

2019年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x > -1\}$, $B = \{x | x < 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $(-1, +\infty)$ B. $(-\infty, 2)$

- C. $(-1, 2)$ D. \emptyset

2. 设 $z = i(2+i)$, 则 $\bar{z} =$

- A. $1+2i$ B. $-1+2i$

- C. $1-2i$ D. $-1-2i$

3. 已知向量 $a = (2, 3)$, $b = (3, 2)$, 则 $|a-b| =$

- A. $\sqrt{2}$ B. 2

- C. $5\sqrt{2}$ D. 50

4. 生物实验室有5只兔子，其中只有3只测量过某项指标，若从这5只兔子中随机取出3只，则恰有2只测量过该指标的概率为

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{5}$

- C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

5. 在“一带一路”知识测验后，甲、乙、丙三人对成绩进行预测。

甲：我的成绩比乙高。

乙：丙的成绩比我和甲的都高。

丙：我的成绩比乙高.

成绩公布后，三人成绩互不相同且只有一个人预测正确，那么三人按成绩由高到低的次序为

A. 甲、乙、丙

B. 乙、甲、丙

C. 丙、乙、甲

D. 甲、丙、乙

6. 设 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = e^x - 1$ ，则当 $x < 0$ 时， $f(x) =$

A. $e^{-x} - 1$

B. $e^{-x} + 1$

C. $-e^{-x} - 1$

D. $-e^{-x} + 1$

7. 设 α, β 为两个平面，则 $\alpha \parallel \beta$ 的充要条件是

A. α 内有无数条直线与 β 平行

B. α 内有两条相交直线与 β 平行

C. α, β 平行于同一条直线

D. α, β 垂直于同一平面

8. 若 $x_1 = \frac{\pi}{4}$, $x_2 = \frac{3\pi}{4}$ 是函数 $f(x) = \sin \omega x$ ($\omega > 0$) 两个相邻的极值点，则 $\omega =$

A. 2

B. $\frac{3}{2}$

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

9. 若抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点是椭圆 $\frac{x^2}{3p} + \frac{y^2}{p} = 1$ 的一个焦点，则 $p =$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 8

10. 曲线 $y=2\sin x+\cos x$ 在点 $(\pi, -1)$ 处的切线方程为

A. $x-y-\pi-1=0$

B. $2x-y-2\pi-1=0$

C. $2x+y-2\pi+1=0$

D. $x+y-\pi+1=0$

11. 已知 $a \in (0, \frac{\pi}{2})$, $2\sin 2a = \cos 2a + 1$, 则 $\sin a =$

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 设 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点, O 为坐标原点, 以 OF 为直径的圆与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 交于 P, Q 两点. 若 $|PQ| = |OF|$, 则 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. $\sqrt{5}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+3y-6 \geq 0, \\ x+y-3 \leq 0, \\ y-2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z=3x-y$ 的最大值是_____.

14. 我国高铁发展迅速, 技术先进. 经统计, 在经停某站的高铁列车中, 有10个车次的正点率为0.97, 有20个车次的正点率为0.98, 有10个车次的正点率为0.99, 则经停该站高铁列车所有车次的平均正点率的估计值为_____.

15. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $b\sin A + a\cos B = 0$, 则 $B =$ _____.

16. 中国有悠久的金石文化, 印信是金石文化的代表之一. 印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体, 但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”(图1). 半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体. 半正多面体体现了数学的对称美. 图2是一个棱数为48的半正多面体, 它的所有顶点都在同一个正方体的表面上, 且此正

方体的棱长为1. 则该半正多面体共有_____个面，其棱长为_____. (本题第一空2分，第二空3分.)



图 1

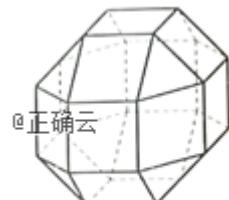


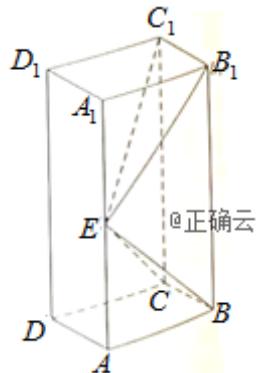
图 2

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共60分。

17. (12分)

如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形，点 E 在棱 AA_1 上， $BE \perp EC_1$.



(1) 证明： $BE \perp$ 平面 EB_1C_1 ；

(2) 若 $AE=A_1E$, $AB=3$, 求四棱锥 $E-BB_1C_1C$ 的体积.

18. (12分)

已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列， $a_1=2, a_3=2a_2+16$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n = \log_2 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

19. (12分)

某行业主管部门为了解本行业中小企业的生产情况, 随机调查了100个企业, 得到这些企业第一季度相对于前一年第一季度产值增长率 y 的频数分布表.

y 的分组	[-0.20,0)	[0,0.20)	[0.20,0.40)	[0.40,0.60)	[0.60,0.80)
企业数	2	24	53	14	7

(1) 分别估计这类企业中产值增长率不低于40%的企业比例、产值负增长的企业比例;
;

(2) 求这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值(同一组中的数据用该组区间
的中点值为代表). (精确到0.01)

附: $\sqrt{74} \approx 8.602$.

20. (12分)

已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点, P 为 C 上一点, O 为坐标原点

.

(1) 若 $\triangle POF_2$ 为等边三角形, 求 C 的离心率;

(2) 如果存在点 P , 使得 $PF_1 \perp PF_2$, 且 $\triangle F_1PF_2$ 的面积等于16, 求 b 的值和 a 的取值范
围.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = (x-1) \ln x - x - 1$. 证明:

(1) $f(x)$ 存在唯一的极值点;

(2) $f(x)=0$ 有且仅有两个实根, 且两个实根互为倒数.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在极坐标系中, O 为极点, 点 $M(\rho_0, \theta_0)(\rho_0 > 0)$ 在曲线 $C: \rho = 4 \sin \theta$ 上, 直线 l 过点 $A(4, 0)$ 且与 OM 垂直, 垂足为 P .

(1) 当 $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ 时, 求 ρ_0 及 l 的极坐标方程;

(2) 当 M 在 C 上运动且 P 在线段 OM 上时, 求 P 点轨迹的极坐标方程.

23. [选修4-5: 不等式选讲] (10分)

已知 $f(x) = |x-a| |x+|x-2|| (x-a)$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) < 0$ 的解集;

(2) 若 $x \in (-\infty, 1)$ 时, $f(x) < 0$, 求 a 的取值范围.