



丙：我的成绩比乙高.

成绩公布后，三人成绩互不相同且只有一个人预测正确，那么三人按成绩由高到低的次序为

- A. 甲、乙、丙  
B. 乙、甲、丙  
C. 丙、乙、甲  
D. 甲、丙、乙

6. 设 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x \geq 0$ 时,  $f(x) = e^x - 1$ , 则当 $x < 0$ 时,  $f(x) =$

- A.  $e^{-x} - 1$
- B.  $e^{-x} + 1$
- C.  $-e^{-x} - 1$
- D.  $-e^{-x} + 1$

7. 设 $\alpha, \beta$ 为两个平面, 则 $\alpha \parallel \beta$ 的充要条件是

- A.  $\alpha$ 内有无数条直线与 $\beta$ 平行
- B.  $\alpha$ 内有两条相交直线与 $\beta$ 平行
- C.  $\alpha, \beta$ 平行于同一条直线
- D.  $\alpha, \beta$ 垂直于同一平面

8. 若  $x_1 = \frac{\pi}{4}$ ,  $x_2 = \frac{3\pi}{4}$  是函数  $f(x) = \sin \omega x$  ( $\omega > 0$ ) 两个相邻的极值点, 则  $\omega =$

- A. 2
- B.  $\frac{3}{2}$
- C. 1
- D.  $\frac{1}{2}$

9. 若抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点是椭圆  $\frac{x^2}{3p} + \frac{y^2}{p} = 1$  的一个焦点, 则  $p =$

- A. 2  
B. 3  
C. 4  
D. 8

10. 曲线 $y=2\sin x+\cos x$ 在点 $(\pi, -1)$ 处的切线方程为

A.  $x-y-\pi-1=0$

B.  $2x-y-2\pi-1=0$

C.  $2x+y-2\pi+1=0$

D.  $x+y-\pi+1=0$

11. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $2\sin 2\alpha = \cos 2\alpha + 1$ , 则 $\sin \alpha =$

A.  $\frac{1}{5}$

B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 设 $F$ 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右焦点,  $O$ 为坐标原点, 以 $OF$ 为直径的圆与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 交于 $P, Q$ 两点. 若 $|PQ| = |OF|$ , 则 $C$ 的离心率为

A.  $\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{3}$

C. 2

D.  $\sqrt{5}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 若变量 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+3y-6 \geq 0, \\ x+y-3 \leq 0, \\ y-2 \leq 0, \end{cases}$  则 $z=3x-y$ 的最大值是\_\_\_\_\_.

14. 我国高铁发展迅速, 技术先进. 经统计, 在经停某站的高铁列车中, 有10个车次的正点率为0.97, 有20个车次的正点率为0.98, 有10个车次的正点率为0.99, 则经停该站高铁列车所有车次的平均正点率的估计值为\_\_\_\_\_.

15.  $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ . 已知 $b\sin A + a\cos B = 0$ , 则 $B =$ \_\_\_\_\_.

16. 中国有悠久的金石文化, 印信是金石文化的代表之一. 印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体, 但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”(图1). 半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体. 半正多面体体现了数学的对称美. 图2是一个棱数为48的半正多面体, 它的所有顶点都在同一个正方体的表面上, 且此正

方体的棱长为1. 则该半正多面体共有\_\_\_\_\_个面, 其棱长为\_\_\_\_\_. (本题第一空2分, 第二空3分.)



图 1

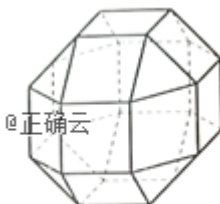


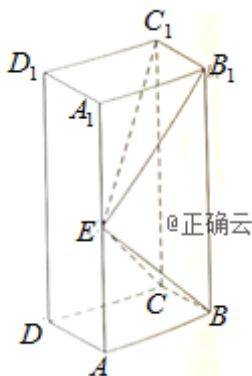
图 2

三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共60分。

17. (12分)

如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, 点 $E$ 在棱 $AA_1$ 上,  $BE \perp EC_1$ .



(1) 证明:  $BE \perp$  平面  $EB_1C_1$ ;

(2) 若  $AE = A_1E$ ,  $AB = 3$ , 求四棱锥  $E - BB_1C_1C$  的体积.

18. (12分)

已知  $\{a_n\}$  是各项均为正数的等比数列,  $a_1 = 2, a_3 = 2a_2 + 16$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = \log_2 a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和.

19. (12分)

某行业主管部门为了解本行业中小企业的生产情况, 随机调查了100个企业, 得到这些企业第一季度相对于前一年第一季度产值增长率  $y$  的频数分布表.

| $y$ 的分组 | $[-0.20,0)$ | $[0,0.20)$ | $[0.20,0.40)$ | $[0.40,0.60)$ | $[0.60,0.80)$ |
|---------|-------------|------------|---------------|---------------|---------------|
| 企业数     | 2           | 24         | 53            | 14            | 7             |

(1) 分别估计这类企业中产值增长率不低于40%的企业比例、产值负增长的企业比例;

(2) 求这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表). (精确到0.01)

附:  $\sqrt{74} \approx 8.602$ .

20. (12分)

已知  $F_1, F_2$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的两个焦点,  $P$  为  $C$  上一点,  $O$  为坐标原点.

(1) 若  $\triangle POF_2$  为等边三角形, 求  $C$  的离心率;

(2) 如果存在点  $P$ , 使得  $PF_1 \perp PF_2$ , 且  $\triangle F_1PF_2$  的面积等于16, 求  $b$  的值和  $a$  的取值范围.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = (x-1)\ln x - x - 1$ . 证明:

(1)  $f(x)$  存在唯一的极值点;

(2)  $f(x)=0$  有且仅有两个实根, 且两个实根互为倒数.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在极坐标系中,  $O$  为极点, 点  $M(\rho_0, \theta_0) (\rho_0 > 0)$  在曲线  $C: \rho = 4\sin \theta$  上, 直线  $l$  过点  $A(4, 0)$  且与  $OM$  垂直, 垂足为  $P$ .

(1) 当  $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$  时, 求  $\rho_0$  及  $l$  的极坐标方程;

(2) 当  $M$  在  $C$  上运动且  $P$  在线段  $OM$  上时, 求  $P$  点轨迹的极坐标方程.

23. [选修4-5: 不等式选讲] (10分)

已知  $f(x) = |x-a| + |x-2|(x-a)$ .

(1) 当  $a=1$  时, 求不等式  $f(x) < 0$  的解集;

(2) 若  $x \in (-\infty, 1)$  时,  $f(x) < 0$ , 求  $a$  的取值范围.