

2015年普通高等学校招生全国统一考试（福建卷）

数 学（文史类）

第I卷（选择题共60分）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $(1+i)+(2-3i)=a+bi$ ($a,b \in \mathbb{R}$, i 是虚数单位)，则 a,b 的值分别等于()

A. 3, -2 B. 3, 2 C. 3, -3 D. -1, 4

2. 若集合 $M = \{x | -2 \leq x < 2\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, 则 $M \cap N$ 等于()

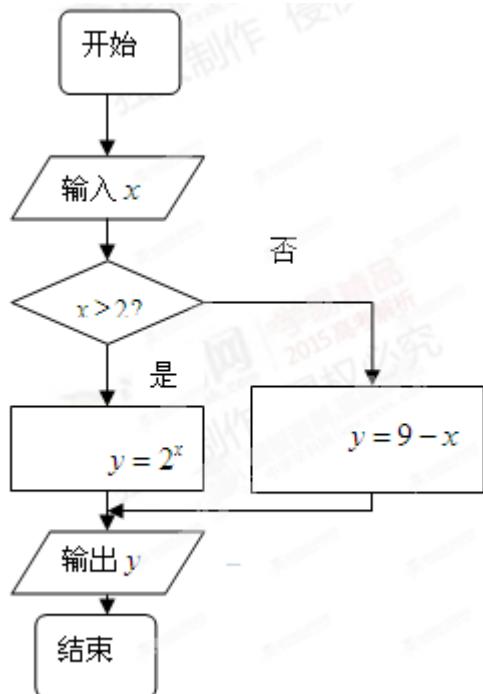
A. {0} B. {1} C. {0, 1, 2} D. {0, 1}

3. 下列函数为奇函数的是()

A. $y = \sqrt{x}$ B. $y = e^x$ C. $y = \cos x$ D. $y = e^x - e^{-x}$

4. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序。若输入 x 的值为1，则输出 y 的值为()

A. 2 B. 7 C. 8 D. 128

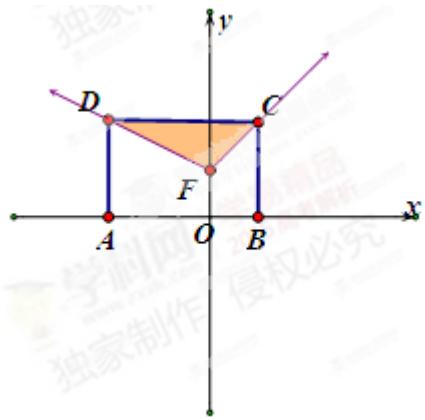


5. 若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 过点(1, 1)，则 $a+b$ 的最小值等于()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
6. 若 $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$, 且 α 为第四象限角, 则 $\tan \alpha$ 的值等于 ()
 A. $\frac{12}{5}$ B. $-\frac{12}{5}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $-\frac{5}{12}$
7. 设 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$, $\vec{c} = \vec{a} + k\vec{b}$. 若 $\vec{b} \perp \vec{c}$, 则实数 k 的值等于 ()
 A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

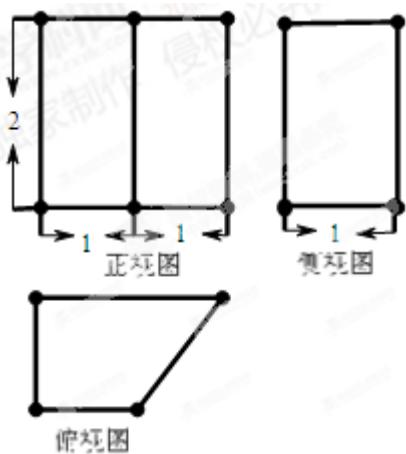
8. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 A 在 x 轴上, 点 B 的坐标为 $(1, 0)$. 且点 C 与点 D 在函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ -\frac{1}{2}x+1, & x < 0 \end{cases}$

的图像上. 若在矩形 $ABCD$ 内随机取一点, 则该点取自阴影部分的概率等于 ()



- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{2}$
9. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积等于 ()

A. $8+2\sqrt{2}$ B. $11+2\sqrt{2}$ C. $14+2\sqrt{2}$ D. 15



10. 变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-2y+2 \geq 0, \text{ 若 } z=2x-y \text{ 的最大值为 } 2, \text{ 则实数 } m \text{ 等于 ()} \\ mx-y \leq 0 \end{cases}$
- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
11. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F . 短轴的一个端点为 M , 直线 $l: 3x - 4y = 0$ 交椭圆 E 于 A, B 两点. 若 $|AF| + |BF| = 4$, 点 M 到直线 l 的距离不小于 $\frac{4}{5}$, 则椭圆 E 的离心率的取值范围是 ()
- A. $(0, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ B. $(0, \frac{3}{4}]$ C. $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$ D. $[\frac{3}{4}, 1)$
12. “对任意 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, $k \sin x \cos x < x$ ” 是 “ $k < 1$ ” 的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

第 II 卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某校高一年级有 900 名学生, 其中女生 400 名, 按男女比例用分层抽样的方法, 从该年级学生中抽取一个容量为 45 的样本, 则应抽取的男生人数为 _____.
14. 若 ΔABC 中, $AC = \sqrt{3}$, $A = 45^\circ$, $C = 75^\circ$, 则 $BC =$ _____.
15. 若函数 $f(x) = 2^{|x-a|} (a \in R)$ 满足 $f(1+x) = f(1-x)$, 且 $f(x)$ 在 $[m, +\infty)$ 单调递增, 则实数 m 的最小值等于 _____.
16. 若 a, b 是函数 $f(x) = x^2 - px + q (p > 0, q > 0)$ 的两个不同的零点, 且 $a, b, -2$ 这三个数可适当排序后成等差数列, 也可适当排序后成等比数列, 则 $p+q$ 的值等于 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 4$, $a_4 + a_7 = 15$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = 2^{a_n-2} + n$, 求 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10}$ 的值.

18. (本题满分 12 分)

全网传播的融合指数是衡量电视媒体在中国网民中影响的综合指标. 根据相关报道提供的全网传播 2015

年某全国性大型活动的“省级卫视新闻台”融合指数的数据，对名列前 20 名的“省级卫视新闻台”的融合指数进行分组统计，结果如表所示.

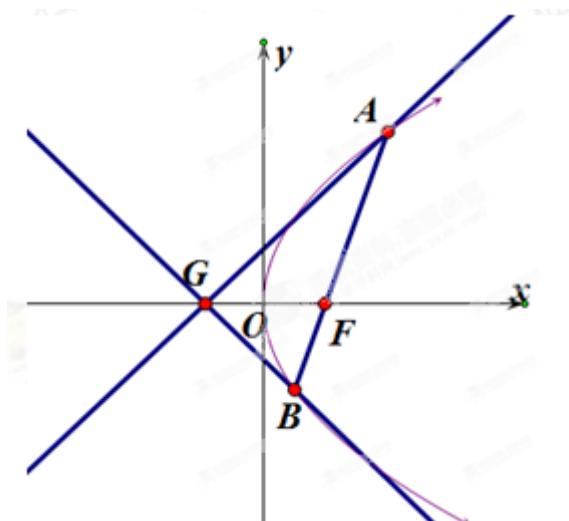
组号	分组	频数
1	[4,5)	2
2	[5,6)	8
3	[6,7)	7
4	[7,8]	3

- (I) 现从融合指数在[4,5)和[7,8]内的“省级卫视新闻台”中随机抽取 2 家进行调研，求至少有 1 家的融合指数在[7,8]的概率；
- (II) 根据分组统计表求这 20 家“省级卫视新闻台”的融合指数的平均数.

19. (本小题满分 12 分)

已知点 F 为抛物线 $E: y^2 = 2px(p > 0)$ 的焦点，点 $A(2, m)$ 在抛物线 E 上，且 $|AF| = 3$.

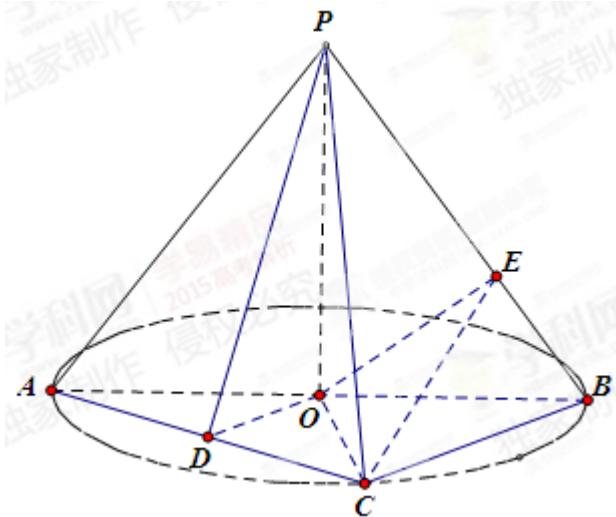
- (I) 求抛物线 E 的方程；
- (II) 已知点 $G(-1, 0)$ ，延长 AF 交抛物线 E 于点 B ，证明：以点 F 为圆心且与直线 GA 相切的圆，必与直线 GB 相切.



20. (本题满分 12 分)

如图, AB 是圆 O 的直径, 点 C 是圆 O 上异于 A, B 的点, PO 垂直于圆 O 所在的平面, 且 $PO = OB = 1$.

- (I) 若 D 为线段 AC 的中点, 求证 $AC \perp$ 平面 PDO ;
- (II) 求三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值;
- (III) 若 $BC = \sqrt{2}$, 点 E 在线段 PB 上, 求 $CE + OE$ 的最小值.



21. (本题满分 12 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = 10\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 10 \cos^2 \frac{x}{2}.$$

- (I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;
- (II) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再向下平移 a ($a > 0$) 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 且函数 $g(x)$ 的最大值为 2.

 - (i) 求函数 $g(x)$ 的解析式;
 - (ii) 证明: 存在无穷多个互不相同的正整数 x_0 , 使得 $g(x_0) > 0$.

22. (本小题满分 14 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = \ln x - \frac{(x-1)^2}{2}.$$

- (I) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;
- (II) 证明: 当 $x > 1$ 时, $f(x) < x - 1$;
- (III) 确定实数 k 的所有可能取值, 使得存在 $x_0 > 1$, 当 $x \in (1, x_0)$ 时, 恒有 $f(x) > k(x-1)$.