

2014年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标 I）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. （5分）已知集合 $M=\{x \mid -1 < x < 3\}$ ， $N=\{x \mid -2 < x < 1\}$ ，则 $M \cap N =$ （ ）
A. $(-2, 1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(1, 3)$ D. $(-2, 3)$

2. （5分）若 $\tan \alpha > 0$ ，则（ ）
A. $\sin \alpha > 0$ B. $\cos \alpha > 0$ C. $\sin 2\alpha > 0$ D. $\cos 2\alpha > 0$

3. （5分）设 $z = \frac{1}{1+i} + i$ ，则 $|z| =$ （ ）
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 2

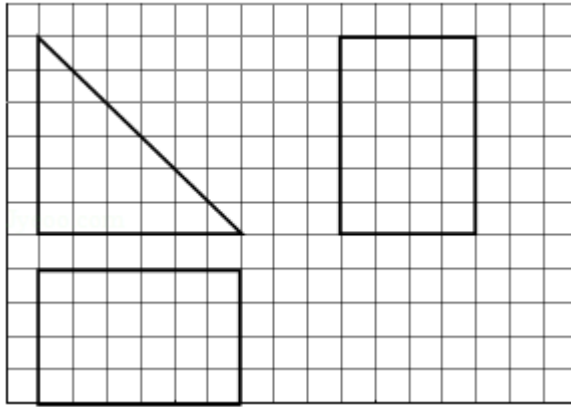
4. （5分）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{3} = 1$ ($a > 0$) 的离心率为2，则实数 $a =$ （ ）
A. 2 B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. 1

5. （5分）设函数 $f(x)$ ， $g(x)$ 的定义域都为 \mathbb{R} ，且 $f(x)$ 是奇函数， $g(x)$ 是偶函数，则下列结论正确的是（ ）
A. $f(x) \cdot g(x)$ 是偶函数 B. $|f(x)| \cdot g(x)$ 是奇函数
C. $f(x) \cdot |g(x)|$ 是奇函数 D. $|f(x) \cdot g(x)|$ 是奇函数

6. （5分）设D，E，F分别为 $\triangle ABC$ 的三边BC，CA，AB的中点，则 $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{FC} =$ （ ）
A. \overrightarrow{AD} B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ C. \overrightarrow{BC} D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

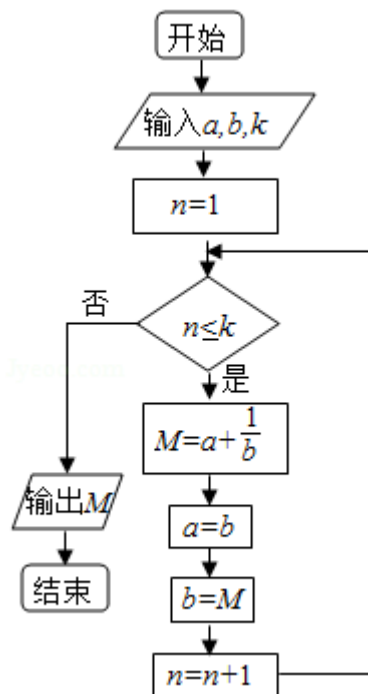
7. （5分）在函数① $y = \cos |2x|$ ，② $y = |\cos x|$ ，③ $y = \cos(2x + \frac{\pi}{6})$ ，④ $y = \tan(2x - \frac{\pi}{4})$ 中，最小正周期为 π 的所有函数为（ ）
A. ①②③ B. ①③④ C. ②④ D. ①③

8. （5分）如图，网格纸的各小格都是正方形，粗实线画出的是一个几何体的三视图，则这个几何体是（ ）



- A. 三棱锥 B. 三棱柱 C. 四棱锥 D. 四棱柱

9. (5分) 执行如图的程序框图, 若输入的 a, b, k 分别为1, 2, 3, 则输出的 $M = (\quad)$



- A. $\frac{20}{3}$ B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{15}{8}$

10. (5分) 已知抛物线 $C: y^2 = x$ 的焦点为 F , $A(x_0, y_0)$ 是 C 上一点, $AF = |\frac{5}{4}x_0|$, 则 $x_0 = (\quad)$

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

11. (5分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq a \\ x-y \leq -1 \end{cases}$ 且 $z = x + ay$ 的最小值为7, 则 $a = (\quad)$

- A. -5 B. 3 C. -5或3 D. 5或-3

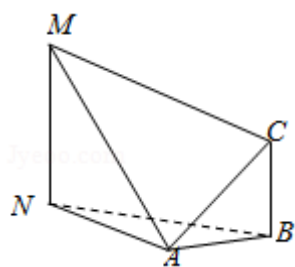
12. (5分) 已知函数 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 1$, 若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0 , 且 $x_0 > 0$, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(1, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(-\infty, -2)$

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分

13. (5分) 将2本不同的数学书和1本语文书在书架上随机排成一行，则2本数学书相邻的概率为_____.
14. (5分) 甲、乙、丙三位同学被问到是否去过A, B, C三个城市时，
甲说：我去过的城市比乙多，但没去过B城市；
乙说：我没去过C城市；
丙说：我们三人去过同一城市；
由此可判断乙去过的城市为_____.

15. (5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & x < 1 \\ \frac{1}{x^3}, & x \geq 1 \end{cases}$, 则使得 $f(x) \leq 2$ 成立的 x 的取值范围是_____.

16. (5分) 如图，为测量山高MN，选择A和另一座的山顶C为测量观测点，从A点测得M点的仰角 $\angle MAN = 60^\circ$, C点的仰角 $\angle CAB = 45^\circ$ 以及 $\angle MAC = 75^\circ$ ；从C点测得 $\angle MCA = 60^\circ$, 已知山高BC=100m, 则山高MN=_____m.



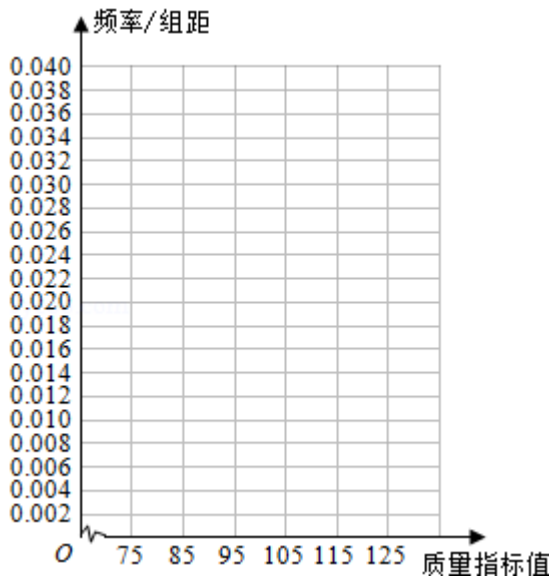
三、解答题：解答应写出文字说明．证明过程或演算步骤

17. (12分) 已知 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列， a_2, a_4 是方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根.
- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 求数列 $\{\frac{a_n}{2^n}\}$ 的前 n 项和.

18. （12分）从某企业生产的产品中抽取100件，测量这些产品的一项质量指标值，由测量结果得如下频数分布表：

质量指标值分组	[75， 85)	[85， 95)	[95， 105)	[105， 115)	[115， 125)
频数	6	26	38	22	8

（1）在表格中作出这些数据的频率分布直方图；

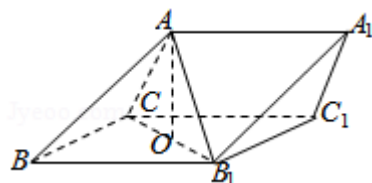


- （2）估计这种产品质量指标的平均数及方差（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；
- （3）根据以上抽样调查数据，能否认为该企业生产的这种产品符合“质量指标值不低于95的产品至少要占全部产品80%”的规定？

19. (12分) 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BB_1C_1C 为菱形, B_1C 的中点为 O , 且 $AO \perp$ 平面 BB_1C_1C .

(1) 证明: $B_1C \perp AB$;

(2) 若 $AC \perp AB_1$, $\angle CBB_1 = 60^\circ$, $BC = 1$, 求三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的高.



20. (12分) 已知点 $P(2, 2)$, 圆 $C: x^2 + y^2 - 8y = 0$, 过点 P 的动直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 M , O 为坐标原点.

(1) 求 M 的轨迹方程;

(2) 当 $|OP| = |OM|$ 时, 求 l 的方程及 $\triangle POM$ 的面积.

21. (12分) 设函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1-a}{2}x^2 - bx$ ($a \neq 1$), 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为0,

(1) 求 b ;

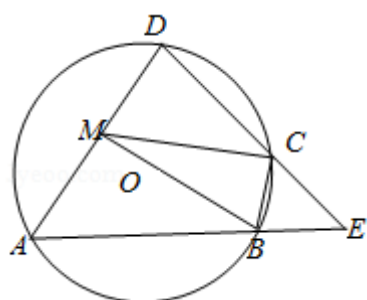
(2) 若存在 $x_0 \geq 1$, 使得 $f(x_0) < \frac{a}{a-1}$, 求 a 的取值范围.

请考生在第22，23，24题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。
【选修4-1：几何证明选讲】

22. (10分) 如图，四边形ABCD是 $\odot O$ 的内接四边形，AB的延长线与DC的延长线交于点E，且CB=CE.

(I) 证明： $\angle D = \angle E$;

(II) 设AD不是 $\odot O$ 的直径，AD的中点为M，且MB=MC，证明： $\triangle ADE$ 为等边三角形.



【选修4-4：坐标系与参数方程】

23. 已知曲线C: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, 直线l: $\begin{cases} x=2+t \\ y=2-2t \end{cases}$ (t为参数)

(I) 写出曲线C的参数方程，直线l的普通方程.

(II) 过曲线C上任意一点P作与l夹角为 30° 的直线，交l于点A，求|PA|的最大值与最小值.

【选修4-5：不等式选讲】

24. 若 $a > 0$, $b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \sqrt{ab}$.

(I) 求 $a^3 + b^3$ 的最小值;

(II) 是否存在 a, b , 使得 $2a + 3b = 6$? 并说明理由.