

Exercices : 06 - Ondes lumineuses.

— Solutions —

A. Amplitude de l'onde

1. Dilution de l'énergie

Réponses : $\Delta s = \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rs)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2(rs)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rs)}{\partial t^2}$, $rs = f(t - \frac{r}{c})$ onde divergente, $\frac{dP}{dS} = \alpha \frac{a^2}{r^2} \cos^2(\omega t - kr)$, $\langle P \rangle = 2\pi\alpha a^2$, $\langle E \rangle = 2\pi\alpha a^2 \Delta t$.

2. Puissance lumineuse - Puissance électrique

Réponses : $\Pi = \frac{P_{laser}}{S_{laser}} = 80 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, $E = 175 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $P_{amp} = \Pi 4\pi a^2 = 4 \text{ kW}$, $P_{el} = 100 \text{ kW}$, ampoule traditionnelle $P_{amp} = 100 \text{ W}$.

B. Phase de l'onde

3. Traversée d'une lame à faces parallèles

Réponses : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)e = 2\pi p = (2p+1)\pi = (2p+1)\frac{\pi}{2}$.

4. Surfaces d'onde

Réponses : oui, non, non, $\delta = 2ne \cos r + \frac{\lambda}{2}$.

5. Lames à faces parallèles

Réponses : Le tracé attendu est fourni à la figure 1 (complétée ici avec des notations utilisées ensuite).

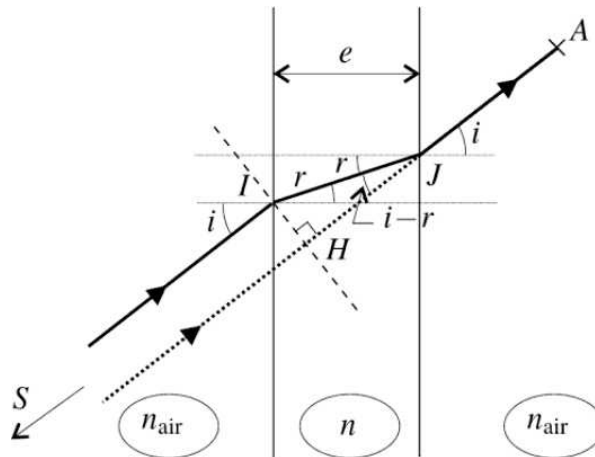


FIGURE 1 – Tracé des parcours de la lumière avec et sans lame de verre

On a exploité le fait qu'en raison des lois de DESCARTES de la réfraction en entrée et en sortie de la lame, les rayons incidents sur celle-ci et émergent ensuite sont obligatoirement parallèles entre eux. Par définition, $\delta = (SIJA) - (SHJA)$. Par théorème de MALUS, $(SI) = (SH)$ donc $\delta = n IJ - n_{\text{air}} HJ$. Il n'y a plus qu'à faire un peu de géométrie. Comme $IJ = \frac{e}{\cos r}$ et $HJ = IJ \cos(i-r)$. Il vient $HJ = e \frac{\cos i \cos r + \sin i \sin r}{\cos r}$. De plus, par loi de DESCARTES, $n_{\text{air}} \sin i = n \sin r$ donc $HJ = e(\cos i + \frac{n \sin^2 r}{n_{\text{air}} \cos r})$. Alors, $\delta = e(n \frac{1 - \sin^2 r}{\cos r} - n_{\text{air}} \cos i)$ soit $\delta = e(n \cos r - n_{\text{air}} \cos i)$. Dans le cas $i = 0$, on a $r = 0$ et la formule précédente donne $\delta = e(n - n_{\text{air}})$, ce qui est tout à fait correct puisque l'on compare alors le cas de la lumière parcourant la distance e dans n avec celui où elle parcourt la même distance dans n_{air} . Si $i \ll 1$, alors $n_{\text{air}} \sin i \simeq n_{\text{air}} i \ll 1$, d'où $n \sin r \ll 1$ et il est légitime de dire que $\sin r \simeq r \ll 1$. Par conséquent, la loi de DESCARTES donne $r \simeq n_{\text{air}} i/n$. Ainsi, par développement à l'ordre 2, $\delta \simeq e(n - n \frac{r^2}{2} - n_{\text{air}} + n_{\text{air}} \frac{i^2}{2})$ soit $\delta = e(n - n_{\text{air}})(1 + \frac{1}{2} \frac{n_{\text{air}}}{n} i^2)$.

6. Traversée d'un prisme

Réponse : oui, $\delta = 0$.

7. Fibre optique à saut d'indice

Réponses : La condition de propagation modale est, en notant φ le retard de phase, $\varphi(H) - \varphi(A) = 2\pi m$ où $m \in \mathbb{N}$. Or $\varphi(H) - \varphi(A) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (AH)$ donc $(AH) = m \lambda_0$. On note qu'il n'y a pas de déphasage supplémentaire à prendre en compte à la réflexion puisque $n_2 < n_1$. On a $(AH) = n_1 (AJ + JH)$ où $AJ = \frac{d}{\cos \theta}$ et $JH = AJ \cos(2\theta) = d \frac{\cos(2\theta)}{\cos \theta}$. Ainsi, $(AH) = 2 n_1 d \cos \theta$. La condition de propagation modale est donc $\cos \theta = m \frac{\lambda_0}{2 n_1 d}$ avec $m \in \mathbb{N}$. Cette condition ne suffit pas ! En effet, il faut aussi qu'il y ait réflexion totale sur chaque dioptré entre le cœur et la gaine (pour ne pas perdre d'énergie dans cette dernière), ce qui impose $\sin \theta > \frac{n_2}{n_1}$ soit $\cos \theta < \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$. La combinaison des deux conditions précédentes donne $0 \leq m \leq \frac{2d}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 107,7$. Le dénombrement élémentaire des valeurs entières correspondant à chaque mode fournit $m = 108$ modes.

8. Effet Doppler et élargissement spectral

Réponses : Commençons par le cas où S s'éloigne de O . On prend pour instant initial le moment où est émis le premier top. Celui-ci est reçu à l'instant $t_1 = S_{t=0}O/c$ par l'observateur. Le deuxième top est émis à T_0 et est reçu à l'instant $t_2 = T_0 + S_{t=T_0}O/c$ donc l'observateur mesure une période $T = t_2 - t_1 = T_0 + \frac{S_{t=T_0}O}{c} - \frac{S_{t=0}O}{c} = T_0(1 + \frac{v}{c})$ car $S_{t=T_0}O - S_{t=0}O = v T_0$. La fréquence ressentie par l'observateur est donc effectivement $f = \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}}$. Dans le cas où S se rapproche de O , $S_{t=T_0}O - S_{t=0}O = -v T_0$ donc le même raisonnement fournit $f = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$. En raison de l'effet DOPPLER dû au mouvement incessant des atomes par rapport à l'observateur, le décalage de fréquence maximal observé est $\Delta f = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} - \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}} \simeq 2 f_0 \frac{v}{c}$ en supposant $v \ll c$ (ce qui est validé par l'application numérique sur v qui va suivre). Il s'agit maintenant d'estimer la vitesse v . Pour ce faire, on peut l'assimiler à la vitesse quadratique moyenne u d'un gaz parfait monoatomique pour lequel l'énergie interne s'écrit $U = \frac{3}{2} n R T = \frac{1}{2} N m_H u^2$ soit $v \simeq u = \sqrt{\frac{3 n R T}{N m_H}} = \sqrt{\frac{3 R T}{M_H}} \simeq 7 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \ll c$. Dans le visible, la fréquence moyenne est de l'ordre de $f_0 \simeq 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ donc $\Delta f = 2 f_0 \frac{v}{c} \simeq 2 \cdot 10^{10} \text{ Hz} \ll f_0$. L'effet DOPPLER ne conduit pas à une perte de monochromaticité importante. On en déduit l'estimation du temps de cohérence $\tau_c \simeq \frac{1}{\Delta f} = 4 \cdot 10^{-11} \text{ s}$ puis la longueur de cohérence $\ell_c = c \tau_c \simeq 1 \text{ cm}$. Les longueurs d'onde par rapport à l'eau s'obtiennent en divisant les longueurs d'onde par rapport au vide par l'indice de l'eau d'environ 1,33. Il vient les longueurs d'onde par rapport à l'eau suivantes : 308 nm, 326 nm, 365 nm et 493 nm. On détermine la couleur des radiations en raisonnant avec les longueurs d'onde par rapport au vide (et surtout pas par appui sur les valeurs numériques précédentes !) : la raie spectrale à 410 nm est violette, celle à 434 nm est bleu violacé, celle à 486 nm est bleu-vert (turquoise) et celle à 656 nm est rouge.

9. Lentille et chemin optique

Réponses : On commence par calculer le chemin optique $L(y)$ introduit par la lentille dans le cadre de l'optique paraxiale de GAUSS. Voir le schéma de la figure 2. $L(y) + (IF') = L(0) + (OF')$ en utilisant le rayon passant par le centre de la lentille qui conjugue aussi l'infini à F' . Pour ce rayon, $L(0) = Ne$, donc $L(y) = Ne + n(f' - \sqrt{y^2 + f'^2})$. Or, dans l'optique de Gauss, $|y| \ll f'$, d'où un premier résultat intéressant $L(y) \simeq Ne - \frac{n y^2}{2 f'}$. Maintenant, on va recalculer $L(y)$ pour le trajet réel du rayon paraxial, en tenant compte de la forme de la lentille. Les notations sont introduites sur la figure 2. On continue de travailler dans les conditions de Gauss donc (QQ') est quasiment parallèle à l'axe optique de la lentille. On note R et R' les rayons des dioptrés sphériques d'entrée et de sortie. Géométriquement, on a donc $L(y) = n QJ + N JJ' + n J'Q' \simeq n SK + N KK' + n K'S'$ soit $L(y) = n SK + N(e - SK - K'S') + n K'S'$ d'où $L(y) = Ne - (N - n)(SK + K'S')$ et $\tan \alpha = \frac{y}{2R - SK} = \frac{SK}{y}$ donc, puisque $SK \ll 2R$, on obtient $SK \simeq \frac{y^2}{2R}$ et, de même, $S'K' \simeq \frac{y^2}{2R'}$. Ainsi, $L(y) = Ne - (N - n)(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}) \frac{y^2}{2}$. Il ne reste qu'à identifier les deux résultats précédents, en posant $R = \overline{SC}$ et $R' = -\overline{S'C'}$. On tire $\frac{1}{f'} = (\frac{N}{n} - 1)(\frac{1}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{S'C'}})$. Cette formule donne accès à la focale f' d'une lentille, en fonction de ses caractéristiques, pour les conditions de GAUSS. On traduit la condition de stigmatisme approché dans l'optique de GAUSS : pour deux points conjugués A et A' , $(AA') = \text{Cte}$ indépendante du rayon considéré. Pour le trajet passant par le centre O de la lentille, et en posant $p = \overline{SA} < 0$ et $p' = \overline{S'A'} > 0$, $(AA') = (AOA') = -np + Ne + np'$. Pour le trajet passant par I , $(AA') = (AIA') = -np \sqrt{1 + \frac{y^2}{p^2}} + L(y) + np' \sqrt{1 + \frac{y^2}{p'^2}}$. Or, $L(y) \simeq Ne - \frac{n y^2}{2 f'}$, donc on arrive en identifiant les expressions de (AA') à $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ ce qu'il fallait démontrer (O étant confondu avec S et S' dans la limite de l'optique de GAUSS des lentilles minces).

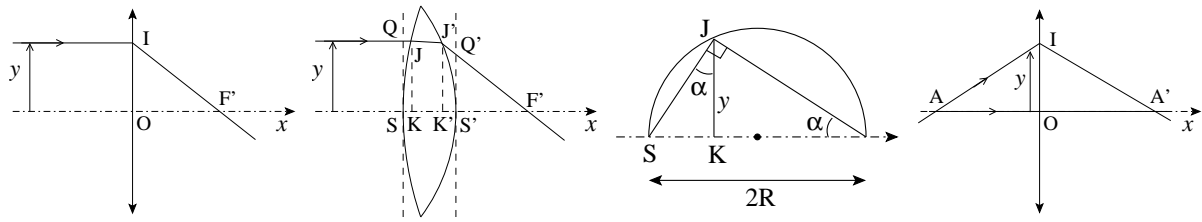


FIGURE 2 – Lentille mince et chemin optique

C. Propagation d'ondes

10. La lentille, transformateur de phase

Réponses : $w_d(r, z) = \frac{A_0}{\sqrt{(z-p)^2 + r^2}} \exp -i \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{(z-p)^2 + r^2}$

$w_d(r, z) = \frac{A_0}{z-p} (1 - \frac{r^2}{2(z-p)^2}) \exp -i \frac{2\pi}{\lambda_0} (z-p) \exp -i \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{r^2}{2(z-p)}$;

$w_c(r, z) = \frac{A_0}{\sqrt{(z-p')^2 + r^2}} \exp -i \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{(z-p')^2 + r^2}$

$w_d(r, z) = \frac{A_0}{p'-z} (1 - \frac{r^2}{2(p'-z)^2}) \exp -i \frac{2\pi}{\lambda_0} (p'-z) \exp -i \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{r^2}{2(p'-z)}$;

t_r mesure le déphasage entre les rayons paraxiaux situés en $r = 0$ et en r ; la partie de la phase de l'onde divergente dépendant de r doit correspondre à la partie de la phase dépendant de r de l'onde convergente déphasée par la traversée de la lentille $\forall r$, $\exp -i \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{r^2}{2(z-p)} \exp -i \frac{2\pi}{\lambda_0} (n-1)(e(r) - e_0) = \exp i \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{r^2}{2(p'-z)}$, $-\frac{r^2}{2(z-p)} + \frac{r^2}{2f'} = \frac{r^2}{2(p'-z)}$ en $z = 0$ $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$, relation de conjugaison traditionnelle.

11. Laser multimodes

Réponses : $L = p \frac{\lambda}{2} = p \frac{\pi c_0}{\omega_p}$, $\omega_p = p \frac{\pi c}{n_0 L}$, $k_p = p \frac{\pi}{L}$, $s_p = s_0 \exp i(\omega_p t - k_p z) = s_0 \exp ip\pi(\frac{c_0 t}{n_0 L} - 1)$, $s_{tot} = s_0 \exp i\varphi \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$ avec $\varphi = \pi(\frac{c_0 t}{n_0 L} - 1)$, T correspond à $\Delta\varphi = 2\pi$ et Δt à $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N}$ d'où $T = \frac{2n_0 L}{c_0}$ et $\Delta t = \frac{T}{N}$, $s(z, t) = s_0 \exp i(\omega t - k_0 z - ik_0 \gamma z) = s_0 \exp k_0 \gamma z \exp i(\omega t - k_0 z)$, $s(L, t) = s_0 \exp k_0 \gamma L \exp i(\omega t - k_0 L)$, $\exp k_0 \gamma L > 1$ d'où $\gamma > 0$, $(1 - \tau) \exp k_0 \gamma L \geq 1$ d'où $\gamma_{min} = \frac{-\ln(1-\tau)}{k_0 L}$.

12. Étude d'une onde gaussienne

Réponses : $\Delta W = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \exp [i(\omega t - kz)] [\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} - k^2 u]$, en négligeant $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ on arrive à $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2ik \frac{\partial u}{\partial z}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \simeq z(1 - \frac{x^2 + y^2}{2z^2}) \simeq z - \frac{x^2 + y^2}{2z}$, non, $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = A(z) [-\frac{ik_0}{q(z)} - \frac{k_0^2 x^2}{q^2(z)}] \exp (-i \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{x^2 + y^2}{2q(z)})$ d'où $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = A(z) [-\frac{2ik_0}{q(z)} - \frac{k_0^2 (x^2 + y^2)}{q^2(z)}] \exp (-i \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{x^2 + y^2}{2q(z)})$, $\frac{\partial w}{\partial z} = [\frac{dA(z)}{dz} + A(z) \frac{ik_0 (x^2 + y^2)}{2q^2(z)} \frac{dq}{dz}] \exp (-i \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{x^2 + y^2}{2q(z)})$, on arrive à $\frac{dq}{dz} = 1$ et $\frac{dA(z)}{dz} = -\frac{A(z)}{q(z)}$, d'où $\frac{dA}{A} + \frac{dq}{q} = 0$, on obtient : $q(z) = q_0 + z - z_0$ et $A(z) = \frac{A_0 q_0}{q(z)}$, par dimension : $q_0 = A_0 q_0$ et $\frac{1}{R(z)} - \frac{2i}{k_0 w^2(z)} = \frac{1}{q(z)}$, d'où en identifiant parties réelles et parties imaginaires $R(z) = (z - z_0)[1 + \frac{Z_R^2}{(z - z_0)^2}]$ et $w^2(z) = \frac{2Z_R}{k_0} [1 + \frac{(z - z_0)^2}{Z_R^2}]$, si $z = z_0$ $R(z)$ diverge, $R(z)$ est le rayon de courbure de la surface d'onde en $z = z_0$, l'onde est plane en $z = z_0$, $w^2(z)$ est la demi-largeur à $1/e$ du faisceau gaussien, il passe par un minimum en $z = z_0$ de valeur $w_0^2 = \frac{\pi Z_R}{\lambda_0}$, la mesure de cette largeur permet de caractériser entièrement le faisceau par la connaissance de Z_R .

D. Diffraction

13. Résolution d'un télescope

Réponses : comme $D \gg \lambda$, l'angle de diffraction est relativement petit. On pourra donc dire que l'angle définissant la tache principale de diffraction (tache d'Airy) est $\theta_d = 1,22 \frac{\lambda}{D}$. Deux points situés sur Terre vont générer deux taches images, on pourra les distinguer si l'angle qui les sépare est $\alpha \geq \theta_d$. Or, l'angle entre les deux est le rapport de la distance d qui les sépare et de la distance Terre-satellite. On a donc $\alpha = \frac{d}{\ell}$ avec $\ell = 200$ km. On peut en déduire que $d \geq 1,22 \frac{\lambda \ell}{D}$. On trouve $d \geq 54$ cm. La bonne réponse est la d).

14. Photons reçus par l'œil

Réponses : la surface de la pupille est $S = \pi \frac{d^2}{4}$, on suppose que les rayons du Soleil qui entrent dans la pupille sont normaux à celle-ci. La puissance reçue est donc $j_{ray} \pi \frac{d^2}{4} \times \eta$ où $\eta = 10^{-5}$ est le taux de transmission du filtre. L'énergie est le produit de la puissance par la durée d'exposition. L'énergie totale reçue par l'œil est donc

$E_{tot} = j_{ray} \pi \frac{d^2}{4} \eta \Delta t$. L'énergie transportée par un photon est $E_1 = \frac{hc}{\lambda}$. Le nombre de photons entrant dans la pupille est donc : $N = \frac{j_{ray} \pi d^2 \eta \Delta t \lambda}{4hc}$. On trouve $N = 4 \times 10^{10}$, cela correspond à la réponse b).

15. Diffraction dans l'eau

Réponse : on sait que pour la diffraction d'une longueur d'onde λ par une fente de taille a , la divergence angulaire du faisceau lumineux sera $\Delta\theta \simeq \frac{\lambda}{a}$. Par conséquent, la taille du maximum principal de diffraction (tache d'Airy) sera proportionnelle à cet angle et donc proportionnel à la longueur d'onde. La longueur d'onde n'est pas une propriété intrinsèque d'une onde - c'est sa fréquence f -, elle dépend du milieu de propagation. Dans l'air assimilé au vide on a $\lambda_0 = \frac{c}{f}$ car l'onde se propage à la vitesse c . Dans l'eau, la vitesse de propagation est $v_{eau} = \frac{c}{n_{eau}} < c$. La longueur d'onde est donc $\lambda = \frac{\lambda_0}{n_{eau}}$. La lumière possède donc une longueur d'onde plus courte dans l'eau que dans le vide. La taille de la figure de diffraction est donc plus large dans l'air que dans l'eau. La bonne réponse est b).

16. Diffraction et mesure de la distance Terre - Lune

Réponses : $\rho \simeq \frac{100a^2}{\alpha^2 d^2} \frac{R^2}{(\lambda/a)^2 d^2} \simeq 4 \times 10^{-19}$; $n_{photons/impulsion} = \frac{E\lambda}{hc} = 8 \times 10^{17}$, 3 impulsions environ; le vecteur d'onde incident est $\vec{k}_i = k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + k_z \vec{e}_z$, la réflexion sur la face Oxy de normale \vec{e}_z entraîne le changement de signe de la composante sur \vec{e}_z , le vecteur d'onde devient $\vec{k}_1 = k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y - k_z \vec{e}_z$, en procédant sur chaque face, on montre bien que $\vec{k}_r = -k_x \vec{e}_x - k_y \vec{e}_y - k_z \vec{e}_z = -\vec{k}_i$.

17. Pouvoir de résolution d'un télescope

Réponses : $E = E_{01} \text{sinc}^2 \frac{\pi R}{\lambda} (\frac{x}{f} + \frac{\theta}{2}) + E_{02} \text{sinc}^2 \frac{\pi R}{\lambda} (\frac{x}{f} - \frac{\theta}{2})$, $\theta > \frac{\lambda}{R}$, il faut des grands rayons pour améliorer le pouvoir de séparation, malgré la limite de la turbulence on prend R grand pour récolter suffisamment d'énergie, $E = E_{01} \text{sinc}^4 \frac{\pi R}{\lambda} (\frac{x}{f} + \frac{\theta}{2}) + E_{02} \text{sinc}^4 \frac{\pi R}{\lambda} (\frac{x}{f} - \frac{\theta}{2})$, on diminue les maxima secondaires, cela permet d'éviter de cacher une étoile de faible luminosité.

18. Radioastronomie

Réponses : $d = f\varepsilon = 0,9 \text{ m}$; $I(x, z) = I_0 \text{sinc}^2 \frac{2\pi ax}{\lambda f} \text{sinc}^2 \frac{2\pi az}{\lambda f}$, remplacer $\frac{z}{f}$ par $\frac{z}{f} \pm \varepsilon$, $\frac{\lambda f}{a} = 6,7 \text{ cm}$; $a_0 = \frac{\lambda}{\varepsilon} \simeq 25 \text{ m}$.

19. Résolution d'un spectroscopie à prisme

Réponses : $D = i + i' - A$, $A = r + r'$, minimum lorsque $i = i'$ et donc $r = r' = \frac{A}{2}$, $\sin i_0 = n_0 \sin \frac{A}{2}$, $i_0 = 60^\circ$ et $D_0 = 60^\circ$, $\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda_0} x (\sin(i'_0 + \varepsilon) - \sin i'_0)$ par rapport au sommet d'abscisse $x = 0$, $\mathcal{E}(\varepsilon) = \mathcal{E}_0 \text{sinc}^2 \frac{\pi a \cos i'_0}{\lambda_0} \varepsilon$, ici $a = b$, au premier ordre $D = D_0 + \frac{dD}{d\lambda} \delta\lambda$, $\frac{dD}{d\lambda} = \frac{dD}{dn} \mathcal{D}$, $\frac{dD}{dn} = \frac{di'}{dn}$ puisque $D = i_0 + i' - A$, $dr + dr' = 0$, $\cos i' di' = dn \sin r' + n \cos r' dr$, $dn \sin r + n \cos r dr = 0$, $\frac{di'}{dn} = \frac{\sin r'}{\cos i' r'} + \frac{\sin r \cos r'}{\cos i' \cos r}$, au minimum de déviation $\frac{di'}{dn} = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\cos i_0}$, $D = D_0 + \mathcal{D} \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\cos i_0} \delta\lambda$, demi-largeur angulaire de diffraction $\frac{\lambda_0}{b \cos i'_0}$ d'où $|\mathcal{D}| \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\cos i_0} |\delta\lambda| \geq \frac{\lambda_0}{b \cos i'_0}$, $\delta\lambda_{min} = \frac{\lambda_0}{b |\mathcal{D}|}$, $\mathcal{R} = b |\mathcal{D}|$, $\mathcal{D} = -1,65 \times 10^{-4} \text{ nm}^{-1}$, $\mathcal{R} = 3300$, résolution de l'ordre de celle d'un réseau mais le prisme a l'avantage d'être beaucoup plus lumineux.

20. Théorème de Babinet

Réponses : $E_1 = K(a \text{sinc} \frac{\pi a X}{\lambda f})^2$ et $E_2 = K(L \text{sinc} \frac{\pi L X}{\lambda f} - a \text{sinc} \frac{\pi a X}{\lambda f})^2$, la figure 3 présente la situation de l'éclairement pour $L \simeq 13a$, on constate la *similitude* des courbes d'éclairement sauf au centre où il s'annule.

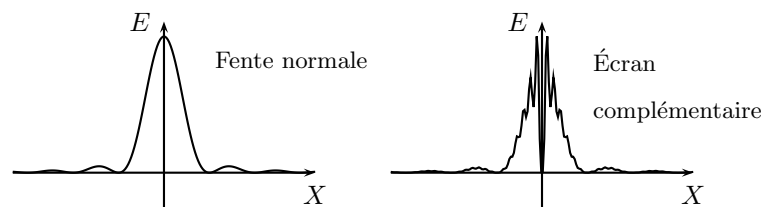


FIGURE 3 – Écrans complémentaires de Babinet

21. Diffraction et stigmatisme d'un miroir

Réponses : B projeté orthogonal de I sur l'axe optique non confondu avec S , α angle d'incidence en I , $CA_r = r(\frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan 2\alpha}) = \frac{r}{2}(\frac{1}{\tan \alpha} + \tan \alpha)$, $\tan \alpha = \frac{r}{\sqrt{R^2 - r^2}}$, $CA_r = \frac{R}{2}(1 + \frac{r^2}{R^2})$, $CF = \frac{R}{2}$, $FA_r = \frac{r^2}{4R}$, $FH_r = \frac{r^3}{2R^2}$; $\rho = \frac{R}{2} \frac{a}{\lambda}$; $\rho \simeq FH_r$, $a_m \simeq \sqrt{\frac{R^3}{\lambda}}$, $0,7 \text{ mm}$ trop faible pour collecter de la lumière; parabolique, stigmatisme assuré pour l'infini.