

## 2010年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

## 数学（文科）

本试卷共4页，21小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：1. 答卷时，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、试室、座位号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。

2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。

3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4. 作答选作题时，请先用2B铅笔填涂选做题的题号对应的信息点，再作答。

5. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

参考公式：锥体的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中  $S$  是锥体的底面积， $h$  是锥体的高。

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ， $B = \{1, 2, 4\}$  则集合  $A \cup B =$

- A.  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$       B.  $\{1, 2, 3, 4\}$       C.  $\{1, 2\}$       D.  $\{0\}$

2. 函数  $f(x) = \lg(x-1)$  的定义域是

- A.  $(2, +\infty)$       B.  $(1, +\infty)$       C.  $[1, +\infty)$       D.  $[2, +\infty)$

3. 若函数  $f(x) = 3^x + 3^{-x}$  与  $g(x) = 3^x - 3^{-x}$  的定义域均为  $\mathbb{R}$ ，则

- A.  $f(x)$  与  $g(x)$  均为偶函数      B.  $f(x)$  为奇函数， $g(x)$  为偶函数

- C.  $f(x)$  与  $g(x)$  均为奇函数      D.  $f(x)$  为偶函数， $g(x)$  为奇函数

4. 已知数列  $\{a_n\}$  为等比数列， $S_n$  是它的前  $n$  项和。若  $a_2 \cdot a_3 = 2a_1$  且  $a_4$  与  $2a_7$  的等差中项为  $\frac{5}{4}$ ，则  $S_5 =$

- A. 35      B. 33      C. 31      D. 29

5. 若向量  $\vec{a} = (1, 1)$ ， $\vec{b} = (2, 5)$ ， $\vec{c} = (3, x)$  满足条件  $(8\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 30$ ，则  $x =$

- A. 6      B. 5      C. 4      D. 3

6. 若圆心在 $x$ 轴上、半径为 $\sqrt{5}$ 的圆 $O$ 位于 $y$ 轴左侧, 且与直线 $x+2y=0$ 相切, 则圆 $O$ 的方程是

- A.  $(x-\sqrt{5})^2+y^2=5$                       B.  $(x+\sqrt{5})^2+y^2=5$   
C.  $(x-5)^2+y^2=5$                       D.  $(x+5)^2+y^2=5$

7. 若一个椭圆长轴的长度、短轴的长度和焦距成等差数列, 则该椭圆的离心率是

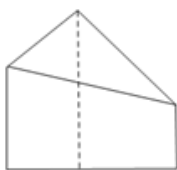
- A.  $\frac{4}{5}$                       B.  $\frac{3}{5}$                       C.  $\frac{2}{5}$                       D.  $\frac{1}{5}$

8. “ $x>0$ ”是“ $\sqrt[3]{x^2}>0$ ”成立的

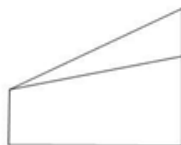
- A. 充分非必要条件                      B. 必要非充分条件  
C. 非充分非必要条件                      D. 充要条件

9. 如图, 为正三角形, 平面 $\alpha$ , 则多面体的正视图(也称主视图)是

A.



B.



C.



D.

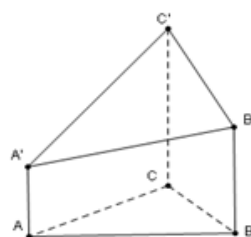
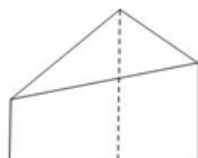


图 1

10. 在集合 $\{a,b,c,d\}$ 上定义两种运算 $\oplus$ 和 $\otimes$ 如下

$\oplus$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$a$	$b$	$c$	$d$
$b$	$b$	$b$	$b$	$b$
$c$	$c$	$b$	$c$	$b$
$d$	$d$	$b$	$b$	$d$

那么 $d \otimes (a \oplus c) =$

- A.  $a$                       B.  $b$                       C.  $c$                       D.  $d$

二、填空题：本大题共5小题，考生作答4小题，每小题5分，满分20分。

(一) 必做题 (11~13题)

11. 某城市缺水问题比较突出，为了制定节水管理办法，对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查，其中4位居民的月均用水量分别为

(单位：吨)。根据图2所示的程序框图，若分别为1, 1.5, 1.5, 2, 则输出的结果  $s$  为\_\_\_\_\_.

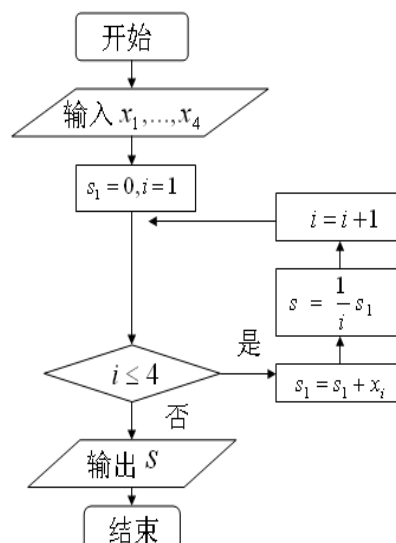
第一 ( $i=1$ ) 步:  $s_1 = s_1 + x_i = 0 + 1 = 1$

第二 ( $i=2$ ) 步:  $s_1 = s_1 + x_i = 1 + 1.5 = 2.5$

第三 ( $i=3$ ) 步:  $s_1 = s_1 + x_i = 2.5 + 1.5 = 4$

第四 ( $i=4$ ) 步:  $s_1 = s_1 + x_i = 4 + 2 = 6$ ,  $s = \frac{1}{4} \times 6 = \frac{3}{2}$

第五 ( $i=5$ ) 步:  $i=5 > 4$ , 输出  $s = \frac{3}{2}$



12. 某市居民 2005~2009 年家庭年平均收入 (单位: 万元) 与年平均支出 (单位: 万元) 的统计资料如下表所示:

年份	2005	2006	2007	2008	2009
收入 $x$	11.5	12.1	13	13.3	15
支出 $Y$	6.8	8.8	9.8	10	12

根据统计资料, 居民家庭年平均收入的中位数是 13, 家庭年平均收入与年平均支出有  $Y = x - 3$  线性相关关系。

13. 已知  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  所对的边, 若  $a=1$ ,

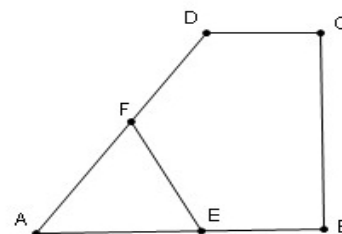
$b = \sqrt{3}$ ,  $A+C=2B$ , 则  $\sin A = \underline{\frac{1}{2}}$ .

(二) 选做题 (14、15题, 考生只能从中选做一题)

14. (几何证明选讲选做题) 如图3, 在直角

梯形  $ABCD$  中,  $DC \parallel AB$ ,  $CB \perp AB$ ,  $AB=AD=a$ ,  $CD = \frac{a}{2}$ , 点  $E, F$  分别为

线段  $AB, AD$  的中点, 则  $EF = \underline{\quad}$



15. (坐标系与参数方程选做题) 在极坐标系  $(\rho, \theta)$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) 中, 曲线  $\rho(\cos \theta + \sin \theta) = 1$  与  $\rho(\cos \theta - \sin \theta) = 1$  的交点的极坐标为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 80 分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16. (本小题满分 14 分)

设函数  $f(x) = 3 \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ,  $\omega > 0, x \in (-\infty, +\infty)$ , 且以  $\frac{\pi}{2}$  为最小正周期.

(1) 求  $f(0)$ ;

(2) 求  $f(x)$  的解析式;

(3) 已知  $f(\frac{a}{4} + \frac{\pi}{12}) = \frac{9}{5}$ , 求  $\sin a$  的值.

17. (本小题满分 12 分)

某电视台在一次对收看文艺节目和新闻节目观众的抽样调查中, 随机抽取了 100 名电视观众, 相关的数据如下表所示:

	文艺节目	新闻节目	总计
20至40岁	40	18	58
大于40岁	15	27	42
总计	55	45	100

(1) 由表中数据直观分析, 收看新闻节目的观众是否与年龄有关?

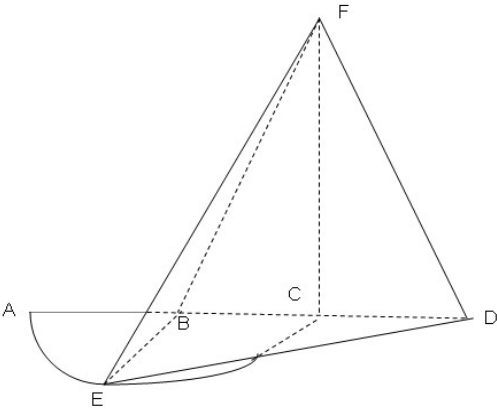
(2) 用分层抽样方法在收看新闻节目的观众中随机抽取 5 名, 大于 40 岁的观众应该抽取几名?

(3) 在上述抽取的 5 名观众中任取 2 名, 求恰有 1 名观众的年龄为 20 至 40 岁的概率.

18. (本小题满分14分)

如图4, 弧AEC是半径为  $a$  的半圆, AC为直径, 点E为弧AC的中点, 点B和点C为线段AD的三等分点, 平面AEC外一点F满足  $FC \perp$  平面BED,  $FB = \sqrt{5}a$

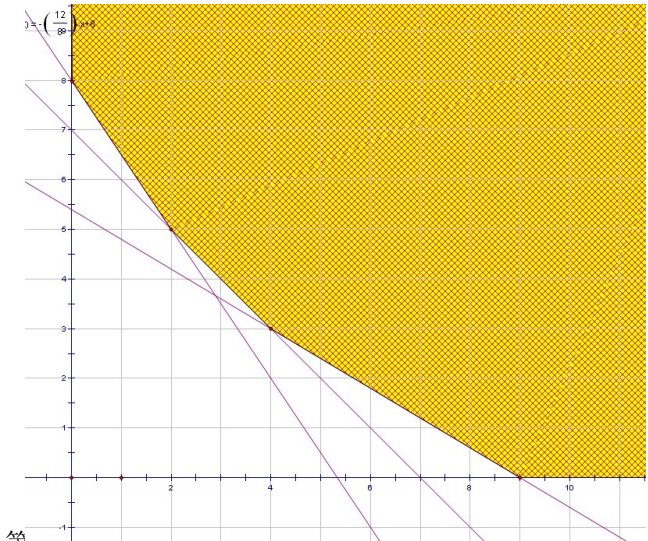
- (1) 证明:  $EB \perp FD$
- (2) 求点B到平面FED的距离.
- (1) 证明:  $\because$  点E为弧AC的中点



19. (本题满分12分)

某营养师要求为某个儿童预订午餐和晚餐. 已知一个单位的午餐含12个单位的碳水化合物, 6个单位的蛋白质和6个单位的维生素C; 一个单位的晚餐含8个单位的碳水化合物, 6个单位的蛋白质和10个单位的维生素C. 另外, 该儿童这两餐需要的营养中至少含64个单位的碳水化合物和42个单位的蛋白质和54个单位的维生素C

如果一个单位的午餐、晚餐的费用分别是2.5元和4元, 那么要满足上述的营养要求, 并且花费最少, 应当为该儿童分别预订多少个单位的午餐和晚餐?

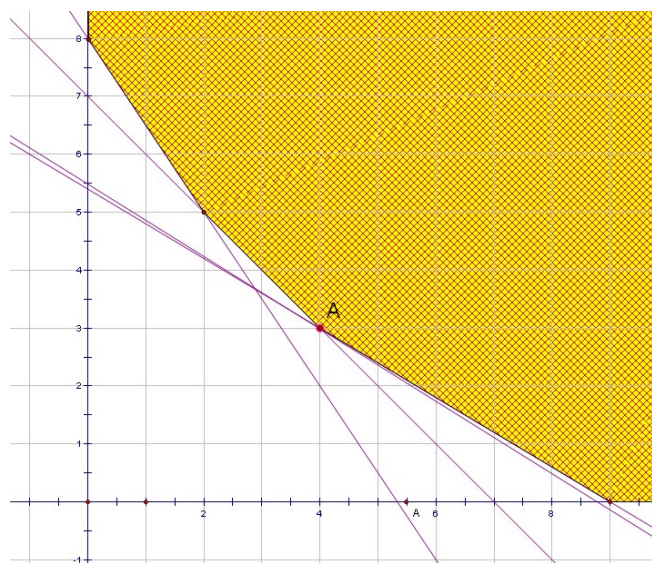


20. (本小题满分 14 分)

已知函数  $f(x)$  对任意实数  $x$  均有  $f(x) = kf(x+2)$ , 其中  $k$  常数负数, 且  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上有表达式  $f(x) = x(x-2)$

- (1) 求  $f(-1), f(2.5)$  的值;
- (2) 写出  $f(x)$  在  $[-3, 3]$  上的表达式, 并讨论函数  $f(x)$  在  $[-3, 3]$  上的单调性
- (3) 求出  $f(x)$  在  $[-3, 3]$  上的最小值与最大值, 并求出相应的自变量的取值.

(



21. (本小题满分 14 分)

已知曲线  $C_n: y = nx^2$ , 点  $P_n(x_n, y_n)$  ( $x_n > 0, y_n > 0$ ) 是曲线  $C_n$  上的点 ( $n = 1, 2, \dots$ ),

(1) 试写出曲线  $C_n$  在  $P_n$  点处的切线  $l_n$  的方程, 并求出  $l_n$  与  $y$  轴的交点  $Q_n$  的坐标;

(2) 若原点  $O(0,0)$  到  $l_n$  的距离与线段  $P_nQ_n$  的长度之比取得最大值, 试求点  $P_n$  的坐标  $(x_n, y_n)$ ;

(3) 设  $m$  与  $k$  为两个给定的不同的正整数,  $x_n$  与  $y_n$  是满足 (2) 中条件的点  $P_n$  的坐标,