2008年江苏省高考数学试卷

一、填空题（共14小题，每小题5分，满分70分）

1．（5分）（2008•江苏）若函数$y=\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$（$\omega>0$）最小正周期为$\frac{\pi}{5}$，则ω=____________.

2．（5分）（2008•江苏）若将一颗质地均匀的骰子（一种各面上分别标有1，2，3，4，5，6个点的正方体玩具），先后抛掷两次，则出现向上的点数之和为4的概率是____________.

3．（5分）（2008•江苏）若将复数$\frac{1+i}{1-i}$表示为a+bi（a，b∈R，i是虚数单位）的形式，则a+b=____________.

4．（5分）（2008•江苏）若集合$A=\{x|(x-1)^2<3x+7, x\in R\}$，则A∩Z中有____________个元素.

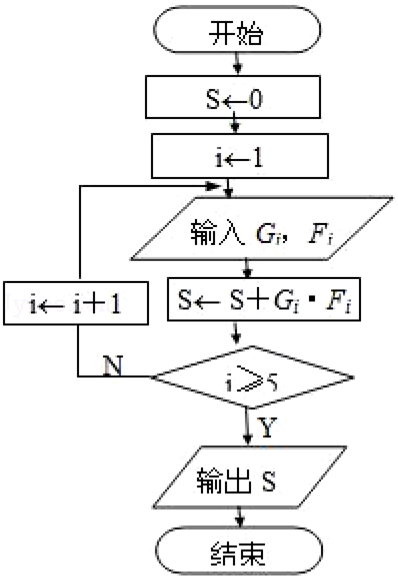
5．（5分）（2008•江苏）已知向量$\vec{a}$和$\vec{b}$的夹角为120°，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，则$|5\vec{a}-\vec{b}|$=____________.

6．（5分）（2008•江苏）在平面直角坐标系xoy中，设D是横坐标与纵坐标的绝对值均不大于2的点构成的区域，E是到原点的距离不大于1的点构成的区域，向D中随机投一点，则所投点在E中的概率是____________.

7．（5分）（2008•江苏）某地区为了解70﹣80岁的老人的日平均睡眠时间（单位：h），随机选择了50位老人进行调查，下表是这50位老人睡眠时间的频率分布表：

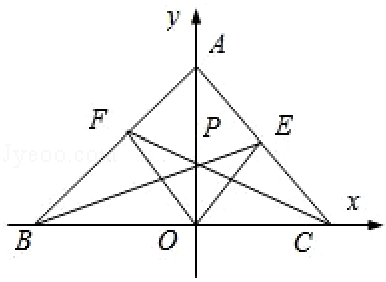
序号i	分组（睡眠时间）	组中值（G_i）	频数（人数）	频率（F_i）
1	[4，5）	4.5	6	0.12
2	[5，6）	5.5	10	0.20
3	[6，7）	6.5	20	0.40
4	[7，8）	7.5	10	0.20
5	[8，9]	8.5	4	0.08

在上述统计数据的分析中一部分计算见算法流程图，则输出的S的值为____________.



8．（5分）（2008•江苏）设直线$y=\frac{1}{2}x+b$是曲线$y=\ln x$（x＞0）的一条切线，则实数b的值为____________．

9．（5分）（2008•江苏）如图，在平面直角坐标系xoy中，设三角形ABC的顶点分别为A（0，a），B（b，0），C（c，0），点P（0，p）在线段AO上的一点（异于端点），这里a，b，c，p均为非零实数，设直线BP，CP分别与边AC，AB交于点E，F，某同学已正确求得直线OE的方程为 $(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})x+(\frac{1}{p}-\frac{1}{a})y=0$，请你完成直线OF的方程：____________．



10．（5分）（2008•江苏）将全体正整数排成一个三角形数阵：按照以上排列的规律，第n行（n≥3）从左向右的第3个数为____________．

1

2 3

4 5 6

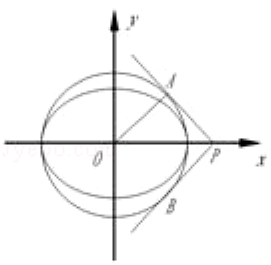
7 8 9 10

11 12 13 14 15

……………………

11．（5分）（2008•江苏）设x，y，z为正实数，满足x﹣2y+3z=0，则$\frac{y^2}{xz}$的最小值是____________．

12．（5分）（2008•江苏）在平面直角坐标系xOy中，椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的焦距为2c，以O为圆心，a为半径作圆M，若过$P(\frac{a^2}{c},0)$作圆M的两条切线相互垂直，则椭圆的离心率为____________．



13．（5分）（2008•江苏）满足条件AB=2，AC=$\sqrt{2}$BC的三角形ABC的面积的最大值是____________．

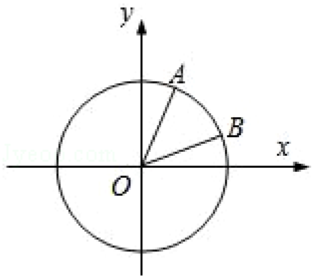
14．（5分）（2008•江苏）f（x）=ax^3﹣3x+1对于x∈[﹣1，1]总有f（x）≥0成立，则a=____________．

二、解答题（共12小题，满分90分）

15．（15分）（2008•江苏）如图，在平面直角坐标系xOy中，以Ox轴为始边作两个锐角α，β，它们的终边分别交单位圆于A，B两点．已知A，B两点的横坐标分别是$\frac{\sqrt{2}}{10}$，$\frac{2\sqrt{5}}{5}$．

（1）求tan（α+β）的值；

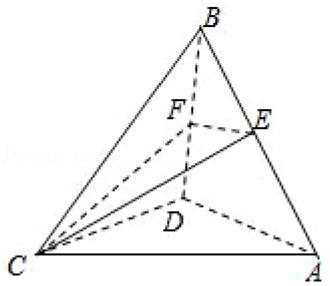
（2）求α+2β的值．



16．（15分）（2008•江苏）如图，在四面体ABCD中，CB=CD，AD⊥BD，点E，F分别是AB，BD的中点．求证：

（1）直线EF∥面ACD；

（2）平面EFC⊥面BCD．



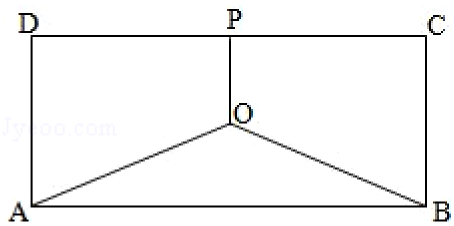
17．（15分）（2008•江苏）如图，某地有三家工厂，分别位于矩形ABCD的两个顶点A，B及CD的中点P处．AB=20km，BC=10km．为了处理这三家工厂的污水，现要在该矩形区域上（含边界）且与A，B等距的一点O处，建造一个污水处理厂，并铺设三条排污管道AO，BO，PO．记铺设管道的总长度为ykm．

（1）按下列要求建立函数关系式：

（i）设∠BAO=θ（rad），将y表示成θ的函数；

（ii）设OP=x（km），将y表示成x的函数；

（2）请你选用（1）中的一个函数关系确定污水处理厂的位置，使铺设的污水管道的总长度最短．



18．（15分）（2008•江苏）在平面直角坐标系xOy中，记二次函数f（x）=x^2+2x+b（x∈R）与两坐标轴有三个交点．经过三个交点的圆记为C．

（1）求实数b的取值范围；

（2）求圆C的方程；

（3）问圆C是否经过定点（其坐标与b的无关）？请证明你的结论．

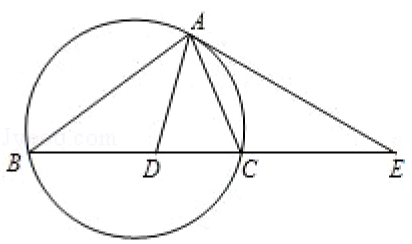
19．（15分）（2008•江苏）（1）设a_1，a_2，…，a_n是各项均不为零的n（n≥4）项等差数列，且公差d≠0，若将此数列删去某一项后得到的数列（按原来的顺序）是等比数列．

（i）当n=4时，求$\frac{a_1}{d}$的数值；

（ii）求n的所有可能值．
（2）求证：对于给定的正整数n（$n\geq 4$），存在一个各项及公差均不为零的等差数列b_1，b_2，…，b_n，其中任意三项（按原来的顺序）都不能组成等比数列．

20．（15分）（2008•江苏）已知函数$f_1(x)=3^{|x-p_1|}$，$f_2(x)=2\cdot 3^{|x-p_2|}$（x∈R，$p_1$，$p_2$为常数）．函数f（x）定义为：对每个给定的实数x，$f(x)=\begin{cases} f_1(x) & 若f_1(x)\leqslant f_2(x) \\ f_2(x) & 若f_1(x)>f_2(x) \end{cases}$
（1）求f（x）=f_1（x）对所有实数x成立的充分必要条件（用p_1，p_2表示）；
（2）设a，b是两个实数，满足a＜b，且p_1，p_2∈（a，b）．若f（a）=f（b），求证：函数f（x）在区间[a，b]上的单调增区间的长度之和为$\frac{b-a}{2}$（闭区间[m，n]的长度定义为n﹣m）

21．（2008•江苏）如图，△ABC的外接圆的切线AE与BC的延长线相交于点E，∠BAC的平分线与BC交于点D．求证：$ED^2=EB\bullet EC$．



22．（2008•江苏）在平面直角坐标系xOy中，设椭圆$4x^2+y^2=1$在矩阵$\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$对应的变换作用下得到曲线F，求F的方程．

23．（2008•江苏）在平面直角坐标系xOy中，点P（x，y）是椭圆$\frac{x^2}{3}+y^2=1$上的一个动点，求S=x+y的最大值．

24．（2008•江苏）设a，b，c为正实数，求证：$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}+abc\geqslant 2\sqrt{3}$．

25．（2008•江苏）记动点P是棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的对角线BD_1上一点，记$\frac{D_1P}{D_1B}=\lambda$．当∠APC为钝角时，求λ的取值范围．

26．（2008•江苏）请先阅读：
在等式$\cos 2x=2\cos^2x-1$（x∈R）的两边求导，得：$(\cos 2x)'=(2\cos^2x-1)'$，由求导法则，得（﹣sin2x）•2=4cosx•（﹣sinx），化简得等式：sin2x=2cosx•sinx．
（1）利用上题的想法（或其他方法），结合等式$(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+\ldots+C_n^nx^n$（x∈R，正整数$n\geq 2$），证明：$n[(1+x)^{n-1}-1]=\sum_{k=2}^{n}kC_n^kx^{k-1}$．
（2）对于正整数$n\geq 3$，求证：
（i）$\sum_{k=1}^{n}(-1)^kkC_n^k=0$；

（ii）$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k}k^{2}C_{n}^{k}=0$；

（iii）$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+1}C_{n}^{k}=\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$.