

2011年普通高等学校招全国统一考试（山东卷）

文科数学

本卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，共4页。满分150分。考试用时120分钟。考试结束后，将本试卷与答题卡一并交回。

注意事项：

1.

答题前，考生务必用0.5毫米的签字笔将自己的姓名、座号、准考证号、县区和科类填写在自己的答题卡和试卷规定的位置上。

2.

第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案不能打在试卷上。

3.

第Ⅱ卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求最大的答案无效。

4. 第Ⅱ卷第六题为选做题，考生须从所给（一）（二）两题中任选一题作答，不能全选。

参考公式：

柱体的体积公式： $v=sh$ ，其中 s 是柱体的底面积， h 是柱体的高。

圆柱的侧面积公式： $s=cl$ ，其中 c 是圆柱的底面周长， l 是圆柱体的母线长。

球的体积公式： $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ ，其中 R 是球的半径。

球的表面积公式： $S=4\pi R^2$ ，其中 R 是球的半径

用最小二乘法求线性回归方程系数公式：
$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad a = \bar{y} - b \bar{x}$$

如果事件A, B互斥，那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$ 。

第I卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题，没小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

① 设集合 $M = \{x | (x+3)(x-2) < 0\}$, $N = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, 则 $M \cap N =$

- (A) $[1, 2)$ (B) $[1, 2]$ (C) $(2, 3]$ (D) $[2, 3]$

(2) 复数 $z = \frac{2-i}{2+i}$ (i 虚数单位) 在复平面内对应的点所在象限为

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

(3) 若点 $(a, 9)$ 在函数 $y = 3^x$ 的图像上, 则 $\tan \frac{a\pi}{6}$ 的值为 ()

- (A) 0 (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) 1 (D) $\sqrt{3}$

(4) 曲线 $y = x^3 + 11$ 在点 $P(1, 12)$ 处的切线与 y 轴交点的纵坐标是

- (A) -9 (B) -3 (C) 9 (D) 15

(5) $a, b, c \in R$, 命题“ $a+b+c=3$, 则 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$ ”的否命题是

- (A) 若 $a+b+c \neq 3$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 3$ (B) 若 $a+b+c=3$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 3$
(C) 若 $a+b+c \neq 3$, 则 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$ (D) 若 $a+b+c \geq 3$, 则 $a^2+b^2+c^2=3$

(6) 若函数 $f(x) = \sin \omega x$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增, 在区间 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递减, 则 $\omega =$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 3

$$\begin{cases} x+2y-5 \leq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \\ x \geq 0, \end{cases}$$

(7) 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-5 \leq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \\ x \geq 0, \end{cases}$ ，则目标函数 $z=2x+3y+1$ 的最大值为

- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8.5

(8) 某产品的广告费用 x 与销售额 y 的统计数据如下表：

广告费用 x (万元)	4	2	3	5
销售额 y (万元)	49	26	39	54

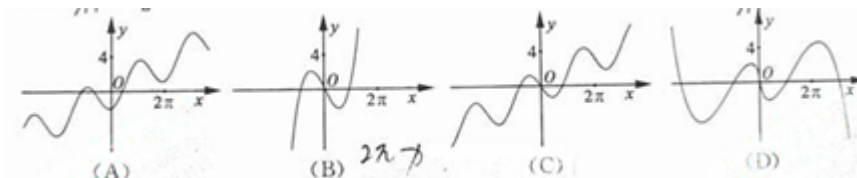
根据上表可得回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中的 \hat{b} 为 9.4，据此模型预报广告费用为 6 万元时销售额为

- (A) 63.6 万元 (B) 65.6 万元 (C) 67.7 万元 (D) 72.0 万元

(9) 设 $M(x_0, y_0)$ 为抛物线 $C: x^2=8y$ 上一点， F 为抛物线 C 的焦点，以 F 为圆心、 $|FM|$ 为半径的圆和抛物线 C 的准线相交，则 y 的取值范围是

- (A) $(0, 1)$ (B) $[0, 2]$ (C) $(-2, +\infty)$ (D) $[2, +\infty)$

(10) 函数 $y = \frac{\pi}{2} - 2\sin x$ 的图像大致是



(11) 右图是长和宽分别相等的两个矩形，结合下列三个命题：①存在三棱柱，其正（主）视图、俯视图如右图；②存在四棱柱，其正（主）视图、俯视图如右图；③存在圆柱，其正（主）视图、俯视图如右图。其中真命题的个数是

- (A) 3 (B) 2
(C) 1 (D) 0

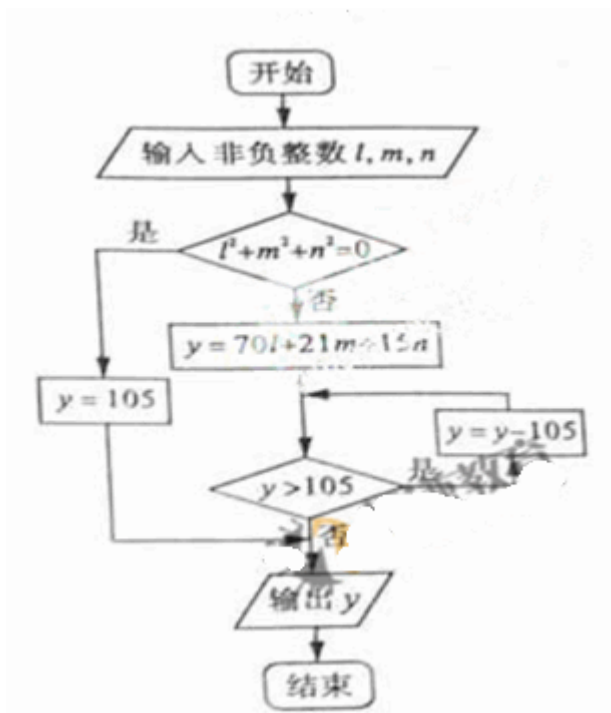


(12) 设 A_1, A_2, A_3, A_4 是平面直角坐标系中两两不同的四点, 若 $\overrightarrow{A_1A_3} = \lambda \overrightarrow{A_1A_2} (\lambda \in \mathbb{R})$,

$\overrightarrow{A_1A_4} = \mu \overrightarrow{A_1A_2} (\mu \in \mathbb{R})$, 且 $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 2$, 则称 A_3A_4 调和分割 A_1, A_2 . 已知 $C(c, 0)$, $D(d, 0)$ (c, d

, $\in \mathbb{R}$) 调和分割点 $A(1, 0)$, $B(1, 0)$, 则下面说法正确的是

- (A) C可能是线段AB的中点
- (B) D可能是线段AB的中点
- (C) C, D可能同时在线段AB上
- (D) C, D不可能同时在线段AB的延长线上



第 II 卷（共90分）

一、填空题。本大题共4小题，每小题4分，共16分

(13) 某高校甲、乙、丙、丁四个专业分别有150、150、400、300名学生，为了解学生的就业倾向，用分层抽样的方法从该校这四个专业共抽取40名学生进行调查，应在丙专业抽取的学生人数为_____。

(14) 执行右图所示的程序框图，输入 $! = 2, m = 3, n = 5$ ，则输出的 y 的值是_____。

(15) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 和椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 有相同的焦点，且双曲线的离心率是椭圆离心率的两倍，则双曲线的方程为_____。

(16) 已知函数 $f(x) = \log_{a^2} x + x - b$ ($a > 0$ ，且 $a \neq 1$)。

当 $2 < a < 3 < b < 4$ 时，函数 $f(x)$ 的零点 $x_0 \in (n, n+1), n \in \mathbb{N}^*$ ，则 $n =$ _____。

三、解答题：本大题共6小题，共74分。

(17) (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 。已知 $\frac{\cos A - 2 \cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}$ 。

(I) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值；

(II) 若 $\cos B = \frac{1}{4}$ ， $\triangle ABC$ 的周长为5，求 b 的长。

(18) (本小题满分12分)

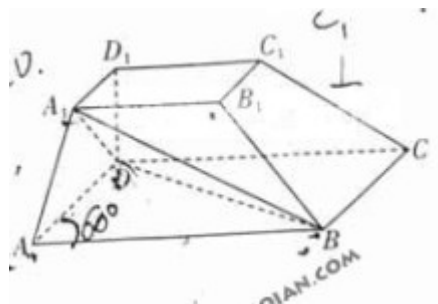
甲、乙两校各有3名教师报名支教，其中甲校2男1女，乙校1男2女。

(I) 若从甲校和乙校报名的教师中各任选1名，写出所有可能的结果，并求选出的2名教师性别相同的概率；

(II) 若从报名的6名教师中任选2名，写出所有可能的结果，并求选出的2名教师来自同一学校的概率。

(19) (本小题满分12分)

如图，在四棱台 $ABCD-A_1B_2C_3D_4$ 中， $D_1D \perp$ 平面 $ABCD$ 是平行四边形， $AB=2AD$, $AD=A_1B_1$, $\angle BAD=60^\circ$,



(I) 证明: $AA_1 \perp BD$;

(II) 证明: $CC_1 \parallel ABD$

(20) (本小题满分12分)

数列 $\{ a_n \}$ 中 a_1 、 a_2 、 a_3 分别是下表第一、二、三行中的某一个数，且 a_1 、 a_2 、 a_3 中的任何两个数不在下表的同一列.

	第一列	第二列	第三列
--	-----	-----	-----

第一行	3	2	10
第二行	6	4	14
第三行	9	8	18

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_n = a_n + (-1)^n \ln a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 S_{2n} .

(21) (本小题满分12分)

某企业拟建造如图所示的容器(不计厚度, 长度单位: 米), 其中容器的中间为圆柱形, 左右两端为半球形, 按照设计要求容器的容积为 $\frac{80\pi}{3}$ 立方米, 且 $l \geq 2r$, 假设该容器的建造费用仅与其表面积有关. 已知圆柱形部分每平方米建造费用为3千元, 半球形部分每平方米费用为 $c(c > 3)$ 千元. 设该容器的建造费用为 y 千元.



(I) 写出 y 关于 r 的函数表达式, 并求该函数的定义域;

(II) 求该容器的建造费用最小时的 r .

(22) (本小题满分14分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 C :

$\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$. 如图所示, 斜率为 $k(k > 0)$ 且不过原点的直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 E , 射线 OE 交椭圆 C 于点 C , 交直线 $x = -3$ 于点 $D(-3, m)$.

(I) 求 $m^2 + k^2$ 的最小值;

(II) 若 $|OG|^2 = |OD| \cdot |OE|$,

(i) 求证: 直线 l 过定点;

(ii) 试问点 B, G 能否关于 x 轴对称? 若能, 求出此时 $\triangle ABG$ 的外接圆方程; 若不能, 请说明理由.

