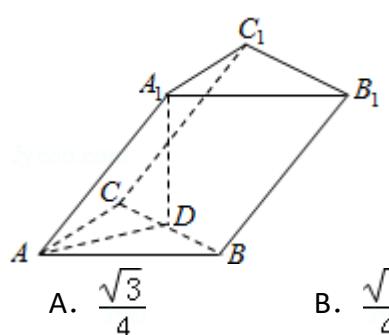


# 2009年全国统一高考数学试卷（理科）（全国卷I）

## 一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 设集合 $A=\{4, 5, 7, 9\}$ ,  $B=\{3, 4, 7, 8, 9\}$ , 全集 $U=A \cup B$ , 则集合 $C_U(A \cap B)$ 中的元素共有 ( )
- A. 3个      B. 4个      C. 5个      D. 6个
2. (5分) 已知 $\frac{\overline{z}}{1+i}=2+i$ , 则复数 $z=$  ( )
- A.  $-1+3i$       B.  $1-3i$       C.  $3+i$       D.  $3-i$
3. (5分) 不等式 $|\frac{x+1}{x-1}|<1$ 的解集为 ( )
- A.  $\{x|0 < x < 1\} \cup \{x|x > 1\}$       B.  $\{x|0 < x < 1\}$   
C.  $\{x|-1 < x < 0\}$       D.  $\{x|x < 0\}$
4. (5分) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a>0, b>0$ ) 的渐近线与抛物线 $y=x^2+1$ 相切, 则该双曲线的离心率为 ( )
- A.  $\sqrt{3}$       B. 2      C.  $\sqrt{5}$       D.  $\sqrt{6}$
5. (5分) 甲组有5名男同学, 3名女同学; 乙组有6名男同学、2名女同学. 若从甲、乙两组中各选出2名同学, 则选出的4人中恰有1名女同学的不同选法共有 ( )
- A. 150种      B. 180种      C. 300种      D. 345种
6. (5分) 设 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 是单位向量, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ , 则 $(\vec{a}-\vec{c}) \cdot (\vec{b}-\vec{c})$ 的最小值为 ( )
- A. -2      B.  $\sqrt{2}-2$       C. -1      D.  $1-\sqrt{2}$
7. (5分) 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等,  $A_1$ 在底面 $ABC$ 上的射影 $D$ 为 $BC$ 的中点, 则异面直线 $AB$ 与 $CC_1$ 所成的角的余弦值为 ( )
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$       C.  $\frac{\sqrt{7}}{4}$       D.  $\frac{3}{4}$



8. (5分) 如果函数 $y=3\cos(2x+\phi)$ 的图象关于点 $(\frac{4\pi}{3}, 0)$ 中心对称, 那么

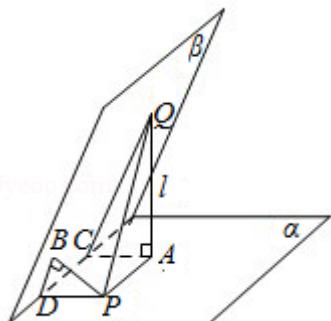
$|\phi|$ 的最小值为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{4}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{2}$

9. (5分) 已知直线 $y=x+1$ 与曲线 $y=\ln(x+a)$ 相切, 则 $a$ 的值为 ( )

- A. 1      B. 2      C. -1      D. -2

10. (5分) 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 为 $60^\circ$ , 动点 $P$ 、 $Q$ 分别在面 $\alpha$ 、 $\beta$ 内,  $P$ 到 $\beta$ 的距离为 $\sqrt{3}$ ,  $Q$ 到 $\alpha$ 的距离为 $2\sqrt{3}$ , 则 $P$ 、 $Q$ 两点之间距离的最小值为 ( )



- A. 1      B. 2      C.  $2\sqrt{3}$       D. 4

11. (5分) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$ , 若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数, 则

( )

- A.  $f(x)$ 是偶函数      B.  $f(x)$ 是奇函数  
C.  $f(x)=f(x+2)$       D.  $f(x+3)$ 是奇函数

12. (5分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右焦点为 $F$ , 右准线为 $l$ , 点 $A \in l$ , 线段 $AF$ 交 $C$

于点 $B$ , 若 $\overrightarrow{FA}=3\overrightarrow{FB}$ , 则 $|\overrightarrow{AF}|=$  ( )

- A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $\sqrt{3}$       D. 3

## 二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分)  $(x-y)^{10}$ 的展开式中,  $x^7y^3$ 的系数与 $x^3y^7$ 的系数之和等于\_\_\_\_\_.

14. (5分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 若 $S_9=81$ , 则 $a_2+a_5+a_8=$ \_\_\_\_\_.

15. (5分) 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各顶点都在同一球面上, 若 $AB=AC=AA_1=2$ ,  $\angle BAC=120^\circ$ , 则此球的表面积等于\_\_\_\_\_.

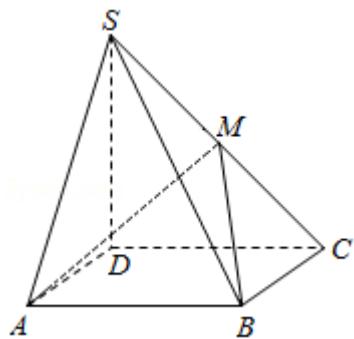
16. (5分) 若 $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ , 则函数 $y=\tan 2x \tan^3 x$ 的最大值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题（共6小题，满分70分）

17. (10分) 在 $\triangle ABC$ 中，内角A、B、C的对边长分别为a、b、c，已知 $a^2 - c^2 = 2b$ ，且 $\sin A \cos C = 3 \cos A \sin C$ ，求b.

18. (12分) 如图，四棱锥S - ABCD中，底面ABCD为矩形， $SD \perp$ 底面ABCD， $AD = \sqrt{2}$ ， $DC = SD = 2$ ，点M在侧棱SC上， $\angle ABM = 60^\circ$

- (I) 证明：M是侧棱SC的中点；  
(II) 求二面角S - AM - B的大小.



19. (12分) 甲、乙二人进行一次围棋比赛，约定先胜3局者获得这次比赛的胜利，比赛结束，假设在一局中，甲获胜的概率为0.6，乙获胜的概率为0.4，各局比赛结果相互独立，已知前2局中，甲、乙各胜1局。

- (I) 求甲获得这次比赛胜利的概率；  
(II) 设 $\xi$ 表示从第3局开始到比赛结束所进行的局数，求 $\xi$ 的分布列及数学期望

20. (12分) 在数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_1=1$ ,  $a_{n+1}=(1+\frac{1}{n})a_n+\frac{n+1}{2^n}$ .

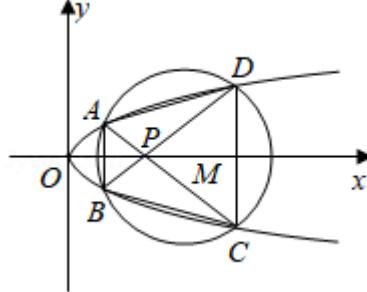
(1) 设 $b_n=\frac{a_n}{n}$ , 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$ .

21. (12分) 如图, 已知抛物线 $E: y^2=x$ 与圆 $M: (x-4)^2+y^2=r^2$  ( $r>0$ ) 相交于A、B、C、D四个点.

(I) 求 $r$ 的取值范围;

(II) 当四边形ABCD的面积最大时, 求对角线AC、BD的交点P的坐标.



22. (12分) 设函数 $f(x)=x^3+3bx^2+3cx$ 有两个极值点 $x_1$ 、 $x_2$ , 且 $x_1 \in [-1, 0]$ ,  $x_2 \in [1, 2]$ .

(1) 求 $b$ 、 $c$ 满足的约束条件, 并在下面的坐标平面内, 画出满足这些条件的点 $(b, c)$ 的区域;

(2) 证明:  $-10 \leq f(x_2) \leq -\frac{1}{2}$ .