当直线$y=\frac{3}{4}x-\frac{z}{4}$，

经过点B（1，1）时，直线$y=\frac{3}{4}x-\frac{z}{4}$的截距最大，此时z取得最小值，

将B的坐标代入z=3x﹣4y=3﹣4=﹣1，

即目标函数z=3x﹣4y的最小值为﹣1．

故答案为：﹣1．



【点评】本题主要考查线性规划的应用，利用目标函数的几何意义，结合数形结合的数学思想是解决此类问题的基本方法．

14．（5分）设等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_2=-1$，$a_1-a_3=-3$，则$a_4=$___﹣8___．

【考点】88：等比数列的通项公式．

【专题】34：方程思想；35：转化思想；54：等差数列与等比数列．

【分析】设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，由$a_1+a_2=-1$，$a_1-a_3=-3$，可得：$a_1(1+q)=-1$，$a_1(1-q^2)=-3$，解出即可得出．

【解答】解：设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，$\because a_1+a_2=-1$，$a_1-a_3=-3$，

$\therefore a_1(1+q)=-1$，$a_1(1-q^2)=-3$，

解得$a_1=1$，$q=-2$．

则$a_4=(-2)^3=-8$．

故答案为：-8．

【点评】本题考查了等比数列的通项公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

15．（5分）设函数$f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leqslant 0\\ 2^x, & x>0\end{cases}$，则满足$f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$的x的取值范围是____$(-\frac{1}{4},+\infty)$____．

【考点】3T：函数的值．

【专题】32：分类讨论；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】根据分段函数的表达式，分别讨论x的取值范围，进行求解即可．

【解答】解：若$x\leq 0$，则$x-\frac{1}{2}\leq -\frac{1}{2}$，

则$f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$等价为$x+1+x-\frac{1}{2}+1>1$，即$2x>-\frac{1}{2}$，则$x>-\frac{1}{4}$，

此时$-\frac{1}{4}<x\leq 0$，

当$x>0$时，$f(x)=2^x>1$，$x-\frac{1}{2}>-\frac{1}{2}$，

当$x-\frac{1}{2}>0$即$x>\frac{1}{2}$时，满足$f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$恒成立，

当$0\geq x-\frac{1}{2}>-\frac{1}{2}$，即$\frac{1}{2}\geq x>0$时，$f(x-\frac{1}{2})=x-\frac{1}{2}+1=x+\frac{1}{2}>\frac{1}{2}$，

此时$f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$恒成立，

综上$x>-\frac{1}{4}$，

故答案为：$(-\frac{1}{4}, +\infty)$．

【点评】本题主要考查不等式的求解，结合分段函数的不等式，利用分类讨论的数学思想进行求解是解决本题的关键．

16．（5分）a，b为空间中两条互相垂直的直线，等腰直角三角形ABC的直角边AC所在直线与a，b都垂直，斜边AB以直线AC为旋转轴旋转，有下列结论：

①当直线AB与a成60°角时，AB与b成30°角；

②当直线AB与a成60°角时，AB与b成60°角；

③直线AB与a所成角的最小值为45°；

④直线AB与a所成角的最小值为60°；

其中正确的是__②③__．（填写所有正确结论的编号）

【考点】MI：直线与平面所成的角．

【专题】11：计算题；31：数形结合；41：向量法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】由题意知，a、b、AC三条直线两两相互垂直，构建如图所示的边长为1的正方体，$|AC|=1$，$|AB|=\sqrt{2}$，斜边AB以直线AC为旋转轴，则A点保持不变，B点的运动轨迹是以C为圆心，1为半径的圆，以C坐标原点，以CD为x轴，CB为y轴，CA为z轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出结果．

【解答】解：由题意知，a、b、AC三条直线两两相互垂直，画出图形如图，

不妨设图中所示正方体边长为1，

故$|AC|=1$，$|AB|=\sqrt{2}$，\

斜边AB以直线AC为旋转轴，则A点保持不变，

B点的运动轨迹是以C为圆心，1为半径的圆，

以C坐标原点，以CD为x轴，CB为y轴，CA为z轴，建立空间直角坐标系，

则D（1，0，0），A（0，0，1），直线a的方向单位向量$\vec{a}=(0, 1, 0)$，$|\vec{a}|=1$，

直线b的方向单位向量$\vec{b}$=（1，0，0），$|\vec{b}|$=1，

设B点在运动过程中的坐标中的坐标B′（cosθ，sinθ，0），

其中θ为B′C与CD的夹角，θ∈[0，2π），

∴AB′在运动过程中的向量，$\overrightarrow{AB'}$=（cosθ，sinθ，﹣1），$|\overrightarrow{AB'}|=\sqrt{2}$，

设$\overrightarrow{AB'}$与$\vec{a}$所成夹角为α∈[0，$\frac{\pi}{2}$]，

则$\cos\alpha=\frac{|(-\cos\theta,\ -\sin\theta,\ 1)\cdot(0,\ 1,\ 0)|}{|\vec{a}|\cdot|\overrightarrow{AB'}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}|\sin\theta|\in[0,\ \frac{\sqrt{2}}{2}]$，

∴α∈[$\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{2}$]，∴③正确，④错误．

设$\overrightarrow{AB'}$与$\vec{b}$所成夹角为β∈[0，$\frac{\pi}{2}$]，

$\cos\beta=\frac{|\overrightarrow{AB'}\cdot\vec{b}|}{|\overrightarrow{AB'}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{|(-\cos\theta,\ \sin\theta,\ 1)\cdot(1,\ 0,\ 0)|}{|\vec{b}|\cdot|\overrightarrow{AB'}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}|\cos\theta|$，

当$\overrightarrow{AB'}$与$\vec{a}$夹角为60°时，即α=$\frac{\pi}{3}$，

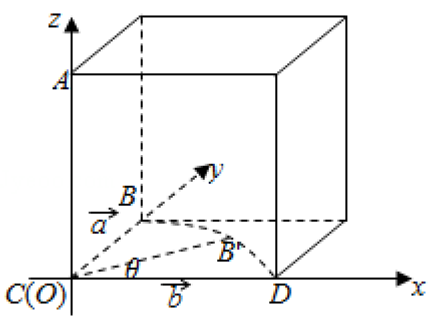
$|\sin\theta|=\sqrt{2}\cos\alpha=\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∵$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$，∴$\cos\beta=\frac{\sqrt{2}}{2}|\cos\theta|=\frac{1}{2}$，

∵β∈[0，$\frac{\pi}{2}$]，∴β=$\frac{\pi}{3}$，此时$\overrightarrow{AB'}$与$\vec{b}$的夹角为60°，

∴②正确，①错误．

故答案为：②③．



【点评】本题考查命题真假的判断，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、空间想象能力，考查数形结合思想、化归与转化思想，是中档题．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：60分。

17．（12分）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，$a=2\sqrt{7}$，b=2．

（1）求c；

（2）设D为BC边上一点，且AD⊥AC，求△ABD的面积．

【考点】HT：三角形中的几何计算．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4O：定义法；58：解三角形．

【分析】（1）先根据同角的三角函数的关系求出A，再根据余弦定理即可求出，

（2）先根据夹角求出cosC，求出CD的长，得到$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$．

【解答】解：（1）$\because \sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，

$\therefore \tan A=-\sqrt{3}$，

$\because 0<A<\pi$，

$\therefore A=\frac{2\pi}{3}$，

由余弦定理可得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

即$28=4+c^2-2\times 2c\times\left(-\frac{1}{2}\right)$，

即$c^2+2c-24=0$，

解得c=－6（舍去）或c=4，

故c=4．

（2）$\because c^2=b^2+a^2-2ab\cos C$，

$\therefore 16=28+4-2\times 2\sqrt{7}\times 2\times\cos C$，

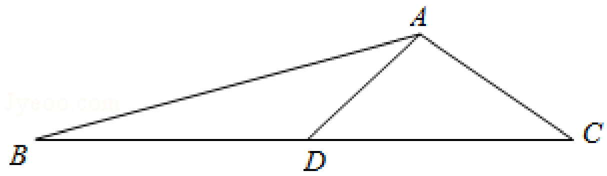
$\therefore \cos C=\frac{2}{\sqrt{7}}$，

$\therefore CD=\frac{AC}{\cos C}=\frac{2}{\frac{2}{\sqrt{7}}}=\sqrt{7}$

$\therefore CD=\frac{1}{2}BC$

∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\bullet AC\bullet \sin\angle BAC=\frac{1}{2}\times4\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$,

∴$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$



【点评】本题考查了余弦定理和三角形的面积公式，以及解三角形的问题，属于中档题

18．（12分）某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶4元，售价每瓶6元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶2元的价格当天全部处理完．根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关．如果最高气温不低于25，需求量为500瓶；如果最高气温位于区间[20，25），需求量为300瓶；如果最高气温低于20，需求量为200瓶．为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	[10，15）	[15，20）	[20，25）	[25，30）	[30，35）	[35，40）
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率．

（1）求六月份这种酸奶一天的需求量X（单位：瓶）的分布列；

（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为Y（单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量n（单位：瓶）为多少时，Y的数学期望达到最大值？

【考点】CG：离散型随机变量及其分布列；CH：离散型随机变量的期望与方差．

【专题】11：计算题；32：分类讨论；49：综合法；5I：概率与统计．

【分析】（1）由题意知X的可能取值为200，300，500，分别求出相应的概率，由此能求出X的分布列．

（2）由题意知这种酸奶一天的需求量至多为500瓶，至少为200瓶，只需考虑20

$0\le n\le 500$，根据$300\le n\le 500$和$200\le n\le 300$分类讨论经，能得到当$n=300$时，EY最大值为520元．

【解答】解：（1）由题意知X的可能取值为200，300，500，

P（X=200）$=\frac{2+16}{90}=0.2$，

P（X=300）$=\frac{36}{90}=0.4$，

P（X=500）$=\frac{25+7+4}{90}=0.4$，

∴X的分布列为：

X	200	300	500
P	0.2	0.4	0.4

（2）由题意知这种酸奶一天的需求量至多为500瓶，至少为200瓶，

∴只需考虑$200\le n\le 500$，

当$300\le n\le 500$时，

若最高气温不低于25，则$Y=6n-4n=2n$；

若最高气温位于区间[20，25），则$Y=6\times 300+2(n-300)-4n=1200-2n$；

若最高气温低于20，则$Y=6\times 200+2(n-200)-4n=800-2n$，

∴$EY=2n\times 0.4+(1200-2n)\times 0.4+(800-2n)\times 0.2=640-0.4n$，

当$200\le n\le 300$时，

若最高气温不低于20，则$Y=6n-4n=2n$，

若最高气温低于20，则$Y=6\times 200+2(n-200)-4n=800-2n$，

∴$EY=2n\times(0.4+0.4)+(800-2n)\times 0.2=160+1.2n$．

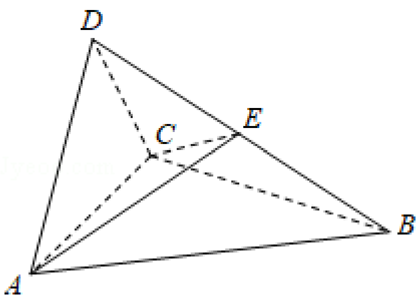
∴$n=300$时，Y的数学期望达到最大值，最大值为520元．

【点评】本题考查离散型随机变量的分布列的求法，考查数学期望的最大值的求法，考查函数、离散型随机变量分布列、数学期望等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查分类与整合思想、化归与转化思想，是中档题．

19．（12分）如图，四面体ABCD中，△ABC是正三角形，△ACD是直角三角形，∠ABD=∠CBD，AB=BD．

（1）证明：平面ACD⊥平面ABC；

（2）过AC的平面交BD于点E，若平面AEC把四面体ABCD分成体积相等的两部分，求二面角D﹣AE﹣C的余弦值．



【考点】LY：平面与平面垂直；MJ：二面角的平面角及求法．

【专题】31：数形结合；35：转化思想；5F：空间位置关系与距离；5G：空间角．

【分析】（1）如图所示，取AC的中点O，连接BO，OD．△ABC是等边三角形，可得OB⊥AC．由已知可得：△ABD≌△CBD，AD=CD．△ACD是直角三角形，可得AC是斜边，∠ADC=90°．可得DO=$\frac{1}{2}$AC．利用DO²+BO²=AB²=BD²．可得OB⊥OD．利用线面面面垂直的判定与性质定理即可证明．

（2）设点D，B到平面ACE的距离分别为h_D，h_E．则$\frac{h_D}{h_E}=\frac{DE}{BE}$．根据平面AEC把四面体ABCD分成体积相等的两部分，可得$\frac{\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}\bullet h_D}{\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}\bullet h_E}=\frac{h_D}{h_E}=\frac{DE}{BE}=1$，即点E是BD的中点．建立如图所示的空间直角坐标系．不妨取AB=2．利用法向量的夹角公式即可得出．

【解答】（1）证明：如图所示，取AC的中点O，连接BO，OD．

∵△ABC是等边三角形，∴OB⊥AC．

△ABD与△CBD中，AB=BD=BC，∠ABD=∠CBD，

∴△ABD≌△CBD，∴AD=CD．

∵△ACD是直角三角形，

∴AC是斜边，∴∠ADC=90°．

$\therefore DO=\frac{1}{2}AC$.

$\therefore DO^2+BO^2=AB^2=BD^2$.

$\therefore \angle BOD=90°$.

$\therefore OB\perp OD$.

又$DO\cap AC=O$，$\therefore OB\perp$平面ACD.

又$OB\subset$平面ABC，

$\therefore$平面ACD⊥平面ABC.

（2）解：设点D，B到平面ACE的距离分别为h_D，h_E．则$\frac{h_D}{h_E}=\frac{DE}{BE}$.

$\because$平面AEC把四面体ABCD分成体积相等的两部分，

$\therefore \frac{\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}\cdot h_D}{\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}\cdot h_E}=\frac{h_D}{h_E}=\frac{DE}{BE}=1$.

$\therefore$点E是BD的中点.

建立如图所示的空间直角坐标系．不妨取AB=2.

则O（0，0，0），A（1，0，0），C（﹣1，0，0），D（0，0，1），B（0，$\sqrt{3}$，0），E$(0,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$.

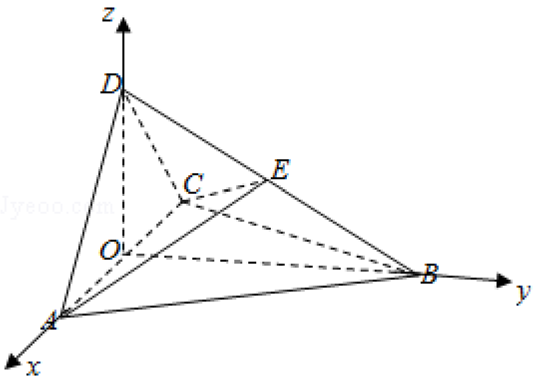
$\overrightarrow{AD}$=（﹣1，0，1），$\overrightarrow{AE}=(-1,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$，$\overrightarrow{AC}$=（﹣2，0，0）.

设平面ADE的法向量为$\overrightarrow{m}$=（x，y，z），则$\begin{cases}\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{AD}=0\\\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-x+z=0\\-x+\frac{\sqrt{3}}{2}y+\frac{1}{2}z=0\end{cases}$，取$\overrightarrow{m}=(3,\sqrt{3},3)$.

同理可得：平面ACE的法向量为$\overrightarrow{n}$=（0，1，$-\sqrt{3}$）.

$\therefore \cos<\overrightarrow{m},\overrightarrow{n}>=\frac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}||\overrightarrow{n}|}=\frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{21}\times 2}=-\frac{\sqrt{7}}{7}$.

$\therefore$二面角D﹣AE﹣C的余弦值为$\frac{\sqrt{7}}{7}$.



【点评】本题考查了空间位置关系、空间角、三棱锥的体积计算公式、向量夹角公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

20．（12分）已知抛物线C：$y^2=2x$，过点（2，0）的直线l交C于A，B两点，圆M是以线段AB为直径的圆．

（1）证明：坐标原点O在圆M上；

（2）设圆M过点P（4，﹣2），求直线l与圆M的方程．

【考点】KN：直线与抛物线的综合．

【专题】35：转化思想；41：向量法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）方法一：分类讨论，当直线斜率不存在时，求得A和B的坐标，由$\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=0$，则坐标原点O在圆M上；当直线l斜率存在，代入抛物线方程，利用韦达定理及向量数量积的可得$\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=0$，则坐标原点O在圆M上；

方法二：设直线l的方程$x=my+2$，代入抛物线方程，利用韦达定理及向量数量积的坐标运算，即可求得$\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=0$，则坐标原点O在圆M上；

（2）由题意可知：$\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{BP}=0$，根据向量数量积的坐标运算，即可求得k的值，求得M点坐标，则半径$r=|MP|$，即可求得圆的方程．

【解答】解：方法一：证明：（1）当直线l的斜率不存在时，则A（2，2），B（2，﹣2），

则$\overrightarrow{OA}=$（2，2），$\overrightarrow{OB}=$（2，﹣2），则$\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=0$，

$\therefore\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，

则坐标原点O在圆M上；

当直线l的斜率存在，设直线l的方程$y=k(x-2)$，A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

$\begin{cases}y=k(x-2)\\ y^2=2x\end{cases}$，整理得：$k^2x^2-(4k^2+2)x+4k^2=0$，

则$x_1x_2=4$，$4x_1x_2=y_1^2y_2^2=(y_1y_2)^2$，由$y_1y_2<0$，

则$y_1y_2=-4$，

由$\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=0$，

则$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，则坐标原点O在圆M上，

综上可知：坐标原点O在圆M上；

方法二：设直线l的方程$x=my+2$，

$\begin{cases}x=my+2\\ y^2=2x\end{cases}$，整理得：$y^2-2my-4=0$，A（$x_1$，$y_1$），B（$x_2$，$y_2$），

则$y_1y_2=-4$，

则$(y_1y_2)^2=4x_1x_2$，则$x_1x_2=4$，则$\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=0$，

则$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，则坐标原点O在圆M上，

∴坐标原点O在圆M上；

（2）由（1）可知：$x_1x_2=4$，$x_1+x_2=\frac{4k^2+2}{k^2}$，$y_1+y_2=\frac{2}{k}$，$y_1y_2=-4$，

圆M过点P（4，﹣2），则$\overrightarrow{AP}=(4-x_1,\ -2-y_1)$，$\overrightarrow{BP}=(4-x_2,\ -2-y_2)$，

由$\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{BP}=0$，则$(4-x_1)(4-x_2)+(-2-y_1)(-2-y_2)=0$，

整理得：$k^2+k-2=0$，解得：$k=-2$，$k=1$，

当$k=-2$时，直线l的方程为$y=-2x+4$，

则$x_1+x_2=\frac{9}{2}$，$y_1+y_2=-1$，

则M（$\frac{9}{4}$，$-\frac{1}{2}$），半径为$r=|MP|=\sqrt{(4-\frac{9}{4})^2+(-2+\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{85}}{4}$，

∴圆M的方程$(x-\frac{9}{4})^2+(y+\frac{1}{2})^2=\frac{85}{16}$.

当直线斜率$k=1$时，直线l的方程为$y=x-2$，

同理求得M（3，1），则半径为r=｜MP｜=$\sqrt{10}$，

∴圆M的方程为（x﹣3）^{2}+（y﹣1）^{2}=10，

综上可知：直线l的方程为y=﹣2x+4，圆M的方程（x﹣$\frac{9}{4}$）^{2}+（y+$\frac{1}{2}$）^{2}=$\frac{85}{16}$，

或直线l的方程为y=x﹣2，圆M的方程为（x﹣3）^{2}+（y﹣1）^{2}=10．

【点评】本题考查直线与抛物线的位置关系，考查韦达定理，向量数量积的坐标运算，考查计算能力，属于中档题．

21．（12分）已知函数f（x）=x﹣1﹣alnx．

（1）若f（x）≥0，求a的值；

（2）设m为整数，且对于任意正整数n，（1+$\frac{1}{2}$）（1+$\frac{1}{2^2}$）…（1+$\frac{1}{2^n}$）＜m，求m的最小值．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数研究函数的最值．

【专题】11：计算题；32：分类讨论；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】（1）通过对函数f（x）=x﹣1﹣alnx（x＞0）求导，分a≤0、a＞0两种情况考虑导函数f′（x）与0的大小关系可得结论；

（2）通过（1）可知lnx≤x﹣1，进而取特殊值可知ln（1+$\frac{1}{2^k}$）＜$\frac{1}{2^k}$，k∈N*．一方面利用等比数列的求和公式放缩可知（1+$\frac{1}{2}$）（1+$\frac{1}{2^2}$）…（1+$\frac{1}{2^n}$）＜e，另一方面可知（1+$\frac{1}{2}$）（1+$\frac{1}{2^2}$）…（1+$\frac{1}{2^n}$）＞2，从而当n≥3时，（1+$\frac{1}{2}$）（1+$\frac{1}{2^2}$）…（1+$\frac{1}{2^n}$）∈（2，e），比较可得结论．

【解答】解：（1）因为函数f（x）=x﹣1﹣alnx，x＞0，

所以f′（x）=1﹣$\frac{a}{x}$=$\frac{x-a}{x}$，且f（1）=0．

所以当a≤0时f′（x）＞0恒成立，此时y=f（x）在（0，+∞）上单调递增，这与f（x）≥0矛盾；

当a＞0时令f′（x）=0，解得x=a，

所以y=f（x）在（0，a）上单调递减，在（a，+∞）上单调递增，即f（x）$_{min}$=f（a），

若a≠1，则f（a）<f（1）=0，从而与f（x）≥0矛盾；

所以a=1；

（2）由（1）可知当a=1时f（x）=x﹣1﹣lnx≥0，即lnx≤x﹣1，

所以ln（x+1）≤x当且仅当x=0时取等号，

所以ln（1+$\frac{1}{2^k}$）<$\frac{1}{2^k}$，k∈N*.

ln（1+$\frac{1}{2}$）+ln（1+$\frac{1}{2^2}$）+…+ln（1+$\frac{1}{2^n}$）<$\frac{1}{2}$+$\frac{1}{2^2}$+…+$\frac{1}{2^n}$=1﹣$\frac{1}{2^n}$<1，

即（1+$\frac{1}{2}$）（1+$\frac{1}{2^2}$）…（1+$\frac{1}{2^n}$）<e；

因为m为整数，且对于任意正整数n，（1+$\frac{1}{2}$）（1+$\frac{1}{2^2}$）…（1+$\frac{1}{2^n}$）<m成立，

当n=3时，不等式左边大于2，

所以m的最小值为3.

【点评】本题是一道关于函数与不等式的综合题，考查分类讨论的思想，考查转化与化归思想，考查运算求解能力，考查等比数列的求和公式，考查放缩法，注意解题方法的积累，属于难题.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程]

22．（10分）在直角坐标系xOy中，直线l_1的参数方程为$\begin{cases}x=2+t\\y=kt\end{cases}$，（t为参数），直线$l_2$的参数方程为$\begin{cases}x=-2+m\\y=\frac{m}{k}\end{cases}$，（m为参数）．设$l_1$与$l_2$的交点为P，当k变化时，P的轨迹为曲线C.

（1）写出C的普通方程；

（2）以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，设l_3：ρ（cosθ+sinθ）﹣$\sqrt{2}$=0，M为l_3与C的交点，求M的极径.

【考点】QH：参数方程化成普通方程.

【专题】34：方程思想；4Q：参数法；4R：转化法；5S：坐标系和参数方程.

【分析】解：（1）分别消掉参数t与m可得直线l_1与直线l_2的普通方程为y=k（x﹣2）①与x=﹣2+ky②；联立①②，消去k可得C的普通方程为$x^2-y^2=4$；

（2）将l_3的极坐标方程为ρ（$\cos\theta+\sin\theta$）$-\sqrt{2}=0$化为普通方程：$x+y-\sqrt{2}=0$，再与曲线C的方程联立，可得$\begin{cases}x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，即可求得$l_3$与C的交点M的极径为$\rho=\sqrt{5}$．

【解答】解：（1）∵直线l_1的参数方程为$\begin{cases}x=2+t\\ y=kt\end{cases}$，（t为参数），

∴消掉参数t得：直线l_1的普通方程为：$y=k(x-2)$①；

又直线l_2的参数方程为$\begin{cases}x=-2+m\\ y=\dfrac{m}{k}\end{cases}$，（m为参数），

同理可得，直线l_2的普通方程为：$x=-2+ky$②；

联立①②，消去k得：$x^2-y^2=4$，即C的普通方程为$x^2-y^2=4$（$x\neq2$且$y\neq0$）；

（2）∵l_3的极坐标方程为ρ（$\cos\theta+\sin\theta$）$-\sqrt{2}=0$，

∴其普通方程为：$x+y-\sqrt{2}=0$，

联立$\begin{cases}x+y=\sqrt{2}\\ x^2-y^2=4\end{cases}$得：$\begin{cases}x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，

∴$\rho^2=x^2+y^2=\dfrac{18}{4}+\dfrac{2}{4}=5$．

∴l_3与C的交点M的极径为$\rho=\sqrt{5}$．

【点评】本题考查参数方程与极坐标方程化普通方程，考查函数与方程思想与等价转化思想的运用，属于中档题．

[选修4-5：不等式选讲]

23．已知函数$f(x)=|x+1|-|x-2|$．

（1）求不等式$f(x)\geq1$的解集；

（2）若不等式$f(x)\geq x^2-x+m$的解集非空，求m的取值范围．

【考点】R4：绝对值三角不等式；R5：绝对值不等式的解法．

【专题】32：分类讨论；33：函数思想；4C：分类法；4R：转化法；51：函数的性质及应用；5T：不等式．

【分析】（1）由于$f(x)=|x+1|-|x-2|=\begin{cases}-3, & x<-1\\ 2x-1, & -1\leqslant x\leqslant 2\\ 3, & x>2\end{cases}$，解不等式$f(x)\geq 1$可分$-1\leq x\leq 2$与$x>2$两类讨论即可解得不等式$f(x)\geq 1$的解集；

（2）依题意可得$m\leq [f(x)-x^2+x]_{max}$，设$g(x)=f(x)-x^2+x$，分$x\leq 1$、$-1<x<2$、$x\geq 2$三类讨论，可求得$g(x)_{max}=\frac{5}{4}$，从而可得m的取值范围．

【解答】解：（1）$\because f(x)=|x+1|-|x-2|=\begin{cases}-3, & x<-1\\ 2x-1, & -1\leqslant x\leqslant 2\\ 3, & x>2\end{cases}$，$f(x)\geq 1$，

$\therefore$当$-1\leq x\leq 2$时，$2x-1\geq 1$，解得$1\leq x\leq 2$；

当$x>2$时，$3\geq 1$恒成立，故$x>2$；

综上，不等式$f(x)\geq 1$的解集为$\{x|x\geq 1\}$．

（2）原式等价于存在$x\in R$使得$f(x)-x^2+x\geq m$成立，

即$m\leq [f(x)-x^2+x]_{max}$，设$g(x)=f(x)-x^2+x$．

由（1）知，$g(x)=\begin{cases}-x^2+x-3, & x\leqslant -1\\ -x^2+3x-1, & -1<x<2\\ -x^2+x+3, & x\geqslant 2\end{cases}$，

当$x\leq -1$时，$g(x)=-x^2+x-3$，其开口向下，对称轴方程为$x=\frac{1}{2}>-1$，

$\therefore g(x)\leq g(-1)=-1-1-3=-5$；

当$-1<x<2$时，$g(x)=-x^2+3x-1$，其开口向下，对称轴方程为$x=\frac{3}{2}\in(-1, 2)$，

$\therefore g(x)\leq g(\frac{3}{2})=-\frac{9}{4}+\frac{9}{2}-1=\frac{5}{4}$；

当$x\geq 2$时，$g(x)=-x^2+x+3$，其开口向下，对称轴方程为$x=\frac{1}{2}<2$，

$\therefore g(x)\leq g(2)=-4+2+3=1$；

综上，$g(x)_{max}=\frac{5}{4}$，

$\therefore$m的取值范围为$(-\infty, \frac{5}{4}]$．

【点评】本题考查绝对值不等式的解法，去掉绝对值符号是解决问题的关键，突出考查分类讨论思想与等价转化思想、函数与方程思想的综合运用，属于

难题.