2018年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5分）已知集合$A=\{x|x-1\geq 0\}$，$B=\{0,1,2\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\{0\}$　　B．$\{1\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】37：集合思想；4A：数学模型法；5J：集合．

【分析】求解不等式化简集合A，再由交集的运算性质得答案．

【解答】解：$\because A=\{x|x-1\geq 0\}=\{x|x\geq 1\}$，$B=\{0,1,2\}$，

$\therefore A\cap B=\{x|x\geq 1\}\cap\{0,1,2\}=\{1,2\}$．

故选：C．

【点评】本题考查了交集及其运算，是基础题．

2．（5分）$(1+i)(2-i)=$（　　）

A．$-3-i$　　B．$-3+i$　　C．$3-i$　　D．$3+i$

【考点】A5：复数的运算．

【专题】38：对应思想；4A：数学模型法；5N：数系的扩充和复数．

【分析】直接利用复数代数形式的乘除运算化简得答案．

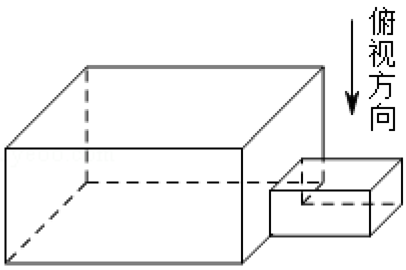
【解答】解：$(1+i)(2-i)=3+i$．

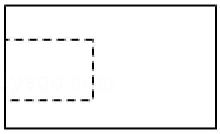
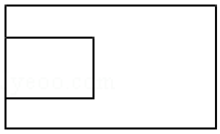
故选：D．

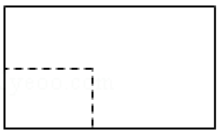
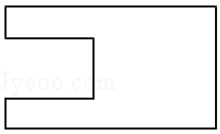
【点评】本题考查了复数代数形式的乘除运算，是基础题．

3．（5分）中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来．构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头．若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可

以是（　　）



A. 　B. 

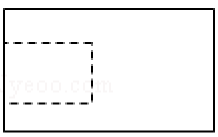
C. 　D. 

【考点】L7：简单空间图形的三视图．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】直接利用空间几何体的三视图的画法，判断选项的正误即可．

【解答】解：由题意可知，如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，小的长方体，是榫头，从图形看出，轮廓是长方形，内含一个长方形，并且一条边重合，另外3边是虚线，所以木构件的俯视图是A．



故选：A．

【点评】本题看出简单几何体的三视图的画法，是基本知识的考查．

4．（5分）若$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则$\cos2\alpha=$（　　）

A．$\frac{8}{9}$　B．$\frac{7}{9}$　C．$-\frac{7}{9}$　D．$-\frac{8}{9}$

【考点】GS：二倍角的三角函数．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；56：三角函数的求值．

【分析】$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha$，由此能求出结果．

【解答】解：$\because\sin\alpha=\frac{1}{3}$，

$\therefore\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\frac{1}{9}=\frac{7}{9}$．

故选：B．

【点评】本题考查二倍角的余弦值的求法，考查二倍角公式等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

5．（5分）$(x^2+\frac{2}{x})^5$的展开式中x^4的系数为（　　）

A．10　　B．20　　C．40　　D．80

【考点】DA：二项式定理．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；5P：二项式定理．

【分析】由二项式定理得$(x^2+\frac{2}{x})^5$的展开式的通项为：$T_{r+1}=C_5^r(x^2)^{5-r}(\frac{2}{x})^r=2^rC_5^rx^{10-3r}$，由$10-3r=4$，解得$r=2$，由此能求出$(x^2+\frac{2}{x})^5$的展开式中$x^4$的系数．

【解答】解：由二项式定理得$(x^2+\frac{2}{x})^5$的展开式的通项为：

$T_{r+1}=C_5^r(x^2)^{5-r}(\frac{2}{x})^r=2^rC_5^rx^{10-3r}$，

由$10-3r=4$，解得$r=2$，

$\therefore(x^2+\frac{2}{x})^5$的展开式中$x^4$的系数为$2^2C_5^2=40$．

故选：C．

【点评】本题考查二项展开式中x^4的系数的求法，考查二项式定理、通项公式等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

6．（5分）直线$x+y+2=0$分别与x轴，y轴交于A，B两点，点P在圆$(x-2)^2+y^2=2$上，则△ABP面积的取值范围是（　　）

A．[2，6]　　B．[4，8]　　C．$[\sqrt{2}，3\sqrt{2}]$　　D．$[2\sqrt{2}，3\sqrt{2}]$

【考点】J9：直线与圆的位置关系．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5B：直线与圆．

【分析】求出A（﹣2，0），B（0，﹣2），$|AB|=2\sqrt{2}$，设P（$2+\sqrt{2}\cos\theta$，$\sqrt{2}\sin\theta$），点P到直线x+y+2=0的距离：$d=\frac{|2+\sqrt{2}\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta+2|}{\sqrt{2}}=\frac{|2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}}\in[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$，由此能求出△ABP面积的取值范围．

【解答】解：∵直线x+y+2=0分别与x轴，y轴交于A，B两点，

∴令x=0，得y=﹣2，令y=0，得x=﹣2，

∴A（﹣2，0），B（0，﹣2），$|AB|=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$，

∵点P在圆$(x-2)^2+y^2=2$上，∴设P（$2+\sqrt{2}\cos\theta$，$\sqrt{2}\sin\theta$），

∴点P到直线x+y+2=0的距离：

$$d=\frac{|2+\sqrt{2}\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta+2|}{\sqrt{2}}=\frac{|2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}},$$

∵$\sin(\theta+\frac{\pi}{4})\in[-1,1]$，∴$d=\frac{|2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}}\in[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$，

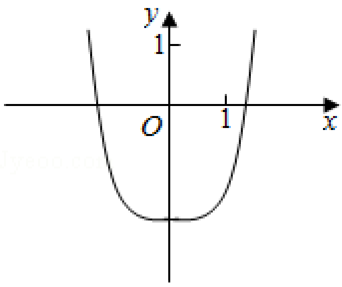
∴△ABP面积的取值范围是：

$[\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{2},\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}]=[2,6]$．

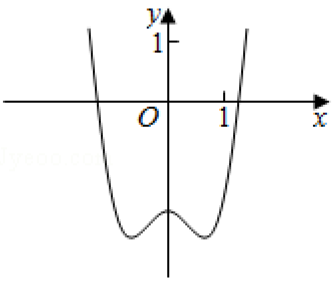
故选：A．

【点评】本题考查三角形面积的取值范围的求法，考查直线方程、点到直线的距离公式、圆的参数方程、三角函数关系等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题．

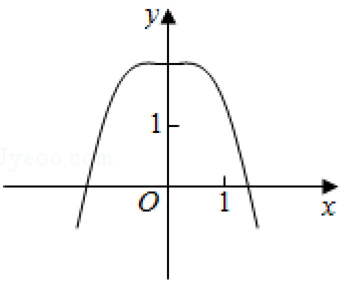
7．（5分）函数$y=-x^4+x^2+2$的图象大致为（　　）



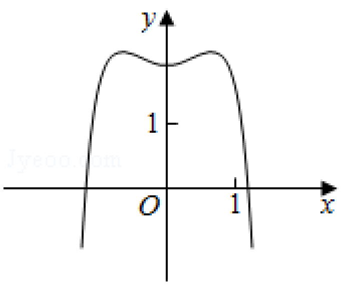
A．



B．



C．



D．

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】38：对应思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】根据函数图象的特点，求函数的导数利用函数的单调性进行判断即可．

【解答】解：函数过定点（0，2），排除A，B．

函数的导数f′（x）=－$4x^3$+2x=－2x（$2x^2$－1），

由f′（x）＞0得2x（$2x^2$－1）＜0，

得x＜－$\frac{\sqrt{2}}{2}$或0＜x＜$\frac{\sqrt{2}}{2}$，此时函数单调递增，

由f′（x）＜0得2x（$2x^2$－1）＞0，

得x＞$\frac{\sqrt{2}}{2}$或－$\frac{\sqrt{2}}{2}$＜x＜0，此时函数单调递减，排除C，

也可以利用f（1）=－1+1+2=2＞0，排除A，B，

故选：D．

【点评】本题主要考查函数的图象的识别和判断，利用函数过定点以及判断函数的单调性是解决本题的关键．

8．（5分）某群体中的每位成员使用移动支付的概率都为p，各成员的支付方式相互独立．设X为该群体的10位成员中使用移动支付的人数，DX=2.4，P（x=4）＜P（X=6），则p=（　　）

A．0.7　　B．0.6　　C．0.4　　D．0.3

【考点】CH：离散型随机变量的期望与方差．

【专题】11：计算题；34：方程思想；35：转化思想；49：综合法；5I：概率与统计．

【分析】利用已知条件，转化为二项分布，利用方差转化求解即可．

【解答】解：某群体中的每位成员使用移动支付的概率都为p，看做是独立重复事件，满足X～B（10，p），

P（x=4）＜P（X=6），可得$C_{10}^{4}p^{4}(1-p)^{6}<C_{10}^{6}p^{6}(1-p)^{4}$，可得1－2p＜0．即$p>\frac{1}{2}$.

因为DX=2.4，可得10p（1－p）=2.4，解得p=0.6或p=0.4（舍去）．

故选：B．

【点评】本题考查离散型离散型随机变量的期望与方差的求法，独立重复事件的应用，考查转化思想以及计算能力．

9．（5分）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．若△ABC的面积为$\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，则C=（　　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

【考点】HR：余弦定理．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；58：解三角形．

【分析】推导出$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}absinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，从而$sinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=cosC$，由此能求出结果．

【解答】解：∵△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．

△ABC的面积为$\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}absinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，

∴$sinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=cosC$，

∵0＜C＜π，∴$C=\frac{\pi}{4}$．

故选：C．

【点评】本题考查三角形内角的求法，考查余弦定理、三角形面积公式等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

10．（5分）设A，B，C，D是同一个半径为4的球的球面上四点，△ABC为等边三角形且面积为$9\sqrt{3}$，则三棱锥D－ABC体积的最大值为（　　）

A．$12\sqrt{3}$　　B．$18\sqrt{3}$　　C．$24\sqrt{3}$　　D．$54\sqrt{3}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LG：球的体积和表面积．

【专题】11：计算题；31：数形结合；34：方程思想；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】求出，△ABC为等边三角形的边长，画出图形，判断D的位置，然后求解即可．

【解答】解：△ABC为等边三角形且面积为$9\sqrt{3}$，可得$\frac{\sqrt{3}}{4}\times AB^2=9\sqrt{3}$，解得AB=6，

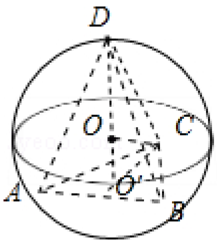
球心为O，三角形ABC 的外心为O′，显然D在O′O的延长线与球的交点如图：

$O'C=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=2\sqrt{3}$，$OO'=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$，

则三棱锥D﹣ABC高的最大值为：6，

则三棱锥D﹣ABC体积的最大值为：$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^3=18\sqrt{3}$.

故选：B.



【点评】本题考查球的内接多面体，棱锥的体积的求法，考查空间想象能力以及计算能力.

11．（5分）设F_1，F_2是双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0．b＞0）的左，右焦点，O是坐标原点．过$F_2$作C的一条渐近线的垂线，垂足为P，若$|PF_1|=\sqrt{6}|OP|$，则C的离心率为（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

【考点】KC：双曲线的性质.

【专题】11：计算题；38：对应思想；4R：转化法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】先根据点到直线的距离求出$|PF_2|=b$，再求出$|OP|=a$，在三角形F_1PF_2中，由余弦定理可得$|PF_1|^2=|PF_2|^2+|F_1F_2|^2-2|PF_2|\bullet|F_1F_2|\cos\angle PF_2O$，代值化简整理可得$\sqrt{3}a=c$，问题得以解决.

【解答】解：双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0．b＞0）的一条渐近线方程为$y=\frac{b}{a}x$，

∴点F_2到渐近线的距离$d=\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=b$，即$|PF_2|=b$，

∴$|OP|=\sqrt{|OF_2|^2-|PF_2|^2}=\sqrt{c^2-b^2}=a$，$\cos\angle PF_2O=\frac{b}{c}$，

∵$|PF_1|=\sqrt{6}|OP|$，

∴$|PF_1|=\sqrt{6}a$，

在三角形F_1PF_2中，由余弦定理可得$|PF_1|^2=|PF_2|^2+|F_1F_2|^2-2|PF_2|\bullet|F_1F_2|\cos\angle PF_2O$，

∴$6a^2=b^2+4c^2-2\times b\times 2c\times\frac{b}{c}=4c^2-3b^2=4c^2-3(c^2-a^2)$，

即$3a^2=c^2$，

即$\sqrt{3}a=c$，

∴$e=\frac{c}{a}=\sqrt{3}$，

故选：C.

【点评】本题考查了双曲线的简单性质，点到直线的距离公式，余弦定理，离心率，属于中档题.

12．（5分）设$a=\log_{0.2}0.3$，$b=\log_2 0.3$，则（　　）

A．$a+b<ab<0$　B．$ab<a+b<0$　C．$a+b<0<ab$　D．$ab<0<a+b$

【考点】4M：对数值大小的比较.

【专题】33：函数思想；48：分析法；51：函数的性质及应用.

【分析】直接利用对数的运算性质化简即可得答案.

【解答】解：∵$a=\log_{0.2}0.3=\frac{\lg 0.3}{-\lg 5}$，$b=\log_2 0.3=\frac{\lg 0.3}{\lg 2}$，

∴$a+b=\frac{\lg 0.3}{\lg 2}-\frac{\lg 0.3}{\lg 5}=\frac{\lg 0.3(\lg 5-\lg 2)}{\lg 2\lg 5}=\frac{\lg 0.3\lg\frac{5}{2}}{\lg 2\lg 5}$，

$ab=-\frac{\lg 0.3}{\lg 2}\bullet\frac{\lg 0.3}{\lg 5}=\frac{\lg 0.3\bullet\lg\frac{10}{3}}{\lg 2\lg 5}$，

∵$\lg\frac{10}{3}>\lg\frac{5}{2}$，$\frac{\lg 0.3}{\lg 2\lg 5}<0$，

∴$ab<a+b<0$.

故选：B.

【点评】本题考查了对数值大小的比较，考查了对数的运算性质，是中档题.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．（5分）已知向量$\vec{a}$=（1，2），$\vec{b}$=（2，﹣2），$\vec{c}$=（1，λ）．若$\vec{c}$∥（2$\vec{a}$+$\vec{b}$），则λ=<u> $\frac{1}{2}$ </u>．

【考点】96：平行向量（共线）；9J：平面向量的坐标运算．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；5A：平面向量及应用．

【分析】利用向量坐标运算法则求出2$\vec{a}$+$\vec{b}$=（4，2），再由向量平行的性质能求出λ的值．

【解答】解：∵向量$\vec{a}$=（1，2），$\vec{b}$=（2，﹣2），

∴2$\vec{a}$+$\vec{b}$=（4，2），

∵$\vec{c}$=（1，λ），$\vec{c}$∥（2$\vec{a}$+$\vec{b}$），

∴$\frac{1}{4}=\frac{\lambda}{2}$，

解得λ=$\frac{1}{2}$．

故答案为：$\frac{1}{2}$．

【点评】本题考查实数值的求法，考查向量坐标运算法则、向量平行的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

14．（5分）曲线y=（ax+1）e^x在点（0，1）处的切线的斜率为﹣2，则a=<u> ﹣3 </u>．

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】球心函数的导数，利用切线的斜率列出方程求解即可．

【解答】解：曲线y=（ax+1）e^x，可得y′=ae^x+（ax+1）e^x，

曲线y=（ax+1）e^x在点（0，1）处的切线的斜率为﹣2，

可得：$a+1=-2$，解得$a=-3$.

故答案为：-3.

【点评】本题考查函数的导数的应用切线的斜率的求法，考查转化思想以及计算能力.

15．（5分）函数$f(x)=\cos(3x+\frac{\pi}{6})$在$[0,\pi]$的零点个数为__3__.

【考点】51：函数的零点.

【专题】11：计算题；38：对应思想；4O：定义法；57：三角函数的图像与性质.

【分析】由题意可得$f(x)=\cos(3x+\frac{\pi}{6})=0$，可得$3x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in Z$，即$x=\frac{\pi}{9}+\frac{1}{3}k\pi$，即可求出.

【解答】解：$\because f(x)=\cos(3x+\frac{\pi}{6})=0$，

$\therefore 3x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in Z$，

$\therefore x=\frac{\pi}{9}+\frac{1}{3}k\pi$，$k\in Z$，

当$k=0$时，$x=\frac{\pi}{9}$，

当$k=1$时，$x=\frac{4}{9}\pi$，

当$k=2$时，$x=\frac{7}{9}\pi$，

当$k=3$时，$x=\frac{10}{9}\pi$，

$\because x\in[0,\pi]$，

$\therefore x=\frac{\pi}{9}$，或$x=\frac{4}{9}\pi$，或$x=\frac{7}{9}\pi$，

故零点的个数为3，

故答案为：3

【点评】本题考查了余弦函数的图象和性质以及函数零点的问题，属于基础题.

16．（5分）已知点M（﹣1，1）和抛物线C：$y^2=4x$，过C的焦点且斜率为k的直线与C交于A，B两点．若∠AMB=90°，则k=

__2__．

【考点】K8：抛物线的性质；KN：直线与抛物线的综合．

【专题】11：计算题；34：方程思想；35：转化思想；49：综合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由已知可求过A，B两点的直线方程为$y=k(x-1)$，然后联立直线与抛物线方程组可得，$k^2x^2-2(2+k^2)x+k^2=0$，可表示x_1+x_2，x_1x_2，y_1+y_2，y_1y_2，由∠AMB=90°，向量的数量积为0，代入整理可求k．

【解答】解：∵抛物线C：$y^2=4x$的焦点F（1，0），

∴过A，B两点的直线方程为$y=k(x-1)$，

联立$\begin{cases} y^2=4x \\ y=k(x-1) \end{cases}$可得，$k^2x^2-2(2+k^2)x+k^2=0$，

设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

则$x_1+x_2=\frac{4+2k^2}{k^2}$，$x_1x_2=1$，

∴$y_1+y_2=k(x_1+x_2-2)=\frac{4}{k}$，$y_1y_2=k^2(x_1-1)(x_2-1)=k^2[x_1x_2-(x_1+x_2)+1]=-4$，

∵M（﹣1，1），

∴$\overrightarrow{MA}=(x_1+1, y_1-1)$，$\overrightarrow{MB}=(x_2+1, y_2-1)$，

∵∠AMB=90°，∴$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

∴$(x_1+1)(x_2+1)+(y_1-1)(y_2-1)=0$，

整理可得，$x_1x_2+(x_1+x_2)+y_1y_2-(y_1+y_2)+2=0$，

∴$1+2+\frac{4}{k^2}-4-\frac{4}{k}+2=0$，

即$k^2-4k+4=0$，

∴k=2．

故答案为：2

【点评】本题主要考查了直线与圆锥曲线的相交关系的应用，解题的难点是本题具有较大的计算量.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：共60分。

17．（12分）等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_5=4a_3$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记S_n为$\{a_n\}$的前n项和．若$S_m=63$，求m.

【考点】89：等比数列的前n项和.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；54：等差数列与等比数列.

【分析】（1）利用等比数列通项公式列出方程，求出公比$q=\pm2$，由此能求出$\{a_n\}$的通项公式.

（2）当$a_1=1$，$q=-2$时，$S_n=\frac{1-(-2)^n}{3}$，由$S_m=63$，得$S_m=\frac{1-(-2)^m}{3}=63$，$m\in N$，无解；当$a_1=1$，$q=2$时，$S_n=2^n-1$，由此能求出m.

【解答】解：（1）∵等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_5=4a_3$.

$\therefore 1\times q^4=4\times(1\times q^2)$，

解得$q=\pm2$，

当$q=2$时，$a_n=2^{n-1}$，

当$q=-2$时，$a_n=(-2)^{n-1}$，

$\therefore\{a_n\}$的通项公式为，$a_n=2^{n-1}$，或$a_n=(-2)^{n-1}$.

（2）记S_n为$\{a_n\}$的前n项和.

当$a_1=1$，$q=-2$时，$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{1-(-2)^n}{1-(-2)}=\frac{1-(-2)^n}{3}$，

由$S_m=63$，得$S_m=\frac{1-(-2)^m}{3}=63$，$m\in N$，无解；

当$a_1=1$，$q=2$时，$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$，

由$S_m=63$，得$S_m=2^m-1=63$，$m\in N$，

解得$m=6$．

【点评】本题考查等比数列的通项公式的求法，考查等比数列的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

18．（12分）某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式．为比较两种生产方式的效率，选取40名工人，将他们随机分成两组，每组20人．第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式．根据工人完成生产任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图：

第一种生产方式		第二种生产方式
8	6	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

（1）根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；

（2）求40名工人完成生产任务所需时间的中位数m，并将完成生产任务所需时间超过m和不超过m的工人数填入下面的列联表：

	超过m	不超过m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

（3）根据（2）中的列联表，能否有99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(K^2\geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

【考点】BL：独立性检验．

【专题】38：对应思想；4A：数学模型法；5I：概率与统计．

【分析】（1）根据茎叶图中的数据判断第二种生产方式的工作时间较少些，效

率更高；

（2）根据茎叶图中的数据计算它们的中位数，再填写列联表；

（3）列联表中的数据计算观测值，对照临界值得出结论．

【解答】解：（1）根据茎叶图中的数据知，

第一种生产方式的工作时间主要集中在72～92之间，

第二种生产方式的工作时间主要集中在65～85之间，

所以第二种生产方式的工作时间较少些，效率更高；

（2）这40名工人完成生产任务所需时间按从小到大的顺序排列后，

排在中间的两个数据是79和81，计算它们的中位数为$m=\frac{79+81}{2}=80$；

由此填写列联表如下；

	超过m	不超过m	总计
第一种生产方式	15	5	20
第二种生产方式	5	15	20
总计	20	20	40

（3）根据（2）中的列联表，计算

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{40\times(15\times15-5\times5)^2}{20\times20\times20\times20}=10>6.635$，

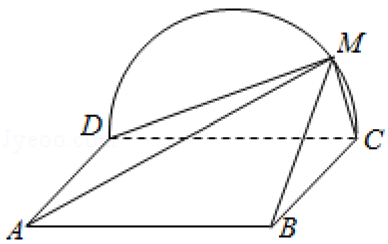
∴能有99%的把握认为两种生产方式的效率有差异．

【点评】本题考查了列联表与独立性检验的应用问题，是基础题．

19．（12分）如图，边长为2的正方形ABCD所在的平面与半圆弧$\overset{\frown}{CD}$所在平面垂直，M是$\overset{\frown}{CD}$上异于C，D的点．

（1）证明：平面AMD⊥平面BMC；

（2）当三棱锥M﹣ABC体积最大时，求面MAB与面MCD所成二面角的正弦值．



【考点】LY：平面与平面垂直；MJ：二面角的平面角及求法．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；5F：空间位置关系与距离；5H：空间向量及应用．

【分析】（1）根据面面垂直的判定定理证明MC⊥平面ADM即可．

（2）根据三棱锥的体积最大，确定M的位置，建立空间直角坐标系，求出点的坐标，利用向量法进行求解即可．

【解答】解：（1）证明：在半圆中，DM⊥MC，

∵正方形ABCD所在的平面与半圆弧$\overset{\frown}{CD}$所在平面垂直，

∴AD⊥平面DCM，则AD⊥MC，

∵AD∩DM=D，

∴MC⊥平面ADM，

∵MC⊂平面MBC，

∴平面AMD⊥平面BMC．

（2）∵△ABC的面积为定值，

∴要使三棱锥M﹣ABC体积最大，则三棱锥的高最大，

此时M为圆弧的中点，

建立以O为坐标原点，如图所示的空间直角坐标系如图

∵正方形ABCD的边长为2，

∴A（2，﹣1，0），B（2，1，0），M（0，0，1），

则平面MCD的法向量$\overrightarrow{m}$=（1，0，0），

设平面MAB的法向量为$\overrightarrow{n}$=（x，y，z）

则$\overrightarrow{AB}$=（0，2，0），$\overrightarrow{AM}$=（﹣2，1，1），

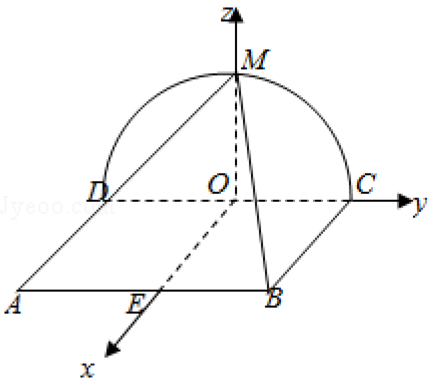
由$\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AB}$=2y=0，$\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{AM}$=﹣2x+y+z=0，

令x=1，

则y=0，z=2，即$\overrightarrow{n}$=（1，0，2），

则cos<$\overrightarrow{m}$，$\overrightarrow{n}$>=$\frac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}||\overrightarrow{n}|}=\frac{1}{1\times\sqrt{1+4}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$，

则面MAB与面MCD所成二面角的正弦值sinα=$\sqrt{1-(\frac{1}{\sqrt{5}})^2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



【点评】本题主要考查空间平面垂直的判定以及二面角的求解，利用相应的判定定理以及建立坐标系，利用向量法是解决本题的关键.

20．（12分）已知斜率为k的直线l与椭圆C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$交于A，B两点，线段AB的中点为M（1，m）（m＞0）.

（1）证明：k＜－$\frac{1}{2}$；

（2）设F为C的右焦点，P为C上一点，且$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$．证明：$|\overrightarrow{FA}|$，$|\overrightarrow{FP}|$，$|\overrightarrow{FB}|$成等差数列，并求该数列的公差.

【考点】K3：椭圆的标准方程；KL：直线与椭圆的综合.

【专题】35：转化思想；49：综合法；5E：圆锥曲线中的最值与范围问题.

【分析】（1）设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），利用点差法得6（x_1-x_2）+8m（y_1-y_2）=0，k=$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$=－$\frac{6}{8m}$=－$\frac{3}{4m}$

又点M（1，m）在椭圆内，即$\frac{1}{4}+\frac{m^2}{3}<1$，$(m>0)$，解得m的取值范围，即可得k＜－$\frac{1}{2}$，

（2）设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），P（x_3，y_3），可得$x_1+x_2=2$

由$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$，可得$x_3-1=0$，由椭圆的焦半径公式得则|FA|=a－e$x_1$=2－$\frac{1}{2}x_1$

，$|FB|=2-\frac{1}{2}x_2$，$|FP|=2-\frac{1}{2}x_3=\frac{3}{2}$. 即可证明$|FA|+|FB|=2|FP|$，求得A，B坐标再求公差.

【解答】解：（1）设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

∵线段AB的中点为M（1，m），

∴$x_1+x_2=2$，$y_1+y_2=2m$

将A，B代入椭圆C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$中，可得

$\begin{cases}3x_1^2+4y_1^2=12\\3x_2^2+4y_2^2=12\end{cases}$，

两式相减可得，3（x_1+x_2）（x_1-x_2）+4（y_1+y_2）（y_1-y_2）=0，

即6（x_1-x_2）+8m（y_1-y_2）=0，

∴$k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{6}{8m}=-\frac{3}{4m}$

点M（1，m）在椭圆内，即$\frac{1}{4}+\frac{m^2}{3}<1$，（$m>0$），

解得$0<m<\frac{3}{2}$

∴$k=-\frac{3}{4m}<-\frac{1}{2}$.

（2）证明：设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），P（x_3，y_3），

可得$x_1+x_2=2$，

∵$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$，F（1，0），∴$x_1-1+x_2-1+x_3-1=0$，$y_1+y_2+y_3=0$，

∴$x_3=1$，$y_3=-(y_1+y_2)=-2m$

∵$m>0$，可得P在第四象限，故$y_3=-\frac{3}{2}$，$m=\frac{3}{4}$，$k=-1$

由椭圆的焦半径公式得则$|FA|=a-ex_1=2-\frac{1}{2}x_1$，$|FB|=2-\frac{1}{2}x_2$，$|FP|=2-\frac{1}{2}x_3=\frac{3}{2}$

.

则$|FA|+|FB|=4-\frac{1}{2}(x_1+x_2)=3$，∴$|FA|+|FB|=2|FP|$，

联立$\begin{cases}y=-x+\frac{7}{4}\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$，可得$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{3\sqrt{21}}{7}$

所以该数列的公差d满足2d= $\pm\frac{1}{2}|x_1-x_2|=\pm\frac{3\sqrt{21}}{14}$，

∴该数列的公差为$\pm\frac{3\sqrt{21}}{28}$.

【点评】本题考查直线与椭圆的位置关系的综合应用，考查了点差法、焦半径公式，考查分析问题解决问题的能力，转化思想的应用与计算能力的考查．属于中档题．

21．（12分）已知函数f（x）=（2+x+ax²）ln（1+x）﹣2x．

（1）若a=0，证明：当﹣1＜x＜0时，f（x）＜0；当x＞0时，f（x）＞0；

（2）若x=0是f（x）的极大值点，求a．

【考点】6D：利用导数研究函数的极值．

【专题】34：方程思想；35：转化思想；48：分析法；53：导数的综合应用．

【分析】（1）对函数f（x）两次求导数，分别判断f′（x）和f（x）的单调性，结合f（0）=0即可得出结论；

（2）令h（x）为f′（x）的分子，令h″（0）计算a，讨论a的范围，得出f（x）的单调性，从而得出a的值．

【解答】（1）证明：当a=0时，f（x）=（2+x）ln（1+x）﹣2x，（x＞﹣1）．

$f'(x)=\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$，$f''(x)=\frac{x}{(x+1)^2}$，

可得x∈（﹣1，0）时，f″（x）≤0，x∈（0，+∞）时，f″（x）≥0

∴f′（x）在（﹣1，0）递减，在（0，+∞）递增，

∴f′（x）≥f′（0）=0，

∴f（x）=（2+x）ln（1+x）﹣2x在（﹣1，+∞）上单调递增，又f（0）=0．

∴当﹣1＜x＜0时，f（x）＜0；当x＞0时，f（x）＞0．

（2）解：由f（x）=（2+x+ax²）ln（1+x）﹣2x，得

$f'(x)=(1+2ax)\ln(1+x)+\frac{2+x+ax^2}{x+1}-2=\frac{ax^2-x+(1+2ax)(1+x)\ln(x+1)}{x+1}$，

令h（x）=ax²﹣x+（1+2ax）（1+x）ln（x+1），

h′（x）=4ax+（4ax+2a+1）ln（x+1）．

当a≥0，x＞0时，h′（x）＞0，h（x）单调递增，

∴h（x）＞h（0）=0，即f′（x）＞0，

∴f（x）在（0，+∞）上单调递增，故x=0不是f（x）的极大值点，不符合题意．

当a＜0时，$h''(x)=8a+4a\ln(x+1)+\frac{1-2a}{x+1}$，

显然h″（x）单调递减，

①令h″（0）=0，解得$a=-\frac{1}{6}$．

∴当﹣1＜x＜0时，h″（x）＞0，当x＞0时，h″（x）＜0，

∴h′（x）在（﹣1，0）上单调递增，在（0，+∞）上单调递减，

∴h′（x）≤h′（0）=0，

∴h（x）单调递减，又h（0）=0，

∴当﹣1＜x＜0时，h（x）＞0，即f′（x）＞0，

当x＞0时，h（x）＜0，即f′（x）＜0，

∴f（x）在（﹣1，0）上单调递增，在（0，+∞）上单调递减，

∴x=0是f（x）的极大值点，符合题意；

②若$-\frac{1}{6}<a<0$，则h″（0）=1+6a＞0，$h''(e^{-\frac{1+6a}{4a}}-1)=(2a-1)(1-e^{\frac{1+6a}{4a}})<0$，

∴h″（x）=0在（0，+∞）上有唯一一个零点，设为x_0，

∴当$0<x<x_0$时，h″（x）＞0，h′（x）单调递增，

∴h′（x）＞h′（0）=0，即f′（x）＞0，

∴f（x）在（0，x_0）上单调递增，不符合题意；

③若$a<-\frac{1}{6}$，则h″（0）=1+6a＜0，$h''(\frac{1}{e^2}-1)=(1-2a)e^2>0$，

∴h″（x）=0在（﹣1，0）上有唯一一个零点，设为x_1，

∴当$x_1<x<0$时，h″（x）＜0，h′（x）单调递减，

∴h′（x）＞h′（0）=0，∴h（x）单调递增，

∴h（x）＜h（0）=0，即f′（x）＜0，

∴f（x）在（x_1，0）上单调递减，不符合题意．

综上，$a=-\frac{1}{6}$．

【点评】本题考查了导数与函数单调性的关系，函数单调性与极值的计算，零

点的存在性定理，属于难题．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

22．（10分）在平面直角坐标系xOy中，⊙O的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$，（θ为参数），过点（0，$-\sqrt{2}$）且倾斜角为α的直线l与⊙O交于A，B两点．

（1）求α的取值范围；

（2）求AB中点P的轨迹的参数方程．

【考点】QK：圆的参数方程．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）⊙O的普通方程为$x^2+y^2=1$，圆心为O（0，0），半径r=1，当$\alpha=\frac{\pi}{2}$时，直线l的方程为x=0，成立；当$\alpha\neq\frac{\pi}{2}$时，过点（0，$-\sqrt{2}$）且倾斜角为α的直线l的方程为$y=\tan\alpha\bullet x+\sqrt{2}$，从而圆心O（0，0）到直线l的距离$d=\frac{|\sqrt{2}|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}<1$，进而求出$\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$或$\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，由此能求出α的取值范围．

（2）设直线l的方程为$x=m(y+\sqrt{2})$，联立$\begin{cases}x=m(y+\sqrt{2})\\x^2+y^2=1\end{cases}$，得$(m^2+1)y^2+2\sqrt{2}m^2y+2m^2-1=0$，由此利用韦达定理、中点坐标公式能求出AB中点P的轨迹的参数方程．

【解答】解：（1）∵⊙O的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$（θ为参数），

∴⊙O的普通方程为$x^2+y^2=1$，圆心为O（0，0），半径r=1，

当$\alpha=\frac{\pi}{2}$时，过点（0，$-\sqrt{2}$）且倾斜角为α的直线l的方程为x=0，成立；

当$\alpha\neq\frac{\pi}{2}$时，过点（0，$-\sqrt{2}$）且倾斜角为α的直线l的方程为$y=\tan\alpha\bullet x-\sqrt{2}$，

∵倾斜角为α的直线l与⊙O交于A，B两点，

∴圆心O（0，0）到直线l的距离$d=\frac{|\sqrt{2}|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}<1$，

$\therefore \tan^2\alpha > 1$，$\therefore \tan\alpha > 1$或$\tan\alpha < -1$，

$\therefore \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$或$\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$，

综上α的取值范围是（$\frac{\pi}{4}$，$\frac{3\pi}{4}$）．

（2）由（1）知直线l的斜率不为0，设直线l的方程为$x=m(y+\sqrt{2})$，

设A（x_1，y_1），（B（x_2，y_2），P（x_3，y_3），

联立$\begin{cases}x=m(y+\sqrt{2})\\x^2+y^2=1\end{cases}$，得$(m^2+1)y^2+2\sqrt{2}m^2y+2m^2-1=0$，

$$\begin{cases}y_1+y_2=-\frac{2\sqrt{2}m^2}{m^2+1}\\y_1y_2=\frac{2m^2-1}{m^2+1}\end{cases}，$$

$$x_1+x_2=m(y_1+\sqrt{2})+m(y_2+\sqrt{2})=-\frac{2\sqrt{2}m^3}{m^2+1}+2\sqrt{2}m，$$

$$x_3=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\sqrt{2}m}{m^2+1}，\quad y_3=\frac{y_1+y_2}{2}=-\frac{\sqrt{2}m^2}{m^2+1}，$$

$\therefore$AB中点P的轨迹的参数方程为$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}m}{m^2+1}\\y=\frac{\sqrt{2}m^2}{m^2+1}\end{cases}$，（m为参数），（$-1<m<1$）．

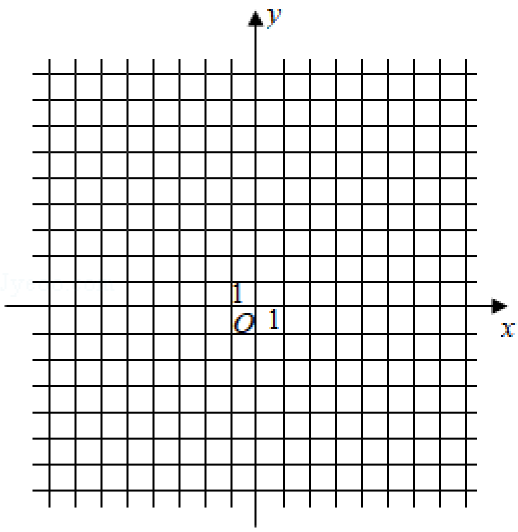
【点评】本题考查直线直线的倾斜角的取值范围的求法，考查线段的中点的参数方程的求法，考查参数方程、直角坐标方和、韦达定理、中点坐标公式等基础知识，考查数形结合思想的灵活运用，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题．

[选修4-5：不等式选讲]（10分）

23．设函数$f(x)=|2x+1|+|x-1|$．

（1）画出$y=f(x)$的图象；

（2）当$x\in[0,+\infty)$时，$f(x)\leq ax+b$，求a+b的最小值．



【考点】3B：分段函数的解析式求法及其图象的作法；5B：分段函数的应用.

【专题】31：数形结合；4R：转化法；51：函数的性质及应用；59：不等式的解法及应用.

【分析】（1）利用分段函数的性质将函数表示为分段函数形式进行作图即可.

（2）将不等式恒成立转化为图象关系进行求解即可.

【解答】解：（1）当$x\le -\frac{1}{2}$时，f（x）=－（2x+1）－（x－1）=－3x，

当$-\frac{1}{2}<x<1$，f（x）=（2x+1）－（x－1）=x+2，

当x≥1时，f（x）=（2x+1）+（x－1）=3x，

则$f(x)=\begin{cases}-3x, & x\leqslant -\frac{1}{2}\\ x+2, & -\frac{1}{2}<x<1\\ 3x, & x\geqslant 1\end{cases}$对应的图象为：

画出y=f（x）的图象；

（2）当x∈[0，+∞）时，f（x）≤ax+b，

当x=0时，f（0）=2≤0•a+b，∴b≥2，

当x＞0时，要使f（x）≤ax+b恒成立，

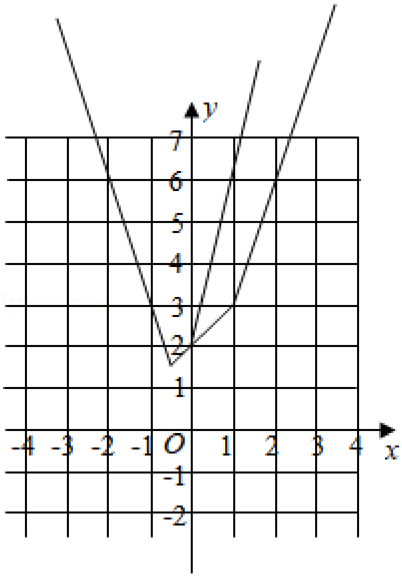
则函数f（x）的图象都在直线y=ax+b的下方或在直线上，

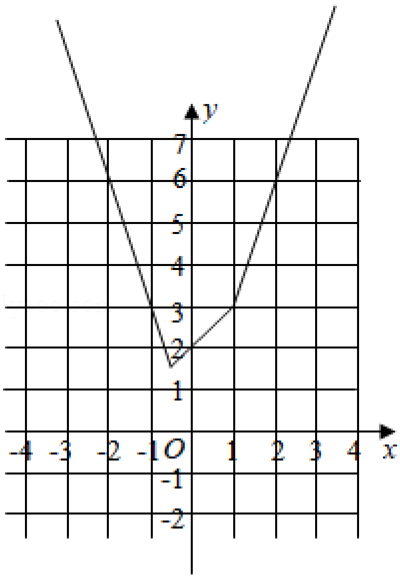
∵f（x）的图象与y轴的交点的纵坐标为2，

且各部分直线的斜率的最大值为3，

故当且仅当a≥3且b≥2时，不等式f（x）≤ax+b在[0，+∞）上成立，

即a+b的最小值为5．





【点评】本题主要考查分段函数的应用，利用不等式和函数之间的关系利用数形结合是解决本题的关键．