

# Devoir surveillé de Sciences Physiques n°3 du 14-11-2024

— Durée : 4 heures —

## Problème n° 1 – Diode Laser

Agrégation externe 2015

La transmission des signaux sur Terre se fait de plus en plus souvent aujourd'hui grâce à des fibres optiques, sous forme lumineuse.

### A. Principe de fonctionnement de la diode laser

Le signal lumineux envoyé dans les fibres optiques est la plupart du temps généré par des diodes lasers.

1. Que signifient les lettres de l'acronyme LASER ?
2. Comment s'effectue l'apport d'énergie au LASER ? Comment l'onde LASER est-elle produite ?
3. Comme tous les lasers, la diode laser est une source dite cohérente. Comment se caractérise la cohérence temporelle de la diode laser ?
4. Le faisceau lumineux délivré par la diode laser n'est pas parallèle, il y a une divergence angulaire de  $20^\circ$  à  $40^\circ$ . Peut-on le rendre parallèle ?

### B. Caractérisation du spectre de la diode laser

Un interféromètre de Michelson utilisé en configuration lame d'air permet de caractériser le spectre d'émission d'une diode laser. Les deux miroirs de l'interféromètre sont parfaitement orthogonaux entre eux, mais ne sont pas à la même distance de la séparatrice. Le dispositif est éclairé avec la diode laser étudiée, suivie d'une lentille de très courte focale permettant de rendre le faisceau très divergent. On supposera que les lames séparatrice et compensatrice n'introduisent aucun déphasage.

#### Détermination de la longueur d'onde centrale de la diode laser

Dans un premier temps, la différence de distance entre chaque miroir et la séparatrice reste constante : on note  $d$  l'épaisseur de la lame d'air équivalente.

5. On modélise l'ensemble de la diode laser et de la lentille de courte focale par une source ponctuelle  $S_0$  monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$ . Faire un schéma simplifié de l'interféromètre dans la configuration lame d'air.

6. On observe les interférences à l'infini, dans le plan focal image d'une lentille convergente ( $L$ ), de focale<sup>1</sup>  $f' = 2,00$  m. Montrer qu'en un point  $M$  de l'écran, repéré par l'angle  $i$  par rapport à l'axe optique de la lentille, la différence de marche entre les deux rayons issus de l'interféromètre vaut  $\delta(M) = 2d \cos i$ .

7. Écrire l'expression littérale de l'éclairement (ou intensité lumineuse) en fonction de l'angle  $i$ . Justifier la forme des franges observées sur l'écran et reproduites à la figure 1.

8. L'épaisseur de la lame d'air vaut  $d = 1,75$  mm. Au centre de l'écran<sup>2</sup>, l'éclairement n'est pas maximal. En déduire que, nécessairement, il existe un nombre réel  $p_0$ , appelé ordre au centre, tel que  $2d = p_0 \lambda_0$ , et tel que  $p_0$  n'est pas entier. On propose d'écrire par la suite  $p_0 = p_c + \varepsilon$  avec  $p_c \in \mathbb{N}$  et  $0 < \varepsilon < 1$ .

9. Déterminer l'ordre d'interférence du plus petit anneau brillant. On suppose que la zone observée sur l'écran est de suffisamment petite taille pour qu'en chaque point de l'écran, on ait  $i \ll \pi/2$ . Déterminer alors le rayon  $\rho_p$  de l'anneau d'ordre  $p$ , en fonction de  $f'$ ,  $d$ ,  $\lambda_0$  et  $p$ .

10. Montrer que le rayon  $R_m$  du  $m$ -ième anneau brillant vaut :

$$R_m = f' \sqrt{\frac{(m-1+\varepsilon)\lambda_0}{d}}$$

11. La figure observée est représentée figure 1. Relever dans un tableau le rayon des dix premiers anneaux brillants. On prendra soin de réfléchir au nombre de chiffres significatifs pertinents.

12. En déduire une valeur numérique de la longueur d'onde  $\lambda_0$  de la diode laser. On détaillera très précisément la méthode employée. Commenter le résultat obtenu.

13. À quelle couleur correspond la longueur d'onde précédemment trouvée ?

14. Un expérimentateur utilise la vis de chariotage pour augmenter régulièrement la valeur de  $d$ ,  $d$  étant initialement positif. Comment évolue la figure observée à l'écran ? On constate également que le contraste de la figure d'interférences diminue au fur et à mesure que  $d$  augmente. Proposer une explication.

1. Cette valeur de la distance focale n'est pas la valeur fournie dans l'énoncé à l'origine.

2. Dans l'énoncé de cette épreuve de l'agrégation, il y avait des incohérences et des erreurs qui faussaient la détermination de la longueur d'onde émise par la diode laser, j'ai modifié l'énoncé pour corriger les problèmes et pour pouvoir utiliser l'image fournie des franges circulaires d'interférences.

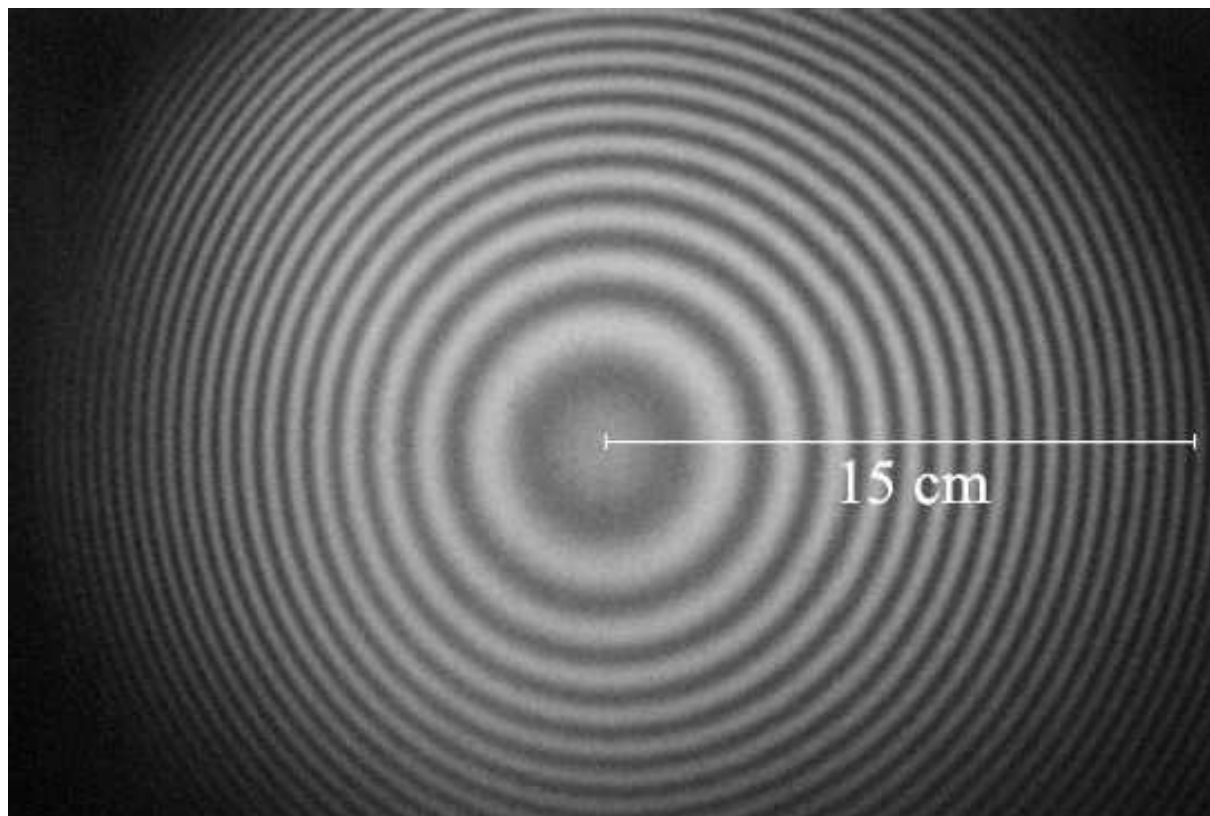


FIGURE 1 – Photographie de l'écran : observation des anneaux dans le plan focal image d'une lentille convergente

### Détermination de la largeur spectrale de la diode laser

Pour déterminer la largeur spectrale de la diode laser, on réalise un enregistrement de l'interférogramme observé avec l'interféromètre de Michelson. L'interféromètre est réglé en configuration lame d'air, et la vis de chariotage est reliée à un moteur qui permet de faire varier l'épaisseur  $d(t)$  de la lame d'air linéairement avec  $t$ , la vitesse du miroir est notée  $V_0$ . On observe les interférences à l'infini, dans le plan focal image d'une lentille convergente, de focale  $f' = 2,00$  m, et on place une photodiode au point focal image de la lentille. La photodiode délivre un courant proportionnel à l'intensité lumineuse (ou éclairement) qu'elle reçoit.

On modélise le spectre de la diode laser par une lorentzienne : la densité spectrale émise par la diode laser par unité de nombre d'onde  $\sigma = 1/\lambda$  est donc :

$$\frac{dI}{d\sigma} = B_0 \frac{1}{1 + \left( \frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma} \right)^2}$$

où  $\sigma_0$  est l'inverse de la longueur d'onde centrale  $\lambda_0$  du laser et  $\Delta\sigma$  sa largeur spectrale exprimée en nombre d'onde.

15. Tracer l'allure de la courbe  $\frac{dI}{d\sigma}$  en fonction de  $\sigma$ . Que peut-on dire du rapport  $\Delta\sigma/\sigma_0$  ?

16. Deux ondes émises par une même source à deux longueurs d'onde différentes donnent-elles lieu à des interférences ?

17. Montrer que l'éclairement au centre de l'écran au cours du temps s'écrit sous la forme :

$$I(t) = \int_0^{+\infty} f(\sigma) d\sigma$$

On donnera l'expression de  $f(\sigma)$ .

18. On donne les deux intégrales suivantes, lorsque  $\Delta\sigma \ll \sigma_0$  :

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2} d\sigma = \pi \Delta\sigma$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2} \cos(2\pi\sigma x) d\sigma = \pi \Delta\sigma e^{-2\pi\Delta\sigma |x|} \cos(2\pi\sigma_0 x)$$

En déduire l'expression de l'éclairement au centre de l'écran au cours du temps.

**19.** On obtient l'interférogramme présenté sur les figures 2 et 3. On donne  $V_0 = 50 \mu\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$ . Calculer la valeur numérique de la longueur d'onde centrale de la diode laser  $\lambda_0 = 1/\sigma_0$ . Cette valeur est-elle cohérente avec la valeur trouvée précédemment ? Déterminer la valeur numérique de  $\Delta\sigma$ . On expliquera soigneusement les mesures faites sur les figures.

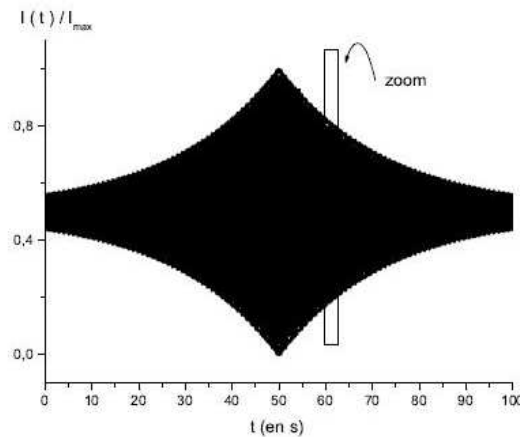


FIGURE 2 – Interférogramme théorique que l'on devrait obtenir avec une diode laser : on mesure l'intensité lumineuse  $I(t)$  au centre de l'écran en fonction du temps, on repère la valeur  $I_{max}$  de l'intensité maximale et on trace le rapport  $I(t)/I_{max}$  en fonction du temps. La zone rectangulaire a été zoomée sur la figure 3.

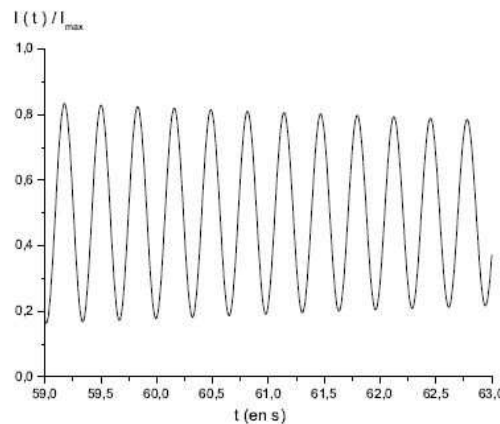


FIGURE 3 – Interférogramme théorique que l'on devrait obtenir avec une diode laser : on a tracé  $I(t)/I_{max}$  en fonction du temps, sur un intervalle de temps de quelques secondes.

**20.** Exprimer la largeur spectrale de la diode laser en longueur d'onde  $\Delta\lambda$  en fonction de  $\Delta\sigma$  et  $\lambda_0$ .

**21.** Tracer l'allure de l'interférogramme théorique qu'on obtiendrait avec une source classique monochromatique, comme sur la figure 2. Déterminer  $\Delta\lambda$  numériquement.

**22.** Lorsqu'on réalise cette expérience avec une diode laser, on constate que le contraste de la figure d'interférence ne décroît pas régulièrement lorsqu'on s'éloigne du contact optique : des annulations de contraste apparaissent régulièrement. Proposer une explication.

## Problème n° 2 – Réfrigérateur domestique

Banque PT 2019

### A. Modélisation d'une machine réfrigérante ditherme

On représente schématiquement une machine ditherme à la figure 4.

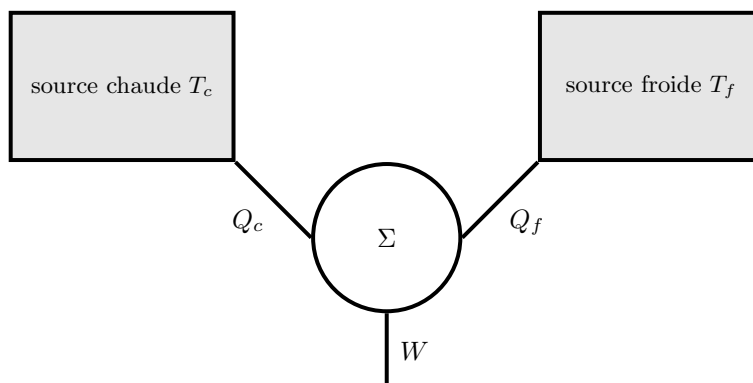


FIGURE 4 – Schéma d'une machine ditherme

On note :

- $\Sigma$  : le fluide thermodynamique caloporteur ou frigorigène
- $Q_c$  : le transfert thermique entre  $\Sigma$  et la source chaude à la température  $T_c$
- $Q_f$  : le transfert thermique entre  $\Sigma$  et la source froide à la température  $T_f$
- $W$  : le travail transféré entre  $\Sigma$  et l'extérieur

Ces grandeurs sont algébriques et leur signe est positif lorsque  $\Sigma$  les reçoit effectivement.

1. Indiquer les signes de  $Q_c$ ,  $Q_f$  et  $W$  lorsque la machine fonctionne en réfrigérateur. Justifier.
2. Définir l'efficacité  $e_f$  (aussi appelée coefficient de performance) d'une telle machine et montrer qu'elle est majorée par une efficacité maximale  $e_f^{max}$  dont on établira l'expression en fonction de  $T_c$  et  $T_f$ .

### B. Étude d'un cycle réfrigérant à compression de vapeur

Nous nous proposons d'étudier un cycle à compression de vapeur utilisé dans un réfrigérateur. La source chaude est la cuisine, de température  $T_c$ , la source froide est l'armoire du réfrigérateur et son contenu de température homogène  $T_f$ . Un fluide frigorigène décrit le cycle schématisé à la figure 5.

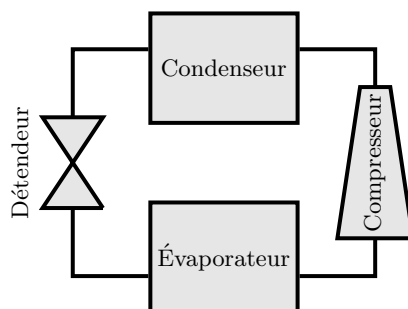


FIGURE 5 – Cycle du réfrigérateur domestique

Il y subit les transformations suivantes :

- De l'état 4 à l'état 1 : évaporation à  $T_{evap} = 0^\circ\text{C}$  puis surchauffe isobare jusqu'à  $10^\circ\text{C}$ .
- De l'état 1 à l'état 2 : compression adiabatique dans le compresseur.
- De l'état 2 à l'état 3 : refroidissement isobare, liquéfaction isobare à  $T_{cond} = 40^\circ\text{C}$  puis sous-refroidissement du liquide jusqu'à  $30^\circ\text{C}$ .
- De l'état 3 à l'état 4 : détente isenthalpique du fluide.

On note  $h_i$ ,  $s_i$  et  $v_i$  respectivement l'enthalpie, l'entropie et le volume massiques du fluide dans l'état  $i$ . On note  $P_i$  et  $T_i$  respectivement la pression et la température du fluide dans l'état  $i$ . Entre les états  $i$  et  $j$ , on note  $\Delta_{ij}h$  la variation d'enthalpie massique du fluide (les notations utilisées pour d'autres variations de grandeurs d'état s'en déduisent),  $q_{ij}$  le transfert thermique massique reçu par le fluide et  $w_{ij}$  le travail massique utile (où indiqué) reçu par le fluide.

3. Annoter la figure 1 du document-réponses en annexe à rendre en plaçant les différents points correspondant aux états 1 à 4. Positionner la source chaude et la source froide. Indiquer par une flèche le sens du transfert thermique entre les sources et le fluide dans l'évaporateur et dans le condenseur.

### Cycle avec compression réversible

Dans un premier temps, on suppose que la compression est adiabatique et réversible. Elle conduit alors le fluide de l'état 1 à l'état noté 2s.

4. Placer les points correspondant aux états 1, 2s, 3 et 4 dans le diagramme  $P(h)$  du fluide R134a fourni dans le document-réponses en annexe. On ne se préoccupera pas de la présence du point 2' qui a déjà été placé dans le diagramme  $P(h)$ . Ce point sera utile ultérieurement.

5. Remplir les colonnes représentant les états 1, 2s, 3 et 4 du tableau fourni dans le document-réponses en annexe.

6. Justifier que l'on ait choisi  $T_{evap} < T_f$  et  $T_{cond} > T_c$ .

7. Quelle hypothèse concernant le fluide sous-tend la modélisation des transformations  $4 \rightarrow 1$  et  $2s \rightarrow 3$  comme des isobares ?

### Cycle avec compression non réversible

La compression n'est, en réalité, pas réversible. Le compresseur est caractérisé par son rendement isentropique défini par :

$$\eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Le cycle étudié est désormais  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ , le rendement isentropique est  $\eta = 75\%$ .

8. Placer le point 2 sur le cycle dans le diagramme  $P(h)$  dans le document-réponses.

9. Tracer le cycle suivi par le fluide dans le diagramme  $P(h)$  du document-réponses.

10. Compléter la colonne 2 du tableau du document-réponses.

### Détermination de l'efficacité de la machine

11. Rappeler l'expression du premier principe de la Thermodynamique lorsqu'il est appliqué à un système ouvert en régime d'écoulement stationnaire.

12. Justifier que l'on puisse négliger les variations d'énergie potentielle de pesanteur devant les variations d'enthalpie dans un réfrigérateur domestique. Un calcul d'ordre de grandeur est attendu.

13. En supposant que le champ de vitesse est uniforme sur une section droite  $S$  d'une canalisation dans laquelle le fluide circule, exprimer le débit massique du fluide  $\mathcal{D}$  en fonction de  $S$ , de la vitesse  $V$  et du volume massique  $v$  du fluide.

14. En quel point du cycle le volume massique est-il maximal ? Justifier. On notera  $v^{max}$  sa valeur et on prendra  $v^{max} \simeq 7 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ .

15. En supposant que  $S$  garde la même valeur approximativement égale à  $1 \text{ cm}^2$  sur toute l'installation, déterminer la vitesse maximale du fluide au cours de l'écoulement. On prendra  $\mathcal{D} = 1 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

16. Justifier que l'on puisse négliger les variations d'énergie cinétique massique du fluide au cours du cycle devant ses variations d'enthalpie massique.

17. Montrer que l'on peut exprimer l'efficacité du réfrigérateur en fonction des enthalpies massiques de différents points du cycle  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ .

18. Déterminer, à l'aide des données évaluées sur le graphique, l'efficacité du cycle réfrigérateur décrit par le fluide.

19. Déterminer la puissance thermique  $\mathcal{P}'_{th}$  extraite de la source froide et la puissance  $\mathcal{P}$  du compresseur.

20. Pour quelle raison la vapeur est-elle surchauffée après son évaporation ?

21. Quel est l'intérêt de sous-refroidir le liquide après la liquéfaction ? Pourquoi ce sous-refroidissement n'est-il pas réalisé jusqu'à une température plus basse ( $20^\circ\text{C}$  par exemple) ?

## C. Association réfrigérateur-congérateur

La plupart des réfrigérateurs domestiques sont associés à un congélateur. Pour réaliser ce dispositif, on peut modifier le cycle à compression précédent en faisant passer le fluide dans deux évaporateurs successifs. Le cycle modifié est décrit ci-dessous, le point 4 est celui décrit dans le cycle précédent.

- De l'état 4 à l'état 4' : vaporisation isobare partielle dans le premier évaporateur au contact de l'intérieur du réfrigérateur.
- De l'état 4' à l'état 4'' : détente isenthalpique jusqu'à  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- De l'état 4'' à l'état 1' : évaporation à  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  dans le second évaporateur puis surchauffe isobare jusqu'à  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ces étapes se font au contact de l'intérieur du congélateur.
- De l'état 1' à l'état 2' : compression.
- De l'état 2' à l'état 3 : refroidissement, liquéfaction et sous-refroidissement isobare.
- De l'état 3 à l'état 4 : détente isenthalpique.

On souhaite que la puissance thermique extraite au cours de l'étape  $4 \rightarrow 4'$  soit la même que celle extraite au cours de l'étape  $4'' \rightarrow 1'$ .

**22.** Sur le diagramme  $P(h)$  du document-réponses, placer le point correspondant à l'état 1' puis les points correspondants aux états 4' et 4'' en justifiant le positionnement de ces deux derniers.

**23.** Le point caractéristique de l'état 2' est déjà placé sur le diagramme. Représenter le cycle  $3 \rightarrow 4 \rightarrow 4' \rightarrow 4'' \rightarrow 1' \rightarrow 2' \rightarrow 3$  en utilisant une couleur différente de celle utilisée pour le précédent cycle.

**24.** Comment évolue la proportion de vapeur dans le fluide au cours de l'étape  $4' \rightarrow 4''$  ? Préciser en justifiant. Le calcul des proportions de vapeur n'est pas demandé, seule l'évolution doit être justifiée.

**25.** Que vaut l'efficacité globale de l'ensemble réfrigérateur-congérateur ?

## D. Utilisation d'un réfrigérateur

On s'intéresse dans cette partie à l'évolution de la température à l'intérieur d'un réfrigérateur. Cette température est supposée uniforme. Elle est susceptible de varier dans le temps et sera notée  $T$ . La source chaude est la cuisine dans laquelle est installé le réfrigérateur. Sa température  $T_c$  est constante. La capacité thermique de l'intérieur du réfrigérateur est  $C = 3 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ . Le rapport  $K$  entre l'efficacité réelle du réfrigérateur et son efficacité maximale sera supposé constant au cours du temps et pris égal à 0,25. En revanche, l'efficacité maximale dépend du temps : son expression est celle obtenue à la question **2.** en remplaçant  $T_f$  par  $T(t)$ .

### Évaluation des fuites thermiques

Pour évaluer les fuites thermiques du réfrigérateur, on le débranche à l'instant  $t = 0$  alors que l'intérieur est à la température initiale  $T_f$ . La puissance thermique reçue par l'intérieur du réfrigérateur à travers ses parois est modélisée par  $P_{th} = \lambda(T_c - T)$  où  $\lambda$  est une constante.

**26.** Quel est le signe de  $\lambda$  ? Justifier.

**27.** Établir l'équation différentielle de  $T$  en fonction du temps.

**28.** En déduire l'expression de  $T$  en fonction du temps.

**29.** Sur la figure 6, on propose le graphe représentatif de  $T$  en fonction du temps. En déduire les valeurs numériques de  $T_f$ ,  $T_c$  en expliquant la démarche.

**30.** Exploiter le graphique pour déterminer la valeur numérique de  $\lambda$  dont on précisera l'unité.

### Fonctionnement en régime stationnaire

Lorsque le réfrigérateur est branché depuis longtemps, la température à l'intérieur du réfrigérateur est régulée à  $T_f$ .

**31.** Calculer l'efficacité du réfrigérateur.

**32.** Calculer la puissance  $P_{th}$  des fuites.

**33.** Calculer la puissance  $P_c$  du compresseur pour compenser les fuites.

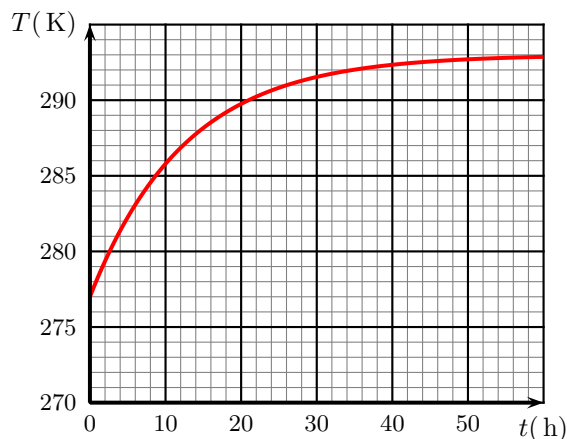


FIGURE 6 – Évolution de la température intérieure du réfrigérateur débranché

### Mise en route du réfrigérateur

À la date  $t = 0$ , la température à l'intérieur du réfrigérateur est  $T_c$ . La puissance  $\mathcal{P}_c$  du compresseur est supposée constante.

**34.** La température à l'intérieur du réfrigérateur vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{AT}{T_c - T} + B(T_c - T)$$

Déterminer littéralement les expressions des constantes  $A$  et  $B$ .

**35.** En négligeant, dans l'équation différentielle précédente, les fuites thermiques à travers la paroi du réfrigérateur, établir la relation  $T(t)$ .

**36.** Évaluer numériquement la durée  $t_f$  nécessaire pour que l'intérieur du réfrigérateur atteigne la température  $T_f$  dans le cadre du calcul de la question précédente. Commenter le résultat.





DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE

Académie :  
Session :  
Modèle EN.

Examen ou Concours :  
Série\* :  
Spécialité/option :  
Repère de l'épreuve :  
Épreuve/sous-épreuve :  
NOM :  
*(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)*  
Prénoms :  
N° du candidat  
  
*(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)*

101

ANNEXES à RENDRE avec la COPIE

Figure 1

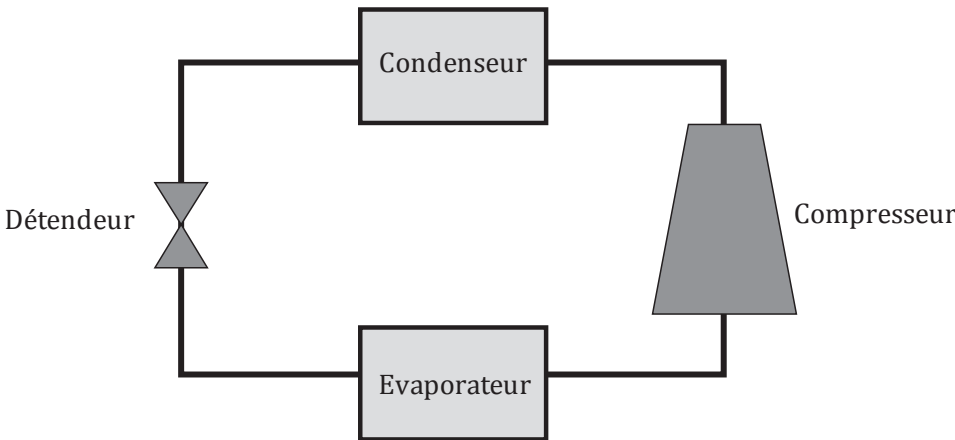


Tableau 3

point	1	2s	2	3	4	1'	2'
$P(bar)$							10
$T(^{\circ}C)$							80
État du fluide							Vapeur sèche
$h(kJ.kg^{-1})$							465

Figure 2a :

La figure complète doit montrer 3 couleurs : une pour le cycle 1, 2 ; une pour la portion 3, 4, 4', 1', 2'

