绝密★启用前　　　　　　　　　　试卷类型：B

2009年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（理科）

本试卷共4页，21小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：1．答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。

2．选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4．作答选做题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题组号对应的信息点，再作答。漏涂、错涂、多涂的，答案无效。

5．考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

参考公式：锥体的体积公式$V=\frac{1}{3}sh$，其中S是锥体的底面积，h是锥体的高

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知全集$U=R$，集合$M=\{x\,|-2\le x-1\le 2\}$和$N=\{x\,|\,x=2k-1,k=1,2,\cdots\}$的关系的韦恩（Venn）图如图1所示，则阴影部分所示的集合的元素共有

A．3个　　　B．2个

C．1个　　　D．无穷个

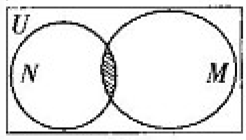


图1

2．设z是复数，$a(z)$表示满足$z^n=1$的最小正整数n，则对虚数单位i，$a(i)=$

A．8　B．6　C．4　D．2

3．若函数$y=f(x)$是函数$y=a^x(a>0,且a\ne 1)$的反函数，其图像经过点$(\sqrt{a},a)$，则$f(x)=$

A．$\log_2 x$　B．$\log_{\frac{1}{2}} x$　C．$\frac{1}{2^x}$　D．x^2

3。

4．已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_n>0,n=1,2,\cdots$，且$a_5\cdot a_{2n-5}=2^{2n}(n\ge 3)$，则当$n\ge 1$时，

$\log_2 a_1+\log_2 a_3+\cdots+\log_2 a_{2n-1}=$

A．$n(2n-1)$　B．$(n+1)^2$　C．n^2　D．$(n-1)^2$

4

5．给定下列四个命题：

①若一个平面内的两条直线与另一个平面都平行，那么这两个平面相互平行；

②若一个平面经过另一个平面的垂线，那么这两个平面相互垂直；

③垂直于同一直线的两条直线相互平行；

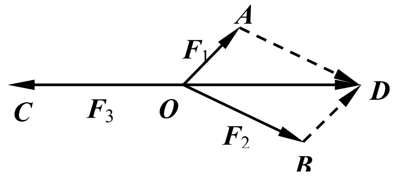
④若两个平面垂直，那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直．其中，为真命题的是

A．①和②　B．②和③　C．.③和④　D．②和④

6．一质点受到平面上的三个力F_1,F_2,F_3（单位：牛顿）的作用而处于平衡状态．已知F_1,F_2成60^0角，且F_1,F_2

的大小分别为 2 和 4，则 F_3 的大小为

A． 6　 B． 2　 C． $2\sqrt{5}$　 D． $2\sqrt{7}$



7．2010年广州亚运会组委会要从小张、小赵、小李、小罗、小王五名志愿者中选派四人分别从事翻译、导游、礼仪、司机四项不同工作，若其中小张和小赵只能从事前两项工作，其余三人均能从事这四项工作，则不同的选派方案共有

A．36种　 B．12种　 C．18种　 D．48种

8．已知甲、乙两车由同一起点同时出发,并沿同一路线（假定为直线）行驶．甲车、乙车的速度曲线分别为$v_{甲}$和$v_{乙}$（如图2所示）．那么对于图中给定的t_0和t_1，下列判断中一定正确的是

A．在 t_1 时刻，甲车在乙车前面

B． t_1 时刻后，甲车在乙车后面

C．在 t_0 时刻，两车的位置相同

D． t_0 时刻后，乙车在甲车前面

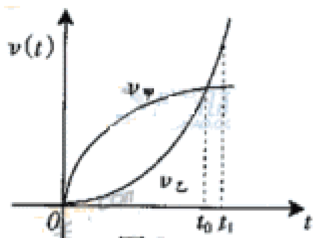


图 2

二、填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分．

（一）必做题（ 9 ～ 1 2 题）

9．随机抽取某产品 n 件，测得其长度分别为 $a_1,a_2,\cdots,a_n$，则图3所示的程序框图输出的 $s=$____，表示的样本的数字特征是____．（注：框图中的赋值符号“=”也可以写成“←”“：=”）

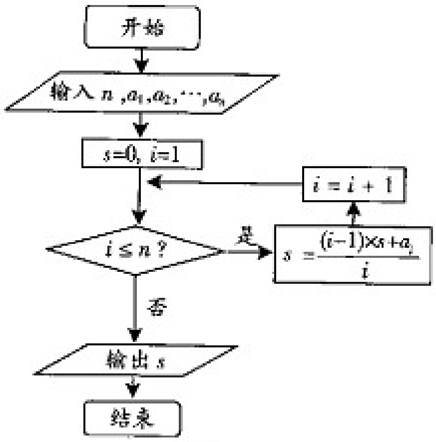


图 3

1 0．若平面向量 a,b 满足 $|a+b|=1$， $a+b$ 平行于 x 轴， $b=(2,-1)$，则 $a=$____．

11．已知椭圆 G 的中心在坐标原点，长轴在 x 轴上，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，且 G 上一点到 G 的两个焦点的距离之和为12，则椭圆 G 的方程为__________________．

12．已知离散型随机变量 X 的分布列如右表．若 $EX=0$， $DX=1$，则 $a=$____， $b=$____．

X	-1	0	1	2
P	a	b	c	$\frac{1}{12}$

（二）选做题（13～15题，考生只能从中选做两题）

13．（坐标系与参数方程选做题）若直线 $l_1:\begin{cases}x=1-2t,\\y=2+kt.\end{cases}$ (t为参数) 与直线 $l_2:\begin{cases}x=s,\\y=1-2s.\end{cases}$（$s$ 为参数）垂直，则 $k=$____．

14．（不等式选讲选做题）不等式 $\frac{|x+1|}{|x+2|}\ge 1$ 的实数解为____．

15．（几何证明选讲选做题）如图4，点 A,B,C 是圆 O 上的点， 且 $AB=4,\angle ACB=45^0$，则圆 O 的面积等于____.

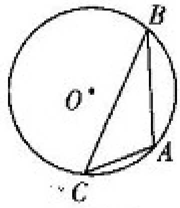


图 4

三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤，

16．（本小题满分12分）

已知向量 $a=(\sin\theta,-2)$ 与 $b=(1,\cos\theta)$ 互相垂直，其中 $\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$．

（1）求 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 的值；

（2）若 $\sin(\theta-\varphi)=\frac{\sqrt{10}}{10},0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，求 $\cos\varphi$ 的值.

17．（本小题满分12分）

根据空气质量指数API（为整数）的不同，可将空气质量分级如下表：

API	0 ~ 50	51 ~ 100	101 ~ 150	151 ~ 200	201 ~ 250	251 ~ 300	> 300
级别	Ⅰ	Ⅱ	$Ⅲ_1$	$Ⅲ_2$	$Ⅳ_1$	$Ⅳ_2$	Ⅴ
状况	优	良	轻微污染	轻度污染	中度污染	中度重污染	重度污染

对某城市一年（365天）的空气质量进行监测，获得API数据按照区间 $[0,50],(50,100],(100$ 进行分组，得到频率分布直方图如图5

（1）求直方图中 x 的值；

（2）计算一年中空气质量分别为良和轻微污染的天数；

（3）求该城市某一周至少有2天的空气质量为良或轻微污染的概率.

(结果用分数表示．已知 $5^7=78125,2^7=128$，

$\frac{3}{1825}+\frac{2}{365}+\frac{7}{1825}+\frac{3}{1825}+\frac{8}{9125}=\frac{123}{9125}$，

$365=73\times5$）

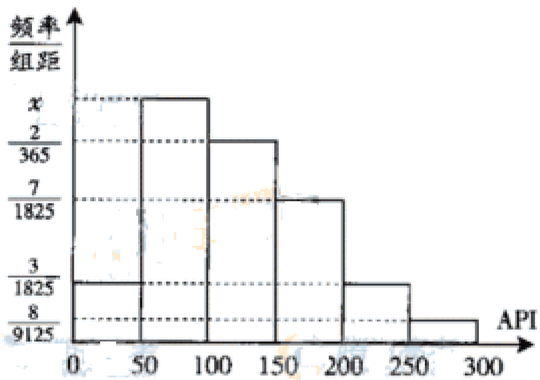


图 5

18．（本小题满分１４分）

如图６，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为２，点Ｅ是正方形 BCC_1B_1 的中心，点Ｆ、Ｇ分别是棱 C_1D_1,AA_1 的中点．设点 E_1,G_1 分别是点Ｅ、Ｇ在平面 DCC_1D_1 内的正投影.

（１）求以Ｅ为顶点，以四边形 $FGAE$ 在平面 DCC_1D_1 内的正投影为底面边界的棱锥的体积；

（２）证明：直线 $FG_1\perp$ 平面 FEE_1；

（３）求异面直线 E_1G_1 与 EA 所成角的正弦值

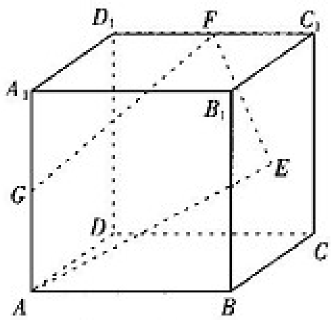


图 6

19．（本小题满分１４分）

已知曲线$C: y=x^2$与直线$l: x-y+2=0$交于两点$A(x_A, y_A)$和$B(x_B, y_B)$，且$x_A<x_B$．记曲线C在点A和点B之间那一段L与线段AB所围成的平面区域（含边界）为D．设点$P(s,t)$是L上的任一点，且点P与点A和点B均不重合．

（1）若点Q是线段AB的中点，试求线段PQ的中点M的轨迹方程；

（2）若曲线$G: x^2-2ax+y^2-4y+a^2+\dfrac{51}{25}=0$与$D$有公共点，试求$a$的最小值．

20．（本小题满分１４分）

已知二次函数$y=g(x)$的导函数的图像与直线$y=2x$平行，且$y=g(x)$在$x=-1$处取得极小值$m-1(m\neq 0)$．设$f(x)=\dfrac{g(x)}{x}$．

（1）若曲线$y=f(x)$上的点P到点$Q(0,2)$的距离的最小值为$\sqrt{2}$，求m的值；

（2）$k(k\in R)$如何取值时，函数$y=f(x)-kx$存在零点，并求出零点．

21．（本小题满分１４分）

已知曲线$C_n: x^2-2nx+y^2=0(n=1,2,\ldots)$．从点$P(-1,0)$向曲线$C_n$引斜率为$k_n(k_n>0)$的切线$l_n$，切点为$P_n(x_n, y_n)$．

（1）求数列$\{x_n\}$与$\{y_n\}$的通项公式；

（2）证明：$x_1\cdot x_3\cdot x_5\cdot\cdots\cdot x_{2n-1}<\sqrt{\dfrac{1-x_n}{1+x_n}}<\sqrt{2}\sin\dfrac{x_n}{y_n}$