

Exercices : 08 - Interférences.

A. Caractéristiques de la figure d'interférences

1. Battements ou interférences

On enregistre avec un microphone le son généré par deux hauts parleurs qui émettent des ondes sonores sinusoïdales de fréquence f_1 et f_2 . Quelle affirmation est-elle correcte ? On portera son attention sur les graphiques de la figure 1.

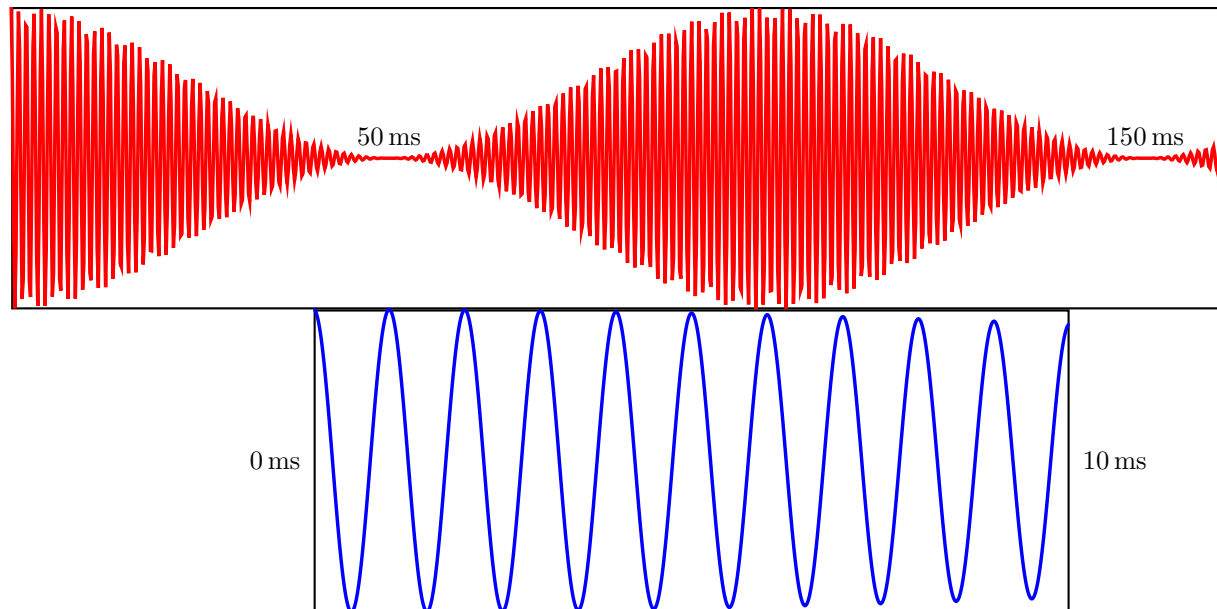


FIGURE 1 – Son enregistré par le microphone

Proposition de réponses :

- a) Il s'agit d'un phénomène d'interférences et $f_1 = f_2 \simeq 20$ Hz
- b) Il s'agit d'un phénomène d'interférences et $f_1 = f_2 \simeq 1\,000$ Hz
- c) Il s'agit d'un phénomène de battements et $f_1 \simeq f_2 = 20$ Hz
- d) Il s'agit d'un phénomène de battements et $f_1 \simeq f_2 = 1\,000$ Hz

2. Éclairement et contraste d'une image

1. Donner la valeur du contraste d'une image :
 - parfaitement blanche sur toute sa surface ;
 - faite d'une alternance de traits blancs et noirs ;
 - présentant une modulation d'intensité lumineuse allant de 9 à 10 (unité arbitraire).
2. La notice d'un téléviseur LCD (Liquid Crystal Display ou écran à cristaux liquides) indique une luminance (intensité lumineuse émise dans une direction donnée, par unité de surface) maximale de $300 \text{ Cd} \cdot \text{m}^{-2}$ et un rapport entre les zones les plus sombres et les plus claires de 1 : 3000. Calculer le contraste de l'image et la luminance des zones sombres.

3. Évolutions de la figure d'interférences

Un système optique, composé de deux lentilles minces convergentes identiques L_1 et L_2 , est éclairé par un faisceau de lumière monochromatique provenant d'un point source A_0 placé au foyer objet de L_1 . On place entre les deux lentilles, à mi-distance, un écran opaque D percé de deux fentes rectangulaires de largeur ϵ et de longueur $b \gg \epsilon$. Les deux fentes sont séparées par la distance a telle que $a \gg \epsilon$. On considère que les fentes sont infiniment minces et par conséquent qu'elles diffractent une amplitude identique dans toutes les directions de l'espace. L'ensemble du dispositif est représenté sur la figure 2.

1. Calculer l'éclairement obtenu sur l'écran en fonction de x et décrire le phénomène observé sur ce même écran situé dans le plan focal image de la lentille L_2 . On donne $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$, $a = 0,05 \text{ mm}$ et $f = 1 \text{ m}$.

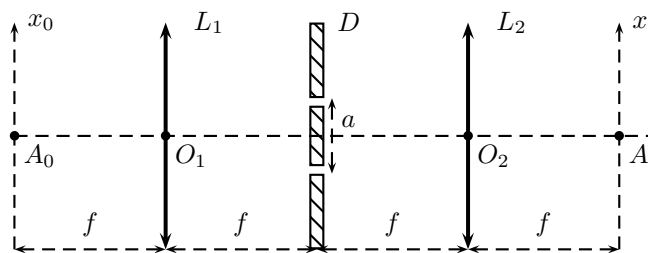


FIGURE 2 – Dispositif des fentes d'Young à l'infini

2. Que se passe-t-il si on fait subir aux fentes d'Young :
 - une translation suivant la direction x ?
 - une rotation dans son propre plan ?
 - une dilatation, c'est-à-dire qu'on augmente la distance a qui sépare les fentes ?
3. Que pensez-vous de l'influence de la distance entre les lentilles L_1 et L_2 et la fente ?
4. Les fentes étant placées comme l'indique la figure 2, que se passe-t-il lorsqu'on fait subir à la source A_0 un petit déplacement suivant l'axe des x_0 ?
5. On met maintenant au point A_0 une source lumineuse qui n'est plus monochromatique. Elle comporte en fait 3 longueurs d'ondes valant respectivement $0,5 \mu\text{m}$, $0,6 \mu\text{m}$ et $0,7 \mu\text{m}$. Expliquer rapidement mais soigneusement ce qu'il se produit.

4. Miroirs de Fresnel

Le dispositif des miroirs de Fresnel est constitué de deux miroirs plans formant un dièdre d'angle α très faible et réglable. Une source ponctuelle S est placée à faible distance des deux miroirs selon la géométrie visible sur la figure 3, cette source est monochromatique. Un écran d'observation placé relativement loin du dispositif n'est pas représenté sur la figure. Il est situé à une distance D telle que $D \gg h$ et $D \gg d$, D est mesurée à partir du point O .

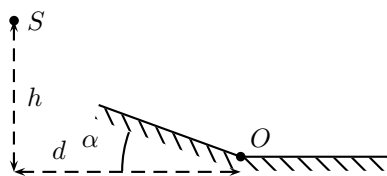


FIGURE 3 – Miroirs de Fresnel

1. Expliquer pourquoi il y a obtention d'interférences. On montrera, en outre, que ce dispositif est équivalent à un dispositif d'Young, on déterminera la position des deux points sources secondaires équivalents ainsi que la distance a qui les sépare.
2. Décrire, alors, comment doit-être placé l'écran pour être dans la situation des trous d'Young. Établir avec précision ce que l'on voit sur l'écran, on calculera en particulier l'interfrange.

5. Interférences avec deux miroirs parallèles

On considère le montage représenté sur la figure 4. M_1 et M_2 sont des miroirs plans distants de $2l$. S et S' sont des sources ponctuelles monochromatiques, distantes de $2a$, de même longueur d'onde λ et de même intensité. L'écran opaque E supprime la lumière directe.

1. Déterminer l'intensité lumineuse $I(x)$ sur l'écran (placé loin), ainsi que le contraste des franges.

On rappelle que : $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$.

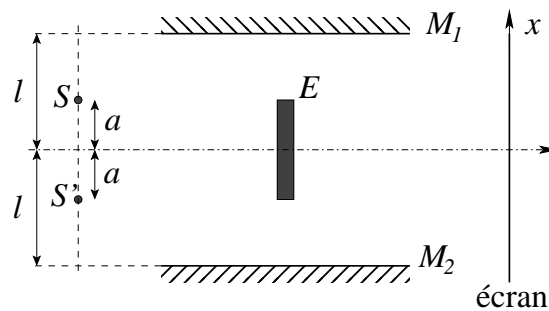


FIGURE 4 – Interférences avec deux miroirs plans parallèles

6. Bilentilles de Billet

On considère le dispositif interférentiel représenté sur la figure 5. La source ponctuelle monochromatique (longueur d'onde $\lambda = 0,60 \mu\text{m}$) est au foyer image d'une lentille (L). L'ensemble (L') est constitué par les deux moitiés d'une lentille convergente (distance focale $f'_2 = 20 \text{ cm}$, sciée en deux suivant un diamètre) écartées symétriquement par rapport à l'axe du système d'une distance $2a$. (C) est un cache opaque.

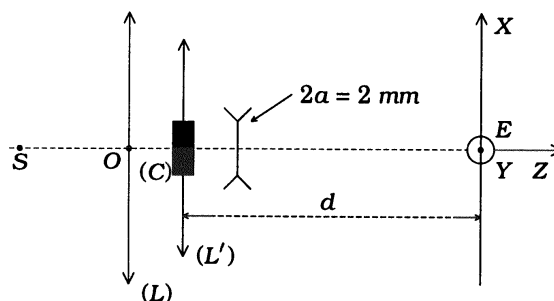


FIGURE 5 – Dispositif des bilentilles de BILLET

1. On observe sur un écran à une distance $d = 40 \text{ cm}$ du plan de (L') un phénomène d'interférences : le décrire.
2. Que se passe-t-il si l'on remplace S par un fil source perpendiculaire au plan de figure ?
3. Calculer l'intensité lumineuse et le nombre de franges brillantes observables.

7. Panneaux solaires anti-reflet

Les panneaux solaires les plus performants ont actuellement un rendement de 25%. On cherche à savoir ici quel gain on peut obtenir en utilisant une couche anti-reflet. l'ensemble des cellules photovoltaïques est protégé par une plaque de verre d'indice $N = 1,50$. les coefficients de réflexion R et de transmission T en puissance d'un dioptre sont donnés par :

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

1. En considérant $n_{\text{air}} = 1$, quelle est la puissance perdue par réflexion sur un panneau ?

Une couche d'épaisseur e d'un milieu transparent d'indice n tel que $1 \leq n \leq N$ est déposée sur le verre. On ne tiendra compte que des deux premières réflexions sur chacun des dioptres. Voir la figure 6.

2. Expliquer qualitativement comment un tel dispositif peut réduire la puissance réfléchi.
3. On suppose que l'onde incidente, d'éclairement E_0 et de longueur d'onde $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$, arrive en incidence normale. Quels sont les éclairements E_1 et E_2 des ondes réfléchies ? Exprimer la différence de marche δ . En déduire les caractéristiques de la couche anti-reflet la plus mince.

La lumière du Soleil n'est pas monochromatique, on considère alors que l'éclairement total de l'onde réfléchi à la pulsation ω est :

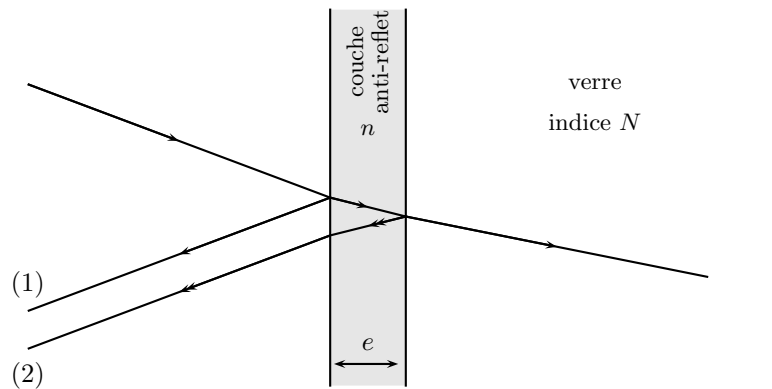


FIGURE 6 – Couche anti-reflet sur verre

$$dE_r = 2E_0^\omega \left(1 + \cos \left(\frac{\omega \delta}{c} \right) \right) \quad \text{avec} \quad \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} \leq \omega \leq \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$$

4. En supposant E_0^ω constant sur tout le spectre, exprimer l'éclairement total E_r de l'onde réfléchie. Étudier le coefficient de réflexion grâce au programme *Python* dénommé *2017-005-CoucheAntiReflet*. Quelle doit être l'épaisseur de la couche pour une efficacité maximale ? Quel gain obtient-on par rapport à un panneau dépourvu d'une telle couche ?
5. En supposant R et T peu dépendants de l'angle d'incidence, comment peut-on définir un coefficient de réflexion en incidence quelconque ? Compléter éventuellement le programme *Python* pour étudier ce coefficient. Que pensez-vous de l'efficacité d'une telle couche pour des angles d'incidence importants ?

8. Diffraction par deux trous

La photo de la figure 7 représente une figure de diffraction à l'infini.

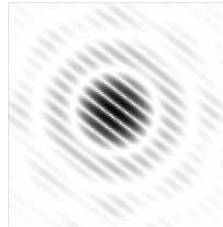
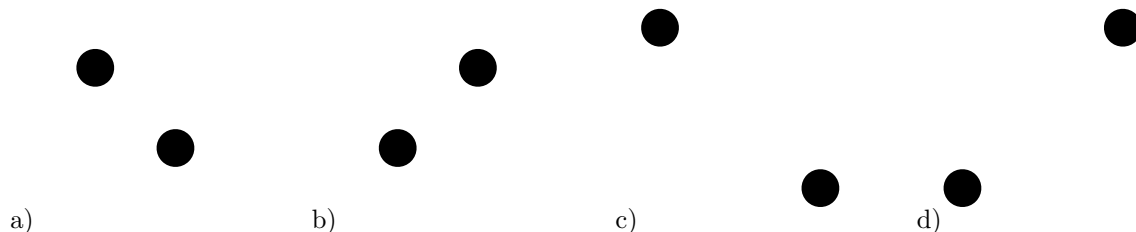


FIGURE 7 – Diffraction par deux trous

Parmi les propositions faites ci-dessous, quelle est la bonne configuration ?

Proposition de réponses :



9. Diffraction par un objet inconnu

Un écran plat est percé de quatre ouvertures circulaires (diamètre D) identiques et est éclairé en incidence normale par un faisceau parallèle monochromatique (longueur d'onde λ_0) cohérent modélisable par une onde plane. On observe sur un autre écran, placé parallèlement au précédent dans le plan focal image d'une lentille convergente utilisée dans les conditions de GAUSS, la figure d'interférences-diffraction de la figure 8.

Un théorème admis permet d'accéder, dans les conditions de FRAUNHOFER dans lesquelles on se trouve, à l'expression de l'intensité en un point M sur l'écran d'observation $I(M) = I_{int}(M) I_{motif}(M)$ où I_{int} est l'intensité

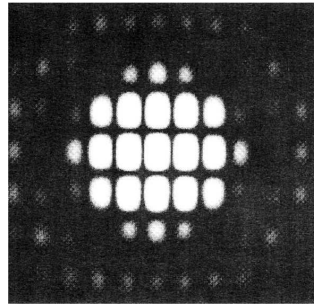


FIGURE 8 – Figure de diffraction

associée aux interférences à N ondes passant chacune par le centre de chaque ouverture et I_{motif} est un terme caractérisant la diffraction par une ouverture seule. L'expression de I_{motif} , dans le cas d'une ouverture circulaire, est :

$$I_{\text{motif}}(\theta) = \frac{\text{Cte}}{\sin^2 \theta} \left[J_1 \left(\frac{\pi D \sin \theta}{\lambda_0} \right) \right]^2$$

en notant θ l'angle d'émergence des rayons après l'ouverture par rapport à sa normale et où $J_1(x)$ représente la fonction de BESSEL d'ordre 1 dont l'évolution ressemble à celle d'un sinus cardinal mais sa première annulation intervient pour $x \simeq 3,83$.

1. Mettre en exergue le rôle particulier du terme I_{motif} sur la figure fournie.
2. Déterminer la disposition des ouvertures sur l'écran plat percé.

10. Interférences en lumière parallèle - lame prismatique

Un faisceau monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,600 \mu\text{m}$ provenant de l'infini éclaire une lame mince de verre d'indice $n = 1,50$, formée d'une lame prismatique de hauteur $h = 12 \text{ mm}$ et de petit angle $\theta = 30'$, accolée par sa base à une lame à faces parallèles de même hauteur h et d'épaisseur égale à la base du prisme. On observe les franges d'interférences sur un écran normal à l'axe Oz , et donc parallèle à la lame, à la distance D de celle-ci. Voir la figure 9.

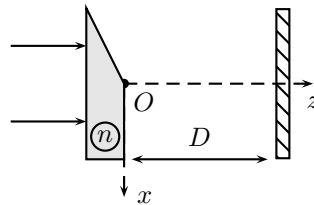


FIGURE 9 – Lame prismatique

1. Expliquer qualitativement, pourquoi il y a des interférences. Où peut-on les observer ?
2. Déterminer la loi $I(x)$ donnant l'intensité lumineuse en un point $M(x, y)$ de l'écran, dans le champ d'interférences.
3. En déduire la forme des franges et l'interfrange.
4. Déterminer la valeur D_1 de D permettant l'observation du plus grand nombre de franges.
5. Quelle est la nouvelle valeur de l'interfrange obtenue en immergeant l'ensemble du dispositif dans de l'eau d'indice $n_{\text{eau}} = 1,33$?

11. Trous de Young et frange achromatique

Un faisceau cohérent de longueur d'onde λ éclaire en incidence normale un écran opaque Π percé de deux fentes fines, rectangulaires, de même largeur d , dont les centres sont distants de a . On observe la formation de franges d'interférence sur un écran E disposé parallèlement à Π , à la distance $D = 1 \text{ m}$ de Π (cf. fig. 10).

Dans un tel cas de figure, l'intensité obtenue en un point de coordonnée y sur l'écran est la conséquence du phénomène d'interférences et de celui de la diffraction de la lumière par chaque fente. L'expression de l'éclairement est donné par la formule suivante :

$$E = \frac{E_{\text{max}}}{2} \text{sinc}^2 \frac{\pi dy}{\lambda_0 D} \left(1 + \cos \frac{2\pi ay}{\lambda_0 D} \right)$$

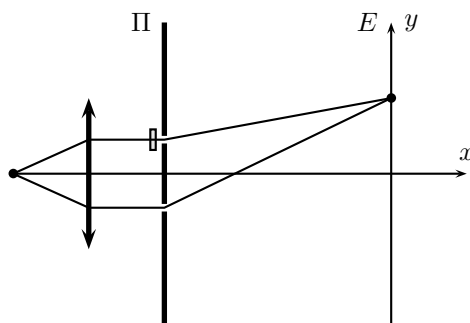


FIGURE 10 – Fentes de Young et frange achromatique

- À quelle condition (portant sur d et a) peut-on considérer que l'éclairement des franges claires est constant (à 1% près) pour une trentaine de franges au moins de part et d'autre de la frange centrale? On se placera dans ce cas dans toute la suite.
Déterminer alors la disposition des franges sur l'écran; calculer numériquement l'interfrange i correspondant (on prendra $\lambda_0 = 560 \text{ nm}$ et $a = 1,0 \text{ mm}$).
- On interpose sur le trajet de la lumière passant par *une des deux fentes seulement* une mince lame de verre, d'épaisseur $e = 0,05 \text{ mm}$ et d'indice optique $n_0 = 1,52$.
Comment l'aspect de l'écran est-il modifié? On calculera le déplacement de la frange centrale, avant de le comparer à l'interfrange.
- On éclaire maintenant le même dispositif en lumière blanche; on doit tenir compte du caractère dispersif du verre utilisé, dont l'indice varie selon $\frac{dn}{d\lambda} = -1,2 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ autour de la valeur moyenne $n_0 = 1,52$ atteinte pour la longueur d'onde $\lambda_0 = 560 \text{ nm}$, qui correspond au maximum de sensibilité de l'œil humain.
On appelle alors *frange achromatique* la zone de l'écran dont l'ordre d'interférence p dépend le moins possible de la longueur d'onde.
Déterminer la position de la frange achromatique; comparer à la position de la frange centrale déterminée à la question précédente. La frange achromatique est-elle sombre ou brillante?

12. Interférences à trois ondes

Un faisceau parallèle de lumière cohérente, de longueur d'onde λ , éclaire sous incidence normale la face arrière d'un prisme. Celui-ci (cf. figure 11), formé de verre d'indice n , est invariant par translation le long de l'axe Oz ; il a dans le plan Oxy la forme représentée ci-dessous : sa partie centrale forme une lame à faces parallèles et ses parties supérieure et inférieure un prisme d'angle α avec $\alpha \ll 1 \text{ rad}$. Les trois parties du prisme ont la même hauteur $h = 2 \text{ mm}$.

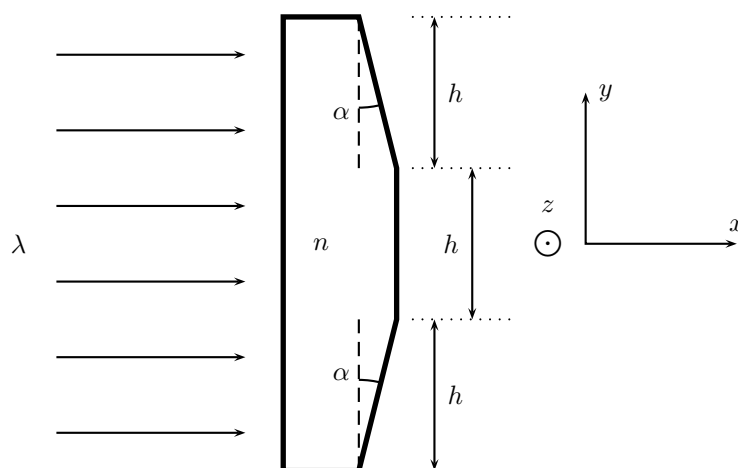


FIGURE 11 – Interférences à trois ondes

- Montrer qu'après traversée du prisme, on observe trois ondes cohérentes dont on exprimera les vecteurs unitaires des directions de propagation \vec{u}_0 , \vec{u}_{-1} et \vec{u}_1 sur la base Oxy , en fonction de $\theta = (n - 1)\alpha$.
- On dispose un écran \mathcal{E} perpendiculairement à l'axe Ox , à une certaine distance D du prisme. Montrer que, selon les valeurs de D , on peut éventuellement observer des franges d'interférence de nature différente.
Quelle est la direction commune de ces franges?

13. Interférences en ondes sonores

Deux sources ponctuelles S_1 et S_2 émettent des ondes sonores sinusoïdales à la même fréquence $f = 430$ Hz. La vitesse du son est $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. S_1 et S_2 sont en phase et de même puissance. On considère que ces sources rayonnent de façon totalement isotrope dans tout l'espace.

1. Quel est le déphasage des ondes provenant des deux sources en un point P situé à la distance $d_1 = 2,4$ m de S_1 et $d_2 = 3,6$ m de S_2 ?
2. Si en P , l'amplitude de l'onde émise par S_2 est A_2 , quelle est l'amplitude de l'onde provenant de S_1 (en fonction de A_2) ?
3. Quelle est l'amplitude de l'onde résultante en P ?
4. L'intensité sonore de l'onde en P est $I = 2,0 \times 10^{-6} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Que devient cette intensité si on éteint S_2 ?

14. Avion à l'approche - Ondes radio

Un avion approche d'une piste d'atterrissage avec une vitesse v . Pour se repérer et se guider, il utilise deux signaux radio de fréquence $f_0 = 12$ MHz émis par deux antennes séparées de $L = 100$ m installées sur le bord de la piste. Les deux antennes sont supposées synchrones et cohérentes. L'avion encore éloigné se dirige vers la piste en visant le point milieu des deux antennes en faisant un angle θ évalué par rapport à la médiane du segment constitué par les deux antennes.

1. L'intensité de l'onde émise séparément par chaque antenne est I_0 . Déterminer l'intensité de l'onde résultant des interférences entre les deux ondes radio pour $\theta = 0$ et puis pour $\theta = \pi/2$. Pour quel angle minimal l'avion ne reçoit-il pas de signal ?
2. L'avion éloigné fait une erreur de trajectoire et se dirige avec un angle $\theta = 0$ en direction d'une des deux antennes et non pas en direction du milieu de la piste. Le pilote constate que le signal commence à diminuer. Quelle est la plus petite distance séparant l'avion de l'antenne visée pour laquelle l'intensité reçue est minimale ?

L'avion vise à nouveau le centre de la piste mais en faisant un angle $\theta = 30^\circ$ avec la médiane du segment formé par les deux antennes. Sa vitesse est v . L'avion produit lui aussi un signal de référence de fréquence 12 MHz qui est superposé au signal reçu des deux antennes. Le signal résultant obtenu présente des battements de fréquence $\Delta f = 1$ Hz.

3. Quel est le phénomène responsable de cet effet ? Montrer qu'il permet de déterminer la vitesse d'approche de l'avion. Déterminer la vitesse v de l'avion.

15. Un film de savon

Un film de savon est formé entre les fils d'un cadre rectangulaire. Sous l'effet de la gravité, le film est déformé et son épaisseur, repérée par la grandeur e évolue linéairement en fonction de l'abscisses x ($e(x)$ est une fonction affine de la forme ax). On éclaire en incidence normale la surface du film de savon (indice de réfraction $n = 1,33$). On observe la première frange d'interférence dans le violet ($\lambda = 420$ nm) à la distance $x = 4,00$ cm du haut du cadre. À quelle distance observe-t-on la première frange d'interférence dans le vert ($\lambda = 525$ nm) ? Voir le schéma de la figure 12.

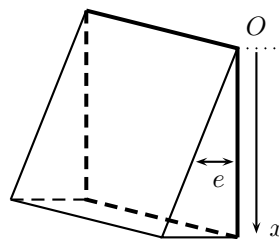


FIGURE 12 – Lame de savon déformée sous l'effet de la gravité

Proposition de réponses :

- a) $x = 5,0$ cm b) $x = 3,2$ cm c) $x = 6,2$ cm d) $x = 2,0$ cm

16. Interprétation interférentielle de la cavité résonante

Une cavité taillée dans un conducteur est contenue entre deux plans parallèles infinis $z = 0$ et $z = L$ (parois miroirs parfaits). On s'intéresse à une onde plane progressive monochromatique se propageant perpendiculairement aux parois. Cette onde se réfléchit sans perte à chaque fois qu'elle rencontre une paroi.

1. Écrire la différence de phase φ due à la propagation, lorsque le trajet correspond à un aller-retour dans la cavité.
2. En déduire les longueurs d'onde autorisées dans la cavité par un raisonnement interférentiel (modes propres de la cavité).
3. Connaissez-vous un système modélisable par une cavité et présentant aussi des modes propres de cavité de largeur spectrale très fine ?
4. Comparer le résultat de la seconde question avec la quantification des longueurs d'onde obtenue par un raisonnement avec des ondes électromagnétiques polarisées rectilignement (toujours planes progressives et monochromatiques).

17. Lentilles en aval de deux fentes d'Young

Soient F_1 et F_2 deux fentes très fines parallèles de YOUNG percées dans une plaque opaque d'épaisseur négligeable (distance entre fentes $F_1F_2 = a$). Ces fentes fines sont éclairées en incidence normale par une lumière monochromatique de longueur d'onde λ . On place juste après (contre) cette plaque une lentille (L) convergente dont le centre est à égale distance des deux fentes. Sa distance focale est f' . Ensuite, on place parallèlement au dispositif précédent un écran à une distance D .

1. Déterminer l'interfrange i du phénomène d'interférences observé sur l'écran lorsque $D = f'$.
2. Reprendre la question précédente, lorsque $D = 2f'$.

B. Applications des interférences à la mesure

18. Mesure de l'indice d'un gaz

On veut mesurer l'indice de l'air en utilisant un montage de fentes d'Young éclairé en lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 549 \text{ nm}$. On utilise le montage de la figure 13 où on remarque la présence de deux tubes transparents à la lumière incidente.

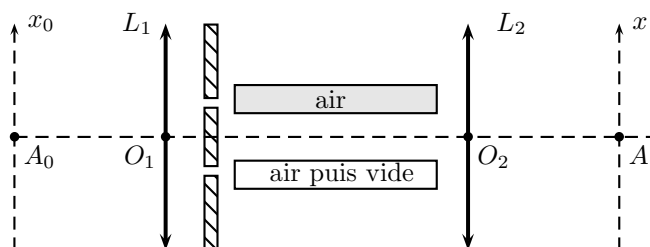


FIGURE 13 – Dispositif de mesure de l'indice d'un gaz

Dans un des deux tubes, on réalise progressivement un vide poussé en retirant de l'air grâce à une pompe à vide. L'autre conserve l'air présent au départ. On observe entre l'état initial et l'état final un défilement de $N = 107$ franges au point focal de la lentille d'observation. La longueur des deux tubes est $L = 20 \text{ cm}$.

1. Déterminer la valeur de l'indice n de l'air.
2. Évaluer la précision de la mesure.

Réponse : $n = 1,000294$, on peut se tromper d'une frange d'où $\Delta n \simeq 3 \times 10^{-6}$.

19. Mesure de petits angles

On considère l'interféromètre de Mach-Zender représenté sur la figure 14. S est une source monochromatique de longueur d'onde λ placée au foyer d'une lentille mince convergente. G_1 et G_2 sont deux lames semi-réfléchissantes introduisant les mêmes déphasages. Elles sont inclinées à 45° par rapport à l'axe Sx . M_1 et M_2 sont deux miroirs plans parallèles aux lames. La figure d'interférences est observée au moyen d'un oculaire.

1. Dans la configuration du dessin, qu'observe-t-on dans l'oculaire ?
2. Même question si on interpose une lame à faces parallèles, non absorbante, d'indice N et d'épaisseur e sur le trajet M_1G_2 . La lame est disposée perpendiculairement au faisceau lumineux. Calculer la variation d'ordre pour $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$, $e = 0,1 \text{ mm}$ et $N = 1,5$.

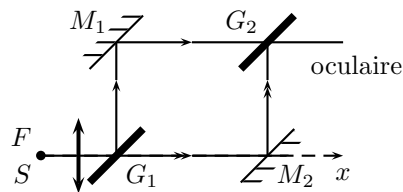


FIGURE 14 – Interféromètre de Mach-Zender

3. Que se passe-t-il si on incline la lame d'un angle petit θ ? Quel est l'angle θ le plus petit détectable avec un récepteur capable de mettre en évidence une variation de l'ordre d'interférence de $\Delta p = 0,05$?

20. Expérience de Fizeau

On considère le dispositif interférentiel des trous d'Young distants de $a = 10$ mm, percés dans un écran opaque éclairé sous incidence normale par une onde plane progressive de longueur d'onde $\lambda = 585$ nm. Un écran est situé à $D = 20$ m.

1. Montrer que, compte tenu des ordres de grandeurs, la différence de marche en un point M de l'écran situé dans le plan de l'écran et repéré par son abscisse x est $\delta = \frac{ax}{D}$.
2. Dans l'expérience de Fizeau, on place derrière les deux trous du dispositif d'Young deux tubes parallèles à l'axe du système, de même longueur $L = 5$ m, traversés par la lumière sous incidence quasi-normale. Voir la figure 15. On crée dans ces tubes un courant d'eau de même vitesse $v_{eau} = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en sens opposé dans les deux tubes. L'indice de l'eau au repos étant égal à $n = 1,337$, la célérité de la lumière dans le référentiel de l'eau est égale à c_0/n . Si on suppose que la célérité de la lumière dans l'eau en mouvement vaut $\frac{c_0}{n} \pm v_{eau}$, c'est à dire résulte d'une loi de composition familière, exprimer la variation de la différence de marche δ au point M de l'écran, lorsqu'on établit le courant d'eau, en limitant les calculs à l'ordre 1 en $\frac{v_{eau}}{c_0}$.
3. Sachant que l'établissement du courant d'eau déplace les franges de $\Delta x = 0,37 \text{ mm} \pm 0,05 \text{ mm}$, que faut-il penser de l'hypothèse faite quant à la loi de composition des vitesses ?

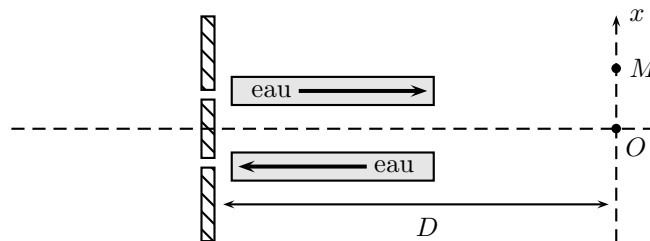


FIGURE 15 – Expérience de Fizeau

21. Mesure de la vitesse d'écoulement d'un fluide

Lorsque la source de lumière utilisée est un laser comme c'est le cas ici, on parle alors de *vélocimétrie-laser*.

Une tranche de fluide homogène d'indice n comprise entre deux plans d'équations $z = \pm e/2$ est illuminée par deux ondes planes de même amplitude A_0 , issues d'un même laser à impulsions de longueur d'onde $\lambda_0 = 503,0$ nm, de directions $\vec{e}_1 = \sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y$ et $\vec{e}_2 = -\sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y$.

1. Établir l'expression de l'éclairement $E(P)$ dû au laser.
2. Le fluide contient des particules diffusantes P qui diffusent dans tout l'espace un éclairement E' proportionnel à $E(P)$. Le fluide est en mouvement avec un champ de vitesse uniforme $\vec{v} = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y$. On supposera pour simplifier que l'indice n du fluide reste le même. On convertit l'éclairement E' en une tension électrique. Montrer que la mesure de sa fréquence f permet d'accéder à une composante de \vec{v} . Comment accéder à l'autre composante ?
3. Pour augmenter le signal détecté, on disperse un grand nombre N de particules diffusantes dans tout le fluide. Que détecte-t-on si leurs positions initiales sont aléatoires ? Quelle précaution faut-il prendre si on veut pouvoir accéder à une composante de \vec{v} ?

22. Mesure du diamètre apparent d'une étoile double

On considère le dispositif de la figure 16 : deux miroirs sphériques de même distance focale f ont leurs axes parallèles à Ox et leur foyers F_1 et F_2 distants de D . Les deux composantes d'une étoile double, assimilées à deux sources ponctuelles S' et S'' de même longueur d'onde λ , situées à l'infini dans les directions faisant avec \vec{e}_x les angles $\pm\alpha/2$, émettent en F_1 des amplitudes instantanées :

$$a'(F_1, t) = A \cos(\omega t - \varphi') \quad \text{et} \quad a''(F_1, t) = A \cos(\omega t - \varphi'')$$

où φ' et φ'' prennent en compte l'incohérence mutuelle des deux sources. φ' et φ'' restent constantes pendant une durée de l'ordre de $\tau \gg 2\pi/\omega$ et $\varphi' - \varphi''$ fluctue aléatoirement dans l'intervalle $[0, 2\pi]$ sur des durées grandes devant τ .

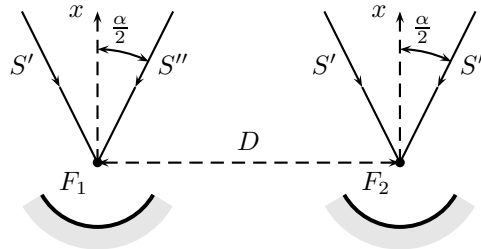


FIGURE 16 – Télescope double

Au voisinage de F_1 et F_2 , deux photomultiplicateurs délivrent des courants respectifs :

$$i_1(t) = k a_1^2(t) \quad \text{et} \quad i_2(t) = k a_2^2(t)$$

proportionnels au carré des amplitudes instantanées totales reçues en chacun de ces points. Ces courants sont filtrés par un filtre basse fréquence de coupure f_c inférieure à $\omega/2\pi$ et très supérieure à $1/\tau$. Puis on forme leur produit et enfin on en prend la valeur moyenne temporelle.

1. Exprimer la différence de marche δ' entre les ondes provenant de S' et parvenant en F_1 et en F_2 . Même question pour les ondes provenant de S'' , on notera la différence de marche δ'' .
2. Montrer que le signal détecté est une fonction affine de $\cos(2\pi D\alpha/\lambda)$. En déduire une méthode de mesure de α et préciser ce qui limite le pouvoir séparateur de la méthode, c'est-à-dire la plus petite valeur de α accessible.

23. Mesure d'une vitesse de rotation avec un gyromètre laser

Dans un gyromètre à fibre optique, la lumière émise par une diode laser est divisée en deux et introduite dans une fibre optique de sorte que la fibre soit parcourue en sens inverse. Sur le schéma de la figure 17, on a représenté deux fibres optiques pour simplifier la perception. Le temps de parcours des boucles est le même dans les deux sens lorsque le gyromètre est immobile, mais lorsque le gyromètre est en rotation, il existe une différence de temps de parcours Δt entre les deux signaux lumineux. Ceux-ci sont ensuite recombinaés au niveau du photomultiplicateur S , qui mesure l'intensité résultante. On note Ω la vitesse de rotation mesurée par le gyromètre, qui correspond à la vitesse de rotation des boucles autour de leur axe de révolution, R le rayon moyen des boucles, N le nombre d'enroulements constituant les boucles. Le gyromètre laser est très utilisé en aviation et dans le domaine spatial pour l'orientation des satellites dans l'espace.

L'étude théorique de cet effet utilise des résultats de la Relativité générale d'EINSTEIN qu'il n'est pas possible de présenter. On retiendra que la méthode proposée ici conduit au même résultat à condition de considérer que les ondes lumineuses se déplacent dans le vide. Cela signifie que l'on ne prendra pas en compte l'indice n de la fibre optique utilisée. On appliquera aussi une loi de composition des vitesses galiléenne même si cela est quelque peu choquant pour la lumière.

1. Exprimer la relation entre la différence de temps de parcours Δt des deux signaux et la vitesse de rotation Ω en effectuant le calcul dans l'approximation de la cinématique classique.
2. En déduire que la différence de marche est $\delta = \frac{4A\Omega}{c}$ où A est l'aire effective de la boucle fermée parcourue par la lumière. Ce résultat se généralise à toutes les formes géométriques de la boucle fermée.
3. La diode laser émet une onde plane, monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ . Qu'enregistre-t-on en S lorsque Ω varie ? En déduire la plus petite valeur Ω_1 de la vitesse de rotation que l'on peut ainsi mesurer. Application numérique : $R = 15$ cm, $\lambda = 0,85$ μm et $N = 1\,000$.

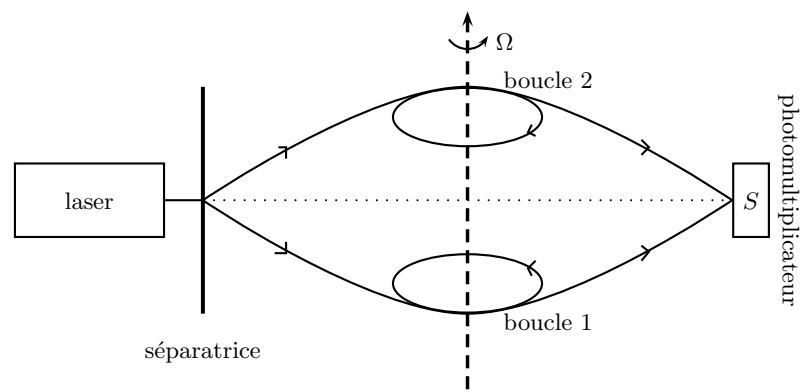


FIGURE 17 – Gyromètre laser