

绝密★启封并使用完毕前

## 2010年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

### 数学（文史类）

一、选择题：本小题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的.

1. 复数  $\frac{2}{1-i}$  等于

- A.  $1+i$       B.  $1-i$       C.  $-1+i$       D.  $-1-i$

2. 下列命题中的假命题是

- A.  $\exists x \in R, \lg x = 0$       B.  $\exists x \in R, \tan x = 1$

- C.  $\forall x \in R, x^3 > 0$       D.  $\forall x \in R, 2^x > 0$

3. 某商品销售量 $y$ （件）与销售价格 $x$ （元/件）负相关，则其回归方程可能是

- A.  $\hat{y} = -10x + 200$       B.  $\hat{y} = 10x + 200$

- C.  $\hat{y} = -10x - 200$       D.  $\hat{y} = 10x - 200$

4. 极坐标  $p = \cos \theta$  和参数方程  $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2+t \end{cases}$ （ $t$ 为参数）所表示的图形分别是

- A. 直线、直线      B. 直线、圆      C. 圆、圆      D. 圆、直线

5. 设抛物线  $y^2 = 8x$  上一点 $P$ 到 $y$ 轴的距离是4，则点 $P$ 到该抛物线焦点的距离是

- A. 4      B. 6      C. 8      D. 12

6. 若非零向量 $a$ ， $b$ 满足  $|a| = |b|$ ,  $(2a+b) \cdot b = 0$ ，则 $a$ 与 $b$ 的夹角为

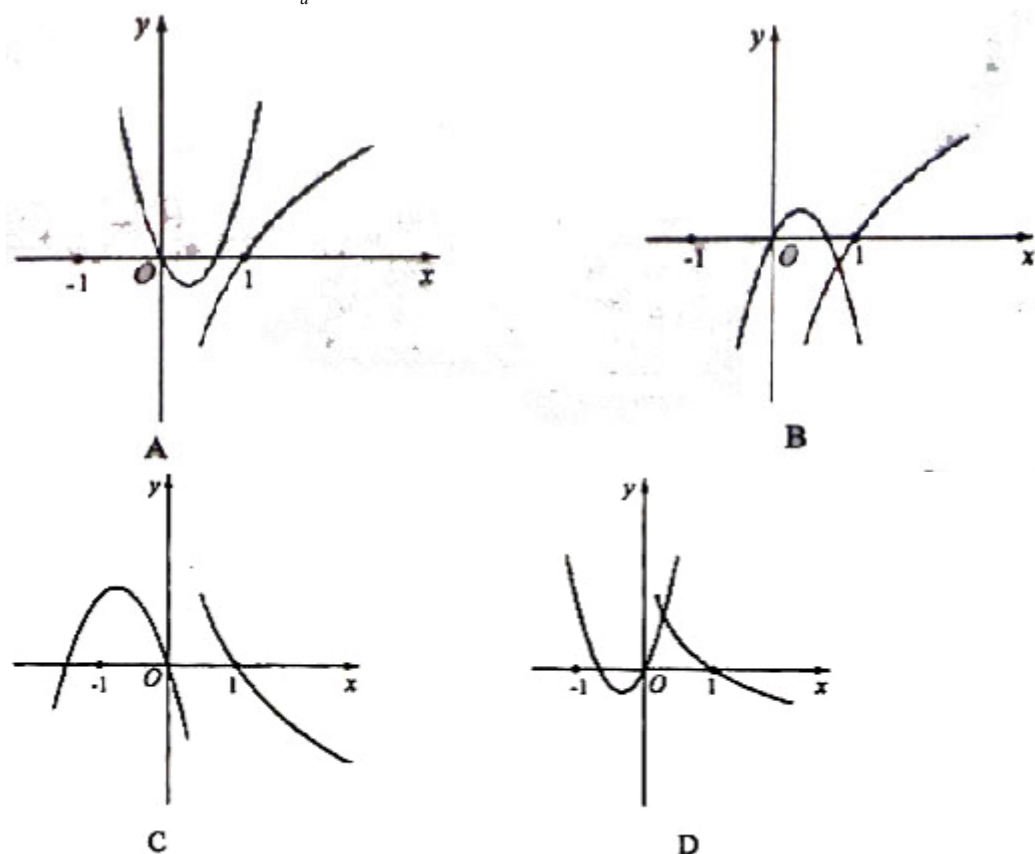
- A.  $30^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $120^\circ$       D.  $150^\circ$

7. 在 $\triangle ABC$ 中，角 $A$ ， $B$ ， $C$ 所对的边长分别为 $a$ ， $b$ ， $c$ ，若  $\angle C = 120^\circ$ ， $c = \sqrt{2}a$ ，则

- A.  $a > b$       B.  $a < b$

- C.  $a = b$       D.  $a$ 与 $b$ 的大小关系不能确定

8. 函数  $y = ax^2 + bx$  与  $y = \log_{\frac{b}{a}} x$  ( $ab \neq 0, |a| \neq |b|$ ) 在同一直角坐标系中的图像可能是



二、填空题：本大题共7小题，每小题5分，共35分，把答案填在答题卡中对应的题号后的横线上。

9. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, m, 4\}$ ,  $A \cap B = \{2, 3\}$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_

10. 已知一种材料的最佳加入量在100g到200g之间，若用0.618法安排试验，则第一次试点的加入量可以是 \_\_\_\_\_ g

11. 在区间  $[-1, 2]$  上随即取一个数  $x$ , 则  $x \in [0, 1]$  的概率为 \_\_\_\_\_。

12. 图1是求实数  $x$  的绝对值的算法程序框图，则判断框①中可填 \_\_\_\_\_

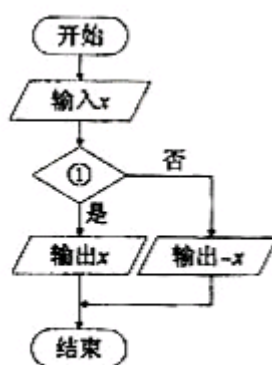
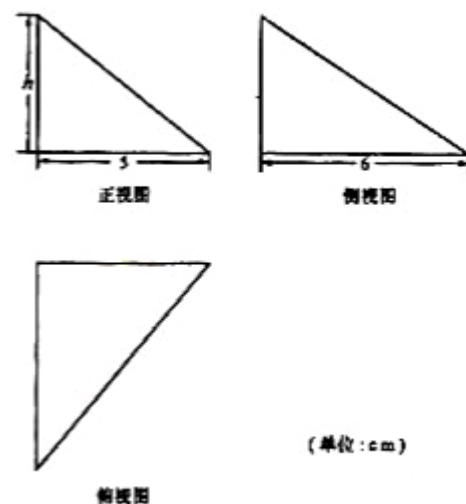


图 1

13. 图2中的三个直角三角形是一个体积为  $20\text{cm}^3$  的几何体的三视图，则  $h =$  \_\_\_\_\_ cm



(单位: cm)

图 2

14.若不同两点P,Q的坐标分别为  $(a, b)$  ,  $(3-b, 3-$

$a)$  , 则线段PQ的垂直平分线l的斜率为

\_\_\_\_\_,圆  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 关于直线对称的圆的方程为\_\_\_\_\_。

15.若规定  $E = \{a_1, a_2 \dots a_{10}\}$  的子集  $\{a_{k_1} a_{k_2} \dots, a_{k_n}\}$  为E的第k个子集, 其中  $k =$

$2^{k_1} + 2^{k_2 - 1} + \dots + 2^{k_n - 1}$  , 则

(1)  $\{a_1, a_3\}$  是E的第\_\_\_\_个子集;

(2) E的第211个子集是\_\_\_\_\_

三、解答题: 本大题共6小题, 共75分, 解答应写出文字说明、说明过程或演算步骤。

16. (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = \sin 2x - 2 \sin^2 x$

(I) 求函数  $f(x)$  的最小正周期。

(II) 求函数  $f(x)$  的最大值及  $f(x)$  取最大值时x的集合。

17. (本小题满分12分)

为了对某课题进行研究, 用分层抽样方法从三所高校A,B,C的相关人员中, 抽取若干人组成研究小组、有关数据见下表 (单位: 人)

高 校	相关人数	抽取人数
A	18	$x$
B	36	2
C	54	$y$

(I) 求  $x, y$ ;

(II) 若从高校B、C抽取的人中选2人作专题发言, 求这二人都来自高校C的概率。

18. (本小题满分12分)

如图所示, 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = AD = 1$ ,  $AA_1 = 2$ , M是棱  $CC_1$  的中点

(I) 求异面直线 $A_1M$ 和 $C_1D_1$ 所成的角的正切值;

(II) 证明: 平面 $ABM \perp$ 平面 $A_1B_1M_1$

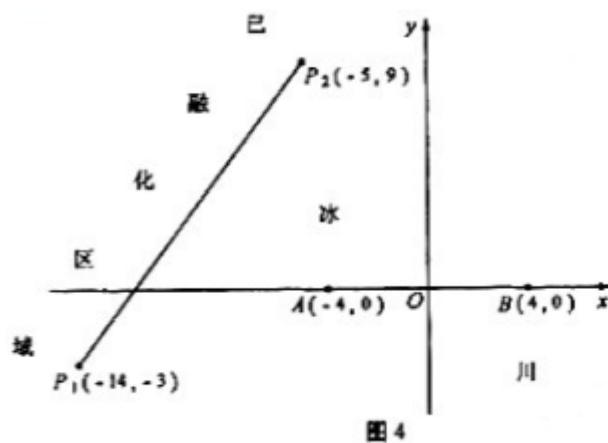
19. (本小题满分13分)

为了考察冰川的融化状况, 一支科考队在某冰川山上相距8Km的A、B两点各建一个考察基地, 视冰川面为平面形, 以过A、B两点的直线为x轴, 线段AB的垂直平分线为y轴建立平面直角坐标系(图4)。考察范围到A、B两点的距离之和不超过10Km的区域。

(I) 求考察区域边界曲线的方程;

(II) 如图4所示, 设线段 $P_1P_2$

是冰川的部分边界线(不考虑其他边界), 当冰川融化时, 边界线沿与其垂直的方向朝考察区域平行移动, 第一年移动0.2km, 以后每年移动的距离为前一年的2倍。问: 经过多长时间, 点A恰好在冰川边界线上?



20. (本小题满分13分)

给出下面的数表序列:

表1	表2	表3	...
1	1 3	1 3 5	
	4	4 8	
		12	

其中表 $n$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) 有 $n$ 行，第1行的 $n$ 个数是 $1,3,5,\dots,2n-1$ ，从第2行起，每行中的每个数都等于它肩上的两数之和。

(I) 写出表4，验证表4各行中数的平均数按从上到下的顺序构成等比数列，并将结论推广到表 $n$  ( $n\geq 3$ ) (不要求证明)；

(II) 每个数列中最后一行都只有一个数，它们构成数列 $1,4,12,\dots$ ，记此数列为

$$\{b_n\} \text{ 求和: } \frac{b_3}{b_1 b_2} + \frac{b_4}{b_2 b_3} + \dots + \frac{b_{n+2}}{b_n b_{n+1}} \quad (n \in \mathbf{N}^*).$$

21. (本小题满分13分)

已知函数  $f(x) = \frac{a}{x} + x + (a-1)\ln x + 15a$ , 其中  $a < 0$ , 且  $a \neq -1$ .

(I) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(II) 设函数  $g(x) = \begin{cases} (-2x^3 + 3ax^3 + 6ax - 4a^2 - 6a)e^x, & x \leq 1 \\ e \cdot f(x), & x > 1 \end{cases}$  ( $e$  是自然数的底数)。

是否存在 $a$ ，使 $g(x)$ 在 $[a,-$

$a]$ 上为减函数？若存在，求 $a$ 的取值范围；若不存在，请说明理由。

