

## 2017年天津市高考数学试卷（文科）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. （5分）设集合 $A=\{1, 2, 6\}$ ,  $B=\{2, 4\}$ ,  $C=\{1, 2, 3, 4\}$ , 则 $(A \cup B) \cap C$  = ( )

A.  $\{2\}$  B.  $\{1, 2, 4\}$  C.  $\{1, 2, 4, 6\}$  D.  $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

2. （5分）设 $x \in \mathbb{R}$ , 则“ $2 - x \geq 0$ ”是“ $|x - 1| \leq 1$ ”的 ( )

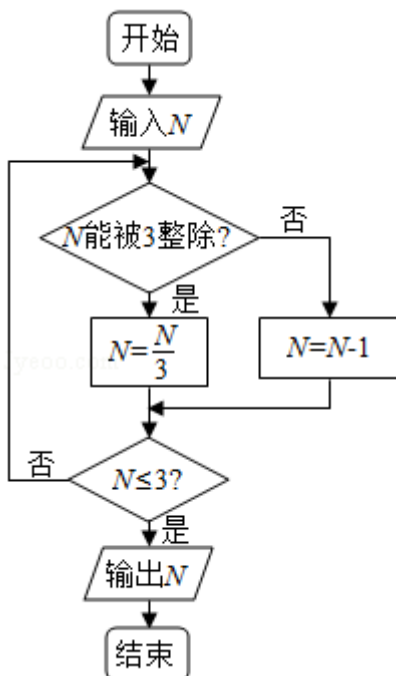
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. （5分）有5支彩笔（除颜色外无差别），颜色分别为红、黄、蓝、绿、紫. 从这5支彩笔中任取2支不同颜色的彩笔，则取出的2支彩笔中含有红色彩笔的概率为 ( )

A.  $\frac{4}{5}$  B.  $\frac{3}{5}$  C.  $\frac{2}{5}$  D.  $\frac{1}{5}$

4. （5分）阅读如图的程序框图，运行相应的程序，若输入N的值为19，则输出N的值为 ( )



A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. （5分）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ) 的右焦点为F, 点A在双曲线

的渐近线上， $\triangle OAF$ 是边长为2的等边三角形（O为原点），则双曲线的方程为（ ）

A.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  B.  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$  C.  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$  D.  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

6. （5分）已知奇函数 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上是增函数. 若 $a = -f(\log_2 \frac{1}{5})$ ,  $b = f(\log_2 4)$ ,  $c = f(2^{0.8})$ , 则 $a, b, c$ 的大小关系为（ ）

A.  $a < b < c$  B.  $b < a < c$  C.  $c < b < a$  D.  $c < a < b$

7. （5分）设函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \phi)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , 其中 $\omega > 0$ ,  $|\phi| < \pi$ . 若 $f(\frac{5\pi}{8}) = 2$ ,  $f(\frac{11\pi}{8}) = 0$ , 且 $f(x)$ 的最小正周期大于 $2\pi$ , 则（ ）

A.  $\omega = \frac{2}{3}$ ,  $\phi = \frac{\pi}{12}$  B.  $\omega = \frac{2}{3}$ ,  $\phi = -\frac{11\pi}{12}$   
C.  $\omega = \frac{1}{3}$ ,  $\phi = -\frac{11\pi}{24}$  D.  $\omega = \frac{1}{3}$ ,  $\phi = \frac{7\pi}{24}$

8. （5分）已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x| + 2, & x < 1 \\ x + \frac{2}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$ , 设 $a \in \mathbb{R}$ , 若关于 $x$ 的不等式 $f(x) \geq |\frac{x}{2} + a|$ 在 $\mathbb{R}$ 上恒成立, 则 $a$ 的取值范围是（ ）

A.  $[-2, 2]$  B.  $[-2\sqrt{3}, 2]$  C.  $[-2, 2\sqrt{3}]$  D.  $[-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

9. （5分）已知 $a \in \mathbb{R}$ ,  $i$ 为虚数单位, 若 $\frac{a-i}{2+i}$ 为实数, 则 $a$ 的值为\_\_\_\_\_.

10. （5分）已知 $a \in \mathbb{R}$ , 设函数 $f(x) = ax - \ln x$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 $l$ , 则 $l$ 在 $y$ 轴上的截距为\_\_\_\_\_.

11. （5分）已知一个正方体的所有顶点在一个球面上, 若这个正方体的表面积为18, 则这个球的体积为\_\_\_\_\_.

12. （5分）设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 $F$ , 准线为 $l$ . 已知点 $C$ 在 $l$ 上, 以 $C$ 为圆心的圆与 $y$ 轴的正半轴相切于点 $A$ . 若 $\angle FAC = 120^\circ$ , 则圆的方程为\_\_\_\_\_.

13. （5分）若 $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $ab > 0$ , 则 $\frac{a^4 + 4b^4 + 1}{ab}$ 的最小值为\_\_\_\_\_.

14. （5分）在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $AC = 2$ . 若 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$  ( $\lambda \in$

R)，且  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = -4$ ，则  $\lambda$  的值为\_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

15. （13分）在 $\triangle ABC$ 中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c．已知 $a\sin A = 4b\sin B$ ， $ac = \sqrt{5}(a^2 - b^2 - c^2)$ ．

（Ⅰ）求 $\cos A$ 的值；

（Ⅱ）求 $\sin(2B - A)$ 的值．

16. （13分）电视台播放甲、乙两套连续剧，每次播放连续剧时，需要播放广告．已知每次播放甲、乙两套连续剧时，连续剧播放时长、广告播放时长、收视人次如下表所示：

	连续剧播放时长（分钟）	广告播放时长（分钟）	收视人次（万）
甲	70	5	60
乙	60	5	25

已知电视台每周安排的甲、乙连续剧的总播放时间不多于600分钟，广告的总播放时间不少于30分钟，且甲连续剧播放的次数不多于乙连续剧播放次数的2倍．分别用x，y表示每周计划播出的甲、乙两套连续剧的次数．

（Ⅰ）用x，y列出满足题目条件的数学关系式，并画出相应的平面区域；

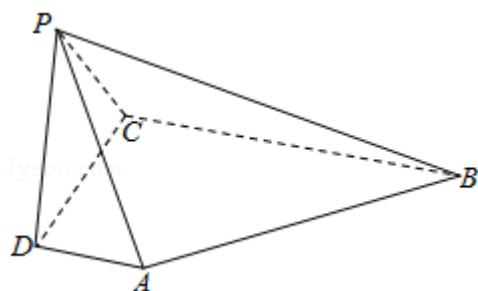
（Ⅱ）问电视台每周播出甲、乙两套连续剧各多少次，才能使总收视人次最多？

17. （13分）如图，在四棱锥P - ABCD中， $AD \perp$ 平面PDC， $AD \parallel BC$ ， $PD \perp PB$ ， $AD=1$ ， $BC=3$ ， $CD=4$ ， $PD=2$ ．

（Ⅰ）求异面直线AP与BC所成角的余弦值；

（Ⅱ）求证： $PD \perp$ 平面PBC；

（Ⅲ）求直线AB与平面PBC所成角的正弦值．



18. (13分) 已知  $\{a_n\}$  为等差数列, 前  $n$  项和为  $S_n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ),  $\{b_n\}$  是首项为 2 的等比数列, 且公比大于 0,  $b_2 + b_3 = 12$ ,  $b_3 = a_4 - 2a_1$ ,  $S_{11} = 11b_4$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式;

(II) 求数列  $\{a_{2n}b_n\}$  的前  $n$  项和 ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

19. (14分) 设  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $|a| \leq 1$ . 已知函数  $f(x) = x^3 - 6x^2 - 3a(a-4)x + b$ ,  $g(x) = e^x f(x)$ .

(I) 求  $f(x)$  的单调区间;

(II) 已知函数  $y = g(x)$  和  $y = e^x$  的图象在公共点  $(x_0, y_0)$  处有相同的切线,

(i) 求证:  $f(x)$  在  $x = x_0$  处的导数等于 0;

(ii) 若关于  $x$  的不等式  $g(x) \leq e^x$  在区间  $[x_0 - 1, x_0 + 1]$  上恒成立, 求  $b$  的取值范围.

20. (14分) 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左焦点为  $F(-c, 0)$ , 右顶点为  $A$ , 点  $E$  的坐标为  $(0, c)$ ,  $\triangle EFA$  的面积为  $\frac{b^2}{2}$ .

(I) 求椭圆的离心率;

(II) 设点  $Q$  在线段  $AE$  上,  $|FQ| = \frac{3}{2}c$ , 延长线段  $FQ$  与椭圆交于点  $P$ , 点  $M, N$  在  $x$  轴上,  $PM \parallel QN$ , 且直线  $PM$  与直线  $QN$  间的距离为  $c$ , 四边形  $PQNM$  的面积为  $3c$ .

(i) 求直线  $FP$  的斜率;

(ii) 求椭圆的方程.