2012年北京市高考数学试卷（理科）

参考答案与试题解析

一、选择题共8小题．每小题5分.共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合胜目要求的一项.

1．（5分）已知集合 $A=\{x\in R|3x+2>0\}$，$B=\{x\in R|(x+1)(x-3)>0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$(-\infty,\ -1)$　B．$(-1,\ -\frac{2}{3})$　C．$(-\frac{2}{3},\ 3)$　D．$(3,\ +\infty)$

【考点】1E：交集及其运算；73：一元二次不等式及其应用．

【专题】5J：集合．

【分析】求出集合B，然后直接求解 $A\cap B$．

【解答】解：因为 $B=\{x\in R|(x+1)(x-3)>0\}=\{x|x<-1$ 或 $x>3\}$，

又集合 $A=\{x\in R|3x+2>0\}=\{x|x>-\frac{2}{3}\}$，

所以 $A\cap B=\{x|x>-\frac{2}{3}\}\cap\{x|x<-1$ 或 $x>3\}=\{x|x>3\}$，

故选：D．

【点评】本题考查一元二次不等式的解法，交集及其运算，考查计算能力．

2．（5分）设不等式组 $\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 2\\0\leqslant y\leqslant 2\end{cases}$，表示的平面区域为D，在区域D内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于2的概率是（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　B．$\frac{\pi-2}{2}$　C．$\frac{\pi}{6}$　D．$\frac{4-\pi}{4}$

【考点】7B：二元一次不等式（组）与平面区域；CF：几何概型．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】本题属于几何概型，利用“测度”求概率，本例的测度即为区域的面积，故只要求出题中两个区域：由不等式组表示的区域 和到原点的距离大于2的

点构成的区域的面积后再求它们的比值即可．

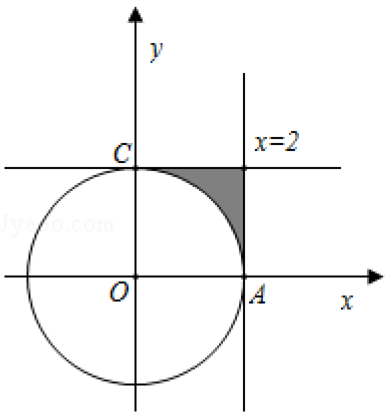
【解答】解：其构成的区域 D 如图所示的边长为 2 的正方形，面积为 $S_1=4$，

满足到原点的距离大于 2 所表示的平面区域是以原点为圆心，以 2 为半径的圆外部，

面积为 $S_2=4-\frac{\pi\times 2^2}{4}=4-\pi$，

∴在区域 D 内随机取一个点，则此点到坐标原点的距离大于 2 的概率 $P=\frac{4-\pi}{4}$

故选：D．



【点评】本题考查几何概型，几何概型的概率的值是通过长度、面积、和体积、的比值得到，本题是通过两个图形的面积之比得到概率的值．

3．（5 分）设 a，b∈R．“a=0”是“复数 a+bi 是纯虚数”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

【考点】29：充分条件、必要条件、充要条件；A1：虚数单位 i、复数．

【专题】5N：数系的扩充和复数．

【分析】利用前后两者的因果关系，即可判断充要条件．

【解答】解：因为 a，b∈R．“a=O”时“复数 a+bi 不一定是纯虚数”．

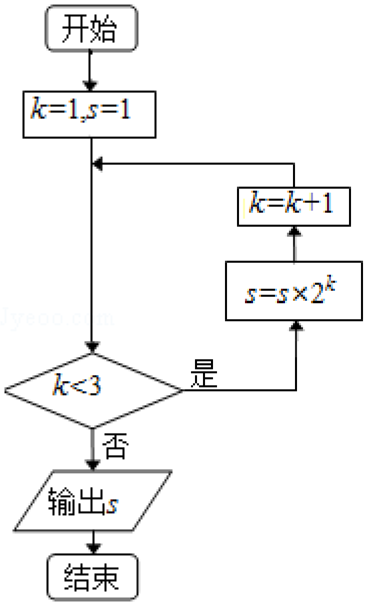
“复数 a+bi 是纯虚数”则“a=0”一定成立．

所以 a，b∈R．“a=O”是“复数 a+bi 是纯虚数”的必要而不充分条件．

故选：B．

【点评】本题考查复数的基本概念，必要条件、充分条件与充要条件的判断，考查基本知识的掌握程度．

4．（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为（　　）



A．2　　　　　　B．4　　　　　　C．8　　　　　　D．16

【考点】EF：程序框图．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】列出循环过程中 S 与 K 的数值，不满足判断框的条件即可结束循环．

【解答】解：第 1 次判断后 S=1，k=1，

第 2 次判断后 S=2，k=2，

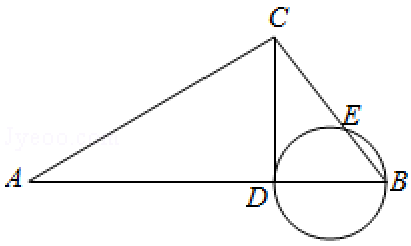
第 3 次判断后 S=8，k=3，

第 4 次判断后 3＜3，不满足判断框的条件，结束循环，输出结果：8．

故选：C．

【点评】本题考查循环框图的应用，注意判断框的条件的应用，考查计算能力．

5．（5 分）如图，∠ACB=90°，CD⊥AB 于点 D，以 BD 为直径的圆与 BC 交于点 E．则（　　）



A．$CE\bullet CB=AD\bullet DB$　B．$CE\bullet CB=AD\bullet AB$　C．$AD\bullet AB=CD^2$　D．$CE\bullet EB=CD^2$

【考点】NC：与圆有关的比例线段．

【专题】5B：直线与圆．

【分析】连接 DE，以 BD 为直径的圆与 BC 交于点 E，DE⊥BE，由∠ACB=90°，CD⊥AB 于点 D，△ACD∽△CBD，由此利用三角形相似和切割线定理，能够推导出 CE•CB=AD•BD．

【解答】解：连接 DE，

∵以 BD 为直径的圆与 BC 交于点 E，

∴DE⊥BE，

∵∠ACB=90°，CD⊥AB 于点 D，

∴△ACD∽△CBD，

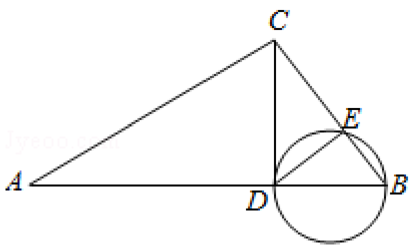
∴$\frac{CD}{BD}=\frac{AD}{CD}$，

∴$CD^2=AD\bullet BD$．

∵$CD^2=CE\bullet CB$，

∴$CE\bullet CB=AD\bullet BD$，

故选：A．



【点评】本题考查与圆有关的比例线段的应用，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答，注意三角形相似和切割线定理的灵活运用．

6．（5 分）从 0、2 中选一个数字．从 1、3、5 中选两个数字，组成无重复数字

的三位数．其中奇数的个数为（　　）

A．24　　B．18　　C．12　　D．6

【考点】D3：计数原理的应用．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】分类讨论：从 0、2 中选一个数字 0，则 0 只能排在十位；从 0、2 中选一个数字 2，则 2 排在十位或百位，由此可得结论．

【解答】解：从 0、2 中选一个数字 0，则 0 只能排在十位，从 1、3、5 中选两个数字排在个位与百位，共有 A_3^2=6 种；

从 0、2 中选一个数字 2，则 2 排在十位，从 1、3、5 中选两个数字排在个位与百位，共有 A_3^2=6 种；

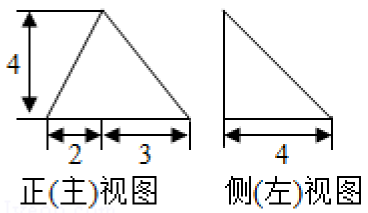
2 排在百位，从 1、3、5 中选两个数字排在个位与十位，共有 A_3^2=6 种；

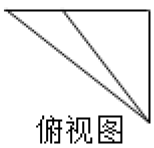
故共有 3A_3^2=18 种

故选：B．

【点评】本题考查计数原理的运用，考查分类讨论的数学思想，正确分类是关键．

7．（5 分）某三棱锥的三视图如图所示，该三棱锥的表面积是（　　）





A．$28+6\sqrt{5}$　　B．$30+6\sqrt{5}$　　C．$56+12\sqrt{5}$　　D．$60+12\sqrt{5}$

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】5Q：立体几何．

【分析】通过三视图复原的几何体的形状，利用三视图的数据求出几何体的表面积即可．

【解答】解：三视图复原的几何体是底面为直角边长为 4 和 5 的三角形，

一个侧面垂直底面的等腰三角形，高为 4，底边长为 5，如图，

所以 $S_{底}=\frac{1}{2}\times4\times5=10$，

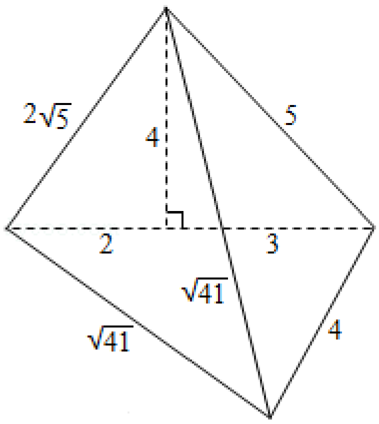
$S_{后}=\frac{1}{2}\times5\times4=10$，

$S_{右}=\frac{1}{2}\times4\times5=10$，

$S_{左}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\sqrt{(\sqrt{41})^2-(\sqrt{5})^2}=6\sqrt{5}$.

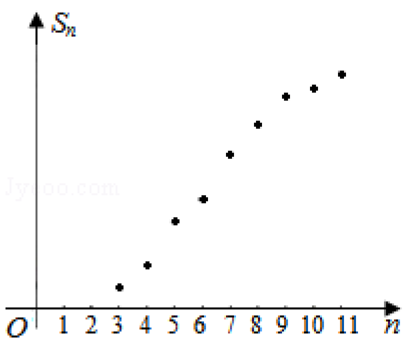
几何体的表面积为：$S=S_{底}+S_{后}+S_{右}+S_{左}=30+6\sqrt{5}$.

故选：B．



【点评】本题考查三视图与几何体的关系，注意表面积的求法，考查空间想象能力计算能力．

8．（5 分）某棵果树前 n 年的总产量 S_n 与 n 之间的关系如图所示．从目前记录的结果看，前 m 年的年平均产量最高，则 m 的值为（　　）



A．5　B．7　C．9　D．11

【考点】38：函数的表示方法；3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】51：函数的性质及应用．

【分析】由已知中图象表示某棵果树前 n 年的总产量 S 与 n 之间的关系，可分析出平均产量的几何意义为原点与该点边线的斜率，结合图象可得答案．

【解答】解：若果树前 n 年的总产量 S 与 n 在图中对应 P（S，n）点

则前 n 年的年平均产量即为直线 OP 的斜率

由图易得当 n=9 时，直线 OP 的斜率最大

即前 9 年的年平均产量最高，

故选：C．

【点评】本题以函数的图象与图象变化为载体考查了斜率的几何意义，其中正确分析出平均产量的几何意义是解答本题的关键．

二.填空题共 6 小题．每小题 5 分．共 30 分．

9．（5 分）直线$\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\end{cases}$（t 为参数）与曲线$\begin{cases}x=3\cos\alpha\\y=3\sin\alpha\end{cases}$（α 为参数）的交点个数为__2__．

【考点】J9：直线与圆的位置关系；QJ：直线的参数方程；QK：圆的参数方程．

【专题】5B：直线与圆．

【分析】将参数方程化为普通方程，利用圆心到直线的距离与半径比较，即可得到结论．

【解答】解：直线$\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\end{cases}$（t 为参数）化为普通方程为 $x+y-1=0$

曲线$\begin{cases}x=3\cos\alpha\\y=3\sin\alpha\end{cases}$（α 为参数）化为普通方程为 $x^2+y^2=9$

∵圆心（0，0）到直线 $x+y-1=0$ 的距离为 $d=\frac{1}{\sqrt{2}}<3$

∴直线与圆有两个交点

故答案为：2

【点评】本题考查参数方程与普通方程的互化，考查直线与圆的位置关系，属于

基础题．

10．（5 分）已知｛a_n｝是等差数列，s_n 为其前 n 项和．若 $a_1=\frac{1}{2}$，$s_2=a_3$，则 $a_2=$<u>1</u>．

【考点】84：等差数列的通项公式；85：等差数列的前 n 项和．

【专题】54：等差数列与等比数列．

【分析】由｛a_n｝是等差数列，$a_1=\frac{1}{2}$，$S_2=a_3$，知$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+d=\frac{1}{2}+2d$，解得 $d=\frac{1}{2}$，由此能求出 a_2．

【解答】解：∵｛a_n｝是等差数列，$a_1=\frac{1}{2}$，$S_2=a_3$，

∴$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+d=\frac{1}{2}+2d$，

解得 $d=\frac{1}{2}$，

$a_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$．

故答案为：1．

【点评】本题考查等差数列的性质和应用，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答．

11．（5 分）在△ABC 中，若 a=2，b+c=7，$\cos B=-\frac{1}{4}$，则 b=<u>4</u>．

【考点】HU：解三角形．

【专题】58：解三角形．

【分析】根据 a=2，b+c=7，$\cos B=-\frac{1}{4}$，利用余弦定理可得 $b^2=2^2+(7-b)^2-2\times2\times(7-b)\times(-\frac{1}{4})$，即可求得 b 的值．

【解答】解：由题意，∵a=2，b+c=7，$\cos B=-\frac{1}{4}$，

∴$b^2=2^2+(7-b)^2-2\times2\times(7-b)\times(-\frac{1}{4})$

∴b=4

故答案为：4

【点评】本题考查余弦定理的运用，解题的关键是构建关于 b 的方程，属于基础题．

12．（5 分）在直角坐标系 xOy 中．直线 l 过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F．且与该抛物线相交于 A、B 两点．其中点 A 在 x 轴上方．若直线 l 的倾斜角为 60°．则△OAF 的面积为__$\sqrt{3}$__．

【考点】I2：直线的倾斜角；K8：抛物线的性质；KH：直线与圆锥曲线的综合．

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】确定直线 l 的方程，代入抛物线方程，确定 A 的坐标，从而可求△OAF 的面积．

【解答】解：抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 的坐标为（1，0）

∵直线 l 过 F，倾斜角为 60°

∴直线 l 的方程为：$y=\sqrt{3}(x-1)$，即 $x=\frac{\sqrt{3}}{3}y+1$

代入抛物线方程，化简可得 $y^2-\frac{4\sqrt{3}}{3}y-4=0$

∴$y=2\sqrt{3}$，或 $y=-\frac{2}{3}\sqrt{3}$

∵A 在 x 轴上方

∴△OAF 的面积为$\frac{1}{2}\times1\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

故答案为：$\sqrt{3}$

【点评】本题考查抛物线的性质，考查直线与抛物线的位置关系，确定 A 的坐标是解题的关键．

13．（5 分）已知正方形 ABCD 的边长为 1，点 E 是 AB 边上的动点．则$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}$的值为__1__．

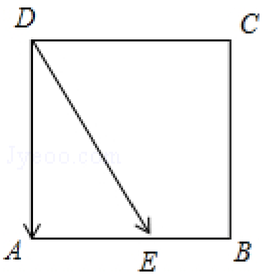
【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算．

【专题】5A：平面向量及应用．

【分析】直接利用向量转化，求出数量积即可．

【解答】解：因为$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DA}=|\overrightarrow{DE}|\cdot|\overrightarrow{DA}|\cos<\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DA}>=\overrightarrow{DA}^2=1$．

故答案为：1



【点评】本题考查平面向量数量积的应用，考查计算能力．

14．（5 分）已知 f（x）=m（x﹣2m）（x+m+3），g（x）=2^x﹣2，若同时满足条件：

①∀x∈R，f（x）＜0 或 g（x）＜0；

②∃x∈（﹣∞，﹣4），f（x）g（x）＜0．

则 m 的取值范围是__（﹣4，﹣2）__．

【考点】2H：全称量词和全称命题；3V：二次函数的性质与图象；4E：指数函数综合题．

【专题】5L：简易逻辑．

【分析】①由于 g（x）=2^x﹣2≥0 时，x≥1，根据题意有 f（x）=m（x﹣2m）（x+m+3）＜0 在 x＞1 时成立，根据二次函数的性质可求

②由于 x∈（﹣∞，﹣4），f（x）g（x）＜0，而 g（x）=2^x﹣2＜0，则 f（x）=m（x﹣2m）（x+m+3）＞0 在 x∈（﹣∞，﹣4）时成立，结合二次函数的性质可求

【解答】解：对于①∵g（x）=2^x﹣2，当 x＜1 时，g（x）＜0，

又∵①∀x∈R，f（x）＜0 或 g（x）＜0

∴f（x）=m（x﹣2m）（x+m+3）＜0 在 x≥1 时恒成立

则由二次函数的性质可知开口只能向下，且二次函数与 x 轴交点都在（1，0）的

左面

则$\begin{cases}m<0\\-m-3<1\\2m<1\end{cases}$

∴ $-4<m<0$ 即①成立的范围为 $-4<m<0$

又∵②$x\in(-\infty,-4)$，$f(x)g(x)<0$

∴此时 $g(x)=2^x-2<0$ 恒成立

∴$f(x)=m(x-2m)(x+m+3)>0$ 在 $x\in(-\infty,-4)$ 有成立的可能，则只要 -4 比 x_1，x_2 中的较小的根大即可，

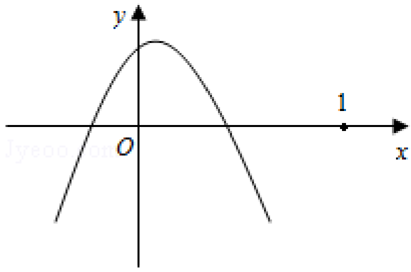
（i）当 $-1<m<0$ 时，较小的根为 $-m-3$，$-m-3<-4$ 不成立，

（ii）当 $m=-1$ 时，两个根同为 $-2>-4$，不成立，

（iii）当 $-4<m<-1$ 时，较小的根为 $2m$，$2m<-4$ 即 $m<-2$ 成立．

综上可得①②成立时 $-4<m<-2$．

故答案为：$(-4,-2)$．



【点评】本题主要考查了全称命题与特称命题的成立，指数函数与二次函数性质的应用是解答本题的关键．

三、解答题公 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．（13 分）已知函数 $f(x)=\frac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}$．

（1）求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期；

（2）求 $f(x)$ 的单调递增区间．

【考点】GL：三角函数中的恒等变换应用；H1：三角函数的周期性；HM：复合三角函数的单调性．

【专题】57：三角函数的图像与性质．

【分析】通过二倍角与两角差的正弦函数，化简函数的表达式，（1）直接求出函数的定义域和最小正周期.

（2）利用正弦函数的单调增区间，结合函数的定义域求出函数的单调增区间即可.

【解答】解：

$f(x)=\frac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}=\frac{(\sin x-\cos x)2\sin x\cos x}{\sin x}=2(\sin x-\cos x)\cos x$

$=\sin 2x-1-\cos 2x=\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})-1$ $k\in Z$，$\{x|x\neq k\pi，k\in Z\}$

（1）原函数的定义域为$\{x|x\neq k\pi，k\in Z\}$，最小正周期为π.

（2）由$2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，

解得$k\pi-\frac{\pi}{8}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{3\pi}{8}$，$k\in Z$，又$\{x|x\neq k\pi，k\in Z\}$，

原函数的单调递增区间为$[k\pi-\frac{\pi}{8}，k\pi)$，$k\in Z$，$(k\pi，k\pi+\frac{3\pi}{8}]$，$k\in Z$

【点评】本题考查三角函数中的恒等变换应用，三角函数的周期性及其求法，复合三角函数的单调性，注意函数的定义域在单调增区间的应用，考查计算能力.

16.（14分）如图1，在Rt△ABC中，∠C=90°，BC=3，AC=6，D，E分别是AC，AB上的点，且DE∥BC，DE=2，将△ADE沿DE折起到△A_1DE的位置，使$A_1C\perp CD$，如图2.

（1）求证：$A_1C\perp$平面BCDE；

（2）若M是A_1D的中点，求CM与平面A_1BE所成角的大小；

（3）线段BC上是否存在点P，使平面A_1DP与平面A_1BE垂直？说明理由.

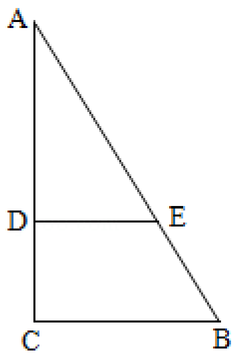


图1

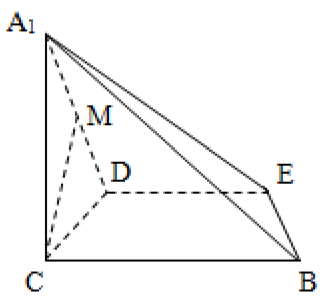


图2

【考点】LW：直线与平面垂直；MI：直线与平面所成的角；MN：向量语言表述面面的垂直、平行关系．

【专题】5F：空间位置关系与距离．

【分析】（1）证明 A_1C⊥平面 BCDE，因为 A_1C⊥CD，只需证明 A_1C⊥DE，即证明 DE⊥平面 A_1CD；

（2）建立空间直角坐标系，用坐标表示点与向量，求出平面 A_1BE 法向量 $\overrightarrow{n}=(-1,\ 2,\ \sqrt{3})$，$\overrightarrow{CM}=(-1,\ 0,\ \sqrt{3})$，利用向量的夹角公式，即可求得 CM 与平面 A_1BE 所成角的大小；

（3）设线段 BC 上存在点 P，设 P 点坐标为（0，a，0），则 a∈[0，3]，求出平面 A_1DP 法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(-3a,\ 6,\ \sqrt{3}a)$

假设平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直，则 $\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n}=0$，可求得 0≤a≤3，从而可得结论．

【解答】（1）证明：∵CD⊥DE，A_1D⊥DE，CD∩A_1D=D，

∴DE⊥平面 A_1CD，

又∵A_1C⊂平面 A_1CD，∴A_1C⊥DE

又 A_1C⊥CD，CD∩DE=D

∴A_1C⊥平面 BCDE

（2）解：如图建系，则 C（0，0，0），D（﹣2，0，0），A_1（0，0，$2\sqrt{3}$），B（0，3，0），E（﹣2，2，0）

∴$\overrightarrow{A_1B}=(0,\ 3,\ -2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{A_1E}=(-2,\ 2,\ -2\sqrt{3})$

设平面 A_1BE 法向量为 $\overrightarrow{n}=(x,\ y,\ z)$

则 $\begin{cases}\overrightarrow{A_1B}\cdot\overrightarrow{n}=0\\ \overrightarrow{A_1E}\cdot\overrightarrow{n}=0\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}3y-2\sqrt{3}z=0\\ -2x+2y-2\sqrt{3}z=0\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}z=\dfrac{\sqrt{3}}{2}y\\ x=-\dfrac{y}{2}\end{cases}$

∴$\overrightarrow{n}=(-1,\ 2,\ \sqrt{3})$

又∵M（﹣1，0，$\sqrt{3}$），∴$\overrightarrow{CM}=(-1,\ 0,\ \sqrt{3})$

∴$\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{CM}|\cdot|\overrightarrow{n}|}=\dfrac{1+3}{\sqrt{1+4+3}\cdot\sqrt{1+3}}=\dfrac{4}{2\cdot2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

∴CM 与平面 A_1BE 所成角的大小 45°

（3）解：设线段 BC 上存在点 P，设 P 点坐标为（0，a，0），则 a∈[0，3]

∴$\overrightarrow{A_1P}=(0, a, -2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{DP}=(2, a, 0)$

设平面 A_1DP 法向量为$\overrightarrow{n_1}=(x_1, y_1, z_1)$

则$\begin{cases} ay_1-2\sqrt{3}z_1=0 \\ 2x_1+ay_1=0 \end{cases}$∴$\begin{cases} z_1=\dfrac{\sqrt{3}}{6}ay_1 \\ x_1=-\dfrac{1}{2}ay_1 \end{cases}$

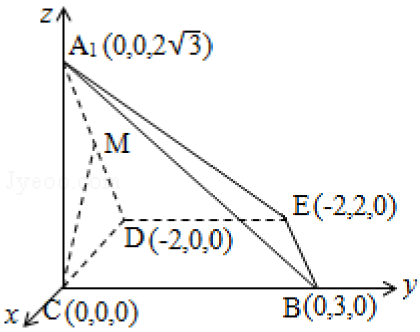
∴$\overrightarrow{n_1}=(-3a, 6, \sqrt{3}a)$

假设平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直，则$\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n}=0$，

∴3a+12+3a=0，6a=﹣12，a=﹣2

∵0≤a≤3

∴不存在线段 BC 上存在点 P，使平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直



【点评】本题考查线面垂直，考查线面角，考查面面垂直，既有传统方法，又有向量知识的运用，要加以体会．

17．（13 分）近年来，某市为促进生活垃圾的分类处理，将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类，并分别设置了相应的垃圾箱，为调查居民生活垃圾分类投放情况，先随机抽取了该市三类垃圾箱总计 1000 吨生活垃圾，数据统计如下（单位：吨）；

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30

其他垃圾	20	20	60

（1）试估计厨余垃圾投放正确的概率；

（2）试估计生活垃圾投放错误的概率；

（3）假设厨余垃圾在"厨余垃圾"箱、"可回收物"箱、"其他垃圾"箱的投放量分别为 a，b，c，其中 a＞0，a+b+c=600．当数据 a，b，c 的方差 s^2 最大时，写出 a，b，c 的值（结论不要求证明），并求此时 s^2 的值．

（求：$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2]$，其中$\overline{x}$为数据 x_1，x_2，…，x_n 的平均数）

【考点】BC：极差、方差与标准差；CE：模拟方法估计概率．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】（1）厨余垃圾 600 吨，投放到"厨余垃圾"箱 400 吨，故可求厨余垃圾投放正确的概率；

（2）生活垃圾投放错误有 200+60+20+20=300，故可求生活垃圾投放错误的概率；

（3）计算方差可得 $s^2=\frac{1}{3}[(a-200)^2+(b-200)^2+(c-200)^2]=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2-120000)$，因此有当 a=600，b=0，c=0 时，有 s^2=80000．

【解答】解：（1）由题意可知：厨余垃圾 600 吨，投放到"厨余垃圾"箱 400 吨，故厨余垃圾投放正确的概率为$\frac{400}{600}=\frac{2}{3}$；

（2）由题意可知：生活垃圾投放错误有 200+60+20+20=300，故生活垃圾投放错误的概率为$\frac{300}{1000}=\frac{3}{10}$；

（3）由题意可知：∵a+b+c=600，∴a，b，c 的平均数为 200

∴$s^2=\frac{1}{3}[(a-200)^2+(b-200)^2+(c-200)^2]=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2-120000)$，

∵$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac\geqslant a^2+b^2+c^2$，因此有当 a=600，b=0，c=0 时，有 s^2=80000．

【点评】本题考查概率知识的运用，考查学生的阅读能力，属于中档题．

18．（13 分）已知函数 f（x）=ax^2+1（a＞0），g（x）=x^3+bx

（1）若曲线 y=f（x）与曲线 y=g（x）在它们的交点（1，c）处具有公共切线，求 a、b 的值；

（2）当 $a^2=4b$ 时，求函数 f（x）+g（x）的单调区间，并求其在区间（﹣∞，﹣1）上的最大值．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数研究函数的最值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】52：导数的概念及应用．

【分析】（1）根据曲线 y=f（x）与曲线 y=g（x）在它们的交点（1，c）处具有公共切线，可知切点处的函数值相等，切点处的斜率相等，故可求 a、b 的值；

（2）根据 $a^2=4b$，构建函数$h(x)=f(x)+g(x)=x^3+ax^2+\frac{1}{4}a^2x+1$，求导函数，利用导数的正负，可确定函数的单调区间，进而分类讨论，确定函数在区间（﹣∞，﹣1）上的最大值．

【解答】解：（1）$f(x)=ax^2+1$（a＞0），则 $f'(x)=2ax$，$k_1=2a$，$g(x)=x^3+bx$，则 $g'(x)=3x^2+b$，$k_2=3+b$，

由（1，c）为公共切点，可得：2a=3+b ①

又 f（1）=a+1，g（1）=1+b，

∴a+1=1+b，即 a=b，代入①式可得：$\begin{cases}a=3\\b=3\end{cases}$.

（2）由题设 $a^2=4b$，设$h(x)=f(x)+g(x)=x^3+ax^2+\frac{1}{4}a^2x+1$

则$h'(x)=3x^2+2ax+\frac{1}{4}a^2$，令 h'（x）=0，解得：$x_1=-\frac{a}{2}$，$x_2=-\frac{a}{6}$；

∵a＞0，∴ $-\frac{a}{2}<-\frac{a}{6}$，

x	$(-\infty, -\frac{a}{2})$	$-\frac{a}{2}$	$(-\frac{a}{2}, -\frac{a}{6})$	$-\frac{a}{6}$	$(-\frac{a}{6}, +\infty)$
h′（x）	+		-		+
h（x）		极大值		极小值	

∴原函数在 $(-\infty, -\frac{a}{2})$ 单调递增，在 $(-\frac{a}{2}, -\frac{a}{6})$单调递减，在 $(-\frac{a}{6}, +\infty)$上单调递增

①若$-1\leqslant -\frac{a}{2}$，即0＜a≤2时，h（x）在（﹣∞，﹣1]递增，无最大值；

②若$-\frac{a}{2}<-1<-\frac{a}{6}$，即2＜a＜6时，最大值为$h(-\frac{a}{2})=1$；

③若﹣1≥﹣$\frac{a}{6}$时，即a≥6时，最大值为h（﹣$\frac{a}{2}$）=1．

综上所述：当a∈（0，2]时，无最大值；当a∈（2，+∞）时，最大值为$h(-\frac{a}{2})=1$．

【点评】本题考查导数知识的运用，考查导数的几何意义，考查函数的单调性与最值，解题的关键是正确求出导函数．

19．（14分）已知曲线C：（5﹣m）x^2+（m﹣2）y^2=8（m∈R）

（1）若曲线C是焦点在x轴点上的椭圆，求m的取值范围；

（2）设m=4，曲线c与y轴的交点为A，B（点A位于点B的上方），直线y=kx+4与曲线c交于不同的两点M、N，直线y=1与直线BM交于点G．求证：A，G，N三点共线．

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角；K3：椭圆的标准方程；KH：直线与圆锥曲线的综合．

【专题】15：综合题；16：压轴题；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）原曲线方程，化为标准方程，利用曲线C是焦点在x轴点上的椭圆可得不等式组，即可求得m的取值范围；

（2）由已知直线代入椭圆方程化简得：（$2k^2$+1）x^2+16kx+24=0，△=32（$2k^2$﹣3），解得：$k^2>\frac{3}{2}$，设N（x_N，kx_N+4），M（x_M，kx_M+4），G（x_G，1），MB方程为：$y=\frac{kx_M+6}{x_M}x-2$，则$G(\frac{3x_M}{kx_M+6},1)$，从而可得$\overrightarrow{AG}=(\frac{3x_M}{kx_M+6},-1)$，$\overrightarrow{AN}$=（$x_N$，$kx_N+2$），欲证A，G，N三点共线，只需证$\overrightarrow{AG}$，$\overrightarrow{AN}$共线，利用韦达定理，可以证明．

【解答】（1）解：原曲线方程可化简得：$\frac{x^2}{\frac{8}{5-m}}+\frac{y^2}{\frac{8}{m-2}}=1$

由题意，曲线 C 是焦点在 x 轴点上的椭圆可得：$\begin{cases}\frac{8}{5-m}>\frac{8}{m-2}\\ \frac{8}{5-m}>0\\ \frac{8}{m-2}>0\end{cases}$，解得：$\frac{7}{2}<m<5$

（2）证明：由已知直线代入椭圆方程化简得：（$2k^2+1$）$x^2+16kx+24=0$，△=32（$2k^2-3$）>0，解得：$k^2>\frac{3}{2}$

由韦达定理得：$x_M+x_N=-\frac{16k}{2k^2+1}$①，$x_Mx_N=\frac{24}{2k^2+1}$，②

设 N（x_N，kx_N+4），M（x_M，kx_M+4），G（x_G，1），MB 方程为：$y=\frac{kx_M+6}{x_M}x-2$，

则 $G(\frac{3x_M}{kx_M+6}，1)$，

$\therefore \overrightarrow{AG}=(\frac{3x_M}{kx_M+6}，-1)$，$\overrightarrow{AN}=$（$x_N$，$kx_N+2$），

欲证 A，G，N 三点共线，只需证 $\overrightarrow{AG}$，$\overrightarrow{AN}$ 共线

即 $\frac{3x_M}{x_Mk+6}(x_Nk+2)=-x_N$ 成立，化简得：（3k+k）x_Mx_N=﹣6（x_M+x_N）

将①②代入可得等式成立，则 A，G，N 三点共线得证．

【点评】本题考查椭圆的标准方程，考查直线与椭圆的位置关系，考查三点共线，解题的关键是直线与椭圆方程联立，利用韦达定理进行求解．

20．（13 分）设 A 是由 m×n 个实数组成的 m 行 n 列的数表，满足：每个数的绝对值不大于 1，且所有数的和为零，记 s（m，n）为所有这样的数表构成的集合．对于 A∈S（m，n），记 r_i（A）为 A 的第 i 行各数之和（1≤ i ≤m），C_j（A）为 A 的第 j 列各数之和（1≤j≤n）；记 K（A）为|r_1（A）|，|R_2（A）|，…，|Rm（A）|，|C_1（A）|，|C_2（A）|，…，|Cn（A）|中的最小值．

（1）如表 A，求 K（A）的值；

1	1	﹣0.8
0.1	﹣0.3	﹣1

（2）设数表 A∈S（2，3）形如

1	1	c
a	b	﹣1

求 K（A）的最大值；

（3）给定正整数 t，对于所有的 A∈S（2，2t+1），求 K（A）的最大值．

【考点】F4：进行简单的合情推理；F5：演绎推理．

【专题】16：压轴题；23：新定义；5M：推理和证明．

【分析】（1）根据 r_i（A），C_j（A），定义求出 r_1（A），r_2（A），c_1（A），c_2（A），c_3（A），再根据 K（A）为|r_1（A）|，|R_2（A）|，|R_3（A）|，|C_1（A）|，|C_2（A）|，|C_3（A）|中的最小值，即可求出所求．

（2）先用反证法证明 k（A）≤1，然后证明 k（A）=1 存在即可；

（3）首先构造满足$k(A)=\frac{2t+1}{t+2}$的 A={$a_{i,j}$}（i=1，2，j=1，2，…，2t+1），然后证明$\frac{2t+1}{t+2}$是最大值即可．

【解答】解：（1）由题意可知 r_1（A）=1.2，r_2（A）=﹣1.2，c_1（A）=1.1，c_2（A）=0.7，c_3（A）=﹣1.8

∴K（A）=0.7

（2）先用反证法证明 k（A）≤1：

若 k（A）＞1

则|c_1（A）|=|a+1|=a+1＞1，∴a＞0

同理可知 b＞0，∴a+b＞0

由题目所有数和为 0

即 a+b+c=﹣1

∴c=﹣1﹣a﹣b＜﹣1

与题目条件矛盾

∴k（A）≤1．

易知当 $a=b=0$ 时，$k(A)=1$ 存在

∴$k(A)$ 的最大值为 1

（3）$k(A)$ 的最大值为$\frac{2t+1}{t+2}$.

首先构造满足 $k(A)=\frac{2t+1}{t+2}$的 $A=\{a_{i,j}\}$（$i=1,2$，$j=1,2,\ldots,2t+1$）：

$a_{1,1}=a_{1,2}=\ldots=a_{1,t}=1$，

$a_{1,t+1}=a_{1,t+2}=\ldots=a_{1,2t+1}=-\frac{t-1}{t+2}$，

$a_{2,1}=a_{2,2}=\ldots=a_{2,t}=\frac{t^2+t+1}{t(t+2)}$，

$a_{2,t+1}=a_{2,t+2}=\ldots=a_{2,2t+1}=-1$.

经计算知，A 中每个元素的绝对值都小于 1，所有元素之和为 0，

且$|r_1(A)|=|r_2(A)|=\frac{2t+1}{t+2}$，

$|c_1(A)|=|c_2(A)|=\ldots=|c_t(A)|=1+\frac{t^2+t+1}{t(t+2)}>1+\frac{t+1}{t+2}>\frac{2t+1}{t+2}$，

$|c_{t+1}(A)|=|c_{t+2}(A)|=\ldots=|c_{2t+1}(A)|=1+\frac{t-1}{t+2}=\frac{2t+1}{t+2}$.

下面证明$\frac{2t+1}{t+2}$是最大值．若不然，则存在一个数表 $A\in S(2,2t+1)$，使得 $k(A)=x>\frac{2t+1}{t+2}$.

由 $k(A)$ 的定义知 A 的每一列两个数之和的绝对值都不小于 x，而两个绝对值不超过 1 的数的和，其绝对值不超过 2，故 A 的每一列两个数之和的绝对值都在区间$[x,2]$中．由于 $x>1$，故 A 的每一列两个数符号均与列和的符号相同，且绝对值均不小于 $x-1$.

设 A 中有 g 列的列和为正，有 h 列的列和为负，由对称性不妨设 $g<h$，则 $g\leqslant t$，$h\geqslant t+1$．另外，由对称性不妨设 A 的第一行行和为正，第二行行和为负．

考虑 A 的第一行，由前面结论知 A 的第一行有不超过 t 个正数和不少于 t+1 个负数，每个正数的绝对值不超过 1（即每个正数均不超过 1），每个负数的绝对值不小于 $x-1$（即每个负数均不超过 $1-x$）．因此$|r_1(A)|=r_1(A)\leqslant t\cdot 1+(t+1)(1-x)=2t+1-(t+1)x=x+(2t+1-(t+2)x)<x$，

故 A 的第一行行和的绝对值小于 x，与假设矛盾．因此 $k(A)$ 的最大值为$\frac{2t+1}{t+2}$.

【点评】本题主要考查了进行简单的演绎推理，以及新定义的理解和反证法的应

用，同时考查了分析问题的能力，属于难题．