本套试卷命题的立意、考查的出发点和考查的内容在于新课程以及新课标和新考纲；考查的全面到位，每个考点立足于基本知识点、基本思想和基本方法，紧扣课本、紧扣大纲、灵活多变.特别是第 10 题来自于实际、起点低、考查基本不等式的同时要注意大小比较的方法；第 14 题来自课本，注重新课程.

2012 陕西高考真题数学（文）解析（专版）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1. 集合 $M=\{x\,|\,\lg x>0\}$，$N=\{x\,|\,x^2\le 4\}$，则 $M\bigcap N=$（ C ）

A $(1,2)$　　B $[1,2)$　　C $(1,2]$　　D $[1,2]$

【解析】$\because M=\{x|x>1\}, N=\{x|-2\le x\le 2\}, \therefore M\cap N=\{x|1<x\le 2\}$,故选$C$.

【答案】C

【考点定位】本题主要考察集合的运算以及不等式的解法.

2. 下列函数中，既是奇函数又是增函数的为（ ）

A $y=x+1$　　B $y=-x^2$　　C $y=\frac{1}{x}$　　D $y=x\,|\,x\,|$

【解析】A 是增函数不是奇函数错误，B 和 C 都不是定义域内的增函数排除，只有 D 正确，因此选 D.

【答案】D

【考点定位】该题主要考察函数的奇偶性和单调性，理解和掌握基本函数的性质是关键.

3. 对某商店一个月内每天的顾客人数进行了统计，得到样本的茎叶图（如图所示），则改样本的中位数、众数、极差分别是 （ A ）

1	2 5
2	0 2 3 3
3	1 2 4 4 8 9
4	5 5 5 7 7 8 8 9
5	0 0 1 1 4 7 9
6	1 7 8

A．46，45，56　　B．46，45，53

C．47，45，56　　D．45，47，53

【解析】由概念知中位数是中间两数的平均数即 $\frac{45+47}{2}=46$，众数是 45，极差为 68-12=56. 所以选 A.

【答案】A

【考点定位】此题主要考察样本数据特征的概念，要正确的理解样本数据特征的概念以及正确的用来估计总体.

4. 设 $a,b\in R$，i 是虚数单位，则“$ab=0$”是“复数 $a+\frac{b}{i}$ 为纯虚数”的（ B ）

A 充分不必要条件　　　　　　　B 必要不充分条件
C 充分必要条件　　　　　　　D 既不充分也不必要条件

【解析】

当ab=0时，a=0或b=0，a+$\frac{b}{i}$不一定是纯虚数，

反之当a+$\frac{b}{i}$是纯虚数时，a=0, b$\neq$0, ab=0, 因此B正确.

【答案】B

【考点定位】此题主要考察充分必要条件和复数的概念以及它们之间的逻辑关系，掌握概念是根本.

5. 下图是计算某年级 500 名学生期末考试（满分为 100 分）及格率 q 的程序框图，则图中空白框内应填入.（　　）

A. q= $\cos\left\{\sqrt{5CB_1 \perp BA_1 2 - + b^2}\right\}$ $\vec{b}C_1\angle CAB\left|f(1)\right| \le 1$ $\frac{N}{M}$

B q=$\frac{M}{N}$

C q= $\frac{N}{M+N}$

D.q=$\frac{M}{M+N}$

【解析】因为执行判断框“是”计算的及格的总分数 M，“否”统计的是不及格的成绩，所以及格率$q=\frac{M}{M+N}$. 选 D.

【答案】D

【考点定位】本题主要考察算法中的循环结构，算法的功能以及算法的基本思想，对算法的学习和把握要全面深入.

6. 已知圆$C: x^2+y^2-4x=0$，l过点$P(3,0)$的直线，则（　　）

A l与C相交　　　　B l与C相切　　　　C l与C相离　　　D. 以上三个选项均有可能

【解析】因为点 P（3,0）在圆的内部，所以过点 P 的直线必与圆相交.选 A.

【答案】A

【考点定位】该题主要考察直线和元的位置关系，掌握点和圆、直线和圆的位置关系是关键.

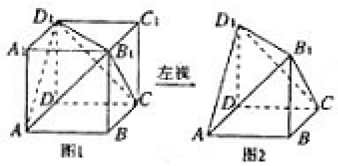
7.设向量$\vec{a}$=（1.$\cos\theta$）与$\vec{b}$=（-1，　$2\cos\theta$）垂直，则$\cos 2\theta$等于　（　　C　）

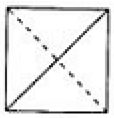
A.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　　　B $\frac{1}{2}$　　　　　　C .0　　　　　　D.-1

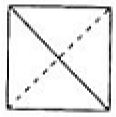
【解析】$\because \vec{a}\perp\vec{b}, \therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=0, \therefore -1+2\cos^2\theta=0, \therefore \cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 0.$ 正确的是 C.

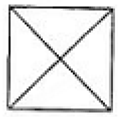
【答案】C
【考点定位】此题主要考察平面向量的数量积的概念、运算和性质，同时考察三角函数的求值运算.

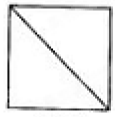
8. 将正方形（如图 1 所示）截去两个三棱锥，得到图 2 所示的几何体，则该几何体的左视图为 （ B ）




(A)


(B)


(C)


(D)

【解析】因为从左面垂直光线在竖直平面上的正投影是正方形，其中 D_1A 的正投影是正方形的对角线（实线），B_1C 的正投影被遮住是虚线，所以 B 正确.

【答案】B
【考点定位】本题主要考察空间图像的直观图与三视图，考察空间想象能力与逻辑推理能力，注意培养.

9. 设函数 f（x）= $\frac{2}{x}$+lnx 则 （ D ）

A. x=$\frac{1}{2}$ 为 f(x)的极大值点　　B. x=$\frac{1}{2}$ 为 f(x)的极小值点

C. x=2 为 f(x)的极大值点　　D. x=2 为 f(x)的极小值点

【解析】

$$\because f'(x) = -\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-2}{x^2},$$

当$x>2$时$f'(x)<0$，当$x<2$时，$f'(x)>0$，$\therefore x=2$是极小值点.

【答案】D
【考点定位】本题主要考察利用导数求函数的极值点，是导数在函数中的基本应用.

10. 小王从甲地到乙地的时速分别为 a 和 b（a<b），其全程的平均时速为 v，则 （ A ）

A.a<v<$\sqrt{ab}$　　B.v=$\sqrt{ab}$　　C. $\sqrt{ab}$<v<$\frac{a+b}{2}$　　D.v=$\frac{a+b}{2}$

【解析】

设从甲地到乙地所走路程为S，则$v=\frac{2S}{\frac{S}{a}+\frac{S}{b}}=\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=\frac{2ab}{a+b}<\frac{2ab}{2\sqrt{ab}}=\sqrt{ab}$,

$\because a<b,\therefore v=\frac{2ab}{a+b}>\frac{2a^2}{2a}=a,\therefore a<v<\sqrt{ab}$.选$A$.

【答案】A.

【考点定位】本题主要考察基本不等式及其应用，其中正确列式巧妙运用均值不等式是关键，同时也要注意题设条件.

二．填空题

11．设函数发 f（x）$=\begin{cases}\sqrt{x},x\geq 0\\(\frac{1}{2})^x,x<0\end{cases}$，则 f（f（-4））＝ $\underline{4\quad}$

【解析】$\because f(-4)=(\frac{1}{2})^{-4}=16,\therefore f(f(-4))=f(16)=\sqrt{16}=4$.

【答案】4

【考点定位】本题主要考察分段函数求值，主要是要正确把握函数的概念.

12.

观察下列不等式

$1+\frac{1}{2^2}<\frac{3}{2}$.

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}<\frac{5}{3}$ ，

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}<\frac{7}{4}$

……

【解析】观察这几个不等式可以发现左边分母从 1、2、3、4、5 的平方依次增加 1 后的平方，分子全是 1，右边分母是左边最后一项的分母的底数，分子式左边后两分母底数的和，于是有： $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{6^2}<\frac{11}{6}$.

【答案】$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{6^2}<\frac{11}{6}$.

【考点定位】该题主要考察归纳推理，从给出的几个不等式的特征猜测出一般的规律正是归纳推理的本质所在.

照此规律，第五个不等式为 $\underline{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{6^2}<\frac{11}{6}}$

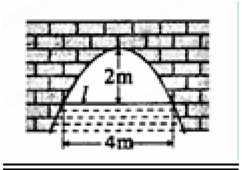
13. 在三角形 ABC 中，角 A,B,C 所对应的长分别为 a，b，c，若 a=2 ，B=$\frac{\pi}{6}$，c=2$\sqrt{3}$，则 b= 2______

【解析】因为已知两边及其夹角，所以直接用余弦定理得 b=2.

【答案】2

【考点定位】此题主要考察用余弦定理解三角形，掌握定理是关键.

14.右图是抛物线形拱桥，当水面在l时，拱顶离水面 2 米，水面宽 4 米，水位下降 1 米后，水面宽 $2\sqrt{6}$ 米。



【解析】先以拱顶为原点，建立直角坐标系，设水面和拱桥交点 A（2，-2）则抛物线方程为$x^2=-2py$,代入得$2^2=-2p(-2)$, $\therefore$ $2p=2, x^2=-2y$,当水面下降 1 米时，水面和拱桥的交点记作 B（a,-3)则代入抛物线方程得：a=$\sqrt{6}$,因此水面宽 2$\sqrt{6}$ 米.

【答案】2$\sqrt{6}$ 米

【考点定位】本题主要考察抛物线的标准方程及其应用，紧扣课本.

15A （不等式选做题）若存在实数x使$|x-a|+|x-1|\le 3$成立，则实数a的取值范围是__

【解析】由题意知左边的最小值小于或等于 3 即可，根据不等式的性质得

$|(x-a)-(x-1)|\le 3, \therefore |a-1|\le 3, -2\le a\le 4.$

【答案】$-2\le a\le 4.$

【考点定位】本题主要考察绝对值不等式的性质及其运用.

15 B （几何证明选做题）如图，在圆 O 中，直径 AB 与弦 CD 垂直，垂足为 E，$EF\perp DB$，垂足为 F，若$AB=6$，$AE=1$，则$DF\cdot DB=$___5___

【解析】

$\because Rt\Delta DEF\sim Rt\Delta DEB, \therefore \frac{DF}{DE}=\frac{DE}{BD}$,即$DE^2=DF\cdot BD$,

又由相交弦定理得$DE^2=AE\cdot EB=1\times 5=5. \therefore DF\cdot BD=5.$

【答案】5

【考点定位】该题主要考察直线和圆的位置关系的证明与计算.

15 C （坐标系与参数方程）直线$2\rho\cos\theta=1$与圆$\rho=2\cos\theta$相交的弦长为___ $\sqrt{3}$ ___

【解析】化极坐标为直角坐标得直线

$x=\frac{1}{2}$,圆$(x-1)^2+y^2=1$,由勾股定理可得相交弦长为$2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

【答案】$\sqrt{3}$.

【考点定位】本题主要考察极坐标系与极坐标方程，先化为普通方程后求解.

三．解答题：

15. 已知等比数列$\{a_n\}$的公比为 q=-$\frac{1}{2}$.

（1）若$a_3=\frac{1}{4}$，求数列$\{a_n\}$的前 n 项和；

（II）证明：对任意$k\in N_+$，a_k，a_{k+2}，a_{k+1}成等差数列

【解析】（1）由通项公式可得

$a_3=a_1(-\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$得$a_1=1$,再由等比数列求和公式得：

$$S_n=\frac{1\times\left[1-(-\frac{1}{2})^n\right]}{1-(-\frac{1}{2})}=\frac{2+(-\frac{1}{2})^{n-1}}{3}.$$

（2）证明：

$\because k\in N_+,\therefore\ 2a_{k+2}-(a_k+a_{k+1})=2a_1q^{k+1}-(a_1q^{k-1}+a_1q^k)$

$=a_1q^{k-1}(2q^2-q-1)=a_1q^{k-1}(2(-\frac{1}{2})^2-(-\frac{1}{2})-1)=0,$

$\therefore\ \therefore\ 2a_{k+2}-(a_k+a_{k+1})=0,\therefore$ 成等差数列.

【考点定位】本题主要考察等差等比数列的概念、通项公式、求和公式及其性质.关键要把握两种基本数列的相关知识.

17. （本小题满分 12 分）

函数$f(x)=A\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})+1$（$A>0,\omega>0$）的最大值为 3， 其图像相邻两条对称轴之间的距离为$\frac{\pi}{2}$，

（1）求函数$f(x)$的解析式；

（2）设$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，则$f(\frac{\alpha}{2})=2$，求$\alpha$的值

【解析】

(1) $\because A+1=3, \therefore A=2$，又$\because$函数图象相邻对称轴间的距离为半个周期，

$\therefore \dfrac{T}{2}=\dfrac{\pi}{2}. T=\pi. \therefore \omega=\dfrac{2\pi}{T}=2, \therefore f(x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})+1.$

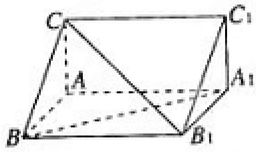
(2) $\because f(\dfrac{\alpha}{2})=2\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{6})+1=2, \therefore \sin(\alpha-\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{1}{2},$

$\because 0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}, \therefore -\dfrac{\pi}{6}<\alpha-\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{\pi}{3}, \therefore \alpha-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{6}, \therefore \alpha=\dfrac{\pi}{3}.$

【考点定位】本题主要考察三角函数的概念图像和性质、三角函数的化简求值，掌握基本知识是关键.

18. （本小题满分 12 分）

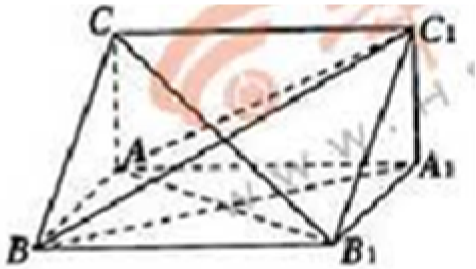
直三棱柱 ABC- $A_1B_1C_1$ 中，AB=A A_1 ，$\angle CAB=\dfrac{\pi}{2}$



（Ⅰ）证明 $CB_1 \perp BA_1$；

（Ⅱ）已知 AB=2，BC=$\sqrt{5}$，求三棱锥 C_1-ABA_1 的体积

【解析】如图



(1) 如图，连接AB_1，由直三棱柱可知$\angle CAB=90°$，$\therefore AC\perp$平面ABB_1A_1，$\therefore AC\perp BA_1$，

又$\because AB=AA_1, \therefore BA_1\perp AB_1, CA\cap AB_1=A, \therefore CB_1\perp BA_1.$

(2) $\because AB=A_1A=2$，$BC=\sqrt{5}$，$\therefore AC=A_1C_1=1,$

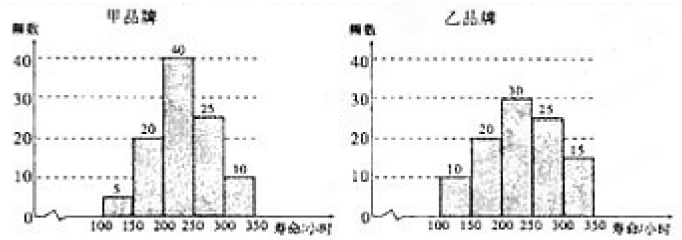
又$\because A_1C_1\perp$平面ABA_1，$\therefore V_{C_1-ABA_1}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABA_1}\cdot A_1C_1=\dfrac{1}{3}\times2\times1=\dfrac{2}{3}.$

【考点定位】该题主要考查垂直关系的证明，多面体体积的计算，是常考题型，解法具有一般性.

19.（本小题满分 12 分）

假设甲乙两种品牌的同类产品在某地区市场上销售量相等，为了解他们的使用寿命，现从两

种品牌的产品中分别随机抽取 100 个进行测试，结果统计如下：



（Ⅰ）估计甲品牌产品寿命小于 200 小时的概率；

（Ⅱ）这两种品牌产品中，，某个产品已使用了 200 小时，试估计该产品是甲品牌的概率

【解析】

(1) 根据题意知：甲品牌产品寿命小于200小时的频率为$\frac{5+20}{100}=\frac{1}{4}$,

因为用频率估计概率，所以甲品牌产品寿命小于200小时的概率为$\frac{1}{4}$.

(2) 有抽样结果，寿命>200小时的产品有75+70=145个，

其中甲品牌产品75个，因而在样本中寿命大于200小时

的产品是甲品牌的频率是$\frac{75}{145}=\frac{15}{29}$，由此估计概率为$\frac{15}{29}$.

【考点定位】此题主要考察随机事件，随机事件的概率，用频率估计概率，考察数据处理能力和运算能力.

20. （本小题满分 13 分）

已知椭圆$C_1:\frac{x^2}{4}+y^2=1$，椭圆C_2以C_1的长轴为短轴，且与C_1有相同的离心率。

（1）求椭圆C_2的方程；

（2）设 O 为坐标原点，点 A，B 分别在椭圆C_1和C_2上，$\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OA}$，求直线$AB$的方程

【解析】

(1) 依题意设椭圆方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1(a>2)$，$\because e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \sqrt{1-\frac{4}{a^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore a^2=16$，$\therefore$ 椭圆方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

(2) 设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，$\because \overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OA}$，$\therefore O,A,B$三点共线且不在$y$轴上，

$\therefore$ 设直线AB方程为$y=kx$，并分别代入$\frac{x^2}{4}+y^2=1$和$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$得：

$x_1=\frac{4}{1+4k^2}$，$x_2=\frac{16}{4+k^2}$，$\because \overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OA}$，$\therefore x_2^2=4x_1^2$，$\therefore \frac{16}{4+k^2}=\frac{16}{1+4k^2}$，

$\therefore k=\pm1$，所求直线为：$y=x$或$y=-x$.

【考点定位】本题主要考察曲线与方程、椭圆的标准方程，直线与曲线、直线与直线，圆锥曲线的综合问题.掌握通性通法是关键.

21.（本小题满分 14 分）

设函数 $f_n(x)=x^n+bx+c\quad(n\in N_+,b,c\in R)$

（1）设$n\ge2$，$b=1,\quad c=-1$，证明：$f_n(x)$在区间$\left(\frac{1}{2},1\right)$内存在唯一的零点；

（2）设 n 为偶数，$|f(-1)|\le1$，$|f(1)|\le1$，求 b+3c 的最小值和最大值；

（3）设$n=2$，若对任意$x_1,x_2\in[-1,1]$，有$|f_2(x_1)-f_2(x_2)|\le4$，求b的取值范围；

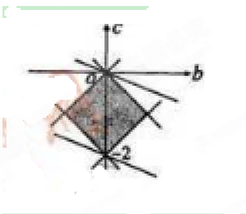
【解析】

(1) 当$b=1,c=-1,n\ge2$时，$f(x)=x^n+x-1$，

$\because f(\frac{1}{2})f(1)=(\frac{1}{2^n}-\frac{1}{2})\times1<0$，$\therefore f(x)$在（$\frac{1}{2}$,1）内有零点.

又$\because$当$x\in(\frac{1}{2},1)$，$f'(x)=nx^{n-1}+1>0$，$\therefore f(x)$在区间（$\frac{1}{2}$,1）

内单调递增，$\therefore f(x)$在（$\frac{1}{2}$,1）内有唯一的零点.



(2) 依题意知$\begin{cases}-1\le f(-1)\le1,\\-1\le f(1)\le1,\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}0\le b-c\le2\\-2\le b+c\le0.\end{cases}$

画出可行域得知$b+3c$在点(0,-20处取得最小值-6.

在点（0,0）处取得最大值0，因而$b+3c$的最小值-6，

最大值0.

（3） 当 n=2 时，$f(x)=x^2+bx+c$，

若 $\left|\frac{b}{2}\right|>1$，即 $|b|>2$ 时，

$f(x)$ 最大值 $M=|f(1)-f(-1)|=2|b|>4$ 与题设矛盾．

若 $-1\le -\frac{b}{2}\le 0$，即 $0<b\le 2$ 时，

$M=f(1)-f(-\frac{b}{2})=(\frac{b}{2}+1)^2\le 4$ 恒成立．

若 $0\le -\frac{b}{2}\le 1$， 即 $-2\le b\le 0$，时，

$M=M=f(1)-f(-\frac{b}{2})=(\frac{b}{2}-1)^2\le 4$ 恒成立．

综上：$-2\le b\le 2$．

【考点定位】本题综合考察函数与导数，函数与方程，导数应用以及恒成立问题.考察分析问题解决问题的能力，推理论证的能力，运算能力等.