**Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο**

*Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών*

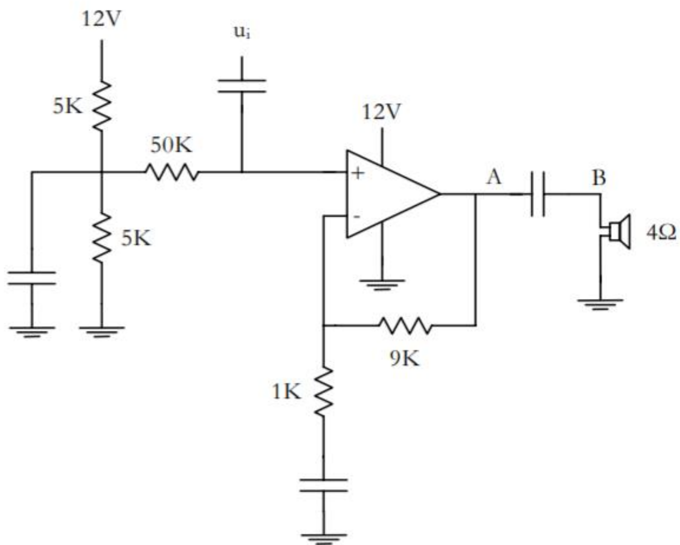
**Εργαστήριο Ηλεκτρονικής και Τηλεπικοινωνιών, 2019-20**

# ΔΕΥΤΕΡΗ ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗ

**Ονοματεπώνυμο:** *Θοδωρής Αράπης*

*(el18028, theodoraraps2000@gmail.com)*

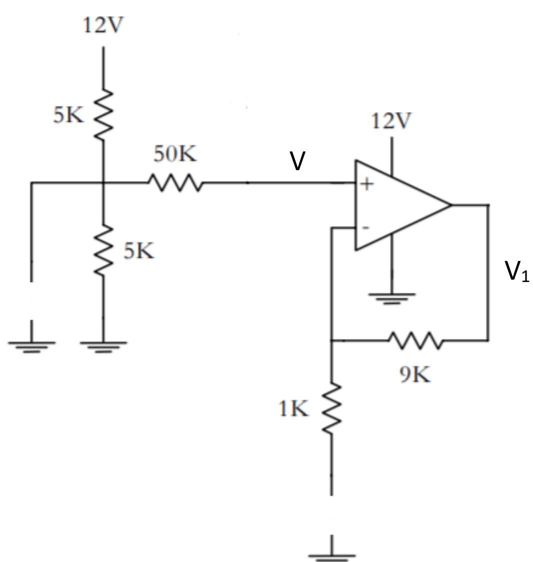
## ***Άσκηση 1***




Στο σημείο Α η τάση μπορεί να λάβει τιμές από 1V έως 11V, αφού η τροφοδοσία του τελεστικού ενισχυτή έχει όρια: 12-1 = 11V και 0+1 = 1 V (μιας και ψαλιδίζεται η τάση εξόδου κατά 1V).

Έχουμε δύο ανεξάρτητες πηγές τάσης, μια DC των 12V και μία AC με $u_i$. Επομένως θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα της επαλληλίας.

Θα αναλύσουμε αρχικά το κύκλωμα λαμβάνοντας υπόψιν την επίδραση μόνο DC πηγών:



Η τάση V Θα είναι:

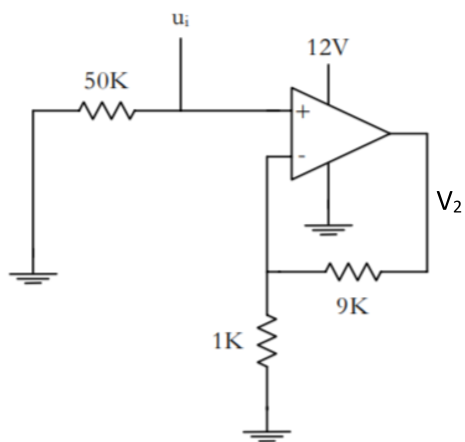
$$V = \frac{5}{5+5} 12 = 6V$$

Επιπλέον, η τάση $V_1$ θα ισούται:

$$V_1 = V = 6V$$

Αφού ο τελεστικός ενισχυτής είναι σε συνδεσμολογία απομονωτή.

Αναλύουμε τώρα το κύκλωμα λαμβάνοντας υπόψιν την επίδραση μόνο AC πηγών:




Η τάση $V_2$ θα είναι:

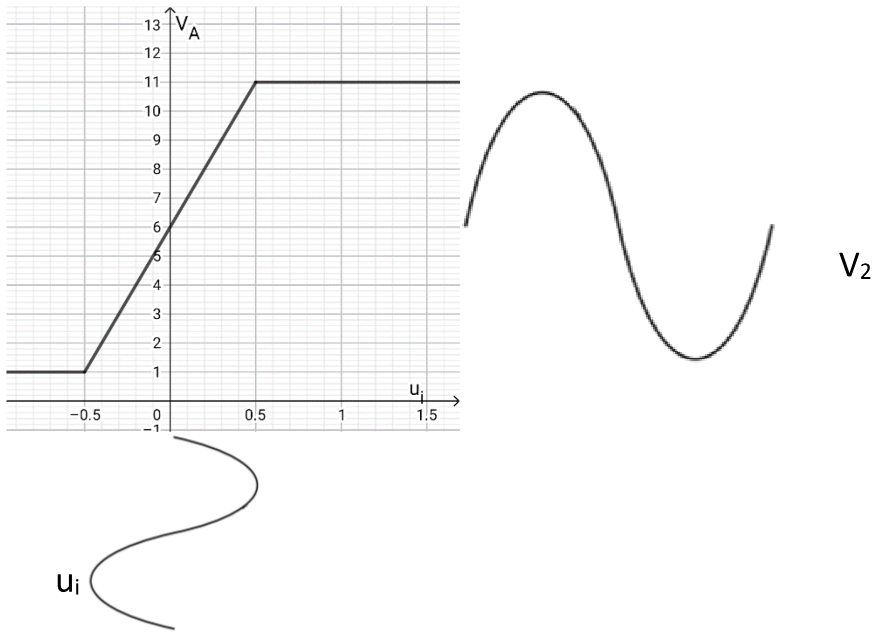
$$V_2 = \left(1 + \frac{9}{1}\right) u_i = 10u_i$$

Συνεπώς, το σήμα στον κόμβο Α θα είναι:

$$V_A = V_1 + V_2 \Longrightarrow$$

$$\boxed{V_A = 6 + 10u_i}$$

Η χαρακτηριστική μεταφοράς θα είναι:



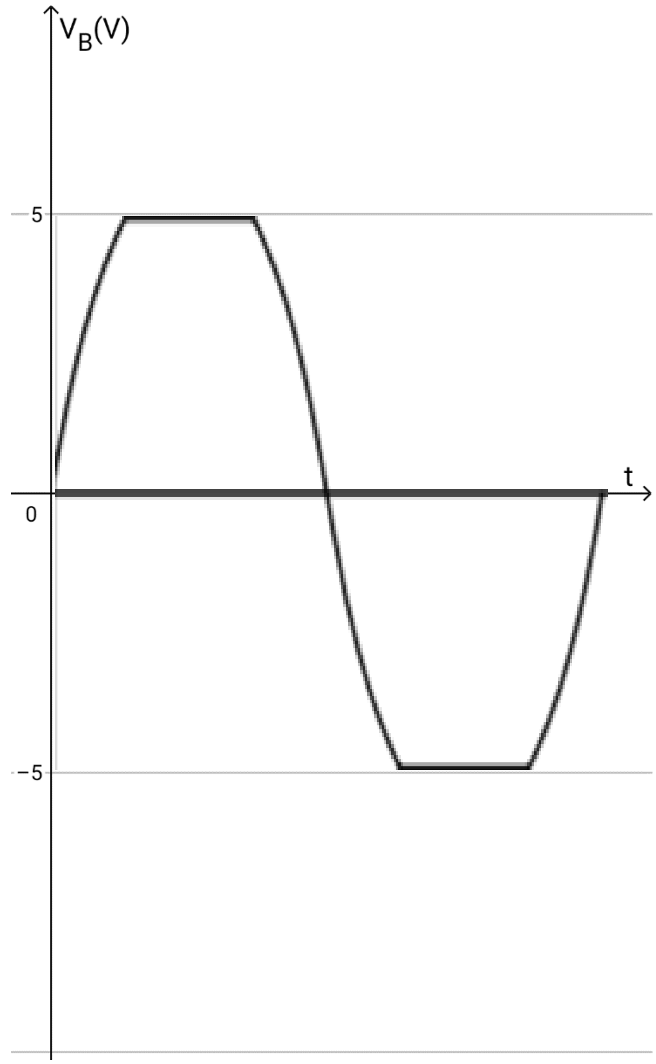

Όσον αφορά τον κόμβο Β, ο πυκνωτής στην έξοδο του τελεστικού ενισχυτή θα μπλοκάρει το DC σήμα. Συνεπώς, η τάση στον κόμβο Β θα είναι:

$$\boxed{V_B = 10u_i}$$

Για τη μέγιστη rms ισχύς στο φορτίο θα ισχύει:

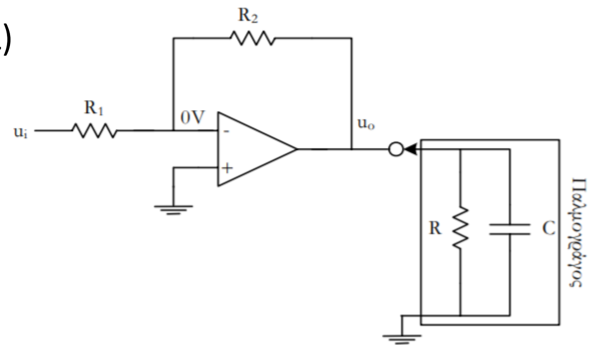
$$P_{rms_{max}} = \frac{\left(\frac{V_p}{\sqrt{2}}\right)^2}{R_L} = \frac{\left(\frac{11-6}{\sqrt{2}}\right)^2}{4} = 3.125W$$

Η κυματομορφή της τάσης εξόδου για ένα σήμα εισόδου πλάτους 0.6V (1.2$V_{pp}$) είναι:

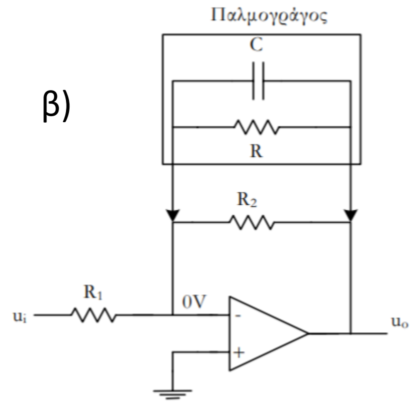


## ***Άσκηση 2***

α)




β)




Έχουμε αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

Στην πρώτη περίπτωση (α), μιας και ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός, η εσωτερική αντίσταση του παλμογράφου δεν επιδρά στο κύκλωμα. Η μέτρηση, επομένως, θα πρέπει να είναι σύμφωνα με την θεωρία:

$$V_0 = -\frac{R_2}{R_1} u_i$$

Στη δεύτερη περίπτωση (β), η εσωτερική αντίσταση του παλμογράφου συνδέεται παράλληλα με την αντίσταση $R_2$ του κυκλώματος. Επομένως λαμβάνουμε συνολική αντίσταση Z και ισχύει:

$$V_0 = -\frac{Z}{R_1} u_i \quad (1)$$

Όπου:

$$Z = Z_\Pi // R_2 = \frac{Z_\Pi \cdot R_2}{Z_\Pi + R_2} \quad (2)$$

Και

$$Z_\Pi = R//C = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + RCs} \quad (3)$$

Άρα

$$(2) \overset{(3)}{\Rightarrow} Z = \frac{R \cdot R_2}{R + R_2 + R_2 RCj\omega} \quad (4)$$

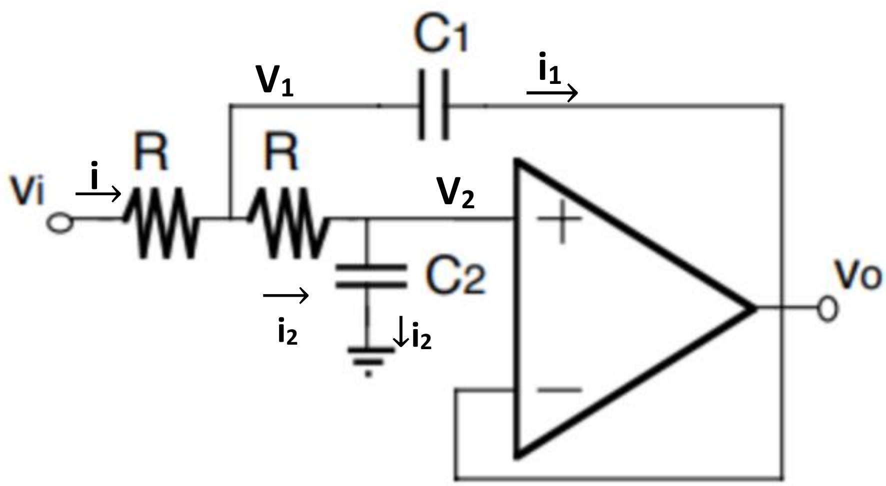
Οπότε:

$$(1) \overset{(4)}{\Rightarrow} V_0 = -\frac{R \cdot R_2}{R_1 R + R_1 R_2 + R_1 R_2 RCj\omega} u_i$$

Επομένως το κέρδος τάσης εξαρτάται από την συχνότητα.

Συνεπώς η πρώτη περίπτωση παρέχει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα.

## ***<u>Άσκηση 3</u>***




Αφού ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός θα ισχύει:

$$V_2 = V_o \quad (1)$$

<u>ΝΡΚ:</u>

$$i = i_1 + i_2 \quad (2)$$

$$i = \frac{V_i - V_1}{R} \quad (3)$$

$$i_1 = \frac{V_1 - V_o}{\frac{1}{j\omega C_1}} = j\omega C_1 (V_1 - V_o) \quad (4)$$

$$i_2 = \frac{V_1 - V_2}{R} \overset{(1)}{\Rightarrow} i_2 = \frac{V_1 - V_o}{R} \quad (5)$$

$$i_2 = \frac{V_2 - 0}{\frac{1}{j\omega C_2}} = V_2 C_2 j\omega \ (6)$$

$$(4),(5) \overset{(1)}{\Longrightarrow} V_1 - V_o = V_o C_2 j\omega \Longrightarrow V_1 = V_o(1 + C_2 j\omega) \ \ (7)$$

$$(2) \xRightarrow{(1),(3),(4),(5)} \frac{V_i - V_1}{R} = j\omega C_1(V_1 - V_o) + V_o C_2 j\omega \Longrightarrow$$

$$V_i = V_o[R^2 C_1 C_2 (j\omega)^2 + 2RC_2 j\omega + 1] \Longrightarrow$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{V_o[R^2 C_1 C_2 (j\omega)^2 + 2RC_2 j\omega + 1]}}$$

Για $C_1=C_2=1\mu F$ και $R=1k\Omega$:

$$F(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{10^6}{(j\omega + 10^3)^2} = \frac{1}{\left(\frac{j\omega}{10^3} + 1\right)^2}$$

Μελετάμε την

$$G(j\omega) = \frac{1}{\left(\frac{j\omega}{10^3} + 1\right)}$$

Θα ισχύει:

$$G(j\omega) = \frac{\left(\frac{j\omega}{10^3} - 1\right)}{\left(\frac{j\omega}{10^3} + 1\right)\left(\frac{j\omega}{10^3} - 1\right)} \Longrightarrow$$

$$G(j\omega) = \frac{1 - j\frac{\omega}{10^3}}{1 + j\frac{\omega^2}{10^6}} \Longrightarrow$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{10^6}} - j\frac{\frac{\omega}{10^3}}{1 + \frac{\omega^2}{10^6}} \Longrightarrow$$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\left(\frac{1}{1+\frac{\omega^2}{10^6}}\right)^2 + \left(\frac{\frac{\omega}{10^3}}{1+\frac{\omega^2}{10^6}}\right)^2} \Longrightarrow$$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{10^6}{10^6+\omega^2}}$$

Η εξίσωση κέρδους σε dB:

$$20\log|G(j\omega)| = 20\log\left(\sqrt{\frac{10^6}{10^6+\omega^2}}\right)$$

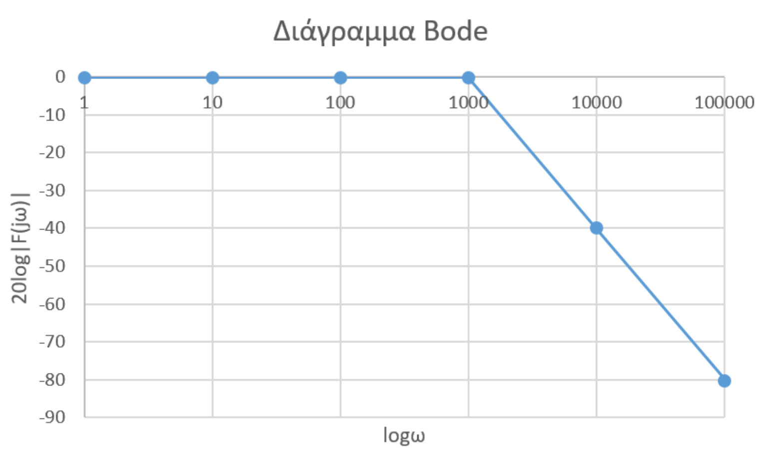
Για διάφορες τιμές του ω έχουμε:

i) Για ω = 0: $20\log\left(\sqrt{\frac{10^6}{10^6}}\right) = 20log1 = 0$

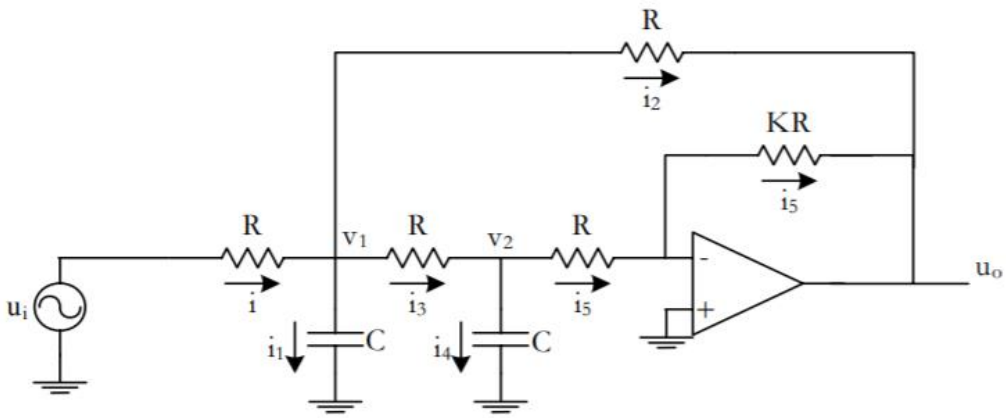
ii) Για ω = $10^3$: $20\log\left(\sqrt{\frac{10^6}{2\cdot 10^6}}\right) = -10log2 = -3dB$

iii) Για ω >> $10^3$: $-20\log\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{10^6}}\right) = -20log\frac{\omega}{10^3} = -20log\omega + 20log10^3$

Συμπεραίνουμε πως για ω >> $10^3$ η G σχηματίζει ευθεία με κλίση λ = -20dB (σε λογαριθμικό άξονα). Άρα η F θα σχηματίζει ευθεία με διπλάσια κλίση αφού F(jω) = $G^2$(jω). Το ζητούμενο διάγραμμα Bode είναι:



***Άσκηση 4***




Έχουμε αναστρέφουσα συνδεσμολογία και επειδή ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός έχουμε άπειρη αντίσταση εισόδου και ισχύει η κατ’ ουσίαν γη.

Με βάση το σχήμα, για τα ρεύματα θα ισχύει:

ΝΡΚ στον κόμβο $v_1$:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \ \ (1)$$

$$i = \frac{u_i - v_1}{R} \ \ (2)$$

$$i_1 = \frac{v_1 - 0}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C v_1 \ \ (3)$$

$$i_2 = \frac{v_1 - u_o}{R} \ \ (4)$$

$$i_3 = \frac{v_1 - v_2}{R} \ (5)$$

$$(1) \xRightarrow{(2),(3),(4),(5)} u_o + v_2 + u_i = (3 + j\omega RC)v_1 \ \ (11)$$

ΝΡΚ στον κόμβο $v_2$:

$$i_3 = i_4 + i_5 \ \ (6)$$

$$i_3 = \frac{v_1 - v_2}{R} \ (7)$$

$$i_4 = \frac{v_2 - 0}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C v_2 \ (8)$$

$$i_5 = \frac{v_2}{R} = \frac{0 - u_o}{R} = -\frac{u_o}{KR} \ (9)$$

$$v_2 = -\frac{u_o}{K} \ (10)$$

$$(6) \xRightarrow{(7),(8),(9)} v_1 = -(2 + j\omega RC)\frac{u_o}{K} \ (12)$$

Επομένως:

$$(11) \xRightarrow{(10),(12)} u_o - \frac{u_o}{K} + u_i = -(3 + j\omega RC)(2 + j\omega RC)\frac{u_o}{K} \Longrightarrow$$

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{-K}{K - 1 + (3 + j\omega RC)(2 + j\omega RC)}$$