

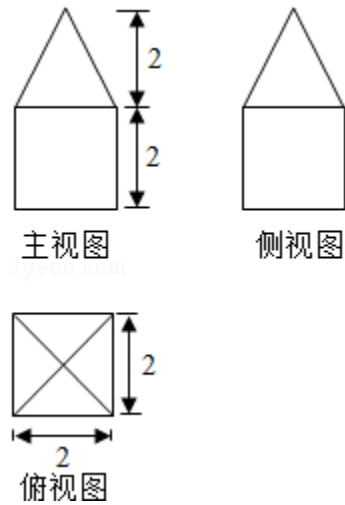
## 2015 年浙江省高考数学试卷（文科）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (5 分) (2015•浙江) 已知集合  $P=\{x|x^2-2x\geq 3\}$ ,  $Q=\{x|2<x<4\}$ , 则  $P\cap Q=(\quad)$

- A  $[3, 4)$       B  $(2, 3]$       C  $(-1, 2)$       D  $(-1, 3]$

2. (5 分) (2015•浙江) 某几何体的三视图如图所示(单位: cm), 则该几何体的体积是( )



- A  $8\text{cm}^3$       B  $12\text{cm}^3$       C  $\frac{32}{3}\text{cm}^3$       D  $\frac{40}{3}\text{cm}^3$

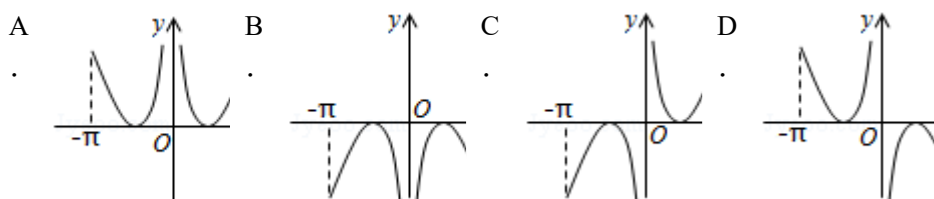
3. (5 分) (2015•浙江) 设  $a, b$  是实数, 则“ $a+b>0$ ”是“ $ab>0$ ”的( )

- A 充分不必要条件      B 必要不充分条件  
C 充分必要条件      D 既不充分也不必要条件

4. (5 分) (2015•浙江) 设  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面,  $l, m$  是两条不同的直线, 且  $l\subset\alpha, m\subset\beta$ , ( )

- A 若  $l\perp\beta$ , 则  $\alpha\perp\beta$       B 若  $\alpha\perp\beta$ , 则  $l\perp m$       C 若  $l\parallel\beta$ , 则  $\alpha\parallel\beta$       D 若  $\alpha\parallel\beta$ , 则  $l\parallel m$

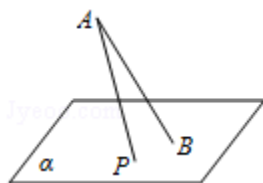
5. (5 分) (2015•浙江) 函数  $f(x) = (x - \frac{1}{x}) \cos x$  ( $-\pi \leq x \leq \pi$  且  $x \neq 0$ ) 的图象可能为( )



6. (5分) (2015•浙江) 有三个房间需要粉刷, 粉刷方案要求: 每个房间只用一种颜色, 且三个房间颜色各不相同. 已知三个房间的粉刷面积 (单位:  $\text{m}^2$ ) 分别为  $x, y, z$ , 且  $x < y < z$ , 三种颜色涂料的粉刷费用 (单位: 元/ $\text{m}^2$ ) 分别为  $a, b, c$ , 且  $a < b < c$ . 在不同的方案中, 最低的总费用 (单位: 元) 是 ( )

- A  $ax+by+cz$       B  $az+by+cx$       C  $ay+bz+cx$       D  $ay+bx+cz$

7. (5分) (2015•浙江) 如图, 斜线段  $AB$  与平面  $\alpha$  所成的角为  $60^\circ$ ,  $B$  为斜足, 平面  $\alpha$  上的动点  $P$  满足  $\angle PAB=30^\circ$ , 则点  $P$  的轨迹是 ( )



- A 直线      B 抛物线      C 椭圆      D 双曲线的一支

8. (5分) (2015•浙江) 设实数  $a, b, t$  满足  $|a+1|=|\sin b|=t$ . ( )

- A 若  $t$  确定, 则  $b^2$  唯一确定      B 若  $t$  确定, 则  $a^2+2a$  唯一确定  
C 若  $t$  确定, 则  $\sin \frac{b}{2}$  唯一确定      D 若  $t$  确定, 则  $a^2+a$  唯一确定

二、填空题 (本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单空题每题 4 分, 共 36 分)

9. (6分) (2015•浙江) 计算:  $\log_2 \frac{\sqrt{2}}{2} =$  \_\_\_\_\_,  $2^{\log_2 3 + \log_4 3} =$  \_\_\_\_\_.

10. (6分) (2015•浙江) 已知  $\{a_n\}$  是等差数列, 公差  $d$  不为零, 若  $a_2, a_3, a_7$  成等比数列, 且  $2a_1+a_2=1$ , 则  $a_1=$  \_\_\_\_\_,  $d=$  \_\_\_\_\_.

11. (6分) (2015•浙江) 函数  $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 1$  的最小正周期是 \_\_\_\_\_, 最小值是 \_\_\_\_\_.

12. (6分) (2015•浙江) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x + \frac{6}{x} - 6, & x > 1 \end{cases}$ , 则  $f(f(-2)) =$  \_\_\_\_\_,

$f(x)$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

13. (4分) (2015•浙江) 已知  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  是平面向量, 且  $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \frac{1}{2}$ , 若平衡向量  $\vec{b}$  满足

$\vec{b} \cdot \vec{e}_1 = \vec{b} \cdot \vec{e}_2 = 1$ , 则  $|\vec{b}| =$ \_\_\_\_\_.

14. (4分) (2015•浙江) 已知实数  $x, y$  满足  $x^2 + y^2 \leq 1$ , 则  $|2x + y - 4| + |6 - x - 3y|$  的最大值是\_\_\_\_\_.

15. (4分) (2015•浙江) 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的右焦点  $F(c, 0)$  关于直线  $y = \frac{b}{c}x$  的对称点  $Q$  在椭圆上, 则椭圆的离心率是\_\_\_\_\_.

**三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

16. (14分) (2015•浙江) 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\tan(\frac{\pi}{4} + A) = 2$ .

(I) 求  $\frac{\sin 2A}{\sin 2A + \cos^2 A}$  的值;

(II) 若  $B = \frac{\pi}{4}$ ,  $a = 3$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

17. (15分) (2015•浙江) 已知数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  满足  $a_1 = 2, b_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ),  $b_1 + \frac{1}{2}b_2 +$

$\frac{1}{3}b_3 + \dots + \frac{1}{n}b_n = b_{n+1} - 1$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

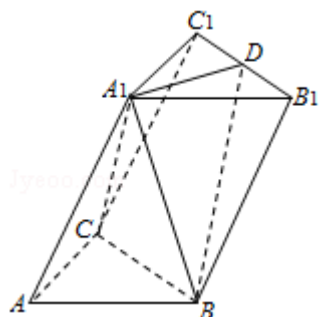
(I) 求  $a_n$  与  $b_n$ ;

(II) 记数列  $\{a_n b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 求  $T_n$ .

18. (15分) (2015•浙江) 如图, 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC = 2$ ,  $A_1A = 4$ ,  $A_1$  在底面  $ABC$  的射影为  $BC$  的中点,  $D$  是  $B_1C_1$  的中点.

(I) 证明:  $A_1D \perp$  平面  $A_1BC$ ;

(II) 求直线  $A_1B$  和平面  $BB_1C_1C$  所成的角的正弦值.



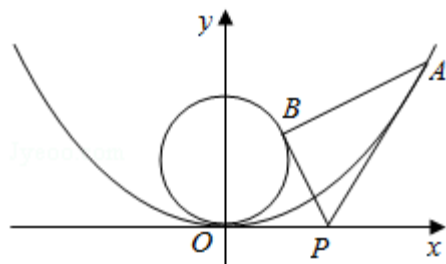
19. (15 分) (2015•浙江) 如图, 已知抛物线  $C_1: y = \frac{1}{4}x^2$ , 圆  $C_2: x^2 + (y - 1)^2 = 1$ , 过点  $P$

$(t, 0) (t > 0)$  作不过原点  $O$  的直线  $PA, PB$  分别与抛物线  $C_1$  和圆  $C_2$  相切,  $A, B$  为切点.

(I) 求点  $A, B$  的坐标;

(II) 求  $\triangle PAB$  的面积.

注: 直线与抛物线有且只有一个公共点, 且与抛物线的对称轴不平行, 则称该直线与抛物线相切, 称该公共点为切点.



20. (15 分) (2015•浙江) 设函数  $f(x) = x^2 + ax + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ).

(I) 当  $b = \frac{a^2}{4} + 1$  时, 求函数  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上的最小值  $g(a)$  的表达式.

(II) 已知函数  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上存在零点,  $0 \leq b - 2a \leq 1$ , 求  $b$  的取值范围.