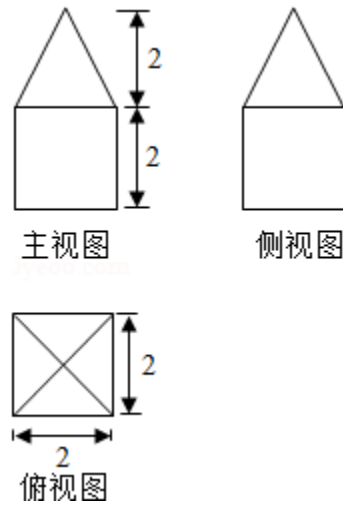


2015 年浙江省高考数学试卷（理科）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分 2015 年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）数学（理科）

1. (5 分) (2015•浙江) 已知集合 $P=\{x|x^2-2x\geq 0\}$, $Q=\{x|1<x\leq 2\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}}P)\cap Q=(\quad)$
 A $[0, 1)$ B $(0, 2]$ C $(1, 2)$ D $[1, 2]$

2. (5 分) (2015•浙江) 某几何体的三视图如图所示(单位: cm), 则该几何体的体积是()



- A 8cm^3 B 12cm^3 C $\frac{32}{3}\text{cm}^3$ D $\frac{40}{3}\text{cm}^3$

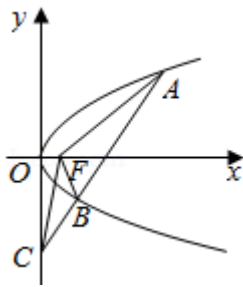
3. (5 分) (2015•浙江) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 公差 d 不为零, 前 n 项和是 S_n , 若 a_3, a_4, a_8 成等比数列, 则()

- A $a_1d>0, dS_4>0$ B $a_1d<0, dS_4<0$ C $a_1d>0, dS_4<0$ D $a_1d<0, dS_4>0$

4. (5 分) (2015•浙江) 命题“ $\forall n\in\mathbb{N}^*, f(n)\in\mathbb{N}^*$ 且 $f(n)\leq n$ ”的否定形式是()

- A. $\forall n\in\mathbb{N}^*, f(n)\notin\mathbb{N}^*$ 且 $f(n)>n$ B. $\forall n\in\mathbb{N}^*, f(n)\notin\mathbb{N}^*$ 或 $f(n)>n$
 C. $\exists n_0\in\mathbb{N}^*, f(n_0)\notin\mathbb{N}^*$ 且 $f(n_0)>n_0$ D. $\exists n_0\in\mathbb{N}^*, f(n_0)\notin\mathbb{N}^*$ 或 $f(n_0)>n_0$

5. (5 分) (2015•浙江) 如图, 设抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F , 不经过焦点的直线上有三个不同的点 A, B, C , 其中点 A, B 在抛物线上, 点 C 在 y 轴上, 则 $\triangle BCF$ 与 $\triangle ACF$ 的面积之比是()



- A $\frac{|BF| - 1}{|AF| - 1}$ B $\frac{|BF|^2 - 1}{|AF|^2 - 1}$ C $\frac{|BF| + 1}{|AF| + 1}$ D $\frac{|BF|^2 + 1}{|AF|^2 + 1}$

6. (5分) (2015•浙江) 设 A, B 是有限集, 定义: $d(A, B) = \text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B)$, 其中 $\text{card}(A)$ 表示有限集 A 中的元素个数 ()

命题①: 对任意有限集 A, B , “ $A \neq B$ ”是“ $d(A, B) > 0$ ”的充分必要条件;

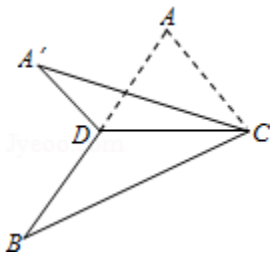
命题②: 对任意有限集 A, B, C , $d(A, C) \leq d(A, B) + d(B, C)$

- A. 命题①和命题②都成立 B. 命题①和命题②都不成立
C. 命题①成立, 命题②不成立 D. 命题①不成立, 命题②成立

7. (5分) (2015•浙江) 存在函数 $f(x)$ 满足, 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 都有 ()

- A $f(\sin 2x) = \sin x$ B $f(\sin 2x) = x^2 + x$ C $f(x^2 + 1) = |x + 1|$ D $f(x^2 + 2x) = |x + 1|$

8. (5分) (2015•浙江) 如图, 已知 $\triangle ABC$, D 是 AB 的中点, 沿直线 CD 将 $\triangle ACD$ 折成 $\triangle A'CD$, 所成二面角 $A' - CD - B$ 的平面角为 α , 则 ()



- A $\angle A'DB \leq \alpha$ B $\angle A'DB \geq \alpha$ C $\angle A'CB \leq \alpha$ D $\angle A'CB \geq \alpha$

二、填空题: 本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单空题每题 4 分, 共 36 分.

9. (6分) (2015•浙江) 双曲线 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 的焦距是_____, 渐近线方程是_____.

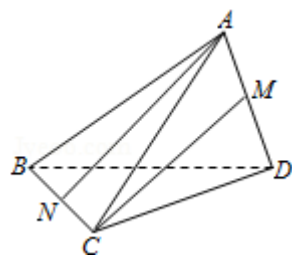
10. (6分) (2015•浙江) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{2}{x} - 3, & x \geq 1 \\ \lg(x^2 + 1), & x < 1 \end{cases}$, 则 $f(f(-3)) =$ _____.

$f(x)$ 的最小值是_____.

11. (6分) (2015•浙江) 函数 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 1$ 的最小正周期是_____，单调递减区间是_____.

12. (4分) (2015•浙江) 若 $a = \log_4 3$ ，则 $2^a + 2^{-a} =$ _____.

13. (4分) (2015•浙江) 如图，三棱锥 $A - BCD$ 中， $AB = AC = BD = CD = 3$ ， $AD = BC = 2$ ，点 M ， N 分别是 AD ， BC 的中点，则异面直线 AN ， CM 所成的角的余弦值是_____.



14. (4分) (2015•浙江) 若实数 x ， y 满足 $x^2 + y^2 \leq 1$ ，则 $|2x + y - 2| + |6 - x - 3y|$ 的最小值是_____.

15. (6分) (2015•浙江) 已知 \vec{e}_1 ， \vec{e}_2 是空间单位向量， $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \frac{1}{2}$ ，若空间向量 \vec{b} 满足

$\vec{b} \cdot \vec{e}_1 = 2$ ， $\vec{b} \cdot \vec{e}_2 = \frac{5}{2}$ ，且对于任意 $x, y \in \mathbb{R}$ ，

$|\vec{b} - (x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2)| \geq |\vec{b} - (x_0\vec{e}_1 + y_0\vec{e}_2)| = 1$ ($x_0, y_0 \in \mathbb{R}$)，则

$x_0 =$ _____， $y_0 =$ _____， $|\vec{b}| =$ _____.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16. (14分) (2015•浙江) 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A ， B ， C 所对的边分别为 a ， b ， c ，已知 $A = \frac{\pi}{4}$ ， $b^2 - a^2 = \frac{1}{2}c^2$.

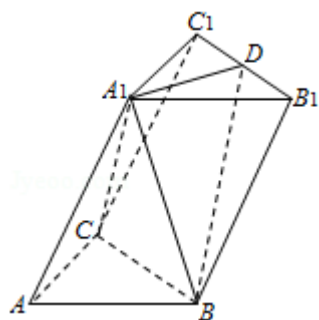
(1) 求 $\tan C$ 的值；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 3，求 b 的值.

17. (15分) (2015•浙江) 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ， $A_1A = 4$ ， A_1 在底面 ABC 的射影为 BC 的中点， D 是 B_1C_1 的中点.

(1) 证明： $A_1D \perp$ 平面 A_1BC ；

(2) 求二面角 $A_1 - BD - B_1$ 的平面角的余弦值.

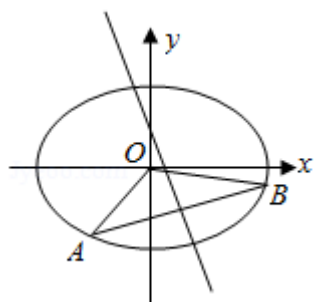


18. (15 分) (2015•浙江) 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$), 记 $M(a, b)$ 是 $|f(x)|$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值.

- (1) 证明: 当 $|a| \geq 2$ 时, $M(a, b) \geq 2$;
- (2) 当 a, b 满足 $M(a, b) \leq 2$ 时, 求 $|a| + |b|$ 的最大值.

19. (15 分) (2015•浙江) 已知椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 上两个不同的点 A, B 关于直线 $y = mx + \frac{1}{2}$ 对称.

- (1) 求实数 m 的取值范围;
- (2) 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值 (O 为坐标原点).



20. (15 分) (2015•浙江) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$ 且 $a_{n+1} = a_n - a_n^2$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

- (1) 证明: $1 \leq \frac{a_n}{a_{n+1}} \leq 2$ ($n \in \mathbb{N}^*$);
- (2) 设数列 $\{a_n^2\}$ 的前 n 项和为 S_n , 证明 $\frac{1}{2(n+2)} \leq \frac{S_n}{n} \leq \frac{1}{2(n+1)}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).