2014年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)

理科数学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页。

第Ⅰ卷

一、选择题

（本大题共8小题，每小题5分，共40分）在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

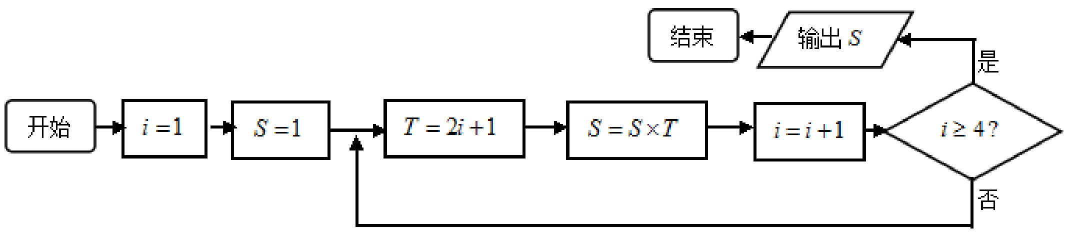
1. i 是虚数单位，复数 $\dfrac{7+i}{3+4i}=$

A. $1-i$　　B. $-1+i$　　C. $\dfrac{17}{25}+\dfrac{31}{25}i$　　D. $-\dfrac{17}{7}+\dfrac{25}{7}i$

2. 设变量 x 、 y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-2\geq 0 \\ x-y-2\leq 0 \\ y\geq 1 \end{cases}$，则目标函数 $z=x+2y$ 的最小值为

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

3. 阅读下边的程序框图，运行相应的程序，输出 S 的值为



A. 15　　B. 105　　C. 245　　D. 945

4. 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-4)$ 的单调递增区间为

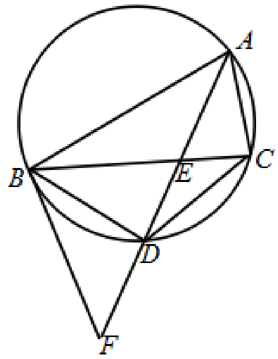
A. $(0，+\infty)$　　B. $(-\infty，0)$　　C. $(2，+\infty)$　　D. $(-\infty，-2)$

5. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$ 的一条渐近线平行于直线 l： $y=2x+10$，双曲线的一个焦点在直线 l 上，则双曲线的方程为

A. $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{20}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{5}=1$

C. $\dfrac{3x^2}{25}-\dfrac{3y^2}{100}=1$　　D. $\dfrac{3x^2}{100}-\dfrac{3y^2}{25}=1$

6. 如图，ΔABC 是圆的内接三角形，$\angle BAC$ 的平分线交圆于点 D，交 BC 于点 E，过点 B 的圆的切线与 AD 的延长线交于点 F，在上述条件下，给出下列四个结论：① BD 平分 $\angle CBF$；② $FB^2=FD\cdot FA$；③ $AE\cdot CE=BE\cdot DE$；④ $AF\cdot BD=AB\cdot BF$. 则所有正确结论的序号是



A. ①②　　　　B. ③④　　　　C. ①②③

D. ①②④

7. 设 a、$b\in R$，则“$a>b$”是“$a|a|>b|b|$”的

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

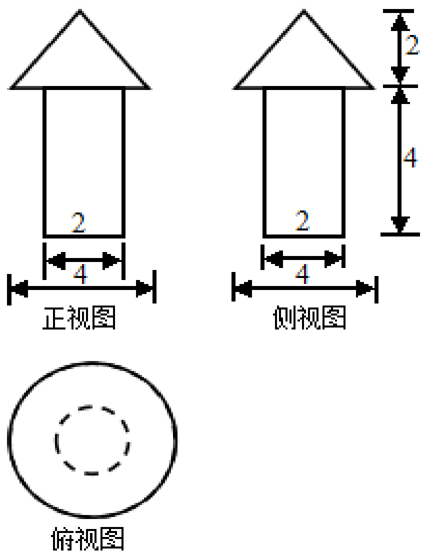
8. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，$\angle BAD=120°$，点 E、F 分别在边 BC、DC 上，$BE=\lambda BC$，$DF=\mu DC$. 若 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=1$，$\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CF}=-\dfrac{2}{3}$，则 $\lambda+\mu=$

A. $\dfrac{1}{2}$　　　　B. $\dfrac{2}{3}$　　　　C. $\dfrac{5}{6}$　　　　D. $\dfrac{7}{12}$

第II卷

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

9. 某大学为了解在校本科生对参加某项社会实践活动的意向，拟采用分层抽样的方法，从该校四个年级的本科生中抽取一个容量为300的样本进行调查. 已知该校一年级、二年级、三年级、四年级的本科生人数之比为 $4:5:5:6$，则应从一年级本科生中抽取_______名学生.



10. 一个几何体的三视图如图所示（单位：m），则该几何体的体积为____________ m^3.

11. 设 $\{a_n\}$ 是首项为 a_1，公差为 -1 的等差数列，S_n 为其前 n 项和，若 S_1、S_2、S_4 成等比数列，则 a_1 的值为_________.

12. 在 ΔABC 中，内角 A、B、C 所对的边分别是 a、b、c. 已知 $b-c=\dfrac{1}{4}a$，$2\sin B=3\sin C$，则 $\cos A$ 的值为____.

13. 在以 O 为极点的极坐标系中，圆 $\rho=4\sin\theta$ 和直线 $\rho\sin\theta=a$ 相交于 A、B 两点. 若 ΔAOB 是等边三角形，则 a 的值为_____________.

14. 已知函数 $f(x)=|x^2+3x|$， $x\in R$. 若方程 $f(x)-a|x-1|=0$ 恰有4个互异的实数根，则实数 a 的取值范围为______________.

三、解答题：本大题共6小题，共80分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. （本小题满分13分）

已知函数 $f(x)=\cos x\sin(x+\dfrac{\pi}{3})-\sqrt{3}\cos^2 x+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$， $x\in R$.

⑴求 $f(x)$ 的最小正周期；

⑵求 $f(x)$ 在闭区间 $[-\dfrac{\pi}{4}，\dfrac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值.

16. （本小题满分13分）

某大学志愿者协会有6名男同学，4名女同学. 在这10名同学中，3名同学来自数学学院，其余7名同学来自物理、化学等其他互不相同的七个学院. 现从这10名同学中随机选取3名同学，到希望小学进行支教活动（每位同学被选到的可能性相同）.

⑴求选出的3名同学是来自互不相同学院的概率；

⑵设 X 为选出的3名同学中女同学的人数，求随机变量 X 的分布列和数学期望.

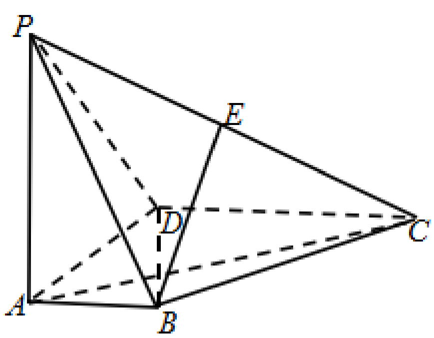
17. （本小题满分13分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA\perp$ 底面 $ABCD$， $AD\perp AB$， $AB//DC$， $AD=DC=AP=2$， $AB=1$，点 E 为棱 PC 的中点.

⑴证明： $BE\perp DC$；

⑵求直线 BE 与平面 PBD 所成角的正弦值；

⑶若 F 为棱 PC 上一点，满足 $BF\perp AC$，求二面角 $F-AB-P$ 的余弦值.



18.（本小题满分13分）

设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，右顶点为$A$，上顶点为$B$．已知$|AB|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}|F_1F_2|$．

⑴求椭圆的离心率；

⑵设P为椭圆上异于其顶点的一点，以线段PB为直径的圆经过点F_1，经过原点O的直线l与该圆相切，求直线l的斜率.

19.（本小题满分14分）

已知q和n均为给定的大于1的自然数，设集合$M=\{0，1，2，...，q-1\}$，集合$A=\{x\,|\,x=x_1+x_2q+...+x_nq^{n-1}，x_i\in M，i=1，2，...，n\}$.

⑴当$q=2$，$n=3$时，用列举法表示集合A；

⑵设s、$t\in A$，$s=a_1+a_2q+...+a_nq^{n-1}$，$t=b_1+b_2q+...+b_nq^{n-1}$，其中$a_i$、$b_i\in M$，$i=1，2，...，n$. 证明：若$a_n<b_n$，则$s<t$.

20.（本小题满分14分）

设$f(x)=x-ae^x(a\in R)$，$x\in R$. 已知函数$y=f(x)$有两个零点x_1，x_2，且$x_1<x_2$.

⑴求a的取值范围；

⑵证明$\dfrac{x_2}{x_1}$随着a的减小而增大；

⑶证明x_1+x_2随着a的减小而增大.