

# 2014 年普通高等学校招生全国统一考试 (江西卷)

## 数学 (文科)

### 一、选择题：

1. 若复数  $z$  满足  $z(1+i) = 2i$  ( $i$  为虚数单位), 则  $|z| = (\quad)$

- A.1      B.2      C. $\sqrt{2}$       D. $\sqrt{3}$

2. 设全集为  $R$ , 集合  $A = \{x | x^2 - 9 < 0\}$ ,  $B = \{x | -1 < x \leq 5\}$ , 则  $A \cap (C_R B) = (\quad)$

- A.  $(-3, 0)$       B.  $(-3, -1)$       C.  $(-3, -1]$       D.  $(-3, 3)$

3. 掷两颗均匀的骰子, 则点数之和为 5 的概率等于 (\quad)

- A.  $\frac{1}{18}$       B.  $\frac{1}{9}$       C.  $\frac{1}{6}$       D.  $\frac{1}{12}$

4. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} a \cdot 2^x, & x \geq 0 \\ 2^{-x}, & x < 0 \end{cases}$  ( $a \in R$ ), 若  $f[f(-1)] = 1$ , 则  $a = (\quad)$

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{2}$       C. 1      D. 2

5. 在  $\Delta ABC$  中, 内角 A,B,C 所对应的边分别为  $a, b, c$ , , 若  $3a = 2b$ , 则  $\frac{2\sin^2 B - \sin^2 A}{\sin^2 A}$  的值为 (\quad)

- A.  $-\frac{1}{9}$       B.  $\frac{1}{3}$       C. 1      D.  $\frac{7}{2}$

6. 下列叙述中正确的是 (\quad)

A. 若  $a, b, c \in R$ , 则 " $ax^2 + bx + c \geq 0$ " 的充分条件是 " $b^2 - 4ac \leq 0$ "

B. 若  $a, b, c \in R$ , 则 " $ab^2 > cb^2$ " 的充要条件是 " $a > c$ "

C. 命题 “对任意  $x \in R$ , 有  $x^2 \geq 0$ ” 的否定是 “存在  $x \in R$ , 有  $x^2 \geq 0$ ”

D.  $l$  是一条直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 若  $l \perp \alpha, l \perp \beta$ , 则  $\alpha // \beta$

7. 某人研究中学生的性别与成绩、视力、智商、阅读量这 4 个变量之间的关系, 随机抽查 52 名中学生, 得到统计数据如表 1 至表 4, 这与性别有关联的可能性最大的变量是 (\quad)

表 1	不及格	及格	总计
男	6	14	20

女	10	22	32
总计	16	36	52

A.成绩

表 2	不及格	及格	总计
男	4	16	20
女	12	20	32
总计	16	36	52

B.视力

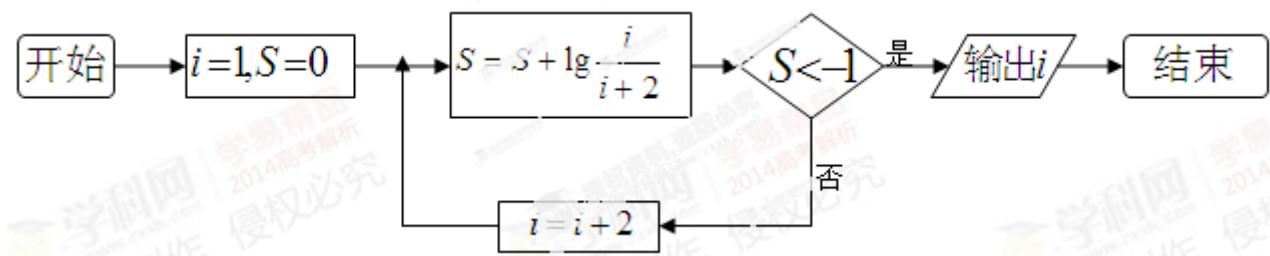
表 3	不及格	及格	总计
男	8	12	20
女	8	24	32
总计	16	36	52

C.智商

表 4	不及格	及格	总计
男	14	6	20
女	2	30	32
总计	16	36	52

D.阅读量

8. 阅读如下程序框图，运行相应的程序，则程序运行后输出的结果为（ ）



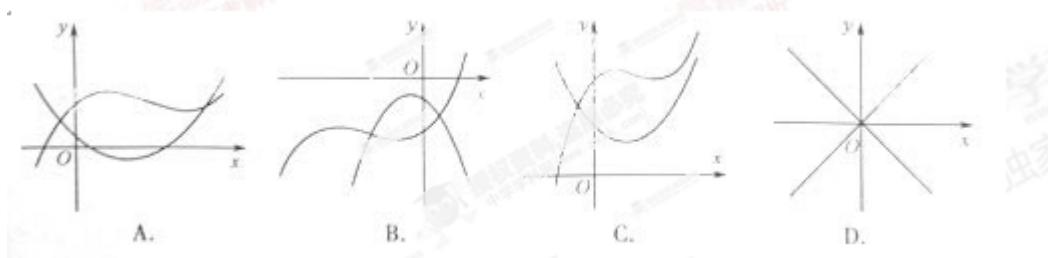
- A.7      B.9      C.10      D.11

9. 过双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的右顶点作  $x$  轴的垂线与  $C$  的一条渐近线相交于  $A$ . 若以  $C$  的右焦点为圆心、半径为 4 的圆经过  $A$ 、 $O$  两点 ( $O$  为坐标原点)，则双曲线  $C$  的方程为（ ）

- A.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$       B.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$       C.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$       D.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

A.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$       B.  $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1$       C.  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$       D.  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

10. 在同一直角坐标系中，函数  $y = ax^2 - x + \frac{a}{2}$  与  $y = a^2x^3 - 2ax^2 + x + a (a \in R)$  的图像不可能的是（ ）



## 二、填空题：

11. 若曲线  $y = x \ln x$  上点  $P$  处的切线平行于直线  $2x - y + 1 = 0$ , 则点  $P$  的坐标是\_\_\_\_\_.

12. 已知单位向量  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  的夹角为  $\alpha$ , 且  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ , 若向量  $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$ , 则  $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 7$ , 公差为  $d$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 当且仅当  $n = 8$  时  $S_n$  取最大值, 则  $d$  的取值范围\_\_\_\_\_.

14. 设椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左右焦点为  $F_1, F_2$ , 作  $F_2$  作  $x$  轴的垂线与  $C$  交于  $A, B$  两点,  $F_1B$  与  $y$  轴交于点  $D$ , 若  $AD \perp F_1B$ , 则椭圆  $C$  的离心率等于\_\_\_\_\_.

15.  $x, y \in R$ , 若  $|x| + |y| + |x-1| + |y-1| \leq 2$ , 则  $x+y$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

16. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = (a + 2\cos^2 x)\cos(2x + \theta)$  为奇函数, 且  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ , 其中  $a \in R, \theta \in (0, \pi)$ .

(1) 求  $a, \theta$  的值;

(2) 若  $f\left(\frac{\alpha}{4}\right) = -\frac{2}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , 求  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$  的值.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$ ,  $n \in N^*$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 证明: 对任意  $n > 1$ , 都有  $m \in N^*$ , 使得  $a_1, a_n, a_m$  成等比数列.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = (4x^2 + 4ax + a^2)\sqrt{x}$ , 其中  $a < 0$ .

(1) 当  $a = -4$  时, 求  $f(x)$  的单调递增区间;

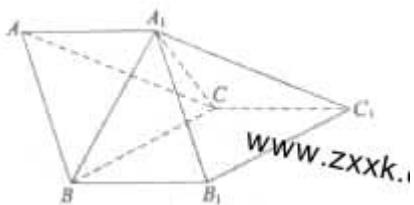
(2) 若  $f(x)$  在区间  $[1, 4]$  上的最小值为 8, 求  $a$  的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 \perp BC, A_1B \perp BB_1$ .

(1) 求证:  $A_1C_1 \perp CC_1$ ;

(2) 若  $AB = 2, AC = \sqrt{3}, BC = \sqrt{7}$ , 问  $AA_1$  为何值时, 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  体积最大, 并求此最大值。



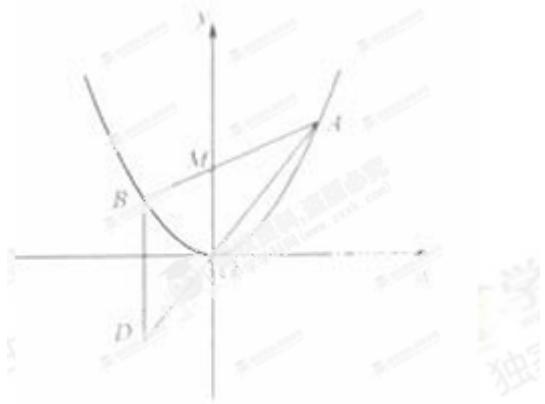
20. (本小题满分 13 分)

如图, 已知抛物线  $C: x^2 = 4y$ , 过点  $M(0, 2)$  任作一直线与  $C$  相交于  $A, B$  两点, 过点  $B$  作  $y$  轴的平行线与直线  $AO$  相交于点  $D$  ( $O$  为坐标原点).

(1) 证明: 动点  $D$  在定直线上;

(2) 作  $C$  的任意一条切线  $l$  (不含  $x$  轴) 与直线  $y = 2$  相交于点  $N_1$ , 与 (1) 中的定直线相交于点  $N_2$ ,

证明:  $|MN_2|^2 - |MN_1|^2$  为定值, 并求此定值.



21. (本小题满分 14 分)

将连续正整数  $1, 2, \dots, n (n \in N^*)$  从小到大排列构成一个数  $123\dots n$ ,  $F(n)$  为这个数的位数 (如  $n=12$  时, 此数为  $123456789101112$ , 共有 15 个数字,  $f(12)=15$ ), 现从这个数中随机取一个数字,  $p(n)$  为恰好取到 0 的概率.

(1) 求  $p(100)$ ;

(2) 当  $n \leq 2014$  时, 求  $F(n)$  的表达式;

(3) 令  $g(n)$  为这个数中数字 0 的个数,  $f(n)$  为这个数中数字 9 的个数,  $h(n) = f(n) - g(n)$ ,  
 $S = \{n \mid h(n) = 1, n \leq 100, n \in N^*\}$ , 求当  $n \in S$  时  $p(n)$  的最大值.