2009年江西高考理科数学试题

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷1至2页，第II卷3至4页，共150分。

第I卷

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上，考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第II卷用黑色墨水签字笔在答题卡上作答。若在试题卷上作答，答案无效。
3. 考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

参考公式

如果事件 A,B 互斥，那么　　　　　　　　球的表面积公式

$P(A+B)=P(A)+P(B)$　　　　　　　　$S=4\pi R^2$

如果事件 A,B，相互独立，那么　　　　　　其中 R 表示球的半径

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$　　　　　　　　球的体积公式

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，那么　　$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率　　　　其中 R 表示球的半径

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

一．选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若复数 $z=(x^2-1)+(x-1)i$ 为纯虚数，则实数 x 的值为

A．-1　　B．0　　C．1　　D．-1或1

2．函数 $y=\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{-x^2-3x+4}}$ 的定义域为

A．$(-4,-1)$　　B．$(-4,1)$　　C．$(-1,1)$　　D．$(-1,1]$

3．已知全集$U=A\cup B$中有m个元素，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$中有$n$个元素．若$A\cap B$非空，则$A\cap B$的元素个数为

A．mn　　B．$m+n$　　C．$n-m$　　D．$m-n$

4．若函数$f(x)=(1+\sqrt{3}\tan x)\cos x$，$0\le x<\dfrac{\pi}{2}$，则$f(x)$的最大值为

A．1　　B．2　　C．$\sqrt{3}+1$　　D．$\sqrt{3}+2$

5．设函数$f(x)=g(x)+x^2$，曲线$y=g(x)$在点$(1,g(1))$处的切线方程为$y=2x+1$，则曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处切线的斜率为

A．4　　B．$-\dfrac{1}{4}$　　C．2　　D．$-\dfrac{1}{2}$

6．过椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$($a>b>0$)的左焦点$F_1$作$x$轴的垂线交椭圆于点$P$，$F_2$为右焦点，若$\angle F_1PF_2=60^\circ$，则椭圆的离心率为

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{1}{3}$

7．$(1+ax+by)^n$展开式中不含x的项的系数绝对值的和为243，不含y的项的系数绝对值的和为32，则a,b,n的值可能为

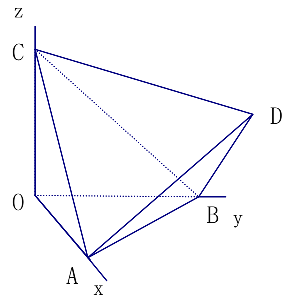
A．$a=2,b=-1,n=5$　　B．$a=-2,b=-1,n=6$

C．$a=-1,b=2,n=6$　　D．$a=1,b=2,n=5$

8．数列$\{a_n\}$的通项$a_n=n^2(\cos^2\dfrac{n\pi}{3}-\sin^2\dfrac{n\pi}{3})$，其前$n$项和为$S_n$，则$S_{30}$为

A．470　　B．490　　C．495　　D．510

9．如图，正四面体$ABCD$的顶点A，B，C分别在两两垂直的三条射线Ox，Oy，Oz上，则在下列命题中，错误的为



A．$O-ABC$是正三棱锥

B．直线$OB\parallel$平面ACD

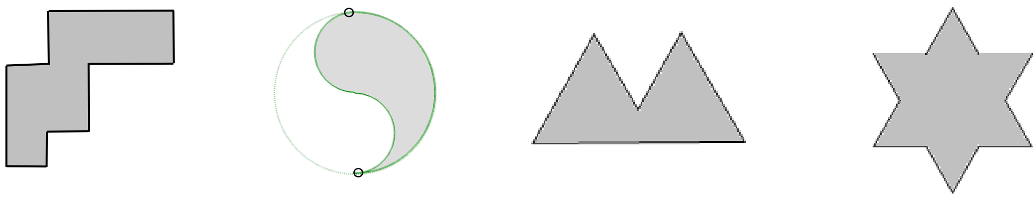
C．直线 AD 与 OB 所成的角是 45°

D．二面角 $D-OB-A$ 为 45°

10．为了庆祝六一儿童节，某食品厂制作了 3 种不同的精美卡片，每袋食品随机装入一张卡片，集齐 3 种卡片可获奖，现购买该种食品 5 袋，能获奖的概率为

A．$\dfrac{31}{81}$　　B．$\dfrac{33}{81}$　　C．$\dfrac{48}{81}$　　D．$\dfrac{50}{81}$

11．一个平面封闭区域内任意两点距离的最大值称为该区域的“直径”，封闭区域边界曲线的长度与区域直径之比称为区域的“周率”，下面四个平面区域（阴影部分）的周率从左到右依次记为 $\tau_1,\tau_2,\tau_3,\tau_4$，则下列关系中正确的为



A．$\tau_1>\tau_4>\tau_3$　　B．$\tau_3>\tau_1>\tau_2$　　C．$\tau_4>\tau_2>\tau_3$　　D．$\tau_3>\tau_4>\tau_1$

12．设函数 $f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}\,(a<0)$ 的定义域为 D，若所有点 $(s,f(t))(s,t\in D)$ 构成一个正方形区域，则 a 的值为

A．-2　　B．-4　　C．-8　　D．不能确定

第II卷

注意事项：

第II卷2页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，若在试题上作答，答案无效。

二.填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。请把答案填在答题卡上

13．已知向量 $\vec{a}=(3,1)$，$\vec{b}=(1,3)$，$\vec{c}=(k,7)$，若 $(\vec{a}-\vec{c})\parallel\vec{b}$，则 $k=$____.

14．正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内接于半径为 2 的球，若 A,B 两点的球面距离为 π，则正三棱柱的体积为_____.

15．若不等式 $\sqrt{9-x^2}\le k(x+2)-\sqrt{2}$ 的解集为区间 $[a,b]$,且 $b-a=2$,则

$k=$__________.

16．设直线系 $M: x\cos\theta+(y-2)\sin\theta=1\,(0\le\theta\le2\pi)$,对于下列四个命题：

A． M 中所有直线均经过一个定点

B．存在定点 P 不在 M 中的任一条直线上

C．对于任意整数 $n(n\geq 3)$，存在正 n 边形,其所有边均在 M 中的直线上

D． M 中的直线所能围成的正三角形面积都相等

其中真命题的代号是__________（写出所有真命题的代号）.

三.解答题：本大题共6小题，共74分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤

17. （本小题满分12分）

设函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$

（1） 求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2） 若 $k>0$，求不等式 $f'(x)+k(1-x)f(x)>0$ 的解集.

18. （本小题满分12分）

某公司拟资助三位大学生自主创业，现聘请两位专家，独立地对每位大学生的创业方案进行评审．假设评审结果为“支持”或“不支持”的概率都是 $\dfrac{1}{2}$．若某人获得两个“支持”，则给予10万元的创业资助；若只获得一个“支持”，则给予5万元的资助；若未获得“支持”，则不予资助，令 ξ 表示该公司的资助总额.

(1) 写出 ξ 的分布列； (2) 求数学期望 $E\xi$.

19. （本小题满分12分）

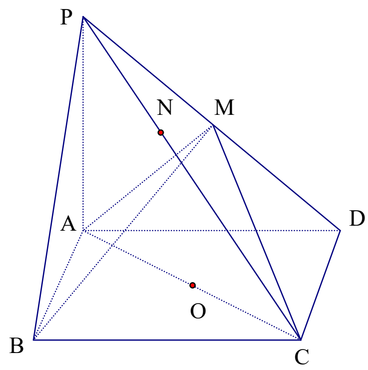
$\triangle ABC$ 中， A, B, C 所对的边分别为 a,b,c， $\tan C=\dfrac{\sin A+\sin B}{\cos A+\cos B}$, $\sin(B-A)=\cos C$.

（1）求 A, C；

（2）若 $S_{\triangle ABC}=3+\sqrt{3}$, 求 a,c .

20．（本小题满分12分）

在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是矩形，$PA\perp$平面$ABCD$，$PA=AD=4$，$AB=2$.



以AC的中点O为球心、AC为直径的球面交PD于点M，交PC于点N

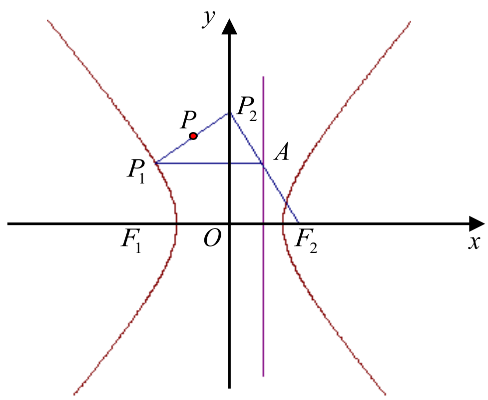
（1）求证：平面$ABM\perp$平面PCD；

（2）求直线CD与平面ACM所成的角的大小；

（3）求点N到平面ACM的距离

21．（本小题满分12分）

已知点$P_1(x_0,y_0)$为双曲线$\dfrac{x^2}{8b^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$b$为正常数）上任一点,$F_2$为双曲线的右焦点,过$P_1$作右准线的垂线,垂足为$A$,连接$F_2A$并延长交$y$轴于$P_2$.



(1) 求线段 P_1P_2 的中点 P 的轨迹 E 的方程;

(2) 设轨迹 E 与 x 轴交于 B、D 两点,在 E 上任取一点 $Q(x_1, y_1)(y_1 \neq 0)$,直线 QB，QD 分别交 y 轴于 M，N 两点.求证:以 MN 为直径的圆过两定点.

22．（本小题满分14分）

各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ ，$a_1 = a, a_2 = b$ ，且对满足 $m+n = p+q$ 的正整数 m, n, p, q 都有 $\dfrac{a_m + a_n}{(1+a_m)(1+a_n)} = \dfrac{a_p + a_q}{(1+a_p)(1+a_q)}$.

（1）当 $a = \dfrac{1}{2}, b = \dfrac{4}{5}$ 时，求通项 a_n;

（2）证明：对任意 a ，存在与 a 有关的常数 λ ，使得对于每个正整数 n ，都有 $\dfrac{1}{\lambda} \le a_n \le \lambda$.