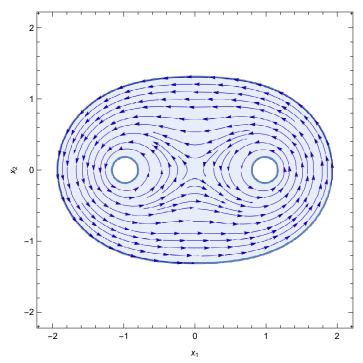
```
\begin{split} &\text{Clear}[\text{``Global'}\text{'`'}];\\ &a:=2;\\ &\text{Remove}[\text{ffund, orthDeriv}];\\ &\text{ffund:=Log}[(\#\#[[1]]^2 + \#\#[[2]]^2)^(1/2)]\&;\\ &\text{orthDeriv}[f_-, \mathbf{xy}_-]:=\{-D[f[\{x,y\}], y], D[f[\{x,y\}], x]\}/.\,\{x\to\mathbf{xy}[[1]], y\to\mathbf{xy}[[2]]\};\\ &\text{e1:=}\{1,0\};\\ &\text{f1:=ffund}[\#\#-\text{e1}] + \text{ffund}[\#\#+\text{e1}]\&;\\ &\text{g1:=orthDeriv}[f1, \#\#]\&;\\ &\text{Remove}[x,y]; \end{split}
```

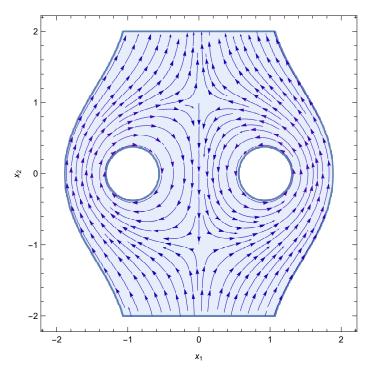
 $\textbf{StreamPlot}\left[\mathsf{g1}[\{x,y\}],\{x,-a,a\},\{y,-a,a\},\mathsf{StreamPoints}{-}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{FrameLabel}{-}\mathsf{>}\{x_1,x_2\}\,,\mathsf{RegionFunction}{-}\mathsf{>}\mathsf{Fine},\mathsf{F$



 ${\bf f2}{:=}{\bf ffund}[\#\#-e1]-{\bf ffund}[\#\#+e1]+\#\#[[1]]\&;$

 $g2{:=}orthDeriv[f2,\#\#]\&$

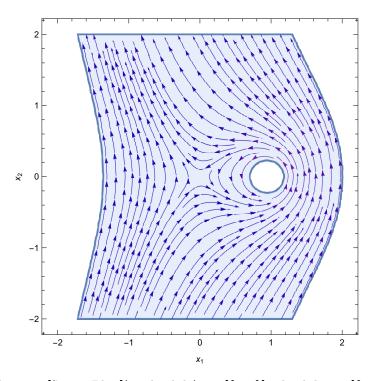
 $\textbf{StreamPlot}\left[\text{g2}[\{x,y\}],\{x,-a,a\},\{y,-a,a\},\text{StreamPoints-} \\ \textbf{Fine}, \textbf{FrameLabel-} \\ \textbf{>}\left\{x_1,x_2\right\}, \textbf{RegionFunction-} \\ \textbf{>} \textbf{FrameLabel-} \\ \textbf{>}\left\{x_1,x_2\right\}, \textbf{RegionFunction-} \\ \textbf{>}\left\{x_1,x_2$



 $\mathbf{f3}\!\!:=\!\!\mathbf{ffund}[\#\#-\mathbf{e1}]+\#\#[[1]]\&;$

 $g3{:=}orthDeriv[f3,\#\#]\&$

 $\textbf{StreamPlot} \ [\textbf{g3}[\{x,y\}], \{x,-a,a\}, \{y,-a,a\}, \textbf{StreamPoints->Fine}, \textbf{FrameLabel->} \{x_1,x_2\} \ , \textbf{RegionFunction->Fine}, \textbf{FrameLabel->} \{x_1,x_2\} \ , \textbf{FrameLabel->} \{x_1$





 $\label{eq:animate} \mbox{Animate} \mbox{ [VectorPlot} \mbox{ [(1-lambda)} * \mbox{g1} \mbox{[} \{x,y\} \mbox{]} 4 + \mbox{lambda} * \mbox{g2} \mbox{[} \{x,y\} \mbox{]}, \{x,-a,a\}, \{y,-a,a\}, \mbox{FrameLabel->} \{x_1,x_2\} \mbox{ AnimationRate} \rightarrow .05 \mbox{]}$

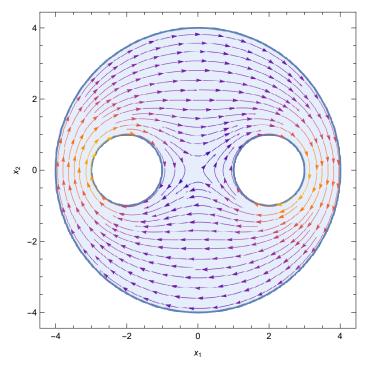


$$\label{eq:convergence} \begin{split} & \operatorname{regionOmega} = \operatorname{RegionDifference}[\operatorname{Disk}[\{0,0\},4], \operatorname{RegionUnion}[\operatorname{Disk}[\{-2,0\},1], \operatorname{Disk}[\{2,0\},1]]]; \\ & \operatorname{solveDirichlet}[\operatorname{uBoundary}_] := \operatorname{Module}[\{\operatorname{uval}\}, \\ & \operatorname{Module}[\{\operatorname{uval}\},] := \operatorname{Module}[\{\operatorname{uval}\},]$$

$$\label{eq:laplaceEquation2D} \begin{split} & \text{Laplacian}[u[x,y],\{x,y\}] == 0, \\ & \text{DirichletCondition}[u[x,y] == \text{uBoundary}[x,y], \\ & \text{True}]\}; \\ & \text{(*Dsolve[LaplaceEquation2D}, u[x,y], x,y]*) \end{split}$$

$$\label{eq:uval} \begin{split} &\text{uval} = \text{NDSolveValue}[\text{LaplaceEquation2D}, u, \{x,y\} \in \text{regionOmega}][\#\#[[1]], \#\#[[2]]]\&; \text{uval}] \\ &\text{uBoundary} = \text{If}[\#1^{^2} + \#2^{^2} > 15, 0, 1]\&; \\ &\text{f4} = \text{solveDirichlet}[\text{uBoundary}]; \\ &\text{g4} := \text{orthDeriv}[\text{f4}, \#\#]\&; \end{split}$$

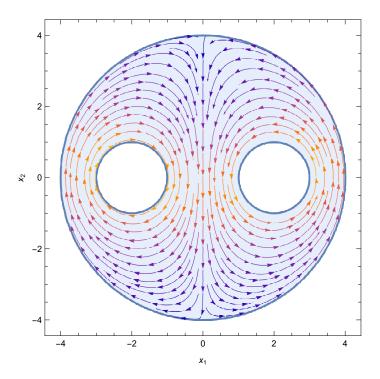
 $\textbf{StreamPlot} \ [\textbf{Evaluate} [\textbf{g4}[\{x,y\}]], \{x,y\} \in \textbf{regionOmega}, \textbf{FrameLabel->} \{x_1,x_2\} \,, \textbf{StreamPoints->Fine}]$



$$\label{eq:uBoundary} \begin{split} uBoundary &= If[\#1^{\wedge}2 + \#2^{\wedge}2 > 15, 0, If[\#1 > 0, -1, 1]]\&; \\ f5 &= solveDirichlet[uBoundary]; \end{split}$$

g5:=orthDeriv[f5, ##]&;

 $\textbf{StreamPlot} \ [\textbf{Evaluate}[\textbf{g5}[\{x,y\}]], \{x,y\} \in \textbf{regionOmega}, \textbf{FrameLabel-} > \{x_1,x_2\} \ , \textbf{StreamPoints-} > \textbf{Fine}]$



$$\label{eq:continuity} \begin{split} & \text{Animate} \left[\text{StreamPlot} \left[\text{Evaluate} [(1 - \text{lambda}) * \text{g4}[\{x,y\}] + \text{lambda} * \text{g5}[\{x,y\}]], \{x,y\} \in \text{regionOmega}, \text{FrameLondanian} \right] \\ & \text{AnimationRunning-} > \text{False}, \text{AnimationRate} \to .05] \end{split}$$