

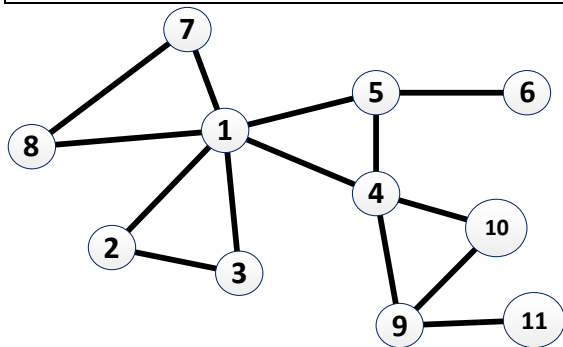
## Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu  $n > 3$  vârfuri și  $m > n$  muchii. Să se afișeze punctele critice în care **nu** sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afișa numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice.  $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt  $n$  și  $m$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	lesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
11 14 1 2 1 3 2 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	Puncte critice cerute: 1 – continut in 3 componente biconexe 4 - continut in 2 componente biconexe



## Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat  $G$  din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de arce  $m$  ale grafului,  $m > n$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- pe următoarea linie (a  $(m+2)$ -a linie) din fișier este un număr natural  $k$  ( $0 < k < n$ ) reprezentând numărul de vârfuri sursă; vârfurile sursă din  $G$  vor fi  $1, 2, \dots, k$
- pe ultima linie a fișierului sunt două vârfuri  $t_1$  și  $t_2$ , reprezentând vârfurile destinație ale grafului.

Notăm cu  $S = \{1, \dots, k\}$  mulțimea vârfurilor sursă din  $G$  și cu  $T = \{t_1, t_2\}$  mulțimea vârfurilor destinație din  $G$ . Spunem că un vârf  $y$  este accesibil din  $x$  în  $G$  dacă există un drum de la  $x$  la  $y$ . Presupunem că există cel puțin un vârf destinație care este accesibil dintr-un vârf sursă.

Să se determine distanța între cele două mulțimi:

$$d(S, T) = \min \{d(x, y) \mid x \in S, y \in T\}$$

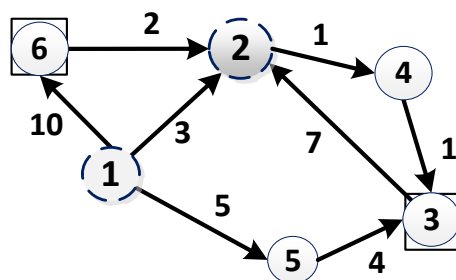
Să se determine în plus și o pereche de vârfuri  $(s, t)$  cu  $s \in S$  și  $t \in T$  cu

$$d(s, t) = d(S, T) = \min \{d(x, y) \mid x \in S, y \in T\}$$

și să se afișeze (pe ecran) un drum minim de la  $s$  la  $t$ . **Complexitate  $O(m \log(n))$**

Exemplu

graf.in	Iesire pe ecran
<pre> 6 8 1 2 3 1 6 10 6 2 2 2 4 1 4 3 1 5 3 4 1 5 5 3 2 7 2 3 6 </pre>	<pre> distanța între multimi = 2 s=2 t=3 drum minim 2 4 3 </pre>



### Explicații

$k=2 \Rightarrow S = \{1, 2\}$

$T = \{3, 6\}$

$d(1,3)=5, d(2,3)=2$

$d(1,6)=10, d(2,6)=\infty$

Cea mai mică este  $d(2,3)$

Un drum minim de la 2 la 3 este 2 4 3

### Subiectul 3

Se dau  $n$  fabrici de monitoare numerotate  $1 \dots n$  și  $m$  depozite numerotate  $n+1, \dots, n+m$ . Pentru fiecare fabrică  $i$  se cunoaște  $c(i)$  = câte monitoare au fost produse la momentul curent, iar pentru fiecare depozit  $j$  se cunoaște  $c(j)$  = numărul de monitoare pe care le poate depozita la momentul curent. Fiecare fabrică are contracte cu anumite depozite. În contractul dintre fabrică  $i$  și depozitul  $j$  este trecută cantitatea maximă de monitoare care poate fi trimisă spre depozitare de la fabrică  $i$  la depozitul  $j$ , notată  $w(i,j)$ . Datele se vor citi din fișierul `fabrici.in` cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale  $n$  și  $m$
- pe a doua linie este un șir de  $n$  numere naturale reprezentând cantitatea de monitoare existente în fiecare dintre cele  $n$  fabrici
- pe a treia linie este un șir de  $m$  numere naturale reprezentând numărul de monitoare pe care le poate depozita fiecare dintre cele  $m$  depozite
- pe a patra linie este un număr  $k$  reprezentând numărul de contracte dintre fabrici și depozite
- pe următoarele  $k$  linii sunt triplete de numere naturale  $i \ j \ w$  (separate prin spațiu) cu semnificația: de la fabrică  $i$  la depozitul  $j$  se pot trimite maxim  $w$  monitoare.

Să se determine, dacă există, o modalitate de a depozita toate monitoarele existente în fabrici la momentul curent în depozite respectând condițiile din contracte și capacitatea de depozitare a fiecărui depozit. **Complexitate**  $O((n+m)k^2)$

Rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos.

**Observație:** Putem modela problema cu un graf bipartit fabrici-depozite (cu vârfuri corespunzătoare fabricilor și depozitelor și muchii reprezentând existența unui contract între fabrică și depozit). Dacă  $c(i) = 1$  pentru fiecare fabrică  $i$ ,  $c(j)=1$  pentru fiecare depozit și  $w(i, j)=1$  pentru orice contract, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit fabrici-depozite și a verifica dacă orice vârf fabrică este saturat.

Se acorda 1p dacă se rezolva doar problema pentru  $c(i) = 1$  pentru fiecare fabrică  $i$ ,  $c(j)=1$  pentru fiecare depozit și  $w(i, j)=1$  pentru orice contract

fabrici.in	lesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3	1 4 3
6 5 4	1 5 3
7 5 4	2 4 2
7	2 5 2
1 4 7	2 6 1
1 5 5	3 4 2
2 4 3	3 6 2
2 5 2	
2 6 3	
3 4 5	
3 6 2	

