

# Impulsions laser ultracourtes

Nous avons étudié les interférences et la diffraction. Le laser a été évoqué en tant que source très monochromatique, il permet d'obtenir facilement des figures d'interférences et de diffraction.

En 2018, la canadienne DONNA STRICKLAND et le français GÉRARD MOUROU ont obtenu le Prix Nobel de Physique pour leur méthode de production d'impulsions lumineuses ultra-brèves de forte intensité. La technique qu'ils ont mise au point se base sur l'étirement temporel d'impulsions laser puis leur amplification avant de les comprimer pour en faire des impulsions ultra-brèves. À l'heure actuelle, on cherche à atteindre des impulsions de  $10^{-18}$  s.

Cette étude documentaire vous propose un article du magazine **La Recherche**® n°552 d'octobre 2019 qui est, principalement, un entretien que GÉRARD MOUROU a accordé à ce magazine suivi d'une interview de DONNA STRICKLAND.

L'étude documentaire est complétée par un problème du concours CCP 2005 justement basé sur les réseaux utilisés pour étirer les impulsions laser. Le corrigé vous permettra de comprendre les bases théoriques qui ont permis le développement des lasers à impulsions qui permettent d'obtenir des puissances très élevées pendant des durées très brèves.

# Gérard Mourou

Prix Nobel de physique 2018 avec la Canadienne Donna Strickland, Gérard Mourou est l'inventeur d'une technique laser qui a fait florès : l'amplification par dérive de fréquence. Les lasers de puissance l'utilisent aujourd'hui pour des applications qui vont de la chirurgie oculaire à l'accélération de particules. Rencontre.

## “ Bombarder les déchets radioactifs, un projet qui me tient à cœur ”

**L**es physiciens travaillant avec des lasers pulsés ont longtemps buté sur un obstacle de taille : les effets non linéaires détérioraient le matériel optique et rendaient impossible la montée en puissance. Gérard Mourou a trouvé une solution à ce problème au début des années 1980, sa mise en œuvre constituant une partie du travail de doctorat de son étudiante, la Canadienne Donna Strickland. Leur procédé, l'amplification à dérive de fréquence (en anglais, Chirped Pulse Amplification ou CPA) leur a valu l'an dernier le prix Nobel de physique. Les lasers aux impulsions ultrabrèves atteignent désormais des puissances phénoménales. De multiples utilisations, tant en recherche fondamentale qu'appliquée, ont été développées depuis. Et c'est loin d'être terminé : après la femtoseconde et le pétawatt, les chercheurs visent l'attoseconde ( $10^{-18}$  seconde) et l'exawatt ( $10^{18}$  watts), voire plus, ouvrant ainsi la voie à de nouvelles applications et notamment au rêve de Gérard Mourou : utiliser les lasers pour nous débarrasser des déchets nucléaires les plus dangereux.

**La Recherche** Vous vous êtes intéressé aux lasers dès leurs débuts. Pour quelles raisons ?

**Gérard Mourou** La réponse tient en partie dans votre question : parce que c'était les tout débuts. Après ma maîtrise de physique à l'université de Grenoble, en 1967, je suis parti à Paris pour mon diplôme d'études approfondies, avant ma thèse de doctorat. Le laser n'avait été inventé que sept ans auparavant. Et j'ai été admis au sein de l'équipe lasers que Jean Vignal venait tout juste de mettre en place à l'École polytechnique. C'est là que j'ai vu un laser pour la première fois. A priori, il s'agissait d'un banal objet de laboratoire. Mais j'ai compris immédiatement que ce faisceau lumineux recelait un potentiel extraordinaire d'applications. Et puis, dans la recherche scientifique, il vaut mieux démarrer sur des sujets qui n'en sont qu'à leurs balbutiements...

**Sur quels sujets portaient vos premières recherches ?**

J'ai travaillé dès le départ sur le laser à impulsions brèves. À ce propos, il faut savoir que le laser est une source de lumière cohérente, c'est-à-dire ●●●

► *Physicien, professeur à l'École polytechnique, Gérard Mourou a initié le projet européen Extreme Light Infrastructure (ELI).*



... un faisceau de lumière dont les trains d'ondes sont en phase. Ce peut être sur de très longues distances, et on parle dans ce cas de lasers continus, ou bien seulement sur quelques oscillations, et il s'agit alors de lasers pulsés. Bien sûr, quand j'ai débuté mes recherches, leurs impulsions étaient moins brèves qu'aujourd'hui : on a commencé par une centaine de nanosecondes (un dixième de millionième de seconde), et lorsque, en 1977, j'ai rejoint le laboratoire pour l'énergie laser de l'université de Rochester, dans l'État de New York, on parvenait à descendre jusqu'à la picoseconde ( $10^{-12}$  seconde) !

## Sur quoi vous êtes-vous penché alors ?

Je m'intéressais à la caractérisation des signaux électriques, car l'oscilloscope utilisé à cette fin était limité par une bande passante de l'ordre du gigahertz ; avec un laser dont les impulsions étaient de l'ordre de la picoseconde, on pouvait élargir cette bande à la centaine de gigahertz. Par ailleurs, dans mon laboratoire, la principale thématique de recherche était la fusion thermonucléaire par laser, c'est-à-dire l'utilisation d'un laser assez intense pour chauffer et comprimer deux noyaux atomiques en un. On sait que plus les impulsions d'un laser sont brèves, moins il faut d'énergie pour gagner en puissance et donc en intensité. Mais plutôt que de raccourcir la durée d'impulsion, les scientifiques optaient pour un accroissement de l'énergie lumineuse. Car en dessous de la nanoseconde, ils butaient sur des effets non linéaires (\*) qui détérioraient les composants optiques du laser. Or j'étais confronté à ces mêmes effets dans mes recherches.

## Est-ce de ce rapprochement qu'est née l'idée vous ayant valu le prix Nobel ?

L'idée a germé à la suite de discussions entre mon

## SES DATES

**1944** Il naît à Albertville.

**1973** Thèse d'État de physique de l'université Pierre-et-Marie-Curie.

**1977** Il rejoint

l'université de Rochester.

**1985** Il met au point, avec Donna Strickland, l'amplification par dérive de fréquence (CPA).

**1988** Il arrive à l'université du Michigan (Ann Arbor).

**1995** La technique CPA est utilisée en chirurgie oculaire.

**2005** Il rentre en France, à l'École polytechnique.

**2010** Il participe à la mise en place de structures européennes sur les lasers intenses.

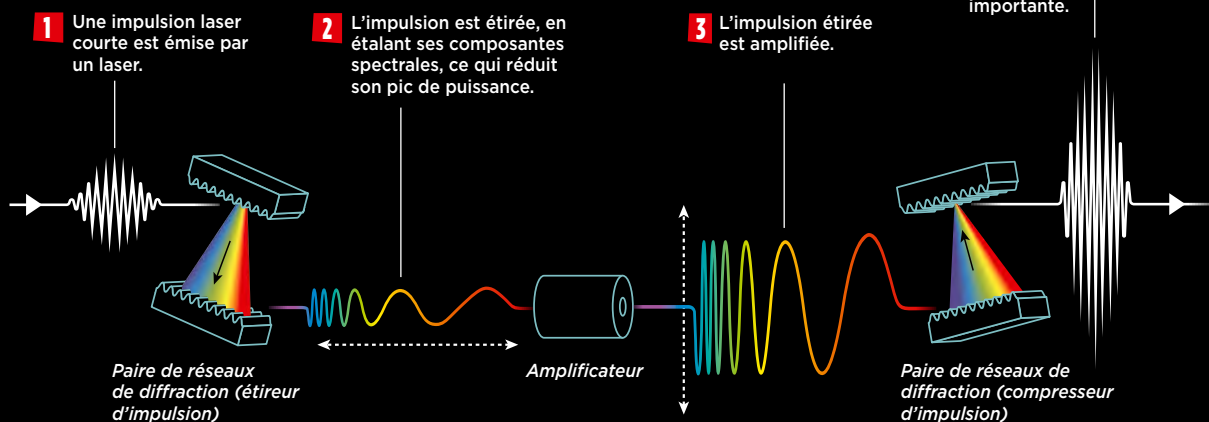
**2018** Il reçoit le prix Nobel de physique.

groupe sur les lasers à impulsions brèves et celui sur les lasers intenses pour la fusion. À l'époque, pour augmenter l'énergie d'un faisceau laser, on le faisait passer par une série d'amplificateurs. Et pour limiter les dommages sur l'optique (milieux lasers en verre, miroirs, lentilles...), il fallait augmenter la taille des amplificateurs, d'où des installations gigantesques. J'ai alors transposé dans le domaine temporel ce qui était déjà fait dans le domaine spatial. Avec l'idée d'étaler les longueurs d'onde d'une impulsion brève, donc de créer une dérive de fréquence, à l'image du gazouillis d'oiseau, d'où le nom de Chirped Pulse Amplification (CPA) [en anglais, to chirp signifie gazouiller, NDLR]. Comme la largeur spectrale d'une impulsion et sa durée sont liées, l'impulsion pouvait ainsi devenir plus longue, et donc être amplifiée. Et dans une troisième étape, il suffisait de la comprimer pour retrouver sa durée initiale (voir ci-dessous).

## Et en pratique, comment avez-vous procédé ?

Nous étions très mal outillés. La seule méthode que l'on connaissait pour disperser les longueurs d'onde consistait à faire passer le faisceau laser à travers de la fibre optique. J'avais calculé qu'il nous fallait 2 km de fibre pour passer une impulsion d'une picoseconde à une centaine de picosecondes. À l'époque, la fibre optique coûtait très cher. Mais j'ai convaincu la société Corning, qui avait mis au point les premières fibres optiques, de nous fournir les 2 km nécessaires à l'expérience. Quand mon étudiante, Donna Strickland, a débobiné la fibre pour l'utiliser, elle s'est cassée pratiquement au milieu, à 1,4 km. Nous avons dû faire avec cette longueur. Si bien qu'en 1985, l'impulsion obtenue au sortir du dispositif était moins belle qu'attendue, mais nous avons montré que le principe fonctionnait (1).

## Principe de l'amplification par dérive de fréquence







### Par quels moyens a-t-on pu progresser ?

D'abord en remplaçant la fibre optique par un système de réseaux de diffraction. D'un étirement dans le temps d'un facteur 10 à 100, on est passé à un facteur 1 000. On a alors montré qu'on pouvait atteindre des puissances de l'ordre du térawatt ( $10^{12}$  watts, l'équivalent de la puissance de 1 000 centrales nucléaires), sur un espace aussi réduit qu'une table. Du point de vue technologique, c'était un bond en avant colossal ! Mais j'ai compris qu'en utilisant la CPA sur les gros lasers dédiés à la fusion nucléaire, on pouvait encore progresser d'un facteur 1 000 et viser le pétawatt ( $10^{15}$  watts). Or, à Rochester, en 1987, on m'a répondu que les impulsions brèves n'avaient pas d'avenir. Heureusement, le président de l'université du Michigan m'a invité à poursuivre mes recherches dans son institution. J'y suis donc parti avec quinze de mes étudiants. Entre-temps, Jean Ouvry, qui dirigeait le centre du Commissariat à l'énergie atomique (CEA) de Limeil-Brévannes, a visité le laboratoire de Rochester et, tout comme Robert Dautray, haut-commissaire au CEA, il ne m'a pas pris pour un fou. Il m'a ensuite informé qu'un de leurs gros lasers, le P102 [pour 102 picosecondes, NDLR], allait être démantelé, et que je pouvais en disposer. Avec mon équipe, nous avons fait des allers-retours entre Ann Arbor, dans le Michigan, et Limeil-Brévannes et, en utilisant la CPA sur ce laser, nous avons grimpé doucement vers le pétawatt au début des années 1990, en allant jusqu'à 20, puis 50, puis 100 térawatts...

### Les premières applications médicales datent-elles de cette époque ?

Oui, en partie à la suite d'un accident. En 1992, dans le Center for Ultrafast Optical Science que je dirigeais alors à Ann Arbor, l'un de mes étudiants est venu me voir, catastrophé, parce qu'il avait reçu

▲ *Le laser Apollon (ici l'enceinte de compression à l'époque de son installation) est dédié à l'exploration de nouveaux domaines de la physique des hautes énergies. Il a été proposé par Gérard Mourou.*

(\*) **Un effet non linéaire** désigne un effet qui ne se produit pas de manière directement proportionnelle à l'action, ce qui déforme les signaux.

une fraction de faisceau laser dans l'œil. Il avait peur des conséquences, de la fermeture du laboratoire. Je l'ai emmené à l'hôpital. Le jeune interne qui l'a examiné, interloqué, lui a demandé quel était le laser à l'origine de l'accident. Parce que, si l'œil était endommagé, la blessure était « parfaite » : circulaire, avec des bords très nets, rien à voir avec les lésions habituelles en forme de cratère des lasers. Et quelques semaines plus tard, quand nous avons exposé les faits devant la commission réunie par le président de l'université, il n'a pas été décidé de fermer le laboratoire... au contraire, on nous a alloué 500 000 dollars pour faire des recherches avec ce laser ! C'était inespéré. Aujourd'hui, 2 millions d'interventions sont réalisées chaque année pour corriger la myopie avec l'aide d'un laser femtoseconde. **Le potentiel du CPA s'est aussi révélé dans le domaine de la physique des particules...**

En effet, et c'est une application très importante. En 1979, le physicien japonais Toshiki Tajima, alors en postdoctorat à l'université de Californie à Los Angeles, avait eu l'idée d'accélérer les électrons en les faisant surfer dans le sillage plasma d'une impulsion laser, c'est-à-dire en exploitant l'intense champ électrique – ou champ de sillage – créé par la séparation des charges d'un plasma sous l'effet d'un laser (2). Toshiki Tajima était limité par la durée et l'intensité des lasers pulsés de l'époque, insuffisantes pour créer ce champ de sillage. Le CPA a changé la donne et nous avons commencé à collaborer dans les ...

**“ Utiliser un faisceau de protons contre une tumeur cancéreuse a l'avantage d'être ultraprécis ”**

## LES LASERS LES PLUS PUISSANTS AU MONDE



▲ L'infrastructure ELI-NP installée en Roumanie vise les 20 pétawatts.

Alors qu'il vient de revenir en France, en 2005, Gérard Mourou répond tour à tour à deux appels à projets concernant des infrastructures de recherche laser, l'un français, l'autre européen. Le premier, baptisé Apollon, est installé à Saclay. Placé sous la responsabilité du Laboratoire d'utilisation des lasers intenses (Luli, de l'UMR École polytechnique, CNRS, CEA, Sorbonne université), il vise une puissance de 10 pétawatts et

a déjà atteint quelques pétawatts. Il est dédié à l'exploration de nouveaux domaines de la physique des hautes énergies.

Le deuxième, qui a pour nom ELI (Extreme Light Infrastructure), comprend trois infrastructures européennes. L'une doit voir le jour en Hongrie et a pour objectif la génération d'impulsions attosecondes, qui permettront notamment de s'attaquer au vieux rêve de claquage du vide : avec une intensité de crête approchant du  $10^{30}$  watts par  $\text{cm}^2$ , il s'agit de casser les paires virtuelles de particules-antiparticules. La seconde, qui sera construite en République tchèque, sera consacrée à la production de rayonnements. Enfin la troisième, située en Roumanie, vise les 20 pétawatts - une puissance de 10 pétawatts a déjà été atteinte en mars 2019. Elle sera vouée à la physique nucléaire, et notamment au traitement des déchets radioactifs.

... années 1990. Par rapport aux technologies classiques, l'accélération par laser augmente d'un facteur 1 000 le gradient d'accélération, ce qui permet de diminuer à la fois le coût et la taille des installations. Si dans le grand accélérateur du Cern, l'anneau fait 27 km de circonférence, c'est parce qu'il faut aux particules accélérées une centaine de mètres pour gagner une énergie d'un gigaelectronvolt (GeV) : pour les porter jusqu'à une énergie de l'ordre du téraélectronvolt (TeV), 1 000 fois plus, et pour mener des expériences sur la matière et les origines de l'Univers, elles doivent donc parcourir des distances considérables. Or, avec l'accélération laser-plasma, des électrons peuvent maintenant gagner un GeV en quelques centimètres ! Les accélérateurs du futur utiliseront cette propriété.

### Peut-on accélérer d'autres particules que des électrons ?

À des niveaux d'intensité laser très élevés, on peut en effet accélérer des particules 2 000 fois plus massives que les électrons, c'est-à-dire des protons. Avec des retombées dans le domaine médical, à travers la protonthérapie : il s'agit de détruire une tumeur

English  
version

Cet article est  
disponible  
en anglais sur  
[researchinfrance.com](http://researchinfrance.com)

### POUR EN SAVOIR PLUS

■ [tinyurl.com/](http://tinyurl.com/)

conference-Apollon

Conférence du physicien Philippe Zeitoun sur le laser Apollon.

cancéreuse avec un faisceau de protons qui a l'avantage d'être ultraprécis et donc de ne pas brûler les tissus alentours. La technique existe déjà avec des accélérateurs classiques, mais qui sont lourds et coûteux, donc peu répandus. L'accélération laser devrait les rendre plus compacts et accessibles.

### Vous semblez toujours soucieux des retombées de vos recherches. Quelles sont celles qui vous tiennent le plus à cœur ?

Toute une partie de mon activité a consisté à développer des lasers qui puissent être exploités dans le cadre d'applications scientifiques et sociétales. Notamment à travers le projet du consortium européen ICAN (International Coherent Amplification Network), piloté par mon équipe à l'École polytechnique et visant à améliorer le rendement des lasers ultra-intenses. Pour le moment, il faut un temps de récupération d'environ une seconde entre chaque tir laser. Or il faudrait multiplier cette cadence par 1 000, tout en augmentant le rapport entre l'énergie délivrée et celle utilisée, pour accélérer des particules avec un rendement suffisant. Un résultat que nous espérons atteindre en transformant l'architecture des lasers, grâce à des fibres optiques. En plus de rendre moins encombrantes et coûteuses les installations de protonthérapie, cela permettra de nouvelles applications et d'avancer dans un autre projet qui me tient à cœur : utiliser les jets de protons pour produire des neutrons de très haute énergie avec lesquels on pourrait bombarder des déchets radioactifs particulièrement dangereux du fait de leur durée de vie.

### Vous voulez faire de la transmutation nucléaire ?

C'est bien cela, comme ce que cherchaient les alchimistes du Moyen Âge, mais avec des lasers ! L'idée consiste à détruire les noyaux radioactifs par des réactions de fission dont les produits ont une durée de vie infiniment plus courte, et elle est déjà expérimentée avec des accélérateurs conventionnels. En les remplaçant par des accélérateurs lasers, on pourrait réduire énormément les coûts et finir par résoudre ce problème si fondamental de la gestion des déchets nucléaires. Je suis optimiste. Hors de mon équipe à Polytechnique, plusieurs groupes sont intéressés et, grâce aux infrastructures d'ELI (lire ci-dessus), nous disposons en Europe des plus puissants lasers au monde permettant d'étudier cette transmutation. Et puis, le prix Nobel m'a ouvert des portes. J'ai maintenant une audience plus grande. Des gens qui peuvent m'aider. Je peux consacrer tout mon temps et toute mon énergie à ce projet. ■

### Propos recueillis par Anne Lefèvre-Balleydier

(1) D. Strickland et G. Mourou, *Opt. Commun.*, 56, 219, 1985.

(2) T. Tajima et J. M. Dawson, *Phys. Rev. Lett.*, 43, 267, 1979.

## 3 questions à Donna Strickland

# «Obtenir des impulsions ultracourtes»



**1959** Naissance à Guelph (Canada).

**1989** Thèse de doctorat de l'université de Rochester, sous la direction de Gérard Mourou.

**1997** Maître assistante à l'université de Waterloo (Canada).

**2002** Professeure associée à l'université de Waterloo.

**2013** Présidente de l'Optical Society.

**2018** Prix Nobel de physique.

**D'après une interview récente, quand Gérard Mourou vous a demandé de mettre en œuvre la technique qui consiste à étirer, amplifier puis comprimer un faisceau laser, c'est-à-dire le Chirped Pulse Amplification (CPA), vous lui aviez répondu que cela ne constituait pas même un sujet de thèse. Pouvez-vous nous en dire un peu plus ?**

En vérité, je lui avais dit que l'amplification par dérive de fréquence était un bon projet technologique, mais pas une bonne thèse de doctorat. Il aime le raconter aux gens, et je maintiens mes propos. L'idée était la sienne, c'était à moi de la rendre réalité. Mais, pour une thèse de doctorat, il faut conduire une recherche scientifique. Le CPA était un projet de développement des lasers. Une fois ce développement accompli, il me restait encore à l'utiliser au sein d'un travail de recherche scientifique et je me suis intéressée à l'ionisation multiphotonique, c'est-à-dire comment un atome s'ionise lorsqu'il absorbe plusieurs photons. C'est pourquoi ma thèse s'intitulait « Développement d'un laser ultralumineux et d'une application à l'ionisation multiphotonique », car elle portait à la fois sur le développement d'un prototype de laser utilisant le CPA et sur l'ionisation multiphotonique aux intensités ultra-élevées que cette technique d'amplification rendait possible. Ce travail a notamment montré que le processus d'ionisation est indépendant de la durée d'une impulsion à largeur de bande constante.

**Comment avez-vous fait évoluer la technique CPA ?**

Le développement de la CPA a certainement influencé une grande partie de mon travail de recherche. Mais d'abord, après ma thèse à Rochester, j'ai voulu faire autre chose et j'ai travaillé durant mon postdoctorat sur des lasers à impulsions courtes qui n'utilisaient pas le CPA. Je travaillais alors à Ottawa aux côtés de Paul Corkum, devenu depuis professeur titulaire de la chaire de recherche du Canada en photonique de l'attoseconde. Puis, j'ai été embauchée aux États-Unis, au laboratoire national de Lawrence Livermore, pour mettre au point de nouveaux types de lasers CPA. Depuis mon arrivée à l'université de Waterloo en 1997,

mes recherches ont porté sur le développement de systèmes lasers CPA à deux couleurs et sur leur utilisation pour l'étude de divers effets optiques non linéaires. L'un de ces effets engendre un éventail de longueurs d'onde allant de l'infrarouge à l'ultraviolet. L'objectif est de réunir toutes ces longueurs d'onde pour obtenir des impulsions extrêmement courtes et intenses. Ces impulsions ultracourtes pourraient aider à capturer des images de processus qui se déroulent dans les molécules. Et ces séquences d'arrêt sur image donneront de nouvelles informations sur les mouvements des électrons au sein d'une molécule. Je travaille également sur une technique permettant de produire des impulsions courtes dans l'infrarouge moyen. Ces nouvelles sources lasers pourraient être utilisées dans la surveillance de l'environnement, sachant que chaque molécule ou presque possède un spectre d'absorption spécifique dans ces longueurs d'onde.

**Depuis sa création, en 1901, vous êtes seulement**

**la troisième femme à recevoir un prix Nobel de physique.**

**Qu'est-ce que cela vous inspire ?**

La première femme Prix Nobel de physique, Marie Curie, était vraiment une scientifique remarquable. Elle est la seule personne, et pas seulement la seule femme, à avoir reçu un prix Nobel dans deux catégories scientifiques différentes (physique et chimie). Elle est morte pour la science. Je n'ai pas envie de faire pareil ! Prendre la suite de Marie Curie est un honneur incroyable. Vous savez, j'ai parlé de Maria Goeppert-Mayer, seule autre femme à ce jour à remporter le prix Nobel de physique, dans ma thèse de doctorat. Le fait que trois femmes seulement ont obtenu le prix Nobel de physique en plus d'un siècle montre combien elles ne sont pas reconnues pour ce qu'elles accomplissent. J'espère que les choses vont changer, qu'un nombre croissant de femmes sera récompensé. Plus il y aura de physiciennes, plus il y a de chances qu'elles puissent être lauréates du prix Nobel de physique. Quand j'étudiais la physique à l'université, je n'avais pas un seul professeur femme, et il y avait peu d'étudiantes dans ma classe. Les choses s'améliorent, mais les progrès sont lents. Il faudrait faire en sorte qu'il y ait davantage de jeunes femmes s'intéressant à la physique, qu'elles soient plus nombreuses à entrevoir les possibilités de carrière enrichissantes qu'offre cette discipline. Les parents jouent un rôle clé dans l'éducation et les choix de carrière de leurs enfants : tout le monde ne peut pas devenir médecin ou avocat. Lorsque la société comprendra mieux le rôle des sciences dans nos vies, quand elle saisira à quel point les sciences comptent pour relever les plus gros défis auxquels nous sommes confrontés, alors je pense que nous verrons davantage de jeunes femmes mais aussi de jeunes hommes s'intéresser aux disciplines scientifiques, et notamment à la physique.

**Propos recueillis par A. L.-B.**

## Problème n° 1 – Étude d'un étireur à réseaux

CCP MP 2005

Dans le domaine de l'optique ultra-rapide, l'amplification des impulsions lumineuses se heurte à une difficulté majeure. En effet, lors de l'amplification, l'intensité crête, inversement proportionnelle à la durée des impulsions, peut prendre des valeurs bien supérieures au seuil de dommage du milieu amplificateur. Pour éviter cela, on utilise des dispositifs optiques permettant d'étirer temporellement l'impulsion avant amplification, et de la « recomprimer » après amplification.

Dans ce problème, on se propose d'étudier le principe d'un étireur d'impulsions constitué par l'association de deux réseaux identiques parallèles entre eux. Enfin, on étudiera dans la troisième partie le changement de profil temporel d'une impulsion de lumière se propageant dans ce dispositif optique.

### A. Réseau à échelettes

On considère le réseau en réflexion dit à échelettes représenté sur la figure 1, constitué d'une succession de facettes réfléchissantes (largeur  $b$ ) inclinées d'un angle  $\gamma$  par rapport au plan du réseau. Une onde plane monochromatique (longueur d'onde  $\lambda$ ) éclaire le réseau sous un angle  $i_0$  par rapport à la normale  $\vec{e}_r$  et on observe l'onde diffractée à l'infini dans la direction qui fait un angle  $\theta$  avec  $\vec{e}_r$ . Les angles d'incidence et de diffraction par rapport à la normale  $\vec{e}_f$  de la facette sont respectivement  $\alpha_0$  et  $\alpha$ .

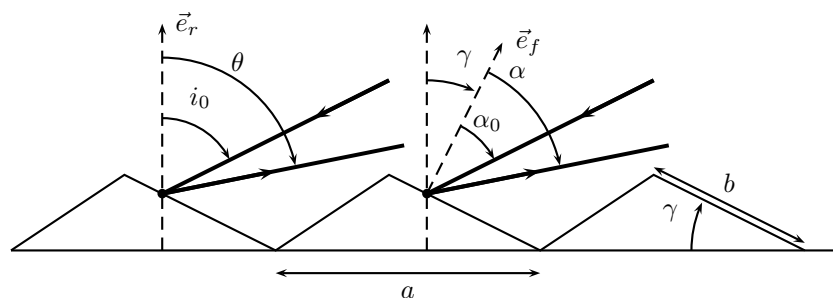


FIGURE 1 – Réseau à échelettes

### Diffraction par une facette

1. Exprimer la différence de phase entre les ondes véhiculées par deux rayons incidents dont l'un tombe sur un extrémité de l'arête de la facette en fonction de  $\alpha_0$ ,  $\alpha$  et de la distance  $y$ , voir la figure 2.

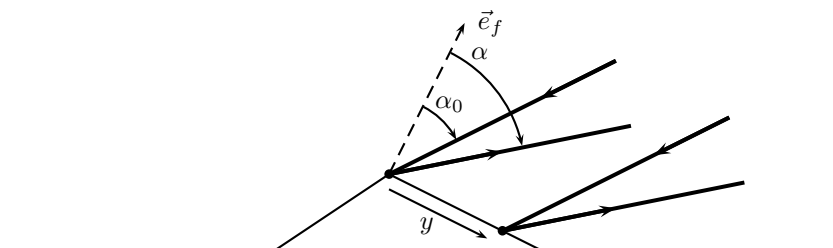


FIGURE 2 – Diffraction par une facette

2. En déduire l'expression de l'amplitude diffractée par une facette dans la direction  $\alpha$ .

3. Dans quelle direction de l'espace se situe le centre de la figure de diffraction ?

### Diffraction par le réseau

4. Exprimer la différence de phase entre les ondes véhiculées par deux rayons homologues incidents tombant sur deux facettes consécutives, séparés d'une distance  $a$  et des angles  $i_0$  et  $\theta$ , voir la figure 3.

5. En déduire la position des maxima principaux  $\theta^{(m)}$  en fonction de  $\lambda$ ,  $a$ ,  $i_0$  et d'un nombre entier  $m$ .

6. On veut faire coïncider pour une longueur d'onde  $\lambda_0$  l'ordre 1 du réseau avec le maximum de la courbe de diffraction d'une facette. Calculer la distance  $a$  entre les facettes qui permette de réaliser cette condition. Application numérique :  $\gamma = 30^\circ$ ,  $i_0 = 45^\circ$ ,  $\lambda_0 = 2 \mu\text{m}$ .

On suppose par la suite que la condition de la question 6 est réalisée et que le réseau (avec  $\gamma = 30^\circ$ ) se comporte comme un miroir, réfléchissant l'onde incidente dans la direction  $\theta(\omega)$  donnée par  $\sin \theta(\omega) = \frac{2\pi c}{\omega a} - \sin i_0$  pour des longueurs d'ondes  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$  proches de  $\lambda_0 = 2 \mu\text{m}$  et où  $c$  est la vitesse de la lumière ( $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ).



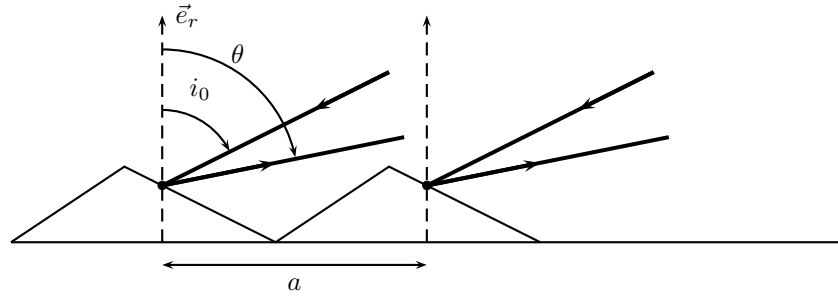


FIGURE 3 – Interférence entre deux rayons homologues

On néglige l'énergie répartie sur les autres maximums. On supposera aussi que la largeur du pic principal est négligeable.

### B. Combinaison de deux réseaux à échelettes

On considère maintenant deux réseaux à échelettes (mêmes paramètres  $\gamma$  et  $a$ ) parallèles entre eux disposés comme le montre la figure 4. La distance  $z$  entre les réseaux est supposée être grande de sorte que l'on se trouve dans les conditions de diffraction à l'infini quand l'onde lumineuse irradie le réseau 2. On envoie une onde plane véhiculée par le rayon incident faisant un angle  $i_0 = 45^\circ$  avec la normale au réseau 1. L'onde à l'entrée du réseau 1 est une impulsion lumineuse qui s'écrit sous la forme  $E(t) = E_0 \exp -\frac{t^2}{\tau^2} \exp(i\omega_0 t)$  où  $\tau$  est une constante et  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$  est la pulsation centrale. On définit les relations de passage entre une fonction complexe  $E(t)$  et sa transformée de Fourier  $\hat{E}(\omega)$  :

$$\hat{E}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) \exp(-i\omega t) dt \quad \text{et} \quad E(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{E}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$$

$\hat{E}(\omega)$  est une fonction complexe de  $\omega$ . L'impulsion lumineuse peut être décrite comme une superposition d'ondes monochromatiques dont le poids de chaque composante est donné par  $\frac{1}{2\pi} |\hat{E}(\omega)|^2$ . On a dessiné sur la figure 4 le trajet correspondant à une onde de pulsation centrale  $\omega_0$ . On pose  $\theta_0 = \theta(\omega_0)$ . On donne la relation  $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-(c_1 t^2 + 2ic_2 t)) dt = \sqrt{\frac{\pi}{c_1}} \exp(-\frac{c_2^2}{c_1})$  avec  $c_2$  réel et  $c_1$  éventuellement complexe mais de partie réelle positive. On convient de définir la « largeur » d'une courbe comme la demi-largeur à  $\frac{1}{e}$  du maximum de cette courbe.

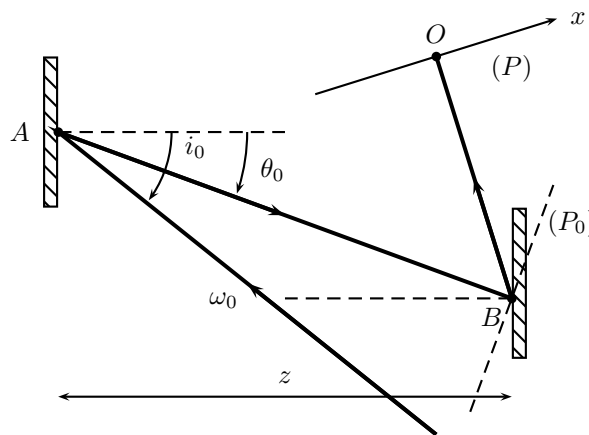


FIGURE 4 – Combinaison de deux réseaux

7. Donner la signification de  $\tau$ .

8. Calculer la transformée de Fourier  $\hat{E}(\omega)$  de l'impulsion.

9. En déduire sa « largeur ».

10. Montrer, en utilisant la relation  $\sin \theta(\omega) = \frac{2\pi c}{\omega a} - \sin i_0$ , que le rayon lumineux associé à  $\omega_0$  est diffracté

par le deuxième réseau dans la direction  $i_0$  mesurée par rapport à la normale à ce même second réseau.

**11.** Montrer que le rayon lumineux associé à  $\omega > \omega_0$  est diffracté par le premier réseau dans une direction  $\theta(\omega) < \theta_0$ . Montrer qu'il est lui aussi diffracté par le deuxième réseau dans la direction  $i_0$  mesurée par rapport à la normale à ce même second réseau.

**12.** Dessiner à partir du point d'impact  $A$  le trajet d'un rayon correspondant à  $\omega = \omega_0$  ainsi que celui d'un rayon correspondant à une composante spectrale  $\omega > \omega_0$ .

**13.** Pour une composante spectrale  $\omega$ , trouver la relation  $x(\theta)$  donnant le point d'impact du rayon lumineux sur le plan d'observation ( $P$ ) perpendiculaire au trajet du rayon associé à  $\omega_0$ . On prendra comme origine  $x = 0$  pour  $\omega = \omega_0$ . La relation  $x(\theta)$  sera exprimée en fonction de  $z$ ,  $\theta(\omega)$ ,  $\theta_0$  et  $i_0$ .

**14.** A partir de la relation  $\sin \theta(\omega)$ , trouver la relation entre  $\Delta\theta = \theta(\omega) - \theta_0$  et  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ . On rappelle que  $\omega$  et  $\theta$  sont proches de  $\omega_0$  et  $\theta_0$  respectivement.

**15.** En déduire la relation  $\omega(x)$  caractérisant l'étalement spatial du spectre de l'impulsion le long du plan ( $P$ ).

**16.** En ne tenant compte que de la dispersion spatiale déterminée précédemment, indiquer la nature du profil spatial de l'intensité lumineuse au niveau de ce plan ( $P$ ).

**17.** Application numérique : calculer  $\theta_0$  en degré puis la « largeur » de la courbe de l'intensité diffractée dans le plan ( $P$ ) pour  $\tau = 100 \times 10^{-15}$  s,  $z = 2$  m et  $a = 2,07 \mu\text{m}$ .

### C. Étirement temporel d'impulsions lumineuses

La différence de phase totale  $\Delta\phi$  accumulée jusqu'au plan ( $P$ ) entre deux rayons associés à  $\omega$  et  $\omega_0$  s'exprime à partir d'un développement limité à l'ordre 2 comme :

$$\Delta\phi = \left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 \quad \text{avec} \quad \Delta\phi = \phi(\omega) - \phi(\omega_0)$$

**18.** En comparant à l'unité le terme de second ordre, pour quelles durées  $\tau$  la correction d'ordre 2 est-elle nécessaire ? On prendra  $\Delta\omega = \omega - \omega_0 = \frac{2}{\tau}$  et on comparera  $\tau$  à  $\tau_0$  défini par  $\tau_0^2 = 2 \left( \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_0}$ .

**19.** Le coefficient  $\left( \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_0}$  peut être calculé en utilisant le fait que le déphasage quadratique au niveau du plan ( $P$ ) est le même que le déphasage dans le plan ( $P_0$ ) perpendiculaire à la direction définie par  $\theta_0$  (voir la figure 4) et est dû uniquement à la diffraction par le réseau 1. Calculer la phase  $\phi(\omega)$  accumulée par un rayon associé à  $\omega$  à partir du point d'impact  $A$  et jusque dans le plan ( $P_0$ ) en fonction de la distance  $AB$ , de  $\omega$ ,  $c$  et  $\Delta\theta = \theta(\omega) - \theta_0$ .

**20.** En déduire le coefficient  $\left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_0}$ . Quelle est sa signification ?

**21.** En utilisant à nouveau le calcul de la question 19, déterminer le coefficient  $\left( \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_0}$  en fonction de  $a$ ,  $z$ ,  $\omega_0$ ,  $c$  et l'angle de diffraction  $\theta_0$ . Faire l'application numérique et calculer ensuite la durée  $\tau_0$ .

**22.** En tenant compte du déphasage  $\Delta\phi$ , reconstituer le profil temporel du champ électrique de l'impulsion lumineuse au niveau du plan ( $P$ ), c'est-à-dire calculer l'expression du champ électrique complexe  $E'(t)$ .

**23.** En déduire le module de ce champ.

**24.** Donner la largeur temporelle  $\tau_P$  de l'impulsion au plan ( $P$ ).

**25.** Application : on envoie une impulsion lumineuse dans ce dispositif telle que  $\tau = 100 \times 10^{-15}$  s. Calculer la durée de l'impulsion  $\tau_P$ .

## Problème n° 2 – Étude d'un étireur à réseaux

CCP MP 2005

### A. Réseau à échelottes

#### Diffraction par une facette

**1.** La différence de marche se calcule de façon très classique dans ce cas où les rayons sont parallèles. On peut constater que la différence de marche se produit avant et après la facette sur le même rayon. Ainsi, on obtient :

$$\delta = y(\sin \alpha + \sin \alpha_0).$$

**2.** En appliquant le principe de Huygens-Fresnel, l'amplitude élémentaire diffractée par un élément  $dy$  de la facette est donnée par  $ds = K s_0 \exp j\omega t \exp -j \frac{2\pi}{\lambda} \delta dy$ . L'amplitude totale est  $s = \int_0^b ds$ . Le calcul conduit à

$$s = K s_0 b \exp j(\omega t - \frac{\pi}{\lambda} (\sin \alpha + \sin \alpha_0) b) \operatorname{sinc} \frac{\pi b (\sin \alpha + \sin \alpha_0)}{\lambda}.$$

**3.** L'intensité diffractée est proportionnelle à  $ss^*$ , on peut l'écrire sous la forme  $I = I_0 \operatorname{sinc}^2 \frac{\pi b (\sin \alpha + \sin \alpha_0)}{\lambda}$ . Son maximum est obtenu lorsque  $\sin \alpha + \sin \alpha_0 = 0$ , donc lorsque  $\alpha = -\alpha_0$ .

## Diffraction par le réseau

4. Le calcul est identique à celui de la première question, on a  $\delta = a(\sin i_0 + \sin \theta)$ .

5. Un maximum principal correspond à une condition d'interférence constructive entre les ondes diffractées par le réseau d'où  $\delta = m\lambda$  avec  $m \in \mathbb{Z}$ . On peut donc obtenir la condition :  $\sin \theta^{(m)} = m\frac{\lambda}{a} - \sin i_0$ .

6. Par construction des angles, on voit que  $\theta = \alpha + \gamma$ . Il faut réaliser les deux conditions  $\alpha = -\alpha_0$  et  $\sin \theta^{(1)} = \frac{\lambda}{a} - \sin i_0$ . On a  $\theta^{(1)} = \gamma - \alpha_0$  sans oublier que  $i_0 = \alpha_0 - \gamma$ , cela nous permet d'écrire que  $\theta^{(1)} = 2\gamma - i_0 = 15^\circ$ .

La périodicité du réseau est  $a = \frac{\lambda}{\sin(2\gamma - i_0) + \sin i_0} = 2,07 \mu\text{m}$ .

## B. Combinaison de deux réseaux à échelottes

7.  $\tau$  est la largeur temporelle de l'impulsion puisque  $E(t = \tau) = \frac{E_0}{e}$ .

8. La transformée de Fourier est donnée par  $\hat{E}(\omega) = \frac{E_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\frac{t^2}{\tau^2} + i(\omega_0 - \omega)t] dt$ . On peut identifier à l'intégrale proposée dans l'énoncé en posant  $c_1 = \frac{1}{\tau^2}$  et  $c_2 = \frac{\omega - \omega_0}{2}$ . Le résultat est :  $\hat{E}(\omega) = \frac{E_0\tau}{\sqrt{2}} \exp[-\frac{(\omega_0 - \omega)^2\tau^2}{4}]$ .

9. La largeur spectrale est  $\omega - \omega_0 = \frac{2}{\tau}$ .

10. La relation du réseau 1 appliquée à la pulsation  $\omega_0$  est  $\sin \theta_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0 a} - \sin i_0$ . On peut constater logiquement que  $\theta_0 = \theta^{(1)}$ . Cette relation définit l'angle d'émergence  $\theta_0$  après le premier réseau. Mais, du fait du parallélisme des deux réseaux, le rayon lumineux associé à  $\omega_0$  arrive sous l'incidence  $\theta_0$  sur le second réseau. On peut donc écrire que son angle d'émergence  $\beta$  est tel que  $\sin \beta = \frac{2\pi c}{\omega_0 a} - \sin \theta_0$ . On constate que l'angle de diffraction par le deuxième réseau est  $\beta = i_0$  mesuré par rapport à la normale à ce même second réseau.

11. Au vu de la relation  $\sin \theta(\omega) = \frac{2\pi c}{\omega a} - \sin i_0$ , on peut conclure que si  $\omega > \omega_0$ , alors le terme  $\frac{2\pi c}{\omega a} < \frac{2\pi c}{\omega_0 a}$ . On a donc :  $\theta(\omega) < \theta_0$ . Le rayon lumineux associé à  $\omega$  arrive sur le premier réseau sous l'incidence  $i_0$ , il se trouve diffracté dans la direction  $\theta(\omega)$  qui est aussi l'incidence sur le second réseau et par conséquent son angle d'émergence est  $i_0$ . Tous les rayons diffractés émergent du second réseau parallèles avec l'angle  $i_0$ .

12. Voir la figure 5.

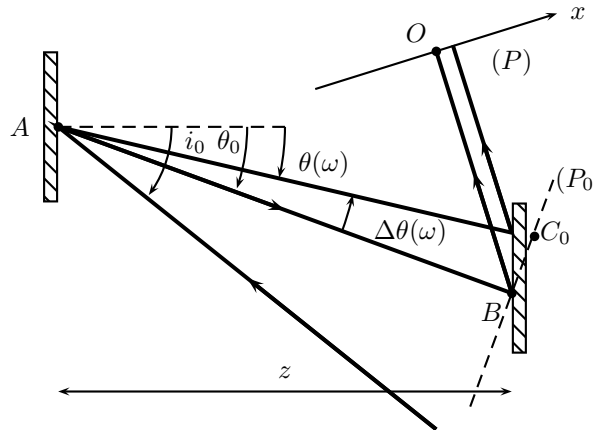


FIGURE 5 – Émergence d'un faisceau de rayons parallèles

13. On a  $x(\theta) = z(\tan \theta(\omega) - \tan \theta_0) \cos i_0$ .

14. Commençons par différentier la relation du réseau :  $\cos \theta d\theta = -\frac{2\pi c d\omega}{a\omega^2}$ . Or les angles restent voisins de  $\theta_0$  et les pulsations voisines de  $\omega_0$ . On pourra donc retenir que :  $\Delta \theta = -\frac{2\pi c}{a\omega_0^2 \cos \theta_0} \Delta \omega$ .

15. On différencie la relation donnant  $x(\theta)$  :  $dx = -z \cos i_0 \frac{d\theta}{\cos^2 \theta}$ . pour les mêmes raisons que dans la question précédente, on peut écrire que  $\Delta x = x - x(\omega_0) = x = -z \cos i_0 \frac{\Delta \theta}{\cos^2 \theta_0}$ . En regroupant les deux formules obtenues par différenciation, on arrive à  $x = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \frac{z\lambda_0}{a} \frac{\cos i_0}{\cos^3 \theta_0}$ .

16. Comme le profil spectral  $\hat{E}(\omega)$  est de type gaussien, le profil spatial en  $x$  sera lui aussi de type gaussien.

17. La largeur temporelle de l'impulsion étant  $\omega - \omega_0 = \frac{2}{\tau}$ , on obtient une largeur spatiale  $\Delta x_{1/e} = \frac{1}{\pi c \tau} \frac{z\lambda_0^2}{a} \frac{\cos i_0}{\cos^3 \theta_0}$ .  $\theta_0 = 15^\circ$  a déjà été calculé. On trouve  $\Delta x_{1/e} = 3,2 \text{ cm}$ .

## C. Étirement temporel d'impulsions lumineuses

**18.** Écrire que  $\frac{1}{2} \left( \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 \simeq 1$  revient à écrire  $\frac{\tau_0^2}{\tau^2} \simeq 1$ . On constate donc que si  $\boxed{\tau < \tau_0}$  alors la correction d'ordre 2 est nécessaire.

**19.** Soit  $C_0$  le point d'intersection entre le prolongement du rayon lumineux d'angle  $\theta(\omega)$  associé à la pulsation  $\omega$  et le plan  $(P_0)$ , voir la figure 5. La phase accumulée est  $\phi = k(AC_0)$  avec  $k = \frac{\omega}{c}$ . Ainsi on a  $\phi = \frac{\omega}{c} \frac{AB}{\cos \Delta\theta}$ .

Compte tenu du fait que l'angle  $\Delta\theta$  est petit, on peut proposer :  $\boxed{\phi(\omega) = \frac{\omega}{c} AB \left( 1 + \frac{\Delta\theta^2}{2} \right)}$ .

**20.** La phase accumulée peut se réécrire selon  $\phi(\omega) = \left( \frac{\omega_0}{c} AB + \frac{\Delta\omega}{c} AB \right) \left( 1 + \frac{\Delta\theta^2}{2} \right)$ . On développe ce calcul et on obtient en ne conservant pas le terme d'ordre 3 issu de  $\Delta\theta^2 \Delta\omega$  :  $\phi(\omega) = \frac{\omega_0}{c} AB + \frac{\Delta\omega}{c} AB + \frac{\omega_0 AB}{2c} \Delta\theta^2$ . On a donc :  $\boxed{\left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_0} = \frac{AB}{c}}$ . Ce coefficient correspond à la durée de parcours de l'onde de pulsation  $\omega_0$  entre les deux réseaux.

**21.** À partir de l'expression de la phase de la question précédente, on arrive à identifier le coefficient d'ordre 2 puisque  $\Delta\theta = -\frac{2\pi c}{a\omega_0^2 \cos \theta_0} \Delta\omega$ . Après calculs et utilisation de la relation  $AB = \frac{z}{\cos \theta_0}$ , on trouve l'expression suivante  $\boxed{\left( \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} = \frac{\lambda_0^3 z}{2\pi c^2 a^2 \cos^2 \theta_0} = 7 \times 10^{-24} \text{ s}^2}$ . On trouve aussi  $\boxed{\tau_0 = 3,7 \times 10^{-12} \text{ s}}$ .

**22.** Ce calcul correspond à une transformée de Fourier :  $E(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{E}(\omega) \exp(i\omega t - \phi(\omega)) d\omega$  car il faut tenir compte du déphasage évalué précédemment. Nous avons établi que  $\hat{E}(\omega) = \frac{E_0 \tau}{\sqrt{2}} \exp\left[-\frac{(\omega_0 - \omega)^2 \tau^2}{4}\right]$  et en tenant compte de la phase accumulée  $\phi(\omega)$ , on peut écrire que :  $E(t) = \frac{E_0 \tau}{2\sqrt{\pi}} \exp(i\omega_0 t - \phi(\omega_0)) \int_{-\infty}^{\infty} \exp[iu(t - \left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_0}) - u^2 \frac{\tau^2 + i\tau_0^2}{4}] du$  où on a posé  $u = \omega - \omega_0$ . On peut effectuer le calcul grâce à l'intégrale fournie dans l'énoncé à condition de poser  $c_2 = 2\left(\left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_0} - t\right)$  et  $c_1 = \frac{\tau^2 + i\tau_0^2}{4}$ .  $c_1$  est complexe, on devra pour en prendre la racine utiliser son équivalent  $c_1 = \frac{\sqrt{\tau^4 + \tau_0^4}}{4} \exp i\epsilon$  avec  $\tan \epsilon = \frac{\tau_0^2}{\tau^2}$ . Le calcul du champ électrique passe par

l'expression  $\boxed{E(t) = \frac{E_0 \tau}{(\tau^4 + \tau_0^4)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(t - \left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_0})^2 4\tau^2}{\tau^4 + \tau_0^4}\right] \exp i[\omega_0 t - \phi(\omega_0) - \frac{\epsilon}{2} + \frac{(t - \left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_0})^2 4\tau_0^2}{\tau^4 + \tau_0^4}]}$ .

**23.** Le module du champ est  $\boxed{E(t) = \frac{E_0 \tau}{(\tau^4 + \tau_0^4)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(t - \left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_0})^2 4\tau^2}{\tau^4 + \tau_0^4}\right]}$ .

**24.** L'expression du module du champ électrique peut s'écrire sous la forme :  $E(t) = \frac{E_0 \tau}{(\tau^4 + \tau_0^4)^{1/4}} \exp\left[-\frac{(t - \left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_0})^2}{\tau_P^2}\right]$ .

On en déduit que :  $\boxed{\tau_P = \frac{\sqrt{\tau^4 + \tau_0^4}}{2\tau}}$ .

**25.** La durée de l'impulsion est  $\boxed{\tau_P = 6,8 \times 10^{-11} \text{ s}}$ . Il y a bien eu un élargissement. Comme le faisceau de lumière est constitué au niveau du plan  $(P)$  d'un ensemble de rayons parallèles, la reconstitution de l'impulsion peut s'effectuer au foyer image d'une lentille convergente.