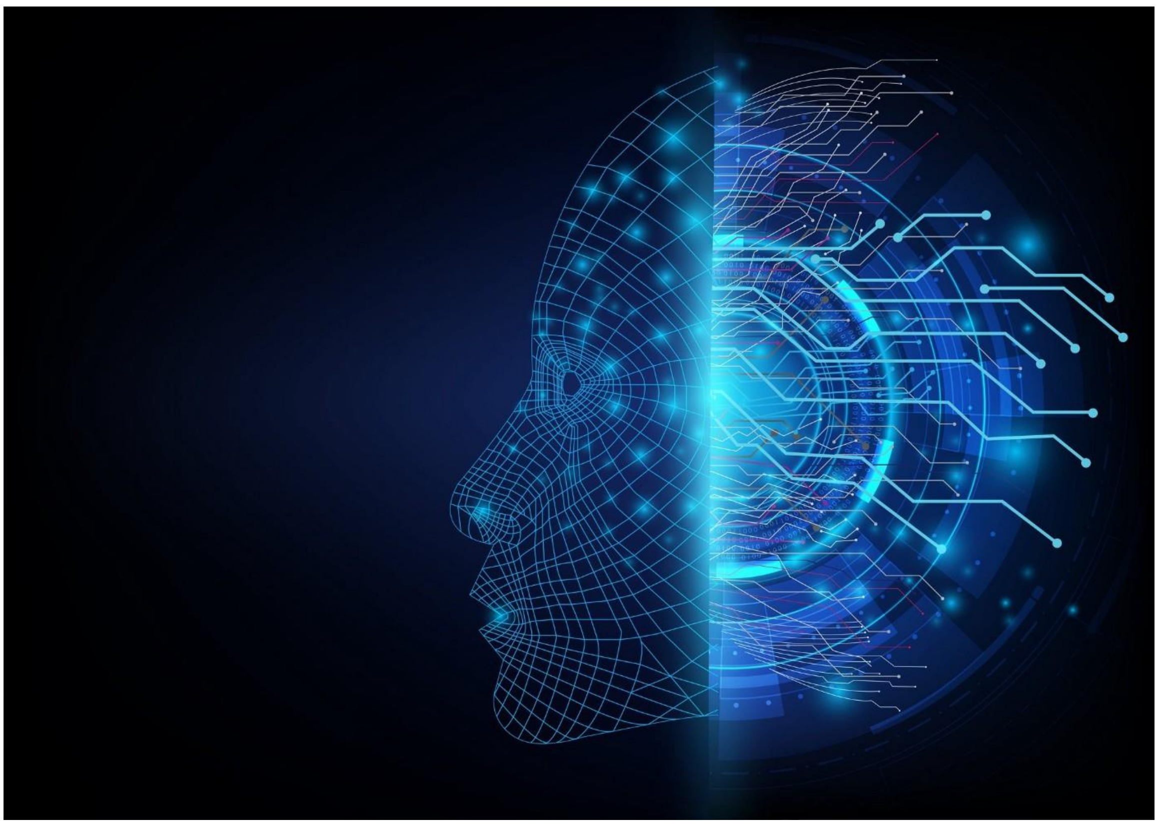
ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

2Η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ



NOVEMBER 25, 2021

ΘΟΔΩΡΗΣ ΑΡΑΠΗΣ – EL18028

Άσκηση 1

1.

$$(p \Leftrightarrow \neg q) \Rightarrow \big((r \wedge s) \vee t\big) \longrightarrow$$

$$\big((p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \Rightarrow p)\big) \Rightarrow \big((r \wedge s) \vee t\big) \longrightarrow$$

$$\neg\big((\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg(\neg q) \vee p)\big) \vee \big((r \wedge s) \vee t\big) \longrightarrow$$

$$\big(\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg(q \vee p)\big) \vee \big((r \wedge s) \vee t\big) \longrightarrow$$

$$\Big(\big(\neg(\neg p) \wedge \neg(\neg q)\big) \vee (\neg q \wedge \neg p)\Big) \vee \big((r \wedge s) \vee t\big) \longrightarrow$$

$$\big((p \wedge q) \vee (\neg q \wedge \neg p)\big) \vee \big((r \wedge s) \vee t\big) \longrightarrow$$

$$\Big(\big(p \vee (\neg q \wedge \neg p)\big) \wedge \big(q \vee (\neg q \wedge \neg p)\big)\Big) \vee \big((r \vee t) \wedge (s \vee t)\big) \longrightarrow$$

$$\big((p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg p)\big) \vee \big((r \vee t) \wedge (s \vee t)\big) \longrightarrow$$

$$\Big((p \vee \neg q) \vee \big((r \vee t) \wedge (s \vee t)\big)\Big) \wedge \Big((p \vee \neg p) \vee \big((r \vee t) \wedge (s \vee t)\big)\Big) \wedge \Big((q \vee \neg q) \vee \big((r \vee t) \wedge (s \vee t)\big)\Big) \wedge \Big((q \vee \neg p) \vee \big((r \vee t) \wedge (s \vee t)\big)\Big) \longrightarrow$$

$$(p \vee \neg q \vee r \vee t) \wedge (p \vee \neg q \vee s \vee t) \wedge (p \vee \neg p \vee r \vee t) \wedge (p \vee \neg p \vee s \vee t) \wedge (q \vee \neg q \vee r \vee t) \wedge (q \vee \neg q \vee s \vee t) \wedge (q \vee \neg p \vee r \vee t) \wedge (q \vee \neg p \vee s \vee t)$$

ή

$$\{[p, \neg q, r, t], [p, \neg q, s, t], [p, \neg p, r, t], [p, \neg p, s, t], [q, \neg q, r, t], [q, \neg q, s, t], [q, \neg p, r, t], [q, \neg p, s, t]\}$$

(με κόκκινο επισημαίνονται οι ταυτολογίες)

2.

$$\big(\forall x.\forall y.\exists z.q(x,y,z) \vee \exists x.\forall y.p(x,y)\big) \wedge \neg\big(\exists x.\exists y.p(x,y)\big) \longrightarrow$$

$$\big(\forall x.\forall y.\exists z.q(x,y,z) \vee \exists x.\forall y.p(x,y)\big) \wedge \forall x.\forall y.\neg p(x,y) \longrightarrow$$

$$\Big(\forall x.\forall y.q\big(x,y,h(x,y)\big) \vee \forall y.p(c,y)\Big) \wedge \forall x.\forall y.\neg p(x,y) \longrightarrow$$

$$\forall x.\forall y.\Big(\Big(q\big(x,y,h(x,y)\big) \vee p(c,y)\Big) \wedge \neg p(x,y)\Big) \longrightarrow$$

$$\Big(q\big(x,y,h(x,y)\big) \vee p(c,y)\Big) \wedge \neg p(x,y) \longrightarrow$$

$$\Big(q\big(x,y,h(x,y)\big) \vee p(c,y)\Big) \wedge \neg p(x,y)$$

ή

$$\big\{\big[q\big(x,y,h(x,y)\big),p(c,y)\big],[\neg p(x,y)]\big\}$$

Άσκηση 2

$\boldsymbol{K} = \{1,2,3\}$, όπου

1. $\forall x.R(x,x)$ (ανακλαστική)

2. $\forall x.\forall y.\big(R(x,y) \Rightarrow R(y,x)\big)$ (συμμετρική)

3. $\forall x.\forall y.\forall z.\big(R(x,y) \wedge R(y,z) \Rightarrow R(x,z)\big)$ (μεταβατική)

Ζεύγος προτάσεων 1, 2:

Έστω $\boldsymbol{J_1} = \langle \boldsymbol{\Delta^I}, \boldsymbol{I}\rangle$ μία ερμηνεία της $\boldsymbol{K_1} = \{Πρόταση\ 1, Πρόταση\ 2\}$, όπου:

$\boldsymbol{\Delta^I} = \{a,b\}$

$R^I = \{(a,a),(b,b),(a,b),(b,a)\}$

Η παραπάνω ερμηνεία ικανοποιεί τις δύο πρώτες προτάσεις (μοντέλο):

Ανακλαστική → $(a, a), (b, b)$

Συμμετρική → $(a, b), (b, a)$,

αλλά δεν ικανοποιεί την τρίτη.

<u>Ζεύγος προτάσεων 2, 3:</u>

Έστω $\boldsymbol{J_2} = \langle \boldsymbol{\Delta^I}, \boldsymbol{I} \rangle$ μία ερμηνεία της $\boldsymbol{K_2} = \{Πρόταση\ 2, Πρόταση\ 3\}$, όπου:

$$\boldsymbol{\Delta^I} = \{a, b, c\}$$

$$R^I = \{(a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, c), (c, b)\}$$

Η παραπάνω ερμηνεία ικανοποιεί τις δύο τελευταίες προτάσεις (μοντέλο):

Συμμετρική → $(a, b), (b, a), (a, c), (c, a)$

Μεταβατική → $(a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, c), (c, b)$

αλλά δεν ικανοποιεί την πρώτη.

<u>Ζεύγος προτάσεων 1, 3:</u>

Έστω $\boldsymbol{J_3} = \langle \boldsymbol{\Delta^I}, \boldsymbol{I} \rangle$ μία ερμηνεία της $\boldsymbol{K_3} = \{Πρόταση\ 1, Πρόταση\ 3\}$, όπου:

$$\boldsymbol{\Delta^I} = \{a, b, c\}$$

$$R^I = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, c), (a, c)\}$$

Η παραπάνω ερμηνεία ικανοποιεί τις δύο τελευταίες προτάσεις (μοντέλο):

Ανακλαστική → $(a, a), (b, b), (c, c)$

Μεταβατική → $(a, b), (b, c), (a, c)$

αλλά δεν ικανοποιεί την πρώτη.

Παρατηρούμε ότι οι γνώσεις $\boldsymbol{K_1}, \boldsymbol{K_2}, \boldsymbol{K_3} \subset \boldsymbol{K}$, ικανοποιούνται για τις ερμηνείες $\boldsymbol{J_1}, \boldsymbol{J_2}, \boldsymbol{J_3}$ αντίστοιχα. Άρα καμία πρόταση δεν αποτελεί λογική συνέπεια των υπόλοιπων δύο, αφού υπάρχουν ερμηνείες που ικανοποιούν μόνο κάθε ζεύγος προτάσεων ξεχωριστά.

Άσκηση 3

$\boldsymbol{K} = \{1,2,3,4,5\}$, όπου

1. $\forall x. \exists y. \left(A(x) \Rightarrow R(x,y) \land C(y)\right)$
2. $\forall x. \exists y. \left(B(x) \Rightarrow S(y,x) \land D(y)\right)$
3. $\forall x. \left(D(x) \Rightarrow A(x)\right)$
4. $\forall x. \forall y. \left(S(x,y) \Rightarrow T(y,x)\right)$
5. $\forall x. \forall y. \forall z. \left(T(x,y) \land R(y,z) \land C(z) \Rightarrow Q(x)\right)$

Μετατρέπουμε τις παραπάνω προτάσεις σε ΚΣΜ:

$$\left.\begin{array}{l}
1. \forall x. \exists y. \Big(\neg A(x) \lor \big(R(x,y) \land C(y)\big)\Big) \\
2. \forall x. \exists y. \Big(\neg B(x) \lor \big(S(y,x) \land D(y)\big)\Big) \\
3. \forall x. \left(\neg D(x) \lor A(x)\right) \\
4. \forall x. \forall y. \left(\neg S(x,y) \lor T(y,x)\right) \\
5. \forall x. \forall y. \forall z. \Big(\neg\big(T(x,y) \land R(y,z) \land C(z)\big) \lor Q(x)\Big)
\end{array}\right\} \longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}
1. \forall x. \exists y. \Big(\neg A(x) \lor \big(R(x,y) \land C(y)\big)\Big) \\
2. \forall x. \exists y. \Big(\neg B(x) \lor \big(S(y,x) \land D(y)\big)\Big) \\
3. \forall x. \left(\neg D(x) \lor A(x)\right) \\
4. \forall x. \forall y. \left(\neg S(x,y) \lor T(y,x)\right) \\
5. \forall x. \forall y. \forall z. \left(\neg T(x,y) \lor \neg R(y,z) \lor \neg C(z) \lor Q(x)\right)
\end{array}\right\} \longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}
1. \forall x. \exists y. \Big(\neg A(x) \lor \big(R(x,y) \land C(y)\big)\Big) \\
2. \forall k. \exists l. \Big(\neg B(k) \lor \big(S(l,k) \land D(l)\big)\Big) \\
3. \forall h. \left(\neg D(h) \lor A(h)\right) \\
4. \forall f. \forall m. \left(\neg S(f,m) \lor T(m,f)\right) \\
5. \forall p. \forall q. \forall w. \left(\neg T(p,q) \lor \neg R(q,w) \lor \neg C(w) \lor Q(p)\right)
\end{array}\right\} \longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}
1.\ \neg A(x) \vee \Big(R\big(x, g(x)\big) \wedge C\big(g(x)\big)\Big) \\
2.\ \neg B(k) \vee \Big(S(r(k), k) \wedge D\big(r(k)\big)\Big) \\
3.\ \neg D(h) \vee A(h) \\
4.\ \neg S(f, m) \vee T(m, f) \\
5.\ \neg T(p, q) \vee \neg R(q, w) \vee \neg C(w) \vee Q(p)
\end{array}\right\} \longrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}
1.\ \Big(\neg A(x) \vee R\big(x, g(x)\big)\Big) \wedge \Big(\neg A(x) \vee C\big(g(x)\big)\Big) \\
2.\ \big(\neg B(k) \vee S(r(k), k)\big) \wedge \Big(\neg B(k) \vee D\big(r(k)\big)\Big) \\
3.\ \neg D(h) \vee A(h) \\
4.\ \neg S(f, m) \vee T(m, f) \\
5.\ \neg T(p, q) \vee \neg R(q, w) \vee \neg C(w) \vee Q(p)
\end{array}\right\} \longrightarrow$$

1. $\neg A(x) \vee R\big(x, g(x)\big)$
2. $\neg A(x) \vee C\big(g(x)\big)$
3. $\neg B(k) \vee S(r(k), k)$
4. $\neg B(k) \vee D\big(r(k)\big)$
5. $\neg D(h) \vee A(h)$
6. $\neg S(f, m) \vee T(m, f)$
7. $\neg T(p, q) \vee \neg R(q, w) \vee \neg C(w) \vee Q(p)$

Ακόμη:

$\neg\Big(\forall x. \big(B(x) \Longrightarrow Q(x)\big)\Big) \longrightarrow$

$\exists x. \neg\big(\neg B(x) \vee Q(x)\big)$

$B(a) \wedge \neg Q(a)$

Θα ελέγξουμε αν $K \models \forall x. \big(B(x) \Longrightarrow Q(x)\big)$:

(Με κόκκινο χρώμα θα σημειώνονται οι εκφράσεις από τις οποίες προκύπτει το επόμενο αναλυθέν)

$$K = K \cup \big(B(a) \wedge \neg Q(a)\big)$$

<table>
<tr>
<td>

<u>Βήμα 1</u>

1. $\neg A(x) \vee R(x, g(x))$
2. $\neg A(x) \vee C(g(x))$
3. $\neg B(k) \vee S(r(k), k)$
4. $\neg B(k) \vee D(r(k))$
5. $\neg D(h) \vee A(h)$
6. $\neg S(f, m) \vee T(m, f)$
7. $\neg T(p, q) \vee \neg R(q, w) \vee \neg C(w) \vee Q(p)$
8. $B(a)$
9. $\neg Q(a)$

Με την αντικατάσταση $k \rightarrow a$

</td>
<td>

<u>Βήμα 2</u>

1. $\neg A(x) \vee R(x, g(x))$
2. $\neg A(x) \vee C(g(x))$
3. $\neg B(k) \vee S(r(k), k)$
4. $\neg B(k) \vee D(r(k))$
5. $\neg D(h) \vee A(h)$
6. $\neg S(f, m) \vee T(m, f)$
7. $\neg T(p, q) \vee \neg R(q, w) \vee \neg C(w) \vee Q(p)$
8. $B(a)$
9. $\neg Q(a)$
10. $D(r(a))$

Με την αντικατάσταση $r(a) \rightarrow h$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

<u>Βήμα 3</u>

1. $\neg A(x) \vee R(x, g(x))$
2. $\neg A(x) \vee C(g(x))$
3. $\neg B(k) \vee S(r(k), k)$
4. $\neg B(k) \vee D(r(k))$
5. $\neg D(h) \vee A(h)$
6. $\neg S(f, m) \vee T(m, f)$
7. $\neg T(p, q) \vee \neg R(q, w) \vee \neg C(w) \vee Q(p)$
8. $B(a)$
9. $\neg Q(a)$
10. $D(r(a))$
11. $A(h)$

Με την αντικατάσταση $x \rightarrow h$

</td>
<td>

<u>Βήμα 5</u>

1. $\neg A(x) \vee R(x, g(x))$
2. $\neg A(x) \vee C(g(x))$
3. $\neg B(k) \vee S(r(k), k)$
4. $\neg B(k) \vee D(r(k))$
5. $\neg D(h) \vee A(h)$
6. $\neg S(f, m) \vee T(m, f)$
7. $\neg T(p, q) \vee \neg R(q, w) \vee \neg C(w) \vee Q(p)$
8. $B(a)$
9. $\neg Q(a)$
10. $D(r(a))$
11. $A(h)$
12. $C(g(h))$

Με την αντικατάσταση $g(h) \rightarrow w$

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

<u>Βήμα 5</u>
1. $\neg A(x) \lor R(x, g(x))$
2. $\neg A(x) \lor C(g(x))$
3. $\neg B(k) \lor S(r(k), k)$
4. $\neg B(k) \lor D(r(k))$
5. $\neg D(h) \lor A(h)$
6. $\neg S(f, m) \lor T(m, f)$
7. $\neg T(p, q) \lor \neg R(q, w) \lor \neg C(w) \lor Q(p)$
8. $B(a)$
9. $\neg Q(a)$
10. $D(r(a))$
11. $A(h)$
12. $C(g(h))$
13. $\neg T(p, q) \lor \neg R(q, w) \lor Q(p)$
Με τις αντικαταστάσεις $m \to p, f \to q$

</td>
<td>

<u>Βήμα 6</u>
1. $\neg A(x) \lor R(x, g(x))$
2. $\neg A(x) \lor C(g(x))$
3. $\neg B(k) \lor S(r(k), k)$
4. $\neg B(k) \lor D(r(k))$
5. $\neg D(h) \lor A(h)$
6. $\neg S(f, m) \lor T(m, f)$
7. $\neg T(p, q) \lor \neg R(q, w) \lor \neg C(w) \lor Q(p)$
8. $B(a)$
9. $\neg Q(a)$
10. $D(r(a))$
11. $A(h)$
12. $C(g(h))$
13. $\neg T(p, q) \lor \neg R(q, w) \lor Q(p)$
14. $\neg S(q, p) \lor \neg R(q, w) \lor Q(p)$
Με την αντικατάσταση $p \to a$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

<u>Βήμα 7</u>
1. $\neg A(x) \lor R(x, g(x))$
2. $\neg A(x) \lor C(g(x))$
3. $\neg B(k) \lor S(r(k), k)$
4. $\neg B(k) \lor D(r(k))$
5. $\neg D(h) \lor A(h)$
6. $\neg S(f, m) \lor T(m, f)$
7. $\neg T(p, q) \lor \neg R(q, w) \lor \neg C(w) \lor Q(p)$
8. $B(a)$
9. $\neg Q(a)$
10. $D(r(a))$
11. $A(h)$
12. $C(g(h))$
13. $\neg T(p, q) \lor \neg R(q, w) \lor Q(p)$

</td>
<td>

<u>Βήμα 8</u>
1. $\neg A(x) \lor R(x, g(x))$
2. $\neg A(x) \lor C(g(x))$
3. $\neg B(k) \lor S(r(k), k)$
4. $\neg B(k) \lor D(r(k))$
5. $\neg D(h) \lor A(h)$
6. $\neg S(f, m) \lor T(m, f)$
7. $\neg T(p, q) \lor \neg R(q, w) \lor \neg C(w) \lor Q(p)$
8. $B(a)$
9. $\neg Q(a)$
10. $D(r(a))$
11. $A(h)$
12. $C(g(h))$
13. $\neg T(p, q) \lor \neg R(q, w) \lor Q(p)$

</td>
</tr>
</table>

14. $\neg S(f,m) \vee \neg R(q,w) \vee Q(p)$ 15. $\neg S(f,m) \vee \neg R(q,w)$ Με την αντικατάσταση $r(k) \to f, k \to m$	14. $\neg S(f,m) \vee \neg R(q,w) \vee Q(p)$ 15. $\neg S(f,m) \vee \neg R(q,w)$ 16. $\neg B(m) \vee \neg R(q,w)$ Με την αντικατάσταση $x \to q, g(x) \to w$

<u>Βήμα 9</u> 1. $\neg A(x) \vee R(x, g(x))$ 2. $\neg A(x) \vee C(g(x))$ 3. $\neg B(k) \vee S(r(k), k)$ 4. $\neg B(k) \vee D(r(k))$ 5. $\neg D(h) \vee A(h)$ 6. $\neg S(f,m) \vee T(m,f)$ 7. $\neg T(p,q) \vee \neg R(q,w) \vee \neg C(w) \vee Q(p)$ 8. $B(a)$ 9. $\neg Q(a)$ 10. $D(r(a))$ 11. $A(h)$ 12. $C(g(h))$ 13. $\neg T(p,q) \vee \neg R(q,w) \vee Q(p)$ 14. $\neg S(f,m) \vee \neg R(q,w) \vee Q(p)$ 15. $\neg S(f,m) \vee \neg R(q,w)$ 16. $\neg B(m) \vee \neg R(q,w)$ 17. $\neg B(m) \vee \neg A(x)$ Με την αντικατάσταση $m \to a$	**<u>Βήμα 10</u>** 1. $\neg A(x) \vee R(x, g(x))$ 2. $\neg A(x) \vee C(g(x))$ 3. $\neg B(k) \vee S(r(k), k)$ 4. $\neg B(k) \vee D(r(k))$ 5. $\neg D(h) \vee A(h)$ 6. $\neg S(f,m) \vee T(m,f)$ 7. $\neg T(p,q) \vee \neg R(q,w) \vee \neg C(w) \vee Q(p)$ 8. $B(a)$ 9. $\neg Q(a)$ 10. $D(r(a))$ 11. $A(h)$ 12. $C(g(h))$ 13. $\neg T(p,q) \vee \neg R(q,w) \vee Q(p)$ 14. $\neg S(f,m) \vee \neg R(q,w) \vee Q(p)$ 15. $\neg S(f,m) \vee \neg R(q,w)$ 16. $\neg B(m) \vee \neg R(q,w)$ 17. $\neg B(m) \vee \neg A(x)$ 18. $\neg A(x)$ Με την αντικατάσταση $x \to h$

Μετά το βήμα 11, από τις $[A(h)]$ και $[\neg A(x)]$ προκύπτει το αναλυθέν [ ] (empty clause, δηλαδή αντίφαση), οπότε ο αλγόριθμος επιστρέφει YES. Άρα ισχύει $K \models \forall x. (B(x) \Rightarrow Q(x))$

<u>Άσκηση 4</u>

1. $\forall x. \exists y. \left(Χώρα(x) \Longrightarrow Ήπειρος(y) \land ΑνήκειΣε(x, y)\right)$

2. $\exists x. \left(Χώρα(x) \land ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(x), 300.000.000)\right)$

3. $$\neg \exists x. \big(Χώρα(x) \Longrightarrow Ήπειρος(y) \land Ήπειρος(w) \land Ήπειρος(z) \land ΑνήκειΣε(x, y) \land ΑνήκειΣε(x, z) \land ΑνήκειΣε(x, w) \land \neg(y \approx z) \land \neg(z \approx w) \land \neg(y \approx w)\big)$$

4. $$\exists x. \forall y. \Big(Χώρα(x) \land ΑνήκειΣε(x, Αμερική) \Longrightarrow Χώρα(y) \land ΑνήκειΣε(y, Ευρώπη) \land ΜεγαλύτεροΑπό\big(πληθυσμός(x), πληθυσμός(y)\big)\Big)$$

5. $$\exists x. \exists y. \forall z. \Big(Χώρα(x) \land Χώρα(y) \land Χώρα(z) \land ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(x), 1.000.000.000) \land ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(y), 1.000.000.000) \land ΜεγαλύτεροΑπό\big(1.000.000.000, πληθυσμός(z)\big) \land \neg(x \approx y) \land \neg(x \approx z) \land \neg(y \approx z)\Big)$$

6. $$\forall x. \Big(Χώρα(x) \land \neg(x \approx Κίνα) \land \neg(x \approx Ινδία) \Longrightarrow ΜεγαλύτεροΑπό\big(πληθυσμός(Κίνα), πληθυσμός(x)\big) \land ΜεγαλύτεροΑπό\big(πληθυσμός(Ινδία), πληθυσμός(x)\big)\Big)$$

<u>Άσκηση 5</u>

1. $\forall x. \left(p(x) \Longrightarrow q(a)\right) \longrightarrow \forall x. \left(\neg p(x) \lor q(a)\right)$

$\left(\forall x. p(x)\right) \Longrightarrow q(a) \longrightarrow \exists x. \left(\neg p(x)\right) \lor q(a)$

Ισχύει ότι αν ικανοποιείται η άρνηση της δεύτερης πρότασης από την ερμηνείας, τότε η δεύτερη πρόταση δεν ικανοποιείται.

Επομένως, αρκεί να ικανοποιείται η πρώτη πρόταση και η άρνηση της δεύτερης ώστε να ικανοποιείται μόνο η πρώτη. Θα έχουμε, λοιπόν:

$\neg \left(\exists x. \left(\neg p(x)\right) \lor q(a)\right) \longrightarrow \forall x. \left(p(x)\right) \land \neg q(a)$

Για κάθε αντικείμενο x που ανήκει στην ερμηνεία θα πρέπει να ισχύει το $p(x)$ **και** το $\neg q(a)$ **και** το $\left(\neg p(x) \text{ ή } q(a)\right)$, το οποίο είναι προφανώς άτοπο.

$2. \exists x. \big(p(x) \Rightarrow q(a)\big) \longrightarrow \exists x. \big(\neg p(x) \lor q(a)\big)$

$\big(\exists x. p(x)\big) \Rightarrow q(a) \longrightarrow \forall x. \big(\neg p(x)\big) \lor q(a)$

Με την ίδια λογική με το πρώτο ερώτημα θα έχουμε:

$\neg \Big(\forall x. \big(\neg p(x)\big) \lor q(a)\Big) \longrightarrow \exists x. \big(p(x)\big) \land \neg q(a)$

Θέλουμε να υπάρχει ένα αντικείμενο $x_1 \in \Delta^I$, για το οποίο θα ισχύει το $p(x)$ **και** το $\neg q(a)$ **και** κάποιο αντικείμενο $x_2 \in \Delta^I$ (προφανώς $x_1 \neq x_2$), για το οποίο θα ισχύει το $\big(\neg p(x)$ ή $q(a)\big)$.

Μία τέτοια ερμηνεία Δ^I είναι:

$\Delta^I = \{a, b\}$

$p = \{a\}$

$q = \{\}$

Άσκηση 6

Τα x, y, z είναι μεταβλητές και τα a, b σταθερές.

$1. r(x, b) \leftarrow r(a, x).$

$r(x, z) \ \leftarrow \ r(x, y), r(y, z).$

Το σύμπαν και η βάση Herbrand:

$$\boldsymbol{UP} = \{a, b\}$$

$$\boldsymbol{BP} = \{r(a, a), r(a, b), r(b, a), r(b, b)\}$$

$2. q(0) \leftarrow .$

$p(x) \leftarrow p(f(x)).$

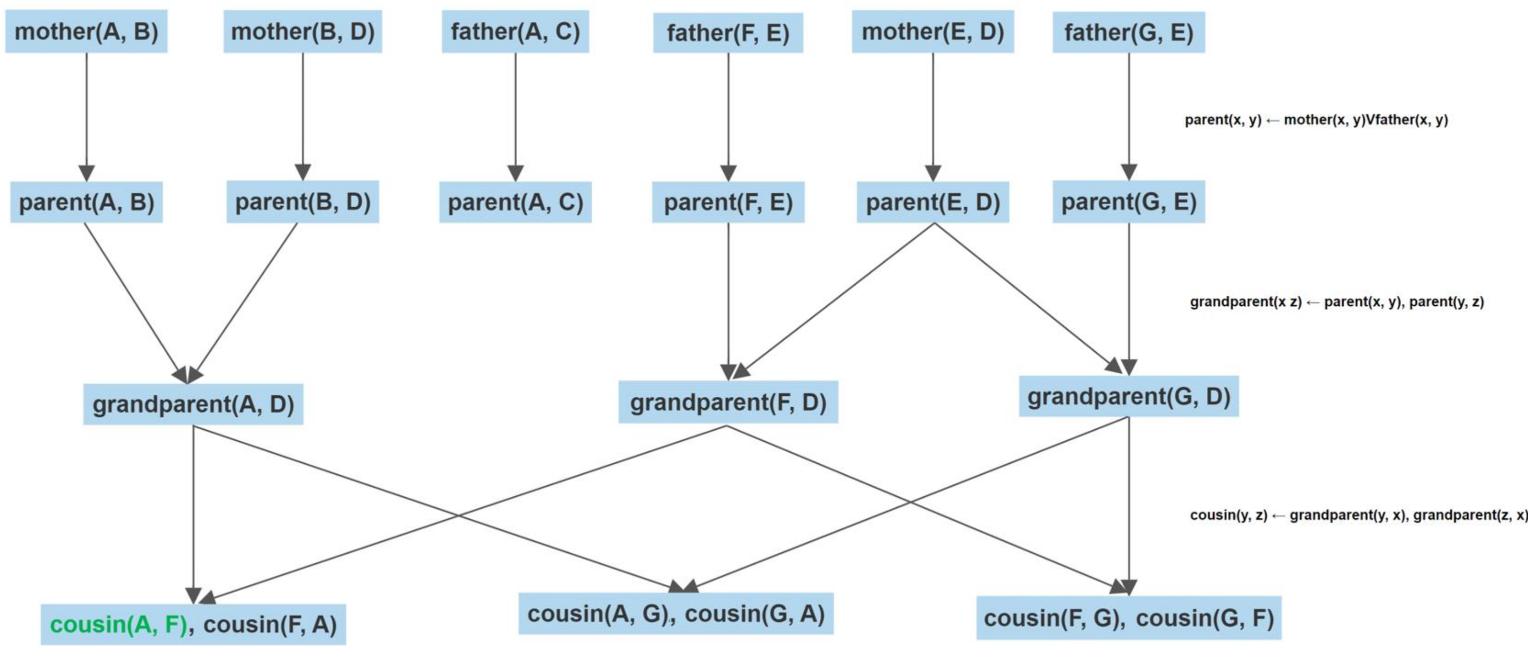
Το σύμπαν και η βάση Herbrand:

$$\boldsymbol{UP} = \{0, f(0), f^2(0), \dots\}$$

$$\boldsymbol{BP} = \big\{q(0), q\big(f(0)\big), q\big(f^2(0)\big), \dots, p(0), p\big(f(0)\big), p\big(f^2(0)\big), \dots\big\}$$

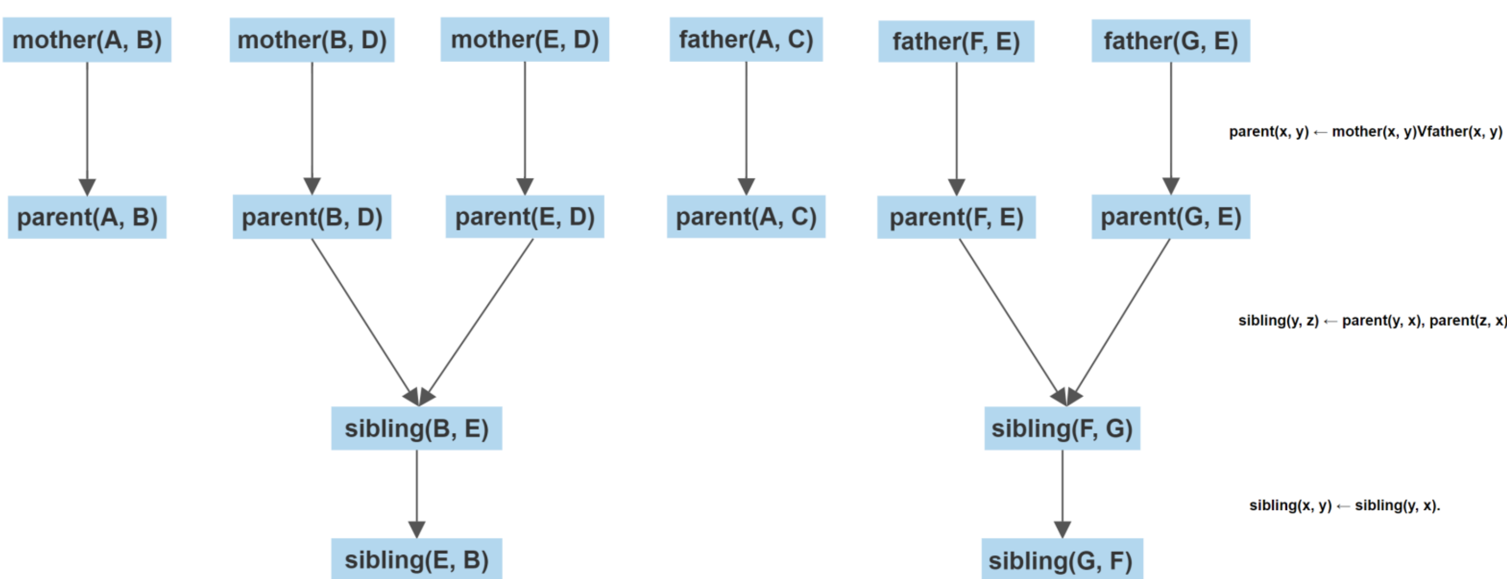
Άσκηση 7

1. Forward chaining $cousin(A, F)$:



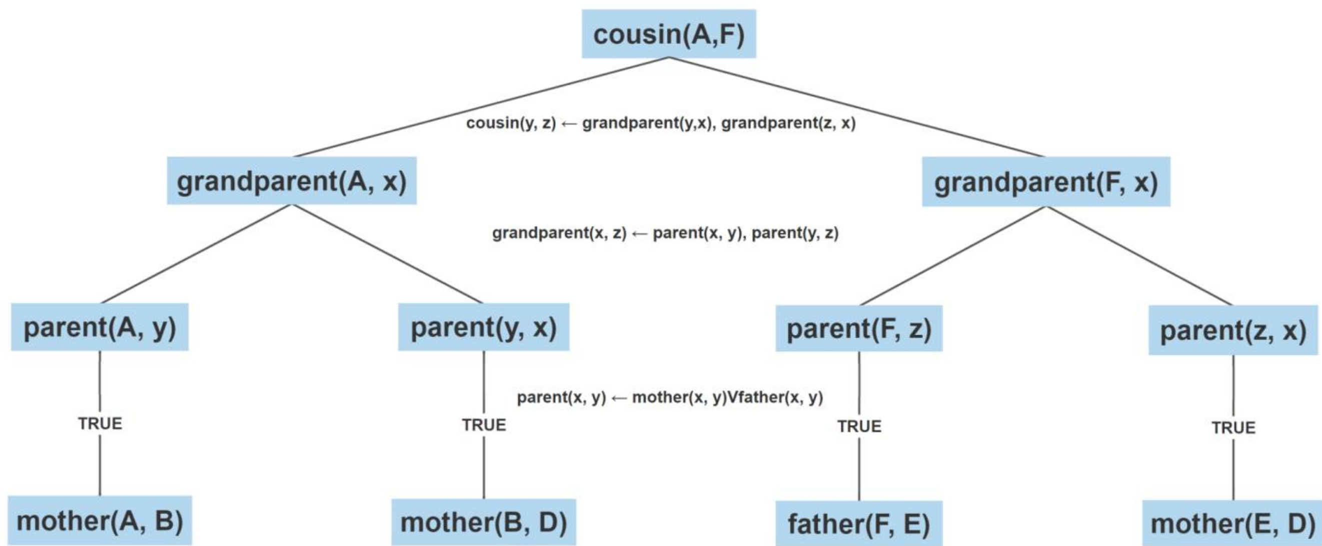
SUCCESS

Forward chaining $sibling(A, G)$:



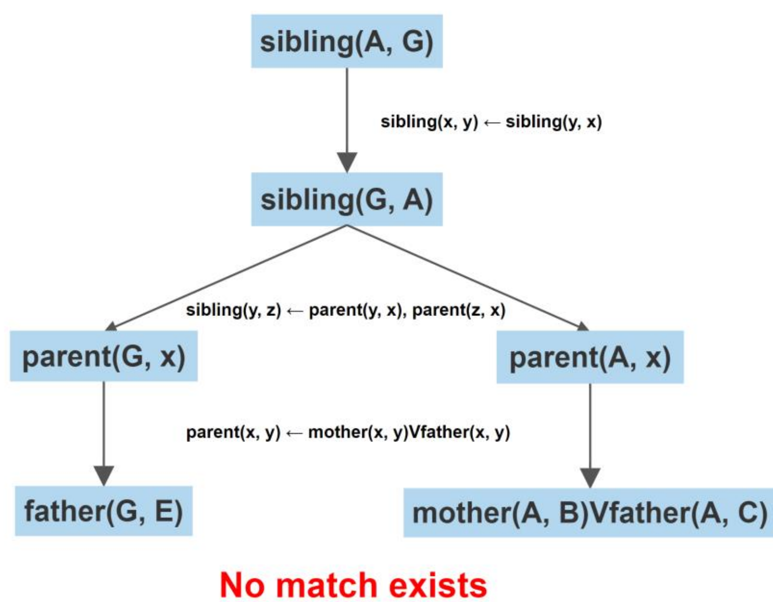
FAIL

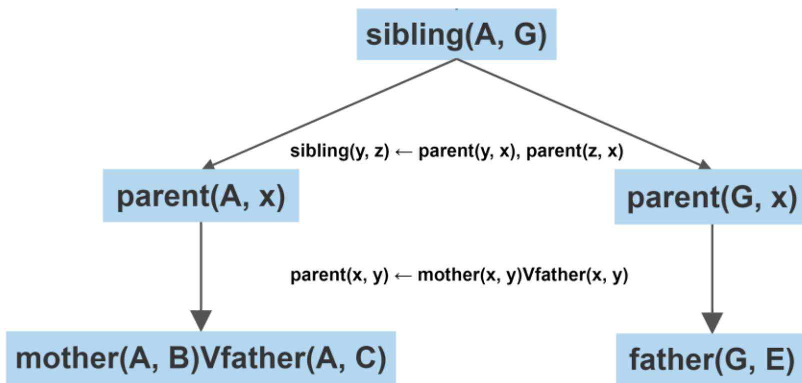
2. Backward chaining $cousin(A, F)$:



SUCCESS

Backward chaining $sibling(A, G)$:





No match exists

FAIL

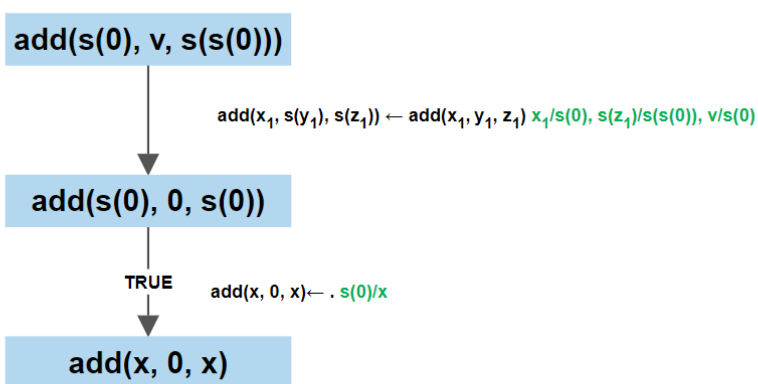
Άσκηση 8

$add(x, 0, x) \leftarrow .$

$add(x, s(y), s(z)) \leftarrow add(x, y, z).$

$$(?)\ \mathrm{add}\left(\mathrm{s}(0), \mathrm{v}, \mathrm{s}\big(\mathrm{s}(0)\big)\right)$$

Θα έχουμε:



SUCCESS

Επιτυγχάνει για την αντικατάσταση $\boldsymbol{v = s(0)}$.

(συγκεκριμένα για την αντικατάσταση μεταβλητών $\boldsymbol{\beta}$: x**/**s(0), s(z)**/**s(s(0)), v**/**s(0), s(0)**/**x)

Άσκηση 9

Έχουμε την βάση γνώσης Περιγραφικής λογικής:

$A \sqsubseteq \exists r. B$

$B \sqsubseteq \exists s. (A \sqcap C)$

$s \equiv r^{-}$

$A(a)$

$\neg C(a)$

Τα σύνολα $\boldsymbol{IC}, \boldsymbol{CN}, \boldsymbol{RN}$ είναι:

$\boldsymbol{IN} = \{a\}$

$\boldsymbol{CN} = \{A, B, C\}$

$\boldsymbol{RN} = \{s, r, r^{-}\}$

Δεν υπάρχει κάποιο μοντέλο που να ικανοποιεί την παραπάνω γνώση, καθώς το μόνο άτομο που έχουμε είναι το a, για το οποίο ισχύουν οι έννοιες $A(a)$, $\neg C(a)$ με αποτέλεσμα $A(a) \sqcap C(a) \equiv \perp$. Άρα $\nexists s. (A(a) \sqcap C(a))$, $B \equiv \perp, \nexists r. B, A \equiv \perp$. Έχουμε επομένως προφανή αντίφαση.