

2009年普通高等学校招生全国统一考试（海南卷）

数学（理工农医类）

第I卷

一、选择题：（本大题共12题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，中有一项是符合题目要求的。

(1) 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$, 则 $A \cap C_N B =$

(A) $\{1, 5, 7\}$ (B) $\{3, 5, 7\}$

(C) $\{1, 3, 9\}$ (D) $\{1, 2, 3\}$

(2) 复数 $\frac{3+2i}{2-3i} - \frac{3-2i}{2+3i} =$

(A) 0 (B) 2 (C) -2i (D) 2

(3) 对变量 x, y 有观测数据理力争 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, 10$), 得散点图1; 对变量 u, v

有观测数据 (u_i, v_i) ($i=1, 2, \dots, 10$), 得散点图2. 由这两个散点图可以判断。

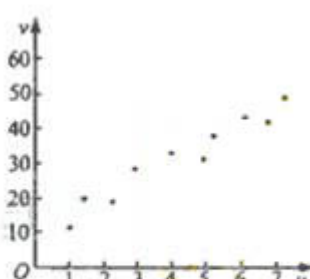
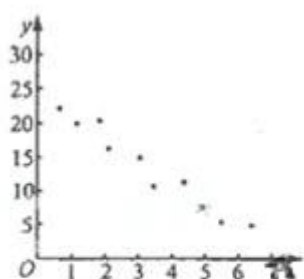


图 2

ks5u

(A) 变量 x 与 y 正相关, u 与 v 正相关 (B) 变量 x 与 y 正相关, u 与 v 负相关
(C) 变量 x 与 y 负相关, u 与 v 正相关 (D) 变量 x 与 y 负相关, u 与 v 负相关

(4) 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 的焦点到渐近线的距离为

(A) $2\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) 1

(5) 有四个关于三角函数的命题:

$p_1: \exists x \in \mathbb{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ $p_2: \exists x, y \in \mathbb{R}, \sin(x-y) = \sin x - \sin y$

$p_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}} = \sin x$ $p_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}$

其中假命题的是

- (A) p_1, p_4 (B) p_2, p_4 (C) p_1, p_3 (D) p_2, p_4

(6) 设 x, y 满足
$$\begin{cases} 2x + y \geq 4 \\ x - y \geq -1, \text{ 则 } z = x + y \\ x - 2y \leq 2 \end{cases}$$

- (A) 有最小值2, 最大值3 (B) 有最小值2, 无最大值
(C) 有最大值3, 无最小值 (D) 既无最小值, 也无最大值

(7) 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 s_n , 且 $4a_1, 2a_2, a_3$ 成等差数列。若 $a_1 = 1$, 则 $s_4 =$

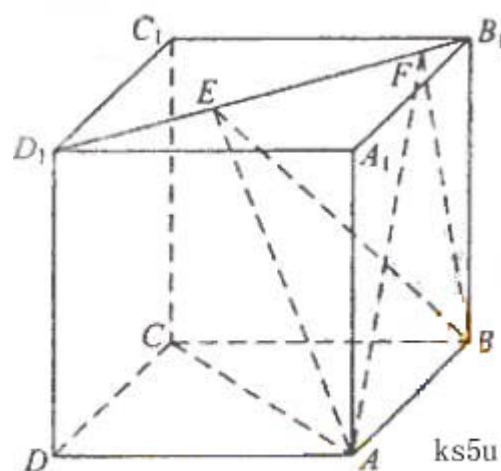
- (A) 7 (B) 8 (C) 15 (D) 16

(8) 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱线长为1, 线段

B_1D_1 上有两个动点 E, F , 且 $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则下列结论中

错误的是

- (A) $AC \perp BE$
(B) $EF \parallel$ 平面 $ABCD$
(C) 三棱锥 $A - BEF$ 的体积为定值
(D) 异面直线 AE, BF 所成的角为定值

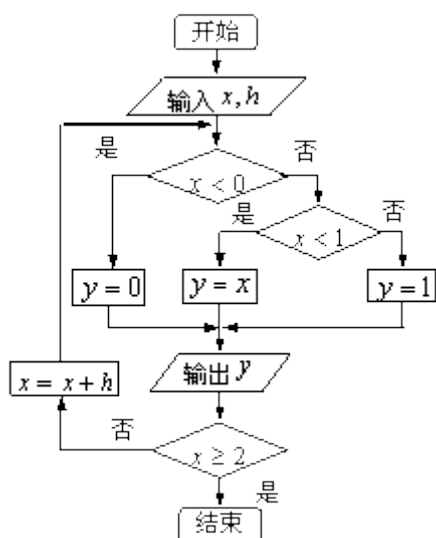


(9) 已知 O, N, P 在 $\triangle ABC$ 所在平面内, 且 $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}|, \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \mathbf{0}$, 且

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$, 则点 O, N, P 依次是 $\triangle ABC$ 的

- (A) 重心 外心 垂心 (B) 重心 外心 内心
(C) 外心 重心 垂心 (D) 外心 重心 内心
(注: 三角形的三条高线交于一点, 此点为三角形的垂心)

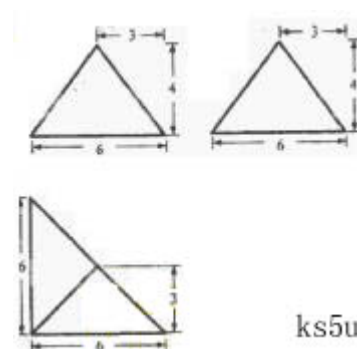
(10) 如果执行右边的程序框图, 输入 $x = -2, h = 0.5$, 那么输出的各个数的合等于



- (A) 3 (B) 3.5 (C) 4 (D) 4.5

(11) 一个棱锥的三视图如图，则该棱锥的全面积（单位： cm^2 ）为

- (A) $48+12\sqrt{2}$ (B) $48+24\sqrt{2}$ (C) $36+12\sqrt{2}$ (D) $36+24\sqrt{2}$



(12) 用 $\min\{a,b,c\}$ 表示 a,b,c 三个数中的最小值

设 $f(x) = \min\{2^x, x+2, 10-x\}$ ($x \geq 0$), 则 $f(x)$ 的最大值为

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

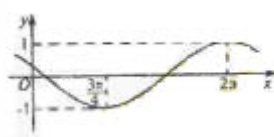
第II卷

二、填空题；本大题共4小题，每小题5分。

(13) 设已知抛物线 C 的顶点在坐标原点，焦点为 $F(1, 0)$ ，直线 l 与抛物线 C 相交于 A, B 两点。若 AB 的中点为 $(2, 2)$ ，则直线 l 的方程为_____。

(14) 已知函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$,

$\pi \leq \varphi < \pi$) 的图像如



图所示，则 $\varphi =$ _____

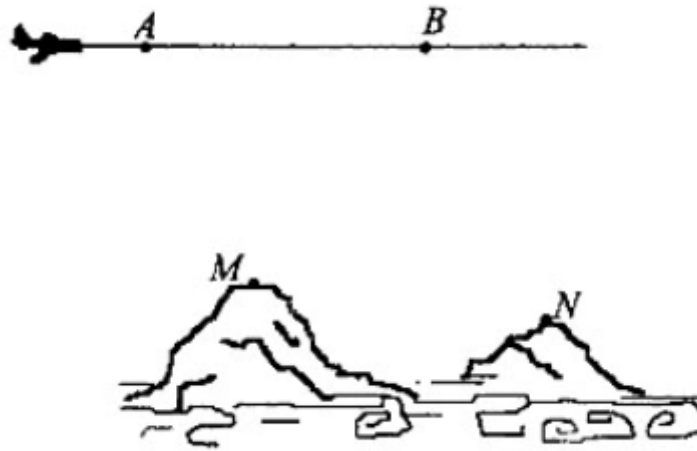
(15) 7名志愿者中安排6人在周六、周日两天参加社区公益活动。若每天安排3人，则不同的安排方案共有_____种（用数字作答）。

(16) 等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n 。已知 $a_{m-1}+a_{m+1}-a_m^2=0$ ， $S_{2m-1}=38$,则 $m=$ _____

三、解答题：解答应写出说明文字，证明过程或演算步骤。

(17) （本小题满分12分）

为了测量两山顶 M ， N 间的距离，飞机沿水平方向在 A ， B 两点进行测量， A ， B ， M ， N 在同一个铅垂平面内（如示意图），飞机能够测量的数据有俯角和 A ， B 间的距离，请设计一个方案，包括：①指出需要测量的数据（用字母表示，并在图中标出）；②用文字和公式写出计算 M ， N 间的距离的步骤。



(18) （本小题满分12分）

某工厂有工人1000名，

其中250名工人参加过短期培训（称为A类工人），另外750名工人参加过长期培训（称为B类工人），现用分层抽样方法（按A类、B类分二层）从该工厂的工人中共抽查100名工人，调查他们的生产能力（此处生产能力指一天加工的零件数）。

(I) 求甲、乙两工人都被抽到的概率，其中甲为A类工人，乙为B类工人；

(II) 从A类工人中的抽查结果和从B类工人中的抽插结果分别如下表1和表2.

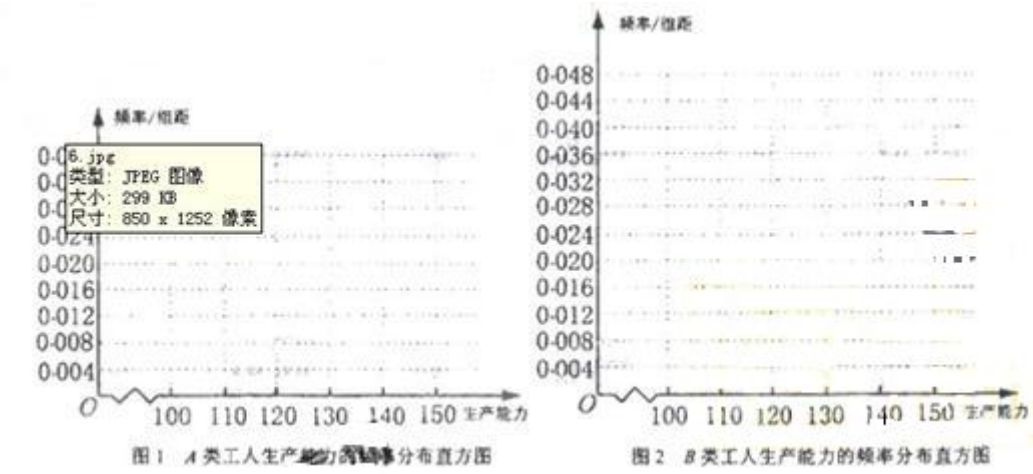
表1:

生产能力分组	[100,110)	[110,120)	[120,130)	[130,140)	[140,150)
人数	4	8	x	5	3

表2:

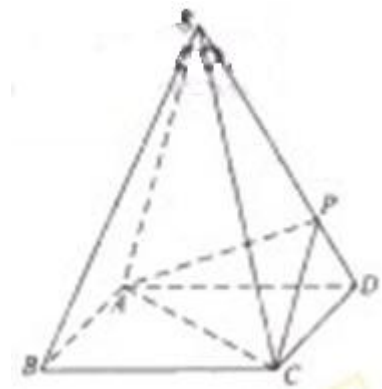
生产能力分组	[110,120)	[120,130)	[130,140)	[140,150)
人数	6	y	36	18

(i) 先确定x, y, 再在答题纸上完成下列频率分布直方图。就生产能力而言, A类工人中个体间的差异程度与B类工人中个体间的差异程度哪个更小? (不用计算, 可通过观察直方图直接回答结论)



(ii) 分别估计A类工人和B类工人生产能力的平均数, 并估计该工厂工人的生产能力的平均数, 同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

(19) (本小题满分12分)
如图, 四棱锥 $S-ABCD$



的底面是正方形, 每条侧棱的长都是地面边长的 $\sqrt{2}$ 倍, P为侧棱SD上的点。

- (I) 求证: $AC \perp SD$;
- (II) 若 $SD \perp$ 平面 PAC , 求二面角 $P-AC-D$ 的大小
- (III) 在 (II) 的条件下, 侧棱 SC 上是否存在一点 E , 使得 $BE \parallel$ 平面 PAC 。若存在, 求 $SE: EC$ 的值; 若不存在, 试说明理由。

(20) (本小题满分12分)

已知椭圆C的中心为直角坐标系xOy的原点，焦点在x轴上，它的一个顶点到两个焦点的距离分别是7和1.

(I) 求椭圆C的方程；

(II) 若P为椭圆C上的动点，M为过P且垂直于x轴的直线上的点， $\frac{|OP|}{|OM|}=\lambda$ ，求点M的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线。

(21) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = (x^3 + 3x^2 + ax + b)e^{-x}$

(I) 如 $a = b = -3$ ，求 $f(x)$ 的单调区间；

(II) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, \alpha), (2, \beta)$ 单调增加，在 $(\alpha, 2), (\beta, +\infty)$ 单调减少，证明

$\beta - \alpha < 6$.

请考生在第(22)、(23)、(24)三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑。

(22) 本小题满分10分) 选修4-1：几何证明选讲

如图，已知 $\triangle ABC$ 的两条角平分线 AD 和 CE 相交于 H ， $\angle B = 60^\circ$ ， F 在 AC 上，且 $AE = AF$ 。

(I) 证明：B,D,H,E四点共圆：

(II) 证明： CE 平分 $\angle DEF$ 。

(23) (本小题满分10分) 选修4—4：坐标系与参数方程。

已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = -4 + \cos t, \\ y = 3 + \sin t, \end{cases}$ (t 为参数)， $C_2: \begin{cases} x = 8 \cos \theta, \\ y = 3 \sin \theta, \end{cases}$ (θ 为参数)。

(1) 化 C_1 ， C_2 的方程为普通方程，并说明它们分别表示什么曲线；

(2) 若 C_1 上的点 P 对应的参数为 $t = \frac{\pi}{2}$ ， Q 为 C_2 上的动点，求 PQ 中点 M 到直线

$C_3: \begin{cases} x = 3 + 2t, \\ y = -2 + t \end{cases}$ (t 为参数) 距离的最小值。

(24) (本小题满分10分) 选修4-5：不等式选讲

如图， O 为数轴的原点， A, B, M 为数轴上三点， C 为线段 OM 上的动点，设 x 表示 C 与原点的距离， y 表示 C 到 A 距离4倍与 C 到 B 距离的6倍的和。

(1) 将 y 表示成 x 的函数；

(2) 要使 y 的值不超过70， x 应该在什么范围内取值？

