

TP : Bande passante d'un filtre interférentiel.

L'interféromètre de MICHELSON a été manipulé dans un TP précédent avec comme objectif d'apprendre à effectuer les réglages de base. Dans cet TP, il est destiné à être l'outil permettant de mesurer la bande-passante d'un filtre interférentiel.

1 Objectifs

La capacité de filtrage d'un tel filtre est due à des interférences constructives pour la longueur d'onde correspondant au maximum de transmission. La bande-passante $\Delta\lambda_{1/2}$ à mi-hauteur - puisqu'il s'agit d'énergie - est de l'ordre de dix nanomètres pour ceux que nous possédons. La longueur d'onde du maximum λ_0 est indiquée sur le filtre utilisé. Pour accéder à $\Delta\lambda_{1/2}$, il est indispensable d'enregistrer l'évolution de l'éclairement autour du contact optique de façon lente et précise. C'est pourquoi l'interféromètre de MICHELSON sera complété avec un moteur permettant un déplacement à vitesse constante V du miroir mobile M_1 .

Nous verrons aussi comment l'enregistrement de l'éclairement en fonction du temps nous permettra de modéliser la fonction de transmission du filtre.

2 Matériel

Vous allez disposer de l'interféromètre de MICHELSON le même que celui que vous avez sans doute déjà déjà manipulé, c'est un *Didalab*, voir la figure 1.



FIGURE 1 – Photographies du MICHELSON *Didalab*

Pour tous les réglages préliminaires, vous devrez utiliser l'interféromètre avec le déplacement manuel du miroir chariotable M_1 . Le moteur que vous pouvez voir sur la photographie de la figure 2 sera accouplé au miroir mobile uniquement lorsque l'on voudra étudier la transmission du filtre interférentiel retenu.

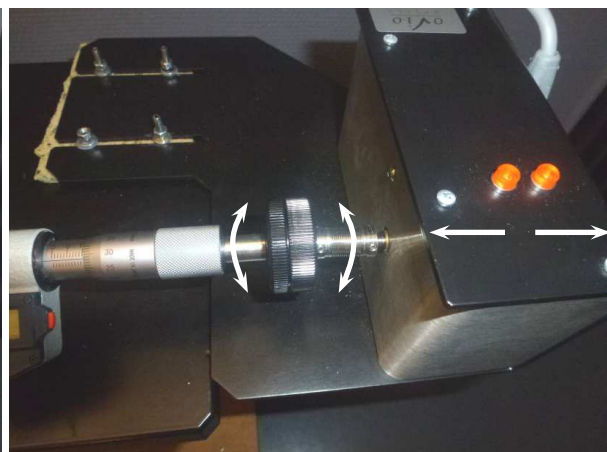


FIGURE 2 – Moteur de l'interféromètre de MICHELSON et système d'accouplement

L'accouplement du moteur s'effectue au moyen de deux bagues que l'on visse ou dévisse l'une contre l'autre. Pour obtenir le couplage, il suffit que les deux bagues de la photographie de droite de la figure 2 soit serrées mais sans forcer ! Pour libérer l'axe de la vis micrométrique qui pousse le miroir M_1 , il suffit de juste débloquent ces deux bagues, un petit angle suffit. Pour le sens d'avancement du moteur, il faut se fier aux deux petites LED qui sont installées sur la face supérieure du boîtier qui entoure le moteur pour les interféromètres qui en sont équipés. Lorsque les deux LED sont allumées, cela signifie que le moteur est sous tension mais il ne tourne pas. Un interrupteur à trois position se trouve sur la face arrière du boîtier du moteur. En position milieu, les deux LED s'allument. Lorsque le miroir avance sur la gauche par rapport à la photographie, la LED gauche est seule allumée. Réciproquement lorsque le moteur tourne dans l'autre sens, le miroir se déplace vers la droite et c'est la LED de droite qui est allumée.

Cet équipement sera complété par les sources de lumière classiques pour cet instrument ainsi que par la photodiode BWP21. Ce capteur délivre en sortie une tension proportionnelle à l'éclairement lumineux qui parvient sur sa surface sensible, voir les photographies de la figure 3. La photodiode est montée dans un circuit alimenté par une tension continue de 5 V délivrée par la caret *Sysam SP5*. La mesure de la tension image de l'intensité lumineuse sera réalisée par une acquisition menée sur la voie *EA0* de la carte *Sysam SP5*.

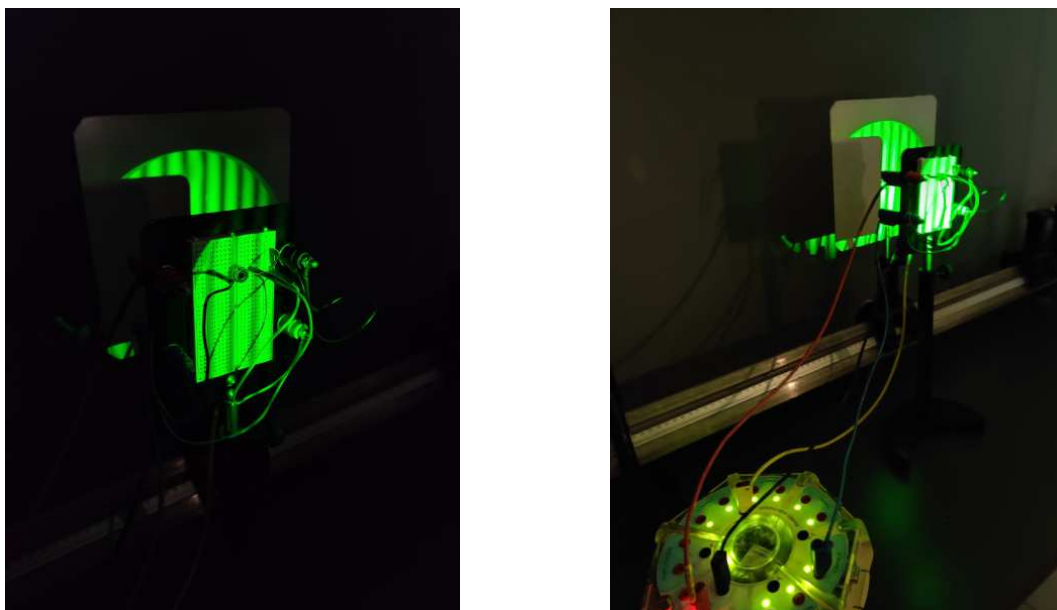


FIGURE 3 – Photodiode BWP21 permettant de mesurer l'éclairement. On voit les franges du coin d'air qui sont focalisées dans le plan de la photodiode ainsi que la carte *Sysam SP5* qui permet à la fois d'alimenter le circuit électronique contenant la photodiode et de faire l'acquisition de la tension image de l'intensité lumineuse.

3 Aspects théoriques

3.1 Principe

Nous utilisons la photodiode BWP21 dans la figure d'interférences dans le cas de l'interféromètre réglé en coin d'air d'épaisseur e à l'endroit où se situe la petite surface sensible de la photodiode. Nous savons que lorsque la source lumineuse est monochromatique l'éclairement est de la forme :

$$E(e) = \frac{E_{max}}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi 2e}{\lambda} \right)$$

Dans le cas où le miroir M_1 se déplace à la vitesse V , l'épaisseur de la lame d'air évolue de façon affine avec le temps. Pour simplifier, on peut choisir la date $t = 0$ de telle sorte que $e = Vt$. On notera que la date $t = 0$ correspond alors au contact optique. Si l'on enregistre l'éclairement en fonction de t , on obtient alors :

$$E(t) = \frac{E_{max}}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi 2Vt}{\lambda} \right)$$

Le problème est plus difficile lorsque la lumière envoyée dans l'interféromètre est polychromatique. Nous savons que, dans ce cas de figure, l'éclairement obtenu est la somme des éclairements correspondants à chaque

longueur d'onde présente dans le spectre. Pour effectuer ce calcul, il est particulièrement utile de travailler non pas en longueur d'onde λ mais plutôt en nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$. L'éclairement est donc donné par l'intégrale :

$$E(t) = \int_{\text{spectre}} f(\sigma) (1 + \cos(2\pi V t \sigma)) d\sigma$$

où $f(\sigma)$ est le profil spectral de la transmission en éclairement du rayonnement traversant l'interféromètre. En supposant l'éclairement de la source de lumière blanche homogène dans le domaine significatif de transmission du filtre interférentiel, la fonction $f(\sigma)$ représente la transmission du filtre.

3.2 Profil spectral gaussien

Le filtre utilisé est supposé présenter un profil gaussien décrit par la fonction suivante :

$$f(\sigma) = K \exp - \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{a} \right)^2 \quad \text{avec} \quad \sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$$

1. Représenter le profil spectral d'un tel filtre et en déduire que l'on peut étendre le domaine spectral à $\sigma \in]-\infty; +\infty[$. Exprimer la largeur à mi-hauteur $\Delta\sigma_{1/2}$ en fonction de a . En supposant que $\Delta\sigma_{1/2} \ll \sigma_0$, montrer que la bande-passante du filtre est donnée par :

$$\Delta\lambda_{1/2} = \lambda_0^2 a 2\sqrt{\ln 2}$$

2. On donne $\int_{-\infty}^{\infty} \exp - \frac{u^2}{a^2} \exp(j2\pi ux) du = a\sqrt{\pi} \exp - \pi^2 a^2 x^2$. Montrer que l'éclairement toujours au centre de la figure est donné par :

$$E(t) = \frac{E_{max}}{2} \left(1 + \exp - 4\pi^2 a^2 V^2 t^2 \cos \left(\frac{2\pi V t}{\lambda_0} \right) \right)$$

3. En déduire que la fonction de contraste peut s'écrire selon la formule ci-dessous et expliquer la forme de la fonction $E(t)$ représentée sur le schéma de la figure 4.

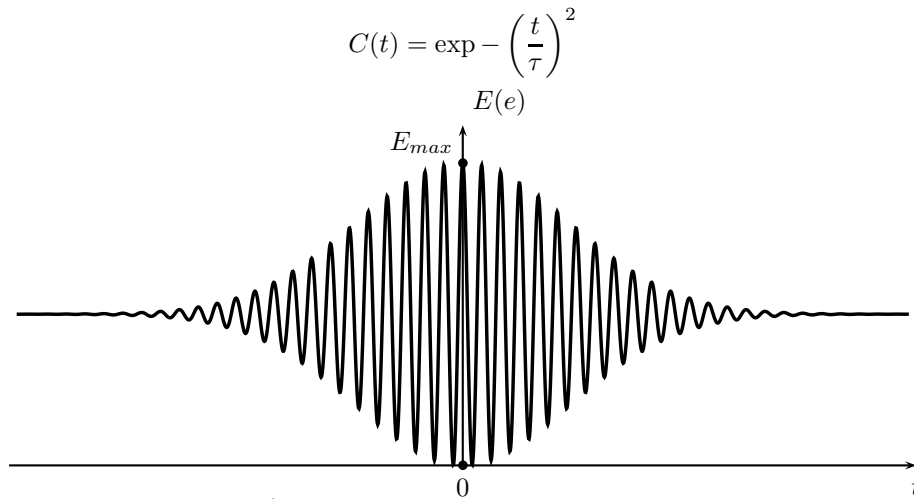


FIGURE 4 – Éclairement dans le cas profil spectral gaussien

4. Montrer que la durée caractéristique τ de la fonction de contraste permet de trouver la bande-passante du filtre en utilisant :

$$\Delta\lambda_{1/2} = \frac{\lambda_0^2 \sqrt{\ln 2}}{\pi V \tau}$$

3.3 Profil spectral rectangulaire

On conduit la même étude que dans le paragraphe précédent mais avec un spectre de profil rectangulaire défini en nombre d'onde selon :

$$f(\sigma) = K \quad \text{pour} \quad \sigma \in \left[\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma_{1/2}}{2}; \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma_{1/2}}{2} \right] \quad \text{sinon} \quad f(\sigma) = 0$$

On travaille toujours dans le cadre de l'hypothèse $\Delta\sigma_{1/2} \ll \sigma_0$ encore exprimée par $\Delta\lambda_{1/2} \ll \lambda_0$.

5. Montrer que l'éclairement est donné par :

$$E(t) = \frac{E_{max}}{2} \left(1 + \text{sinc} \frac{\pi \Delta\lambda_{1/2} 2Vt}{\lambda_0^2} \cos \frac{2\pi 2Vt}{\lambda_0} \right)$$

6. Expliquer la forme de la courbe d'éclairement de la figure 5. Comment peut-on accéder à la mesure de la bande-passante du filtre ?

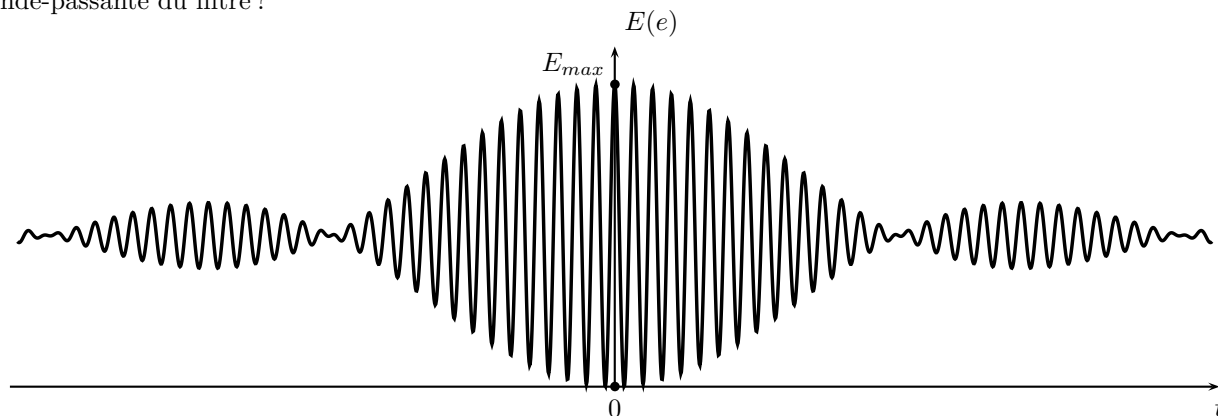


FIGURE 5 – Éclairement dans le cas profil spectral rectangulaire

4 Expériences

4.1 Consignes

Lors de vos activités expérimentales en TP, vous devrez systématiquement :

- * Élaborer un protocole et m'appeler pour que je le valide.
- * Mettre en œuvre ce protocole et m'appeler pour que j'évalue vos activités.
- * Communiquer les résultats dans le compte rendu sous forme de descriptions, de tableaux de mesures, de graphiques...
- * Valider les résultats en comparant les développements théoriques et les résultats expérimentaux en ayant le souci permanent de présenter de façon rigoureuse les résultats avec leur incertitude.
- * Remettre en fin de séance votre compte-rendu.

Vous serez évalué sur l'ensemble de ces exigences.

4.2 Réglages préliminaires

La rotation de la vis micrométrique doit être libre. Attention : il ne doit pas y avoir en début de TP de couplage avec le moteur. Les réglages préliminaires seront réalisés avec observation à l'œil, on utilisera donc toujours un dépoli placé devant la source lumineuse en entrée de l'interféromètre de MICHELSON.

7. En utilisant la lampe à vapeur de mercure, obtenir des anneaux les plus ronds possibles et invariants lorsqu'on effectue des petits mouvements de tête devant l'interféromètre. L'ensemble des opérations de réglage ont été effectuées dans un précédent TP, il ne faut pas hésiter à s'y référer. L'objectif est d'avoir l'observation d'un petit nombre d'anneaux entre 5 et 10 par exemple. Faire valider le réglage avant de poursuivre.

8. S'approcher du contact optique du mieux possible.

9. Passer en lumière blanche. Du fait de sa grande largeur spectrale, l'observation des franges d'interférences colorées ne s'effectue que dans un très petit intervalle d'espace autour du contact optique. Affiner la recherche du contact optique pour que l'on se situe dans la zone où les franges sont observables. La position du miroir mobile est donc extrêmement proche du contact optique. Repérer (et noter...) sur la vis micrométrique la position du contact optique.

10. En agissant sur les vis du réglage de l'orientation du miroir mobile M_1 , passer en coin d'air. Orienter les franges rectilignes du coin d'air de telle sorte qu'elles soient verticales. Réaliser une projection sur un écran de

la figure d'interférences grâce à une lentille convergente de focale 20 cm par exemple. On fera attention au fait que les franges du coin d'air sont localisées dans le coin d'air et que, par conséquent, leur image par la lentille convergente ne se situe pas dans le plan focale image de la lentille !

11. Placer en entrée un filtre interférentiel. On doit toujours voir les franges d'interférences. S'assurer que les franges sont bien nettes sur l'écran d'observation. En effet, c'est là que l'on mettra le capteur CCD pour l'enregistrement de la courbe d'intensité lumineuse. Si cela n'est pas le cas, ajuster les positions de la lentille convergente et de l'écran pour que cela soit le cas.

4.3 Mise en place de la motorisation

12. Accoupler le moteur et le miroir mobile M_1 .

13. Mettre en marche le moteur pendant quelques instants dans un sens pour observer sur l'écran le défilement des franges ainsi que l'évolution du contraste.

14. En jouant sur le sens de rotation du moteur, revenir en arrière et passer à nouveau par le contact optique. Faire valider les réglages.

4.4 Montage

Le montage expérimental est présenté sur la photographie de la figure 6. On utilise, en entrée, une lentille de courte focale (15 cm par exemple) pour concentrer la lumière émise par la source blanche sauf si celle-ci possède déjà une lentille convergente, il est éventuellement possible de s'en passer. En sortie de l'interféromètre, on place une lentille de focale 20 cm pour former l'image de la figure d'interférences sur le capteur.



FIGURE 6 – Montage expérimental

4.5 Acquisition

15. La photodiode sera placée à l'endroit où se forme l'image du système d'interférences constituées par les franges rectilignes du coin d'air, voir 7.

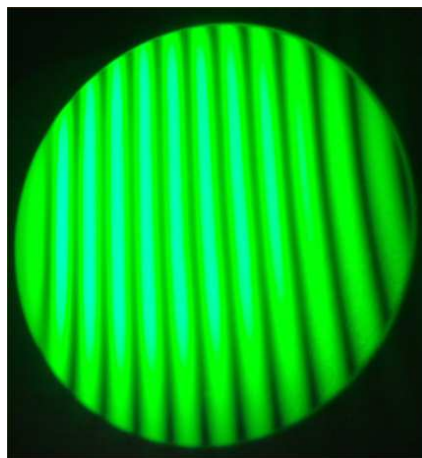


FIGURE 7 – Image des franges du coin d'air à former sur la caméra

16. Ouvrir le logiciel *Latix Pro*. La tension que délivrera le montage et envoyée sur l'entrée *EA0* de la carte d'acquisition sera selon toute vraisemblance inférieure à 500 mV, voire à 250 mV. Cela dépend de la gestion des réglages relevant de l'Optique géométrique de l'interféromètre et aussi de la puissance de la source de lumière blanche utilisée. Définir le calibre d'acquisition qui donne le maximum de précision, ce sera soit ± 1 V voire $\pm 0,2$ V.

17. Les paramètres d'acquisition seront réglés pour une acquisition de durée totale autour de 70 s avec une durée d'échantillonnage de quelques dizaines de millisecondes à une centaine de millisecondes.

4.6 Étude d'un filtre

18. On ne cherchera pas à trouver un modèle pour la courbe d'évolution de l'intensité lumineuse au cours du temps car la situation est trop complexe, le programme informatique de modélisation ne convergera pas en combinant une fonction enveloppe et une évolution rapide sinusoïdale. En utilisant deux fonctions que l'on créera dans la feuille de calcul, on cherchera à créer uniquement une représentation des deux enveloppes lentes de l'évolution de l'intensité lumineuse. On ajustera à la main dans la feuille de calcul les paramètres de la fonction enveloppe pour qu'elle soit bien adaptée à la courbe enregistrée. La bonne adaptation reposera uniquement sur une perception visuelle sur le graphique enregistré.

19. Élaborer un protocole permettant d'aboutir à la détermination de la fonction de transmission du filtre et à la mesure de sa bande passante. La vitesse de déplacement du miroir mobile M_1 est $V = 0,556 \pm 0,001 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

20. Réaliser le compte-rendu de ce travail en n'oubliant pas le calcul d'incertitude de la bande passante du filtre.

21. S'il vous reste du temps, étudier le second filtre interférentiel proposé (dans le jaune).