Wstęp do Informatyki i Programowania

Lista nr 8 20 listopada i 6 grudnia

Zadanie 1

Napisz pseudokod rekurencyjnej funkcji rozwiązującej równanie diofantyczne na liczbach naturalnych a i b następującej postaci

$$ax + by = z$$

gdzie z = gcd(a, b) a x i y są całkowite.

Załóż, że wynikiem funkcji jest trójka liczbx,y,z. Uzasadnij poprawność działania napisanej funkcji.

Zadanie 2

Korzystając z funkcji z poprzedniego zadania napisz pseudokod funkcji rozwiązującej dla dowolnych całkowitych $a,\,b$ i c równanie diofantyczne

$$ax + by = c$$

Funkcja powinna zwracać informację, czy równanie ma rozwiązanie i jeśli tak, to prawidłowe wartości x i y.

Zadanie 3

Załóżmy, że mamy liczbę naturalną n i chcemy dla naturalnych a i b, mniejszych od n i różnych od 0, znaleźć wynik $a/b \pmod n$, czyli znaleźć takie c, że $b \cdot c = 1 \pmod n$, i wykonać obliczenie $a/b = a \cdot c \pmod n$. Jak korzystając z poprzednich zadań znaleźć takie c lub stwierdzić, że nie istnieje.

Czy jeśli n jest liczbą pierwszą, to algorytm można uprościć?

Zadanie 4

Załóżmy, że mamy dwie posortowane tablice n-elementowe. Napisz pseudokod procedury, która do nowej tablicy długości 2n wpisze elementy z obu posortowanych tablic tak aby

- 1. nowa tablica także była posortowana;
- 2. liczba porównań elementów była nie większa niż 2n.

Czy można uogólnić ten algorytm na dwie tablice o różnej długości n i m?

Zadanie 5

Napisz pseudokod rekurencyjnej procedury, która korzystając z poprzedniego zadania posortuje wejściową tablicę n-elementową, schodząc rekurencją do poziomu co najwyżej $\lceil \log_2 n \rceil$.

Zadanie 6

Przerób algorytm sortowania z poprzedniego zadania na wersję nierekurencyjna.