

2008 年普通高等学校招生全国统一考试浙江卷

数学（理科）

本试题卷分第 I 卷和第 II 卷两部分。全卷共 4 页，第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页。
满分 150 分，考试时间 120 分钟。

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

第 I 卷（共 50 分）

注意事项：

1. 答第 I 卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸上。

2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A、B 相互独立，那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生

的概率是 p 那么 n 次独立重复试

验中恰好发生 k 次的概率：

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知 a 是实数， $\frac{a-i}{1+i}$ 是纯虚数，则 $a =$

- (A) 1 (B) -1 (C) $\sqrt{2}$ (D) $-\sqrt{2}$

(2) 已知 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | x \leq -1\}$, 则 $(A \cap C_U B) \cup (B \cap C_U A) =$

- (A) \emptyset (B) $\{x | x \leq 0\}$
(C) $\{x | x > -1\}$ (D) $\{x | x > 0 \text{ 或 } x \leq -1\}$

(3) 已知 a, b 都是实数，那么 “ $a^2 > b^2$ ” 是 “ $a > b$ ” 的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(4) 在 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$ 的展开式中, 含 x^4 的项的系数是

- (A) -15 (B) 85 (C) -120 (D) 274

(5) 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y = \cos(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{2})(x \in [0, 2\pi])$ 的图象和直线 $y = \frac{1}{2}$ 的交点个数是

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

(6) 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2 = 2$, $a_5 = \frac{1}{4}$, 则 $a_1a_2 + a_2a_3 + \cdots + a_na_{n+1} =$

- (A) $16(1-4^{-n})$ (B) $16(1-2^{-n})$
(C) $\frac{32}{3}(1-4^{-n})$ (D) $\frac{32}{3}(1-2^{-n})$

(7) 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的两个焦点到一条准线的距离之比为 3:2, 则双曲线的离心率是

- (A) 3 (B) 5 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{5}$

(8) 若 $\cos a + 2\sin a = -\sqrt{5}$, 则 $\tan a =$

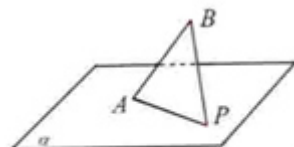
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -2

(9) 已知 a, b 是平面内两个互相垂直的单位向量, 若向量 c 满足 $(a-c) \cdot (b-c) = 0$, 则 $|c|$ 的最大值是

- (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(10) 如图, AB 是平面 α 的斜线段, A 为斜足, 若点 P 在平面 α 内运动, 使得 $\triangle ABP$ 的面积为定值, 则动点 P 的轨迹是

- (A) 圆 (B) 椭圆
(C) 一条直线 (D) 两条平行直线



(第10题)

2008 年普通高等学校招生全国统一考试浙江卷

数学（理科）

第Ⅱ卷（共 100 分）

注意事项：

1. 黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸上，不能答在试题卷上。
2. 在答题纸上作图，可先使用 2B 铅笔，确定后必须使用黑色字迹的签字笔或钢笔描黑。

二. 填空题：本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分。

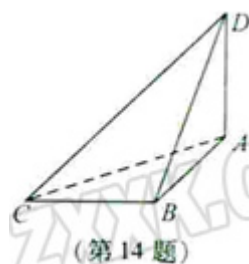
(11) 已知 $a > 0$ ，若平面内三点 $A(1, -a)$ ， $B(2, a^2)$ ， $C(3, a^3)$ 共线，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(12) 已知 F_1 、 F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的两个焦点，过 F_1 的直线交椭圆于 A、B 两点

若 $|F_2A| + |F_2B| = 12$ ，则 $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(13) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A、B、C 所对的边分别为 a 、 b 、 c ，若 $(\sqrt{3}b - c)\cos A = a\cos C$ ，则 $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(14) 如图，已知球 O 点面上四点 A、B、C、D， $DA \perp$ 平面 ABC， $AB \perp BC$ ， $DA = AB = BC = \sqrt{3}$ ，则球 O 点体积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



(15) 已知 t 为常数，函数 $y = |x^2 - 2x - t|$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值为 2，则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(16) 用 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成六位数（没有重复数字），要求任何相邻两个数字的奇偶性不同，且 1 和 2 相邻，这样的六位数的个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ （用数字作答）。

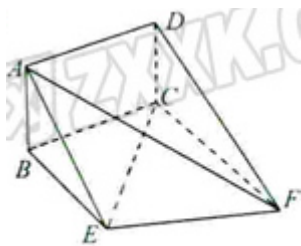
(17) 若 $a \geq 0, b \geq 0$ ，且当 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x + y \leq 1 \end{cases}$ 时，恒有 $ax + by \leq 1$ ，则以 a, b 为坐标点 $P(a, b)$ 所形成的平面区域的面积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三. 解答题：本大题共 5 小题，共 72 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(18)（本题 14 分）如图，矩形 ABCD 和梯形 BEFC 所在平面互相垂直， $BE \parallel CF$ ， $\angle BCF = \angle CEF = 90^\circ$ ， $AD = \sqrt{3}$ ， $EF = 2$ 。

(I) 求证： $AE \parallel$ 平面 DCF；

(II) 当 AB 的长为何值时，二面角 A-EF-C 的大小为 60° ？



(第18题)

(19) (本题 14 分) 一个袋中有若干个大小相同的黑球、白球和红球。已知从袋中任意摸出 1 个球, 得到黑球的概率是 $\frac{2}{5}$; 从袋中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个白球的概率是 $\frac{7}{9}$ 。

(I) 若袋中共有 10 个球,

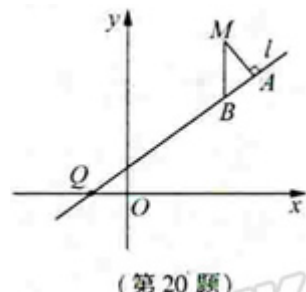
(i) 求白球的个数;

(ii) 从袋中任意摸出 3 个球, 记得到白球的个数为 ξ , 求随机变量 ξ 的数学期望

$E\xi$ 。

(II) 求证: 从袋中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个黑球的概率不大于 $\frac{7}{10}$ 。并指出袋中哪种颜色的球个数最少。

(20) (本题 15 分) 已知曲线 C 是到点 $P(-\frac{1}{2}, \frac{3}{8})$ 和到直线 $y = -\frac{5}{8}$ 距离相等的点的轨迹。 ℓ 是过点 $Q(-1, 0)$ 的直线, M 是 C 上 (不在 ℓ 上) 的动点; A 、 B 在 ℓ 上, $MA \perp \ell$, $MB \perp x$ 轴 (如图)。



(I) 求曲线 C 的方程;

(II) 求出直线 ℓ 的方程, 使得 $\frac{|QB|^2}{|QA|}$ 为常数。

(21) (本题 15 分) 已知 a 是实数, 函数 $f(x) = \sqrt{x}(x-a)$ 。

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 设 $g(a)$ 为 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最小值。

(i) 写出 $g(a)$ 的表达式;

(ii) 求 a 的取值范围, 使得 $-6 \leq g(a) \leq -2$ 。

(22) (本题 14 分) 已知数列 $\{a_n\}$, $a_n \geq 0$, $a_1 = 0$, $a_{n+1}^2 + a_{n+1} - 1 = a_n^2 (n \in N^*)$. 记

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, \quad T_n = \frac{1}{1+a_1} + \frac{1}{(1+a_1)(1+a_2)} + \cdots + \frac{1}{(1+a_1)(1+a_2)\cdots(1+a_n)}.$$

求证: 当 $n \in N^*$ 时,

(I) $a_n < a_{n+1}$;

(II) $S_n > n - 2$;

(III) $T_n < 3$ 。