

## TP : Effet Doppler.

L'effet DOPPLER a été mis en évidence au XIX<sup>e</sup> siècle par le physicien autrichien CHRISTIAN DOPPLER qui étudiait la fréquence de la lumière émise par les étoiles. Cette étude va l'entraîner à prendre en compte la vitesse relative de la source par rapport à l'observateur. Cette prise en compte modifie la fréquence de l'onde lumineuse reçue par l'observateur par rapport la fréquence émise par la source : c'est l'effet DOPPLER. Cet effet n'est pas spécifique aux ondes lumineuses, il affecte tous les types d'ondes. Nous allons l'étudier en utilisant des ondes sonores dans le domaine des ultrasons avec une fréquence d'émission de la source  $f_e \simeq 40$  kHz.

L'application sans doute la plus connue de l'effet DOPPLER dans le domaine des ultrasons est l'échographie médicale. Il faut distinguer l'échographie traditionnelle de l'échographie DOPPLER. La première est basée sur la mesure de la durée qui sépare l'émission de la réception ainsi que sur la mesure de l'énergie réfléchie qui sera fonction du type de matériau rencontré lorsque l'onde se propage dans le corps. L'échographie DOPPLER est utilisée lorsque le réflecteur de l'onde est mouvement relatif par rapport à la source. Dans ce cas de figure, la fréquence de l'onde ultrasonore réfléchie ne possède pas la même fréquence que celle de l'onde émise. De la comparaison de ces deux fréquences, on déduit la vitesse du réflecteur. On peut observer de façon non invasive, l'écoulement du sang dans les artères et les veines. Dans ce cas, ce sont les structures relativement grosses comme les globules rouges qui servent de réflecteur. On obtient ainsi une cartographie assez précise des écoulements dans une jambe pour tout ce qui concerne les problèmes de varices.

### 1 Objectifs

Lors de ce TP, nous allons effectuer une expérience qui permettra d'utiliser la loi donnant l'écart de fréquence reçue  $f_r$  par rapport à la fréquence émise  $f_e$  par le transducteur piézoélectrique. Dans le cadre de l'expérience que nous allons réaliser, cette loi donnant l'écart de fréquence est de la forme :

$$f_r = f_e \left( 1 + \frac{2v}{c} \right)$$

où  $v$  est la vitesse d'un réflecteur plan de l'onde ultrasonore et  $c$  la célérité de cette même onde. Dans le cadre du modèle classique de propagation des ondes sonores, la célérité des ondes sonores est donnée par la formule suivante :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_{air}}}$$

où  $T$  est la température de l'air dans lequel se propage l'onde,  $M_{air}$  la masse molaire moyenne de l'air,  $\gamma = c_p/c_v$  le rapport des capacités thermiques (massiques ou molaires) à pression et à volume constant.

On utilisera de la formule de l'effet DOPPLER pour mesurer la vitesse  $v$  de déplacement du réflecteur, en calculant la célérité  $c$  des ondes ultrasonores dans les conditions de la salle de TP.

### 2 Matériel

Le matériel dont nous disposons est donc un GBF traditionnel *Owon*, un émetteur et un récepteur ultrasonore de fréquence nominale  $f_{cent} \simeq 40$  kHz supportant des tensions allant jusqu'à une dizaine de volts. Les mesures seront réalisées à l'aide de la carte d'acquisition *Sysam SP5* qui sera pilotée par le programme *Python* nommé *TP\_Doppler\_AcquisitionElev*. Les figures 1 et 2 vous présentent un panorama du matériel. L'émetteur et le récepteur des ondes ultrasons sont disposés dans le même boîtier en bas du banc. Le réflecteur des ondes est placé sur un chariot installé sur des rails inclinés par rapport à l'horizontale. Son déplacement sous l'effet du poids sera à l'origine de la vitesse  $v$  évoquée dans la loi de l'effet DOPPLER. Nous allons préciser le contexte.

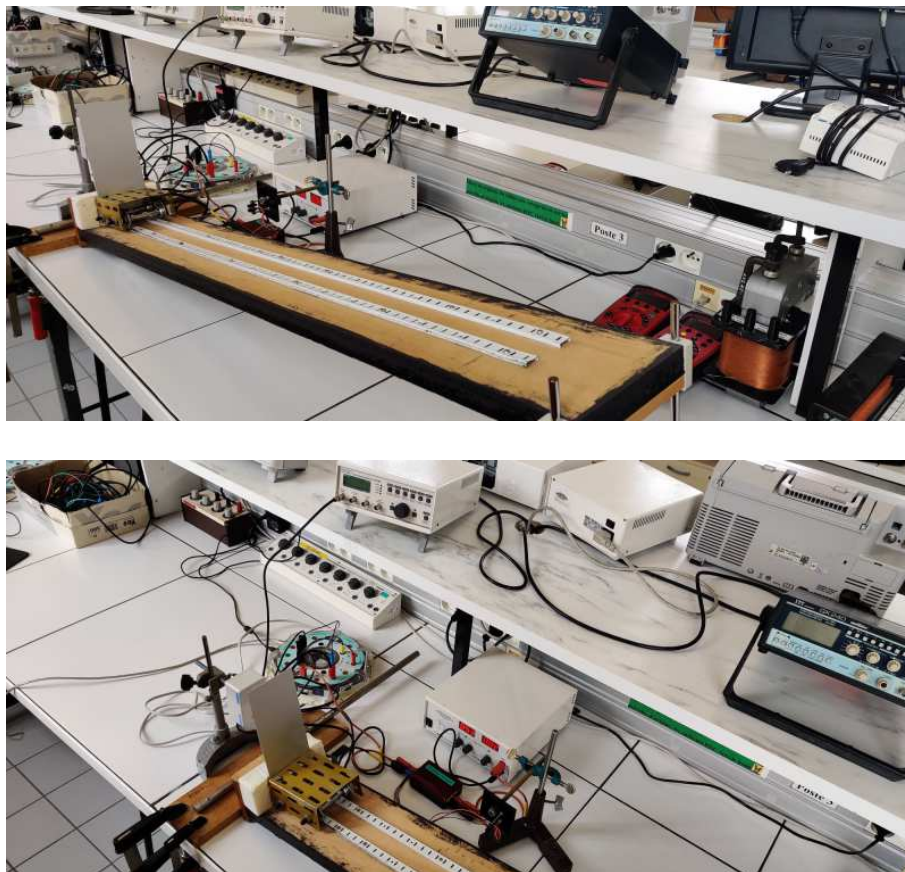


FIGURE 1 – Vue d'ensemble du matériel

Sur la figure 2, on peut voir que le chariot qui roule sur le banc est muni d'une petite pièce métallique d'environ 1 cm de largeur. Cette pièce va venir couper le faisceau lumineux d'une LED installée sur un support placée à côté du banc. C'est ce que l'on appellera la fourche optique. Cet élément matériel est décisif pour la vérification de la loi des fréquences. En effet, la durée de coupure du faisceau lumineux sera repérée par une photodiode placée juste en face de la LED. Nous avons donc accès à la vitesse instantanée du chariot lorsqu'il passe devant l'ensemble LED-photodiode. Il ne reste plus qu'à déclencher l'acquisition des signaux ultrasons à ce moment précis. . . . Le fonctionnement de cet ensemble nécessite un peu d'électronique. La LED et la photodiode fonctionnent grâce à un petit boîtier noir que l'on a mis en évidence sur la photographie de la figure 2. Il est alimenté par une tension de 5 V indépendante de la carte SYSAM SP5 en raison de problèmes de masse. Le signal lumineux enregistré par la photodiode sera transformé en tension et envoyé sur la carte d'acquisition pour la mesure de la vitesse  $v$ . De plus, c'est en programmant une condition sur ce signal que l'on pourra déclencher l'acquisition des signaux permettant d'étudier la relation entre vitesse et fréquence.

En vous reportant à la figure 2, vous verrez certaines zones mises en évidence sur la photographie. L'émetteur ultrasons et le récepteur sont installés au début du banc en hauteur côte à côte orientés en direction du réflecteur. Il est important de remarquer cette disposition des deux transducteurs car cela a des conséquences sur le plan de loi DOPPLER comme vous le comprendrez dans la partie théorique. Le signal envoyé dans l'émetteur par le générateur et le signal capté par le récepteur seront acquis par la carte *Sysam SP5* commandée par le programme *TP\_Doppler\_AcquisitionElev*.

Le programme d'exploitation *Python TP\_Doppler\_Exploitation2Elev* des enregistrements vous est fourni. L'objectif sera de l'utiliser au mieux pour mesurer la vitesse du mobile de deux manières : l'une utilisera le passage de la pièce métallique dans la fourche optique et l'autre la loi de l'effet DOPPLER. On apportera une conclusion en déterminant si les deux mesures sont compatibles.

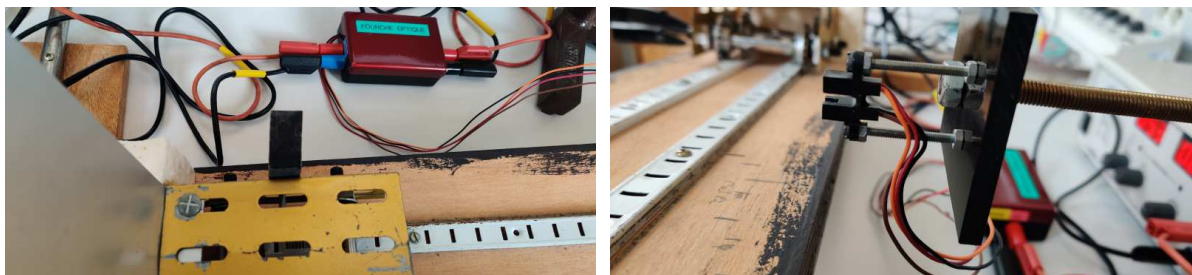


FIGURE 2 – Vue de la pièce métallique qui coupe le faisceau et de la fourche optique

### 3 Aspects théoriques

#### 3.1 Effet Doppler

1. On considère que le mobile se situe à l'abscisse  $x_0$  à la date  $t = 0$  lorsque l'émetteur émet un maximum. Voir le schéma de la figure 3. Montrer que ce maximum atteint le réflecteur à la date  $t_1$  telle que  $ct_1 = x_0 - vt_1$ . En déduire que le maximum est reçu par la récepteur à la date  $t_{r1} = 2t_1$ . On négligera dans ce raisonnement tout effet angulaire lié à la position et à l'extension des transducteurs piézoélectriques.

FIGURE 3 – Réflecteur mobile à la vitesse  $v$ 

2. La période d'émission de l'onde est  $T_e$ . Par conséquent, à la date  $t = T_e$ , un second maximum est émis. Montrer que ce second maximum arrive sur le réflecteur à la date  $t_2$  telle que  $c(t_2 - T_e) = x_0 - vt_2$ . En déduire que le récepteur enregistre le second maximum à la date  $t_{2r} = 2t_2 - T_e$ .

3. Montrer que la période de l'onde perçue par le récepteur est  $T_r = T_e \frac{c-v}{c+v}$ . Dans le cas où  $v \ll c$ , on obtient au premier ordre la loi de l'effet DOPPLER dans le contexte d'un réflecteur qui se rapproche à la fois de l'émetteur et du récepteur :

$$f_r \simeq f_e \left( 1 + 2\frac{v}{c} \right)$$

#### 3.2 Mécanique

Le réflecteur prend de la vitesse car il se déplace sur un rail incliné par rapport à l'horizontale. Nous allons établir l'expression de l'accélération du chariot réflecteur. Nous allons tout d'abord commencer par un problème différent qui correspond au glissement d'un solide sans frottement sur un plan incliné.

##### 3.2.1 Glissement sans frottement

On considère un solide de masse  $M$  qui glisse sans frottement sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal, voir le schéma de la figure 4.

4. Montrer que l'accélération du solide est  $\ddot{x} = g \sin \alpha$ .

5. Quelle relation existe-t-il entre la variation d'énergie cinétique du solide et sa variation d'énergie potentielle ?

##### 3.2.2 Roulement sans glissement

On étudie maintenant un chariot considéré comme un ensemble de 5 solides constitué du châssis et des 4 roues munies de leur axe, voir le schéma de la figure 5. Cet ensemble possède la masse  $M$ . L'ensemble ne peut plus être considéré comme un solide du fait qu'il contient des parties mobiles, les roues en l'occurrence !

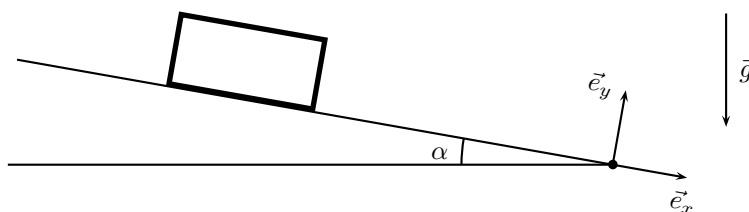


FIGURE 4 – Solide en glissement sans frottement

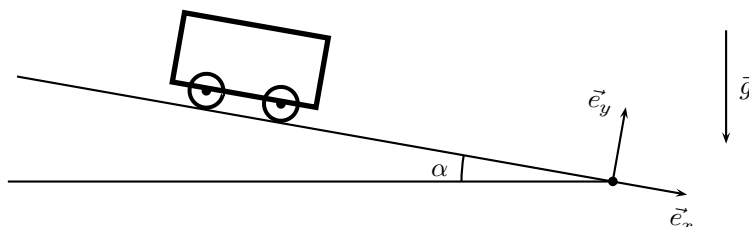


FIGURE 5 – Solide en roulement sans glissement avec frottement

L'étude mécanique du chariot réflecteur qui descend le plan incliné ne figure pas au programme de Physique. Nous pourrions toutefois en comprendre une des principales caractéristiques.

**6.** La mise en rotation des roues est due à la force tangentielle de contact  $\vec{T}$  entre le point de la roue en contact avec le rail du support. Après avoir rappelé la loi de COULOMB du contact entre deux solides caractérisé par un coefficient de frottement  $f$ , représenter sur un schéma l'ensemble des forces agissant sur le système.

**7.** Expliquer qualitativement et simplement le fait que les roues se mettent en rotation. Pourquoi l'existence des frottements est-elle indispensable à la mise en rotation des roues ?

Le modèle réaliste simplifié du mouvement des roues appelé roulement sans glissement impose de considérer que la vitesse d'un point de la périphérie de la roue s'annule au moment où il arrive en contact avec le rail. On parle de non glissement car, à ce moment précis, la vitesse du point de la roue en contact avec le rail est égale à la vitesse du point du rail qui coïncide avec lui. Cette vitesse est nulle car le rail est immobile dans le référentiel du laboratoire. Il est encore possible de traduire d'une façon différente le roulement sans glissement. En effet, dans le cadre du roulement sans glissement, le chariot parcourt le long des rails une distance équivalente au périmètre des roues à chaque tour de roue. Cette situation est très courante, elle est d'ailleurs utilisée pour mesurer la distance parcourue par une voiture (hors utilisation d'un GPS).

**8.** Toujours dans l'hypothèse du roulement sans glissement, donner l'expression de la puissance de toutes les forces extérieures que le chariot subit.

**9.** En déduire que la relation établie à la question **5.** entre la variation d'énergie cinétique et la variation d'énergie potentielle est toujours valide (on suppose que les liaisons pivots sur les axes des roues ne dissipent pas d'énergie).

**10.** Rappeler l'expression de l'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe ? Finalement, de quoi est constituée l'énergie cinétique du chariot ?

**11.** En déduire que, pour une longueur de rails descendue équivalente, la vitesse atteinte par le solide de masse  $M$  est supérieure à la vitesse atteinte par le chariot.

**12.** Sans chercher à déterminer l'expression théorique de  $\varepsilon$ , conclure que l'accélération du chariot est :

$$\ddot{x} = \varepsilon g \sin \alpha \quad \text{avec} \quad \varepsilon < 1$$

**13.** Expliquer que si l'inertie des roues caractérisée par leur masse et leur moment d'inertie est négligeable devant l'inertie du châssis du chariot, alors  $\varepsilon \simeq 1$ .

### 3.3 Traitement du signal ultrason reçu

L'étude de l'émetteur d'ultrasons nous a montré que l'amplitude diminuait assez rapidement avec la distance parcourue depuis l'émetteur jusqu'au récepteur. L'amplitude du signal reçu sera donc relativement petite. Il

faudra l'amplifier avant toute chose. De plus, l'écart relatif de fréquence entre  $f_e$  et  $f_r$  est de l'ordre de  $v/c$ . Cet écart est donc faible puisque  $v \simeq 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  alors que  $c \simeq 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Il est donc difficile de mesurer avec suffisamment de précision  $f_r$  pour établir  $f_r - f_e$ . On procède par une méthode dite de détection synchrone décrite dans les questions suivantes.

**14.** On note  $u_e(t) = A_e \cos(2\pi f_e t + \varphi_e)$  la tension à l'origine de l'onde ultrasonore émise et  $u_r(t) = K A_r \cos(2\pi f_r t + \varphi_r)$  la tension amplifiée correspondant au signal réfléchi par le chariot réflecteur. On effectue le produit de ces deux tensions : calculer  $u_p(t) = \beta u_e(t) u_r(t)$ .

**15.** On envoie en entrée d'un filtre la tension  $u_p(t)$ . Déterminer la nature et les caractéristiques de ce filtre pour obtenir en sortie une tension de la forme :

$$u_s(t) = B_r \cos \left( 2\pi f_e \left( \frac{2v}{c} \right) t + \varphi_r - \varphi_e \right)$$

**16.** Conclure quant à la possibilité d'utilisation de la loi de l'effet DOPPLER pour mesurer une vitesse.

On notera que l'ensemble des opérations de traitement des signaux sera réalisé grâce à un programme *Python* déjà structuré nommé *TP\_Doppler\_Exploitation2Elev*.

## 4 Expériences

### 4.1 Consignes

Lors de vos activités expérimentales en TP, vous devrez systématiquement :

- \* Élaborer un protocole et m'appeler pour que je le valide.
- \* Mettre en œuvre ce protocole et m'appeler pour que j'évalue vos activités.
- \* Communiquer les résultats dans le compte rendu sous forme de descriptions, de tableaux de mesures, de graphiques...
- \* Valider les résultats en comparant les développements théoriques et les résultats expérimentaux en ayant le souci permanent de présenter de façon rigoureuse les résultats avec leur incertitude.
- \* Remettre en fin de séance votre compte-rendu.

Vous serez évalué sur l'ensemble de ces exigences.

### 4.2 Effet Doppler

**17.** Commencer par vérifier le fonctionnement de la fourche optique grâce à un simple voltmètre et organiser dans le programme *TP\_Doppler\_AcquisitionElev*, la condition de déclenchement. Prévoir un prétrig afin d'être sûr d'enregistrer le début du passage du chariot dans la fourche.

**18.** Réaliser les branchements permettant l'acquisition de la tension de la fourche voie EA0, du signal émis voie EA1 et du signal reçu après réflexion sur le réflecteur mobile voie EA2.

**19.** Préciser les caractéristiques de l'acquisition dans le programme *TP\_Doppler\_AcquisitionElev*. On sera très attentif à la définition des paramètres retenus pour l'acquisition des signaux, on veillera à se trouver dans les meilleures conditions possibles et à respecter le critère de SHANNON.

**20.** Pour pouvoir obtenir une mesure probante de la vitesse du chariot, reproduire une dizaine de fois la même expérience décrite ci-dessous.

**21.** Pour chaque enregistrement réalisé, il est produit un fichier CSV qu'il faudra exploiter grâce au programme *TP\_Doppler\_Exploitation2Elev*. Ce dernier fournira un graphique du signal basse fréquence issu du filtrage sur lequel on pourra mesurer sa période par pointage. Sur le graphique fournissant le signal de passage dans la fourche optique, on effectuera aussi un pointage pour obtenir, d'une autre façon, la vitesse du chariot.

**22.** L'exploitation des expériences permettra de conclure par la donnée de deux mesures de la vitesse du mobile. On conclura en déterminant si la mesure  $v_1$  de la vitesse du chariot par le signal fourche et celle  $v_2$  obtenue par effet DOPPLER sont compatibles. On attend une vérification (ou non) du critère de l'écart normalisé (Z-score) :

$$E_{\text{norm}} = \text{Z-score} = \frac{|v_1 - v_2|}{\sqrt{u^2(v_1) + u^2(v_2)}} \leq 2$$

### 4.3 Aspect mécanique

En utilisant la possibilité de mesure de la vitesse du chariot par l'effet DOPPLER ou par l'enregistrement du signal fourche, on tentera de valider l'expression de l'accélération établie dans la partie théorique.

**23.** Rassembler vos mesures en étant attentif à l'incertitude.

**24.** Comparer les mesures et la loi théorique de Mécanique que vous utilisez.

## 5 Pour aller plus loin

Cette partie est facultative. Dans l'étude précédente, nous avons présenté l'effet DOPPLER radial. Par radial, nous entendons que le déplacement du réflecteur s'effectuait selon la direction de l'onde émise et, par conséquent, selon, aussi, la direction de l'onde réfléchi. Nous vous proposons de faire une étude théorique dans un cas un peu plus général. Cette étude est facultative. Elle correspond à celle d'un radar de vitesse. Les radars de vitesse automobile ne sont pas déployés de chaque côté de la route. Le même appareil sert alternativement d'émetteur puis de récepteur, une partie de l'onde électromagnétique infrarouge envoyée revient toujours vers le récepteur. La représentation utilisée à la figure 6 ne change rien sur le plan théorique. Nous continuons d'envisager la situation des ondes ultrasonores.

Le radar de vitesse est présenté sur le schéma de la figure 6. Les valeurs de  $a$  et de  $x_0$  sont de l'ordre de la dizaine de centimètres et on a  $\theta_0 = 45^\circ$ .

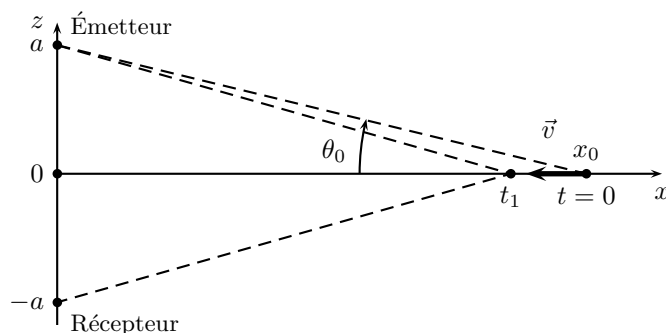


FIGURE 6 – Radar de vitesse

**25.** À la date  $t = 0$ , le mobile se situe à l'abscisse  $x_0$ . À cette même date  $t = 0$ , l'émetteur émet un maximum. Justifier le fait que ce maximum est reçu à une date  $t_1$  par le mobile telle que  $ct_1 = \sqrt{a^2 + (x_0 - vt_1)^2}$ . La période de l'onde ultrasonore est  $T_e$  de l'ordre de  $25 \mu\text{s}$  car sa fréquence  $f_e = 1/T_e \simeq 40 \text{ kHz}$ . On peut ainsi considérer que  $vt_1 \ll x_0$  et  $vt_1 \ll a$ . En effectuant un calcul limité au premier ordre, montrer que  $t_1$  est donné par l'expression :  $t_1 = \frac{\sqrt{a^2 + x_0^2}}{c + v \cos \theta_0}$ . Montrer que le récepteur capte le signal provenant du mobile à la date  $t_{1r} = 2t_1$ .

**26.** L'émetteur émet un second maximum à la date  $T_e$ . Montrer qu'il est reçu par le mobile à la date  $t_2$  telle que  $c(t_2 - T_e) = \sqrt{a^2 + (x_0 - vt_2)^2}$ . En déduire par un calcul de même nature que le précédent que  $t_2 = \frac{cT_e + \sqrt{a^2 + x_0^2}}{c + v \cos \theta_0}$ . Expliquer pourquoi le second maximum est reçu par le récepteur à la date  $t_{2r} = 2t_2 - T_e$ .

**27.** En déduire que la période de l'onde ultrasonore mesurée par le récepteur  $T_r = t_{2r} - t_{1r}$  est différente de la période de l'onde émise et vérifie  $T_r = T_e \frac{c - v \cos \theta_0}{c + v \cos \theta_0}$ . Montrer que compte-tenu du fait que  $v \ll c$ , la fréquence de réception est donnée par :

$$f_r = f_e \left( 1 + \frac{2v}{c} \cos \theta_0 \right)$$