

2014 年普通高等学校招生全国统一考试 (重庆卷)

数学试题 (理工农医类)

一.选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 复平面内表示复数 $i(1-2i)$ 的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

2. 对任意等比数列 $\{a_n\}$, 下列说法一定正确的是 ()

- A. a_1, a_3, a_9 成等比数列 B. a_2, a_3, a_6 成等比数列
C. a_2, a_4, a_8 成等比数列 D. a_3, a_6, a_9 成等比数列

3. 已知变量 x 与 y 正相关, 且由观测数据算得样本平均数 $\bar{x} = 3$, $\bar{y} = 3.5$, 则由该观测的数据算得的线性回归方程可能是 ()

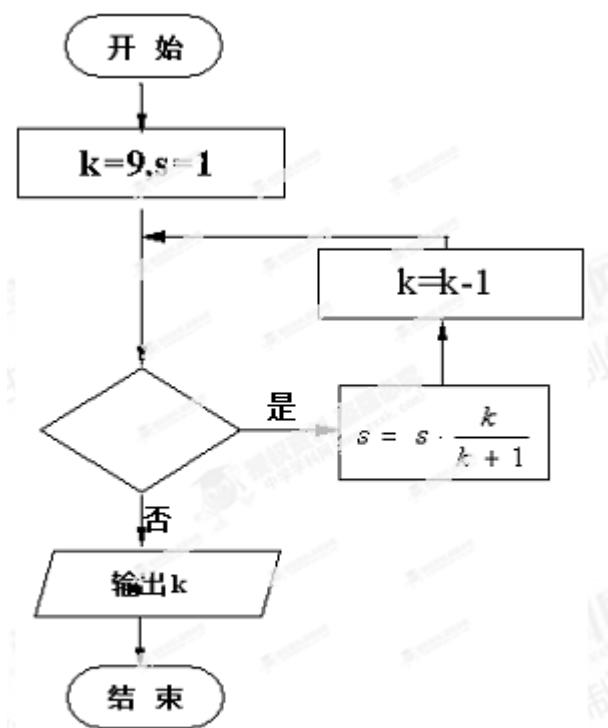
- A. $\hat{y} = 0.4x + 2.3$ B. $\hat{y} = 2x - 2.4$
C. $\hat{y} = -2x + 9.5$ D. $\hat{y} = -0.3x + 4.4$

4. 已知向量 $\vec{a} = (k, 3)$, $\vec{b} = (1, 4)$, $\vec{c} = (2, 1)$, 且 $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \perp \vec{c}$, 则实数 $k =$ ()

- A. $-\frac{9}{2}$ B. 0 C. 3 D. $\frac{15}{2}$

5. 执行如题 (5) 图所示的程序框图, 若输出 k 的值为 6, 则判断框内可填入的条件是 ()

- A. $s > \frac{1}{2}$ B. $s > \frac{3}{5}$ C. $s > \frac{7}{10}$ D. $s > \frac{4}{5}$



题(5)图

6. 已知命题

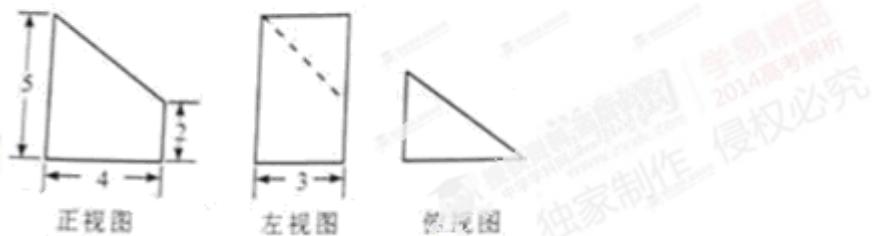
p : 对任意 $x \in R$, 总有 $2^x > 0$;

q : " $x > 1$ " 是 " $x > 2$ " 的充分不必要条件

则下列命题为真命题的是 ()

- A. $p \wedge q$ B. $\neg p \wedge \neg q$ C. $\neg p \wedge q$ D. $p \wedge \neg q$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ()



- A. 54 B. 60 C. 66 D. 72

8. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 双曲线上存在一点 P 使得

$|PF_1| + |PF_2| = 3b$, $|PF_1| \cdot |PF_2| = \frac{9}{4}ab$, 则该双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 3

9. 某次联欢会要安排 3 个歌舞类节目、2 个小品类节目和 1 个相声类节目的演出顺序，则同类节目不相邻的排法种数是 ()

- A. 72 B. 120 C. 144 D. 168

10. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 满足 $\sin 2A + \sin(A - B + C) = \sin(C - A - B) + \frac{1}{2}$, 面积 S 满足

$1 \leq S \leq 2$, 记 a, b, c 分别为 A, B, C 所对的边, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $bc(b+c) > 8$ B. $ac(a+b) > 16\sqrt{2}$ C. $6 \leq abc \leq 12$ D. $12 \leq abc \leq 24$

二、填空题.

11. 设全集 $U = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 函数 $f(x) = \log_2 \sqrt{x} \cdot \log_{\sqrt{2}}(2x)$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知直线 $ax + y - 2 = 0$ 与圆心为 C 的圆 $(x-1)^2 + (y-a)^2 = 4$ 相交于 A, B 两点, 且 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

考生注意: 14、15、16 三题为选做题, 请从中任选两题作答, 若三题全做, 则按前两题给分.

14. 过圆外一点 P 作圆的切线 PA (A 为切点), 再作割线 PBC 分别交圆于 B, C , 若 $PA = 6$,

$AC = 8$, $BC = 9$, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,

曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \sin^2 \theta - 4 \cos \theta = 0$ ($\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$), 则直线 l 与曲线 C 的公共点的极径 $\rho = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 若不等式 $|2x-1| + |x+2| \geq a^2 + \frac{1}{2}a + 2$ 对任意实数 x 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称, 且图像上相邻两个最高点的距离为 π .

(I) 求 ω 和 φ 的值;

(II) 若 $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{3}\right)$, 求 $\cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)$ 的值.

18. (本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

一盒中装有 9 张各写有一个数字的卡片, 其中 4 张卡片上的数字是 1, 3 张卡片上的数字是 2, 2 张卡片上的数字是 3, 从盒中任取 3 张卡片.

(I) 求所取 3 张卡片上的数字完全相同的概率;

(II) X 表示所取 3 张卡片上的数字的中位数, 求 X 的分布列与数学期望.

(注: 若三个数 a, b, c 满足 $a \leq b \leq c$, 则称 b 为这三个数的中位数).

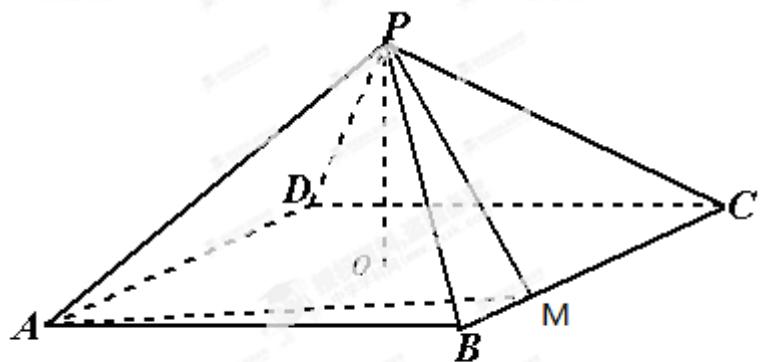
19. (本小题满分 13 分, (I) 小问 6 分, (II) 小问 7 分)

如题(19)图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是以 O 为中心的菱形, $PO \perp$ 底面 $ABCD$,

$AB = 2$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, M 为 BC 上一点, 且 $BM = \frac{1}{2}$, $MP \perp AP$.

(I) 求 PO 的长;

(II) 求二面角 $A-PM-C$ 的正弦值.



题(19)图

20. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 3 分, (III) 小问 5 分)

已知函数 $f(x) = ae^{2x} - be^{-2x} - cx$ ($a, b, c \in R$) 的导函数 $f'(x)$ 为偶函数, 且曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线的斜率为 $4 - c$.

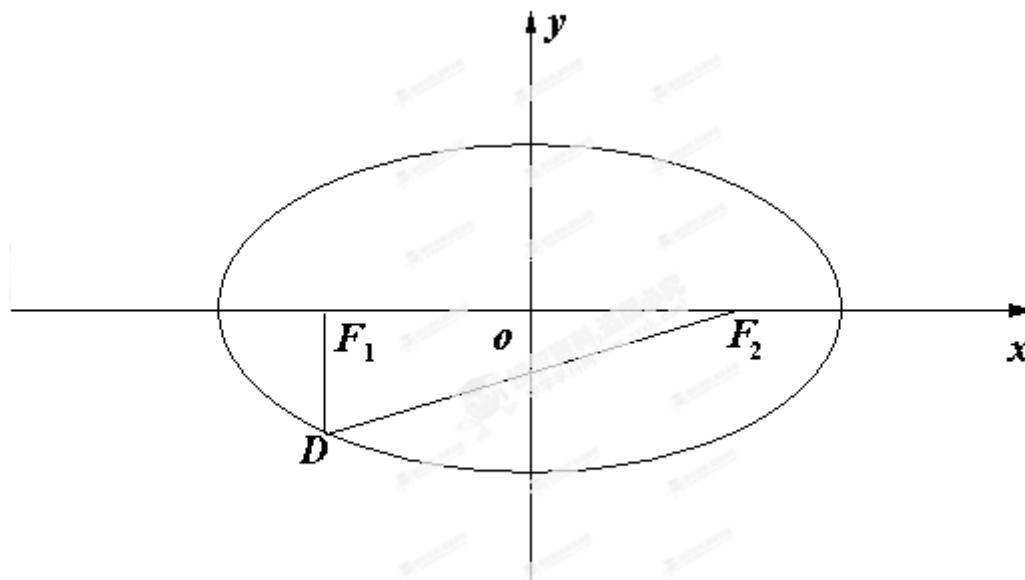
- (I) 确定 a, b 的值；
 (II) 若 $c = 3$, 判断 $f(x)$ 的单调性；
 (III) 若 $f(x)$ 有极值, 求 c 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 D 在椭圆上,

$DF_1 \perp F_1F_2$, $\frac{|F_1F_2|}{|DF_1|} = 2\sqrt{2}$, ΔDF_1F_2 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- (I) 求该椭圆的标准方程;
 (II) 设圆心在 y 轴上的圆与椭圆在 x 轴的上方有两个交点, 且圆在这两个交点处的两条切线相互垂直并分别过不同的焦点, 求圆的半径..



题 (21) 图

22. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

设 $a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 - 2a_n + 2} + b (n \in N^*)$

(I) 若 $b = 1$, 求 a_2, a_3 及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $b = -1$, 问: 是否存在实数 c 使得 $a_{2n} < c < a_{2n+1}$ 对所有 $n \in N^*$ 成立? 证明你的结论.

