

# 2014年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

## 数学（理科）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合  $M = \{-1, 0, 1\}$ ,  $N = \{0, 1, 2\}$ , 则  $M \cup N =$

- A.  $\{-1, 0, 1\}$       B.  $\{-1, 0, 1, 2\}$       C.  $\{-1, 0, 2\}$       D.  $\{0, 1\}$

2. 已知复数  $Z$  满足  $(3 + 4i)z = 25$ , 则  $Z =$

- A.  $3 - 4i$       B.  $3 + 4i$       C.  $-3 - 4i$       D.  $-3 + 4i$

3. 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$  且  $z = 2x + y$  的最大值和最小值分别为  $m$  和  $n$ , 则  $m - n =$

- A. 8      B. 7      C. 6      D. 5

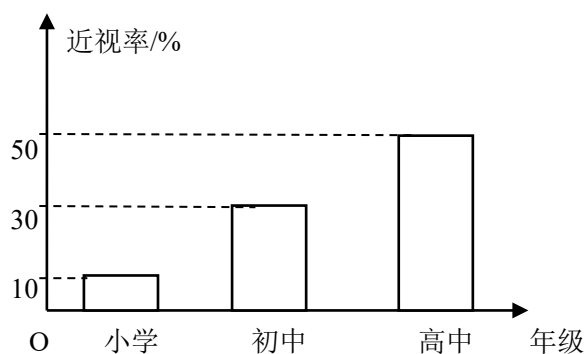
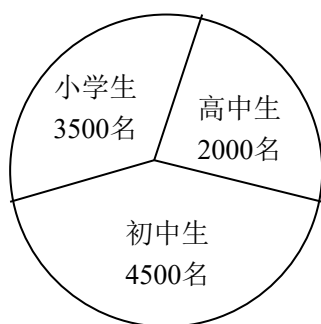
4. 若实数  $k$  满足  $0 < k < 9$ , 则曲线  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9-k} = 1$  与曲线  $\frac{x^2}{25-k} - \frac{y^2}{9} = 1$  的

- A. 离心率相等      B. 虚半轴长相等      C. 实半轴长相等      D. 焦距相等

5. 已知向量  $a = (1, 0, -1)$ , 则下列向量中与  $a$  成  $60^\circ$  夹角的是

- A.  $(-1, 1, 0)$       B.  $(1, -1, 0)$       C.  $(0, -1, 1)$       D.  $(-1, 0, 1)$

6. 已知某地区中小學生人數和近視情況分別如圖1和圖2所示，為了解該地區中小學生的近視形成原因，用分層抽樣的方法抽取2%的學生進行調查，則樣本容量和抽取的高中生近視人數分別是



- A. 200, 20      B. 100, 20

- C. 200, 10      D. 100, 10

7. 若空间中四条两两不同的直线  $l_1, l_2, l_3, l_4$ , 满足  $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3, l_3 \perp l_4$ , 则下面结论一定正确的是

- A.  $l_1 \perp l_4$       B.  $l_1 \parallel l_4$       C.  $l_1, l_4$  既不垂直也不平行      D.  $l_1, l_4$  的位置关系不确定

8. 设集合  $A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) | x_i \in \{-1, 0, 1\}, i = 1, 2, 3, 4, 5\}$ , 那么集合  $A$  中满足条件“

$1 \leq |x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4| + |x_5| \leq 3$ ”的元素个数为

- A. 60      B. 90      C. 120      D. 130

二、填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分．

(一) 必做题 (9~13题)

9. 不等式  $|x - 1| + |x + 2| \geq 5$  的解集为\_\_\_\_\_。

10. 曲线  $y = e^{-5x} + 2$  在点  $(0, 3)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_。

11. 从0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9中任取七个不同的数，则这七个数的中位数是6的概率为\_\_\_\_\_。

12. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对应的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b \cos C + c \cos B = 2b$ , 则  $\frac{a}{b} =$ \_\_\_\_\_。

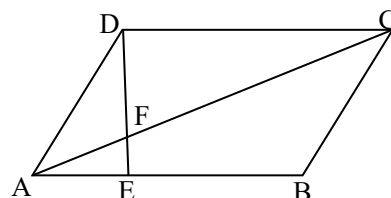
13. 若等比数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数，且  $a_{10}a_{11} + a_9a_{12} = 2e^5$ ，则  $\ln a_1 + \ln a_2 + \cdots + \ln a_{20} =$  \_\_\_\_\_。

（二）选做题（14~15题，考生从中选做一题）

14. （坐标系与参数方程选做题）在极坐标系中，曲线  $C_1$  和  $C_2$  的方程分别为  $\rho \sin^2 \theta = \cos \theta$  和  $\rho \sin \theta = 1$ ，以极点为平面直角坐标系的原点，极轴为  $x$  轴正半轴，建立平面直角坐标系，则曲线  $C_1$  和  $C_2$  交点的直角坐标为\_\_\_\_\_。

15. （几何证明选讲选做题）如图3,在平行四边形  $ABCD$  中，点  $E$  在  $AB$  上且  $EB = 2AE$ ， $AC$  与  $DE$  交于点  $F$ ，则

$\frac{\Delta CDF \text{ 的面积}}{\Delta AEF \text{ 的面积}} =$  \_\_\_\_\_



三、解答题：本大题共6小题，满分80分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．

16. （本小题满分12分）已知函数  $f(x) = A \sin(x + \frac{\pi}{4})$ ,  $x \in R$ ，且  $f(\frac{5}{12}\pi) = \frac{3}{2}$ ，

（1）求  $A$  的值；

（2）若  $f(\theta) + f(-\theta) = \frac{3}{2}$ ， $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，求  $f(\frac{3}{4}\pi - \theta)$ 。

17. （本小题满分13分）随机观测生产某种零件的某工厂25名工人的日加工零件数（单位：件），获得数据如下：30,42,41,36,44,40,37,37,25,45,29,43,31,36,49,34,33,43,38,42,32,34,46,39,36，根据上述数据得到样本的频率分布表如下：

分组	频数	频率
[25,30]	3	0.12
(30,35]	5	0.20
(35,40]	8	0.32
(40,45]	$n_1$	$f_1$
(45,50]	$n_2$	$f_2$

（1）确定样本频率分布表中  $n_1, n_2, f_1$  和  $f_2$  的值；

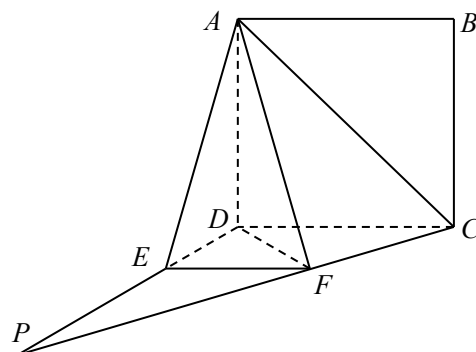
（2）根据上述频率分布表，画出样本频率分布直方图；

（3）根据样本频率分布直方图，求在该厂任取4人，至少有1人的日加工零件数落在区间  $(30,35]$  的概率。

18. (本小题满分13分) 如图4, 四边形  $ABCD$  为正方形,  $PD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $\angle DPC = 30^\circ$ ,  $AF \perp PC$  于点  $F$ ,  $FE \parallel CD$ , 交  $PD$  于点  $E$ .

(1) 证明:  $CF \perp$  平面  $ADF$

(2) 求二面角  $D-AF-E$  的余弦值.



19. (本小题满分14分) 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  和为  $S_n$ , 满足  $S_n = 2na_{n+1} - 3n^2 - 4n, n \in N^*$ , 且  $S_3 = 15$ ,

(1) 求  $a_1, a_2, a_3$  的值;

(2) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

20. (本小题满分14分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的一个焦点为  $(\sqrt{5}, 0)$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ,

(1) 求椭圆  $C$  的标准方程;

(2) 若动点  $P(x_0, y_0)$  为椭圆外一点, 且点  $P$  到椭圆  $C$  的两条切线相互垂直, 求点  $P$  的轨迹方程.

21. (本小题满分14分) 设函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 2x + k)^2 + 2(x^2 + 2x + k) - 3}}$ , 其中  $k < -2$ ,

(1) 求函数  $f(x)$  的定义域  $D$  (用区间表示);

(2) 讨论函数  $f(x)$  在  $D$  上的单调性;

(3) 若  $k < -6$ , 求  $D$  上满足条件  $f(x) > f(1)$  的  $x$  的集合 (用区间表示)。