Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex G cu n>3 vârfuri, m muchii, m>n. Să se determine doi arbori parțiali T și T' ai lui G cu proprietățile:

- T este arbore de distante față de vârful 1: $d_T(1,v) = d_G(1,v)$ pentru orice vârf v din G
- În T' există cel puțin un vârf v cu $d_{T'}(1, v) \neq d_G(1, v)$.

Se vor afișa muchiile celor doi arbori parțiali determinați și, în plus, se vor afișa toate vârfurile v pentru care $d_{T'}(1,v) \neq d_G(1,v)$. **Complexitate O(m)**

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

($d_G(x,y)$ = distanța de la x la y în G)

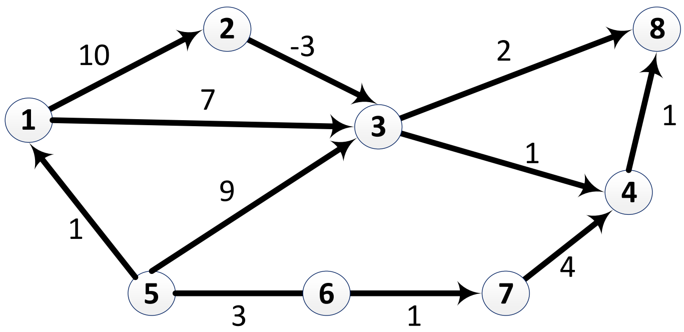
graf.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
5 7 1 2 1 3 2 3 2 4 3 4 3 5 4 5	T: 1 2 1 3 2 4 3 5 T': 1 2 2 4 4 5 3 4 v: 3 5

Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat fără circuite** G din fișierul `graf.in`.
Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului, `m>=n`
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf (costul unui arc poate fi și **negativ**).
- Pe ultima linie sunt două noduri sursa s_1 și s_2
  a) Să se determine dacă există un vârf din graf v egal depărtat de s_1 și s_2: $d(s_1,v)=d(s_2,v)$. Dacă există mai multe astfel de vârfuri se va afișa cel mai apropiat de cele două surse (cel cu $d(s_1,v)$ cea mai mică). **Complexitate O(m)**
  b) Pentru vârful v determinat la a) (dacă există) să se determine dacă există mai multe drumuri minime de la s_1 la v. Daca exista doar unul, se va afișa acest drum, dacă nu se vor afișa două dintre drumurile minime de la s la v_1 **Complexitate O(m)**

graf.in	Iesire pe ecran
8 11	a)
1 2 10	v=4
2 3 -3	b)
1 3 7	1 2 3 4
3 8 2	1 3 4
3 4 1	
4 8 1	Explicații:
5 1 1	d(1,4) = d(5,4) = 8
5 3 9	
5 6 3	
6 7 1	
7 4 4	
1 5	



Subiectul 3

Fișierul graf.in conține următoarele informații despre un graf **bipartit** conex:

- pe prima linie sunt 2 numere naturale n și m reprezentând numărul de vârfuri și numărul de muchii
- pe următoarele m linii sunt perechi de numere x y (separate prin spațiu) reprezentând extremitățile unei muchii

Se consideră graful G dat în fișierul graf.in. Notăm cu k numărul de vârfuri de grad impar din graf.

a) Folosind un algoritm de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport, determinați un cuplaj maxim în subgraful indus de mulțimea vârfurilor de grad impar din G.

b) Folosind punctul a) determinați dacă exista k/2 muchii care se pot elimina din G astfel încât să se obțină un graf cu următoarele proprietăți:

- gradul fiecărui vârf din G' este egal cu cel din G sau cu unu mai mic.
- în G' în fiecare componentă conexă există câte un ciclu care conține toate muchiile din componentă (o singura dată) **Complexitate $O(nm^2)$**

graf.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
8 9 1 5 1 6 1 7 2 5 3 5 3 7 3 4 8 7 8 4	1 6 2 5 3 7