绝密★启用前

# 2024年普通高等学校招生全国统一考试

# 全国甲卷文科数学

使用范围：陕西、宁夏、青海、内蒙古、四川

注意事项：

1．答题前，务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上．

2．答选择题时，必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号．

3．答非选择题时，必须使用0.5毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上．

4．所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效．

5．考试结束后，只将答题卡交回．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 集合 $A=\{1,2,3,4,5,9\}$， $B=\{x|x+1\in A\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{1,2,3\}$　　C. $\{3,4\}$　　D. $\{1,2,9\}$

2. 设 $z=\sqrt{2}\mathrm{i}$，则 $z\cdot\overline{z}=$（　　）

A. -i　　B. 1　　C. -1　　D. 2

3. 若实数 $x,y$ 满足约束条件 $\begin{cases}4x-3y-3\geq 0\\ x-2y-2\leq 0\\ 2x+6y-9\leq 0\end{cases}$，则 $z=x-5y$ 的最小值为（　　）

A. $5$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-2$　　D. $-\frac{7}{2}$

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，若 $S_9=1$， $a_3+a_7=$（　　）

A. $-2$　　B. $\frac{7}{3}$　　C. 1　　D. $\frac{2}{9}$

5. 甲、乙、丙、丁四人排成一列，丙不在排头，且甲或乙在排尾的概率是（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

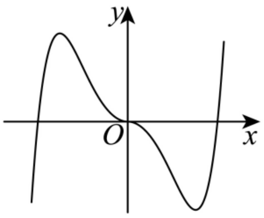
6. 已知双曲线 $C:\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的上、下焦点分别为 $F_1(0,4),F_2(0,-4)$，点 $P(-6,4)$ 在该双曲线上，则该双曲线的离心率为（　　）

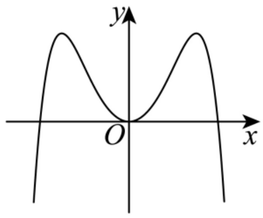
A. 4　　　　B. 3　　　　C. 2　　　　D. $\sqrt{2}$

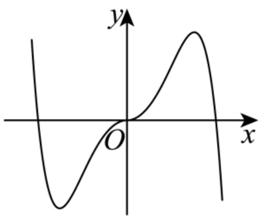
7. 曲线 $f\left(x\right)=x^{6}+3x-1$ 在 $\left(0,-1\right)$ 处的切线与坐标轴围成的面积为（　　）

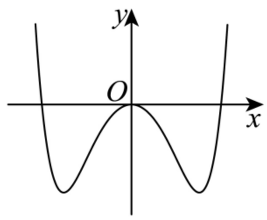
A. $\frac{1}{6}$　　　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　C. $\frac{1}{2}$　　　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 函数 $f\left(x\right)=-x^{2}+\left(\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}\right)\sin x$ 在区间 $[-2.8,2.8]$ 的大致图像为（　　）

A. 


B. 


C. 


D. 


9. 已知 $\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\sqrt{3}$，则 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$（　　）

A. $2\sqrt{3}+1$　　　　B. $2\sqrt{3}-1$　　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　D. $1-\sqrt{3}$

原 10 题略

10. 设 $\alpha$、$\beta$ 是两个平面，$m$、$n$ 是两条直线，且 $\alpha\cap\beta=m$.下列四个命题：

①若 $m//n$，则 $n//\alpha$ 或 $n//\beta$　　　　②若 $m\perp n$，则 $n\perp\alpha,n\perp\beta$

③若 $n//\alpha$，且 $n//\beta$，则 $m//n$　　　　④若 $n$ 与 $\alpha$ 和 $\beta$ 所成的角相等，则 $m\perp n$

其中所有真命题的编号是（　　）

A. ①③　　　　B. ②④　　　　C. ①②③　　　　D. ①③④

11. 在 $\triangle ABC$ 中内角 $A,B,C$ 所对边分别为 $a,b,c$，若 $B=\frac{\pi}{3}$，$b^{2}=\frac{9}{4}ac$，则 $\sin A+\sin C=$（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　　　B. $\sqrt{2}$　　　　C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$　　　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

原 13 题略

12. 函数 $f\left(x\right)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上的最大值是______.

13. 已知 $a>1$，$\dfrac{1}{\log_8 a}-\dfrac{1}{\log_a 4}=-\dfrac{5}{2}$，则 $a=$______.

14. 曲线 $y=x^3-3x$ 与 $y=-\left(x-1\right)^2+a$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上有两个不同的交点，则 $a$ 的取值范围为______.

**三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第 17 题第 21 题为必考题，每个考题考生必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．**

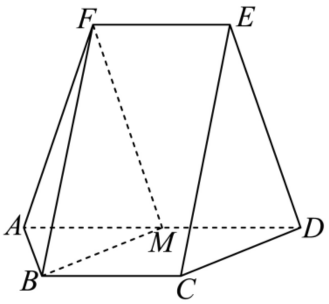
**（一）必考题：共 60 分．**

15. 已知等比数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，且 $2S_n=3a_{n+1}-3$.

（1）求 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{S_n\right\}$ 的通项公式.

16. 如图，在以 $A$，$B$，$C$，$D$，$E$，$F$ 为顶点的五面体中，四边形 $ABCD$ 与四边形 $ADEF$ 均为等腰梯形，$BC//AD,EF//AD$，$AD=4,AB=BC=EF=2$，$ED=\sqrt{10},FB=2\sqrt{3}$，$M$ 为 $AD$ 的中点.




（1）证明：$BM//$ 平面 $CDE$；

（2）求点 $M$ 到 $ABF$ 的距离.

17. 已知函数 $f\left(x\right)=a\left(x-1\right)-\ln x+1$.

（1）求 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

（2）若 $a\le 2$ 时，证明：当 $x>1$ 时，$f\left(x\right)<\mathrm{e}^{x-1}$ 恒成立.

18. 设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F$，点 $M\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$ 在 $C$ 上，且 $MF\perp x$ 轴.

（1）求 $C$ 的方程；

（2）过点 $P\left(4,0\right)$ 的直线与 $C$ 交于 $A,B$ 两点，$N$ 为线段 $FP$ 的中点，直线 $NB$ 交直线 $MF$ 于点 $Q$，证明：$AQ\perp y$ 轴.

**（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，并用 2B 铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分．**

19. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，以坐标原点 $O$ 为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho=\rho\cos\theta+1$．

（1）写出 $C$ 的直角坐标方程；

（2）设直线 $l$：$\begin{cases}x=t\\y=t+a\end{cases}$（$t$ 为参数），若 $C$ 与 $l$ 相交于 $A$、$B$ 两点，若 $\left|AB\right|=2$，求 $a$ 的值.

20. 实数 $a,b$ 满足 $a+b\geq 3$．

（1）证明：$2a^2+2b^2>a+b$；

（2）证明：$\left|a-2b^2\right|+\left|b-2a^2\right|\geq 6$．