

2009年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)文科数学

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A = \{0, 2, a\}$, $B = \{1, a^2\}$, 若 $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$, 则 a 的值为()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

2. 复数 $\frac{3-i}{1-i}$ 等于()

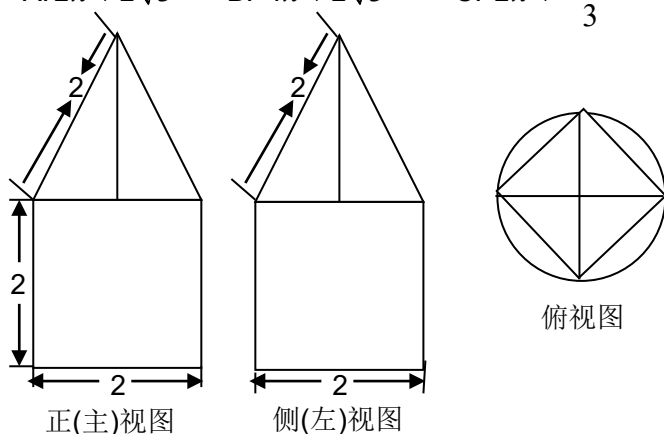
- A. $1+2i$ B. $1-2i$ C. $2+i$ D. $2-i$

3. 将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 再向上平移1个单位, 所得图象的函数解析式是()

- A. $y = 2\cos^2 x$ B. $y = 2\sin^2 x$ C. $y = 1 + \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ D. $y = \cos 2x$

4. 一空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为().

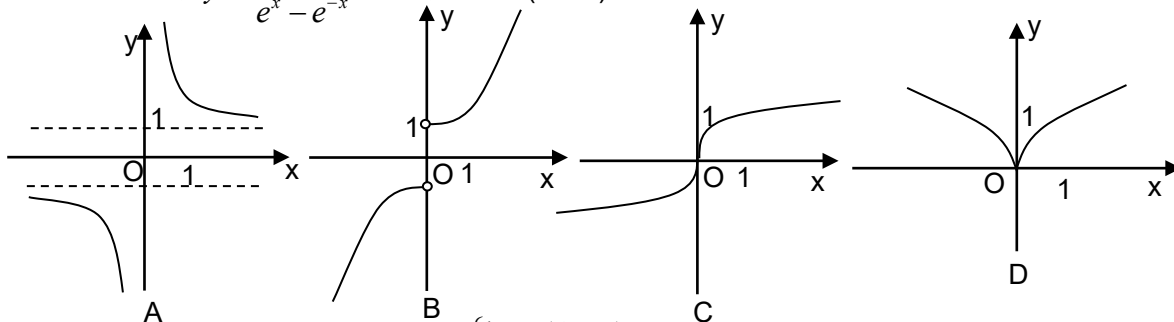
- A. $2\pi + 2\sqrt{3}$ B. $4\pi + 2\sqrt{3}$ C. $2\pi + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $4\pi + \frac{2\sqrt{3}}{3}$



5. 在 \mathbb{R} 上定义运算 \odot : $a \odot b = ab + 2a + b$, 则满足 $x \odot (x-2) < 0$ 的实数 x 的取值范().

- A. (0, 2) B. (-2, 1) C. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ D. (-1, 2)

6. 函数 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ 的图像大致为().



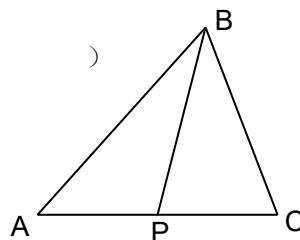
7. 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(4-x), & x \leq 0 \\ f(x-1) - f(x-2), & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(3)$ 的值为()

A.-1 B. -2 C.1 D. 2

8. 设P是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点, $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BP}$, 则 ()

A. $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = 0$ B. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = 0$

C. $\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PA} = 0$ D. $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = 0$



第8题图

9. 已知 α, β 表示两个不同的平面, m 为平面 α 内的一条直线,

则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $m \perp \beta$ ”的()

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10.

设斜率为2的直线 l 过抛物线 $y^2 = ax$ ($a \neq 0$)的焦点F, 且和 y 轴交于点A, 若 $\triangle OAF$ (O为坐标原点)的面积为4, 则抛物线方程为()

A. $y^2 = \pm 4x$ B. $y^2 = \pm 8x$ C. $y^2 = 4x$ D. $y^2 = 8x$

11. 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上随机取一个数 x , $\cos x$ 的值介于0到 $\frac{1}{2}$ 之间的概率为().

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{\pi}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

12. 已知定义在 \mathbb{R} 上的奇函数 $f(x)$, 满足 $f(x-4) = -f(x)$, 且在区间 $[0, 2]$ 上是增函数, 则().

A. $f(-25) < f(11) < f(80)$ B. $f(80) < f(11) < f(-25)$

C. $f(11) < f(80) < f(-25)$ D. $f(-25) < f(80) < f(11)$

第II卷

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分。

13. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 7, a_5 = a_2 + 6$,

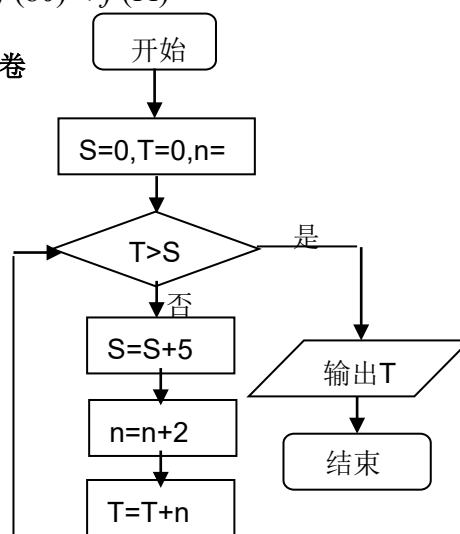
则 $a_6 =$ _____.

14. 若函数 $f(x) = a^x - x - a$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)有两个零点,

则实数 a 的取值范围是_____.

15. 执行右边的程序框图, 输出的 $T =$ _____.

16. 某公司租赁甲、乙两种设备生产A、B两类产品, 甲种设备每天能生产A类产品5件和B类产品10件, 乙种设备每天能生产A类产品6件和B类产品20件. 已知设备甲每天的租赁费为200元, 设备乙每天的租赁费为300元



,现该公司至少要生产A类产品50件,B类产品140件,所需租赁费最少为_____元.

三、解答题：本大题共6小题，共74分。

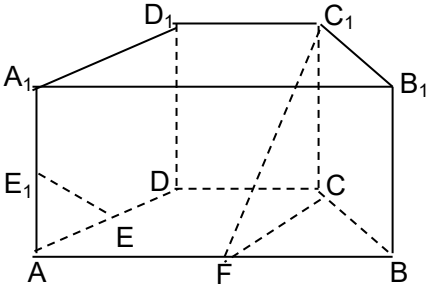
17.(本小题满分12分)设函数 $f(x)=2\sin x \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \cos x \sin \varphi - \sin x (0 < \varphi < \pi)$ 在 $x = \pi$ 处取最小值.

(1) 求 φ 的值;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 已知 $a = 1, b = \sqrt{2}, f(A) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求角 C .

18. (本小题满分12分)

如图, 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为等腰梯形, $AB \parallel CD$, $AB=4$, $BC=CD=2$, $AA_1=2$, E, E_1 分别是棱 AD, AA_1 的中点



(Ⅰ) 设 F 是棱 AB 的中点, 证明: 直线 $EE_1 \parallel$ 平面 FCC_1 ;

(Ⅱ) 证明: 平面 $D_1AC \perp$ 平面 BB_1C_1C .

19. (本小题满分12分)

一汽车厂生产A,B,C三类轿车,每类轿车均有舒适型和标准型两种型号,某月的产量如下表(单位:辆):

	轿车A	轿车B	轿车C
舒适型	100	150	z
标准型	300	450	600

按类型分层抽样的方法在这个月生产的轿车中抽取50辆,其中有A类轿车10辆.

(1) 求 z 的值

(2) 用分层抽样的方法在C类轿车中抽取一个容量为5的样本.将该样本看成一个总体,从中任取2辆,求至少有1辆舒适型轿车的概率;

(3) 用随机抽样的方法从B类舒适型轿车中抽取8辆,经检测它们的得分如下:9.4, 8.6, 9.2, 9.6, 8.7, 9.3, 9.0, 8.2.把这8辆轿车的得分看作一个总体,从中任取一个数,求该数与样本平均数之差的绝对值不超过0.5的概率.

20. (本小题满分12分)

等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知对任意的 $n \in N^+$, 点 (n, S_n) , 均在函数 $y = b^x + r (b > 0$ 且 $b \neq 1, b, r$ 均为常数) 的图像上

(1) 求 r 的值;

(11) 当 $b=2$ 时, 记 $b_n = \frac{n+1}{4a_n} (n \in N^+)$ 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 + bx^2 + x + 3$, 其中 $a \neq 0$.

(1) 当 a, b 满足什么条件时, $f(x)$ 取得极值?

(2) 已知 $a > 0$, 且 $f(x)$ 在区间 $(0, 1]$ 上单调递增, 试用 a 表示出 b 的取值范围.

22. (本小题满分14分)

设 $m \in R$, 在平面直角坐标系中, 已知向量 $\vec{a} = (mx, y+1)$, 向量 $\vec{b} = (x, y-1)$, $\vec{a} \perp \vec{b}$, 动点 $M(x, y)$ 的轨迹为 E .

(1) 求轨迹 E 的方程, 并说明该方程所表示曲线的形状;

(2) 已知 $m = \frac{1}{4}$, 证明: 存在圆心在原点的圆, 使得该圆的任意一条切线与轨迹 E 恒有两个交点 A, B , 且

$OA \perp OB$ (O 为坐标原点), 并求出该圆的方程;

(3) 已知 $m = \frac{1}{4}$, 设直线 l 与圆 $C: x^2 + y^2 = R^2$ ($1 < R < 2$) 相切于 A_1 , 且 l 与轨迹 E 只有一个公共点 B_1 , 当 R 为何值时, $|A_1B_1|$ 取得最大值? 并求最大值.