

Εργασία 1

Ονοματεπώνυμο: Μανίκα Θεοδώρα

A.M.: 1115202100267

Άσκηση 1: Encoding on the basis of qubit states

Αποφάσεις και Επεξήγηση

1. **Αρχική Κατάσταση:** Ξεκινήσαμε από την κατάσταση $|000\rangle$.
2. **Βήμα 1: Εφαρμογή Πύλης Hadamard στο q_0 :** Η πύλη Hadamard (H) εφαρμόστηκε στο πρώτο qubit (q_0) για να δημιουργηθεί μια υπέρθεση:

$$H|0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}.$$

Μετά από αυτό, η κατάσταση του συστήματος έγινε:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|000\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|100\rangle.$$

3. **Βήμα 2: Εφαρμογή Πυλών CNOT:** Χρησιμοποιήσαμε πύλες CNOT με το q_0 ως qubit ελέγχου για να εναρμονίσουμε τα q_1 και q_2 :

- Όταν $q_0 = |0\rangle$, τα q_1 και q_2 παραμένουν $|00\rangle$.
- Όταν $q_0 = |1\rangle$, τα q_1 και q_2 γίνονται $|11\rangle$.

Η τελική κατάσταση μετά τις πύλες CNOT ήταν:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|000\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|111\rangle.$$

4. **Βήμα 3: Δεύτερη Πύλη Hadamard στο q_0 :** Εφαρμόσαμε ξανά μια πύλη Hadamard στο q_0 για να διαχωρίσουμε την υπέρθεση:

$$H\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|000\rangle\right) = \frac{1}{2}|000\rangle + \frac{1}{2}|100\rangle,$$

$$H\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|111\rangle\right) = \frac{1}{2}|011\rangle + \frac{1}{2}|111\rangle.$$

Η τελική κατάσταση έγινε:

$$\frac{1}{2}|000\rangle + \frac{1}{2}|100\rangle + \frac{1}{2}|011\rangle + \frac{1}{2}|111\rangle.$$

Άσκηση 2: Encoding on the amplitude of qubit states

Αποφάσεις και Επεξήγηση

1. **Κανονικοποίηση:** Το διάνυσμα κανονικοποιήθηκε για να εξασφαλιστεί ότι το άθροισμα των τετραγώνων των συνιστωσών του είναι 1:

$$\text{Για 1 qubit: } norm = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x_{norm} = \frac{x}{norm}, \quad y_{norm} = \frac{y}{norm}.$$

$$\text{Για 2 qubits: } norm = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + w^2}, \quad \text{και ομοίως για τις συνιστώσες.}$$

2. **Πύλη R_y για 1 Qubit:** Χρησιμοποιήθηκε η πύλη $R_y(\theta)$ για να κωδικοποιηθεί το διάνυσμα:

$$\theta = 2 \arccos(x_{norm}).$$

Η κατάσταση του qubit μετά την εφαρμογή της πύλης είναι:

$$|\psi\rangle = x_{norm}|0\rangle + y_{norm}|1\rangle.$$

3. **Πύλες R_y και CNOT για 2 Qubits:** Για δύο qubits, χρησιμοποιήθηκαν πολλαπλές πύλες R_y και CNOT για να επιτευχθεί η επιθυμητή κωδικοποίηση:

$$|\psi\rangle = x_{norm}|00\rangle + y_{norm}|01\rangle + z_{norm}|10\rangle + w_{norm}|11\rangle.$$

Άσκηση 3: Encoding on the time-evolution of qubit states

Αποτελέσματα

Μέθοδος	Πλάτος $ 00\rangle$	Πλάτος $ 11\rangle$
HardwareEfficient EmbeddingRx	$0.206 - 0.151j$	$0.238 + 0.141j$
ZFeatureMap	$0.027 + 0.012j$	$0.038 + 0.031j$
ZFeatureMap qiskit	$0.25 + 0.j$	$0.241 + 0.068j$

Πίνακας 1: Σύγκριση μεθόδων κωδικοποίησης

Ανάλυση Διαφορών στις Τιμές των Αποτελεσμάτων

- Το **HardwareEfficient EmbeddingRx** χρησιμοποιεί στρώματα R_x και CNOT:

$$U_{custom} = \prod_{i=1}^2 \left(\bigotimes_{j=1}^4 R_x(\theta_j) \right) \cdot \prod_{k=1}^3 CNOT(k, k+1)$$

Δημιουργώντας μη-γραμμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ qubits.

- Το **ZFeatureMap** εφαρμόζει γραμμικούς μετασχηματισμούς:

$$U_{customZ} = \bigotimes_{i=1}^4 (H \cdot P(2 \cdot \theta_i) \cdot H \cdot P(2 \cdot \theta_i))$$

Χωρίς εμπλοκή μεταξύ qubits.