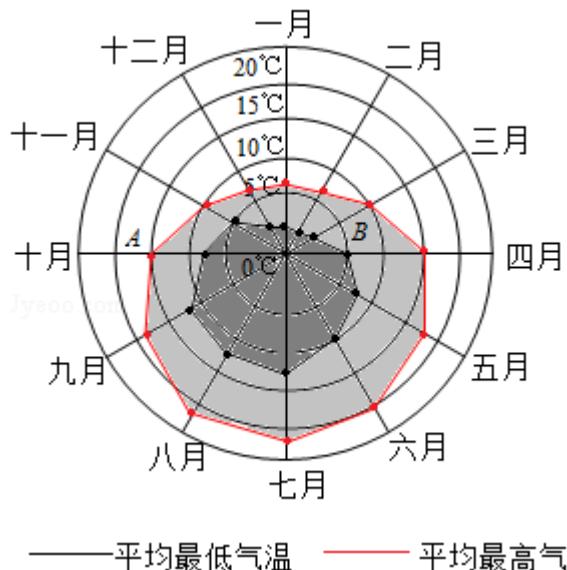


2016年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5分) 设集合 $S=\{x \mid (x-2)(x-3) \geq 0\}$, $T=\{x \mid x > 0\}$, 则 $S \cap T=$ ()
A. $[2, 3]$ B. $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$
C. $[3, +\infty)$ D. $(0, 2] \cup [3, +\infty)$
2. (5分) 若 $z=1+2i$, 则 $\frac{4i}{z \cdot z-1}=$ ()
A. 1 B. -1 C. i D. -i
3. (5分) 已知向量 $\overrightarrow{BA}=(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $\overrightarrow{BC}=(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, 则 $\angle ABC=$ ()
A. 30° B. 45° C. 60° D. 120°
4. (5分) 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图，图中A点表示十月的平均最高气温约为 15°C , B点表示四月的平均最低气温约为 5°C , 下面叙述不正确的是 ()



- 平均最低气温 — 平均最高气温
- A. 各月的平均最低气温都在 0°C 以上
B. 七月的平均温差比一月的平均温差大
C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同
D. 平均最高气温高于 20°C 的月份有5个
5. (5分) 若 $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, 则 $\cos^2 \alpha + 2 \sin 2\alpha =$ ()

A. $\frac{64}{25}$

B. $\frac{48}{25}$

C. 1

D. $\frac{16}{25}$

6. (5分) 已知 $a=\frac{4}{2^3}$, $b=\frac{2}{3^3}$, $c=\frac{1}{25^3}$, 则 ()

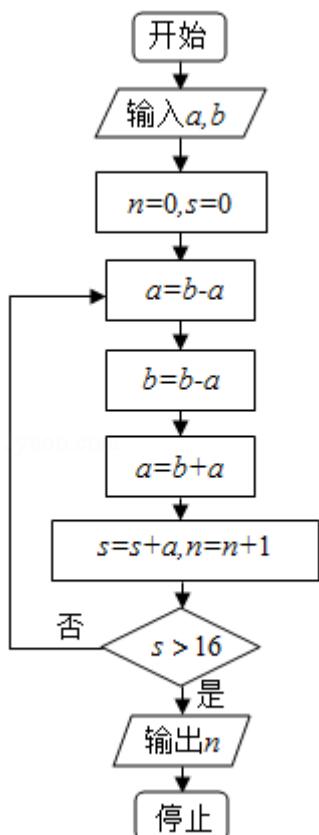
A. $b < a < c$

B. $a < b < c$

C. $b < c < a$

D. $c < a < b$

7. (5分) 执行如图程序框图, 如果输入的 $a=4$, $b=6$, 那么输出的 $n=$ ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

8. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, $B=\frac{\pi}{4}$, BC 边上的高等于 $\frac{1}{3}BC$, 则 $\cos A$ 等于 ()

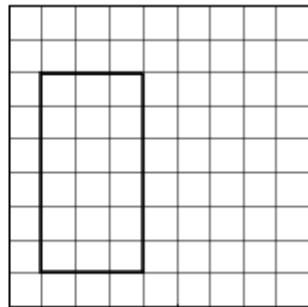
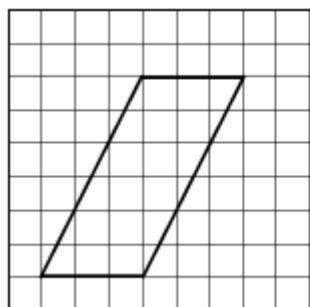
A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

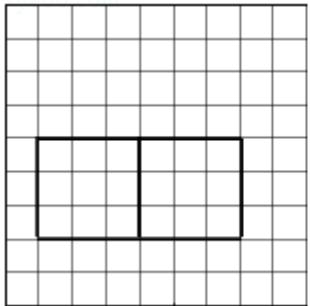
B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

D. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

9. (5分) 如图, 网格纸上小正方形的边长为1, 粗实线画出的是某多面体的三视图, 则该多面体的表面积为 ()





- A. $18+36\sqrt{5}$ B. $54+18\sqrt{5}$ C. 90 D. 81

10. (5分) 在封闭的直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 V 的球，若 $AB \perp BC$ ，

$AB=6$, $BC=8$, $AA_1=3$, 则 V 的最大值是 ()

- A. 4π B. $\frac{9\pi}{2}$ C. 6π D. $\frac{32\pi}{3}$

11. (5分) 已知O为坐标原点, F是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点, A

, B分别为C的左, 右顶点. P为C上一点, 且 $PF \perp x$ 轴, 过点A的直线l与线段PF交于点M, 与y轴交于点E. 若直线BM经过OE的中点, 则C的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

12. (5分) 定义“规范01数列” $\{a_n\}$ 如下: $\{a_n\}$ 共有 $2m$ 项, 其中 m 项为0, m 项为1, 且对任意 $k \leq 2m$, a_1, a_2, \dots, a_k 中0的个数不少于1的个数, 若 $m=4$, 则不同的“规范01数列”共有 ()

- A. 18个 B. 16个 C. 14个 D. 12个

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分.

13. (5分) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geqslant 0 \\ x-2y \leqslant 0 \\ x+2y-2 \leqslant 0 \end{cases}$, 则 $z=x+y$ 的最大值为_____.

14. (5分) 函数 $y=\sin x - \sqrt{3}\cos x$ 的图象可由函数 $y=\sin x + \sqrt{3}\cos x$ 的图象至少向右平移_____个单位长度得到.

15. (5分) 已知 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = \ln(-x) + 3x$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, -3)$ 处的切线方程是_____.

16. (5分) 已知直线l: $mx+y+3m-\sqrt{3}=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于A, B两点, 过A, B

分别作l的垂线与x轴交于C, D两点, 若 $|AB|=2\sqrt{3}$, 则 $|CD|=$ _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前n项和 $S_n=1+\lambda a_n$, 其中 $\lambda \neq 0$.

(1) 证明 $\{a_n\}$ 是等比数列, 并求其通项公式;

(2) 若 $S_5=\frac{31}{32}$, 求 λ .

18. (12分) 如图是我国2008年至2014年生活垃圾无害化处理量(单位:亿吨)的折线图.

注: 年份代码1 - 7分别对应年份2008 - 2014.

(I) 由折线图看出, 可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系, 请用相关系数加以证明;

(II) 建立 y 关于 t 的回归方程(系数精确到0.01), 预测2016年我国生活垃圾无害化处理量.

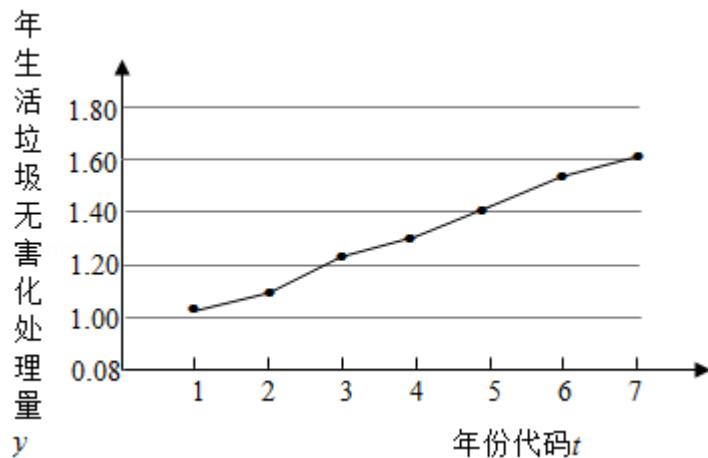
附注:

参考数据: $\sum_{i=1}^7 y_i = 9.32$, $\sum_{i=1}^7 t_i y_i = 40.17$, $\sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2} = 0.55$, $\sqrt{7} \approx 2.646$.

参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$,

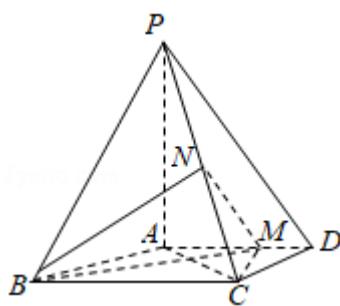
回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$



19. (12分) 如图, 四棱锥P - ABCD中, PA⊥底面ABCD, AD||BC, AB=AD=AC=3, PA=BC=4, M为线段AD上一点, AM=2MD, N为PC的中点.

- (1) 证明: MN||平面PAB;
 (2) 求直线AN与平面PMN所成角的正弦值.



20. (12分) 已知抛物线C: $y^2=2x$ 的焦点为F, 平行于x轴的两条直线 l_1 , l_2 分别交C于A, B两点, 交C的准线于P, Q两点.

- (I) 若F在线段AB上, R是PQ的中点, 证明AR \parallel FQ;
(II) 若 $\triangle PQF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 的面积的两倍, 求AB中点的轨迹方程.

21. (12分) 设函数 $f(x) = a\cos 2x + (a - 1)(\cos x + 1)$, 其中 $a > 0$, 记 $|f(x)|$ 的最大值为A.

- (I) 求 $f'(x)$;
(II) 求A;
(III) 证明: $|f'(x)| \leq 2A$.

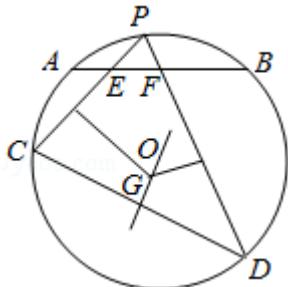
请考生在第22-

24题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-

1：几何证明选讲】

22. (10分) 如图， $\odot O$ 中 \widehat{AB} 的中点为P，弦PC，PD分别交AB于E，F两点。

- (1) 若 $\angle PFB=2\angle PCD$ ，求 $\angle PCD$ 的大小；
- (2) 若EC的垂直平分线与FD的垂直平分线交于点G，证明： $OG \perp CD$ 。



[选修4-4：坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系xOy中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$ （ α 为参数），以

坐标原点为极点，以x轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$ 。

- (1) 写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；
- (2) 设点P在 C_1 上，点Q在 C_2 上，求 $|PQ|$ 的最小值及此时P的直角坐标。

[选修4-5：不等式选讲]

24. 已知函数 $f(x) = |2x - a| + a$.

(1) 当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集；

(2) 设函数 $g(x) = |2x - 1|$ ，当 $x \in \mathbb{R}$ 时， $f(x) + g(x) \geq 3$ ，求 a 的取值范围.