

## 2015年广东省高考数学试卷（文科）

一、选择题（共10小题，每小题5分，满分50分）2015年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）数学（文科）

1. （5分）（2015•广东）若集合 $M=\{-1, 1\}$ ， $N=\{-2, 1, 0\}$ 则 $M \cap N=$ （ ）

A.  $\{0, -1\}$  B.  $\{0\}$  C.  $\{1\}$  D.  $\{-1, 1\}$

2. （5分）（2015•广东）已知 $i$ 是虚数单位，则复数 $(1+i)^2=$ （ ）

A.  $2i$  B.  $-2i$  C.  $2$  D.  $-2$

3. （5分）（2015•广东）下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是（ ）

A.  $y=x+\sin 2x$  B.  $y=x^2-\cos x$  C.  $y=2^x+\frac{1}{2^x}$  D.  $y=x^2+\sin x$

4. （5分）（2015•广东）若变量 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \leq 2 \\ x+y \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$ ，则 $z=2x+3y$ 的最大值为（ ）

A. 2 B. 5 C. 8 D. 10

5. （5分）（2015•广东）设 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ . 若 $a=2, c=2\sqrt{3}$ ,  $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ . 且 $b < c$ , 则 $b=$ （ ）

A. 3 B.  $2\sqrt{2}$  C. 2 D.  $\sqrt{3}$

6. （5分）（2015•广东）若直线 $l_1$ 和 $l_2$ 是异面直线， $l_1$ 在平面 $\alpha$ 内， $l_2$ 在平面 $\beta$ 内， $l$ 是平面 $\alpha$ 与平面 $\beta$ 的交线，则下列命题正确的是（ ）

A.  $l$ 与 $l_1, l_2$ 都不相交 B.  $l$ 与 $l_1, l_2$ 都相交

C.  $l$ 至多与 $l_1, l_2$ 中的一条相交 D.  $l$ 至少与 $l_1, l_2$ 中的一条相交

7. （5分）（2015•广东）已知5件产品中有2件次品，其余为合格品. 现从这5件产品中任取2件，恰有一件次品的概率为（ ）

A. 0.4 B. 0.6 C. 0.8 D. 1

8. （5分）（2015•广东）已知椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{m^2}=1$  ( $m>0$ )

的左焦点为 $F_1(-4, 0)$ ，则 $m=$ （ ）

A. 2 B. 3 C. 4 D. 9

9. （5分）（2015•广东）在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知四边形

$ABCD$ 是平行四边形， $\overrightarrow{AB}=(1, -2)$ ， $\overrightarrow{AD}=(2, 1)$ 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC}=$ （ ）

A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

10. （5分）（2015•广东）若集合 $E=\{(p, q, r, s) | 0 \leq p < s \leq 4, 0 \leq q < s \leq 4, 0 \leq r < s \leq 4 \text{ 且 } p, q, r, s \in \mathbb{N}\}$ ， $F=\{(t, u, v, w) | 0 \leq t < u \leq 4, 0 \leq v < w \leq 4 \text{ 且 } t, u, v, w \in \mathbb{N}\}$ ，用 $\text{card}(X)$ 表示集合 $X$ 中的元素个数，则 $\text{card}(E)+\text{card}(F)=$ （ ）

A. 200 B. 150 C. 100 D. 50

二、填空题（共3小题，考生作答4小题，每小题5分，满分15分）（一）必做题（11~13题）

11. （5分）（2015•广东）不等式  $-x^2 - 3x + 4 > 0$  的解集为\_\_\_\_\_。（用区间表示）

12. （5分）（2015•广东）已知样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的均值  $\bar{x} = 5$ ，则样本数据  $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$  的均值为\_\_\_\_\_。

13. （5分）（2015•广东）若三个正数  $a, b, c$  成等比数列，其中  $a = 5 + 2\sqrt{6}$ ， $c = 5 - 2\sqrt{6}$ ，则  $b =$ \_\_\_\_\_。

坐标系与参数方程选做题

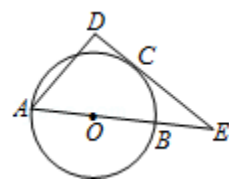
14. （5分）（2015•广东）在平面直角坐标系  $xOy$  中，以原点  $O$  为极点， $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系。曲线  $C_1$  的极坐标方程为  $\rho(\cos\theta + \sin\theta) = -2$ ，曲线  $C_2$  的参数方程为

$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2\sqrt{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$

，则  $C_1$  与  $C_2$  交点的直角坐标为\_\_\_\_\_。

几何证明选讲选做题

15. （2015•广东）如图， $AB$  为圆  $O$  的直径， $E$  为  $AB$  的延长线上一点，过  $E$  作圆  $O$  的切线，切点为  $C$ ，过  $A$  作直线  $EC$  的垂线，垂足为  $D$ 。若  $AB = 4$ ， $CE = 2\sqrt{3}$ ，则  $AD =$ \_\_\_\_\_。



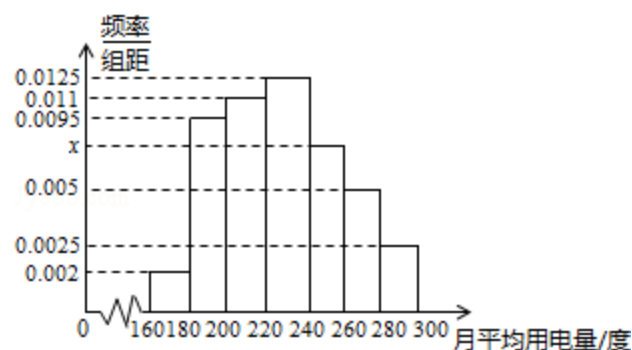
三、解答题（共6小题，满分80分）

16. （12分）（2015•广东）已知  $\tan\alpha = 2$ 。

（1）求  $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$  的值；

（2）求  $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha - 1}$  的值。

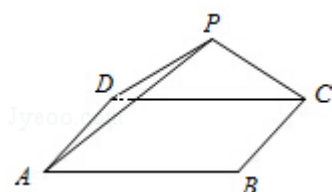
17. （12分）（2015•广东）某城市100户居民的月平均用电量（单位：度），以  $[160, 180)$ ， $[180, 200)$ ， $[200, 220)$ ， $[220, 240)$ ， $[240, 260)$ ， $[260, 280)$ ， $[280, 300)$  分组的频率分布直方图如图。



- (1) 求直方图中x的值；  
 (2) 求月平均用电量的众数和中位数；  
 (3) 在月平均用电量为 $[220, 240)$ ， $[240, 260)$ ， $[260, 280)$ ， $[280, 300)$ 的四组用户中，用分层抽样的方法抽取11户居民，则月平均用电量在 $[220, 240)$ 的用户中应抽取多少户？

18. (14分) (2015•广东) 如图，三角形PDC所在的平面与长方形ABCD所在的平面垂直， $PD=PC=4$ ， $AB=6$ ， $BC=3$ .

- (1) 证明： $BC \parallel$ 平面PDA；  
 (2) 证明： $BC \perp PD$ ；  
 (3) 求点C到平面PDA的距离.



19. (14分) (2015•广东) 设数列

$\{a_n\}$ 的前n项和为 $S_n$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ . 已知 $a_1=1$ ， $a_2=\frac{3}{2}$ ， $a_3=\frac{5}{4}$ ，且当 $n \geq 2$ 时， $4S_{n+2}+5S_n=8S_{n+1}+S_{n-1}$ .

- (1) 求 $a_4$ 的值；  
 (2) 证明： $\{a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n\}$ 为等比数列；  
 (3) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.  
 20. (14分) (2015•广东) 已知过原点的动直线l与圆 $C_1: x^2+y^2-6x+5=0$ 相交于不同的两点A, B.  
 (1) 求圆 $C_1$ 的圆心坐标；  
 (2) 求线段AB的中点M的轨迹C的方程；  
 (3) 是否存在实数k，使得直线L:  $y=k(x-4)$ 与曲线C只有一个交点？若存在，求出k的取值范围；若不存在，说明理由.  
 21. (14分) (2015•广东) 设a为实数，函数 $f(x) = (x-a)^2 + |x-a| - a(a-1)$ .  
 (1) 若 $f(0) \leq 1$ ，求a的取值范围；  
 (2) 讨论 $f(x)$ 的单调性；  
 (3) 当 $a \geq 2$ 时，讨论 $f(x) + \frac{4}{x}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内的零点个数.