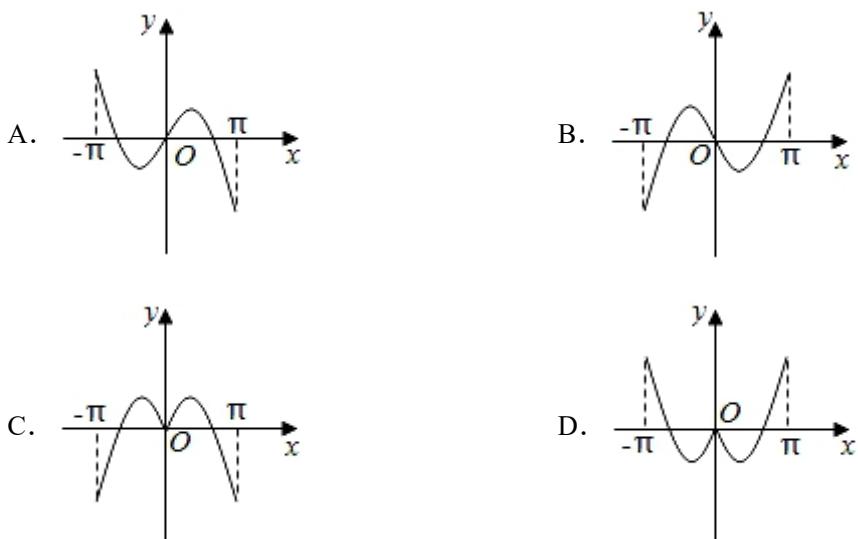
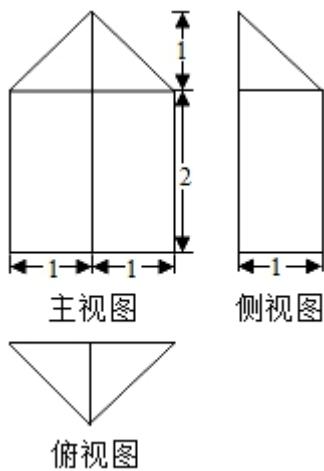


# 2020 年浙江省高考数学试卷

一、选择题（共 10 小题）.

1. 已知集合  $P = \{x | 1 < x < 4\}$ ,  $Q = \{x | 2 < x < 3\}$ , 则  $P \cap Q = (\quad)$ 
  - A.  $\{x | 1 < x \leq 2\}$
  - B.  $\{x | 2 < x < 3\}$
  - C.  $\{x | 3 \leq x < 4\}$
  - D.  $\{x | 1 < x < 4\}$
2. 已知  $a \in \mathbb{R}$ , 若  $a - 1 + (a - 2)i$  ( $i$  为虚数单位) 是实数, 则  $a = (\quad)$ 
  - A. 1
  - B. -1
  - C. 2
  - D. -2
3. 若实数  $x$ ,  $y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - 3y + 1 \leq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = x + 2y$  的取值范围是 (\quad)
  - A.  $(-\infty, 4]$
  - B.  $[4, +\infty)$
  - C.  $[5, +\infty)$
  - D.  $(-\infty, +\infty)$
4. 函数  $y = x \cos x + \sin x$  在区间  $[-\pi, +\pi]$  的图象大致为 (\quad)
 
  - A.
  - B.
  - C.
  - D.

5. 某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则该几何体的体积（单位： $cm^3$ ）是 (\quad)



- A.  $\frac{7}{3}$
- B.  $\frac{14}{3}$
- C. 3
- D. 6

6. 已知空间中不过同一点的三条直线  $m, n, l$ , 则“ $m, n, l$  在同一平面”是“ $m, n, l$  两相交”的( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

7. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ , 公差  $d \neq 0$ ,  $\frac{a_1}{d} \leq 1$ . 记  $b_1 = S_2$ ,  $b_{n+1} = S_{n+2} - S_{2n}$ ,

$n \in \mathbb{N}^*$ , 下列等式不可能成立的是( )

- A.  $2a_4 = a_2 + a_6$       B.  $2b_4 = b_2 + b_6$       C.  $a_4^2 = a_2 a_8$       D.  $b_4^2 = b_2 b_8$

8. 已知点  $O(0, 0)$ ,  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, 0)$ . 设点  $P$  满足  $|PA| - |PB| = 2$ , 且  $P$  为函数

$y = 3\sqrt{4-x^2}$  图象上的点, 则  $|OP| =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{22}}{2}$       B.  $\frac{4\sqrt{10}}{5}$       C.  $\sqrt{7}$       D.  $\sqrt{10}$

9. 已知  $a, b \in \mathbb{R}$  且  $ab \neq 0$ , 若  $(x-a)(x-b)(x-2a-b) \geq 0$  在  $x \geq 0$  上恒成立, 则( )

- A.  $a < 0$       B.  $a > 0$       C.  $b < 0$       D.  $b > 0$

10. 设集合  $S, T$ ,  $S \subseteq \mathbb{N}^*$ ,  $T \subseteq \mathbb{N}^*$ ,  $S, T$  中至少有两个元素, 且  $S, T$  满足:

- ①对于任意  $x, y \in S$ , 若  $x \neq y$ , 都有  $xy \in T$ ;  
②对于任意  $x, y \in T$ , 若  $x < y$ , 则  $\frac{y}{x} \in S$ ; 下列命题正确的是( )

- A. 若  $S$  有 4 个元素, 则  $S \cup T$  有 7 个元素  
B. 若  $S$  有 4 个元素, 则  $S \cup T$  有 6 个元素  
C. 若  $S$  有 3 个元素, 则  $S \cup T$  有 4 个元素  
D. 若  $S$  有 3 个元素, 则  $S \cup T$  有 5 个元素

二、填空题: 本大题共 7 小题, 共 36 分。多空题每小题 4 分; 单空题每小题 4 分。

11. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ , 则  $S_3 =$  \_\_\_\_\_.

12. 设  $(1+2x)^5 = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3 + a_5 x^4 + a_6 x^5$ , 则  $a_5 =$  \_\_\_\_\_;  $a_1 + a_2 + a_3 =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知  $\tan \theta = 2$ , 则  $\cos 2\theta =$  \_\_\_\_\_;  $\tan(\theta - \frac{\pi}{4}) =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知圆锥展开图的侧面积为  $2\pi$ , 且为半圆, 则底面半径为 \_\_\_\_\_.

15. 设直线  $l: y = kx + b$  ( $k > 0$ ), 圆  $C_1: x^2 + y^2 = 1$ ,  $C_2: (x-4)^2 + y^2 = 1$ , 若直线  $l$  与  $C_1, C_2$  都相切, 则  $k =$  \_\_\_\_\_;  $b =$  \_\_\_\_\_.

16. 一个盒子里有 1 个红 1 个绿 2 个黄四个相同的球, 每次拿一个, 不放回, 拿出红球即停, 设拿出黄球的个数为  $\xi$ , 则  $P(\xi=0) =$  \_\_\_\_\_;  $E(\xi) =$  \_\_\_\_\_.

17. 设  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  为单位向量, 满足  $|\vec{e}_1 - \vec{e}_2| \leq \sqrt{2}$ ,  $\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ,  $\vec{b} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ , 设  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为  $\theta$ , 则  $\cos^2 \theta$  的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

18. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $2b \sin A = \sqrt{3}a$ .

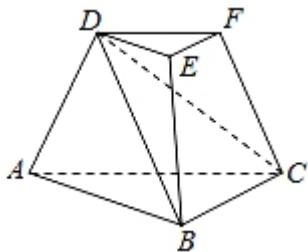
(Ⅰ) 求角  $B$ ;

(Ⅱ) 求  $\cos A + \cos B + \cos C$  的取值范围.

19. 如图, 三棱台  $DEF-ABC$  中, 面  $ADFC \perp$  面  $ABC$ ,  $\angle ACB = \angle ACD = 45^\circ$ ,  $DC = 2BC$ .

(Ⅰ) 证明:  $EF \perp DB$ ;

(Ⅱ) 求  $DF$  与面  $DBC$  所成角的正弦值.



20. 已知数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  中,  $a_1 = b_1 = c_1 = 1$ ,  $c_{n+1} = a_{n+1} - a_n$ ,  $c_{n+1} = \frac{b_n}{b_{n+2}} \cdot c_n$   
( $n \in \mathbb{N}^*$ ) .

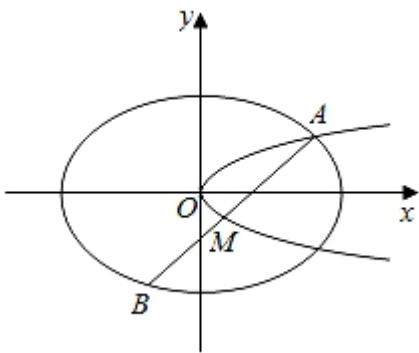
(Ⅰ) 若数列  $\{b_n\}$  为等比数列, 且公比  $q > 0$ , 且  $b_1 + b_2 = 6b_3$ , 求  $q$  与  $a_n$  的通项公式;

(Ⅱ) 若数列  $\{b_n\}$  为等差数列, 且公差  $d > 0$ , 证明:  $c_1 + c_2 + \dots + c_n < 1 + \frac{1}{d}$ .

21. 如图, 已知椭圆  $C_1: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ , 抛物线  $C_2: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ), 点  $A$  是椭圆  $C_1$  与抛物线  $C_2$  的交点, 过点  $A$  的直线  $l$  交椭圆  $C_1$  于点  $B$ , 交抛物线  $C_2$  于  $M$  ( $B, M$  不同于  $A$ ) .

(Ⅰ) 若  $p = \frac{1}{16}$ , 求抛物线  $C_2$  的焦点坐标;

(Ⅱ) 若存在不过原点的直线  $l$  使  $M$  为线段  $AB$  的中点, 求  $p$  的最大值.



22. 已知  $1 < a \leq 2$ , 函数  $f(x) = e^x - x - a$ , 其中  $e = 2.71828\cdots$  为自然对数的底数.

- (Ⅰ) 证明: 函数  $y=f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上有唯一零点;
- (Ⅱ) 记  $x_0$  为函数  $y=f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上的零点, 证明:
  - (i)  $\sqrt{a-1} \leq x_0 \leq \sqrt{2(a-1)}$ ;
  - (ii)  $x_0 f(e^{x_0}) \geq (e-1)(a-1)a$ .