2011年辽宁高考理科数学答案

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）（2011•辽宁）a为正实数，i为虚数单位，$|\frac{a+i}{i}|=2$，则a=（　　）

A．2　B．$\sqrt{3}$　C．$\sqrt{2}$　D．1

【解答】解：∵$\frac{a+i}{i}$=1﹣ai

∴$|\frac{a+i}{i}|$=|1﹣ai|=$\sqrt{1+a^2}$=2

即a^2=3

由a为正实数

解得a=$\sqrt{3}$

故选B

2．（5分）（2011•辽宁）已知M，N为集合I的非空真子集，且M，N不相等，若N∩（$\complement_I M$）=∅，则M∪N=（　　）

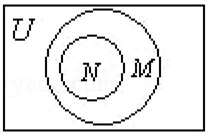
A．M　B．N　C．I　D．∅

【解答】解：利用韦恩图画出满足题意M，N为集合I的非空真子集，且M，N不相等，若N∩（$\complement_I M$）=∅的集合．

由图可得：

M∪N=M．

故选A．



3．（5分）（2011•辽宁）已知F是抛物线$y^2=x$的焦点，A，B是该抛物线上的两点，|AF|+|BF|=3，则线段AB的中点到y轴的距离为（　　）

A．$\frac{3}{4}$　B．1　C．$\frac{5}{4}$　D．$\frac{7}{4}$

【考点】抛物线的简单性质．

【专题】圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据抛物线的方程求出准线方程，利用抛物线的定义抛物线上的点到焦点的距离等于到准线的距离，列出方程求出A，B的中点横坐标，求出线段AB的中点到y轴的距离．

【解答】解：∵F是抛物线$y^2=x$的焦点，

F（$\frac{1}{4}$，0）准线方程$x=-\frac{1}{4}$，

设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

根据抛物线的定义抛物线上的点到焦点的距离等于到准线的距离$|AF|=x_1+\frac{1}{4}$，$|BF|=x_2+\frac{1}{4}$，

∴$|AF|+|BF|=x_1+\frac{1}{4}+x_2+\frac{1}{4}=3$

解得$x_1+x_2=\frac{5}{2}$，

∴线段AB的中点横坐标为$\frac{5}{4}$，

∴线段AB的中点到y轴的距离为$\frac{5}{4}$．

故选C．

【点评】本题考查解决抛物线上的点到焦点的距离问题，利用抛物线的定义将到焦点的距离转化为到准线的距离．

4．（5分）（2011•辽宁）△ABC的三个内角A、B、C所对的边分别为a，b，c，asinAsinB+b $\cos^2A=\sqrt{2}a$，则$\frac{b}{a}$=（　　）

A．$2\sqrt{3}$ B．$2\sqrt{2}$ C．$\sqrt{3}$　D．$\sqrt{2}$

【考点】正弦定理的应用．

【专题】计算题．

【分析】利用正弦定理把题设等式中的边转化成角的正弦，化简整理可气的sinA和sinB的关系，最后利用正弦定理求得a和b的比．

【解答】解：∵$a\sin A\sin B+b\cos^2A=\sqrt{2}a$

∴由正弦定理可知$\sin^2A\sin B+\sin B\cos^2A=\sqrt{2}\sin A$

∴$\sin B(\sin^2A+\cos^2A)=\sin B=\sqrt{2}\sin A$

∴$\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{b}{a}=\sqrt{2}$

选D

【点评】本题主要考查了正弦定理的应用．考查了利用正弦定理进行边角问题的互化．

5．（5分）（2011•辽宁）从1，2，3，4，5中任取2个不同的数，事件A：“取到的2个数之和为偶数”，事件B：“取到的2个数均为偶数”，则P（B|A）=（　　）

A．$\frac{1}{8}$　B．$\frac{1}{4}$　C．$\frac{2}{5}$　D．$\frac{1}{2}$

【考点】条件概率与独立事件．

【专题】计算题．

【分析】用列举法求出事件A=“取到的2个数之和为偶数”所包含的基本事件的个数，求p（A），同理求出P（AB），根据条件概率公式P（B|A）=$\frac{p(AB)}{P(A)}$即可求得结果．

【解答】解：事件A=“取到的2个数之和为偶数”所包含的基本事件有：（1，3）、（1，5）、（3，5）、（2，4），

$\therefore p（A）=\frac{2}{5}$,

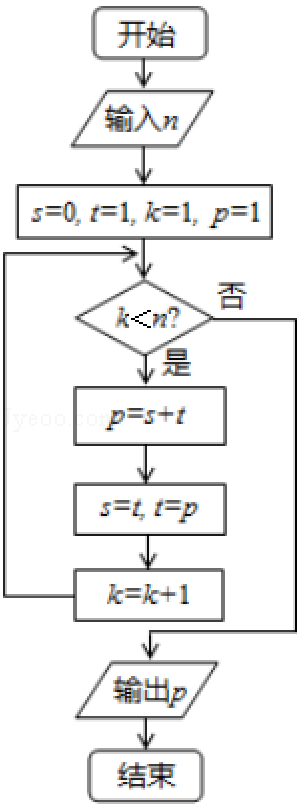
事件B="取到的2个数均为偶数"所包含的基本事件有（2，4），$\therefore P（AB）=\frac{1}{10}$

$\therefore P（B|A）=\frac{p（AB）}{P（A）}=\frac{1}{4}$.

故选B.

【点评】此题是个基础题．考查条件概率的计算公式，同时考查学生对基础知识的记忆、理解和熟练程度．

6．（5分）（2011•辽宁）执行如图的程序框图，如果输入的n是4，则输出的p是（　　）



A．8　　B．5　　C．3　　D．2

【考点】循环结构．

【专题】图表型．

【分析】根据输入的n是4，然后判定k=1，满足条件k＜4，则执行循环体，依此类推，当k=4，不满足条件k＜4，则退出执行循环体，求出此时p的值即可．

【解答】解：k=1，满足条件k＜4，则执行循环体，p=0+1=1，s=1，t=1

k=2，满足条件k＜4，则执行循环体，p=1+1=2，s=1，t=2

k=3，满足条件k＜4，则执行循环体，p=1+2=3，s=2，t=3

k=4，不满足条件k＜4，则退出执行循环体，此时p=3

故选：C

【点评】根据流程图计算运行结果是算法这一模块的重要题型，处理的步骤一般为：分析流程图，从流程图中即要分析出计算的类型，又要分析出参与计算的数据建立数学模型，根据第一步分析的结果，选择恰当的数学模型解模.

7．（5分）（2011•辽宁）设$\sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=\frac{1}{3}$，则$\sin2\theta=$（　　）

A．$-\frac{7}{9}$ B．$-\frac{1}{9}$ C．$\frac{1}{9}$　D．$\frac{7}{9}$

【考点】二倍角的余弦；三角函数的恒等变换及化简求值.

【专题】计算题.

【分析】根据两角和的正弦函数公式和特殊角的三角函数值化简已知条件，然后两边平方利用同角三角函数间的基本关系及二倍角的正弦函数公式化简，即可$\sin2\theta$的值.

【解答】解：由$\sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=\sin\frac{\pi}{4}\cos\theta+\cos\frac{\pi}{4}\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\theta+\cos\theta)=\frac{1}{3}$，

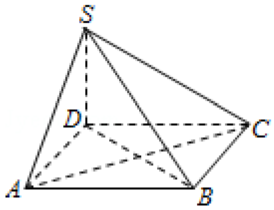
两边平方得：$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{2}{9}$，即$2\sin\theta\cos\theta=-\frac{7}{9}$，

则$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=-\frac{7}{9}$.

故选A

【点评】此题考查学生灵活运用二倍角的正弦函数公式、两角和与差的正弦函数公式及特殊角的三角函数值化简求值，是一道基础题.

8．（5分）（2011•辽宁）如图，四棱锥S－ABCD的底面为正方形，SD⊥底面ABCD，则下列结论中不正确的是（　　）



A．AC⊥SB

B．AB∥平面SCD

C．SA与平面SBD所成的角等于SC与平面SBD所成的角

D．AB与SC所成的角等于DC与SA所成的角

【考点】直线与平面垂直的性质．

【专题】综合题；探究型．

【分析】根据SD⊥底面ABCD，底面ABCD为正方形，以及三垂线定理，易证AC⊥SB，根据线面平行的判定定理易证AB∥平面SCD，根据直线与平面所成角的定义，可以找出∠ASO是SA与平面SBD所成的角，∠CSO是SC与平面SBD所成的角，根据三角形全等，证得这两个角相等；异面直线所成的角，利用线线平行即可求得结果．

【解答】解：∵SD⊥底面ABCD，底面ABCD为正方形，

∴连接BD，则BD⊥AC，根据三垂线定理，可得AC⊥SB，故A正确；

∵AB∥CD，AB⊄平面SCD，CD⊂平面SCD，

∴AB∥平面SCD，故B正确；

∵SD⊥底面ABCD，

∠ASO是SA与平面SBD所成的角，∠CSO是SC与平面SBD所成的，

而△SAO≌△CSO，

∴∠ASO=∠CSO，即SA与平面SBD所成的角等于SC与平面SBD所成的角，故C正确；

∵AB∥CD，∴AB与SC所成的角是∠SCD，DC与SA所成的角是∠SAB，

而这两个角显然不相等，故D不正确；

故选D.

【点评】此题是个中档题．考查线面垂直的性质定理和线面平行的判定定理，以及直线与平面所成的角，异面直线所成的角等问题，综合性强．

9．（5分）（2011•辽宁）设函数f（x）=$\begin{cases}2^{1-x}, & x\leqslant 1\\ 1-\log_2 x, & x>1\end{cases}$，则满足f（x）≤2的x的取值范围是（　　）

A．[﹣1，2] B．[0，2]　C．[1，+∞）　　D．[0，+∞）

【考点】对数函数的单调性与特殊点．

【专题】分类讨论．

【分析】分类讨论：①当x≤1时；②当x＞1时，再按照指数不等式和对数不等式求解，最后求出它们的并集即可．

【解答】解：当x≤1时，2^{1-x}≤2的可变形为1﹣x≤1，x≥0，

∴0≤x≤1．

当x＞1时，1﹣$\log_2 x$≤2的可变形为x≥$\frac{1}{2}$，

∴x≥1，

故答案为[0，+∞）．

故选D．

【点评】本题主要考查不等式的转化与求解，应该转化特定的不等式类型求解．

10．（5分）（2011•辽宁）若$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$为单位向量，且$\vec{a}\cdot\vec{b}$=0，

$(\vec{a}-\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{c})\leqslant 0$，则$|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|$的最大值为（　　）

A．$\sqrt{2}$﹣1　B．1　C．$\sqrt{2}$　D．2

【考点】平面向量数量积的运算；向量的模．

【专题】计算题；整体思想．

【分析】根据$(\vec{a}-\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{c})\leqslant 0$及$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$为单位向量，可以得到

$\vec{c}\cdot(\vec{a}+\vec{b})\geqslant 1$，要求$|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|$的最大值，只需求$|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|^2$的最大值即可，然后根据数量积的运算法则展开即可求得.

【解答】解：$\because(\vec{a}-\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{c})\leqslant 0$，

即$\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{c}\cdot(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}^2\leqslant 0$，

又$\because\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$为单位向量，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

$\therefore\vec{c}\cdot(\vec{a}+\vec{b})\geqslant 1$，

而$|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2+\vec{c}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}-2\vec{c}\cdot(\vec{a}+\vec{b})$

$=3-2\vec{c}\cdot(\vec{a}+\vec{b})\leqslant 3-2=1$.

$\therefore|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|$的最大值为1.

故选B.

【点评】此题是个中档题．考查平面向量数量积的运算和模的计算问题，特别注意有关模的问题一般采取平方进行解决，考查学生灵活应用知识分析、解决问题的能力.

11．（5分）（2011•辽宁）函数f（x）的定义域为R，f（－1）=2，对任意x∈R，f′（x）＞2，则f（x）＞2x+4的解集为（　　）

A．（－1，1）　B．（－1，+∞）　C．（－∞，－1）　D．（－∞，+∞）

【考点】其他不等式的解法.

【专题】压轴题；函数思想.

【分析】把所求的不等式的右边移项到左边后，设左边的式子为F（x）构成一个函数，把x=－1代入F（x）中，由f（－1）=2出F（－1）的值，然后求出F（x）的导函数，根据f′（x）＞2，得到导函数大于0即得到F（x）在R上为增函数，根据函数的增减性即可得到F（x）大于0的解集，进而得到所求不等式的解集.

【解答】解：设F（x）=f（x）－（2x+4），

则F（﹣1）=f（﹣1）﹣（﹣2+4）=2﹣2=0，

又对任意x∈R，f′（x）＞2，所以F′（x）=f′（x）﹣2＞0，

即F（x）在R上单调递增，

则F（x）＞0的解集为（﹣1，+∞），

即f（x）＞2x+4的解集为（﹣1，+∞）.

故选B

【点评】此题考查学生灵活运用函数思想求其他不等式的解集，是一道中档题.

12．（5分）（2011•辽宁）已知球的直径SC=4，A，B是该球球面上的两点，AB=$\sqrt{3}$，∠ASC=∠BSC=30°，则棱锥S﹣ABC的体积为（　　）

A．$3\sqrt{3}$ B．$2\sqrt{3}$ C．$\sqrt{3}$ D．1

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积.

【专题】计算题；压轴题.

【分析】设球心为点O，作AB中点D，连接OD，CD，说明SC是球的直径，利用余弦定理，三角形的面积公式求出$S_{\triangle SCD}$，和棱锥的高AB，即可求出棱锥的体积.

【解答】解：设球心为点O，作AB中点D，连接OD，CD 因为线段SC是球的直径，

所以它也是大圆的直径，则易得：∠SAC=∠SBC=90°

所以在Rt△SAC中，SC=4，∠ASC=30° 得：AC=2，SA=$2\sqrt{3}$

又在Rt△SBC中，SC=4，∠BSC=30° 得：BC=2，SB=$2\sqrt{3}$ 则：SA=SB，AC=BC

因为点D是AB的中点所以在等腰三角形ASB中，SD⊥AB且SD=$\sqrt{SA^2-AD^2}$=$\sqrt{12-\frac{3}{4}}$=$\frac{3\sqrt{5}}{2}$

在等腰三角形CAB中，CD⊥AB且CD=$\sqrt{AC^2-AD^2}$=$\sqrt{4-\frac{3}{4}}$=$\frac{\sqrt{13}}{2}$

又SD交CD于点D 所以：AB⊥平面SCD 即：棱锥S﹣ABC的体积：V=$\frac{1}{3}$AB•$S_{\triangle SCD}$，

因为：SD=$\frac{3\sqrt{5}}{2}$，CD=$\frac{\sqrt{13}}{2}$，SC=4

所以由余弦定理得：cos∠SDC=（$SD^2+CD^2-SC^2$）$\frac{1}{2SD\cdot CD}$=（$\frac{45}{4}+\frac{13}{4}-16$）

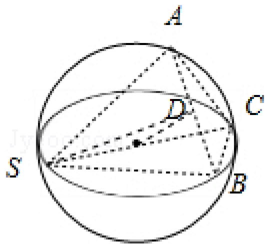
$\frac{1}{2\times\frac{3\sqrt{5}}{2}\times\frac{\sqrt{13}}{2}}=-\frac{6}{4}\frac{1}{\frac{3\sqrt{65}}{2}}=-\frac{1}{\sqrt{65}}$

则：sin∠SDC=$\sqrt{1-\cos^2\angle SDC}=\frac{8}{\sqrt{65}}$

由三角形面积公式得△SCD的面积S=$\frac{1}{2}SD\cdot CD\cdot \sin\angle SDC=\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{5}}{2}\times\frac{\sqrt{13}}{2}\times\frac{8}{\sqrt{65}}=3$

所以：棱锥S－ABC的体积：V=$\frac{1}{3}AB\cdot S_{\triangle SCD}=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times 3=\sqrt{3}$

故选C



【点评】本题是中档题，考查球的内接棱锥的体积的求法，考查空间想象能力，计算能力，有难度的题目，常考题型.

二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）

13．（5分）（2011•辽宁）已知点（2，3）在双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）上，C的焦距为4，则它的离心率为__2__.

【考点】双曲线的简单性质.

【专题】计算题.

【分析】根据：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$判断该双曲线的焦点在x轴上，且C的焦距为4，可以求出焦点坐标，根据双曲线的定义可求a，利用离心率的公式即可求出它的离心率.

【解答】解：∵$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$=1，C的焦距为4，

∴F_1（﹣2，0），F_2（2，0），

∵点（2，3）在双曲线C上，

∴2a=$\sqrt{(-2-2)^2+(-3)^2}-3$=2，

∴a=1，

∴e=$\frac{c}{a}$=2．

故答案为2．

【点评】此题是个基础题．考查双曲线的定义和标准方程以及简单的几何性质，同时也考查了学生的运算能力．

14．（5分）（2011•辽宁）调查了某地若干户家庭的年收x（单位：万元）和年饮食支出y（单位：万元），调查显示年收入x与年饮食支出y具有线性相关关系，并由调查数据得到y对x的回归直线方程$\hat{y}=0.254x+0.321$．由回归直线方程可知，家庭年收入每增加1万元，年饮食支出平均增加 0.254 万元．

【考点】线性回归方程．

【专题】计算题．

【分析】写出当自变量增加1时的预报值，用这个预报值去减去自变量x对应的值，得到家庭年收入每增加1万元，年饮食支出平均增加的数字，得到结果．

【解答】解：∵对x的回归直线方程$\hat{y}=0.254x+0.321$．

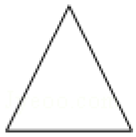
∴$\hat{y}_1$=0.254（x+1）+0.321，

∴$\hat{y}_1-\hat{y}$=0.254（x+1）+0.321﹣0.254x﹣0.321=0.254．

故答案为：0.254．

【点评】本题考查线性回归方程，考查线性回归方程的应用，用来预报当自变量取某一个数值时对应的y的值，注意本题所说的是平均增，注意叙述正确.

15. （5分）（2011•辽宁）一个正三棱柱的侧棱长和底面边长相等，体积为$2\sqrt{3}$，它的三视图中的俯视图如图所示，左视图是一个矩形，则这个矩形的面积是__$2\sqrt{3}$__.


俯视图

【考点】由三视图求面积、体积.

【专题】计算题；压轴题.

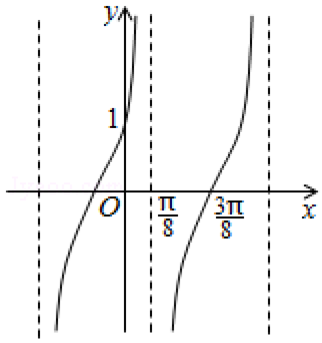
【分析】由题意求出正三棱柱的侧棱长，然后求出左视图矩形的边长，即可求出左视图的面积.

【解答】解：设正三棱柱的侧棱长为：a，由题意可知，$\frac{\sqrt{3}}{4}a^{3}=2\sqrt{3}$，所以a=2，底面三角形的高为：$\sqrt{3}$，所以左视图矩形的面积为：$2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

故答案为：$2\sqrt{3}$.

【点评】本题是基础题，考查正三棱柱的三视图的面积的求法，考查计算能力，空间想象能力，常考题型.

16. （5分）（2011•辽宁）已知函数f（x）=Atan（ωx+φ）（ω＞0，$|\phi|<\frac{\pi}{2}$），y=f（x）的部分图象如图，则f（$\frac{\pi}{24}$）=__$\sqrt{3}$__.



【考点】由y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式.

【专题】计算题；作图题；压轴题.

【分析】根据函数的图象，求出函数的周期，然后求出ω，确定A的值，根据（$\frac{3\pi}{8}$，0）求出φ的值，图象经过（0.1）确定A的值，求出函数的解析式，然后求出f（$\frac{\pi}{24}$）即可.

【解答】解：由题意可知T=$\frac{\pi}{2}$，所以ω=2，

函数的解析式为：f（x）=Atan（ωx+φ），因为函数过（$\frac{3\pi}{8}$，0）所以0=Atan（$\frac{3\pi}{4}$+φ）所以φ=$\frac{\pi}{4}$，

图象经过（0，1），所以，1=Atan$\frac{\pi}{4}$，所以A=1，所以f（x）=tan（2x+$\frac{\pi}{4}$）则f（$\frac{\pi}{24}$）=tan（$\frac{\pi}{12}$+$\frac{\pi}{4}$）=$\sqrt{3}$

故答案为：$\sqrt{3}$

【点评】本题是基础题，考查正切函数的图象的求法，确定函数的解析式的方法，求出函数值，考查计算能力.

三、解答题（共8小题，满分70分）

17．（12分）（2011•辽宁）已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_2=0$，$a_6+a_8=-10$

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求数列$\{\frac{a_n}{2^{n-1}}\}$的前n项和.

【考点】等差数列的通项公式；数列的求和.

【专题】综合题.

【分析】（I）

根据等差数列的通项公式化简$a_2=0$和$a_6+a_8=-10$，得到关于首项和公差的方程组，求出方程组的解即可得到数列的首项和公差，根据首项和公差写出数列的通项公式即可；

（II）

把（I）求出通项公式代入已知数列，列举出各项记作①，然后给两边都除以2得另一个关系式记作②，①﹣②后，利用a_n的通项公式及等比数列的前n项和的公式化简后，即可得到数列$\{\frac{a_n}{2^{n-1}}\}$的前n项和的通项公式.

【解答】解：（I）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，由已知条件可得$\begin{cases}a_1+d=0\\2a_1+12d=-10\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a_1=1\\d=-1\end{cases}$，

故数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2-n$；

（II）设数列$\{\frac{a_n}{2^{n-1}}\}$的前n项和为S_n，即$S_n=a_1+\frac{a_2}{2}+\cdots+\frac{a_n}{2^{n-1}}$①，故$S_1=1$，

$\frac{S_n}{2}=\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{4}+\cdots+\frac{a_n}{2^n}$②，

当n＞1时，①﹣②得：

$\frac{S_n}{2}=a_1+\frac{a_2-a_1}{2}+\cdots+\frac{a_n-a_{n-1}}{2^{n-1}}-\frac{a_n}{2^n}$

$=1-(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}})-\frac{2-n}{2^n}$

$=1-(1-\frac{1}{2^{n-1}})-\frac{2-n}{2^n}=\frac{n}{2^n}$，

所以$S_n=\frac{n}{2^{n-1}}$，

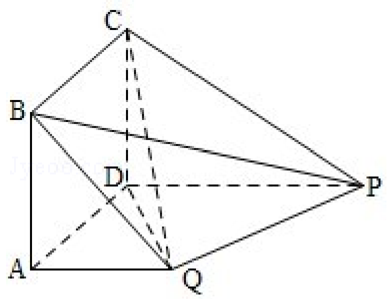
综上，数列$\{\frac{a_n}{2^{n-1}}\}$的前n项和$S_n=\frac{n}{2^{n-1}}$.

【点评】此题考查学生灵活运用等差数列的通项公式化简求值，会利用错位相减法求数列的和，是一道中档题.

18．（12分）（2011•辽宁）如图，四边形ABCD为正方形，PD⊥平面ABCD，PD∥QA，QA=AB=$\frac{1}{2}$PD.

（Ⅰ）证明：平面PQC⊥平面DCQ

（Ⅱ）求二面角Q﹣BP﹣C的余弦值.



【考点】与二面角有关的立体几何综合题；平面与平面垂直的判定；向量语言表述面面的垂直、平行关系；用空间向量求平面间的夹角.

【专题】计算题；证明题.

【分析】首先根据题意以D为坐标原点，线段DA的长为单位长，射线DA为x轴的正半轴建立空间直角坐标系D﹣xyz；

（Ⅰ）根据坐标系，求出$\overrightarrow{DQ}$、$\overrightarrow{DC}$、$\overrightarrow{PQ}$的坐标，由向量积的运算易得$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{DQ}=0$，$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{DC}=0$；进而可得PQ⊥DQ，PQ⊥DC，由面面垂直的判定方法，可得证明；

（Ⅱ）依题意结合坐标系，可得B、$\overrightarrow{CB}$、$\overrightarrow{BP}$的坐标，进而求出平面的PBC的法向量$\overrightarrow{n}$与平面PBQ法向量$\overrightarrow{m}$，进而求出cos＜$\overrightarrow{m}$，$\overrightarrow{n}$＞，根据二面角与其法向量夹角的关系，可得答案.

【解答】解：如图，以D为坐标原点，线段DA的长为单位长，射线DA为x轴的正半轴建立空间直角坐标系D﹣xyz；

（Ⅰ）依题意有Q（1，1，0），C（0，0，1），P（0，2，0）；

则$\overrightarrow{DQ}$=（1，1，0），$\overrightarrow{DC}$=（0，0，1），$\overrightarrow{PQ}$=（1，﹣1，0），

所以$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{DQ}=0$，$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{DC}=0$；

即PQ⊥DQ，PQ⊥DC，

故PQ⊥平面DCQ，

又PQ⊂平面PQC，所以平面PQC⊥平面DCQ；

（Ⅱ）依题意，有B（1，0，1），

$\overrightarrow{CB}$=（1，0，0），$\overrightarrow{BP}$=（﹣1，2，﹣1）；

设$\vec{n}$=（x，y，z）是平面的PBC法向量，

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{CB}=0\\\vec{n}\cdot\overrightarrow{BP}=0\end{cases}$即$\begin{cases}x=0\\-x+2y-z=0\end{cases}$，

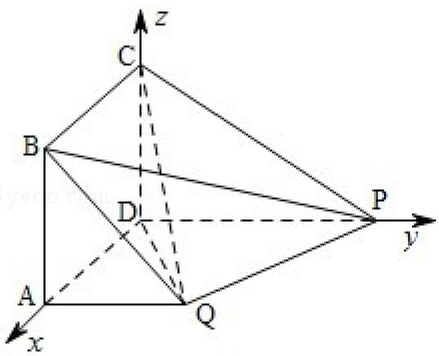
因此可取$\vec{n}$=（0，﹣1，﹣2）；

设$\vec{m}$是平面PBQ的法向量，则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{BP}=0\\\vec{m}\cdot\overrightarrow{PQ}=0\end{cases}$，

可取$\vec{m}$=（1，1，1），

所以$\cos<\vec{m},\vec{n}>=-\frac{\sqrt{15}}{5}$，

故二面角角Q﹣BP﹣C的余弦值为$-\frac{\sqrt{15}}{5}$.



【点评】本题用向量法解决立体几何的常见问题，面面垂直的判定与二面角的求法；注意建立坐标系要容易求出点的坐标，顶点一般选在有两两垂直的三条直线的交点处，这样才有助于下一步的计算.

19. （12分）（2011•辽宁）某农场计划种植某种新作物，为此对这种作物的两个品种（分别称为品种甲和品种乙）进行田间试验．选取两大块地，每大块地分成n小块地，在总共2n小块地中，随机选n小块地种植品种甲，另外n小块地种植品种乙.

（I）假设n=4，在第一大块地中，种植品种甲的小块地的数目记为X，求X的分布列和数学期望；

（II）试验时每大块地分成8小块，即n=8，试验结束后得到品种甲和品种乙在个小块地上的每公顷产量（单位：kg/hm^2）如下表：

品种甲	403	397	390	404	388	400	412	406
品种乙	419	403	412	418	408	423	400	413

分别求品种甲和品种乙的每公顷产量的样本平均数和样本方差；根据试验结果，你认为应该种植哪一品种？

附：样本数据x_1，x_2，…，x_a的样本方差$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_1-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$，其中$\overline{x}$为样本平均数.

【考点】离散型随机变量的期望与方差；用样本的数字特征估计总体的数字特征.

【专题】计算题；应用题.

【分析】（I）根据题意得到变量X的可能取值是0，1，2，3，4，结合变量对应的事件写出变量对应的概率，列出分布列，算出变量的期望值.

（II）根据条件中所给的甲和乙两组数据，分别求出甲品种的每公顷产量的平均值和方差和乙的平均值和方差，把两个品种的平均值和方差进行比较，得到品种乙的样本平均数大于品种甲的样本平均数，且两个品种的样本方差差异不大，应选择种植品种乙.

【解答】解：（I）由题意知X的可能取值是0，1，2，3，4，

$P(X=0)=\frac{1}{C_8^4}=\frac{1}{70}$

$P(X=1)=\frac{C_4^1C_4^3}{C_8^4}=\frac{16}{70}$

$P(X=2)=\frac{C_4^2C_4^2}{C_8^4}=\frac{36}{70}$

$P(X=3)=\frac{C_4^1C_4^3}{C_8^4}=\frac{16}{70}$,

$P(X=4)=\frac{1}{C_8^4}=\frac{1}{70}$

∴X的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{70}$	$\frac{16}{70}$	$\frac{36}{70}$	$\frac{16}{70}$	$\frac{1}{70}$

∴X的期望是$1\times\frac{16}{70}+2\times\frac{36}{70}+3\times\frac{16}{70}+4\times\frac{1}{70}=2$

（II）品种甲的每公顷产量的样本平均数

$\frac{403+397+390+404+388+400+412+406}{8}=400$，

方差是$\frac{1}{8}(9+9+100+16+144+0+144+36)=57.25$

品种乙每公顷的产量的样本平均数

$\frac{419+403+412+418+408+423+400+413}{8}=412$，

方差是$\frac{1}{8}(49+81+0+36+16+121+144+1)=56$

有以上结果可以看出，品种乙的样本平均数大于品种甲的样本平均数，

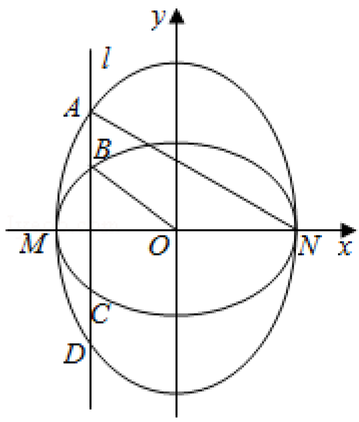
且两个品种的样本方差差异不大，故应选择种植品种乙.

【点评】本题考查离散型随机变量的分布列和期望，考查两组数据的平均值和方差，并且针对于所得的结果进行比较，本题考查利用概率统计知识解决实际问题．

20．（12分）（2011•辽宁）如图，已知椭圆C_1的中心在原点O，长轴左、右端点M，N在x轴上．椭圆C_2的短轴为MN，且C_1，C_2的离心率都为e．直线l⊥MN．l与C_1交于两点，与C_2交于两点，这四点按纵坐标从大到小依次为A、B、C、D．

（Ⅰ）$e=\frac{1}{2}$，求|BC|与|AD|的比值；

（Ⅱ）当e变化时，是否存在直线l，使得BO∥AN，并说明理由．



【考点】圆锥曲线的综合．

【专题】计算题；综合题．

【分析】（Ⅰ）先利用离心率相同，把两椭圆方程设出来，与直线l联立求出A、B的坐标，再利用椭圆图象的对称性求出|BC|与|AD|的长，即可求|BC|与|AD|的比值；

（Ⅱ）BO∥AN，即是BO的斜率k_{BO}与AN的斜率k_{AN}相等，利用斜率相等得到关于t和a以及e的等式，再利用|t|＜a和0＜e＜1就可求出何时BD∥AN．

【解答】解：（I）因为C_1，C_2的离心率相同，

故依题意可设C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，$C_2$：$\frac{b^2y^2}{a^4}+\frac{x^2}{a^2}=1$，$(a>b>0)$

设直线l：x=t（|t|＜a），分别与C_1，C_2的方程联立，

求得$A(t,\ \frac{a}{b}\sqrt{a^2-t^2})$，$B(t,\ \frac{b}{a}\sqrt{a^2-t^2})$（4分）

当$e=\frac{1}{2}$，$b=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，分别用y_A，y_B表示的A，B的纵坐标，

可知$|BC|:|AD|=\frac{2|y_B|}{2|y_A|}=\frac{b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$（6分）

（Ⅱ）t=0时的l不符合题意，t≠0时，

BO∥AN当且仅当BO的斜率k_{BO}与AN的斜率k_{AN}相等，

即$\frac{\frac{b}{a}\sqrt{a^2-t^2}}{t}=\frac{\frac{a}{b}\sqrt{a^2-t^2}}{t-a}$，

解$t=-\frac{ab^2}{a^2-b^2}=-\frac{1-e^2}{e^2}\cdot a$；

因为|t|＜a，又0＜e＜1，所以$-1<-\frac{1-e^2}{e^2}<1$，解得$\frac{\sqrt{2}}{2}<e<1$

所以当$0<e\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$时，不存在直线l，使得BO∥AN；

当$\frac{\sqrt{2}}{2}<e<1$时，存在直线l，使得BO∥AN.

【点评】本题考查椭圆的有关知识．在第一问设方程时，充分利用离心率相同，把两椭圆方程用同两个变量设出来，减少了变量的引入，把问题变的简单化．

21．（12分）（2011•辽宁）已知函数$f(x)=\ln x-ax^2+(2-a)x$．

（I）讨论f（x）的单调性；

（Ⅱ）设a＞0，证明：当$0<x<\frac{1}{a}$时，$f(\frac{1}{a}+x)>f(\frac{1}{a}-x)$；

（Ⅲ）若函数y=f（x）的图象与x轴交于A，B两点，线段AB中点的横坐标为x_0，证明：$f'(x_0)<0$．

【考点】利用导数研究函数的单调性；导数在最大值、最小值问题中的应用．

【专题】计算题；证明题；综合题；压轴题；分类讨论；转化思想．

【分析】（I）求导，并判断导数的符号，确定函数的单调区间；（II）构造函数g（x）=f（$\frac{1}{a}$+x）﹣f（$\frac{1}{a}$﹣x），利用导数求函数g（x）当0＜x＜$\frac{1}{a}$时的最小值大于零即可，（III）设出函数y=f（x）的图象与x轴交于A，B两点的横坐标，根据（I）．（II）结论，即可证明结论．

【解答】解：（I）函数f（x）的定义域为（0，+∞），

$f'(x)=\frac{1}{x}-2ax+(2-a)=-\frac{(2x+1)(ax-1)}{x}$，

①若a＞0，则由f′（x）=0，得x=$\frac{1}{a}$，且当x∈（0，$\frac{1}{a}$）时，f′（x）＞0，

当x∈（$\frac{1}{a}$，+∞）时，f′（x）＜0，

所以f（x）在（0，$\frac{1}{a}$）单调递增，在（$\frac{1}{a}$，+∞）上单调递减；

②当a≤0时，f′（x）＞0恒 成立，因此f（x）在（0，+∞）单调递增；

（II）设函数g（x）=f（$\frac{1}{a}$+x）﹣f（$\frac{1}{a}$﹣x），则g（x）=ln（1+ax）﹣ln（1﹣ax）﹣2ax，

$g'(x)=\frac{a}{1+ax}+\frac{a}{1-ax}-2a=\frac{2a^3x^2}{1-a^2x^2}$，

当x∈（0，$\frac{1}{a}$）时，g′（x）＞0，而g（0）=0，

所以g（x）＞0，

故当0＜x＜$\frac{1}{a}$时，f（$\frac{1}{a}$+x）＞f（$\frac{1}{a}$﹣x）；

（III）由（I）可得，当a≤0时，函数y=f（x）的图象与x轴至多有一个交点，

故a＞0，从而f（x）的最大值为f（$\frac{1}{a}$），

不妨设A（x_1，0），B（x_2，0），0＜x_1＜x_2，

则0＜x_1＜$\frac{1}{a}$＜x_2，

由（II）得，$f(\frac{2}{a}-x_1)=f(\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-x_1)>f(x_1)=f(x_2)=0$，

又$f(x)$在$(\frac{1}{a},+\infty)$单调递减，

$\therefore \frac{2}{a}-x_1<x_2$，于是$x_0=\frac{x_1+x_2}{2}>\frac{1}{a}$，

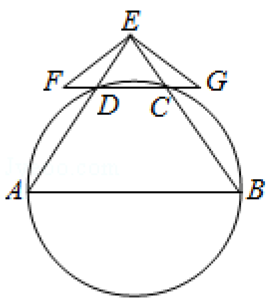
由（I）知，$f'(x_0)<0$.

【点评】此题是个难题．考查利用导数研究函数的单调性和求函数的最值问题，体现了分类讨论和转化的思想方法．考查了学生观察、推理以及创造性地分析问题、解决问题的能力．

22．（10分）（2011•辽宁）如图，A、B、C、D四点在同一圆上，AD的延长线与BC的延长线交于E点，且EC=ED.

（Ⅰ）证明：CD∥AB;

（Ⅱ）延长CD到F，延长DC到G，使得EF=EG，证明：A、B、G、F四点共圆.



【考点】圆内接多边形的性质与判定.

【专题】证明题.

【分析】（I）根据两条边相等，得到等腰三角形的两个底角相等，根据四点共圆，得到四边形的一个外角等于不相邻的一个内角，高考等量代换得到两个角相等，根据根据同位角相等两直线平行，得到结论.

（II）根据第一问做出的边和角之间的关系，得到两个三角形全等，根据全等三角形的对应角相等，根据平行的性质定理，等量代换，得到四边形的一对对角相等，得到四点共圆

.

【解答】解：（Ⅰ）因为EC=ED，

所以∠EDC=∠ECD

因为A，B，C，D四点在同一圆上，

所以∠EDC=∠EBA

故∠ECD=∠EBA，

所以CD∥AB

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，AE=BE，

因为EF=EG，故∠EFD=∠EGC

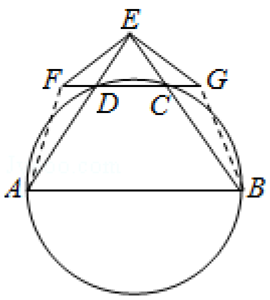
从而∠FED=∠GEC

连接AF，BG，△EFA≌△EGB，故∠FAE=∠GBE

又CD∥AB，∠FAB=∠GBA，

所以∠AFG+∠GBA=180°

故A，B．G，F四点共圆



【点评】本题考查圆内接多边形的性质和判断，考查两直线平行的判断和性质定理，考查三角形全等的判断和性质，考查四点共圆的判断，本题是一个基础题目．

23．（2011•辽宁）在平面直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\phi\\y=\sin\phi\end{cases}$（φ为参数），曲线$C_2$的参数方程为$\begin{cases}x=a\cos\phi\\y=b\sin\phi\end{cases}$（a＞b＞0，φ为参数）在以O为极点，x轴的正半轴为极轴的极坐标系中，射线l：θ=α与C_1，C_2各有一个交点．当α=0时，这两个交点间的距离为2，当α=$\frac{\pi}{2}$时，这两个交点重合．

（I）分别说明C_1，C_2是什么曲线，并求出a与b的值；

（II）设当$\alpha=\frac{\pi}{4}$时，l与C_1，C_2的交点分别为A_1，B_1，当$\alpha=-\frac{\pi}{4}$时，l与C_1，C_2的交点为A_2，B_2，求四边形$A_1A_2B_2B_1$的面积.

【考点】参数方程化成普通方程；圆与圆锥曲线的综合.

【专题】压轴题.

【分析】（I）有曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\phi\\y=\sin\phi\end{cases}$（φ为参数），曲线$C_2$的参数方程为$\begin{cases}x=a\cos\phi\\y=b\sin\phi\end{cases}$（a＞b＞0，φ为参数），消去参数的$C_1$是圆，$C_2$是椭圆，并利用．当$\alpha=0$时，这两个交点间的距离为2，当$\alpha=\frac{\pi}{2}$时，这两个交点重合，求出a及b.

（II）利用C_1，C_2的普通方程，当$\alpha=\frac{\pi}{4}$时，l与C_1，C_2的交点分别为A_1，B_1，当$\alpha=-\frac{\pi}{4}$时，l与C_1，C_2的交点为A_2，B_2，利用面积公式求出面积.

【解答】解：（Ⅰ）C_1是圆，C_2是椭圆.

当$\alpha=0$时，射线l与C_1，C_2交点的直角坐标分别为（1，0），（a，0），

因为这两点间的距离为2，所以a=3

当$\alpha=\frac{\pi}{2}$时，射线l与C_1，C_2交点的直角坐标分别为（0，1）（0，b），

因为这两点重合

所以b=1.

（Ⅱ）C_1，C_2的普通方程为$x^2+y^2=1$和$\frac{x^2}{9}+y^2=1$.

当$\alpha=\frac{\pi}{4}$时，射线l与C_1交点A_1的横坐标为$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

与C_2交点B_1的横坐标为$x'=\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

当$\alpha=-\frac{\pi}{4}$时，射线l与C_1，C_2的两个交点A_2，

B_2分别与A_1，B_1关于x轴对称，因此四边形$A_1A_2B_2B_1$为梯形.

故四边形$A_1A_2B_2B_1$的面积为$\frac{(2x'+2x)(x'-x)}{2}=\frac{2}{5}$.

【点评】此题重点考查了消参数，化出曲线的一般方程，及方程的求解思想，还考查了利用条件的其交点的坐标，利用坐标准确表示出线段长度进而求其面积.

24．（2011•辽宁）已知函数f（x）=|x－2|－|x－5|

（Ⅰ）证明：－3≤f（x）≤3；

（Ⅱ）求不等式f（x）≥x^2－8x+15的解集.

【考点】绝对值不等式的解法.

【专题】计算题；压轴题；分类讨论.

【分析】（Ⅰ）分x≤2、2＜x＜5、x≥5，化简f（x）=$\begin{cases}-3 & x\leqslant 2\\ 2x-7 & 2<x<5\\ 3 & x\geqslant 5\end{cases}$，然后即可证明－3≤f（x）≤3

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知当x≤2时，当2＜x＜5时，当x≥5时，分别求出f（x）≥x^2－8x+15的解集.

【解答】解：（Ⅰ）f（x）=|x－2|－|x－5|=$\begin{cases}-3 & x\leqslant 2\\ 2x-7 & 2<x<5\\ 3 & x\geqslant 5\end{cases}$

当2＜x＜5时，－3＜2x－7＜3，

所以，－3≤f（x）≤3

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知

当x≤2时，f（x）≥x^2－8x+15的解集为空集；

当2＜x＜5时，f（x）≥x^2－8x+15的解集为{x|5－$\sqrt{3}$≤x＜5}

当x≥5时，f（x）≥x^2－8x+15的解集为{x|5≤x≤6}

综上：不等式f（x）≥x^2－8x+15的解集：{x|5－$\sqrt{3}$≤x≤6}

【点评】本题是中档题，考查绝对值不等式的求法，考查分类讨论思想的应用，考查计算能力，常考题型．