2011年浙江省高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共10小题，每小题5分，满分50分）

1．（5分）（2011•浙江）若$P=\{x|x<1\}$，$Q=\{x|x>1\}$，则（　　）

A．$P\subseteq Q$ B．$Q\subseteq P$ C．$C_RP\subseteq Q$　D．$Q\subseteq C_RP$

【考点】集合的包含关系判断及应用．

【专题】集合．

【分析】利用集合的补集的定义求出P的补集；利用子集的定义判断出$Q\subseteq C_RP$．

【解答】解：∵$P=\{x|x<1\}$，

∴$C_RP=\{x|x\geq 1\}$，

∵$Q=\{x|x>1\}$，

∴$Q\subseteq C_RP$，

故选D．

【点评】本题考查利用集合的交集、补集、并集定义求交集、补集、并集；利用集合包含关系的定义判断集合的包含关系．

2．（5分）（2011•浙江）若复数$z=1+i$，i为虚数单位，则$(1+z)\cdot z=$（　　）

A．$1+3i$ B．$3+3i$ C．$3-i$ D．3

【考点】复数代数形式的乘除运算．

【专题】数系的扩充和复数．

【分析】利用两个复数代数形式的乘法法则，把$(1+z)\cdot z$化简到最简形式．

【解答】解：∵复数$z=1+i$，i为虚数单位，则$(1+z)\cdot z=(2+i)(1+i)=1+3i$

故选 A．

【点评】本题考查两个复数代数形式的乘法，以及虚数单位的幂运算性质．

3．（5分）（2011•浙江）若实数x，y满足不等式组$\begin{cases}x+2y-5\geqslant 0\\ 2x+y-7\geqslant 0\\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0\end{cases}$，则$3x+4y$的最小值是（　　）

A．13　B．15　C．20　D．28

【考点】简单线性规划．

【专题】不等式的解法及应用．

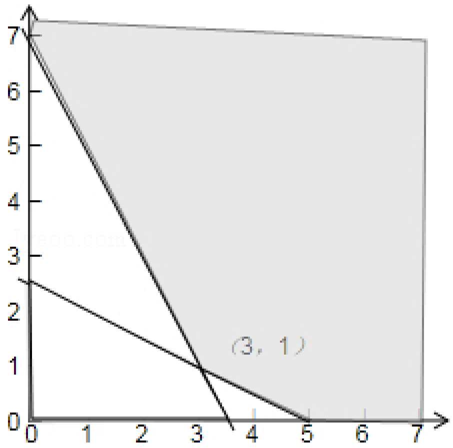
【分析】我画出满足不等式组$\begin{cases}x+2y-5\geqslant 0\\ 2x+y-7\geqslant 0\\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0\end{cases}$的平面区域，求出平面区域中各角点的坐标，然后利用角点法，将各个点的坐标逐一代入目标函数，比较后即可得到$3x+4y$的最小值．

【解答】解：满足约束条件$\begin{cases}x+2y-5\geqslant 0\\ 2x+y-7\geqslant 0\\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0\end{cases}$的平面区域如下图所示：

由图可知，当x=3，y=1时

3x+4y取最小值13

故选A



【点评】用图解法解决线性规划问题时，分析题目的已知条件，找出约束条件和目标函数是关键，可先将题目中的量分类、列出表格，理清头绪，然后列出不等式组（方程组）寻求约束条件，并就题目所述找出目标函数．然后将可行域各角点的值一一代入，最后比较，即可得到目标函数的最优解．

4．（5分）（2011•浙江）若直线l不平行于平面α，且l⊄α，则（　　）

A．α内存在直线与l异面　　B．α内存在与l平行的直线

C．α内存在唯一的直线与l平行 D．α内的直线与l都相交

【考点】直线与平面平行的性质；平面的基本性质及推论．

【专题】空间位置关系与距离．

【分析】根据线面关系的定义，我们根据已知中直线l不平行于平面α，且l⊄α，判断出直线l与α的关系，利用直线与平面相交的定义，我们逐一分析四个答案，即可得到结论．

【解答】解：直线l不平行于平面α，且l⊄α，

则l与α相交

l与α内的直线可能相交，也可能异面，但不可能平行

故B，C，D错误

故选A

【点评】本题考查线线、线面位置关系的判定，考查逻辑推理能力和空间想象能力．其中利用已知判断出直线l与α的关系是解答本题的关键．

5．（5分）（2011•浙江）在△ABC中，角A，B，C，所对的边分别为a，b，c．若acosA=bsinB，则sinAcosA+cos^{2}B=（　　）

A．$-\frac{1}{2}$ B．$\frac{1}{2}$　C．－1 D．1

【考点】余弦定理；正弦定理．

【专题】解三角形．

【分析】利用三角形中的正弦定理，将已知等式中的边用三角形的角的正弦表示，代入要求的式子，利用三角函数的平方关系求出值．

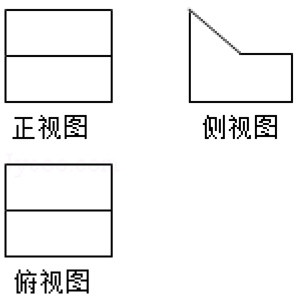
【解答】解：∵acosA=bsinB

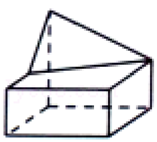
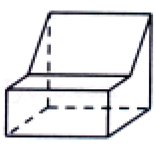
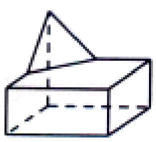
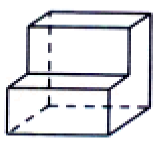
由正弦定理得sinAcosA=sinBsinB

$\therefore \sin A\cos A+\cos^2 B=\sin^2 B+\cos^2 B=1$
故选D
【点评】本题考查三角形中的正弦定理、余弦定理、三角函数的平方关系．

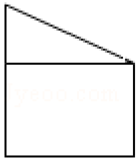
6．（5分）（2011•浙江）若a，b为实数，则“$0<ab<1$”是“$b<\frac{1}{a}$”的（　　）
A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件
C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件
【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断；不等式的基本性质．
【专题】简易逻辑．
【分析】根据不等式的性质，我们先判断“$0<ab<1$”⇒“$b<\frac{1}{a}$”与“$b<\frac{1}{a}$”⇒“$0<ab<1$”的真假，然后结合充要条件的定义即可得到答案．
【解答】解：若“$0<ab<1$”
当a，b均小于0时，$b>\frac{1}{a}$
即“$0<ab<1$”⇒“$b<\frac{1}{a}$”为假命题
若“$b<\frac{1}{a}$”
当$a<0$时，$ab>1$
即“$b<\frac{1}{a}$”⇒“$0<ab<1$”为假命题
综上“$0<ab<1$”是“$b<\frac{1}{a}$”的既不充分也不必要条件
故选D．
【点评】本题考查的知识点是必要条件，充分条件与充要条件的判断，及不等式的性质，其中根据不等式的性质判断“$0<ab<1$”⇒“$b<\frac{1}{a}$”与“$b<\frac{1}{a}$”⇒“$0<ab<1$”的真假，是解答本题的关键．

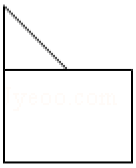
7．（5分）（2011•浙江）几何体的三视图如图所示，则这个几何体的直观图可以是（
）

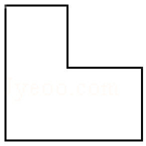


A． B． C． D．

【考点】空间几何体的直观图；简单空间图形的三视图．
【专题】立体几何．
【分析】A、C选项中正视图不符合，D答案中侧视图不符合，由排除法即可选出答案．

【解答】解：A、C选项中正视图不符合，A的正视图为，

C的正视图为

D答案中侧视图不符合．D答案中侧视图为

故选B
【点评】本题考查空间几何体的三视图，考查空间想象能力．

8．（5分）（2011•浙江）从已有3个红球、2个白球的袋中任取3个球，则所取的3个球中至少有1个白球的概率是（　　）

A．$\frac{1}{10}$　B．$\frac{3}{10}$　C．$\frac{3}{5}$　D．$\frac{9}{10}$

【考点】古典概型及其概率计算公式．
【专题】概率与统计．
【分析】用间接法，首先分析从5个球中任取3个球的情况数目，再求出所取的3个球中没有白球即全部红球的情况数目，计算可得没有白球的概率，而"没有白球"与"3个球中至少有1个白球"为对立事件，由对立事件的概率公式，计算可得答案．
【解答】解：根据题意，首先分析从5个球中任取3个球，共C_5^3=10种取法，
所取的3个球中没有白球即全部红球的情况有C_3^3=1种，
则没有白球的概率为$\frac{1}{10}$；
则所取的3个球中至少有1个白球的概率是$\frac{9}{10}$．
故选D．
【点评】本题考查古典概型的计算，注意至多、至少一类的问题，可以选用间接法，即借助对立事件的概率的性质，先求其对立事件的概率，进而求出其本身的概率．

9．（5分）（2011•浙江）已知椭圆C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）与双曲线$C_2$：$x^2-\frac{y^2}{4}=1$有公共的焦点，$C_2$的一条渐近线与以$C_1$的长轴为直径的圆相交于A，B两点．若$C_1$恰好将线段AB三等分，则（　　）

A．$a^2=\frac{13}{2}$　B．$a^2=3$ C．$b2=\frac{1}{2}$ D．$b2=2$

【考点】椭圆的简单性质；圆锥曲线的综合．

【专题】圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】先由双曲线方程确定一条渐近线方程为y=2x，根据对称性易知AB为圆的直径且AB=2a，利用椭圆与双曲线有公共的焦点，得方程$a^2-b^2=5$；设C_1与y=2x在第一象限的交点的坐标为（x，2x），代入C_1的方程得：$x^2=\frac{a^2b^2}{b^2+4a^2}$；对称性知直线y=2x被$C_1$截得的弦长=$2\sqrt{5}x$，根据$C_1$恰好将线段AB三等分得：$2\sqrt{5}x=\frac{2a}{3}$，从而可解出$a^2$，$b^2$的值，故可得结论．

【解答】解：由题意，C_2的焦点为（$\pm\sqrt{5}$，0），一条渐近线方程为y=2x，根据对称性易知AB为圆的直径且AB=2a

∴C_1的半焦距$c=\sqrt{5}$，于是得$a^2-b^2=5$　①

设C_1与y=2x在第一象限的交点的坐标为（x，2x），代入C_1的方程得：$x^2=\frac{a^2b^2}{b^2+4a^2}$②，

由对称性知直线y=2x被C_1截得的弦长=$2\sqrt{5}x$，

由题得：$2\sqrt{5}x=\frac{2a}{3}$，所以$x=\frac{a}{3\sqrt{5}}$　③

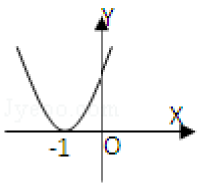
由②③得$a^2=11b^2$　④

由①④得$a^2=5.5$，$b^2=0.5$

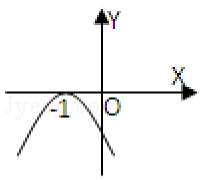
故选C

【点评】本题以椭圆，双曲线为载体，考查直线与圆锥曲线的位置关系，解题思路清晰，但计算有点烦琐，需要小心谨慎．

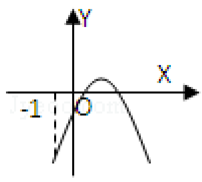
10．（5分）（2011•浙江）设函数f（x）=ax^2+bx+c（a，b，c∈R），若x=﹣1为函数y=f（x）e^x的一个极值点，则下列图象不可能为y=f（x）的图象是（　　）



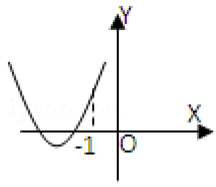
A．



B．



C．



D．

【考点】利用导数研究函数的单调性；函数的图象与图象变化．

【专题】函数的性质及应用；导数的概念及应用．

【分析】先求出函数f（x）e^x的导函数，利用x=﹣1为函数f（x）e^x的一个极值点可得a，b，c之间的关系，再代入函数f（x）=ax^2+bx+c，对答案分别代入验证，看哪个答案不成立即可．

【解答】解：由y=f（x）e^x=e^x（ax^2+bx+c）⇒y′=f′（x）e^x+e^xf（x）=e^x[ax^2+（b+2a）x+b+c]，

由x=﹣1为函数f（x）e^x的一个极值点可得，﹣1是方程ax^2+（b+2a）x+b+c=0的一个根，

所以有a﹣（b+2a）+b+c=0⇒c=a．

法一：所以函数f（x）$=ax^2+bx+a$，对称轴为$x=-\frac{b}{2a}$，且f（﹣1）=2a﹣b，f（0）=a.

对于A，由图得a>0，f（0）>0，f（﹣1）=0，不矛盾，

对于B，由图得a<0，f（0）<0，f（﹣1）=0，不矛盾，

对于C，由图得a<0，f（0）<0，$x=-\frac{b}{2a}>0\Rightarrow b>0\Rightarrow$f（﹣1）<0，不矛盾，

对于D，由图得a>0，f（0）>0，$x=-\frac{b}{2a}<-1\Rightarrow b>2a\Rightarrow$f（﹣1）<0与原图中f（﹣1）>0矛盾，D不对.

法二：所以函数f（x）$=ax^2+bx+a$，由此得函数相应方程的两根之积为1，对照四个选项发现，D不成立.

故选：D.

【点评】本题考查极值点与导函数之间的关系．一般在知道一个函数的极值点时，直接把极值点代入导数令其等0即可．可导函数的极值点一定是导数为0的点，但导数为0的点不一定是极值点.

二、填空题（共7小题，每小题4分，满分28分）

11．（4分）（2011•浙江）设函数$f(x)=\frac{4}{1-x}$，若f（a）=2，则实数a=__﹣1__.

【考点】函数的值.

【专题】函数的性质及应用.

【分析】将x=a代入到f（x），得到$\frac{4}{1-a}=2$．再解方程即可得.

【解答】解：由题意，f（a）$=\frac{4}{1-a}=2$，

解得，a=﹣1.

故a=﹣1.

【点评】本题是对函数值的考查，属于简单题．对这样问题的解答，旨在让学生体会函数，函数值的意义，从而更好的把握函数概念，进一步研究函数的其他性质.

12．（4分）（2011•浙江）若直线与直线x﹣2y+5=0与直线2x+my﹣6=0互相垂直，则实数m=__1__.

【考点】直线的一般式方程与直线的垂直关系.

【专题】直线与圆.

【分析】求出两条直线的斜率；利用两直线垂直斜率之积为﹣1，列出方程求出m的值.

【解答】解：直线x﹣2y+5=0的斜率为$\frac{1}{2}$

直线2x+my﹣6=0的斜率为$-\frac{2}{m}$

∵两直线垂直

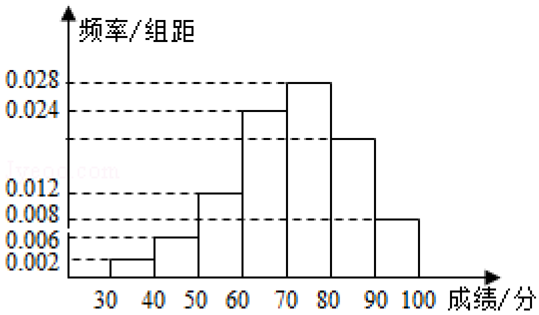
$\therefore\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{m}\right)=-1$

解得m=1

故答案为：1

【点评】本题考查由直线方程的一般式求直线的斜率、考查两直线垂直斜率之积为﹣1．

13．（4分）（2011•浙江）某小学为了解学生数学课程的学习情况，在3000名学生中随机抽取200名，并统计这200名学生的某次数学考试成绩，得到了样本的频率分布直方图（如图）．根据频率分布直方图3000名学生在该次数学考试中成绩小于60分的学生数是__600__．



【考点】频率分布直方图．

【专题】概率与统计．

【分析】首先计算成绩小于60 的三个小矩形的面积之和，即成绩小于60 的学生的频率，再乘以3000即可．

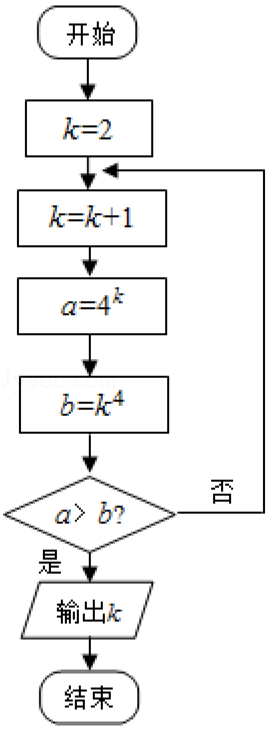
【解答】解：由频率分布直方图成绩小于60 的学生的频率为10（0.002+0.006+0.012）=0.2，

所以成绩小于60分的学生数是3000×0，2=600

故答案为：600

【点评】本题考查频率分布直方图和由频率分布直方图估计总体的分布，考查识图能力．

14．（4分）（2011•浙江）某程序框图如图所示，则该程序运行后输出的k的值是__5__．



【考点】程序框图．

【专题】算法和程序框图.
【分析】分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是利用循环计算并输出k值．模拟程序的运行过程，用表格对程序运行过程中各变量的值进行分析，不难得到最终的输出结果.
【解答】解：程序在运行过程中各变量的值如下表示：
第一圈 $k=3$ $a=4^3$ $b=3^4$
第二圈 $k=4$ $a=4^4$ $b=4^4$
第三圈 $k=5$ $a=4^5$ $b=54$
此时a＞b，退出循环，k值为5
故答案为：5.
【点评】对于流程图处理方法是：①分析流程图（或伪代码），从流程图（或伪代码）中既要分析出计算的类型，又要分析出参与计算的数据（如果参与运算的数据比较多，也可使用表格对数据进行分析管理）⇒②建立数学模型，根据第一步分析的结果，选择恰当的数学模型⇒③解模.

15．（4分）（2011•浙江）若平面向量α，β满足|α|=1，|β|≤1，且以向量α，β为邻边的平行四边形的面积为$\frac{1}{2}$，则α和β的夹角θ的范围是__[30°，150°]__.
【考点】数量积表示两个向量的夹角.
【专题】平面向量及应用.
【分析】根据平行四边形的面积，得到对角线分成的两个三角形的面积，利用正弦定理写出三角形面积的表示式，表示出要求角的正弦值，根据角的范围写出符合条件的角.
【解答】解：$\because \frac{1}{2}|\overrightarrow{\alpha}||\overrightarrow{\beta}|\sin\theta=\frac{1}{4}$

$\therefore \sin\theta=\frac{1}{2|\overrightarrow{\alpha}||\overrightarrow{\beta}|}$,

$\because |\overrightarrow{\alpha}|=1$，$|\overrightarrow{\beta}|\le 1$,

$\therefore \sin\theta \geqslant \frac{1}{2}$,

$\because \theta\in[0，\pi]$

$\therefore \theta\in[30°，150°]$,

故答案为：[30°，150°]，或$[\frac{\pi}{6}，\frac{5\pi}{6}]$，
【点评】本题考查两个向量的夹角，考查利用正弦定理表示三角形的面积，考查不等式的变化，是一个比较简单的综合题目.

16．（4分）（2011•浙江）若实数x，y满足$x^2+y^2+xy=1$，则x+y的最大值是__$\frac{2\sqrt{3}}{3}$__.
【考点】基本不等式.
【专题】不等式的解法及应用.

【分析】利用基本不等式，根据$xy\le\frac{(x+y)^2}{4}$把题设等式整理成关于x+y的不等式，求得其范围，则x+y的最大值可得.

【解答】解：$\because x^2+y^2+xy=1$

$\therefore (x+y)^2=1+xy$

$\because xy\le\frac{(x+y)^2}{4}$

$\therefore (x+y)^2-1\le\frac{(x+y)^2}{4}$，整理求得$-\frac{2\sqrt{3}}{3}\le x+y\le\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore x+y$的最大值是$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

故答案为：$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【点评】本题主要考查了基本不等式．应熟练掌握如均值不等式，柯西不等式等性质．

17．（4分）（2011•浙江）若数列$\{n(n+4)\left(\frac{2}{3}\right)^n\}$中的最大项是第k项，则k=__4__.

【考点】数列的函数特性.

【专题】点列、递归数列与数学归纳法.

【分析】求数列的最大值，可通过做差或做商比较法判断数列的单调性处理.

【解答】解：令$a_n=n(n+4)\left(\frac{2}{3}\right)^n$，

假设$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(n+1)(n+5)\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{n(n+4)\left(\frac{2}{3}\right)^n}=\frac{2}{3}\cdot\frac{(n+1)(n+5)}{n(n+4)}\ge1$，

则$2(n+1)(n+5)\ge3n(n+4)$，即$n^2\le10$，所以$n<4$，

又n是整数，即$n\le3$时，$a_{n+1}>a_n$，

当$n\ge4$时，$a_{n+1}<a_n$，

所以a_4最大.

故答案为：4.

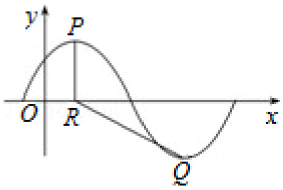
【点评】本题考查数列的最值问题，利用做差或做商比较法判断数列的单调性是求数列最值的常用方式.

三、解答题（共5小题，满分72分）

18. （14分）（2011•浙江）已知函数$f(x)=A\sin(\frac{\pi}{3}x+\phi)$，x∈R，A＞0，$0<\phi<\frac{\pi}{2}$. y=f（x）的部分图象，如图所示，P、Q分别为该图象的最高点和最低点，点P的坐标为（1，A）．

（Ⅰ）求f（x）的最小正周期及φ的值；

（Ⅱ）若点R的坐标为（1，0），$\angle PRQ=\frac{2\pi}{3}$，求A的值．



【考点】函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换；三角函数的周期性及其求法．

【专题】三角函数的图像与性质．

【分析】（I）由已知函数$f(x)=A\sin(\frac{\pi}{3}x+\phi)$，我们易求出函数的最小正周期，又由P的坐标为（1，A），我们易构造出一个关于φ的三角方程，结合$0<\phi<\frac{\pi}{2}$解三角方程即可求出φ值．

（II）根据（I）的结论及R的坐标，和$\angle PRQ=\frac{2\pi}{3}$，利用余弦定理我们易构造出一个关于A的方程，解方程即可得到A的值．

【解答】解：（I）由题意得，$T=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$

∵P（1，A）在函数$f(x)=A\sin(\frac{\pi}{3}x+\phi)$的图象上

$\therefore \sin(\frac{\pi}{3}+\phi)=1$

又$\because 0<\phi<\frac{\pi}{2}$

$\therefore \phi=\frac{\pi}{6}$

（II）由P、Q分别为该图象的最高点和最低点，点P的坐标为（1，A），结合（I）可知点Q的坐标为（4，﹣A）

连接PQ，在△PRQ中，$\angle PRQ=\frac{2\pi}{3}$

可得，$\angle QRX=\frac{\pi}{6}$，作QM⊥X轴于M，则QM=A，RM=3，

所以有$\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{QM}{RM}=\frac{A}{3}$

$\therefore A=\sqrt{3}$

【点评】本题考查的知识点是函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换，三角函数的周期性及其求法，其中根据已知中条件构造关于参数A，φ是解答本题的关键．

19．（14分）（2011•浙江）已知公差不为0的等差数列$\{a_n\}$的首项a_1（$a_1\in R$），且$\frac{1}{a_1}$，$\frac{1}{a_2}$，$\frac{1}{a_4}$成等比数列．

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）对$n\in N^*$，试比较$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_{2^2}}+\frac{1}{a_{2^3}}+\cdots+\frac{1}{a_{2^n}}$与$\frac{1}{a_1}$的大小．

【考点】数列与不等式的综合；数列的求和；等比数列的性质．

【专题】等差数列与等比数列．

【分析】（Ⅰ）由$\frac{1}{a_1}$，$\frac{1}{a_2}$，$\frac{1}{a_4}$成等比数列，利用等比数列的性质及等差数列的通项公式列出关于首项和公差的方程，根据公差d不为0，解得公差d与首项相等，然后根据首项和公差写出数列的通项公式即可；

（Ⅱ）设$T_n=\frac{1}{a_2}+\frac{1}{{a_2}^2}+\frac{1}{{a_2}^3}+\cdots+\frac{1}{{a_2}^n}$与根据（Ⅰ）中求得的通项公式表示出$a_{2^n}$，然后利用等比数列的前n项和的公式求出$T_n$，即可比较出两者的大小关系．

【解答】解：（Ⅰ）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，由题意可知$\left(\frac{1}{a_2}\right)^2=\frac{1}{a_1}\times\frac{1}{a_4}$，

即$(a_1+d)^2=a_1(a_1+3d)$，从而$a_1d=d^2$，

因为$d\neq0$，所以$d=a_1$，

故$a_n=nd=na_1$；

（Ⅱ）记$T_n=\frac{1}{a_2}+\frac{1}{{a_2}^2}+\ldots+\frac{1}{{a_2}^n}$，由$a_n=na_1$，得$a_{2^n}=2^na_1$，

则$T_n=\frac{1}{a_2}+\frac{1}{{a_2}^2}+\ldots+\frac{1}{{a_2}^n}=\frac{1}{a_1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n}\right)$

$=\frac{1}{a_1}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$，

$\therefore T_n-\frac{1}{a_1}=\frac{1}{a_1}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)-\frac{1}{a_1}=\frac{1}{a_1}\left(-\frac{1}{2^n}\right)$，

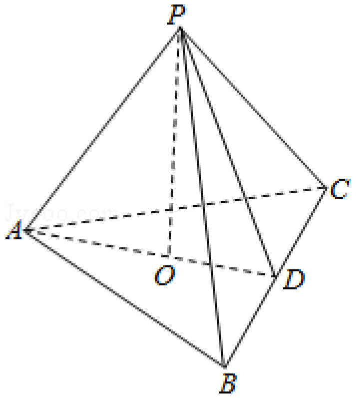
从而，当$a_1>0$时，$T_n<\frac{1}{a_1}$；当$a_1<0$时，$T_n>\frac{1}{a_1}$．

【点评】此题考查学生掌握等比数列的性质，利用运用等比数列的通项公式及前n项和的公式化简求值，是一道中档题．

20．（14分）（2011•浙江）如图，在三棱锥P﹣ABC中，AB=AC，D为BC的中点，PO⊥平面ABC，垂足O落在线段AD上．

（Ⅰ）证明：AP⊥BC；

（Ⅱ）已知BC=8，PO=4，AO=3，OD=2．求二面角B－AP－C的大小．



【考点】与二面角有关的立体几何综合题；空间中直线与直线之间的位置关系；二面角的平面角及求法．

【专题】空间位置关系与距离；空间角；立体几何．

【分析】（I）由题意．因为PO⊥平面ABC，垂足O落在线段AD上所以BC⊥PO．有AB=AC，D为BC的中点，得到BC⊥AD，进而得到线面垂直，即可得到所证；

（II）有（I）利用面面垂直的判定得到PA⊥平面BMC，再利用二面角的定义得到二面角的平面角，然后求出即可．

【解答】解：（I）由题意画出图如下：

由AB=AC，D为BC的中点，得AD⊥BC，

又PO⊥平面ABC，垂足O落在线段AD上，得到PO⊥BC，

∵PO∩AD=O∴BC⊥平面PAD，故BC⊥PA．

（II）如图，在平面PAB中作BM⊥PA于M，连接CM，

∵BC⊥PA，∴PA⊥平面BMC，∴AP⊥CM，故∠BMC为二面角B－AP－C的平面角，

在直角三角形ADB中，$AB^2=AD^2+BD^2=41$ 得：$AB=\sqrt{41}$；

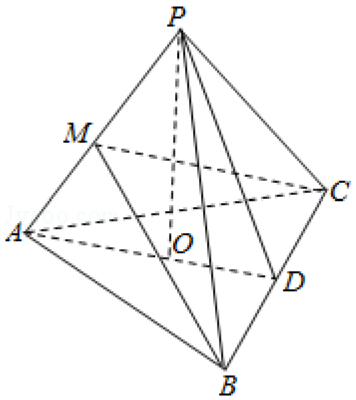
在直角三角形POD中，$PD^2=PO^2+OD^2$，在直角三角形PDB中，$PB^2=PD^2+BD^2$，∴$PB^2=PO^2+OD^2+BD^2=36$，得PB=6，

在直角三角形POA中，$PA^2=AO^2+OP^2=25$，得PA=5，

又$\cos\angle BPA=\dfrac{PA^2+PB^2-AB^2}{2PA\cdot PB}=\dfrac{1}{3}$，从而$\sin\angle BPA=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$．

故$BM=PB\sin\angle BPA=4\sqrt{2}$．同理：$CM=4\sqrt{2}$，

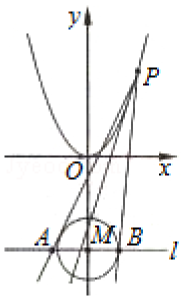
∵$BM^2+MC^2=BC^2$，∴二面角B－AP－C的大小为90°．



【点评】（I）此问考查了线面垂直的判定定理，还考查了线面垂直的性质定理；
（II）此问考查了面面垂直的判定定理，二面角的平面角的定义，还考查了在三角形中求解．

21．（15分）（2011•浙江）设函数$f（x）=a^2\ln x-x^2+ax$，$a>0$，且$f（1）\geq e-1$．
（Ⅰ）求f（x）的单调区间
（Ⅱ）求所有的实数a，使$e-1\leq f（x）\leq e^2$对$x\in[1，e]$恒成立．注：e为自然对数的底数．
【考点】利用导数研究函数的单调性；利用导数求闭区间上函数的最值．
【专题】导数的综合应用．
【分析】（Ⅰ）直接利用导函数的正负与原函数的单调性之间的关系，即当导函数大于0时原函数单调递增，当导函数小于0时原函数单调递减来求f（x）的单调区间即可．
（Ⅱ）先利用（Ⅰ）的结论求出f（x）在[1，e]上的最值，把原不等式转化为比较f（x）在[1，e]上的最值与两端点值之间的关系即可求所有的实数a．
【解答】解：（Ⅰ）因为$f（x）=a^2\ln x-x^2+ax$，其中$x>0$．
所以$f'（x）=\frac{a^2}{x}-2x+a=-\frac{(x-a)(2x+a)}{x}$．
由于$a>0$，所以f（x）的增区间为（0，a），f（x）的减区间为（a，+∞）．
（Ⅱ）证明：由题得，$f（1）=a-1\geq e-1$，即$a\geq e$，
由（Ⅰ）知f（x）在[1，e]内单调递增
要使$e-1\leq f（x）\leq e^2$对$x\in[1，e]$恒成立，
只要$\begin{cases}f(1)=a-1\geqslant e-1\\ f(e)=a^2-e^2+ae\leqslant e^2\end{cases}$
解得a=e．
【点评】本题主要考查导函数的正负与原函数的单调性之间的关系，即当导函数大于0时原函数单调递增，当导函数小于0时原函数单调递减．

22．（15分）（2011•浙江）如图，设P是抛物线C_1：$x^2=y$上的动点．过点P做圆C_2：$x^2+(y+3)^2=1$的两条切线，交直线l：$y=-3$于A，B两点．
（Ⅰ）求C_2的圆心M到抛物线 C_1准线的距离．
（Ⅱ）是否存在点P，使线段AB被抛物线C_1在点P处的切线平分？若存在，求出点P的坐标；若不存在，请说明理由．



【考点】圆锥曲线的综合；抽象函数及其应用；直线与圆锥曲线的综合问题．
【专题】圆锥曲线的定义、性质与方程．
【分析】（Ⅰ）先求出抛物线
C_1准线的方程，再利用点到直线距离的求法求出C_2的圆心M到抛物线 C_1准线的距离即可．

（Ⅱ）先设抛物线

C_1在点P处的切线交直线l于点D，线段AB被抛物线C_1在点P处的切线平分即为$x_A+x_B=2X_D$．设出过点P做圆$C_2x^2+(y+3)^2=1$的两条切线PA，PB，与直线$y=-3$联立，分别求出A，B，D三点的横坐标，代入$x_A+x_B=2X_D$．看是否能解出点P，即可判断出是否存在点P，使线段AB被抛物线C_1在点P处的切线平分．

【解答】解：（Ⅰ）因为抛物线 C_1准线的方程为：$y=-\frac{1}{4}$，

所以圆心M到抛物线 C_1准线的距离为：$|-\frac{1}{4}-(-3)|=\frac{11}{4}$．

（Ⅱ）设点P的坐标为(x_0,x_0^2)，抛物线 C_1在点P处的切线交直线l与点D，

因为：$y=x^2$，所以：$y'=2x$；

再设A，B，D的横坐标分别为x_A，x_B，x_D，

∴过点P(x_0,x_0^2)的抛物线 C_1的切线的斜率$k=2x_0$．

过点P(x_0,x_0^2)的抛物线 C_1的切线方程为：$y-x_0^2=2x_0(x-x_0)$ ①

当 $x_0=1$时，过点P（1，1）且与圆C_2相切的切线PA方程为：$y-1=\frac{15}{8}(x-1)$．可得$x_A=-\frac{17}{15}$，$x_B=1$，$x_D=-1$，$x_A+x_B\neq 2x_D$．

当$x_0=-1$时，过点P（－1，1）且与圆C_2的相切的切线PB的方程为：$y-1=-\frac{15}{8}(x+1)$．

可得$x_A=-1$，$x_B=\frac{17}{15}$，$x_D=1$，$x_A+x_B\neq 2x_D$．

所以$x_0^2-1\neq 0$．设切线PA，PB的斜率为k_1，k_2，

则：PA：$y-x_0^2=k_1(x-x_0)$ ②

PB：$y-x_0^2=k_2(x-x_0)$．③

将$y=-3$分别代入①，②，③得 $x_D=\frac{x_0^2-3}{2x_0}$$(x_0\neq 0)$；$x_A=x_0-\frac{x_0^2+3}{k_1}$；

$x_B=x_0-\frac{x_0^2+3}{k_2}$$(k_1,k_2\neq 0)$

从而 $x_A+x_B=2x_0-(x_0^2+3)\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)$．

又$\frac{|-x_0k_1+x_0^2+3|}{\sqrt{k_1^2+1}}=1$，

即$(x_0^2-1)k_1^2-2(x_0^2+3)x_0k_1+(x_0^2+3)^2-1=0$，

同理$(x_0^2-1)k_2^2-2(x_0^2+3)x_0k_2+(x_0^2+3)^2-1=0$，

所以k_1，k_2是方程$(x_0^2-1)k^2-2(x_0^2+3)x_0k+(x_0^2+3)^2-1=0$的两个不等的根，

从而$k_1+k_2=\frac{2(3+x_0)^2x_0}{x_0^2-1}$，$k_1\bullet k_2=\frac{(3+x_0^2)^2-1}{x_0^2-1}$，

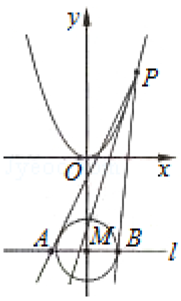
因为$x_A+x_B=2X_D$．．

所以$2x_0-(3+x_0^2)\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)=\frac{x_0^2-3}{x_0}$，即$\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}=\frac{1}{x_0}$.

从而$\frac{2(3+x_0^2)x_0}{(x_0^2+3)^2-1}=\frac{1}{x_0}$，

进而得$x_0^4=8$，$x_0=\pm\sqrt[4]{8}$.

综上所述，存在点P满足题意，点P的坐标为（$\pm\sqrt[4]{8}$，$2\sqrt{2}$）.



【点评】本题是对椭圆与抛物线，以及直线与椭圆和抛物线位置关系的综合考查．在圆锥曲线的三种常见曲线中，抛物线是最容易的，而双曲线是最复杂的，所以一般出大题时，要么是单独的椭圆与直线，要么是椭圆与抛物线，直线相结合．这一类型题目，是大题中比较有难度的题．