

# 2012年普通高等学校招生统一考试数学天津

## (理科)

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1)  $i$ 是虚数单位，复数  $\frac{7-i}{3+i} =$

- (A)  $2+i$  (B)  $2-i$   
(C)  $-2+i$  (D)  $-2-i$

(2) 设  $\varphi \in R$ , 则“ $\varphi = 0$ ”是“ $f(x) = \cos(x + \varphi)$  ( $x \in R$ ) 为偶函数”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分与不必要条件

(3) 阅读右边的程序框图，运行相应的程序，当输入 $x$ 的值为-25时，输出 $x$ 的值为

- (A) -1 (B) 1  
(C) 3 (D) 9

(4) 函数  $f(x) = 2^x + x^3 - 2$  在区间(0,1)内的零点个数是

- (A) 0 (B) 1  
(C) 2 (D) 3

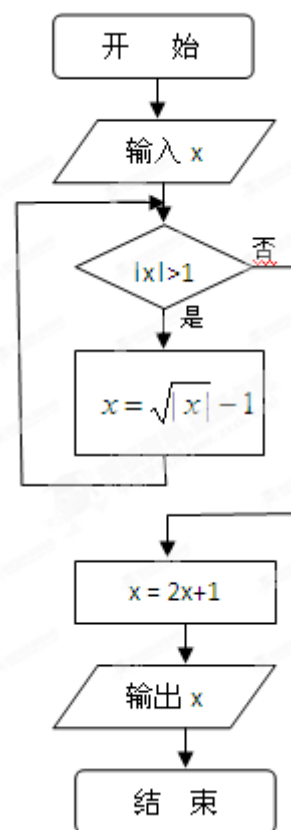
(5) 在  $(2x^2 - \frac{1}{x})^5$  的二项展开式中， $x$  的系数为

- (A) 10 (B) -10  
(C) 40 (D) -40

(6) 在  $\triangle ABC$  中，内角A, B, C所对的边分别是  $a, b, c$ ，已知  $8b=5c$ ,  $C=2B$ ，则  $\cos C =$

- (A)  $\frac{7}{25}$  (B)  $-\frac{7}{25}$   
(C)  $\pm \frac{7}{25}$  (D)  $\frac{24}{25}$

(7) 已知  $\triangle ABC$  为等边三角形， $AB=2$ ，设点P, Q满足  $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AQ} = (1-\lambda) \overrightarrow{AC}$



$\lambda \in R$ , 若  $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}$ , 则  $\lambda =$

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$   
(C)  $\frac{1 \pm \sqrt{10}}{2}$  (D)  $\frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

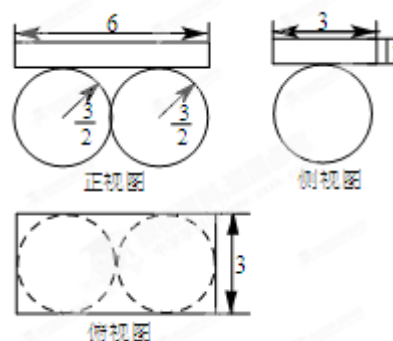
(8) 设  $m, n \in R$ , 若直线  $(m+1)x + (n+1)y - 2 = 0$  与圆  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  相切, 则  $m+n$  的取值范围是

- (A)  $[1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}]$  (B)  $(-\infty, 1 - \sqrt{3}] \cup [1 + \sqrt{3}, +\infty)$   
(C)  $[2 - 2\sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2}]$  (D)  $(-\infty, 2 - 2\sqrt{2}] \cup [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$

## 第II卷

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

(9) 某地区有小学150所，中学75所，大学25所.  
现采用分层抽样的方法从这些学校中抽取30所学校  
对学生进行视力调查，应从小学中抽取\_\_\_\_\_所  
学校，中学中抽取\_\_\_\_\_所学校.



(10) 一个几何体的三视图如图所示（单位：m），  
则该几何体的体积为\_\_\_\_\_  $m^3$ .

(11) 已知集合  $A = \{x \in R \mid |x+2| < 3\}$ , 集合  
 $B = \{x \in R \mid (x-m)(x-2) < 0\}$ , 且  $A \cap B = (-1, n)$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_,  $n =$ \_\_\_\_\_.

(12) 已知抛物线的参数方程为  $\begin{cases} x = 2pt^2 \\ y = 2pt \end{cases}$ , ( $t$ 为参数), 其中  $p > 0$ , 焦点为  $F$ , 准线为  $l$ .  
过抛物线上一点  $M$  作  $l$  的垂线, 垂足为  $E$ . 若  $|EF| = |MF|$ , 点  $M$  的横坐标是 3, 则  $p =$ \_\_\_\_\_.

(13) 如图, 已知  $AB$  和  $AC$  是圆的两条弦, 过点  $B$  作圆的切线与  $AC$  的延长线相交于点  $D$ .  
过点  $C$  作  $BD$  的平行线与圆相交于点  $E$ , 与  $AB$  相交于点  $F$ ,  $AF=3$ ,  
 $FB=1$ ,  $EF=\frac{3}{2}$ , 则线段  $CD$  的长为\_\_\_\_\_.

(14) 已知函数  $y = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1}$  的图象与函数  $y = kx - 2$  的图象恰有两个交点，则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三. 解答题：本大题共6小题,共80分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(15) (本小题满分13分)

已知函数  $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) + \sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 2\cos^2 x - 1, x \in R$ .

(I) 求函数  $f(x)$  的最小正周期;

(II) 求函数  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  上的最大值和最小值.

(16) (本小题满分13分)

现有4个人去参加某娱乐活动，该活动有甲、乙两个游戏可供参加者选择.为增加趣味性，约定：每个人通过掷一枚质地均匀的骰子决定自己去参加哪个游戏，掷出点数为1或2的人去参加甲游戏，掷出点数大于2的人去参加乙游戏.

(I) 求这4个人中恰有2人去参加甲游戏的概率;

(II) 求这4个人中去参加甲游戏的人数大于去参加乙游戏的人数的概率;

(III) 用  $X, Y$  分别表示这4个人中去参加甲、乙游戏的人数，记  $\xi = |X - Y|$ ，求随机变量  $\xi$  的分布列与数学期望  $E\xi$ .

(17) (本小题满分13分)

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，

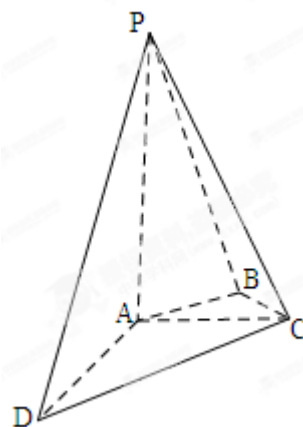
$PA \perp$  平面  $ABCD$ ， $AC \perp AD$ ，

$AB \perp BC$ ， $\angle BAC = 45^\circ$ ， $PA = AD = 2$ ， $AC = 1$ .

(I) 证明  $PC \perp AD$ ;

(II) 求二面角  $A-PC-D$  的正弦值;

(III) 设  $E$  为棱  $PA$  上的点，满足异面直线  $BE$  与  $CD$  所成的角为  $30^\circ$ ，求  $AE$  的长.



(18) (本小题满分13分)

已知  $\{a_n\}$  是等差数列，其前  $n$  项和为  $S_n$ ， $\{b_n\}$  是等比数列，且  $a_1 = b_1 = 2, a_4 + b_4 = 27$ ,

$S_4 - b_4 = 10$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  的通项公式;

(II) 记  $T_n = a_n b_1 + a_{n-1} b_2 + \cdots + a_1 b_n$ ,  $n \in N^*$ , 证明  $T_n + 12 = -2a_n + 10b_n$  ( $n \in N^*$ ) .

(19) (本小题满分14分)

设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右顶点分别为  $A, B$ , 点  $P$  在椭圆上且异于  $A, B$  两

点,  $O$  为坐标原点.

(I) 若直线  $AP$  与  $BP$  的斜率之积为  $-\frac{1}{2}$ , 求椭圆的离心率;

(II) 若  $|AP| = |OA|$ , 证明直线  $OP$  的斜率  $k$  满足  $|k| > \sqrt{3}$

(20) (本小题满分14分)

已知函数  $f(x) = x - \ln(x + a)$  的最小值为0, 其中  $a > 0$ .

(I) 求  $a$  的值;

(II) 若对任意的  $x \in [0, +\infty)$ , 有  $f(x) \leq kx^2$  成立, 求实数  $k$  的最小值;

(III) 证明  $\sum_{i=1}^n \frac{2}{2i-1} - \ln(2n+1) < 2$  ( $n \in N^*$ ) .