

Simulation numérique de l'expérience des fentes de Young en deux dimension

Théo HUET et Kylian DEBONNE

Mars 2025

Effectué en cours de Master 1 au laboratoire de Physique Théorique et Modélisation à CY Cergy
Paris Université sous la direction de Monsieur F. ROSE



Table des matières

1	Introduction	1
2	Modèle Physique	2
2.1	Équation de Schrödinger dépendante du temps en 2D	2
2.2	Conditions initiales : paquet d'ondes gaussien	2
2.2.1	Expression du paquet d'ondes	2
2.2.2	Interprétation physique	2
2.2.3	Normalisation de la fonction d'onde	2
2.3	Potentiel de la barrière avec deux fentes	3
2.3.1	Modélisation du potentiel	3
2.4	Absorption aux bords : potentiel imaginaire	4
2.4.1	Modélisation du potentiel absorbant	4
2.4.2	Interprétation physique et rôle en mécanique quantique	4
2.4.3	Choix du potentiel optimal	4
2.4.4	Les différents Potentiel Absorbant	5
3	Discrétisation numérique	6
3.1	Grille spatiale et temporelle	6
3.2	Méthode de Crank–Nicolson	6
3.2.1	Stabilité de la méthode de Crank-Nicolson	6
3.2.2	Discrétisation de l'équation de Schrödinger	7
3.2.3	Construction de l'Hamiltonien en base $\{ x\rangle \otimes y\rangle\}$	7
3.3	Applications aux systèmes quantiques variés	8
3.4	Traitement des conditions aux bords	9
4	Résultats numériques	10
4.1	Animation de la fonction d'onde : propagation et diffraction	10
4.2	Interférences observées sur les écrans	10
4.3	Influence des paramètres de la simulation	11
5	Conclusion	12
6	Annexe	13

1 Introduction

L'expérience des fentes de Young est un exemple emblématique de la nature ondulatoire de la lumière et, plus largement, des objets quantiques. Réalisée pour la première fois au début du XIX^e siècle avec de la lumière, elle prend une signification encore plus profonde dans le cadre de la mécanique quantique, où même des particules individuelles — comme les électrons — peuvent produire des figures d'interférence caractéristiques.

L'objectif de ce projet est de reproduire numériquement cette expérience dans un cadre purement quantique, en modélisant la propagation d'un paquet d'ondes à travers deux fentes à l'aide de l'équation de Schrödinger dépendante du temps en deux dimensions. Cette équation permet de décrire l'évolution temporelle d'une particule quantique libre ou soumise à un potentiel donné.

Afin de rendre compte de la physique du problème, nous considérons un paquet d'ondes initialement localisé, se propageant vers une barrière percée de deux fentes. Cette barrière est modélisée par un potentiel élevé partout sauf dans deux zones étroites (les fentes), dans lesquelles le potentiel est nul. En aval de la barrière, un écran est placé pour mesurer l'intensité de la densité de probabilité au cours du temps et mettre en évidence les franges d'interférence.

La résolution numérique repose sur la méthode implicite de Crank–Nicolson, qui garantit stabilité et conservation de la norme dans les zones non absorbantes. Des conditions aux limites absorbantes sont introduites pour éviter les réflexions parasites aux bords du domaine de simulation.

Ce projet permet ainsi de visualiser en temps réel l'apparition d'un motif d'interférence typique d'un comportement ondulatoire, à partir d'un modèle quantique fondamental, tout en illustrant l'intérêt des méthodes numériques pour résoudre des équations aux dérivées partielles en dimension 2.

2 Modèle Physique

2.1 Équation de Schrödinger dépendante du temps en 2D

L'évolution d'une particule quantique libre ou soumise à un potentiel $V(x, y, t)$ est décrite par l'équation de Schrödinger dépendante du temps :

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, y, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + V(x, y, t) \right] \psi(x, y, t) \quad (1)$$

où :

- $\psi(x, y, t)$ est la fonction d'onde de la particule,
- \hbar est la constante de Planck réduite,
- m est la masse de la particule,
- $V(x, y, t)$ est le potentiel extérieur appliqué.

Dans notre simulation, nous considérons un électron (ou une particule de masse m) évoluant dans un plan bidimensionnel (x, y) .

2.2 Conditions initiales : paquet d'ondes gaussien

Pour modéliser une particule quantique dans l'expérience des fentes de Young, nous choisissons comme condition initiale un paquet d'ondes gaussien. Ce choix permet de représenter une particule localisée avec une distribution bien définie en position et en impulsion.

2.2.1 Expression du paquet d'ondes

La fonction d'onde initiale est donnée par :

$$\psi_0(x, y) = A \exp \left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2} \right) \exp(i(k_{x0}x + k_{y0}y)), \quad (2)$$

où A est un facteur de normalisation, (x_0, y_0) est la position du centre du paquet, σ_x et σ_y les largeurs dans x et y , et k_{x0} et k_{y0} les nombres d'onde associés à la quantité de mouvement initiale.

2.2.2 Interprétation physique

Un paquet gaussien est une superposition d'états de moment centrée sur $(\hbar k_{x0}, \hbar k_{y0})$. Son étalement spatial est contrôlé par σ_x et σ_y . Le facteur de phase $\exp(ik_{x0}x + ik_{y0}y)$ donne au paquet une vitesse initiale. Dans notre simulation, $k_{y0} = 0$ et k_{x0} sont choisis pour que la particule se dirige vers la barrière.

2.2.3 Normalisation de la fonction d'onde

La fonction d'onde est normalisée par :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_0(x, y)|^2 dx dy = 1, \quad (3)$$

Et le seras initialement lors de la numérisation avec `np.linalg.norm()` et le resteras avec la méthode de Crank-Nicolson

2.3 Potentiel de la barrière avec deux fentes

Dans l'expérience historique de Young, une onde — qu'elle soit lumineuse ou associée à une particule quantique — rencontre un obstacle percé de deux ouvertures. Ce dispositif engendre un phénomène d'interférence, mettant en évidence la nature ondulatoire du système étudié. Afin de formaliser cette situation dans le cadre de la mécanique quantique, il est pertinent de modéliser la barrière sous la forme d'un potentiel $V(x, y)$ adapté.

2.3.1 Modélisation du potentiel

Un bon modèle pour représenter la barrière est un potentiel qui prend une valeur constante élevée sur une certaine région de l'espace, excepté en deux zones correspondant aux fentes. Il permet d'étudier analytiquement ou numériquement la propagation d'un paquet d'ondes incidents et les interférences résultantes. Mathématiquement, on peut l'exprimer sous la forme :

$$V(x, y) = \begin{cases} V_0, & \text{si } -\frac{W_b}{2} < x < \frac{W_b}{2} \text{ et } y \notin \left[y_1 - \frac{W_s}{2}, y_1 + \frac{W_s}{2}\right] \cup \left[y_2 - \frac{W_s}{2}, y_2 + \frac{W_s}{2}\right] \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4)$$

où :

- V_0 représente la hauteur de la barrière, supposée suffisamment grande pour empêcher toute transmission en dehors des fentes.
- W_b est la largeur de la barrière selon l'axe x .
- y_1 et y_2 sont les positions centrales des deux fentes le long de l'axe vertical y .
- W_s est la largeur des fentes.

Voir 1 pour la représentation en 3D.

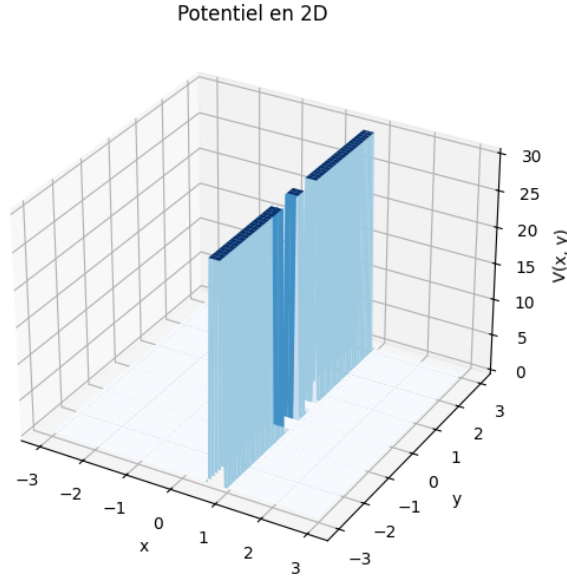


FIGURE 1 – Représentation graphique du potentiel des fentes de Young

2.4 Absorption aux bords : potentiel imaginaire

Dans la résolution de l'équation de Schrödinger sur un domaine fini, un problème majeur se pose : la réflexion artificielle des ondes sur les bords du domaine. Cette réflexion est un effet purement numérique qui ne correspond pas à la physique du système étudié. Pour éviter cela, on introduit un **potentiel imaginaire absorbant**, qui permet d'atténuer progressivement l'amplitude de la fonction d'onde en s'approchant des limites du domaine.

2.4.1 Modélisation du potentiel absorbant

Un potentiel absorbant efficace doit croître progressivement vers les bords du domaine tout en minimisant les perturbations dans la région centrale. Dans notre cas, nous utilisons un potentiel de la forme :

$$V_{\text{abs}}(x, y) = iS \left(e^{-\left(\frac{d_x}{b}\right)^2} + e^{-\left(\frac{d_y}{b}\right)^2} \right), \quad (5)$$

où :

- S est l'intensité de l'absorption,
- b est la largeur caractéristique de la zone absorbante,
- $d_x = \min(|x + L_x/2|, |x - L_x/2|)$ est la distance au bord le plus proche en x ,
- $d_y = \min(|y + L_y/2|, |y - L_y/2|)$ est la distance au bord le plus proche en y .

Ce potentiel est purement imaginaire (iS), ce qui signifie qu'il ne modifie pas l'énergie de la particule mais induit une décroissance exponentielle de la fonction d'onde à proximité des bords. Il est construit de manière à être nul dans la région centrale du domaine et à croître rapidement dans les zones périphériques, assurant ainsi une transition en douceur et une absorption efficace.

2.4.2 Interprétation physique et rôle en mécanique quantique

L'ajout d'un potentiel imaginaire modifie l'amplitude de la fonction d'onde sans affecter directement sa phase. Contrairement aux conditions aux limites classiques, qui peuvent introduire des réflexions parasites, ce potentiel permet une dissipation contrôlée de la fonction d'onde aux bords du domaine. Cela simule ainsi un espace infini où la particule peut "disparaître" naturellement.

L'absorption aux bords est particulièrement utile dans notre contexte.

2.4.3 Choix du potentiel optimal

Le choix du potentiel absorbant repose sur un compromis entre l'efficacité d'absorption et la perturbation minimale de la fonction d'onde dans la région d'intérêt. Le modèle exponentiel utilisé ici présente plusieurs avantages :

- Il assure une absorption efficace en minimisant les réflexions parasites.
 - Il introduit une transition progressive entre la région centrale et les bords du domaine.
 - Il est facile à implémenter numériquement et compatible avec différentes méthodes de discrétisation.
- Cependant, d'autres types de potentiels absorbants existent, chacun ayant ses propres caractéristiques.

2.4.4 Les différents Potentiel Absorbant

1. Potentiel quadratique Ce potentiel suit la loi :

$$V_{\text{abs}}(x) \propto (x - x_{\text{bord}})^2. \quad (6)$$

Il permet une absorption progressive et régulière, idéale pour minimiser l'impact de l'absorption sur la dynamique de la fonction d'onde.

2. Potentiel polynomial d'ordre élevé Une généralisation du potentiel quadratique est donnée par :

$$V_{\text{abs}}(x) \propto (x - x_{\text{bord}})^n, \quad n > 2. \quad (7)$$

Par exemple, un choix courant est $n = 4$, qui offre une transition plus douce et réduit encore davantage les effets de réflexion indésirables.

3. Paroi absorbante linéaire Un modèle plus simple consiste à définir :

$$V_{\text{abs}}(x) \propto |x - x_{\text{bord}}|. \quad (8)$$

Cependant, cette approche peut introduire des réflexions parasites si la transition n'est pas suffisamment graduelle.

4. Perfectly Matched Layer (PML) Cette technique avancée est largement utilisée en électromagnétisme et en mécanique quantique. Elle consiste à définir une région absorbante optimisée pour éviter toute réflexion à l'interface avec la zone de propagation. Bien que très efficace, elle nécessite une implémentation plus complexe.

5. Potentiel imaginaire avec fonction de Fermi Une alternative consiste à utiliser une transition douce inspirée de la fonction de Fermi :

$$V_{\text{abs}}(x) = \frac{iS}{1 + e^{-(x - x_{\text{bord}})/b}}. \quad (9)$$

Ce potentiel permet une montée progressive de l'absorption sans créer de gradients abrupts qui pourraient perturber la simulation.

En conclusion, le choix du modèle dépend des exigences spécifiques de la simulation. Le potentiel exponentiel utilisé ici offre un bon compromis entre efficacité, simplicité et compatibilité avec les méthodes numériques usuelles. L'absorption aux bords joue ainsi un rôle fondamental dans la modélisation des systèmes quantiques ouverts, en éliminant les artefacts liés aux conditions aux limites et en permettant une description plus réaliste des phénomènes d'interférence et de diffraction.

3 Discrétisation numérique

La résolution numérique de l'équation de Schrödinger nécessite une discrétisation temporelle et spatiale adaptée afin de garantir à la fois précision et stabilité. Parmi les différentes méthodes disponibles, le schéma de **Crank–Nicolson** est l'un des plus utilisés en raison de ses propriétés de conservation et de sa stabilité inconditionnelle.

3.1 Grille spatiale et temporelle

Dans notre implémentation numérique, il faut tout d'abord que l'espace et le temps soient discrétisés afin de résoudre l'équation de Schrödinger sur un domaine fini. Nous utilisons une grille régulière définie par :

- Un pas spatial Δx et Δy , déterminant la résolution de la simulation.
- Un pas temporel Δt , choisi pour garantir la stabilité numérique.

La grille spatiale est construite sous la forme d'un maillage (x_i, y_j) où les indices i et j correspondent aux points de discrétisation selon x et y . Dans le code, ceci est réalisé via `numpy.linspace` pour définir les points du domaine, et `numpy.meshgrid` pour générer le maillage 2D.

Le pas temporel Δt est fixé en fonction des contraintes de stabilité de la méthode de Crank–Nicolson. Il est choisi de manière à assurer un bon équilibre entre précision et coût computationnel.

Nous pouvons maintenant utiliser la méthode de **Crank–Nicolson**.

3.2 Méthode de Crank–Nicolson

La méthode de **Crank–Nicolson** est une approche implicite de discrétisation temporelle, souvent appliquée aux équations aux dérivées partielles (EDP) telles que l'équation de Schrödinger dépendante du temps. Son principal avantage est qu'elle combine les atouts des schémas explicites et implicites :

- Elle est **inconditionnellement stable**, ce qui permet d'utiliser des pas de temps plus grands sans risque d'instabilité numérique.
- Elle conserve les propriétés de l'évolution unitaire de la fonction d'onde, ce qui garantit la conservation de la norme.
- Elle offre une meilleure précision que le schéma d'Euler implicite, car elle est d'ordre 2 en temps.

3.2.1 Stabilité de la méthode de Crank–Nicolson

La stabilité numérique de la méthode de Crank–Nicolson se vérifie en observant la conservation de l'énergie et de la norme de la fonction d'onde. En l'absence de potentiel absorbant, ces quantités doivent rester constantes au cours du temps, garantissant ainsi la précision de la simulation.

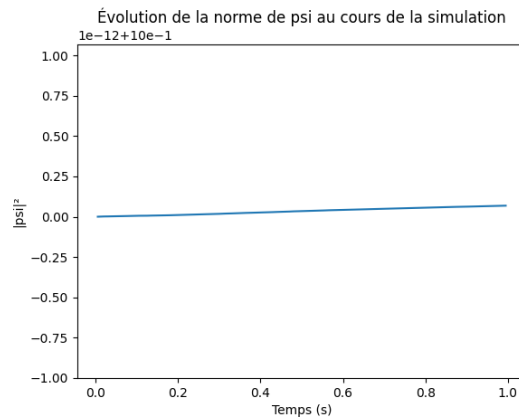
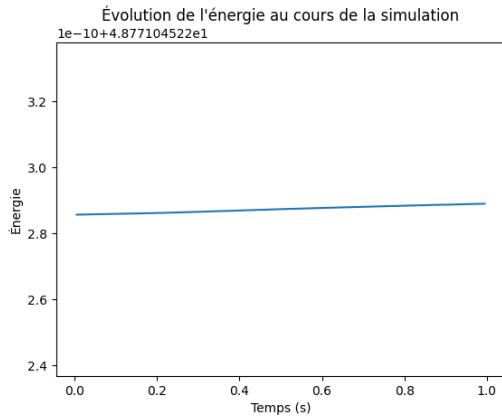


FIGURE 2 – Évolution de l'énergie au cours du temps.

FIGURE 3 – Évolution de la norme de la fonction d'onde.

FIGURE 4 – Illustration de la stabilité de la méthode de Crank–Nicolson : conservation de l'énergie et de la norme.

3.2.2 Discrétisation de l'équation de Schrödinger

L'équation de Schrödinger dépendante du temps s'écrit sous la forme :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi, \quad (10)$$

où \hat{H} est l'hamiltonien du système. En développant l'évolution temporelle sur un pas de temps Δt , on peut utiliser une discrétisation en différences finies pour approximer la dérivée temporelle.

La méthode de Crank–Nicolson repose sur une moyenne entre les évaluations au temps t^n et t^{n+1} :

$$\frac{\psi^{n+1} - \psi^n}{\Delta t} = -\frac{i}{\hbar} \frac{1}{2} [\hat{H}\psi^n + \hat{H}\psi^{n+1}]. \quad (11)$$

En réarrangeant cette équation, on obtient un schéma implicite :

$$\left(I + \frac{i\Delta t}{2\hbar} \hat{H}\right) \psi^{n+1} = \left(I - \frac{i\Delta t}{2\hbar} \hat{H}\right) \psi^n. \quad (12)$$

Ce schéma nécessite la résolution d'un **système linéaire** à chaque pas de temps, ce qui impose l'inversion d'une matrice.

Cependant, il présente aussi quelques défis :

- **Coût computationnel** : contrairement aux méthodes purement explicites, chaque pas de temps implique la résolution d'un système linéaire, ce qui peut être coûteux en grande dimension.
- **Complexité de l'implémentation** : pour certains potentiels complexes, la structure de l'hamiltonien peut nécessiter des algorithmes numériques avancés.

3.2.3 Construction de l'Hamiltonien en base $\{|x\rangle \otimes |y\rangle\}$

L'Hamiltonien discrétisé est construit dans la base des états position $\{|x_i\rangle \otimes |y_j\rangle\}$, où chaque point de la grille correspond à une base de représentation pour la fonction d'onde. Le Hamiltonien s'écrit sous la forme :

$$H = T + V, \quad (13)$$

où T est l'opérateur énergie cinétique et V le potentiel.

Discrétisation de l'énergie cinétique L'opérateur énergie cinétique $\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$ est discrétisé en utilisant un schéma de différences finies central :

$$T\psi(x, y) \approx -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\psi(x + \Delta x, y) - 2\psi(x, y) + \psi(x - \Delta x, y)}{\Delta x^2} + \frac{\psi(x, y + \Delta y) - 2\psi(x, y) + \psi(x, y - \Delta y)}{\Delta y^2} \right]. \quad (14)$$

Dans le code, cette discrétisation est mise en œuvre en construisant des matrices creuses à l'aide de `scipy.sparse.diags`, permettant d'exploiter l'aspect tridiagonal du Laplacien pour optimiser les calculs.

Ajout du potentiel L'opérateur de potentiel est introduit sous la forme d'une matrice diagonale où chaque élément est donné par la valeur du potentiel $V(x_i, y_j)$ au point correspondant :

$$V_{\text{matrice}} = \text{diag}(V(x_1, y_1), V(x_2, y_2), \dots, V(x_N, y_M)). \quad (15)$$

Cette construction permet de prendre en compte différents types de potentiels, qu'ils soient stationnaires ou dépendants du temps.

Matrice finale de l'Hamiltonien L'Hamiltonien global est ainsi représenté par une matrice creuse de grande taille, construite en combinant la discrétisation du Laplacien et la matrice de potentiel :

$$H = T + V. \quad (16)$$

Cette approche permet une manipulation efficace des états quantiques et une évolution temporelle précise via la méthode de Crank–Nicolson.

3.3 Applications aux systèmes quantiques variés

L'utilisation de la méthode de Crank–Nicolson ne se limite pas aux simulations de diffraction et d'interférence. Grâce à sa robustesse et sa stabilité, elle permet de traiter une grande variété de problèmes quantiques.

Simulation de l'effet tunnel en 1D L'effet tunnel illustre un phénomène purement quantique où une particule traverse une barrière de potentiel malgré une énergie insuffisante. En utilisant la méthode de Crank–Nicolson, il est possible de :

- Visualiser la transmission et la réflexion des paquets d'ondes sur la barrière.
- Étudier l'influence de la largeur et de la hauteur de la barrière sur la probabilité de transmission.
- Illustrer la décroissance exponentielle de la fonction d'onde dans la barrière.
- **Lien vers la vidéo de simulation en 1D**

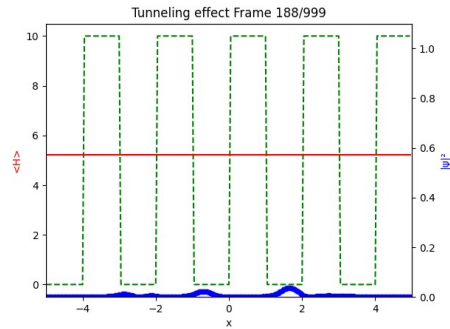


FIGURE 5 – Une image de la simulation Tunneling effect en 1D.

Oscillateur harmonique quantique en 1 et 2D L'oscillateur harmonique quantique est un système fondamental en physique quantique. Grâce à cette méthode numérique, on peut :

- Observer l'évolution d'un paquet d'ondes oscillant sous l'effet du potentiel harmonique.
- Vérifier numériquement les niveaux d'énergie discrets du système.
- Étudier les effets d'un terme perturbatif ou d'un couplage externe.
- **Lien vers la vidéo de simulation en 1D**
- **Lien vers la vidéo de simulation en 2D**

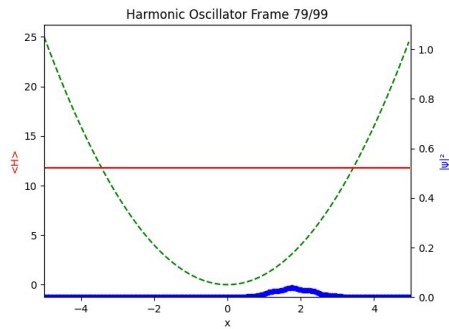


FIGURE 6 – Une image de la simulation en 1D.

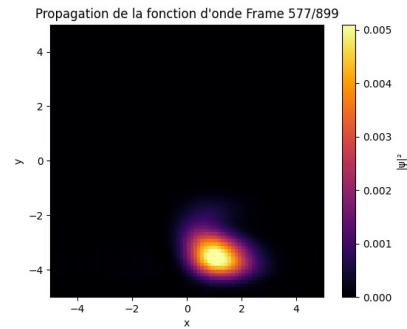


FIGURE 7 – Une image de la simulation en 2D.

FIGURE 8 – l'Oscillateur harmonique quantique en 1 et 2D.

Ces simulations illustrent la polyvalence de la méthode de Crank–Nicolson, qui s'adapte à une large gamme de systèmes quantiques.

3.4 Traitement des conditions aux bords

Il reste un point important à clarifier, le choix des conditions aux bords est un aspect essentiel influençant la dynamique de la fonction d'onde. Plusieurs types de conditions aux limites peuvent être imposées :

- **Conditions de Dirichlet** : $\psi = 0$ aux bords, correspondant à une barrière infinie empêchant toute propagation au-delà du domaine.
- **Conditions de Neumann** : $\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0$, autorisant la réflexion sans perte aux bords.
- **Conditions périodiques** : $\psi(x + L, y) = \psi(x, y)$, simulant un espace sans frontières.

Cependant, pour éviter les réflexions artificielles aux bords et simuler un espace ouvert, nous avons introduit un **potentiel imaginaire absorbant**. Ce dernier atténue progressivement l'amplitude de la fonction d'onde lorsqu'elle approche les limites du domaine, empêchant ainsi les artefacts numériques.

Dans le code, la mise en place de ces différentes conditions aux bords est flexible, mais l'absorption reste la plus adaptée à notre étude. Elle permet de traiter efficacement la propagation et l'interférence des ondes sans distorsion due aux réflexions parasites.

4 Résultats numériques

Après avoir détaillé la méthodologie utilisée pour la modélisation et la discrétisation de l'équation de Schrödinger, nous présentons ici les résultats obtenus. Nous analysons la propagation temporelle de la fonction d'onde dans le cadre des expériences de diffraction et d'interférence.

4.1 Animation de la fonction d'onde : propagation et diffraction

L'évolution de la fonction d'onde est visualisée à travers une animation en 2D représentant la densité de probabilité $|\psi(x, y, t)|^2$ au cours du temps, générée par la bibliothèque `matplotlib.animation`. Cette animation montre la propagation du paquet d'onde à travers les fentes et sa diffraction après la barrière. Plusieurs paramètres influencent cette dynamique, tels que la largeur et la position du paquet d'onde, la quantité de mouvement initiale K_0 , la structure du potentiel avec la barrière et les fentes, et les conditions aux bords définies par un potentiel absorbant.

Le potentiel et les écrans sont affichés en arrière-plan pour illustrer la structure du système. L'animation met en évidence l'apparition des franges d'interférence, résultat de la superposition des chemins empruntés par la particule quantique, en accord avec les prédictions théoriques.

Lien vers la vidéo de la simulation en 2D

4.2 Interférences observées sur les écrans

Les figures obtenues à partir de la simulation permettent d'analyser les motifs d'interférences apparaissant sur les écrans de détection. Nous nous concentrons ici sur l'écran positionné en $x = -1$, qui présente les résultats les plus visibles et exploitables. Les autres écrans seront présentés en annexe.

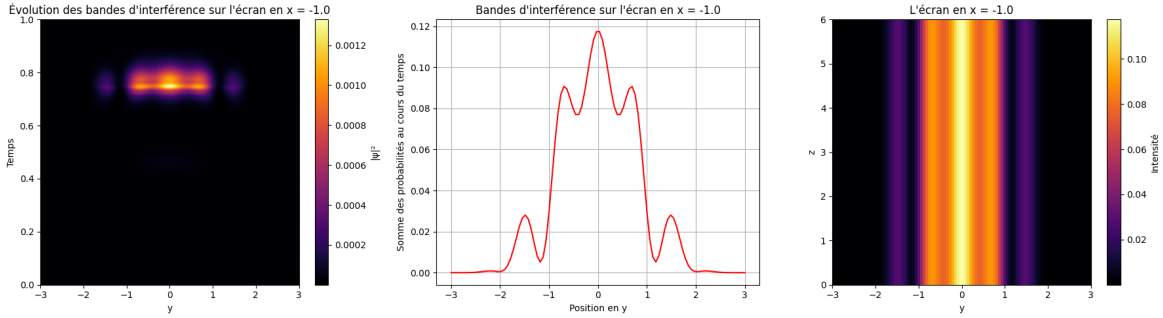


FIGURE 9 – Analyse des interférences sur l'écran en $x = -1$: (gauche) évolution temporelle des bandes d'interférences, (centre) somme des probabilités en fonction de y , (droite) projection 2D des franges d'interférence.

Analyse des résultats La figure 9 est composée de trois graphiques :

- **À gauche**, l'évolution temporelle des bandes d'interférence est représentée sous forme de carte de densité. On observe la formation progressive des franges à mesure que la fonction d'onde atteint l'écran.
- **Au centre**, la somme des probabilités au cours du temps est tracée en fonction de la position y . Ce profil met en évidence les pics d'intensité correspondant aux franges d'interférence.
- **À droite**, une projection 2D du profil d'intensité sur l'écran est présentée. Les franges lumineuses et sombres caractéristiques des interférences de Young sont clairement visibles.

Comparaison avec les résultats expérimentaux En comparant nos résultats à ceux obtenus lors d'expériences réelles, comme illustré par la figure 10, nous retrouvons plusieurs caractéristiques du modèle théorique :

- La distance entre les franges d'interférence reste constante, en accord avec la théorie des fentes de Young.

- Toutefois, nous observons que la frange centrale et les franges adjacentes ont tendance à se confondre légèrement. Cet effet est dû à la résolution spatiale de notre simulation.

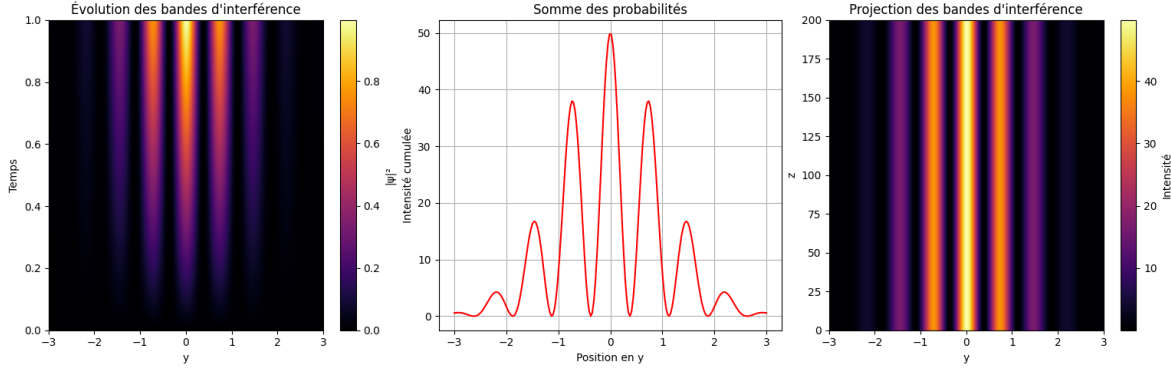


FIGURE 10 – Profil d'intensité typique observé lors d'une expérience de diffraction par des fentes de Young.

Une amélioration possible serait d'augmenter la distance entre l'écran et les fentes, ce qui permettrait une meilleure séparation des franges. Cependant, cela nécessiterait un pas spatial plus petit (donc des valeurs de N_x et N_y plus grandes), ce qui augmenterait considérablement le temps de calcul. Dans le cadre de notre projet, cette contrainte limite la précision des résultats obtenus.

4.3 Influence des paramètres de la simulation

Différents paramètres influencent la formation des franges d'interférence et leur observation.

Taille des fentes La largeur des fentes affecte la diffraction : plus les fentes sont larges, plus les franges sont resserrées. Une largeur plus petite augmente l'écartement des franges, en accord avec la théorie de Fraunhofer.

Position initiale du paquet d'ondes La position du paquet influence l'évolution temporelle. Un paquet éloigné des fentes a plus de temps pour se propager, rendant les franges plus nettes, mais une trop grande distance provoque une dispersion.

Distance entre l'écran et les fentes Une plus grande distance entre l'écran et les fentes sépare davantage les franges, mais nécessite une résolution plus fine, augmentant le temps de calcul.

Nombre de points de discrétisation (N_x, N_y) Un maillage plus dense améliore la précision, mais augmente exponentiellement le temps de calcul, ce qui nous a empêché de tester pleinement les divers paramétrages possibles.

Chaque paramètre doit être optimisé pour équilibrer réalisme et faisabilité computationnelle.

5 Conclusion

Ce projet de simulation numérique des interférences des fentes de Young a permis de visualiser l'évolution spatio-temporelle des figures d'interférence et d'analyser leur formation en fonction de divers paramètres. Grâce à cette approche, nous avons pu observer la diffraction et l'interférence des ondes, confirmant les résultats théoriques attendus, notamment la régularité des franges d'interférence et leur dépendance aux paramètres géométriques du système.

Notre simulation met en évidence l'impact de la largeur des fentes, de la position initiale du paquet d'ondes et de la distance écran-fentes sur la netteté et la distribution des franges. Nous avons également constaté que des contraintes numériques, comme la taille du maillage (N_x, N_y) , limitent la précision des résultats et rendent difficile l'obtention d'un schéma parfaitement fidèle aux expériences physiques.

Perspectives d'amélioration

Plusieurs améliorations pourraient être envisagées pour affiner cette simulation :

- **Augmentation de la résolution spatiale et temporelle** : Un maillage plus fin permettrait une meilleure précision des franges, mais au prix d'un temps de calcul plus long.
- **Prise en compte d'un espace tridimensionnel** : La simulation actuelle est en 2D, mais une extension en 3D permettrait d'observer les effets de diffraction et d'interférence dans un contexte plus réaliste, prenant en compte la largeur et la profondeur des fentes.
- **Introduction de potentiels externes** : L'ajout de champs électriques ou magnétiques permettrait d'étudier des effets supplémentaires, tels que le déplacement des franges sous l'effet d'un champ.
- **Optimisation des algorithmes numériques** : L'usage de méthodes de discrétisation plus efficaces ou d'optimisations matérielles (GPU, parallélisation) pourrait accélérer les calculs et permettre des simulations plus complexes.

En conclusion, cette simulation constitue un outil pédagogique puissant pour comprendre le phénomène d'interférence et son évolution dynamique. Malgré certaines limitations numériques, elle ouvre la voie à des extensions plus avancées, permettant d'explorer des configurations expérimentales plus variées et plus réalistes.

6 Annexe

Autre écran non traité dans le rapport

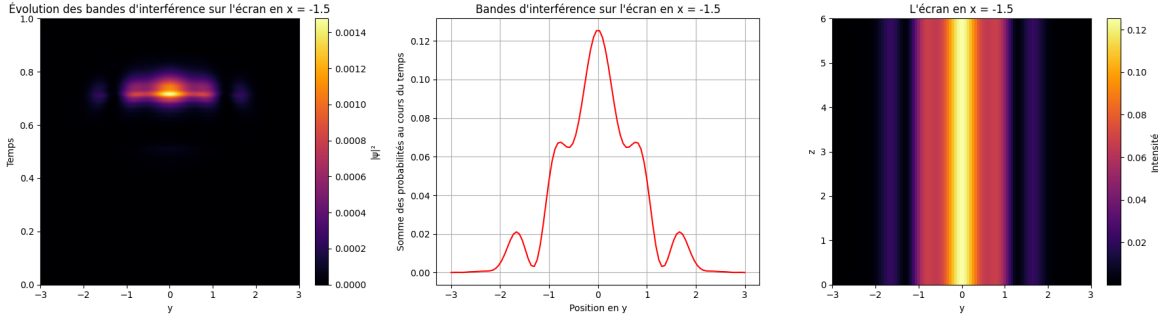


FIGURE 11 – Analyse des interférences sur l'écran en $x = -1.5$: (gauche) évolution temporelle des bandes d'interférences, (centre) somme des probabilités en fonction de y , (droite) projection 2D des franges d'interférence.

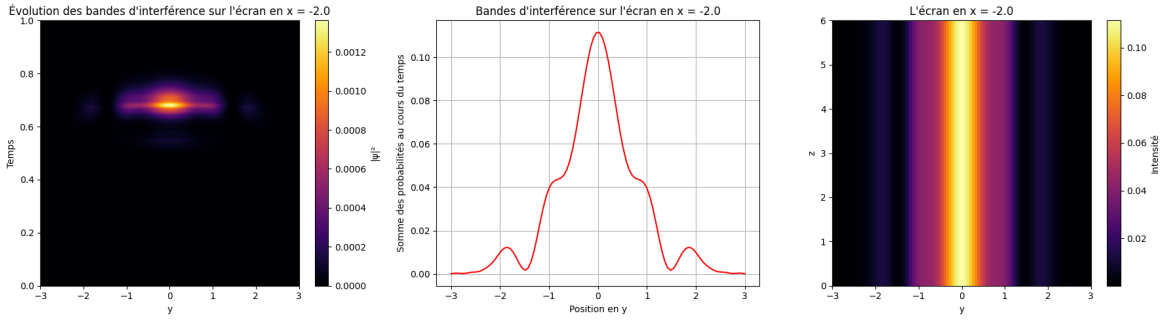


FIGURE 12 – Analyse des interférences sur l'écran en $x = -2$: (gauche) évolution temporelle des bandes d'interférences, (centre) somme des probabilités en fonction de y , (droite) projection 2D des franges d'interférence.

Références

- [1] Félix Rose, *Cours sur la Modélisation Numérique*.
- [2] Wikipédia, Page sur la methode de Crank-Nicolson.
- [3] FFmpeg, Page de FFMpeg.
- [4] Wikipédia, Page des fentes de Young.
- [5] Numpy Page de Numpy.
- [6] Matplotlib Page de matplotlib.
- [7] Scipy Page de scipy.