

2016年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (5分) 已知 $z = (m+3) + (m-1)i$ 在复平面内对应的点在第四象限，则实数 m 的取值范围是（ ）

- A. $(-3, 1)$ B. $(-1, 3)$ C. $(1, +\infty)$
D. $(-\infty, -3)$

2. (5分) 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid (x+1)(x-2) < 0, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cup B$ 等于（ ）

- A. $\{1\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

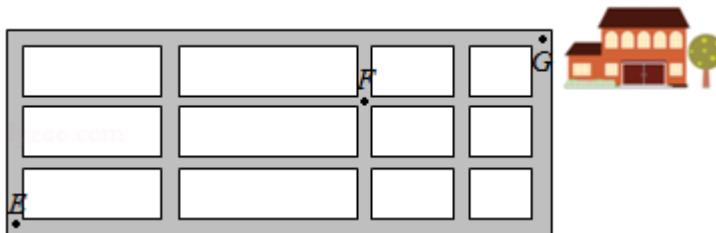
3. (5分) 已知向量 $\vec{a} = (1, m)$, $\vec{b} = (3, -2)$, 且 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 $m =$ （ ）

- A. -8 B. -6 C. 6 D. 8

4. (5分) 圆 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ 的圆心到直线 $ax + y - 1 = 0$ 的距离为1, 则 $a =$ （ ）

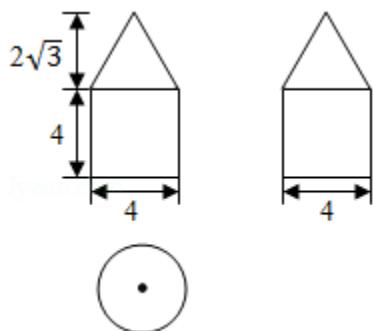
- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

5. (5分) 如图, 小明从街道的E处出发, 先到F处与小红会合, 再一起到位于G处的老年公寓参加志愿者活动, 则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为（ ）



- A. 24 B. 18 C. 12 D. 9

6. (5分) 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图, 则该几何体的表面积为（ ）



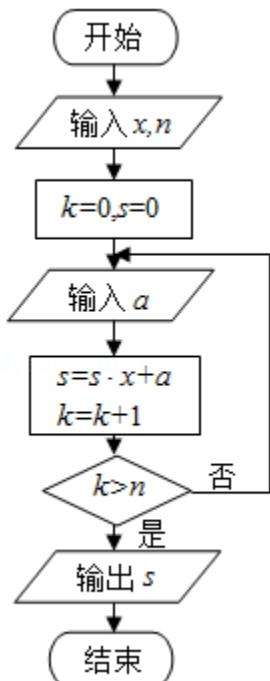
- A. 20π B. 24π C. 28π D. 32π

7. (5分) 若将函数 $y=2\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，则平移后的图象

的对称轴为()

- | | |
|---|---|
| A. $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$ ($k \in \mathbb{Z}$) | B. $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$ ($k \in \mathbb{Z}$) |
| C. $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$ ($k \in \mathbb{Z}$) | D. $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$ ($k \in \mathbb{Z}$) |

8. (5分) 中国古代有计算多项式值的秦九韶算法，如图是实现该算法的程序框图。执行该程序框图，若输入的 $x=2$, $n=2$, 依次输入的 a 为2, 2, 5, 则输出的 $s=$ ()



- A. 7 B. 12 C. 17 D. 34

9. (5分) 若 $\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$, 则 $\sin 2\alpha=$ ()

A. $\frac{7}{25}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $-\frac{1}{5}$

D. $-\frac{7}{25}$

10. (5分) 从区间 $[0, 1]$ 随机抽取 $2n$ 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ 构成 n 个数对 $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)$, 其中两数的平方和小于1的数对共有 m 个, 则用随机模拟的方法得到的圆周率 π 的近似值为()

A. $\frac{4n}{m}$

B. $\frac{2n}{m}$

C. $\frac{4m}{n}$

D. $\frac{2m}{n}$

11. (5分) 已知 F_1, F_2 是双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左, 右焦点, 点 M 在 E 上, MF_1 与 x 轴垂直, $\sin \angle MF_2 F_1 = \frac{1}{3}$, 则 E 的离心率为()

A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. 2

12. (5分) 已知函数 $f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) 满足 $f(-x) = 2 - f(x)$, 若函数 $y = \frac{x+1}{x}$ 与 $y = f(x)$ 图象的交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, 则 $\sum_{i=1}^m (x_i + y_i) =$ ()

A. 0

B. m

C. 2m

D. 4m

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分.

13. (5分) $\triangle ABC$ 的内角A, B, C的对边分别为a, b, c, 若 $\cos A = \frac{4}{5}, \cos C = \frac{5}{13}$, $a=1$, 则 $b=$ _____.

14. (5分) α, β 是两个平面, m, n 是两条直线, 有下列四个命题:

①如果 $m \perp n, m \perp \alpha, n \parallel \beta$, 那么 $\alpha \perp \beta$.

②如果 $m \perp \alpha, n \parallel \alpha$, 那么 $m \perp n$.

③如果 $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha$, 那么 $m \parallel \beta$.

④如果 $m \parallel n, \alpha \parallel \beta$, 那么 m 与 α 所成的角和 n 与 β 所成的角相等.

其中正确的命题是_____ (填序号)

15. (5分) 有三张卡片, 分别写有1和2, 1和3, 2和3. 甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片, 甲看了乙的卡片后说: “我与乙的卡片上相同的数字不是2”, 乙看了丙的卡片后说: “我与丙的卡片上相同的数字不是1”, 丙说: “我的卡

片上的数字之和不是5”，则甲的卡片上的数字是_____.

16. (5分) 若直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=\ln x+2$ 的切线，也是曲线 $y=\ln(x+1)$ 的切线，
，则 $b=$ _____.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12分) S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1=1$, $S_7=28$ ，记 $b_n=[\lg a_n]$ ，其中
[x]表示不超过 x 的最大整数，如 $[0.9]=0$, $[\lg 99]=1$.

- (I) 求 b_1 , b_{11} , b_{101} ；
(II) 求数列 $\{b_n\}$ 的前1000项和.

18. (12分) 某保险的基本保费为 a （单位：元），继续购买该保险的投保人成为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下：

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
保费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下：

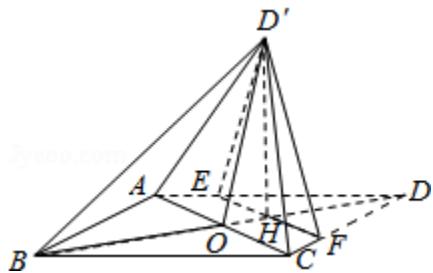
一年内出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
概率	0.30	0.15	0.20	0.20	0.10	0.05

- (I) 求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率；
(II) 若一续保人本年度的保费高于基本保费，求其保费比基本保费高出60%
的概率；
(III) 求续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

19. (12分) 如图，菱形ABCD的对角线AC与BD交于点O， $AB=5$, $AC=6$ ，点E, F分别在AD, CD上， $AE=CF=\frac{5}{4}$ ，EF交于BD于点H，将 $\triangle DEF$ 沿EF折到 $\triangle D'EF$ 的位置， $OD'=\sqrt{10}$.

(I) 证明: $D'H \perp$ 平面ABCD;

(II) 求二面角B - D'A - C的正弦值.



20. (12分) 已知椭圆E: $\frac{x^2}{t} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点在x轴上, A是E的左顶点, 斜率为k ($k > 0$) 的直线交E于A, M两点, 点N在E上, $MA \perp NA$.

(I) 当 $t=4$, $|AM|=|AN|$ 时, 求 $\triangle AMN$ 的面积;

(II) 当 $2|AM|=|AN|$ 时, 求k的取值范围.

21. (12分) (I) 讨论函数 $f(x) = \frac{x-2}{x+2} e^x$ 的单调性, 并证明当 $x > 0$ 时,

2) $e^x + x + 2 > 0$;

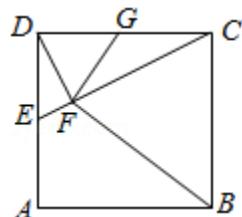
(II) 证明: 当 $a \in [0, 1)$ 时, 函数 $g(x) = \frac{e^x - ax - a}{x^2}$ ($x > 0$) 有最小值. 设 g

(x) 的最小值为 $h(a)$ ，求函数 $h(a)$ 的值域.

请考生在第22~24题中任选一个题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.[

选修4-1：几何证明选讲]

22. (10分) 如图，在正方形ABCD中，E，G分别在边DA，DC上（不与端点重合），且 $DE=DG$ ，过D点作 $DF \perp CE$ ，垂足为F.
- (I) 证明：B，C，G，F四点共圆；
(II) 若 $AB=1$ ，E为DA的中点，求四边形BCGF的面积.



[选修4-4：坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系xOy中，圆C的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$.

(I) 以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，求C的极坐标方程

；

(II) 直线l的参数方程是 $\begin{cases} x=t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$ (t为参数)，l与C交于A, B两点， $|AB|=\sqrt{10}$ ，求l的斜率.

[选修4-5：不等式选讲]

24. 已知函数 $f(x)=|x-\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{2}|$ ，M为不等式 $f(x)<2$ 的解集.

(I) 求M;

(II) 证明：当 $a, b \in M$ 时， $|a+b| < |1+ab|$.