2008年山东省高考数学试卷（理科）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

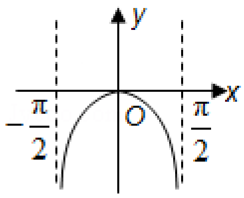
1．（5分）（2008•山东）满足$M\subseteq\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$，且$M\cap\{a_1, a_2, a_3\}=\{a_1, a_2\}$的集合M的个数是（　　）

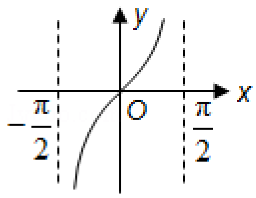
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

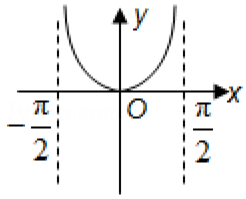
2．（5分）（2008•山东）设z的共轭复数是$\overline{z}$，若$z+\overline{z}=4$，$z\cdot\overline{z}=8$，则$\frac{\overline{z}}{z}$等于（　　）

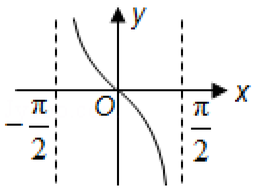
A．i　　B．－i　C．±1　　D．±i

3．（5分）（2008•山东）函数y=lncosx（$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$）的图象是（　　）

A．

B．

C．

D．

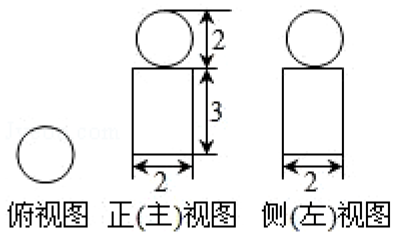
4．（5分）（2008•山东）设函数f（x）=|x+1|+|x－a|的图象关于直线x=1对称，则a的值为（　　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．－1

5．（5分）（2008•山东）已知$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)+\sin\alpha=\frac{4}{5}\sqrt{3}$，则$\sin\left(\alpha+\frac{7\pi}{6}\right)$的值是（　　）

A．$-\frac{2\sqrt{3}}{5}$　B．$\frac{2\sqrt{3}}{5}$　C．$-\frac{4}{5}$　D．$\frac{4}{5}$

6．（5分）（2008•山东）如图是一个几何体的三视图，根据图中数据，可得该几何体的表面积是（　　）



A．9π　　B．10π　C．11π　D．12π

7．（5分）（2008•山东）在某地的奥运火炬传递活动中，有编号为1，2，3，…，18的18名火炬手．若从中任选3人，则选出的火炬手的编号能组成以3为公差的等差数列的概率为（　　）

A. $\frac{1}{51}$ B. $\frac{1}{68}$ C. $\frac{1}{306}$ D. $\frac{1}{408}$

8.（5 分）（2008•山东）如图是根据《山东统计年鉴 2007》中的资料作成的 1997 年至 2006 年我省城镇居民百户家庭人口数的茎叶图. 图中左边的数字从左到右分别表示城镇居民百户家庭人口数的百位数字和十位数字，右边的数字表示城镇居民百户家庭人口数的个位数字．从图中可以得到 1997 年至 2006 年我省城镇居民百户家庭人口数的平均数为（　　）

2 9	1 1 5 8
3 0	2 6
3 1	0 2 4 7

A．304.6B．303.6C．302.6D．301.6

9.（5 分）（2008•山东）$\left(x-\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{12}$展开式中的常数项为（　　）

A．﹣1320　B．1320 C．﹣220　　D．220

10.（5 分）（2008•山东）4．设椭圆 C_1 的离心率为$\frac{5}{13}$，焦点在 x 轴上且长轴长为 26，若曲线 C_2 上的点到椭圆 C_1 的两个焦点的距离的差的绝对值等于 8，则曲线 C_2 的标准方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$　　B. $\frac{x^2}{13^2}-\frac{y^2}{5^2}=1$

C. $\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{4^2}=1$　　D. $\frac{x^2}{13^2}-\frac{y^2}{12^2}=1$

11.（5 分）（2008•山东）已知圆的方程为 $x^2+y^2-6x-8y=0$，设该圆过点（3，5）的最长弦和最短弦分别为 AC 和 BD，则四边形 ABCD 的面积为（　　）

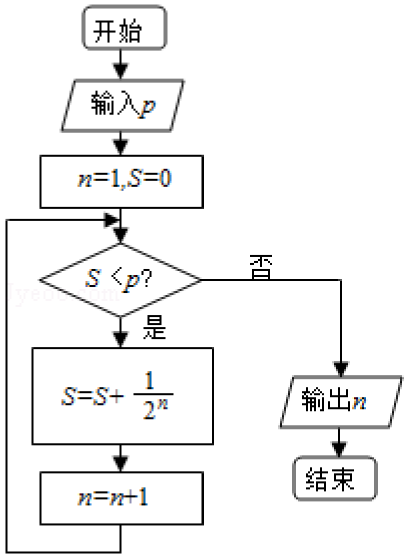
A．$10\sqrt{6}$　B．$20\sqrt{6}$　C．$30\sqrt{6}$　D．$40\sqrt{6}$

12.（5 分）（2008•山东）设二元一次不等式组$\begin{cases}x+2y-19\geqslant 0\\ x-y+8\geqslant 0\\ 2x+y-14\leqslant 0\end{cases}$所表示的平面区域为 M，使函数 $y=a^x$（a＞0，a≠1）的图象过区域 M 的 a 的取值范围是（　　）

A．[1，3]　B．[2，$\sqrt{10}$]C．[2，9]　D．[$\sqrt{10}$，9]

二、填空题（共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

13.（4 分）（2008•山东）执行如图所示的程序框图，若 p=0.8，则输出的 n=____________.



14．（4 分）（2008•山东）设函数 $f(x)=ax^2+c\ (a\neq 0)$，若 $\int_0^1 f(x)dx=f(x_0)$，$0\le x_0\le 1$，则 x_0 的值为____________．

15．（4 分）（2008•山东）已知 a，b，c 为△ABC 的三个内角 A，B，C 的对边，向量 $\vec{m}=(\sqrt{3},-1)$，$\vec{n}=(\cos A,\sin A)$．若 $\vec{m}\perp\vec{n}$，且 $a\cos B+b\cos A=c\sin C$，则角 B=____________．

16．（4 分）（2008•山东）若不等式 $|3x-b|<4$ 的解集中的整数有且仅有 1，2，3，则 b 的取值范围____________．

三、解答题（共 6 小题，满分 74 分）

17．（12 分）（2008•山东）已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\phi)-\cos(\omega x+\phi)$（$0<\phi<\pi$，$\omega>0$）为偶函数，且函数 y=f（x）图象的两相邻对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{2}$．

（Ⅰ）求 $f(\frac{\pi}{8})$ 的值；

（Ⅱ）将函数 y=f（x）的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，再将得到的图象上各点的横坐标伸长到原来的 4 倍，纵坐标不变，得到函数 y=g（x）的图象，求 g（x）的单调递减区间．

18．（12 分）（2008•山东）甲、乙两队参加奥运知识竞赛，每队 3 人，每人回答一个问题，答对者对本队赢得一分，答错得零分．假设甲队中每人答对的概率均为 $\frac{2}{3}$，乙队中 3 人答对的概率分别为 $\frac{2}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{2}$，且各人回答正确与否相互之间没有影响．用 ξ 表示甲队的总得分．

（Ⅰ）求随机变量 ξ 的分布列和数学期望；

（Ⅱ）用 A 表示“甲、乙两个队总得分之和等于 3”这一事件，用 B 表示“甲队总得分大于乙队总得分”这一事件，求 P（AB）．

19．（12 分）（2008•山东）将数列$\{a_n\}$中的所有项按每一行比上一行多一项的规则排成如下数表：$a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}$...记表中的第一列数 a_1，a_2，a_4，a_7，...构成的数列为$\{b_n\}$，$b_1=a_1=1$．S_n 为数列$\{b_n\}$的前 n 项和，且满足$\frac{2b_n}{b_nS_n-S_n^2}=1$（$n\geqslant2$）．

（Ⅰ）证明数列$\{\frac{1}{S_n}\}$成等差数列，并求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）上表中，若从第三行起，第一行中的数按从左到右的顺序均构成等比数列，且公比为同一个正数．当$a_{81}=-\frac{4}{91}$时，求上表中第 k（k≥3）行所有项的和．

a_1

a_2 a_3

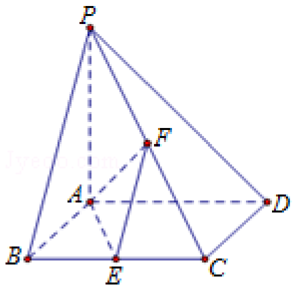
a_4 a_5 a_6

a_7 a_8 a_9 a_{10}

20．（12 分）（2008•山东）如图，已知四棱锥 P﹣ABCD，底面 ABCD 为菱形，PA⊥平面 ABCD，∠ABC=60°，E，F 分别是 BC，PC 的中点．

（Ⅰ）证明：AE⊥PD；

（Ⅱ）若 H 为 PD 上的动点，EH 与平面 PAD 所成最大角的正切值为$\frac{\sqrt{6}}{2}$，求二面角 E﹣AF﹣C 的余弦值．



21．（12 分）（2008•山东）已知函数$f(x)=\frac{1}{(1-x)^n}+a\ln(x-1)$，其中 $n\in N^*$，a 为常数．

（Ⅰ）当 n=2 时，求函数 f（x）的极值；

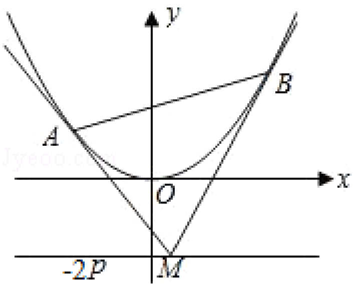
（Ⅱ）当 a=1 时，证明：对任意的正整数 n，当 x≥2 时，有 f（x）≤x﹣1．

22．（14 分）（2008•山东）如图，设抛物线方程为 $x^2=2py$（p＞0），M 为直线 y=﹣2p 上任意一点，过 M 引抛物线的切线，切点分别为 A，B．

（Ⅰ）求证：A，M，B 三点的横坐标成等差数列；

（Ⅱ）已知当 M 点的坐标为（2，﹣2p）时，$|AB|=4\sqrt{10}$．求此时抛物线的方程；

（Ⅲ）是否存在点 M，使得点 C 关于直线 AB 的对称点 D 在抛物线 $x^2=2py$（p＞0）上，其中，点 C 满足$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$（O 为坐标原点）．若存在，求出所有适合题意的点 M 的坐标；若不存在，请说明理由．


y
B
A
x
O
-2P
M

2008年山东省高考数学试卷（理科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）（2008•山东）满足$M\subseteq\{a_1，a_2，a_3，a_4\}$，且$M\cap\{a_1，a_2，a_3\}=\{a_1，a_2\}$的集合M的个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【分析】首先根据$M\cap\{a_1，a_2，a_3\}=\{a_1，a_2\}$可知$a_1$，$a_2$是M中的元素，$a_3$不是M中的元素，由子集的定义即可得出答案．

【解答】解：$\because M\cap\{a_1，a_2，a_3\}=\{a_1，a_2\}$

$\therefore a_1$，a_2是M中的元素，a_3不是M中的元素

$\because M\subseteq\{a_1，a_2，a_3，a_4\}$

$\therefore M=\{a_1，a_2\}$或$M=\{a_1，a_2，a_4\}$，

故选B

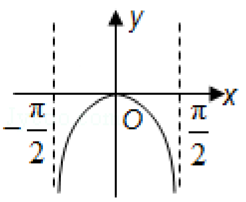
2．（5分）（2008•山东）设z的共轭复数是$\overline{z}$，若$z+\overline{z}=4$，$z\cdot\overline{z}=8$，则$\frac{\overline{z}}{z}$等于（　　）

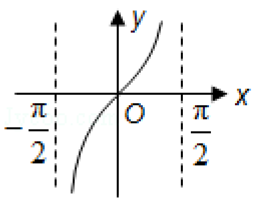
A．i　　B．－i　C．±1　　D．±i

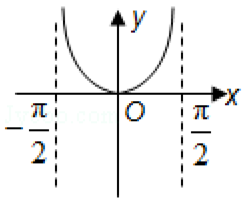
【分析】可设$z=a+bi$，则$\overline{z}=a-bi$，根据$z+\overline{z}=2a$，$z\cdot\overline{z}=a^2+b^2$即得．

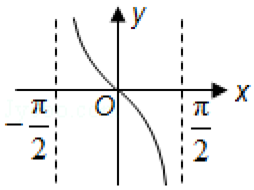
【解答】解：本小题主要考查共轭复数的概念、复数的运算．可设$\overline{z}=2+bi$，由$z\cdot\overline{z}=8$得$4+b^2=8$，$b=\pm2$．$\frac{\overline{z}}{z}=\frac{\overline{z}^2}{8}=\frac{(2\pm2i)^2}{8}=\pm i$．选D

3．（5分）（2008•山东）函数$y=\ln\cos x$（$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$）的图象是（　　）

A．

B．

C．

D．

【分析】利用函数$y=\ln\cos x$（$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$）的奇偶性可排除一些选项，利用函数的有界性可排除一些个选项．从而得以解决．

【解答】解：$\because\cos(-x)=\cos x$，

$\therefore y=\ln\cos x\ (-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2})$ 是偶函数，

可排除 B、D，

由 $\cos x\le 1\Rightarrow \ln\cos x\le 0$ 排除 C，

故选 A．

4．（5 分）（2008•山东）设函数 f（x）=|x+1|+|x﹣a|的图象关于直线 x=1 对称，则 a 的值为（　　）

A．3　B．2　C．1　D．﹣1

【分析】函数 f（x）=|x﹣a|+|x﹣b|的图象为轴对称图形，其对称轴是直线 $x=\frac{a+b}{2}$，可利用这个性质快速解决问题

【解答】解：|x+1|、|x﹣a|在数轴上表示点 x 到点﹣1、a 的距离，

他们的和 f（x）=|x+1|+|x﹣a|关于 x=1 对称，

因此点﹣1、a 关于 x=1 对称，

所以 a=3

故选 A

5．（5 分）（2008•山东）已知 $\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})+\sin\alpha=\frac{4}{5}\sqrt{3}$，则 $\sin(\alpha+\frac{7\pi}{6})$ 的值是（　　）

A．$-\frac{2\sqrt{3}}{5}$ B．$\frac{2\sqrt{3}}{5}$ C．$-\frac{4}{5}$ D．$\frac{4}{5}$

【分析】从表现形式上看不出条件和结论之间的关系，在这种情况下只有把式子左边分解再合并，约分整理，得到和要求结论只差 π 的角的三角函数，通过用诱导公式，得出结论．

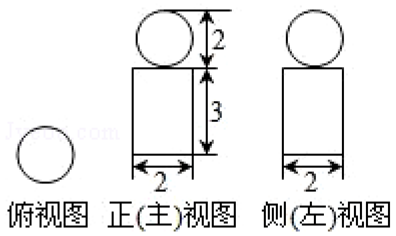
【解答】解：$\because \cos(\alpha-\frac{\pi}{6})+\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\frac{3}{2}\sin\alpha=\frac{4}{5}\sqrt{3}$，

$\therefore \frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=\frac{4}{5}$，

$\therefore \sin(\alpha+\frac{7\pi}{6})=-\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=-(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha)=-\frac{4}{5}$.

故选 C

6．（5 分）（2008•山东）如图是一个几何体的三视图，根据图中数据，可得该几何体的表面积是（　　）



A．9π　B．10π　C．11π　D．12π

【分析】由题意可知，几何体是由一个球和一个圆柱组合而成的，依次求表面积即可．

【解答】解：从三视图可以看出该几何体是由一个球和一个圆柱组合而成的，其表面为 $S=4\pi\times1^2+\pi\times1^2\times2+2\pi\times1\times3=12\pi$

故选 D．

7．（5 分）（2008•山东）在某地的奥运火炬传递活动中，有编号为 1，2，3，…，18 的 18 名火炬手．若从中任选 3 人，则选出的火炬手的编号能组成以 3 为公差的等差数列的概率为（　　）

A．$\frac{1}{51}$ B．$\frac{1}{68}$ C．$\frac{1}{306}$ D．$\frac{1}{408}$

【分析】由题意知本题是古典概型问题，试验发生的基本事件总数为 C_{18}^3，选出火炬手编号为 $a_n=a_1+3(n-1)$，分类讨论当 $a_1=1$ 时可得 4 种选法；$a_1=2$ 时得 4 种选法；$a_1=3$ 时得 4 种选法．

【解答】解：由题意知本题是古典概型问题，

∵试验发生的基本事件总数为 $C_{18}^3=17\times16\times3$．

选出火炬手编号为 $a_n=a_1+3(n-1)$，

$a_1=1$ 时，由 1，4，7，10，13，16 可得 4 种选法；

$a_1=2$ 时，由 2，5，8，11，14，17 可得 4 种选法；

$a_1=3$ 时，由 3，6，9，12，15，18 可得 4 种选法．

$\therefore P=\frac{4+4+4}{17\times16\times3}=\frac{1}{68}$．

故选 B．

8．（5 分）（2008•山东）如图是根据《山东统计年鉴 2007》中的资料作成的 1997 年至 2006 年我省城镇居民百户家庭人口数的茎叶图．图中左边的数字从左到右分别表示城镇居民百户家庭人口数的百位数字和十位数字，右边的数字表示城镇居民百户家庭人口数的个位数字．从图中可以得到 1997 年至 2006 年我省城镇居民百户家庭人口数的平均数为（　　）

2 9	1 1 5 8
3 0	2 6
3 1	0 2 4 7

A．304.6B．303.6C．302.6D．301.6

【分析】平均数$=\frac{总数}{样本容量}$，总数的计算可分成个位数字的和，百位数字与十位数字的和两部分分别计算．

【解答】解：$\frac{290\times4+300\times2+310\times4+1+1+5+8+2+6+2+4+7}{10}=303.6$

故选 B．

9．（5 分）（2008•山东）$\left(x-\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{12}$展开式中的常数项为（　　）

A．－1320　B．1320 C．－220　　D．220

【分析】利用二项展开式的通项公式求出第 r+1 项，令 x 的指数为 0 求出常数项．

【解答】解：

$T_{r+1}=C_{12}^{r}x^{12-r}\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{r}=(-1)^{r}C_{12}^{r}x^{12-r}\cdot x^{-\frac{r}{3}}=(-1)^{r}C_{12}^{r}x^{12-\frac{4r}{3}}$，

令 $12-\frac{4r}{3}=0$ 得 r=9

∴常数项 $T_{10}=(-1)^{9}C_{12}^{9}=-C_{12}^{3}=-\frac{12\times11\times10}{3\times2\times1}=-220$.

故选项为 C

10．（5 分）（2008•山东）4．设椭圆 C_1 的离心率为 $\frac{5}{13}$，焦点在 x 轴上且长轴长为 26，若曲线 C_2 上的点到椭圆 C_1 的两个焦点的距离的差的绝对值等于 8，则曲线 C_2 的标准方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$　　B．$\frac{x^2}{13^2}-\frac{y^2}{5^2}=1$

C．$\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{4^2}=1$　　D．$\frac{x^2}{13^2}-\frac{y^2}{12^2}=1$

【分析】在椭圆 C_1 中，由题设条件能够得到 $\begin{cases}a=13\\c=5\end{cases}$，曲线 C_2 是以 F_1（﹣5，0），F_2（5，0），为焦点，实轴长为 8 的双曲线，由此可求出曲线 C_2 的标准方程．

【解答】解：在椭圆 C_1 中，由 $\begin{cases}2a=26\\\frac{c}{a}=\frac{5}{13}\end{cases}$，得 $\begin{cases}a=13\\c=5\end{cases}$

椭圆 C_1 的焦点为 F_1（﹣5，0），F_2（5，0），

曲线 C_2 是以 F_1、F_2 为焦点，实轴长为 8 的双曲线，

故 C_2 的标准方程为：$\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$，

故选 A．

11．（5 分）（2008•山东）已知圆的方程为 $x^2+y^2-6x-8y=0$，设该圆过点（3，5）的最长弦和最短弦分别为 AC 和 BD，则四边形 ABCD 的面积为（　　）

A．$10\sqrt{6}$　B．$20\sqrt{6}$　C．$30\sqrt{6}$　D．$40\sqrt{6}$

【分析】根据题意可知，过（3，5）的最长弦为直径，最短弦为过（3，5）且垂直于该直径的弦，分别求出两个量，然后利用对角线垂直的四边形的面积等于对角线乘积的一半求出即可．

【解答】解：圆的标准方程为 $(x-3)^2+(y-4)^2=5^2$，

由题意得最长的弦 $|AC|=2\times5=10$，

根据勾股定理得最短的弦 $|BD|=2\sqrt{5^2-1^2}=4\sqrt{6}$，且 $AC\perp BD$，

四边形 ABCD 的面积 $S=|\frac{1}{2}AC|\bullet|BD|=\frac{1}{2}\times10\times4\sqrt{6}=20\sqrt{6}$.

故选 B

12．（5 分）（2008•山东）设二元一次不等式组 $\begin{cases}x+2y-19\geqslant0\\x-y+8\geqslant0\\2x+y-14\leqslant0\end{cases}$ 所表示的平面区域为 M，使函数 $y=a^x$（a＞0，a≠1）的图象过区域 M 的 a 的取值范围是（　　）

A．[1，3]　　B．[2，$\sqrt{10}$]　C．[2，9]　　D．[$\sqrt{10}$，9]

【分析】先依据不等式组 $\begin{cases}x+2y-19\geqslant0\\x-y+8\geqslant0\\2x+y-14\leqslant0\end{cases}$ ，结合二元一次不等式（组）与平面区域的关系画出其表示的平面区域，再利用函数 $y=a^x$（a＞0，a≠1）的图象特征，结合区域的角上的点即可解决问题.

【解答】解析：平面区域 M 如如图所示.

求得 A（2，10），C（3，8），B（1，9）.

由图可知，欲满足条件必有 a＞1 且图象在过 B、C 两点的图象之间.

当图象过 B 点时，$a^1=9$，

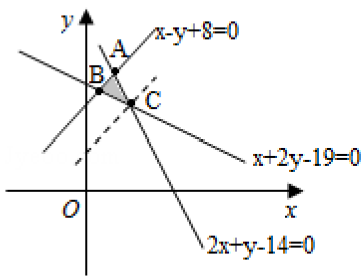
∴a=9.

当图象过 C 点时，$a^3=8$，

∴a=2.

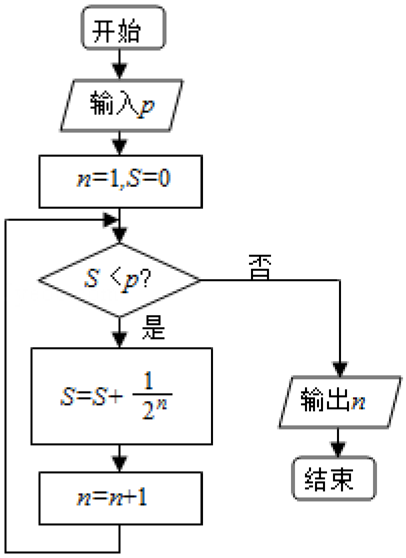
故 a 的取值范围为[2，9=.

故选 C.



二、填空题（共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

13．（4 分）（2008•山东）执行如图所示的程序框图，若 p=0.8，则输出的 n=__4__.



【分析】根据流程图所示的顺序，逐框分析程序中各变量、各语句的作用可知：该程序的作用是判断 $S=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}>0.8$ 时，n+1 的值．

【解答】解：根据流程图所示的顺序，

该程序的作用是判断 $S=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}>0.8$ 时，n+1 的值．

当 n=2 时，$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}<0.8$

当 n=3 时，$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}>0.8$，

此时 n+1=4．

故答案为：4

14．（4 分）（2008•山东）设函数 $f(x)=ax^2+c$（$a\neq0$），若 $\int_0^1 f(x)dx=f(x_0)$，$0\leq x_0\leq1$，则 x_0 的值为__$\frac{\sqrt{3}}{3}$__．

【分析】求出定积分 $\int_0^1 f(x)dx$，根据方程 $ax_0^2+c=\int_0^1 f(x)dx$ 即可求解．

【解答】解：∵$f(x)=ax^2+c$（$a\neq0$），∴$f(x_0)=\int_0^1 f(x)dx=[\frac{ax^3}{3}+cx]_0^1=\frac{a}{3}+c$．又∵$f(x_0)=ax_0^2+c$．

∴$x_0^2=\frac{1}{3}$，∵$x_0\in[0,1]$∴$x_0=\frac{\sqrt{3}}{3}$．

15．（4 分）（2008•山东）已知 a，b，c 为△ABC 的三个内角 A，B，C 的对边，向量 $\vec{m}$=（$\sqrt{3}$，－1），$\vec{n}$=（cosA，sinA）．若 $\vec{m}\perp\vec{n}$，且 acosB+bcosA=csinC，则角 B=__$\frac{\pi}{6}$__．

【分析】由向量数量积的意义，有$\vec{m}\perp\vec{n}\Rightarrow\sqrt{3}\cos A-\sin A=0$，进而可得 A，再根据正弦定理，可得 $\sin A\cos B+\sin B\cos A=\sin C\ \ \sin C$，结合和差公式的正弦形式，化简可得 $\sin C=\sin^2C$，可得 C，由 A、C 的大小，可得答案．

【解答】解：根据题意，$\vec{m}\perp\vec{n}\Rightarrow\sqrt{3}\cos A-\sin A=0\Rightarrow A=\frac{\pi}{3}$，

由正弦定理可得，$\sin A\cos B+\sin B\cos A=\sin C\sin C$，

又由 $\sin A\cos B+\sin B\cos A=\sin(A+B)=\sin C$，

化简可得，$\sin C=\sin^2C$，

则 $C=\frac{\pi}{2}$，

则 $B=\frac{\pi}{6}$，

故答案为$\frac{\pi}{6}$．

16．（4 分）（2008•山东）若不等式$|3x-b|<4$的解集中的整数有且仅有 1，2，3，则 b 的取值范围__5<b<7__．

【分析】首先分析题目已知不等式$|3x-b|<4$的解集中的整数有且仅有 1，2，3，求 b 的取值范围，考虑到先根据绝对值不等式的解法解出$|3x-b|<4$含有参数 b 的解，使得解中只有整数 1，2，3，即限定左边大于 0 小于 1，右边大于 3 小于 4．即可得到答案．

【解答】解：因为$|3x-b|<4\Rightarrow-4<3x-b<4\Rightarrow\frac{b-4}{3}<x<\frac{b+4}{3}$，

又由已知解集中的整数有且仅有 1，2，3，

故有$\begin{cases}0\leqslant\frac{b-4}{3}<1\\3<\frac{b+4}{3}\leqslant4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4\leqslant b<7\\5<b\leqslant8\end{cases}\Rightarrow5<b<7$．

故答案为 5<b<7．

三、解答题（共 6 小题，满分 74 分）

17．（12 分）（2008•山东）已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\phi)-\cos(\omega x+\phi)$（$0<\phi<\pi$，$\omega>0$）为偶函数，且函数 $y=f(x)$ 图象的两相邻对称轴间的距离为$\frac{\pi}{2}$．

（Ⅰ）求 $f(\frac{\pi}{8})$ 的值；

（Ⅱ）将函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后，再将得到的图象上各点的横坐标伸长到原来的 4 倍，纵坐标不变，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求 $g(x)$ 的单调递减区间．

【分析】（Ⅰ）先用两角和公式对函数 $f(x)$ 的表达式化简得 $f(x)=2\sin(\omega x+\phi-\frac{\pi}{6})$，利用偶函数的性质即 $f(x)=f(-x)$ 求得 ω，进而求出 $f(x)$ 的表达式，把 $x=\frac{\pi}{8}$代入即可．

（Ⅱ）根据三角函数图象的变化可得函数 g（x）的解析式，再根据余弦函数的单调性求得函数 g（x）的单调区间．

【解答】解：（Ⅰ）$f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\phi)-\cos(\omega x+\phi)=2[\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\omega x+\phi)-\frac{1}{2}\cos(\omega x+\phi)]=2\sin(\omega x+\phi-\frac{\pi}{6})$．

∵f（x）为偶函数，

∴对 x∈R，f（﹣x）=f（x）恒成立，

$\therefore\sin(-\omega x+\phi-\frac{\pi}{6})=\sin(\omega x+\phi-\frac{\pi}{6})$．

即

$-\sin\omega x\cos(\phi-\frac{\pi}{6})+\cos\omega x\sin(\phi-\frac{\pi}{6})=\sin\omega x\cos(\phi-\frac{\pi}{6})+\cos\omega x\sin(\phi-\frac{\pi}{6})$，

整理得$\sin\omega x\cos(\phi-\frac{\pi}{6})=0$.

∵ω＞0，且 x∈R，所以$\cos(\phi-\frac{\pi}{6})=0$.

又∵0＜φ＜π，故 $\phi-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$.

$\therefore f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{2})=2\cos\omega x$.

由题意得$\frac{2\pi}{\omega}=2\cdot\frac{\pi}{2}$，所以 ω=2．

故 f（x）=2cos2x．

$\therefore f(\frac{\pi}{8})=2\cos\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}$.

（Ⅱ）将 f（x）的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后，得到$f(x-\frac{\pi}{6})$的图象，再将所得图象横坐标伸长到原来的 4 倍，纵坐标不变，得到$f(\frac{x}{4}-\frac{\pi}{6})$的图象．

$\therefore g(x)=f(\frac{x}{4}-\frac{\pi}{6})=2\cos[2(\frac{x}{4}-\frac{\pi}{6})]=2\cos(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{3})$．

当$2k\pi\leqslant\frac{x}{2}-\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\pi$（k∈Z），

即$4k\pi+\frac{2\pi}{3}\leqslant x\leqslant 4k\pi+\frac{8\pi}{3}$（k∈Z）时，g（x）单调递减，

因此 g（x）的单调递减区间为$[4k\pi+\frac{2\pi}{3},\ 4k\pi+\frac{8\pi}{3}]$（k∈Z）．

18．（12 分）（2008•山东）甲、乙两队参加奥运知识竞赛，每队 3 人，每人回答一个问题，答对者对本队赢得一分，答错得零分．假设甲队中每人答对的概率均为$\frac{2}{3}$，乙队中 3 人答对的概率分别为$\frac{2}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{2}$，且各人回答正确与否相互之间没有影响．用 ξ 表示甲队的总得分．

（Ⅰ）求随机变量ξ的分布列和数学期望；
（Ⅱ）用 A 表示"甲、乙两个队总得分之和等于 3"这一事件，用 B 表示"甲队总得分大于乙队总得分"这一事件，求 P（AB）.

【分析】(1）由题意甲队中每人答对的概率均为$\frac{2}{3}$，故可看作独立重复试验，故

$\xi\sim B(3,\ \frac{2}{3})$，$E\xi=3\times\frac{2}{3}=2$

(2）AB 为"甲、乙两个队总得分之和等于 3"和"甲队总得分大于乙队总得分"同时满足，有两种情况："甲得（2 分）乙得（1 分）"和"甲得（3 分）乙得 0 分"这两个事件互斥，分别求概率，再取和即可.

【解答】解：（Ⅰ）解法一：由题意知，ξ的可能取值为 0，1，2，3，且

$P(\xi=0)=C_3^0\times(1-\frac{2}{3})^3=\frac{1}{27}$，$P(\xi=1)=C_3^1\times\frac{2}{3}\times(1-\frac{2}{3})^2=\frac{2}{9}$，

$P(\xi=2)=C_3^2\times(\frac{2}{3})^2\times(1-\frac{2}{3})=\frac{4}{9}$，$P(\xi=3)=C_3^3\times(\frac{2}{3})^3=\frac{8}{27}$.

所以ξ的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

ξ的数学期望为$E\xi=0\times\frac{1}{27}+1\times\frac{2}{9}+2\times\frac{4}{9}+3\times\frac{8}{27}=2$.

解法二：根据题设可知，$\xi\sim B(3,\ \frac{2}{3})$，

因此ξ的分布列为$P(\xi=k)=C_3^k\times(\frac{2}{3})^k\times(1-\frac{2}{3})^{3-k}=C_3^k\times\frac{2^k}{3^3}$，k=0，1，2，3.

因为$\xi\sim B(3,\ \frac{2}{3})$，所以$E\xi=3\times\frac{2}{3}=2$.

（Ⅱ）解法一：用 C 表示"甲得（2 分）乙得（1 分）"这一事件，用 D 表示"甲得（3 分）乙得 0 分"这一事件，所以 AB=C∪D，且 C，D 互斥，又

$P(C)=C_3^2\times(\frac{2}{3})^2\times(1-\frac{2}{3})\times[\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}]=\frac{10}{3^4}$，

$P(D)=C_3^3\times(\frac{2}{3})^3\times(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2})=\frac{4}{3^5}$，

由互斥事件的概率公式得$P(AB)=P(C)+P(D)=\frac{10}{3^4}+\frac{4}{3^5}=\frac{34}{3^5}=\frac{34}{243}$.

解法二：用 A_k 表示"甲队得 k 分"这一事件，用 B_k 表示"乙队得 k 分"这一事件，k=0，1，2，3.

由于事件 A_3B_0，A_2B_1 为互斥事件，故有 P（AB）=P（A_3B_0∪A_2B_1）=P（A_3B_0）+P（A_2B_1）.

由题设可知，事件A_3与B_0独立，事件A_2与B_1独立，因此P（AB）=P（A_3B_0）+P（A_2B_1）=P（A_3）P（B_0）+P（A_2）P（B_1）=

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{1}{3^2}\times\frac{1}{2}\right)+C_3^2\times\frac{2^2}{3^2}\times\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2}\times C_2^1\times\frac{2}{3^2}\right)=\frac{34}{243}.$$

19．（12分）（2008•山东）将数列$\{a_n\}$中的所有项按每一行比上一行多一项的规则排成如下数表：$a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}$…记表中的第一列数$a_1$，$a_2$，$a_4$，$a_7$，…构成的数列为$\{b_n\}$，$b_1=a_1=1$．$S_n$为数列$\{b_n\}$的前n项和，且满足$\frac{2b_n}{b_nS_n-S_n^2}=1$（$n\geqslant2$）．

（Ⅰ）证明数列$\{\frac{1}{S_n}\}$成等差数列，并求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）上表中，若从第三行起，第一行中的数按从左到右的顺序均构成等比数列，且公比为同一个正数．当$a_{81}=-\frac{4}{91}$时，求上表中第k（k≥3）行所有项的和．

a_1

a_2　　a_3

a_4　　a_5　　a_6

a_7　　a_8　　a_9　　a_{10}

【分析】（Ⅰ）由题意所给的已知等式特点应考虑应用已知数列的前n项和求其通项这一公式来寻求出路，得到Sn与SS_{n-1}之间的递推关系，先求出S_n的通项公式即可得证，接下来求$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）由题意第一列数a_1，a_2，a_4，a_7，…构成的数列为$\{b_n\}$，$b_1=a_1=1$，又已知$\{b_n\}$的通项公式和a_{81}的值，应该现有规律判断这一向位于图示中的具体位置，有从第三行起，第一行中的数按从左到右的顺序均构成等比数列，且公比为同一个正数进而求解．

【解答】解：（Ⅰ）证明：由已知，当n≥2时，$\frac{2b_n}{b_nS_n-S_n^2}=1$，又$S_n=b_1+b_2+…+b_n$，

所以$\frac{2(S_n-S_{n-1})}{(S_n-S_{n-1})S_n-S_n^2}=1\Rightarrow\frac{2(S_n-S_{n-1})}{-S_{n-1}S_n}=1\Rightarrow\frac{1}{S_n}-\frac{1}{S_{n-1}}=\frac{1}{2}$，

又$S_1=b_1=a_1=1$．所以数列$\{\frac{1}{S_n}\}$是首项为1，公差为$\frac{1}{2}$的等差数列．

由上可知$\frac{1}{S_n}=1+\frac{1}{2}(n-1)=\frac{n+1}{2}$，$\Rightarrow S_n=\frac{2}{n+1}$．

所以当n≥2时，$b_n=S_n-S_{n-1}=\frac{2}{n+1}-\frac{2}{n}=-\frac{2}{n(n+1)}$．

因此$b_n=\begin{cases}1，n=1\\-\frac{2}{n(n+1)}，n\geqslant2\end{cases}$

（Ⅱ）设上表中从第三行起，每行的公比都为 q，且 q>0．

因为$1+2+\cdots+12=\frac{12\times 13}{2}=78$，

所以表中第 1 行至第 12 行共含有数列$\{a_n\}$的前 78 项，故 a_{81} 在表中第 13 行第三列，

因此 $a_{81}=b_{13}\cdot q^2=-\frac{4}{91}$．又 $b_{13}=-\frac{2}{13\times 14}$，所以 q=2．

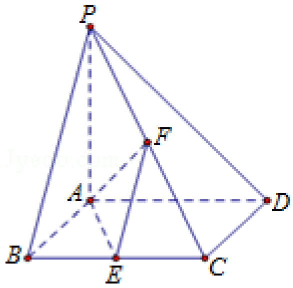
记表中第 k（k≥3）行所有项的和为 S，

则 $S=\frac{b_k(1-q^k)}{1-q}=-\frac{2}{k(k+1)}\cdot\frac{(1-2^k)}{1-2}=\frac{2}{k(k+1)}(1-2^k)\ (k\geqslant 3)$．

20．（12 分）（2008•山东）如图，已知四棱锥 P﹣ABCD，底面 ABCD 为菱形，PA⊥平面 ABCD，∠ABC=60°，E，F 分别是 BC，PC 的中点．

（Ⅰ）证明：AE⊥PD；

（Ⅱ）若 H 为 PD 上的动点，EH 与平面 PAD 所成最大角的正切值为$\frac{\sqrt{6}}{2}$，求二面角 E﹣AF﹣C 的余弦值．



【分析】（1）要证明 AE⊥PD，我们可能证明 AE⊥面 PAD，由已知易得 AE⊥PA，我们只要能证明 AE⊥AD 即可，由于底面 ABCD 为菱形，故我们可以转化为证明 AE⊥BC，由已知易我们不难得到结论．

（2）由 EH 与平面 PAD 所成最大角的正切值为$\frac{\sqrt{6}}{2}$，我们分析后可得 PA 的值，由（1）的结论，我们进而可以证明平面 PAC⊥平面 ABCD，则过 E 作 EO⊥AC 于 O，则 EO⊥平面 PAC，过 O 作 OS⊥AF 于 S，连接 ES，则∠ESO 为二面角 E﹣AF﹣C 的平面角，然后我们解三角形 ASO，即可求出二面角 E﹣AF﹣C 的余弦值．

【解答】证明：（Ⅰ）证明：由四边形 ABCD 为菱形，∠ABC=60°，可得△ABC 为正三角形．

因为 E 为 BC 的中点，所以 AE⊥BC．

又 BC∥AD，因此 AE⊥AD．

因为 PA⊥平面 ABCD，AE⊂平面 ABCD，所以 PA⊥AE．

而 PA⊂平面 PAD，AD⊂平面 PAD 且 PA∩AD=A，

所以 AE⊥平面 PAD．又 PD⊂平面 PAD，

所以 AE⊥PD．

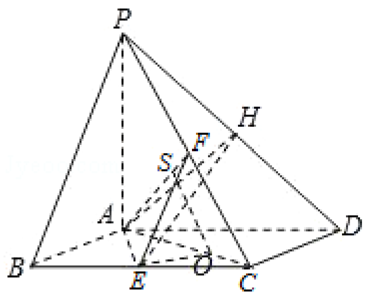
解：（Ⅱ）设 AB=2，H 为 PD 上任意一点，连接 AH，EH．

由（Ⅰ）知 AE⊥平面 PAD，

则∠EHA 为 EH 与平面 PAD 所成的角．

在 Rt△EAH 中，$AE=\sqrt{3}$，

所以当 AH 最短时，∠EHA 最大，
即当 AH⊥PD 时，∠EHA 最大．
此时 $\tan\angle EHA=\frac{AE}{AH}=\frac{\sqrt{3}}{AH}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，
因此 $AH=\sqrt{2}$．又 AD=2，所以∠ADH=45°，
所以 PA=2．
因为 PA⊥平面 ABCD，PA⊂平面 PAC，
所以平面 PAC⊥平面 ABCD．
过 E 作 EO⊥AC 于 O，则 EO⊥平面 PAC，
过 O 作 OS⊥AF 于 S，连接 ES，则∠ESO 为二面角 E－AF－C 的平面角，
在 Rt△AOE 中，$EO=AE\cdot\sin30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$AO=AE\cdot\cos30^\circ=\frac{3}{2}$，
又 F 是 PC 的中点，在 Rt△ASO 中，$SO=AO\cdot\sin45^\circ=\frac{3\sqrt{2}}{4}$，
又 $SE=\sqrt{EO^2+SO^2}=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{9}{8}}=\frac{\sqrt{30}}{4}$，
在 Rt△ESO 中，$\cos\angle ESO=\frac{SO}{SE}=\frac{\frac{3\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{30}}{4}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$，
即所求二面角的余弦值为$\frac{\sqrt{15}}{5}$．



21．（12 分）（2008•山东）已知函数$f(x)=\frac{1}{(1-x)^n}+a\ln(x-1)$，其中 n∈N*，a 为常数．
（Ⅰ）当 n=2 时，求函数 f（x）的极值；
（Ⅱ）当 a=1 时，证明：对任意的正整数 n，当 x≥2 时，有 f（x）≤x－1．

【分析】（1）欲求："当 n=2 时，$f(x)=\frac{1}{(1-x)^2}+a\ln(x-1)$"的极值，利用导数，求其导函数的零点及单调性进行判断即可；
（2）欲证："f（x）≤x－1"，令$g(x)=x-1-\frac{1}{(1-x)^n}-\ln(x-1)$，利用导函数的单调性，只要证明函数 f（x）的最大值是 x－1 即可．

【解答】解：（Ⅰ）解：由已知得函数 f（x）的定义域为{x|x＞1}，

当 n=2 时，$f(x)=\frac{1}{(1-x)^{2}}+a\ln(x-1)$，所以$f'(x)=\frac{2-a(1-x)^{2}}{(1-x)^{3}}$.

（1）当 a＞0 时，由 f'（x）=0 得 $x_1=1+\sqrt{\frac{2}{a}}>1$，$x_2=1-\sqrt{\frac{2}{a}}<1$，

此时$f'(x)=\frac{-a(x-x_1)(x-x_2)}{(1-x)^{3}}$.

当 x∈（1，x_1）时，f'（x）＜0，f（x）单调递减；
当 x∈（x_1，+∞）时，f'（x）＞0，f（x）单调递增.
（2）当 a≤0 时，f'（x）＜0 恒成立，所以 f（x）无极值.
综上所述，n=2 时，
当 a＞0 时，f（x）在$x=1+\sqrt{\frac{2}{a}}$处取得极小值，极小值为$f\left(1+\sqrt{\frac{2}{a}}\right)=\frac{a}{2}\left(1+\ln\frac{2}{a}\right)$.
当 a≤0 时，f（x）无极值.

（Ⅱ）证法一：因为 a=1，所以$f(x)=\frac{1}{(1-x)^{n}}+\ln(x-1)$.

当 n 为偶数时，

令$g(x)=x-1-\frac{1}{(1-x)^{n}}-\ln(x-1)$，

则$g'(x)=1+\frac{n}{(x-1)^{n+1}}-\frac{1}{x-1}=\frac{x-2}{x-1}+\frac{n}{(x-1)^{n+1}}>0$（x≥2）.

所以当 x∈[2，+∞）时，g（x）单调递增，
又 g（2）=0，

因此$g(x)=x-1-\frac{1}{(x-1)^{n}}-\ln(x-1)\geqslant g(2)=0$恒成立，

所以 f（x）≤x－1 成立.

当 n 为奇数时，要证 f（x）≤x－1，由于$\frac{1}{(1-x)^{n}}<0$，所以只需证 ln（x－1）≤x－1，

令 h（x）=x－1－ln（x－1），
则$h'(x)=1-\frac{1}{x-1}=\frac{x-2}{x-1}\geqslant 0$（x≥2），
所以当 x∈[2，+∞）时，h（x）=x－1－ln（x－1）单调递增，又 h（2）=1＞0，
所以当 x≥2 时，恒有 h（x）＞0，即 ln（x－1）＜x－1 命题成立.
综上所述，结论成立.

证法二：当 a=1 时，$f(x)=\frac{1}{(1-x)^{n}}+\ln(x-1)$.

当 x≥2 时，对任意的正整数 n，恒有$\frac{1}{(1-x)^{n}}\leqslant 1$，

故只需证明 $1+\ln(x-1)\leq x-1$.

令 $h(x)=x-1-(1+\ln(x-1))=x-2-\ln(x-1)$，$x\in[2,+\infty)$，

则$h'(x)=1-\frac{1}{x-1}=\frac{x-2}{x-1}$，

当 x≥2 时，$h'(x)\geq 0$，故 h（x）在[2，+∞）上单调递增，

因此当 x≥2 时，$h(x)\geq h(2)=0$，即 $1+\ln(x-1)\leq x-1$ 成立.

故当 x≥2 时，有$\frac{1}{(1-x)^{n}}+\ln(x-1)\leqslant x-1$.

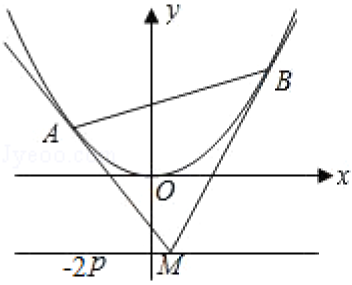
即 $f(x)\leq x-1$.

22.（14 分）（2008•山东）如图，设抛物线方程为 $x^2=2py$（p＞0），M 为直线 $y=-2p$ 上任意一点，过 M 引抛物线的切线，切点分别为 A，B.

（Ⅰ）求证：A，M，B 三点的横坐标成等差数列；

（Ⅱ）已知当 M 点的坐标为（2，﹣2p）时，$|AB|=4\sqrt{10}$. 求此时抛物线的方程；

（Ⅲ）是否存在点 M，使得点 C 关于直线 AB 的对称点 D 在抛物线 $x^2=2py$（p＞0）上，其中，点 C 满足$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$（O 为坐标原点）. 若存在，求出所有适合题意的点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.



【分析】（Ⅰ）根据题意先设出 A，B 和 M 的坐标，对抛物线方程求导，进而表示出 AM，BM 的斜率，则直线 AM 和 BM 的直线方程可得，联立后整理求得 $2x_0=x_1+x_2$. 推断出 A，M，B 三点的横坐标成等差数列.

（Ⅱ）利用（Ⅰ）的结论，$x_0=2$ 代入抛物线方程整理推断出 x_1，x_2 是方程 $x^2-4x-4p^2=0$ 的两根，利用韦达定理求得 x_1+x_2 的值，表示出直线 AB 的方程，利用弦长公式求得|AB|，进而求得 p，则抛物线的方程可得.

（Ⅲ）设出 D 点的坐标，进而表示出 C 的坐标，则 CD 的中点的坐标可得，代入直线 AB 的方程，把 D 点坐标代入抛物线的方程，求得 x_3，然后讨论 $x_0=0$ 和 $x_0\neq 0$ 时，两种情况，分析出答案.

【解答】解：（Ⅰ）证明：由题意设

$A\left(x_1,\frac{x_1^2}{2p}\right)$，$B\left(x_2,\frac{x_2^2}{2p}\right)$，$x_1<x_2$，$M(x_0,-2p)$.

由 $x^2=2py$ 得 $y=\frac{x^2}{2p}$，得 $y'=\frac{x}{p}$，

所以$k_{MA}=\frac{x_1}{p}$，$k_{MB}=\frac{x_2}{p}$.

因此直线 MA 的方程为$y+2p=\frac{x_1}{p}(x-x_0)$，

直线 MB 的方程为$y+2p=\frac{x_2}{p}(x-x_0)$．

所以$\frac{x_1^2}{2p}+2p=\frac{x_1}{p}(x_1-x_0)$，①$\frac{x_2^2}{2p}+2p=\frac{x_2}{p}(x_2-x_0)$．②

由①、②得$\frac{x_1+x_2}{2}=x_1+x_2-x_0$,

因此$x_0=\frac{x_1+x_2}{2}$，即 $2x_0=x_1+x_2$.

所以 A，M，B 三点的横坐标成等差数列.

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）知，当 $x_0=2$ 时，

将其代入①、②并整理得：$x_1^2-4x_1-4p^2=0$，$x_2^2-4x_2-4p^2=0$，

所以 x_1，x_2 是方程 $x^2-4x-4p^2=0$ 的两根，

因此 $x_1+x_2=4$，$x_1x_2=-4p^2$，

又$k_{AB}=\frac{\frac{x_2^2}{2p}-\frac{x_1^2}{2p}}{x_2-x_1}=\frac{x_1+x_2}{2p}=\frac{x_0}{p}$,

所以$k_{AB}=\frac{2}{p}$.

由弦长公式得$|AB|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+\frac{4}{p^2}}\sqrt{16+16p^2}$.

又$|AB|=4\sqrt{10}$,

所以 $p=1$ 或 $p=2$，

因此所求抛物线方程为 $x^2=2y$ 或 $x^2=4y$.

（Ⅲ）解：设 D（x_3，y_3），由题意得 C（x_1+x_2，y_1+y_2），

则 CD 的中点坐标为$Q\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{2}, \frac{y_1+y_2+y_3}{2}\right)$，

设直线 AB 的方程为$y-y_1=\frac{x_0}{p}(x-x_1)$，

由点 Q 在直线 AB 上，并注意到点$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$也在直线 AB 上，

代入得$y_3=\frac{x_0}{p}x_3$.

若 D（x_3，y_3）在抛物线上，则 $x_3^2=2py_3=2x_0x_3$，

因此 $x_3=0$ 或 $x_3=2x_0$.

即D（0，0）或$D\left(2x_0,\ \frac{2x_0^2}{p}\right)$．

（1）当$x_0=0$时，则$x_1+x_2=2x_0=0$，此时，点M（0，﹣2p）适合题意．

（2）当$x_0\neq0$，对于D（0，0），此时$C\left(2x_0,\ \frac{x_1^2+x_2^2}{2p}\right)$，$k_{CD}=\frac{\frac{x_1^2+x_2^2}{2p}}{2x_0}=\frac{x_1^2+x_2^2}{4px_0}$，

又$k_{AB}=\frac{x_0}{p}$，AB⊥CD，

所以$k_{AB}\cdot k_{CD}=\frac{x_0}{p}\cdot\frac{x_1^2+x_2^2}{4px_0}=\frac{x_1^2+x_2^2}{4p^2}=-1$，

即$x_1^2+x_2^2=-4p^2$，矛盾．

对于$D\left(2x_0,\ \frac{2x_0^2}{p}\right)$，因为$C\left(2x_0,\ \frac{x_1^2+x_2^2}{2p}\right)$，此时直线CD平行于y轴，

又$k_{AB}=\frac{x_0}{p}\neq0$，

所以直线AB与直线CD不垂直，与题设矛盾，

所以$x_0\neq0$时，不存在符合题意的M点．

综上所述，仅存在一点M（0，﹣2p）适合题意．

参与本试卷答题和审题的老师有：wubh2011；rxl；yhx01248；翔宇老师；涨停；qiss；wdlxh；wdnah；zlzhan；sllwyn；杨南；danbo7801；小张老师；wsj1012；邢新丽；zhwsd（排名不分先后）

菁优网

2016年4月12日