2013 年浙江省高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.（5 分）（2013•浙江）设集合 $S=\{x|x>-2\}$，$T=\{x|-4\le x\le 1\}$，则 $S\cap T=$（　　）

A．$[-4,+\infty)$　　B．$(-2,+\infty)$　　C．$[-4,1]$　　D．$(-2,1]$

考点： 交集及其运算.

专题： 计算题.

分析： 找出两集合解集的公共部分，即可求出交集.

解答： 解：∵集合 $S=\{x|x>-2\}=(-2,+\infty)$，$T=\{x|-4\le x\le 1\}=[-4,1]$，

∴$S\cap T=(-2,1]$.

故选 D

点评： 此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键.

2.（5 分）（2013•浙江）已知 i 是虚数单位，则 $(2+i)(3+i)=$（　　）

A．$5-5i$　　B．$7-5i$　　C．$5+5i$　　D．$7+5i$

考点： 复数代数形式的乘除运算.

专题： 计算题.

分析： 直接利用多项式的乘法展开，求出复数的最简形式.

解答： 解：复数 $(2+i)(3+i)=6+5i+i^2=5+5i$.

故选 C.

点评： 本题考查复数的代数形式的混合运算，考查计算能力.

3.（5 分）（2013•浙江）若 $\alpha\in R$，则“$\alpha=0$”是“$\sin\alpha<\cos\alpha$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

考点： 必要条件、充分条件与充要条件的判断.

专题： 三角函数的图像与性质.

分析： 当“$\alpha=0$”可以得到“$\sin\alpha<\cos\alpha$”，当“$\sin\alpha<\cos\alpha$”时，不一定得到“$\alpha=0$”，得到“$\alpha=0$”是“$\sin\alpha<\cos\alpha$”的充分不必要条件.

解答： 解：∵“$\alpha=0$”可以得到“$\sin\alpha<\cos\alpha$”，

当“$\sin\alpha<\cos\alpha$”时，不一定得到“$\alpha=0$”，如 $\alpha=\frac{\pi}{3}$等，

∴“$\alpha=0$”是“$\sin\alpha<\cos\alpha$”的充分不必要条件，

故选 A.

点评： 本题主要考查了必要条件，充分条件与充要条件的判断，要求掌握好判断的方法.

4.（5 分）（2013•浙江）设 m、n 是两条不同的直线，α、β 是两个不同的平面，（　　）

A．若 $m\parallel\alpha$，$n\parallel\alpha$，则 $m\parallel n$　　B．若 $m\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$　　C．若 $m\parallel n$，$m\perp\alpha$，则 $n\perp\alpha$　　D．若 $m\parallel\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则 $m\perp\beta$

考点： 空间中直线与平面之间的位置关系；空间中直线与直线之间的位置关系；平面与平面之间的位置关系.

专题： 计算题；空间位置关系与距离.

分析： 用直线与平面平行的性质定理判断 A 的正误；用直线与平面平行的性质定理判断 B 的正误；用线面垂直的判定定理判断 C 的正误；通过面面垂直的判定定理进行判断 D 的正误．

解答： 解：A、m∥α，n∥α，则 m∥n，m 与 n 可能相交也可能异面，所以 A 不正确；

B、m∥α，m∥β，则 α∥β，还有 α 与 β 可能相交，所以 B 不正确；

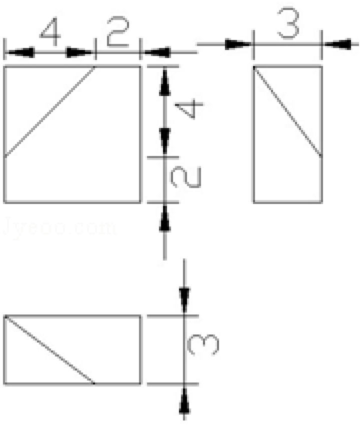
C、m∥n，m⊥α，则 n⊥α，满足直线与平面垂直的性质定理，故 C 正确．

D、m∥α，α⊥β，则 m⊥β，也可能 m∥β，也可能 m∩β=A，所以 D 不正确；

故选 C．

点评： 本题主要考查线线，线面，面面平行关系及垂直关系的转化，考查空间想象能力能力．

5．（5 分）（2013•浙江）已知某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则该几何体的体积是（　　）



A．$108cm^3$　　B．$100\ cm^3$　　C．$92cm^3$　　D．$84cm^3$

考点： 由三视图求面积、体积．

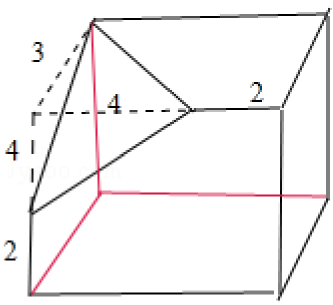
专题： 空间位置关系与距离．

分析： 由三视图可知：该几何体是一个棱长分别为 6，6，3，砍去一个三条侧棱长分别为 4，4，3 的一个三棱锥（长方体的一个角）．据此即可得出体积．

解答： 解：由三视图可知：该几何体是一个棱长分别为 6，6，3，砍去一个三条侧棱长分别为 4，4，3 的一个三棱锥（长方体的一个角）．

∴该几何体的体积 $V=6\times6\times3-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4^2\times3=100$．

故选 B．



点评： 由三视图正确恢复原几何体是解题的关键．

6．（5 分）（2013•浙江）函数 $f(x)=\sin x\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$ 的最小正周期和振幅分别是（　　）

A．π，1　　B．π，2　　C．2π，1　　D．2π，2

考点： 两角和与差的正弦函数；二倍角的正弦；二倍角的余弦；三角函数的周期性及其求法．

专题： 计算题；三角函数的图像与性质．

分析： f（x）解析式第一项利用二倍角的正弦函数公式化简，再利用两角和与差的正弦函数公式及特殊角的我三角

函数值化为一个角的正弦函数，根据正弦函数的值域，确定出振幅，找出 ω 的值，求出函数的最小正周期即可．

解答：　解：$f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

$\because -1\le\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\le 1$，∴振幅为 1，

$\because\omega=2$，$\therefore T=\pi$．

故选 A

点评：　此题考查了两角和与差的正弦函数公式，二倍角的正弦函数公式，以及三角函数的周期性及其求法，熟练掌握公式是解本题的关键．

7．（5 分）（2013•浙江）已知 a、b、c∈R，函数 $f(x)=ax^2+bx+c$．若 f（0）=f（4）＞f（1），则（　　）

A．a＞0，4a+b=0　　B．a＜0，4a+b=0　　C．a＞0，2a+b=0　　D．a＜0，2a+b=0

考点：　二次函数的性质．

专题：　函数的性质及应用．

分析：　由 f（0）=f（4）可得 4a+b=0；由 f（0）＞f（1）可得 a+b＜0，消掉 b 变为关于 a 的不等式可得 a＞0．

解答：　解：因为 f（0）=f（4），即 c=16a+4b+c，

所以 4a+b=0；

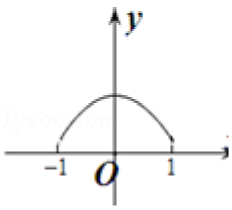
又 f（0）＞f（1），即 c＞a+b+c，

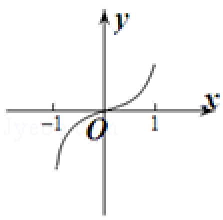
所以 a+b＜0，即 a+（﹣4a）＜0，所以﹣3a＜0，故 a＞0．

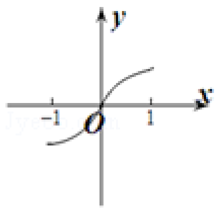
故选 A．

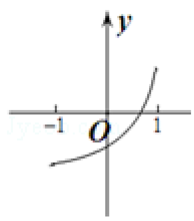
点评：　本题考查二次函数的性质及不等式，属基础题．

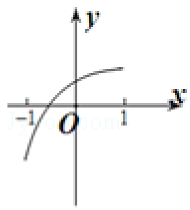
8．（5 分）（2013•浙江）已知函数 y=f（x）的图象是下列四个图象之一，且其导函数 y=f'（x）的图象如图所示，则该函数的图象是（　　）



A．

B．

C．

D．

考点：　函数的图象．

专题：　函数的性质及应用．

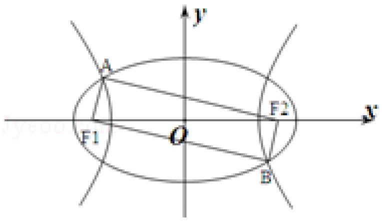
分析：　根据导数的图象，利用函数的单调性和导数的关系，得出所选的选项．

解答：　解：由导数的图象可得，函数 f（x）在[﹣1，0]上增长速度逐渐变大，图象是下凹型的；在[0，1]上增长速度逐渐变小，图象是上凸型的，

故选 B．

点评：　本题主要考查函数的单调性和导数的关系，属于基础题．

9．（5 分）（2013•浙江）如图 F_1、F_2 是椭圆 C_1：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 与双曲线 C2 的公共焦点 A、B 分别是 C_1、C_2 在第二、四象限的公共点，若四边形 AF_1BF_2 为矩形，则 C_2 的离心率是（　　）



A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{2}$

考点：　椭圆的简单性质．

专题：　计算题；圆锥曲线的定义、性质与方程．

分析：　不妨设$|AF_1|=x$，$|AF_2|=y$，依题意$\begin{cases}x+y=4\\x^2+y^2=12\end{cases}$，解此方程组可求得 x，y 的值，利用双曲线的定义及性质即可求得 C_2 的离心率．

解答：　解：设$|AF_1|=x$，$|AF_2|=y$，∵点 A 为椭圆 C_1：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上的点，

∴$2a=4$，$b=1$，$c=\sqrt{3}$；

∴$|AF_1|+|AF_2|=2a=4$，即 $x+y=4$；①

又四边形 AF_1BF_2 为矩形，

∴$|AF_1|^2+|AF_2|^2=|F_1F_2|^2$，即 $x^2+y^2=(2c)^2=(2\sqrt{3})^2=12$，②

由①②得：$\begin{cases}x+y=4\\x^2+y^2=12\end{cases}$，解得 $x=2-\sqrt{2}$，$y=2+\sqrt{2}$，设双曲线 C_2 的实轴长为 2a，焦距为 2c，

则 2a=，$|AF_2|-|AF_1|=y-x=2\sqrt{2}$，$2c=2\sqrt{2^2-1^2}=2\sqrt{3}$，

∴双曲线 C_2 的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$．

故选 D．

点评：　本题考查椭圆与双曲线的简单性质，求得$|AF_1|$与$|AF_2|$是关键，考查分析与运算能力，属于中档题．

10．（5 分）（2013•浙江）设 a，b∈R，定义运算“∧”和“∨”如下：

$a\wedge b=\begin{cases}a, & a\leqslant b\\b, & a>b\end{cases}$　　$a\vee b=\begin{cases}b, & a\leqslant b\\a, & a>b\end{cases}$

若正数 a、b、c、d 满足 ab≥4，c+d≤4，则（　　）

A．a∧b≥2，c∧d≤2　　B．a∧b≥2，c∨d≥2　　C．a∨b≥2，c∧d≤2　　D．a∨b≥2，c∨d≥2

考点：　函数的值．

专题：　计算题；新定义．

分析：　依题意，对 a，b 赋值，对四个选项逐个排除即可．

解答：　解：∵$a\wedge b=\begin{cases}a, & a\leqslant b\\b, & a>b\end{cases}$，$a\vee b=\begin{cases}b, & a\leqslant b\\a, & a>b\end{cases}$，

正数 a、b、c、d 满足 ab≥4，c+d≤4，

∴不妨令 a=1，4，则 a∧b≥2 错误，故可排除 A，B；

再令 c=1，d=1，满足条件 c+d≤4，但不满足 c∨d≥2，故可排除 D；

故选 C．

点评： 本题考查函数的求值，考查正确理解题意与灵活应用的能力，着重考查排除法的应用，属于中档题．

二、填空题：本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分．

11．（4 分）（2013•浙江）已知函数 f（x）=$\sqrt{x-1}$，若 f（a）=3，则实数 a=__10__．

考点： 函数的值．

专题： 计算题．

分析： 利用函数的解析式以及 f（a）=3 求解 a 即可．

解答： 解：因为函数 f（x）=$\sqrt{x-1}$，又 f（a）=3，

所以$\sqrt{a-1}$=3，解得 a=10．

故答案为：10．

点评： 本题考查函数解析式与函数值的应用，考查计算能力．

12．（4 分）（2013•浙江）从三男三女 6 名学生中任选 2 名（每名同学被选中的概率均相等），则 2 名都是女同学的概率等于__$\frac{1}{5}$__．

考点： 古典概型及其概率计算公式．

专题： 概率与统计．

分析： 由组合数可知：从 6 名学生中任选 2 名共有C_6^2=15 种情况，2 名都是女同学的共有C_3^2=3 种情况，由古典概型的概率公式可得答案．

解答： 解：从 6 名学生中任选 2 名共有C_6^2=15 种情况，

满足 2 名都是女同学的共有C_3^2=3 种情况，

故所求的概率为：$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

故答案为：$\frac{1}{5}$

点评： 本题考查古典概型及其概率公式，涉及组合数的应用，属基础题．

13．（4 分）（2013•浙江）直线 y=2x+3 被圆 $x^2+y^2-6x-8y=0$ 所截得的弦长等于__$4\sqrt{5}$__．

考点： 直线与圆的位置关系．

专题： 计算题；直线与圆．

分析： 求出圆的圆心与半径，利用圆心距，半径，半弦长满足勾股定理，求解弦长即可．

解答： 解：圆 $x^2+y^2-6x-8y=0$ 的圆心坐标（3，4），半径为 5，

圆心到直线的距离为：$\frac{|2\times3-4+3|}{\sqrt{2^2+1}}=\sqrt{5}$，

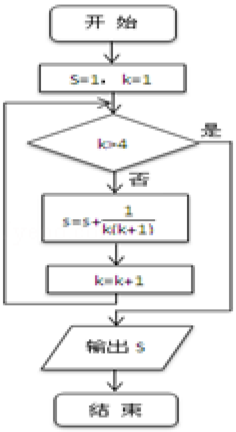
因为圆心距，半径，半弦长满足勾股定理，

所以直线 y=2x+3 被圆 $x^2+y^2-6x-8y=0$ 所截得的弦长为：$2\times\sqrt{5^2-(\sqrt{5})^2}=4\sqrt{5}$．

故答案为：$4\sqrt{5}$．

点评： 本题考查直线与圆的位置关系，弦长的求法，考查转化思想与计算能力．

14．（4 分）（2013•浙江）某程序框图如图所示，则该程序运行后输出的值等于 $\underline{\quad \frac{9}{5} \quad}$．



考点： 程序框图．

专题： 图表型．

分析： 由题意可知，该程序的作用是求解 $S=1+\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}$的值，然后利用裂项求和即可求解．

解答： 解：由题意可知，该程序的作用是求解 $S=1+\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}$的值．

而 $S=1+\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}$

$=1+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{9}{5}$.

故答案为：$\frac{9}{5}$.

点评： 本题考查了程序框图中的循环结构的应用，解题的关键是由框图的结构判断出框图的计算功能．

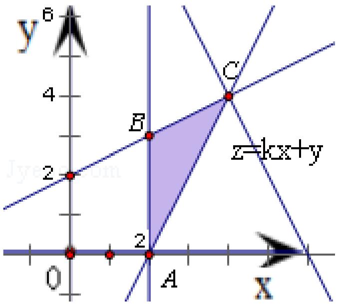
15．（4 分）（2013•浙江）设 z=kx+y，其中实数 x、y 满足 $\begin{cases} x\geqslant2 \\ x-2y+4\geqslant0 \\ 2x-y-4\leqslant0 \end{cases}$ 若 z 的最大值为 12，则实数 k=$\underline{\quad 2 \quad}$．

考点： 简单线性规划．

专题： 计算题；不等式的解法及应用．

分析： 作出题中不等式组表示的平面区域，得如图的△ABC 及其内部，再将目标函数 z=kx+y 对应的直线进行平移．经讨论可得当当 k＜0 时，找不出实数 k 的值使 z 的最大值为 12；当 k≥0 时，结合图形可得：当 l 经过点 C 时，z_{max}=F（4，4）=4k+4=12，解得 k=2，得到本题答案．

解答： 解：作出不等式组$\begin{cases} x\geqslant2 \\ x-2y+4\geqslant0 \\ 2x-y-4\leqslant0 \end{cases}$ 表示的平面区域，得到如图的△ABC 及其内部，



其中 A（2，0），B（2，3），C（4，4）

设 z=F（x，y）=kx+y，将直线 l：z=kx+y 进行平移，可得

①当 k＜0 时，直线 l 的斜率﹣k＞0，

由图形可得当 l 经过点 B（2，3）或 C（4，4）时，z 可达最大值，

此时，z_{max}=F（2，3）=2k+3 或 z_{max}=F（4，4）=4k+4

但由于 k＜0，使得 2k+3＜12 且 4k+4＜12，不能使 z 的最大值为 12，

故此种情况不符合题意；

②当 k≥0 时，直线 l 的斜率﹣k≤0，

由图形可得当 l 经过点 C 时，目标函数 z 达到最大值

此时 z_{max}=F（4，4）=4k+4=12，解之得 k=2，符合题意

综上所述，实数 k 的值为 2

故答案为：2

点评：本题给出二元一次不等式组，在目标函数 z=kx+y 的最大值为 12 的情况下求参数 k 的值，着重考查了二元一次不等式组表示的平面区域和简单的线性规划等知识，属于基础题．

16．（4 分）（2013•浙江）设 a，b∈R，若 x≥0 时恒有 $0\le x^4-x^3+ax+b\le (x^2-1)^2$，则 ab 等于__﹣1__．

考点：函数恒成立问题．

专题：转化思想；函数的性质及应用．

分析：由题意，x≥0 时恒有 $0\le x^4-x^3+ax+b\le (x^2-1)^2$，考察 $(x^2-1)^2$，发现当 x=±1 时，其值都为 0，再对照不等式左边的 0，可由两边夹的方式得到参数 a，b 满足的方程，从而解出它们的值，即可求出积

解答：解：验证发现，

当 x=1 时，将 1 代入不等式有 0≤a+b≤0，所以 a+b=0；

当 x=﹣1 时，将﹣1 代入不等式有 0≤2﹣a+b≤0，所以 b﹣a=﹣2

联立以上二式得：a=1，b=﹣1

所以 ab=﹣1

故答案为﹣1

点评：本题考查函数恒成立的最值问题，由于所给的不等式较为特殊，可借助赋值法得到相关的方程直接求解，本题解法关键是观察出不等式右边为零时的自变量的值，将问题灵活转化是解题的关键

17．（4 分）（2013•浙江）设 $\overrightarrow{e_1}$、$\overrightarrow{e_2}$为单位向量，非零向量 $\overrightarrow{b}=x\overrightarrow{e_1}+y\overrightarrow{e_2}$，x、y∈R．若 $\overrightarrow{e_1}$、$\overrightarrow{e_2}$的夹角为 30°，则 $\frac{|x|}{|\overrightarrow{b}|}$ 的最大值等于__2__．

考点：数量积表示两个向量的夹角．

专题：平面向量及应用．

分析：由题意求得 $\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$|\overrightarrow{b}|=\sqrt{\overrightarrow{b}^2}=\sqrt{x^2+\sqrt{3}xy+y^2}$，从而可得

$\frac{|x|}{|\vec{b}|}=\frac{|x|}{\sqrt{x^2+\sqrt{3}xy+y^2}}=\sqrt{\frac{x^2}{x^2+\sqrt{3}xy+y^2}}=\sqrt{\frac{1}{(\frac{x}{y}+\frac{\sqrt{3}}{2})^2+\frac{1}{4}}}$，

再利用二次函数的性质求得$\frac{|x|}{|\vec{b}|}$的最大值．

解答：　解：∵$\vec{e_1}$、$\vec{e_2}$ 为单位向量，$\vec{e_1}$和$\vec{e_2}$的夹角等于 30°，∴$\vec{e_1}\bullet\vec{e_2}=1\times1\times\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∵非零向量$\vec{b}=x\vec{e_1}+y\vec{e_2}$，∴$|\vec{b}|=\sqrt{\vec{b}^2}=\sqrt{x^2+2xy\vec{e_1}\bullet\vec{e_2}+y^2}=\sqrt{x^2+\sqrt{3}xy+y^2}$，

∴$\frac{|x|}{|\vec{b}|}=\frac{|x|}{\sqrt{x^2+\sqrt{3}xy+y^2}}=\sqrt{\frac{x^2}{x^2+\sqrt{3}xy+y^2}}=\sqrt{\frac{1}{1+\sqrt{3}\bullet\frac{x}{y}+(\frac{x}{y})^2}}=\sqrt{\frac{1}{(\frac{x}{y}+\frac{\sqrt{3}}{2})^2+\frac{1}{4}}}$，

故当$\frac{x}{y}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$时，$\frac{|x|}{|\vec{b}|}$取得最大值为 2，

故答案为 2．

点评：　本题主要考查两个向量的数量积的运算，求向量的模，利用二次函数的性质求函数的最大值，属于中档题．

三、解答题：本大题共 5 小题，共 72 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18．（14 分）（2013•浙江）在锐角△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $2a\sin B=\sqrt{3}b$.

（Ⅰ）求角 A 的大小；

（Ⅱ）若 a=6，b+c=8，求△ABC 的面积．

考点：　正弦定理；余弦定理．

专题：　解三角形．

分析：　（Ⅰ）利用正弦定理化简已知等式，求出 sinA 的值，由 A 为锐角，利用特殊角的三角函数值即可求出 A 的度数；

（Ⅱ）由余弦定理列出关系式，再利用完全平方公式变形，将 a，b+c 及 cosA 的值代入求出 bc 的值，再由 sinA 的值，利用三角形面积公式即可求出三角形 ABC 的面积．

解答：　解：（Ⅰ）由 $2a\sin B=\sqrt{3}b$，利用正弦定理得：$2\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin B$，

∵sinB≠0，∴$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又 A 为锐角，

则 $A=\frac{\pi}{3}$；

（Ⅱ）由余弦定理得：$a^2=b^2+c^2-2bc\bullet\cos A$，即 $36=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc=64-3bc$，

∴$bc=\frac{28}{3}$，又 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

点评：　此题考查了正弦定理，三角形的面积公式，熟练掌握正弦定理是解本题的关键．

19．（14 分）（2013•浙江）在公差为 d 的等差数列$\{a_n\}$中，已知 $a_1=10$，且 a_1，$2a_2+2$，$5a_3$ 成等比数列．

（Ⅰ）求 d，a_n；

（Ⅱ） 若 d＜0，求$|a_1|+|a_2|+|a_3|+\ldots+|a_n|$.

考点：　数列的求和；等差数列的通项公式；等比数列的性质．

专题：　等差数列与等比数列．

分析：（Ⅰ）直接由已知条件 $a_1=10$，且 a_1，$2a_2+2$，$5a_3$ 成等比数列列式求出公差，则通项公式 a_n 可求；

（Ⅱ）利用（Ⅰ）中的结论，得到等差数列$\{a_n\}$的前 11 项大于等于 0，后面的项小于 0，所以分类讨论求 $d<0$ 时$|a_1|+|a_2|+|a_3|+…+|a_n|$的和．

解答：解：（Ⅰ）由题意得 $5a_3\cdot a_1=(2a_2+2)^2$，即 $5(a_1+2d)\cdot a_1=(2a_1+2d+2)^2$，整理得

$d^2-3d-4=0$．解得 $d=-1$ 或 $d=4$．

当 $d=-1$ 时，$a_n=a_1+(n-1)d=10-(n-1)=-n+11$．

当 $d=4$ 时，$a_n=a_1+(n-1)d=10+4(n-1)=4n+6$．

所以 $a_n=-n+11$ 或 $a_n=4n+6$；

（Ⅱ）设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，因为 $d<0$，由（Ⅰ）得 $d=-1$，$a_n=-n+11$．

则当 $n\le11$ 时，$|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_n|=S_n=-\frac{1}{2}n^2+\frac{21}{2}n$．

当 $n\ge12$ 时，$|a_1|+|a_2|+|a_3|+…+|a_n|=-S_n+2S_{11}=\frac{1}{2}n^2-\frac{21n}{2}+110$．

综上所述，

$$|a_1|+|a_2|+|a_3|+…+|a_n|=\begin{cases}-\frac{1}{2}n^2+\frac{21}{2}n, & n\leqslant11\\ \frac{1}{2}n^2-\frac{21}{2}n+110, & n\geqslant12\end{cases}.$$

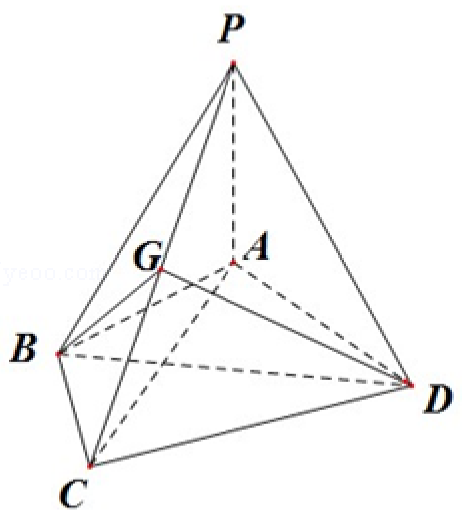
点评：本题考查了等差数列、等比数列的基本概念，考查了等差数列的通项公式，求和公式，考查了分类讨论的数学思想方法和学生的运算能力，是中档题．

20．（15 分）（2013•浙江）如图，在四棱锥 P－ABCD 中，PA⊥面 ABCD，AB=BC=2，AD=CD=$\sqrt{7}$，PA=$\sqrt{3}$，∠ABC=120°，G 为线段 PC 上的点．

（Ⅰ）证明：BD⊥面 PAC；

（Ⅱ）若 G 是 PC 的中点，求 DG 与 PAC 所成的角的正切值；

（Ⅲ）若 G 满足 PC⊥面 BGD，求 $\frac{PG}{GC}$ 的值．



考点：直线与平面垂直的判定；直线与平面所成的角；点、线、面间的距离计算．

专题：空间位置关系与距离；空间角．

分析：（Ⅰ）由 PA⊥面 ABCD，可得 PA⊥BD；设 AC 与 BD 的交点为 O，则由条件可得 BD 是 AC 的中垂线，故 O 为 AC 的中点，且 BD⊥AC．再利用直线和平面垂直的判定定理证得 BD⊥面 PAC．

（Ⅱ）由三角形的中位线性质以及条件证明∠DGO 为 DG 与平面 PAC 所成的角，求出 GO 和 AC 的值，可得 OC、OD 的值，再利用直角三角形中的边角关系求得 tan∠DGO 的值．

（Ⅲ）先证 PC⊥OG，且 PC=$\sqrt{PA^2+AC^2}$=$\sqrt{15}$．由△COG∽△PCA，可得$\frac{GC}{AC}$=$\frac{OC}{PC}$，解得 GC 的值，可得 PG=PC﹣GC 的值，从而求得 $\frac{PG}{GC}$ 的值．

解答： 解：（Ⅰ）证明：∵在四棱锥 P﹣ABCD 中，PA⊥面 ABCD，∴PA⊥BD．
∵AB=BC=2，AD=CD=$\sqrt{7}$，设 AC 与 BD 的交点为 O，则 BD 是 AC 的中垂线，故 O 为 AC 的中点，且 BD⊥AC．
而 PA∩AC=A，∴BD⊥面 PAC．
（Ⅱ）若 G 是 PC 的中点，则 GO 平行且等于$\frac{1}{2}$PA，故由 PA⊥面 ABCD，可得 GO⊥面 ABCD，∴GO⊥OD，
故 OD⊥平面 PAC，故∠DGO 为 DG 与平面 PAC 所成的角．
由题意可得，GO=$\frac{1}{2}$PA=$\frac{\sqrt{3}}{2}$．
△ABC 中，由余弦定理可得 $AC^2=AB^2+BC^2$﹣2AB•BC•cos∠ABC=4+4﹣2×2×2×cos120°=12，
∴AC=2$\sqrt{3}$，OC=$\sqrt{3}$．
∵直角三角形 COD 中，OD=$\sqrt{CD^2-CO^2}$=2，
∴直角三角形 GOD 中，tan∠DGO=$\frac{OD}{OG}$=$\frac{4\sqrt{3}}{3}$．
（Ⅲ）若 G 满足 PC⊥面 BGD，∵OG⊂平面 BGD，
∴PC⊥OG，且 PC=$\sqrt{PA^2+AC^2}$=$\sqrt{15}$．
由△COG∽△PCA，可得$\frac{GC}{AC}$=$\frac{OC}{PC}$，即 $\frac{GC}{2\sqrt{3}}$=$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{15}}$，解得 GC=$\frac{2\sqrt{15}}{5}$，
∴PG=PC﹣GC=$\sqrt{15}$﹣$\frac{2\sqrt{15}}{5}$=$\frac{3\sqrt{15}}{5}$，
∴$\frac{PG}{GC}$=$\frac{\frac{3\sqrt{15}}{5}}{\frac{2\sqrt{15}}{5}}$=$\frac{3}{2}$．

点评： 本题主要考查直线和平面垂直的判定定理的应用，求直线和平面所成的角，空间距离的求法，属于中档题．

21．（15 分）（2013•浙江）已知 a∈R，函数 f（x）=$2x^3$﹣3（a+1）x^2+6ax
（Ⅰ）若 a=1，求曲线 y=f（x）在点（2，f（2））处的切线方程；
（Ⅱ）若|a|＞1，求 f（x）在闭区间[0，|2a|]上的最小值．

考点： 利用导数研究曲线上某点切线方程；利用导数求闭区间上函数的最值．
专题： 导数的综合应用．
分析： （Ⅰ）求导函数，确定切线的斜率，求出切点的坐标，即可求曲线 y=f（x）在点（2，f（2））处的切线方程；
（Ⅱ）分类讨论，利用导数确定函数的单调性，从而可得极值，即可得到最值．
解答： 解：（Ⅰ）当 a=1 时，f′（x）=$6x^2$﹣12x+6，所以 f′（2）=6
∵f（2）=4，∴曲线 y=f（x）在点（2，f（2））处的切线方程为 y=6x﹣8；
（Ⅱ）记 g（a）为 f（x）在闭区间[0，|2a|]上的最小值．
f′（x）=$6x^2$﹣6（a+1）x+6a=6（x﹣1）（x﹣a）
令 f′（x）=0，得到 x_1=1，x_2=a
当 a＞1 时，

x	0	（0，1）	1	（1，a）	a	（a，2a）	2a
f′（x）		+	0	﹣	0	+	

f（x）	0	单调递增	极大值 3a﹣1	单调递减	极小值 e^2（3﹣a）	单调递增	$4a^3$

比较 f（0）和 f（a）=a^2（3﹣a）的大小可得 g（a）=$\begin{cases}0，1<a\leqslant 3\\ a^2（3-a），a>3\end{cases}$；

当 a＜﹣1 时，

X	0	（0，1）	1	（1，﹣2a）	﹣2a
f′x）		﹣	0	+	
f（x）	0	单调递减	极小值 3a﹣1	单调递增	$-28a^3-24a^2$

∴g（a）=3a﹣1

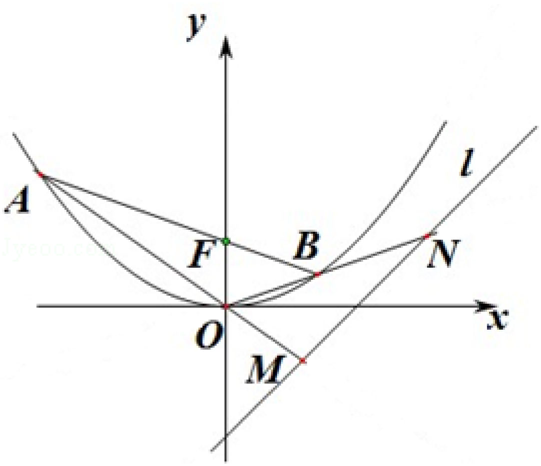
∴f（x）在闭区间[0，|2a|]上的最小值为 g（a）=$\begin{cases}3a-1，a<-1\\ 0，1<a\leqslant 3\\ a^2（3-a），a>3\end{cases}$．

点评：本题考查导数知识的运用，考查导数的几何意义，考查函数的最值，考查学生的计算能力，考查分类讨论的数学思想，属于中档题．

22．（14 分）（2013•浙江）已知抛物线 C 的顶点为 O（0，0），焦点 F（0，1）

（Ⅰ）求抛物线 C 的方程；

（Ⅱ）过 F 作直线交抛物线于 A、B 两点．若直线 OA、OB 分别交直线 l：y=x﹣2 于 M、N 两点，求|MN|的最小值．



考点：直线与圆锥曲线的关系；抛物线的标准方程．

专题：综合题；数形结合；转化思想；圆锥曲线的定义、性质与方程．

分析：（I）由抛物线的几何性质及题设条件焦点 F（0，1）可直接求得 p，确定出抛物线的开口方向，写出它的标准方程；

（II）由题意，可 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），直线 AB 的方程为 y=kx+1，将直线方程与（I）中所求得方程联立，再结合弦长公式用所引入的参数表示出|MN|，根据所得的形式作出判断，即可求得最小值．

解答：解：（I）由题意可设抛物线 C 的方程为 $x^2=2py$（p＞0）则$\frac{p}{2}=1$，解得 p=2，故抛物线 C 的方程为 $x^2=4y$

（II）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），直线 AB 的方程为 y=kx+1

由$\begin{cases}y=kx+1\\ x^2=4y\end{cases}$消去 y，整理得 $x^2-4kx-4=0$

所以 $x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4$，从而有$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=4\sqrt{k^2+1}$

由$\begin{cases}y=\dfrac{y_1}{x_1}x\\ y=x-2\end{cases}$解得点 M 的横坐标为$x_M=\dfrac{2x_1}{x_1-y_1}=\dfrac{2x_1}{x_1-\dfrac{x_1^{\ 2}}{4}}=\dfrac{8}{4-x_1}$，

同理可得点 N 的横坐标为$x_N=\dfrac{8}{4-x_2}$

所以$|MN|=\sqrt{2}|x_M-x_N|=|\dfrac{8}{4-x_1}-\dfrac{8}{4-x_2}|=8\sqrt{2}|\dfrac{x_1-x_2}{x_1x_2-4(x_1+x_2)+16}|=\dfrac{8\sqrt{2}\sqrt{k^2+1}}{|4k-3|}$

令 $4k-3=t$，t 不为 0，则 $k=\dfrac{t+3}{4}$

当 $t>0$ 时，$|MN|=2\sqrt{2}\sqrt{\dfrac{25}{t^2}+\dfrac{6}{t}+1}>2\sqrt{2}$

当 $t<0$ 时，$|MN|=2\sqrt{2}\sqrt{\dfrac{25}{t^2}+\dfrac{6}{t}+1}=2\sqrt{2}\sqrt{(\dfrac{5}{t}+\dfrac{3}{5})^2+\dfrac{16}{25}}\geq\dfrac{8\sqrt{2}}{5}$

综上所述，当 $t=-\dfrac{25}{3}$时，$|MN|$的最小值是$\dfrac{8\sqrt{2}}{5}$

点评：本题主要考查抛物线的几何性质，直线与抛物线的位置关系，同时考查解析几何的基本思想方法和运算求解能力，本题考查了数形结合的思想及转化的思想，将问题恰当的化归可以大大降低题目的难度，如本题最后求最值时引入变量 t，就起到了简化计算的作用