Subiectul 1

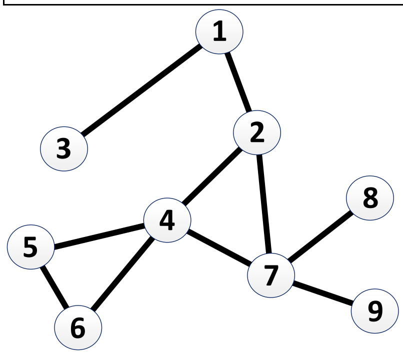
Se dă un graf neorientat conex cu n>3 vârfuri şi m>n muchii. Să se afişeze punctele critice în care sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afişa numărul de muchii critice care sunt incidente în el şi numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului şi fără a memora muchiile critice.

Complexitate O(m)

Informațiile despre graf se citesc din fişierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n şi m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	Iesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
9 10 1 2 1 3 2 4 2 7 4 7 4 5 4 6 5 6 7 8 7 9	Puncte critice cerute: 1: incidente 2 muchii critice este in 2 componente biconexe 2: incidente 1 muchii critice este in 2 componente biconexe 7: incidente 2 muchii critice este in 3 componente biconexe



Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

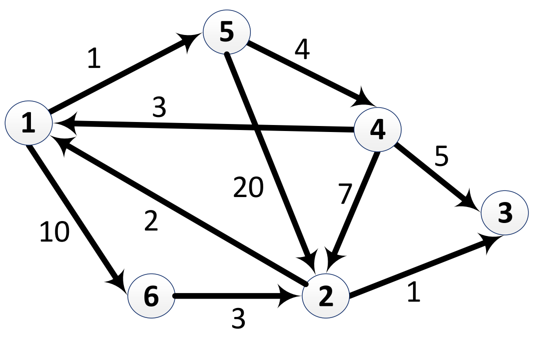
- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului, **m>n**
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- Pe penultima linie este un număr natural b
- Pe ultima linie este un număr s reprezentând un nod sursă în graf.

În punctul s se află un călător care are bugetul b.

a) Să se determine un cel mai depărtat nod v din graf la care călătorul poate ajunge din s printr-un drum (elementar) de cost cel mult b, cât să se încadreze în buget (acel vârf pentru care se obține $\max\{d(s,u) \mid d(s,u) \leq b,\ u \text{ vârf în } V\}$ și să se afișeze un drum de cost minim de la s la v. Dacă sunt mai multe astfel de noduri se va alege cel cu indicele cel mai mic.

b) Observând că un circuit este format totuși dintr-un drum și un arc, călătorul va mai roagă să determinați în plus dacă poate face un traseu de cost cel mult b care pornește din s și se termina tot în s fără a trece de mai multe ori prin același vârf, altfel spus să determinați dacă există un circuit elementar în G de cost mai mic sau egal cu b care conține s și, în caz afirmativ, să afișați un astfel de circuit. **Complexitate O(mlog(n))**

graf.in	Iesire pe ecran
6 10	a)
1 5 1	v=3
1 6 10	1 5 4 3
2 1 2	b)
4 1 3	1 5 4 1
5 2 20	
5 4 4	
4 2 7	
4 3 5	
2 3 1	
6 2 3	
11	
1	



d(1, 2) = 12
d(1, 3) = 10
d(1, 4) = 5
d(1, 5) = 5
d(1, 6) = 1
d(1, 7) = 10
b = 11 => cele mai mari distanțe mai mici sau egale cu 11 sunt d(1, 3) și d(1, 7)

Subiectul 3

Se dau n fabrici de monitoare numerotate 1...n și m depozite numerotate n+1,.., n+m. Pentru fiecare fabrica i se cunoaște c(i) = câte monitoare au fost produse la momentul curent, iar pentru fiecare depozit j se cunoaște c(j) = numărul de monitoare pe care le poate depozita la momentul curent. Fiecare fabrică are contracte cu anumite depozite. În contractul dintre fabrica i și depozitul j este trecută cantitatea maximă de monitoare care poate fi trimisă spre depozitare de la fabrica i la depozitul j, notată w(i,j). Datele se vor citi din fișierul fabrici.in cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe a doua linie este un șir de n numere naturale reprezentând cantitatea de monitoare existente în fiecare dintre cele n fabrici
- pe a treia linie este un șir de m numere naturale reprezentând numărul de monitoare pe care le poate depozita fiecare dintre cele m depozite
- pe a patra linie este un număr k reprezentând numărul de contracte dintre fabrici și depozite
- pe următoarele k linii sunt triplete de numere naturale i j w (separate prin spatiu) cu semnificația: de la fabrica i la depozitul j se pot trimite maxim w monitoare.

Să se determine, dacă există, o modalitate de a depozita toate monitoarele existente în fabrici la momentul curent în depozite respectând condițiile din contracte și capacitatea de depozitare a fiecărui depozit. **Complexitate $O((n+m)k^2)$**

Rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos.

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit fabrici-depozite (cu vârfuri corespunzătoare fabricilor și depozitelor și muchii reprezentând existența unui contract între fabrică și depozit). Dacă c(i) = 1 pentru fiecare fabrică i, c(j)=1 pentru fiecare depozit și w(i, j)=1 pentru orice contract, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit fabrici-depozite și a verifica dacă orice vârf fabrică este saturat.

Se acorda 1p daca se rezolva doar problema pentru c(i) = 1 pentru fiecare fabrică i, c(j)=1 pentru fiecare depozit și w(i, j)=1 pentru orice contract

fabrici.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3 6 5 4 7 5 4 7 1 4 7 1 5 5 2 4 3 2 5 2 2 6 3 3 4 5 3 6 2	1 4 3 1 5 3 2 4 2 2 5 2 2 6 1 3 4 2 3 6 2