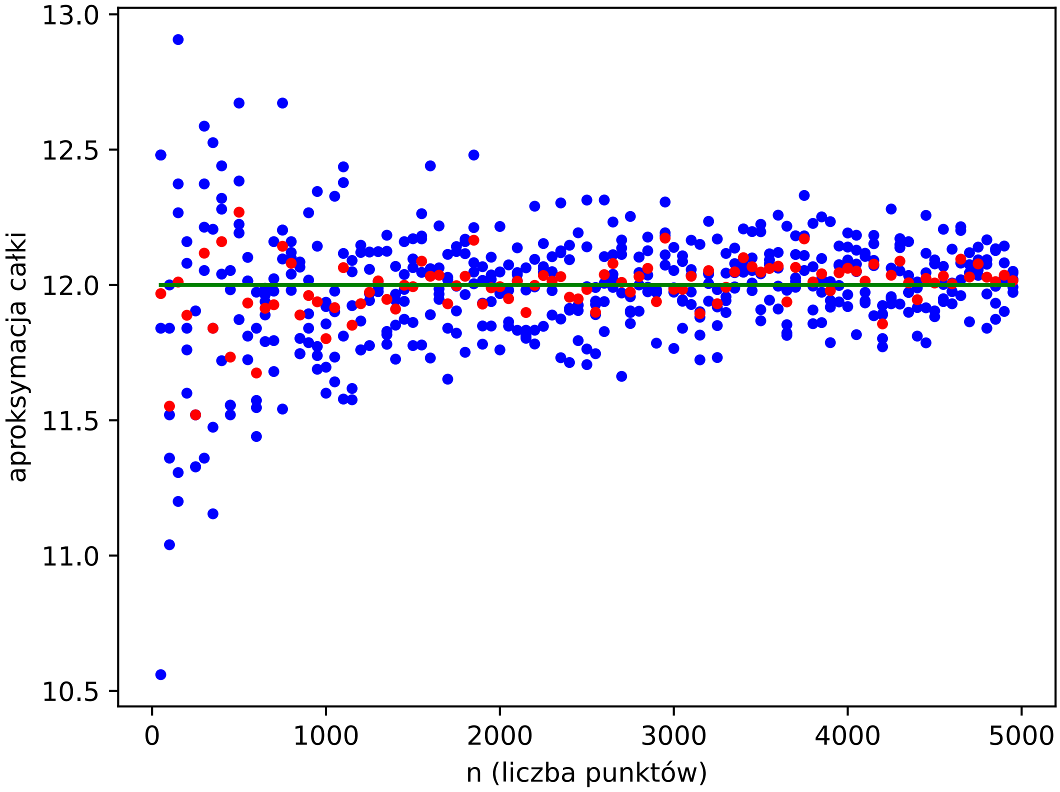
Symulacje Monte Carlo

Mateusz Smuga
1.11.2025

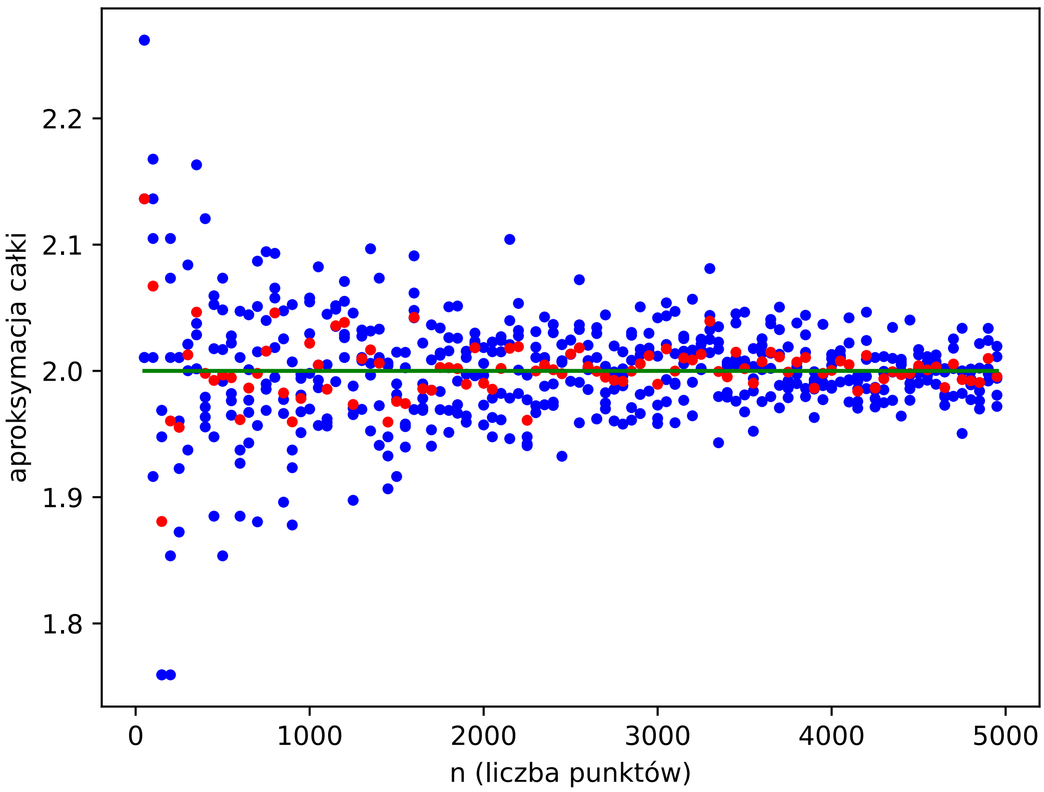
Aproksymacja całek (k = 5)

1. $f(x) = \sqrt[3]{x}, \;\; x \in [0, 8]$



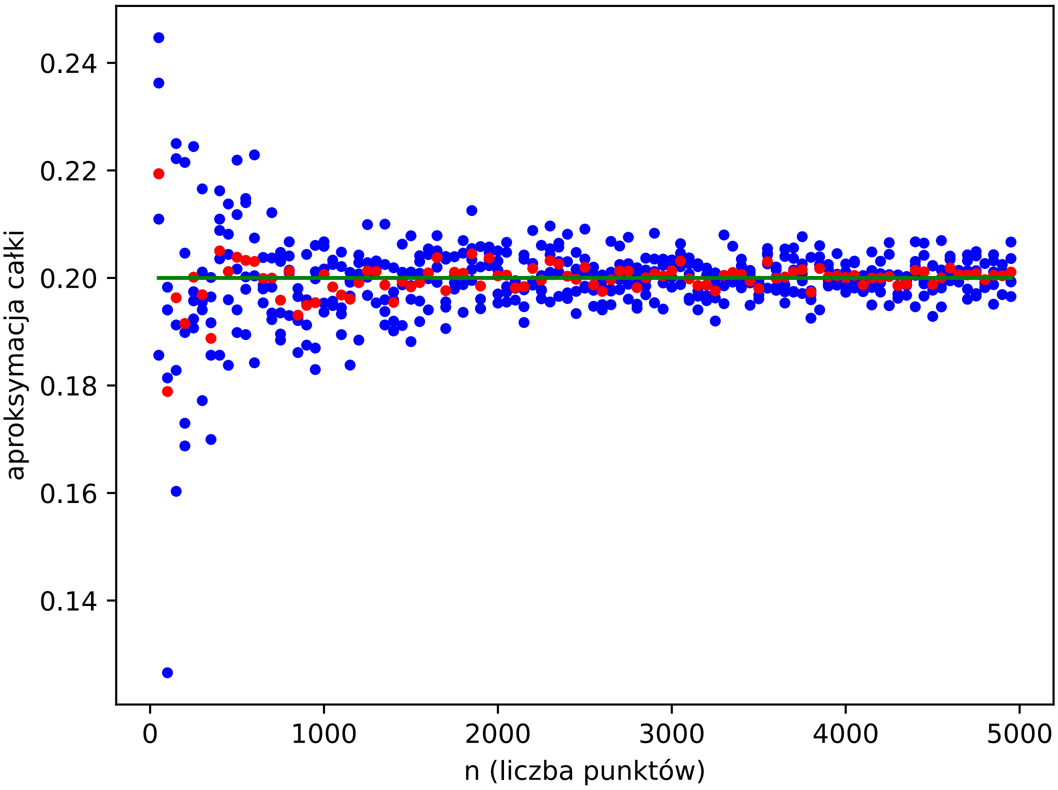
Wnioski: Rozrzut wyników maleje wraz ze wzrostem liczby punktów n. Średnia wartości dobrze przybliża dokładną całkę.

2. $f(x) = \sin(x), \ \ [0, \pi]$



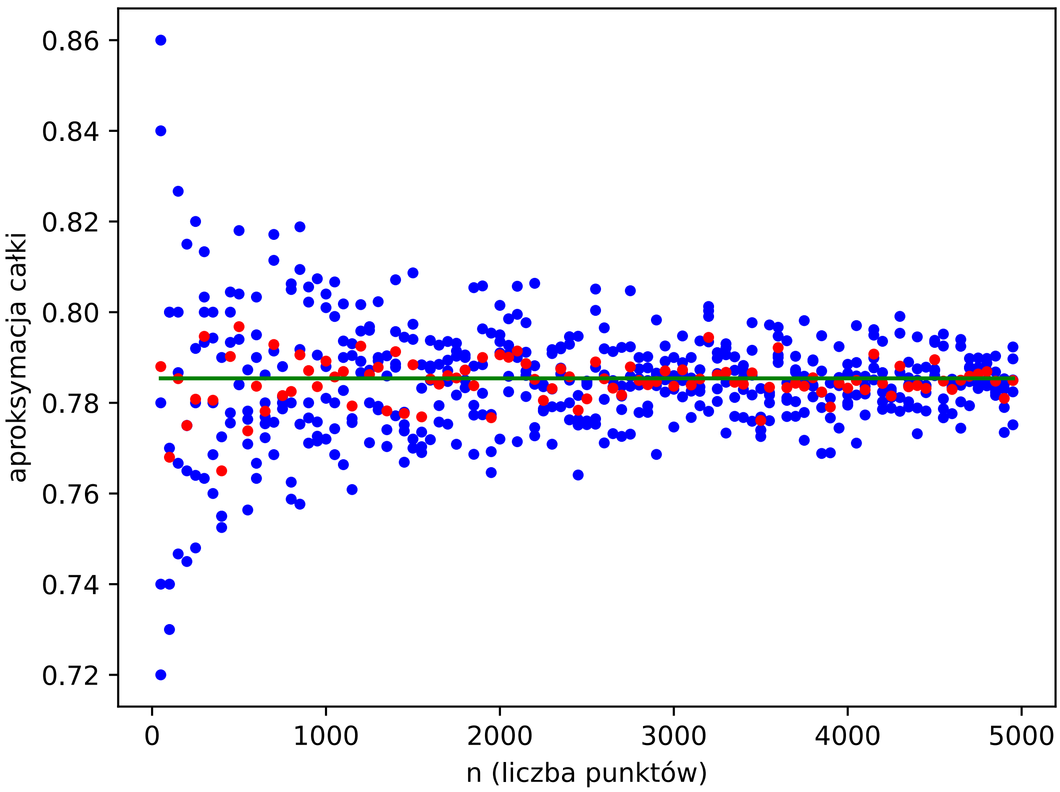
Wnioski: Przy małych `n` wyniki są bardziej rozproszone, ale już dla `n > 1000` średnia jest bardzo bliska dokładnej wartości całki = 2.

3. $f(x) = 4x(1-x)^3, \;\; x \in [0, 1]$



Wnioski: Metoda Monte Carlo dobrze przybliża całki wielomianowe. Średnia wartości stabilizuje się przy większych n.

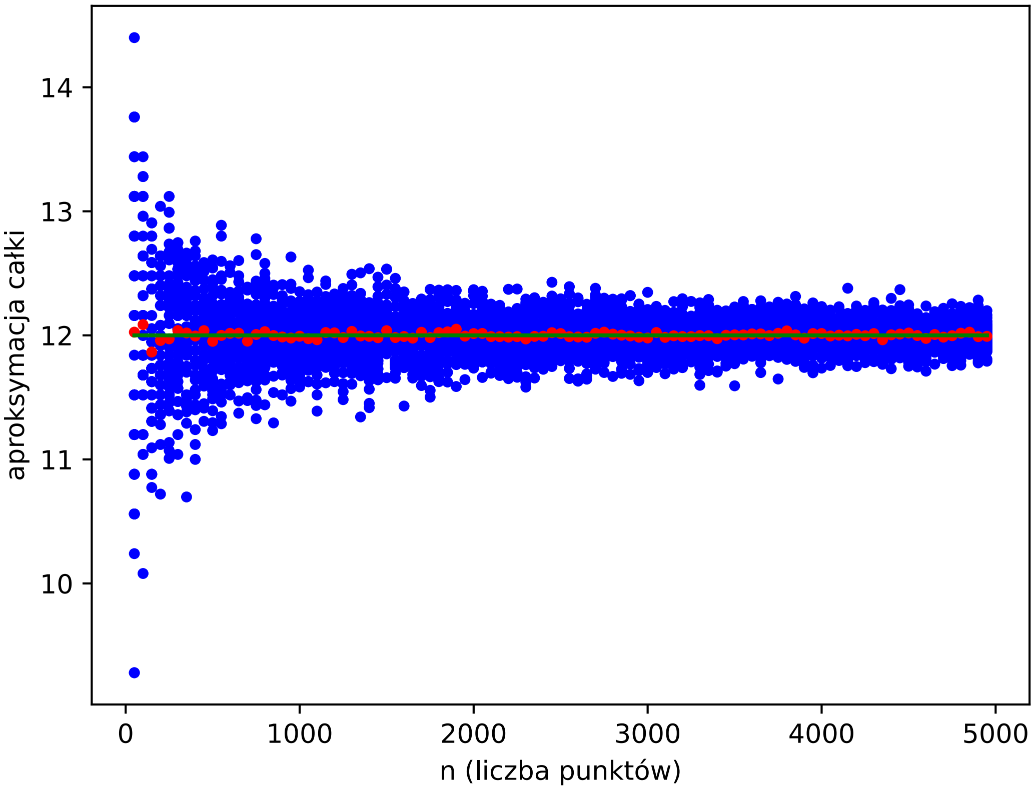
4. Aproksymacja liczby π z $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, $x \in [0, 1]$



Wnioski: Ćwiartka koła jednostkowego pozwala przybliżyć π. Rozrzut wyników maleje wraz ze wzrostem n, a średnia daje przybliżoną wartość π = 3.14159.

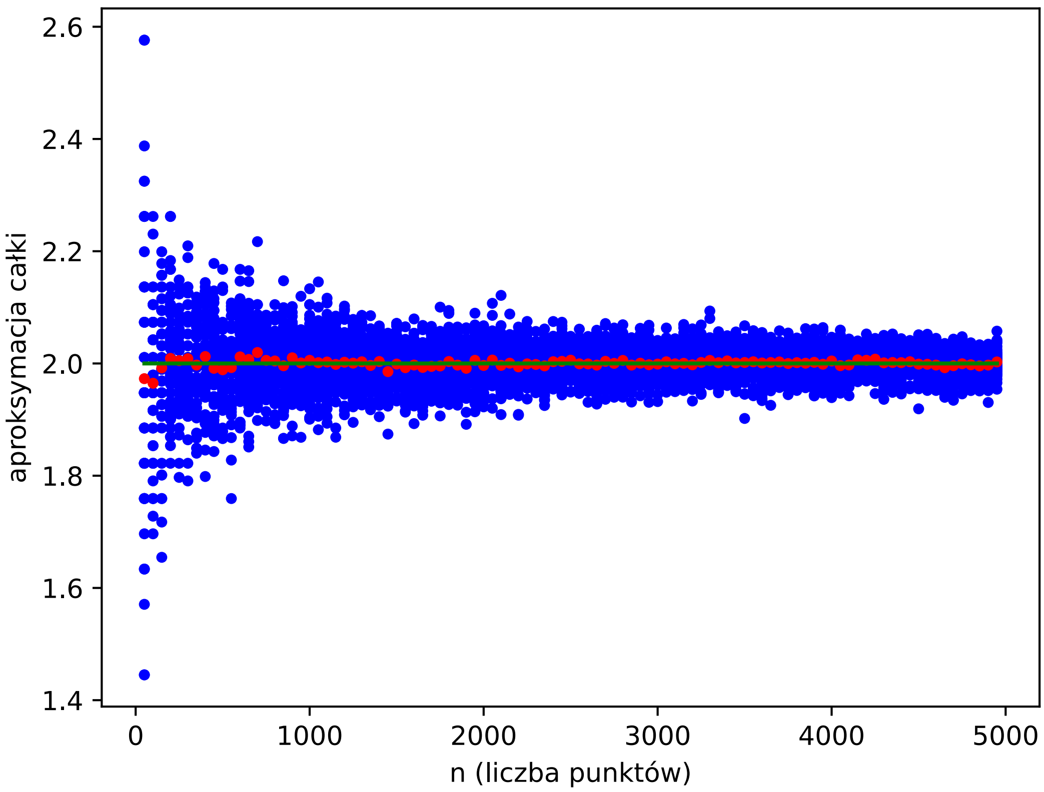
Aproksymacja całek (k = 50)

1. $f(x) = \sqrt[3]{x},\ \ x \in [0, 8]$



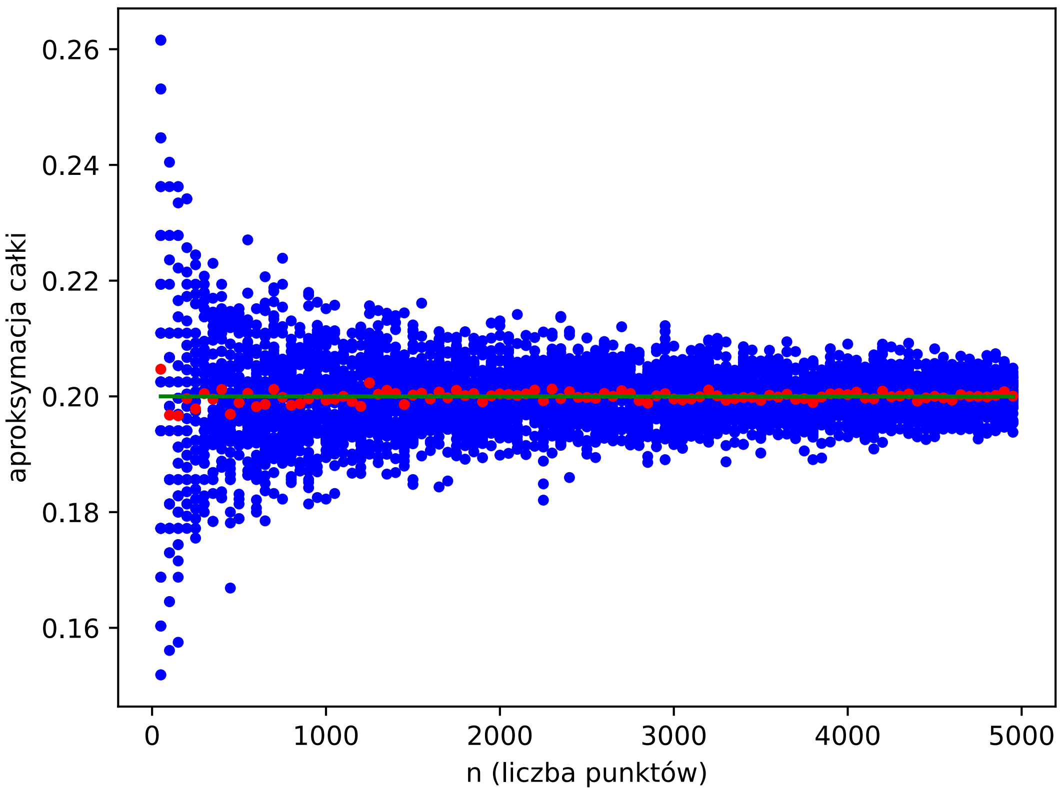
Wnioski: Większa liczba powtórzeń k znacząco zmniejsza rozrzut wyników. Średnia jest bardziej stabilna niż dla k = 5.

2. $f(x) = \sin(x), \;\; x \in [0, \pi]$



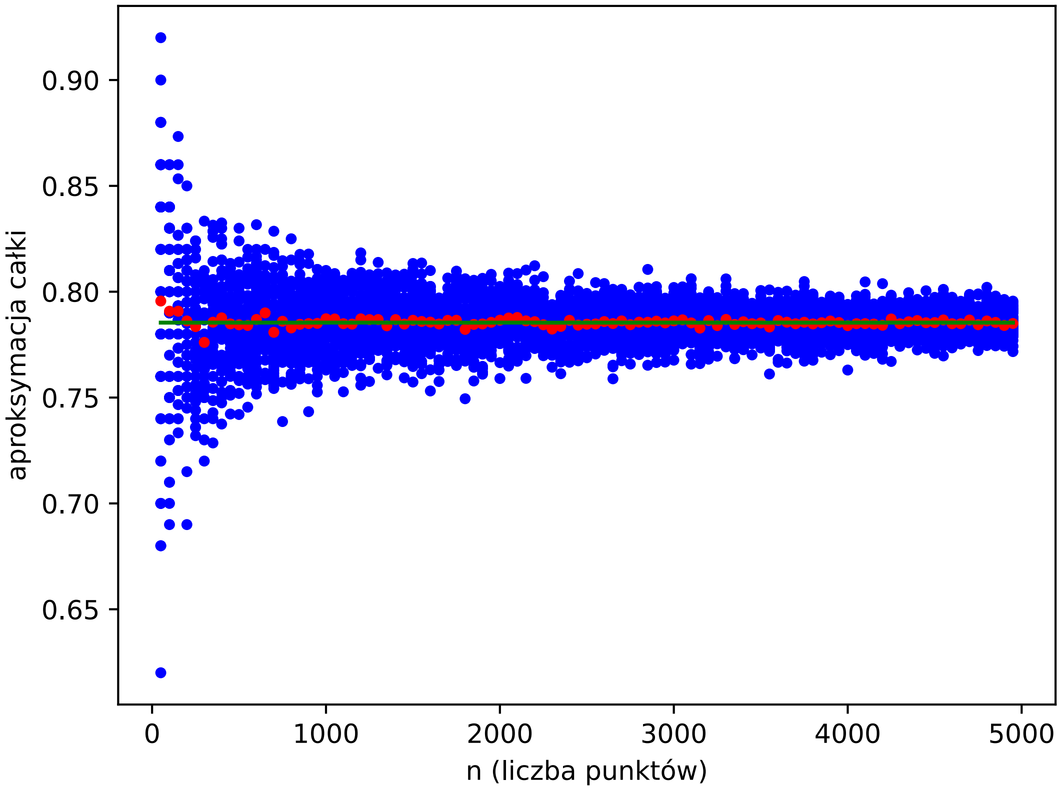
Wnioski: Rozrzut wyników praktycznie zanika, a średnia niemal idealnie pokrywa się z wartością dokładną całki = 2.

3. $f(x) = 4x(1-x)^3, \;\; x \in [0, 1]$



Wnioski: Więcej powtórzeń k powoduje stabilniejszą średnią, rozrzut wyników jest minimalny.

4. Aproksymacja liczby π z $f(x) = \sqrt{1 - x^2}, \;\; x \in [0, 1]$



Wnioski: Dzięki większej liczbie powtórzeń k przybliżenie π jest bardzo dokładne już przy stosunkowo małych n.

Podsumowanie

- Metoda Monte Carlo pozwala efektywnie przybliżać całki funkcji ciągłych przy użyciu losowych punktów.
- Zwiększenie liczby powtórzeń k zmniejsza rozrzut wyników i stabilizuje średnią.
- Dla wszystkich testowanych funkcji średnie wartości bardzo dobrze odzwierciedlają dokładną wartość całki.
- Aproksymacja π działa naturalnie poprzez całkowanie ćwiartki koła jednostkowego – im więcej punktów, tym większa dokładność.