2015年高考天津市理科数学真题

一、选择题

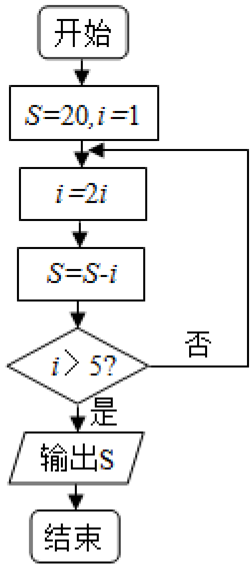
1．已知全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，集合A=$\{2,3,5,6\}$，集合B=$\{1,3,4,6,7\}$，则集合A$\cap$$C_U$B=（　　）

A．$\{2,5\}$　　B．$\{3,6\}$　　C．$\{2,5,6\}$　　D．$\{2,3,5,6,8\}$

2．设变量x,y满足约束条件$\begin{cases} x+2\geq 0. \\ x-y+3\geq 0. \\ 2x+y-3\leq 0. \end{cases}$则目标函数$z=x+6y$的最大值为（　　）

A．3　　B．4　　C．18　　D．40

3．阅读下边的程序框图，运行相应的程序，则输出S的值为（　　）



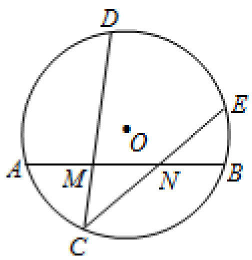
A．-10　　B．6　　C．14　　D．18

4．设$x\in R$，则“$|x-2|<1$”是“$x^2+x-2>0$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．如图，在圆O中，M，N是弦AB的三等分点，弦CD，CE分别经过点M，N，若$CM=2$，$MD=4$，$CN=3$，则线段NE的长为（　　）



A．$\frac{8}{3}$　　B．3　　C．$\frac{10}{3}$　　D．$\frac{5}{2}$

6．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，b$>0$）的一条渐近线过点（$2,\sqrt{3}$），且双曲线的一个焦点在抛物线$y^2=4\sqrt{7}x$的准线上，则双曲线的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{21}-\frac{y^2}{28}=1$　　B．$\frac{x^2}{28}-\frac{y^2}{21}=1$　　C．$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

7．已知定义在R上的函数$f(x)=2^{|x-m|}-1$（m为实数）为偶函数，记$a=f(\log_{0.5}3)$，$b=f(\log_2 5)$，$c=f(2m)$，则a，b，c的大小关系为（　　）

A．a＜b＜c　　B．a＜c＜b　　C．c＜a＜b　　D．c＜b＜a

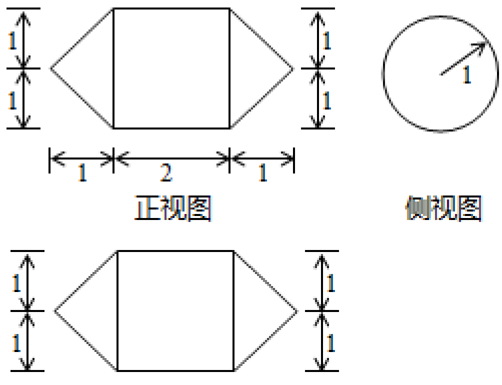
8．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2-|x|, & x\le 2,\\ (x-2)^2, & x>2,\end{cases}$ 函数 $g(x)=b-f(2-x)$，其中 $b\in R$，若函数 $y=f(x)-g(x)$ 恰有 4 个零点，则 b 的取值范围是（　　）

A．$(\frac{7}{4},+\infty)$　　B．$(-\infty,\frac{7}{4})$　　C．$(0,\frac{7}{4})$　　D．$(\frac{7}{4},2)$

二、填空题

9．i 是虚数单位，若复数 $(1-2i)(a+i)$ 是纯虚数，则实数 a 的值为________.

10．一个几何体的三视图如图所示（单位：m），则该几何体的体积为________m^3.



正视图　侧视图　俯视图

11．曲线 $y=x^2$ 与直线 $y=x$ 所围成的封闭图形的面积为________.

12．在 $(x-\frac{1}{4x})^6$ 的展开式中，x^2 的系数为________.

13．在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c．已知 ΔABC 的面积为 $3\sqrt{15}$，$b-c=2,\cos A=-\frac{1}{4}$，则 a 的值为________.

14．在等腰梯形 $ABCD$ 中，已知 $AB//DC,AB=2,BC=1,\angle ABC=60^\circ$。动点 E 和 F 分别在线段 BC 和 DC 上，且 $\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC},\overrightarrow{DF}=\frac{1}{9\lambda}\overrightarrow{DC}$，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的最小值为________.

三、解答题

15．已知函数 $f(\mathrm{x})=\sin^2x-\sin^2(x-\frac{\pi}{6})$，$x\in R$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期；

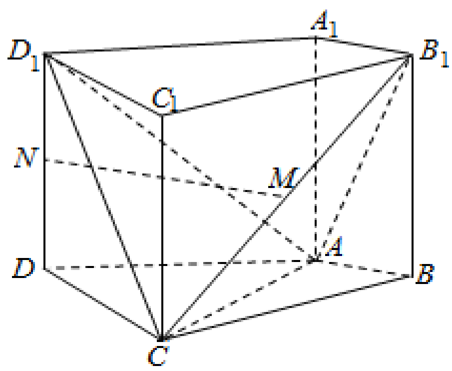
（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}\right]$ 内的最大值和最小值.

16．为推动乒乓球运动的发展，某乒乓球比赛允许不同协会的运动员组队参加。现有来自甲协会的运动员3名，其中种子选手2名；乙协会的运动员5名，其中种子选手3名。从这8名运动员中随机选择4人参加比赛。

（Ⅰ）设A为事件“选出的4人中恰有2名种子选手，且这2名种子选手来自同一个协会”，求事件A发生的概率；

（Ⅱ）设X为选出的4人中种子选手的人数，求随机变量X的分布列和数学期望.

17．如图，在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，侧棱 $A_1A\perp$ 底面 $ABCD$，$AB\perp AC$，$AB=1$，$AC=AA_1=2$，$AD=CD=\sqrt{5}$，且点 M 和 N 分别为 B_1C 和 D_1D 的中点.



（Ⅰ）求证：$MN\parallel$ 平面 $ABCD$；

（Ⅱ）求二面角 D_1-AC-B_1 的正弦值；

（Ⅲ）设 E 为棱 A_1B_1 上的点。若直线 NE 和平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$，求线段 A_1E 的长。

18．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2}=qa_n$（q 为实数，且 $q\neq 1$），$n\in N^*$，$a_1=1$，$a_2=2$，且 a_2+a_1，a_3+a_4，a_4+a_5 成等差数列。

（Ⅰ）求 q 的值和 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\dfrac{\log_2 a_{2n}}{a_{2n-1}}$，$n\in N^*$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

19．已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 $F(-c,0)$，离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，点 M 在椭圆上且位于第一象限，直线 FM 被圆 $x^2+y^2=\dfrac{b^2}{4}$ 截得的线段的长为 c，$|FM|=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

（Ⅰ）求直线 FM 的斜率；

（Ⅱ）求椭圆的方程；

（Ⅲ）设动点 P 在椭圆上，若直线FP的斜率大于 $\sqrt{2}$，求直线 OP （O 为原点）的斜率的取值范围。

20．已知函数 $f(x)=nx-x^n, x\in R,$ 其中 $n\in N^*$，且 $n\geq 2$.

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）设曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴正半轴的交点为 P，曲线在点 P 处的切线方程为 $y=g(x)$，求证：对于任意的正实数 x，都有 $f(x)\leq g(x)$；

（Ⅲ）若关于 x 的方程 $f(x)=a$（a 为实数）有两个正实数根 x_1，x_2，求证：$\left|x_2-x_1\right|<\dfrac{a}{1-n}+2$.