

绝密 ★ 启用前

2010年普通高等学校招生全国统一考试（广东A卷）  
数学（理科）

一、

选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合  $A = \{x \mid -2 < x < 1\}$ ,  $B = \{x \mid 0 < x < 2\}$  则集合  $A \cap B =$

A.  $\{x \mid -1 < x < 1\}$                       B.  $\{x \mid -2 < x < 1\}$

C.  $\{x \mid -2 < x < 2\}$                       D.  $\{x \mid 0 < x < 1\}$

2. 若复数  $z_1 = 1+i$ ,  $z_2 = 3-i$ , 则  $z_1 \cdot z_2 =$

A. 4                      B.  $2+i$                       C.  $2+2i$                       D. 3

3. 若函数  $f(x) = 3^x + 3^{-x}$  与  $g(x) = 3^x - 3^{-x}$  的定义域均为  $\mathbb{R}$ , 则

A.  $f(x)$  与  $g(x)$  均为偶函数                      B.  $f(x)$  为偶函数,  $g(x)$  为奇函数

A.  $f(x)$  与  $g(x)$  均为奇函数                      B.  $f(x)$  为奇函数,  $g(x)$  为偶函数

4. 已知  $\{a_n\}$  为等比数列,  $S_n$  是它的前  $n$  项和。若  $a_2 \cdot a_3 = 2a_1$ ,

且  $a_4$  与  $2a_7$  的等差中项为  $\frac{5}{4}$ , 则  $S_5 =$

A. 35                      B. 33                      C. 31                      D. 29

5. “ $m < \frac{1}{4}$ ”是“一元二次方程  $x^2 + x + m = 0$ ”有实数解“的

A. 充分非必要条件                      B. 充分必要条件

C. 必要非充分条件                      D. 非充分必要条件

6. 如图1,  $\triangle ABC$  为三角形,  $AA' \parallel BB' \parallel CC'$ ,  $CC' \perp$  平面  $ABC$  且  $3AA' = \frac{3}{2}BB' = CC' = AB$ , 则多面体  $\triangle ABC - A'B'C'$  的正视图 (也称主视图) 是

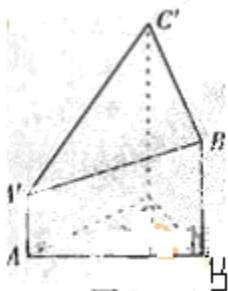
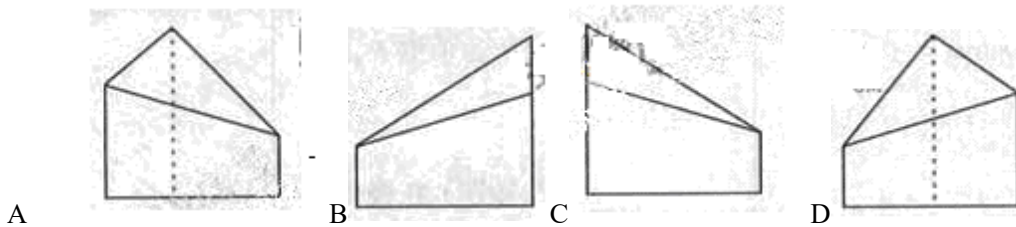


图 1

7. 已知随机变量  $X$  服从正态分布  $N(3,1)$ ，且  $p(2 \leq X \leq 4) = 0.6826$ ，则  $p(X > 4) =$

A. 0.1588      B. 0.1587      C. 0.1586      D. 0.1585

8. 为了迎接2010年广州亚运会，某大楼安装5个彩灯，它们闪亮的顺序不固定，每个彩灯彩灯闪亮只能是红、橙、黄、绿、蓝中的一种颜色，且这5个彩灯商量的颜色各不相同

。记这这5个彩灯有序地闪亮一次为一个闪烁，在每个闪烁中，每秒钟有且仅有一个彩灯闪亮，而相邻两个闪烁的时间间隔均为5秒。如果要实现所有不同的闪烁，那么需要的时间至少是

A. 1205秒      B. 1200秒      C. 1195秒      D. 1190秒

二、填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分。

(一) 必做题 (9-13题)

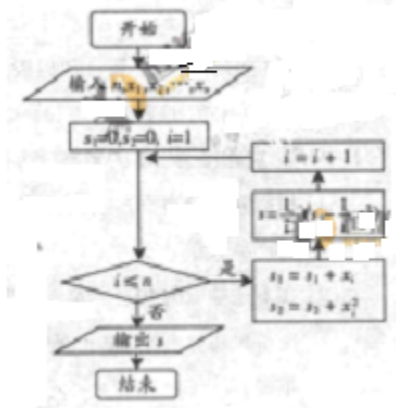
9. 函数  $f(x) = \lg(x-2)$  的定义域是\_\_\_\_\_.

10. 若向量  $\vec{a} = (1, 1, x)$ ,  $\vec{b} = (1, 2, 1)$ ,  $\vec{c} = (1, 1, 1)$ , 满足条件  $(\vec{c} - \vec{a}) \cdot (2\vec{b}) = -2$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

11. 已知  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  所对的边，若  $a=1, b=\sqrt{3}$ ,  $A+C=2B$ , 则  $\sin C =$ \_\_\_\_\_.

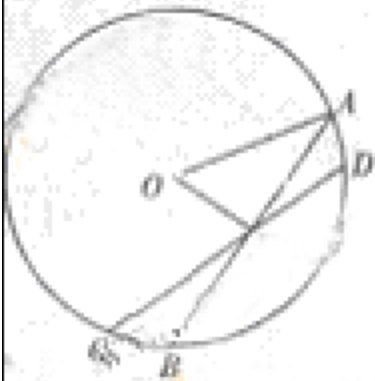
12. 已知圆心在  $x$  轴上，半径为  $\sqrt{2}$  的圆  $O$  位于  $y$  轴左侧，且与直线  $x+y=0$  相切，则圆  $O$  的方程是\_\_\_\_\_.

13. 某城市缺水问题比较突出，为了制定节水管理办法，对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查，其中  $n$  位居民的月均用水量分别为  $x_1 \dots x_n$  (单位：吨)，根据图2所示的程序框图，若  $n=2$ , 且  $x_1, x_2$  分别为1, 2, 则输出地结果  $s$  为\_\_\_\_\_.



14. (几何证明选讲选做题) 如图3,  $AB, CD$  是半径为  $a$  的圆  $O$  的两条弦，它们相交

于  $AB$  的中点  $P$ ,  $PD = \frac{2a}{3}$ ,  $\angle OAP = 30^\circ$ , 则  $CP =$ \_\_\_\_\_.



15、(坐标系与参数方程选做题) 在极坐标系  $(\rho, \theta)$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) 中, 曲线  $\rho = 2\sin \theta$  与  $\rho \cos \theta = -1$  的交点的极坐标为\_\_\_\_\_。

三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16、(本小题满分14分)

已知函数  $f(x) = A\sin(3x + \varphi)$  ( $A > 0, x \in (-\infty, +\infty), 0 < \varphi < \pi$ ) 在  $x = \frac{\pi}{12}$  时取得最大值4

(1) 求  $f(x)$  的最小正周期;

(2) 求  $f(x)$  的解析式;

(3) 若  $f\left(\frac{2}{3}\alpha + \frac{\pi}{12}\right) = \frac{12}{5}$ , 求  $\sin \alpha$

17.(本小题满分12分)

某食品厂为了检查一条自动包装流水线的生产情况, 随即抽取该流水线上40件产品作为样本算出他们的重量(单位: 克)重量的分组区间为  $(490, 495]$ ,  $(495, 500]$ , .....  $(510, 515]$ , 由此得到样本的频率分布直方图, 如图4所示。

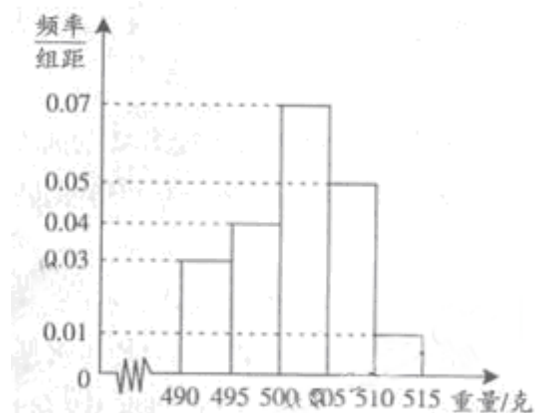


图4

(1) 根据频率分布直方图, 求重量超过505克的产品数量。

(2)

在上述抽取的40件产品中任取2件，设Y为重量超过505克的产品数量，求Y的分布列。

(3) 从流水线上任取5件产品，求恰有2件产品合格的重量超过505克的概率。

18. (本小题满分14分)

如图5， $\frac{1}{2}AC$ 是半径为 $a$ 的半圆， $AC$ 为直径，点E为 $\frac{1}{2}AC$ 的中点，点B和点C为线段AD的三等分点。平面AEC外一点F满足 $FB=FD=\sqrt{5}a$ ， $FE=\sqrt{6}a$

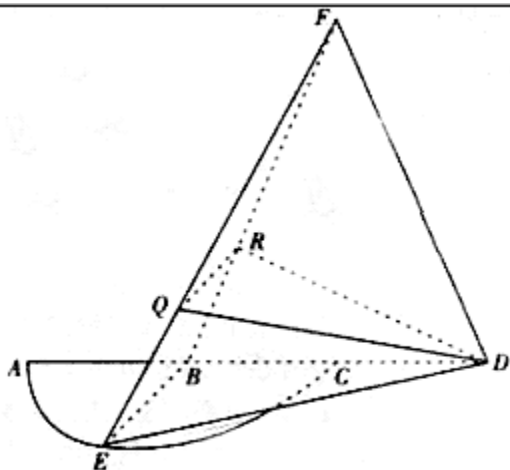


图5

(1) 证明： $EB \perp FD$ ;

(2) 已知点Q,R分别为线段FE,FB上的点，使得 $BQ=\frac{2}{3}FE$ ,  $FR=\frac{2}{3}FB$ , 求平面BED与平面RQD所成二面角的正弦值。

19. (本小题满分12分)

某营养师要为某个儿童预定午餐和晚餐。已知一个单位的午餐含12个单位的碳水化合物6个单位蛋白质和6个单位的维生素C；一个单位的晚餐含8个单位的碳水化合物，6个单位的蛋白质和10个单位的维生素C. 另外，该儿童这两餐需要的营养中至少含64个单位的碳水化合物，42个单位的蛋白质和54个单位的维生素C.

如果一个单位的午餐、晚餐的费用分别是2.5元和4元，那么要满足上述的营养要求，并且花费最少，应当为该儿童分别预定多少个单位的午餐和晚餐？

20. (本小题满分为14分)

$$\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$$

一直双曲线

的左、右顶点分别为 $A_1, A_2$ ，点 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_1, -y_1)$ 是双曲线上不同的两个动点

(1) 求直线 $A_1P$ 与 $A_2Q$ 交点的轨迹 $E$ 的方程式；

(2) 若点 $H(O, h)$  ( $h > 1$ ) 的两条直线 $l_1$ 和 $l_2$ 与轨迹 $E$ 都只有一个交点，且 $l_1 \perp l_2$ ，求 $h$ 的值。

21. (本小题满分14分)

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是平面直角坐标系 $xOy$ 上的两点，先定义由点 $A$ 到点 $B$ 的一种折线距离 $p(A, B)$ 为

$$P(A, B) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

对于平面 $xOy$ 上给定的不同的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

(1) 若点 $C(x, y)$ 是平面 $xOy$ 上的点，试证明 $P(A, C) + P(C, B) \geq P(A, B)$ ;

(2) 在平面 $xOy$ 上是否存在点 $C(x, y)$ ，同时满足

1. ① $P(A, C) + P(C, B) = P(A, B)$  ② $P(A, C) = P(C, B)$

若存在，请求所给出所有符合条件的点；若不存在，请予以证明。

