

2009年普通高等学校招生全国统一考试（海南卷）

数学（文史类）

一、选择题：（本大题共12题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，中有一项是符合题目要求的。）

(1) 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$, 则 $A \cap B =$

(A) $\{3, 5\}$ (B) $\{3, 6\}$

(C) $\{3, 7\}$ (D) $\{3, 9\}$

(2) 复数 $\frac{3+2i}{2-3i} =$

(A) 1 (B) -1 (C) i (D) $-i$

(3) 对变量 x, y

有观测数据 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, 10$), 得散点图1; 对变量 u, v 有观测数据 (u_i, v_i) ($i=1, 2, \dots, 10$), 得散点图2. 由这两个散点图可以判断。

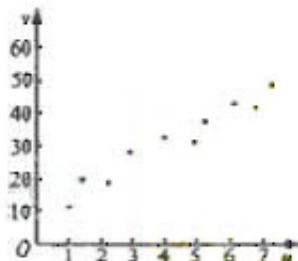
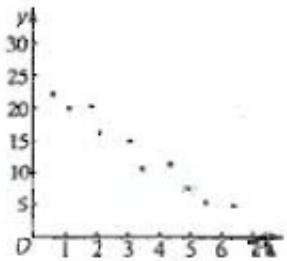


图 2

- (A) 变量 x 与 y 正相关, u 与 v 正相关 (B) 变量 x 与 y 正相关, u 与 v 负相关
(C) 变量 x 与 y 负相关, u 与 v 正相关 (D) 变量 x 与 y 负相关, u 与 v 负相关

(4) 有四个关于三角函数的命题：

$$p_1: \exists x \in \mathbb{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \quad p_2: \exists x, y \in \mathbb{R}, \sin(x-y) = \sin x - \sin y$$

$$p_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}} = \sin x \quad p_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}$$

其中假命题的是

- (A) p_1, p_4 (B) p_2, p_4 (3) p_1, p_3 (4) p_2, p_3

(5) 已知圆 $C_1: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$, 圆 C_2 与圆 C_1 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 对称, 则圆 C_2 的方程为

(A) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 1$ (B) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 1$

(C) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 1$ (D) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$

(6) 设 x, y 满足 $\begin{cases} 2x+y \geq 4, \\ x-y \geq 1, \\ x-2y \leq 2, \end{cases}$ 则 $z = x+y$

(A) 有最小值2, 最大值3 (B) 有最小值2, 无最大值

(C) 有最大值3, 无最小值 (D) 既无最小值, 也无最大值

(7) 已知 $a = (-3, 2), b = (-1, 0)$, 向量 $\lambda a + b$ 与 $a - 2b$ 垂直, 则实数 λ 的值为

(A) $-\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $-\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{6}$

(8) 等比数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n , 已知 $a_{m-1} + a_{m+1} - a_m^2 = 0$, $S_{2m-1} = 38$, 则 $m =$

(A) 38 (B) 20 (C) 10 (D) 9

(9) 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱线长为1, 线段

B_1D_1 上有两个动点E, F, 且 $EF = \frac{1}{2}$, 则下列结论中

错误的是

(A) $AC \perp BE$

(B) $EF \parallel \text{平面 } ABCD$

(C) 三棱锥 $A-BEF$ 的体积为定值

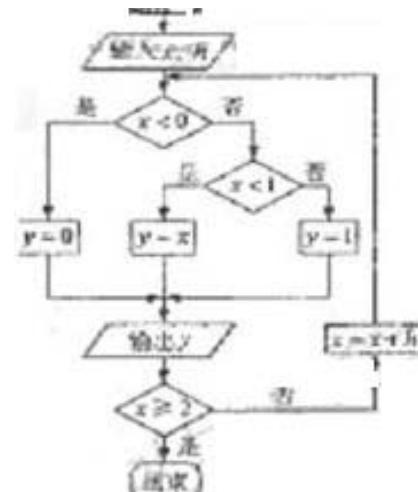
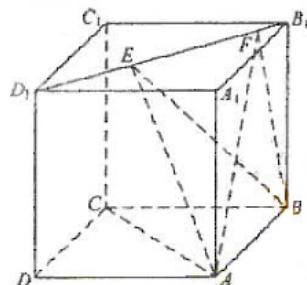
(D) ΔAEF 的面积与 ΔBEF 的面积相等

(10) 如果执行右边的程序框图, 输入 $x = -2, h = 0.5$, 那么输出

的各个数的和等于

(A) 3 (B) 3.5 (C) 4 (D) 4.5

(11) 一个棱锥的三视图如图, 则该棱锥的全面积 (单位: cm^2)



为 (A) $48+12\sqrt{2}$ (B) $48+24\sqrt{2}$

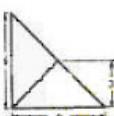
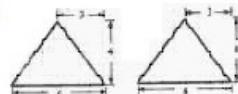
(C) $36+12\sqrt{2}$ (D) $36+24\sqrt{2}$

(12) 用 $\min\{a,b,c\}$ 表示 a,b,c 三个数中的最小值。设

$$f(x) = \min\{2^x, x+2, 10-x\}$$

($x \geq 0$), 则 $f(x)$ 的最大值为

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7



第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第(13题)~第(21)题为必考题，每个试题考生都必须做答。第(22题)~第(24)题为选考题，考生根据要求做答。

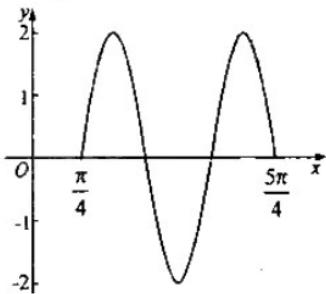
二、填空题：本大题共4小题，每小题5分。

(13) 曲线 $y = xe^x + 2x + 1$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为 _____。

(14) 已知抛物线 C 的顶点坐标为原点，焦点在 x 轴上，直线 $y=x$ 与抛物线 C 交于 A, B 两点，若 $P(2,2)$ 为 AB 的中点，则抛物线 C 的方程为 _____。

(15) 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 0$ ，已知 $a_2=1$, $a_{n+2}+a_{n+1}=6a_n$ ，则 $\{a_n\}$ 的前4项和 $S_4=$ _____。

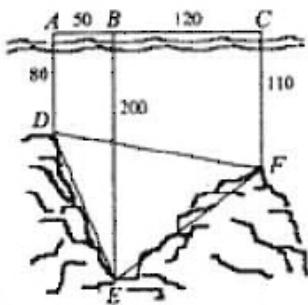
(16) 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\phi)$ 的图像如图所示，则 $f\left(\frac{7\pi}{12}\right)=$ _____。



三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分12分)

如图，为了解某海域海底构造，在海平面内一条直线上的 A, B, C 三点进行测量，已知 $AB = 50m$, $BC = 120m$, 于 A 处测得水深 $AD = 80m$, 于 B 处测得水深 $BE = 200m$, 于 C 处测得水深 $CF = 110m$, 求 $\angle DEF$ 的余弦值。



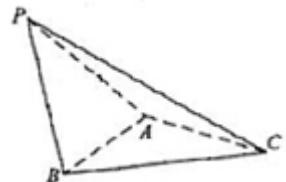
(18) (本小题满分12分)

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $\triangle PAB$ 是等边三角形， $\angle PAC=\angle PBC=90^\circ$

(I) 证明： $AB \perp PC$

(II) 若 $PC=4$ ，且平面 $PAC \perp$ 平面 PBC ，求三棱锥 $P-ABC$ 体积

。



(19) (本小题满分12分)

某工厂有工人1000名，其中250名工人参加过短期培训（称为A类工人），另外750名工人参加过长期培训（称为B类工人）.现用分层抽样方法（按A类，B类分二层）从该工厂的工人中共抽查100名工人，调查他们的生产能力（生产能力指一天加工的零件数）.

(I) A类工人中和B类工人各抽查多少工人？

(II) 从A类工人中抽查结果和从B类工人中的抽查结果分别如下表1和表2

表1：

生产能力分组	[100,110)	[110,120)	[120,130)	[130,140)	[140,150)
人数	4	8	x	5	3

表2：

生产能力分组	[110,120)	[120,130)	[130,140)	[140,150)
人数	6	y	36	18

(1) 先确定 x, y ，再在答题纸上完成下列频率分布直方图。就生产能力而言，A类工人中个体间的差异程度与B类工人中个体间的差异程度哪个更小？（不用计算，可通过观察直方图直接回答结论）

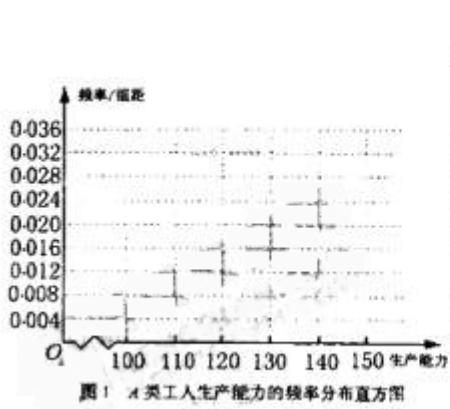


图1 A类工人生产能力的频率分布直方图

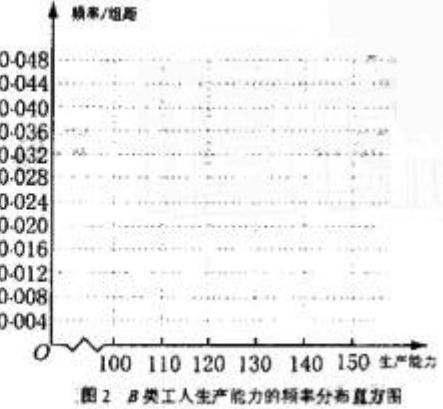


图2 B类工人生产能力的频率分布直方图

- (ii) 分别估计A类工人和B类工人生产能力的平均数，并估计该工厂工人和生产能力的平均数（同一组中的数据用该区间的中点值作代表）。

(20) (本小题满分12分)

已知椭圆C的中心为直角坐标系xOy的原点，焦点在x轴上，它的一个顶点到两个焦点的距离分别是7和1

(I) 求椭圆C的方程

(II) 若P为椭圆C的动点，M为过P且垂直于x轴的直线上的点， $\frac{|OP|}{|OM|} = e$

(e为椭圆C的离心率)，求点M的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线。

(21) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 - 9a^2x + a^3$.

(1) 设 $a = 1$ ，求函数 $f(x)$ 的极值；

(2) 若 $a > \frac{1}{4}$ ，且当 $x \in [1, 4a]$ 时， $|f'(x)| \leq 12a$ 恒成立，试确定 a 的取值范围。

请考生在第(22)、(23)、(24)三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑。

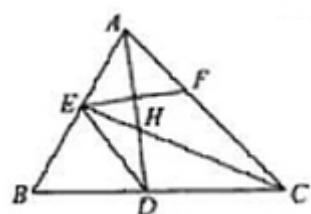
(22) (本小题满分10分) 选修4—1；几何证明选讲

如图，已知 $\triangle ABC$ 中的两条角平分线 AD 和 CE 相交于 H ，

$\angle B = 60^\circ$ ， F 在 AC 上，且 $AE = AF$ 。

(1) 证明： B, D, H, E 四点共圆；

(2) 证明： CE 平分 $\angle DEF$ 。



(23) (本小题满分10分) 选修4—4: 坐标系与参数方程。

已知曲线 C_1 : $\begin{cases} x = -4 + \cos t, \\ y = 3 + \sin t, \end{cases}$ (t 为参数), C_2 : $\begin{cases} x = 8 \cos \theta, \\ y = 3 \sin \theta, \end{cases}$ (θ 为参数)。

(1) 化 C_1 , C_2 的方程为普通方程, 并说明它们分别表示什么曲线;

(2) 若 C_1 上的点 P 对应的参数为 $t = \frac{\pi}{2}$, Q 为 C_2 上的动点, 求 PQ 中点 M 到直线

$$C_3: \begin{cases} x = 3 + 2t, \\ y = -2 + t, \end{cases}$$
 (t 为参数) 距离的最小值。

(24) (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

如图, O 为数轴的原点, A, B, M 为数轴上三点, C 为线段 OM 上的动点, 设 x 表示 C 与原点的距离, y 表示 C 到 A 距离4倍与 C 到 B 距离的6倍的和.

(1) 将 y 表示为 x 的函数;

(2) 要使 y 的值不超过70, x 应该在什么范围内取值?

