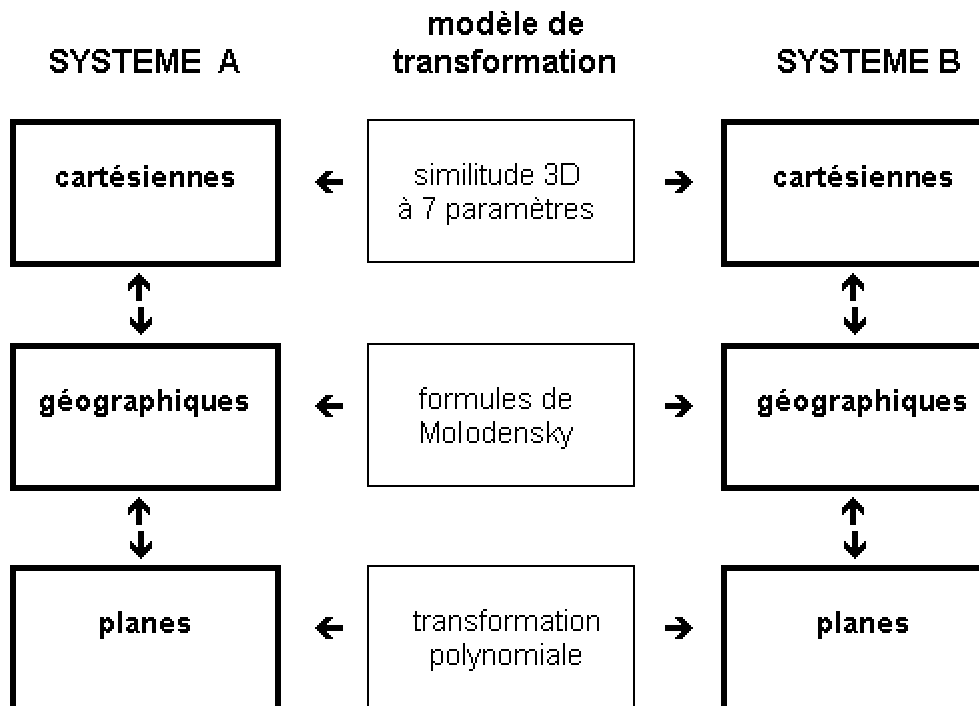


# Transformation entre systèmes géodésiques

## Processus de changement de système

### Définitions

On entend par changement de système géodésique la transformation qui permet d'exprimer les coordonnées cartésiennes, géographique ou planes d'un point dans un autre système géodésique. Il peut être détaillé selon le modèle suivant :



Le plus utilisé est la similitude 3D car elle présente l'avantage de pouvoir être utilisée "dans les 2 sens" (Les mêmes 7 paramètres servent à transformer des coordonnées exprimées dans le système A vers le système B mais également du système B vers le système A avec une simple inversion de signe). Les formules de Molodensky sont des développements limités dont l'ordre influe évidemment sur la précision finale. Le passage inverse nécessite l'application de formules différentes. La transformation polynomiale ne s'applique que sur des zones restreintes (pour conserver une précision comparable à celle obtenue par l'emploi d'une similitude).

### Similitude 3D à 7 paramètres

Compte tenu des faibles rotations utilisées en géodésie, les formules pour passer du système A au système B sont les suivantes :

$$\begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + \Delta \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 0 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix}$$

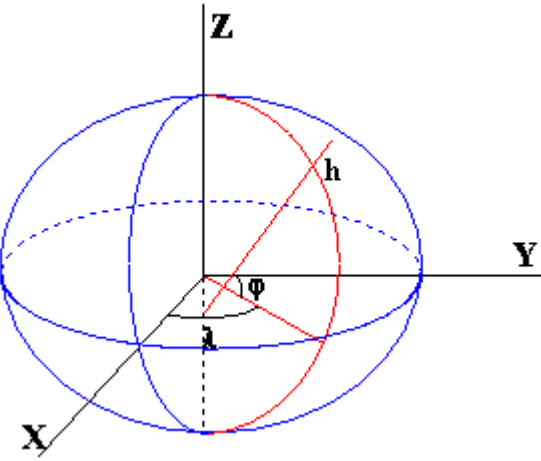
### Modèle dit à 7 paramètres :

3 translations :  $T_X, T_Y, T_Z$

3 rotations :  $\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$

1 facteur d'échelle :  $\Delta$

## Transformation Géographique ⇔ Cartésiennes.

	$X = (N+h) \cos \varphi \cos \lambda$
	$Y = (N+h) \cos \varphi \sin \lambda$
	$Z = (N(1-e^2) + h) \sin \varphi$
	<b>(inverse par calcul itératif )</b>
	$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$
	$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}$
	$N = \frac{a}{W}$
	$\rho = \frac{a(1-e^2)}{W^3}$
	$r = N \cos \varphi$

Les paramètres de l'ellipsoïde associé aux coordonnées sont indispensables à ces calculs .

### Clarke 1880 IGN (Ellipsoïde associé au système NTF)

L'Ellipsoïde Clarke 1880 IGN est défini par les constantes suivantes (valeurs exactes) :

<b>demi grand axe :</b>	a = 6 378 249,2 m
<b>demi petit axe</b>	b = 6 356 515,0 m

### IAG GRS 80 (Ellipsoïde associé au système RGF93)

L'Ellipsoïde IAG GRS 80 est défini par les constantes suivantes (valeurs exactes) :

<b>demi grand axe :</b>	a = 6 378 137,0 m
<b>aplatissement :</b>	f = 1/298,257 222 101

Remarque : Les ellipsoïdes WGS84 et GRS80 sont à l'origine définis de la même manière, plus mathématiquement par la donnée du demi grand axe a et par l' harmonique zonal du second degré J<sub>2</sub> pour GRS80 et C<sub>20</sub> arrêté au 8<sup>ème</sup> chiffre significatif pour WGS84 d'où un écart de 0.0001 m sur b .  
WGS84

<b>demi grand axe :</b>	a = 6 378 137,0 m
<b>aplatissement :</b>	f = 1/298,257 223 563

### International HAYFORD 1909 (Ellipsoïde associé au système ED 50)

L'Ellipsoïde international HAYFORD est défini par les constantes suivantes (valeurs exactes) :

<b>demi grand axe :</b>	a = 6 378 388,0 m
<b>aplatissement :</b>	f = 1/297

## Géométrie de l'ellipsoïde.

À partir des valeurs de  $a$  et  $f$  fournies ci-dessus, il est possible de calculer le demi-petit axe  $b$  de l'ellipsoïde, ainsi que son aplatissement  $e$ .

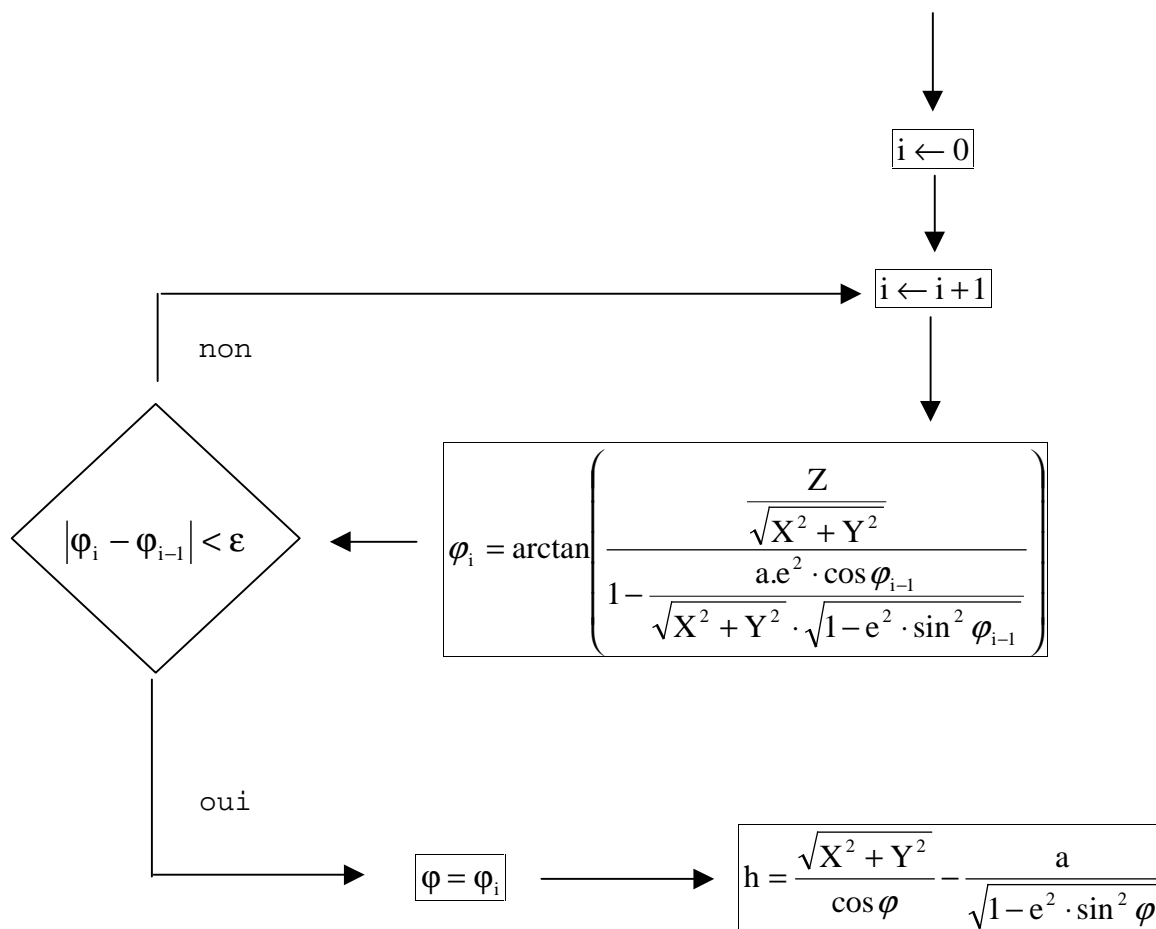
$$b = a(1 - f)$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

## Passage des coordonnées cartésiennes $(X, Y, Z)$ aux coordonnées géographiques $(\lambda, \varphi, h)$

$$\lambda = 2 \cdot \arctan\left(\frac{Y}{X + \sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$\varphi_0 = \arctan\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot e^2}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}\right)}\right)$$



## **Transformation Géographique ⇔ Planes.**

Ces transformations dépendent de formules spécifiques à chaque projection. Ces formules ne sont pas détaillées dans le présent document.

## **Transformations standard.**

### **NTF ⇔ WGS84.**

A partir des éléments de géodésie spatiale des années 1970/1980 (Doppler), il a pu être établi pour la France un modèle entre la NTF et le système WGS84. Aucune rotation ou défaut d'échelle globaux n'ont pu être mis en évidence. C'est donc un modèle ainsi réduit à 3 paramètres (translation) qui a été retenu (et surtout largement utilisé).

$$\begin{matrix} \text{NTF} \Rightarrow \text{WGS84} \\ \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -168 \\ -60 \\ +320 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Les valeurs de ces paramètres correspondent à la valeur officielle définie par l'IGN pour la FRANCE dans le rapport technique RT/G n°14 "Nouveaux systèmes géodésiques utilisables en France (WGS84, ED87)".

La précision de ce modèle à l'époque de sa détermination était estimée à environ 2 m. Les déterminations effectuées au travers de l'établissement du RBF (environ 1000 points dans les systèmes RGF93 et NTF) confirment ces valeurs (à 20 cm près !) ainsi que la précision annoncée (soit 2 m avec des valeurs extrêmes inférieures à 5 m).

Cette transformation (dite " standard ") a été adoptée dans la quasi totalité des traitements jusqu'à la mise à disposition de la transformation dite par "grille de paramètres".

### **NTF ⇔ ED50.**

$$\begin{matrix} \text{NTF} \Rightarrow \text{ED50} \\ \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -84 \\ +37 \\ +437 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

La précision de ce modèle à l'époque de sa détermination a été estimée à environ 2 m.

Il existe plusieurs jeu de paramètres de transformation entre NTF et ED50, celui ci correspond à la valeur officielle défini par l'IGN pour la FRANCE dans le rapport technique RT/G n°7 "Définition des systèmes géodésiques utilisés en France (NTF, ED50, WGS72)".

### **ED50 ⇔ WGS84.**

$$\begin{matrix} \text{ED50} \Rightarrow \text{WGS84} \\ \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -84 \\ -97 \\ -117 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Cette transformation est issue de la composition des transformations ED50⇔ WGS72 et WGS72⇔ WGS84. Les valeurs de ces paramètres correspondent à la valeur officielle définie par l'IGN pour la FRANCE dans les rapports techniques RT/G n°14 "Nouveaux systèmes géodésiques utilisables en France (WGS84, ED87)"et RT/G n°7 "Définition des systèmes géodésiques utilisés en France (NTF, ED50, WGS72)".

La précision de ce modèle à l'époque de sa détermination a été estimée à environ 2 m.

## Transformations par grille de paramètres.

**NTF ⇔ RGF93.**

### Contexte

Dans le contexte de l'introduction d'un nouveau système géodésique de référence pour la France métropolitaine, le RGF93, l'Institut Géographique National a développé un nouveau processus de transformation de coordonnées de manière à faciliter le passage de l'ancien système, la Nouvelle Triangulation de la France (NTF), au nouveau.

### Principe

Le principe du processus de transformation est l'interpolation, dans un semis de points régulièrement répartis, ou "grille", de paramètres tridimensionnels de translation entre systèmes. Ces points constituent la grille de paramètres GR3D97A au pas régulier de 0.1° en longitude et latitude.

La grille de paramètres de transformation de coordonnées NTF ⇔ RGF93 est fournie sous forme d'un fichier texte (ASCII) selon la configuration suivante :

```
GR3D 002024 024 20370201
GR3D1 -5.5000 10.0000 41.0000 52.0000 .1000 .1000
GR3D2 INTERPOLATION BILINEAIRE
GR3D3 PREC CM 01:5 02:10 03:20 04:50 99>100
-5.500000000 41.000000000 -165.027 -67.100 315.813 99 -0158
-5.500000000 41.100000000 -165.169 -66.948 316.007 99 -0157
-5.500000000 41.200000000 -165.312 -66.796 316.200 99 -0157
.....
```

ENTETE : 4 enregistrements :

GR3D : codes IGN : 002024 (002:NTF [vers] 024:RGF93); 024 (RGF93); 20370201 (2:coordonnées géographiques, 037:ellipsoïde GRS80, 02:degrés décimaux, 01:méridien international (Greenwich)).

GR3D1 : longitude min.; longitude max.; latitude min.; latitude max.; pas en longitude; pas en latitude (ici les deux pas de grilles sont égaux : 0.1°).

GR3D2 : mode d'interpolation : INTERPOLATION BILINEAIRE

GR3D3 : codes de précision de la transformation

CORPS : 1 enregistrement par nœud de grille:

longitude, latitude, TX, TY,TZ, code précision, caractère f50, n de feuille 1:50000

Les paramètres TX, TY,TZ sont les trois paramètres de transformation de coordonnées cartésiennes (translation) de NTF vers RGF93.

[nota : caractère f50 : " " : feuille à 1:50000 existante.

" L " : feuille fictive en limite de zone d'application de la grille

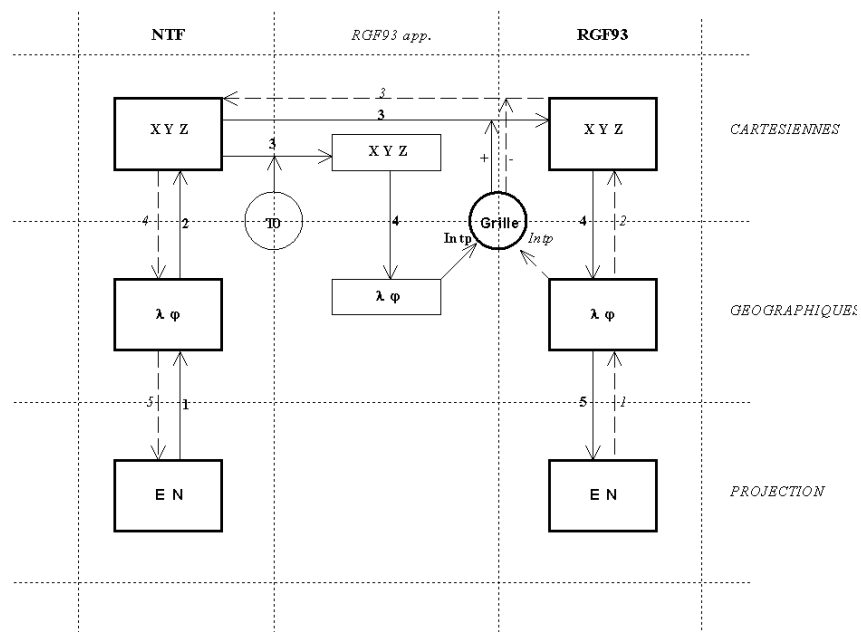
" - " : feuille fictive hors zone d'application de la grille]

La grille de paramètres est exprimée en longitude, latitude **dans le système géodésique RGF93**, (ellipsoïde GRS80, méridien international, degrés décimaux) et valeurs des 3 paramètres de transformation (en mètres) **dans le sens NTF → RGF93** [les 3 paramètres correspondent aux coordonnées, exprimées dans le système RGF93, de l'origine du système NTF]

En conséquence, le processus de transformation de coordonnées est dépendant du sens de la transformation. L'interpolation est directe à partir des coordonnées géographiques dans le sens RGF93→ NTF. Elle nécessite un premier calcul approché dans le sens NTF → RGF93.

### Processus

Le processus de transformation de coordonnées utilisant la grille de paramètres correspond au schéma suivant :



## ALGORITHMES

### LAMBERT ---> LAMBERT

ENTREE :    - n, C, X<sub>S</sub>, Y<sub>S</sub> : constantes de la projection  
                  ( indices I et F pour *initial* et *final*)  
                  - X<sub>I</sub>, Y<sub>I</sub> : coordonnées Lambert initial

SORTIE :     - X<sub>F</sub>, Y<sub>F</sub> : coordonnées Lambert final

$$\gamma_F = \frac{n_F}{n_I} \arctan \frac{X_{SI} - X_I}{Y_I - Y_{SI}}$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{n_I} \ln \frac{C_I}{\sqrt{(X_I - X_{SI})^2 + (Y_I - Y_{SI})^2}}$$

$$R_F = C_F \exp(-n_F \mathcal{E})$$

$$X_F = X_{SF} + R_F \sin \gamma_F$$

$$Y_F = Y_{SF} - R_F \cos \gamma_F$$

### APPLICATION NUMERIQUE (LAMBERT I --> LAMBERT II étendu)

$$X_I = 750000,00 \text{ m}$$

$$X_{II\text{étendu}} = 750283,12 \text{ m}$$

$$Y_I = 300000,00 \text{ m}$$

$$Y_{II\text{étendu}} = 2600360,77 \text{ m}$$

## LAMBERT ---> COORDONNEES GEOGRAPHIQUES

ENTREE :    - n, C,  $X_S$ ,  $Y_S$  : constantes de la projection  
                  -  $\lambda_0$  : longitude du méridien central  
                  - e : excentricité de l'ellipsoïde  
                  - X, Y : coordonnées LAMBERT

SORTIE :    -  $\lambda$ ,  $\varphi$  : longitude, latitude

$$|R| = \sqrt{(X - X_S)^2 + (Y - Y_S)^2}$$

$$\gamma = \arctan \frac{X - X_S}{Y_S - Y}$$

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{\gamma}{n}$$

$$\xi = -\frac{1}{n} \ln \left| \frac{R}{C} \right|$$

$$\varphi = \xi^{-1}(\xi, e)$$

NB :  $\xi^{-1}(\xi, e)$  représente la latitude isométrique inverse.

### CONSTANTES LAMBERT FRANCE

#### APPLICATION NUMERIQUE (LAMBERT I)

X = 1 029 705,083 m

Y = 272 723,849 m

$\lambda$  ( rad ) = 0,145512099 E

$\varphi$  ( rad ) = 0,872664626 N



## COORDONNEES GEOGRAPHIQUES ---> LAMBERT

ENTREE :    - n, C, X<sub>S</sub>, Y<sub>S</sub> : constantes de la projection  
                   - λ<sub>0</sub> : longitude du méridien central  
                   - e : excentricité de l'ellipsoïde  
                   - λ, φ : longitude, latitude

SORTIE :     - X, Y : coordonnées LAMBERT

$$\xi = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - \frac{e}{2} \ln \frac{1 + e \sin \varphi}{1 - e \sin \varphi}$$

$$R = C \exp(-n \xi)$$

$$\gamma = n (\lambda - \lambda_0)$$

$$X = X_S + R \sin \gamma$$

$$Y = Y_S - R \cos \gamma$$

### CONSTANTES LAMBERT FRANCE

	LAMBERT I	LAMBERT II	LAMBERT III	LAMBERT IV	LAMBERT 93
n	0,7604059656	0,7289686274	0,6959127966	0,6712679322	0,7256077650
C	11603796,98	11745793,39	11947992,52	12136281,99	11754255,426
X <sub>S</sub>	600000,000	600000,000	600000,000	234,358	700000,000
Y <sub>S</sub>	5657616,674	6199695,768	6791905,085	7239161,542	12655612,050

(Lambert II étendu : Lambert II avec Y<sub>S</sub> = 8199695,768 m)

λ<sub>0</sub> = 0 grades Paris    (= 2° 20' 14,025" E Greenwich)

e = 0,08248325676

### APPLICATION NUMERIQUE (LAMBERT II)

λ = 0,4721669 gr E Paris

X = 632 542,058 m

φ = 51,8072313 gr N

Y = 180 804,145 m

## LATITUDE A PARTIR DE LA LATITUDE ISOMETRIQUE

ENTREE :    -  $\xi$  : latitude isométrique  
                  -  $e$  : excentricité de l'ellipsoïde

SORTIE :     -  $\varphi$  : latitude

$$\varphi_0 = 2 \arctan \left( \exp(\xi) \right) - \frac{\pi}{2}$$

On obtient alors  $\varphi$  par itérations successives de la formule suivante :

$$\varphi_i = 2 \arctan \left( \left( \frac{1 + e \sin \varphi_{i-1}}{1 - e \sin \varphi_{i-1}} \right)^{(e/2)} \exp(\xi) \right) - \frac{\pi}{2}$$

### APPLICATION NUMERIQUE :

ENTREE :     $\xi = 1,005\,526\,536\,48$   
                   $e = 0,081\,991\,889\,98$

SORTIE :      $\varphi \text{ (rad)} = 0,872\,664\,626\,00$

Paramètres des projections coniques conformes de LAMBERT

utilisées en France métropolitaine

Zone Lambert	I	II	III	IV	II étendu	Lambert-93 (*)
Zone d'application	57.0 gr - 53,5 gr	53,5 gr - 50,5 gr	50,5 gr - 47,0 gr	47,8 gr - 45,9 gr	56,5 gr - 45,9 gr	41° - 51°
Latitude origine	55 gr = 49° 30'	52 gr = 46° 48'	49 gr = 44° 06'	46,85 gr = 42° 09' 54"	52 gr = 46° 48'	46° 30'
Longitude origine	0 gr Paris	0 gr Paris	0 gr Paris	0 gr Paris	0 gr Paris	3° 00'
Parallèles automécoïques	48° 35' 54,682" 50° 23' 45,282"	45° 53' 56,108" 47° 41' 45,652"	43° 11' 57,449" 44° 59' 45,938"	41° 33' 37,396" 42° 46' 03,588"	45° 53' 56,108" 47° 41' 45,652"	44° 49°
E <sub>0</sub>	600 000 m	600 000 m	600 000 m	234,358 m	600 000 m	700 000 m
N <sub>0</sub>	200 000 m	200 000 m	200 000 m	185 861,369 m	2 200 000 m	6 600 000 m
Facteur d'échelle	0,999 877 34	0,999 877 42	0,999 877 50	0,999 944 71	0,999 877 42	0,999 051 03

0 grade Paris = 2° 20' 14,025" Est Greenwich

Référentiel géodésique associé : N.T.F. (Nouvelle Triangulation de la France)

(\*) RGF93 (Réseau Géodésique Français)

Ellipsoïde de référence associé : CLARKE 1880 IGN

    demi grand axe :     a = 6 378 249,2 m

    aplatissement :     f = 1/293,466 021

    première excentricité : e = 0,082 483 256 76

    IAG GRS 80

    a = 6 378 137,00 m

    f = 1/298,257 222 101

    e = 0,081 819 191 12

## Logiciel de transformation de coordonnées FRANCE : CIRCE2000

**Circé2000** convertit des coordonnées géographiques ou cartographiques d'un système de coordonnées dans un autre. Il succède au logiciel Circé depuis l'émergence du Réseau Géodésique Français, en permettant l'accès au système **RGF93** et aux références d'altitudes **IGN69** et **IGN78** (Corse).

Un système de coordonnées sert à décrire et identifier les coordonnées publiées dans les différentes publications géodésiques ou cartographiques (fiches signalétiques, cartes topographiques ...). Il comprend le **référentiel** (ou système géodésique de référence), le **type de coordonnées** (cartésiennes (X, Y, Z), géographiques ( $\lambda$ ,  $\phi$ ,  $h_e$ ) ou planes (E, N)) et éventuellement les **unités** et le **méridien** origine pour des coordonnées géographiques, et la projection cartographique pour les coordonnées planes.

La version initiale de Circé utilisait des paramètres standards de transformation, notamment pour le passage entre les coordonnées WGS84 (système utilisé par les GPS) et NTF (Nouvelle Triangulation de la France). La précision de ces paramètres est estimée à quelques mètres entre les deux systèmes.

**Circé2000** propose maintenant dans un même produit les fonctionnalités de Circé avec en plus des conversions au moyen d'une grille de transformation de coordonnées fournissant les paramètres TX, TY, TZ entre le système RGF93 et le système NTF. La précision de ces paramètres est estimée à quelques centimètres entre les deux systèmes.

**Circé2000** permet donc de réaliser la majeure partie des transformations de coordonnées sur la France. Il traite entre autres les coordonnées planes Lambert (I, II, III, IV), **Lambert-93**, UTM fuseaux 30, 31 et 32, les coordonnées géographiques, et les transformations entre les systèmes ED50, WGS84, NTF et **RGF93**.

La composante verticale prise en compte peut être une **altitude** ou encore une **hauteur au-dessus de l'ellipsoïde** définie sur les ellipsoïdes de référence liés aux systèmes géodésiques concernés par la transformation. L'accès à l'altitude d'un point s'effectue à l'aide de **surfaces de conversion** :

- la Référence des Altitudes Françaises 1998 (**RAF98**) issue du modèle de géoïde le plus récent préconisé par le CNIG couvre le territoire continental,
- le Géoïde Géométrique Français (GGF97) pour la Corse.

La précision obtenue sur les coordonnées transformées peut varier entre le mètre et le millimètre.

Une estimation est fournie par le logiciel. Toutefois, il faut savoir que l'exactitude est liée à plusieurs facteurs :

- précision des coordonnées des points dans le système géodésique initial,
- définition intrinsèque du système,
- définition relative du système par rapport aux autres, à savoir le choix des points communs et des processus qui ont servi à l'élaboration des paramètres de transformation.

Selon le type de coordonnées choisi, on aura la possibilité d'utiliser des unités métriques, des degrés sexagésimaux, des degrés et minutes décimales, des grades ou encore des radians.

## UTILISATION AISEE

**Circé2000** fonctionne en **mode manuel** pour des conversions ponctuelles ou en **mode fichier** pour un lot de points. Dans les deux cas cependant, l'utilisateur intervient pour spécifier les caractéristiques des coordonnées en entrée et en sortie. La moitié haute de l'écran représente les coordonnées en entrée, et la moitié basse, celles en sortie. On peut en outre éditer un **rapport**, plus présentable, contenant aussi les coordonnées en entrée.

## INSTALLATION FACILE

**Circé2000**, dans sa version actuelle, nécessite un micro-ordinateur compatible IBM-PC possédant 16 Mo de mémoire vive disponible, et un espace disque de 10 Mo. Il fonctionne avec Windows95 et Windows NT4.0.

## **Barème des prix**

**Le logiciel Circé2000 peut être téléchargé gratuitement sur le site Internet**

**<http://www.ensg.ign.fr/SGN/index1.html>.**

Cession du logiciel conditionné en coffret avec notice : 60,97 Euros (400 Francs) H.T.  
Frais de port en sus.

TVA : la TVA applicable est au taux plein (actuellement 19,6 %)

**Contacts techniques** : IGN St-Mandé : Service de Géodésie et de Nivellement

***Division de l'information géodésique à St-Mandé : 01 43 98 83 17***

**<http://www.ign.fr>**

**Contacts commerciaux** Centres inter-régionaux ou départementaux:

Aix-en-Provence 04 42 16 31 00  
Bordeaux 05 56 70 67 84  
Lille 03 20 49 62 00  
Montpellier 04 67 65 06 32  
Nantes 02 40 99 94 14  
Paris 01 43 98 85 17  
Rouen 02 35 59 73 74  
Toulouse 05 61 75 00 61

Blois 02 54 78 60 80  
Dijon 03 80 30 33 67  
Lyon 04 72 69 06 30  
Nancy 03 83 44 55 22  
Nice 04 93 71 01 17  
Rennes 02 99 59 54 59  
Strasbourg 03 88 78 43 74  
DOM-TOM 01 43 98 87 03

En restant à votre disposition pour tout renseignement complémentaire.