

2013年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）理科数学

参考公式：如果事件A、B互斥，那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$ 如果事件A、B独立，那么 $P(AB)=P(A) \cdot P(B)$ 。

第I卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题。每小题5分共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、复数 z 满组 $(z-3)(2-i)=5$ （ i 为虚数单位），则 z 的共轭复数 \bar{z} 为

- (A) $2+i$ (B) $2-i$ (C) $5+i$ (D) $5-i$

2、已知集合 $A=\{0,1,2\}$ ，则集合 $B=\{x-y|x \in A, y \in A\}$ 中元素的个数是

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 9

3、已知函数 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x > 0$ 时， $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$ ，则 $f(-1)=$

- (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

4、已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面垂直，体积为 $\frac{9}{4}$ ，底面是边长为 $\sqrt{3}$ 的正三角形，若 P 为底面 $A_1B_1C_1$ 的中心，则 PA 与平面 ABC 所成角的大小为

- (A) $\frac{5\pi}{12}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

5、将函数 $y=\sin(2x+\varphi)$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位后，得到一个偶函数的图象，则 φ 的一个可能取值

为

- (A) $\frac{3\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) 0 (D) $-\frac{\pi}{4}$

6、在平面直角坐标系 xOy 中， M 为不等式组 $\begin{cases} 2x-y-2 \geq 0, \\ x+2y-1 \geq 0, \\ 3x+y-8 \leq 0 \end{cases}$ 所表示的区域上一动点，则直线 OM

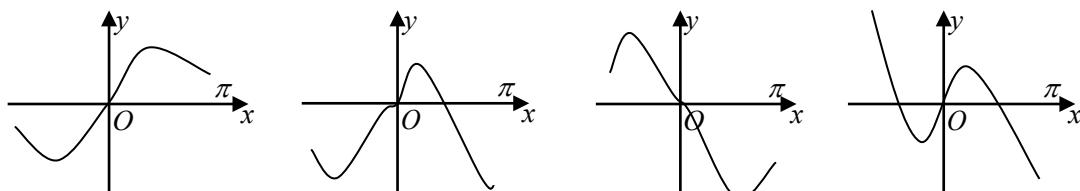
的斜率的最小值为

- (A) 2 (B) 1 (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{2}$

7、给定两个命题 p, q 。若 $\neg p$ 是 q 的必要不充分条件，则 p 是 $\neg q$ 的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

8、函数 $y=x\cos x + \sin x$ 的图象大致为



(A) (B) (C) (D)

9、过点(3,1)作圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 的两条切线，切点分别为 A, B ，则直线 AB 的方程为

- (A) $2x+y-3=0$ (B) $2x-y-3=0$ (C) $4x-y-3=0$ (D) $4x+y-3=0$

10、用0, 1, ..., 9十个数字，可以组成有重复数字的三位数的个数为

- (A) 243 (B) 252 (C) 261 (D) 279

11、抛物线 $C_1: y = \frac{1}{2p}x^2 (p > 0)$ 的焦点与双曲线 $C_2: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的右焦点的连线交 C_1 于第一象限的点 M . 若 C_1 在点 M 处的切线平行于 C_2 的一条渐近线，则 $p =$

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{16}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

12、设正实数 x, y, z 满足 $x^2 - 3xy + 4y^2 - z = 0$. 则当 $\frac{xy}{z}$ 取得最大值时， $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} - \frac{2}{z}$ 的最大值为

- (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{9}{4}$ (D) 3

第II卷 (共90分)

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。

13、执行右图所示的程序框图，若输入 c 的值为0.25，则输出的 n 的值为_____.

14、在区间[-3, 3]上随机取一个数 x ，

使得 $|x+1| + |x-2| \geq 1$ 成立的概率为_____.

15、已知向量 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 的夹角为 120° ，

且 $\overrightarrow{AB} = 3, \overrightarrow{AC} = 2$. 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ，

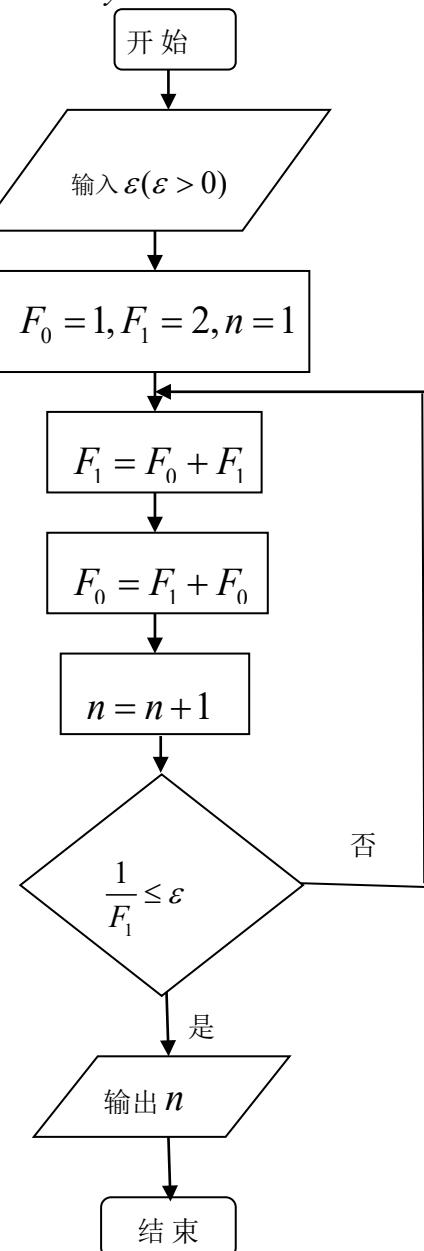
且 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BC}$ ，则实数 λ 的值为_____.

16、定义“正对数”： $\ln^+ x = \begin{cases} 0, & 0 < x < 1, \\ \ln x, & x \geq 1. \end{cases}$ 现有四个命题：

①若 $a > 0, b > 0$ ，则 $\ln^+(a^b) = b \ln^+ a$ ；

②若 $a > 0, b > 0$ ，则 $\ln^+(ab) = \ln^+ a + \ln^+ b$ ；

③若 $a > 0, b > 0$ ，则 $\ln^+(\frac{a}{b}) \geq \ln^+ a - \ln^+ b$ ；



④若 $a > 0, b > 0$ ，则 $\ln^+(a+b) \leq \ln^+ a + \ln^+ b + \ln 2$.

其中的真命题有_____。(写出所有真命题的编号)

三、解答题：本大题共6小题，共74分。

17、(本小题满分12分)

设 ΔABC 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $a+c=6, b=2, \cos B=\frac{7}{9}$.

(I) 求 a, c 的值；

(II) 求 $\sin(A-B)$ 的值.

18、(本小题满分12分)

如图所示，在三棱锥 $P-ABQ$ 中， $PB \perp$ 平面 ABQ ，

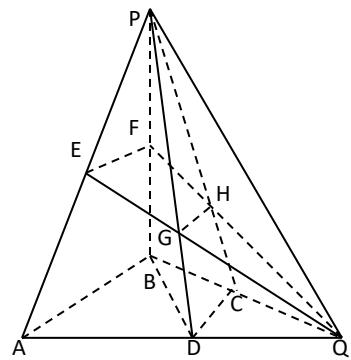
$BA=BP=BQ, D, C, E, F$ 分别是 AQ, BQ, AP, BP

的中点， $AQ=2BD, PD$ 与 EQ 交于点 G ，

PC 与 FQ 交于点 H ，连接 GH .

(I) 求证： $AB \parallel GH$ ；

(II) 求二面角 $D-GH-E$ 的余弦值。



19、(本小题满分12分)

甲、乙两支球队进行比赛，约定先胜3局者获得比赛的胜利，比赛随即结束。除第五局甲队获胜的概率是 $\frac{1}{2}$

外，其余每局比赛甲队获胜的概率都是 $\frac{2}{3}$ 。假设各局比赛结果相互独立。

(I) 分别求甲队以3: 0, 3: 1, 3: 2 胜利的概率；

(II) 若比赛结果为3: 0或3: 1，则胜利方得3分、对方得0分；若比赛结果为3: 2，则胜利方得2分、对方得1分。求乙队得分 X 的分布列和数学期望。

20、(本小题满分12分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_4=4S_2, a_{2n}=2a_n+1$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 且 $T_n+\frac{a_n+1}{2^n}=\lambda$ (λ 为常数)。令 $c_n=2b_{2n}, (n \in N^*)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 R_n 。

21、(本小题满分13分)

设函数 $f(x)=\frac{x}{e^{2x}}+c$ ($e=2.71828\dots$ 是自然对数的底数, $c \in R$)

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间、最大值;

(II) 讨论关于 x 的方程 $|\ln x|=f(x)$ 根的个数。

22、(本小题满分13分)

椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 过 F_1 且垂直于 x 轴

的直线被椭圆 C 截得的线段长为1.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 点 P 是椭圆 C 上除长轴端点外的任一点, 连接 PF_1, PF_2 。设 $\angle F_1PF_2$ 的角平分线 PM 交 C

的长轴于点 $M(m, 0)$, 求 m 的取值范围;

(III) 在 (II) 的条件下, 过点 P 作斜率为 k 的直线 l , 使得 l 与椭圆 C 有且只有一个公共点。设直线

PF_1, PF_2 的斜率分别为 k_1, k_2 ，若 $k \neq 0$ ，试证明 $\frac{1}{kk_1} + \frac{1}{kk_2}$ 为定值，并求出这个定值.