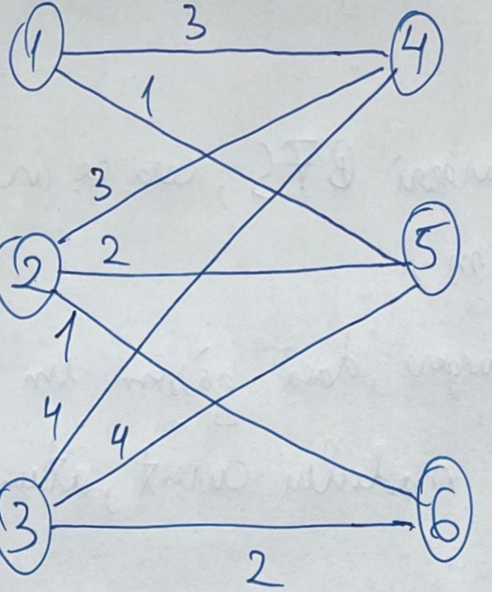
Tudorache Alexandru-Theodor
Grupa 242

24.01.2021

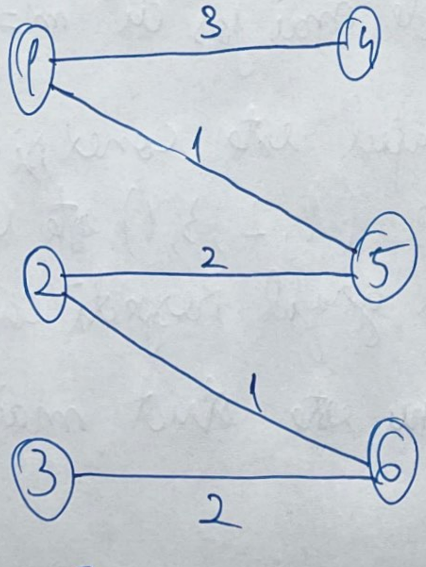
# Examen Algoritmi fundamentali

1. Grafful ales (~~at~~ am ales să elimin muchia [1,6] din $K_{3,3}$):

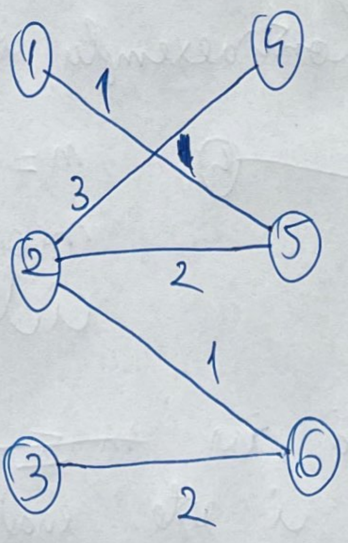



Graful are următoarele ponderi (costuri):
[1,4]=3 ; [1,5]=1; [2,4]=3;
[2,5]=2; [2,6]=1; [3,4]=4;
[3,5]=4 ; [3,6]=2

Graful ales are 2 arbori parțiali de cost minim:




și




Cei 2 arbori au amândoi costul 9, acesta fiind minim.

Tudorache Alexandru-Theodor
Grupa 242

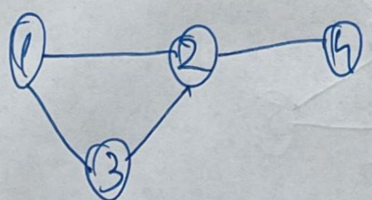
2.

a) Adevărat. Acest lucru este posibil folosind parcurgerea BFS, aceasta având complexitatea $O(m+n)$. Cum $n>3$ ~~$\Rightarrow m \geq$~~ și graful este conex $\Rightarrow m \geq n \Rightarrow$ Complexitatea se poate reduce la $O(m)$

b) Fals. Ar fi nevoie de $n$ parcurgeri BFS, ceea ce ar rezulta într-o complexitate $O(n \cdot m)$

c) Adevărat. În algoritmul de parcurgere, dacă găsim un nod deja vizitat, care nu este tatăl nodului curent, atunci am detectat un ciclu.

d) Fals. Contraexemplu este graful de mai jos cu $m=n=4$

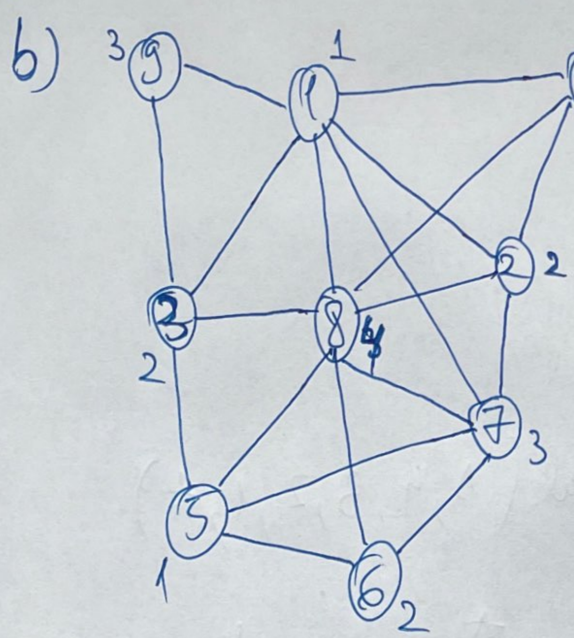



$n=4>3$, graful este conex și ~~neor~~ neorientat, iar $(1,2,3,1)$ ~~este~~ un ciclu. Așadar, graful respectă condițiile din cerință, iar ~~$m \leq n$~~ $m$ nu este strict mai mare decât $n$, ci este egal cu $n$.

Tudorache Alexandru-Theodor
Grupa 242

3. a) Numărul maxim de culori folosit este 8, iar acest lucru se întâmplă în cazul în care există 8 vârfuri, fiecare vecine între ele, așadar având toate gradul 7.

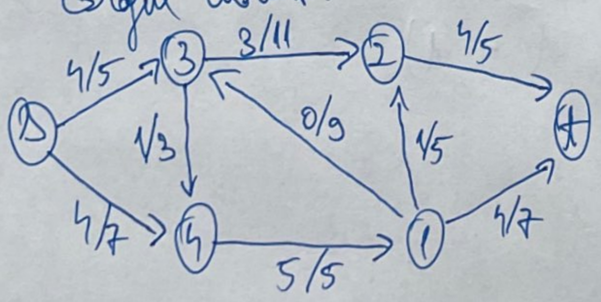
b)



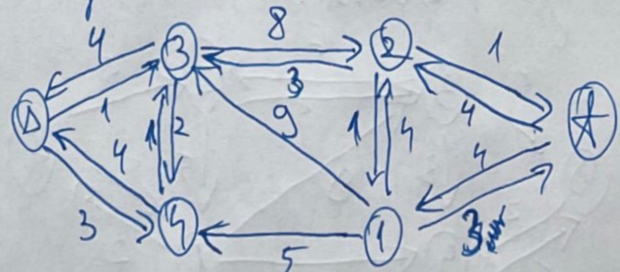
Numerele de lângă vârfuri reprezintă culoarea aleasă pt. vârful respectiv. Acestea au valori între 1 și 4

4. Voi prezenta pașii algoritmului Ford-Fulkerson pentru graful dat enumerând lanțul din graful curent (drumul din graful rezidual) și ilustrând graful curent și graful rezidual la fiecare pas.

Graful curent:



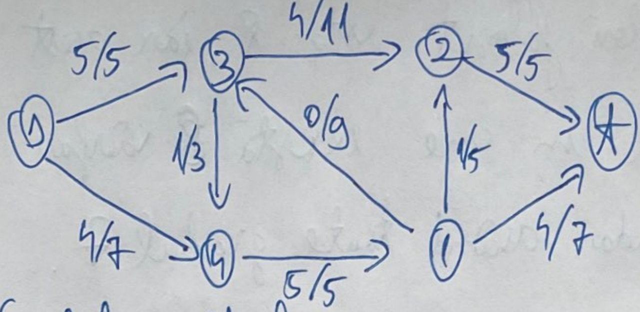

Graful rezidual:



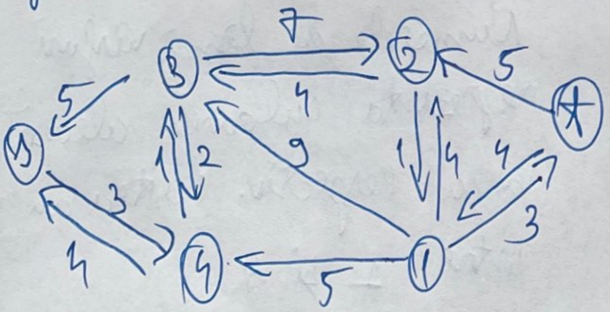
Tudorache Alexandru-Theodor
Grupa 242

P1) Trimitem flux de 1 pe ~~da~~ lanțul (s,3,2,t)

Graful curent:

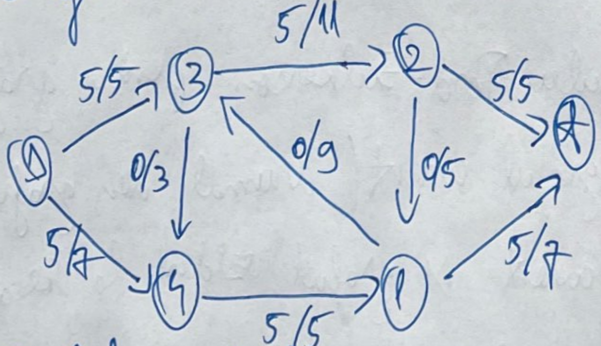



Graful rezidual:




P2) Trimitem flux de 1 pe lanțul (s, 4, 3, 2, 1, t)

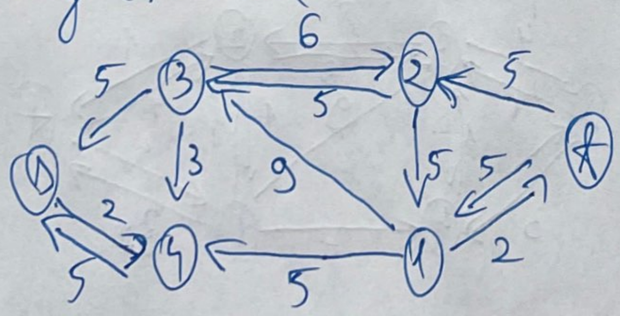
Graful curent:




De la acest pas nu mai putem trimite flux din s în t, deci fluxul 10 este maxim.

Tăietura minimă: (s, 3) și (4, 1)

Graful rezidual:



Tudorache Alexandru-Theodor
Grupa 242

5\. a) pentru $i \leftarrow 1, n$ execută

$D[i][i] \leftarrow 0$

pentru $i \leftarrow 1, n$ execută

pentru $j \leftarrow 1, n$ execută

dacă $cost[i][j] > 0$

$D[i][j] \leftarrow cost[i][j]$

$P[i][j] \leftarrow i$

altfel

$D[i][j] \leftarrow \infty$

$P[i][j] \leftarrow 0$

pentru $i \leftarrow 1, n$ execută

pentru $x \leftarrow 1, n$ execută

pentru $y \leftarrow 1, n$ execută

dacă $D[x][y] > D[x][i] + D[i][y]$

$D[x][y] \leftarrow D[x][i] + D[i][y]$

$P[x][y] \leftarrow P[i][y]$

b) $D[x][y]$ reprezintă distanța de la x la y după 3 iterări.

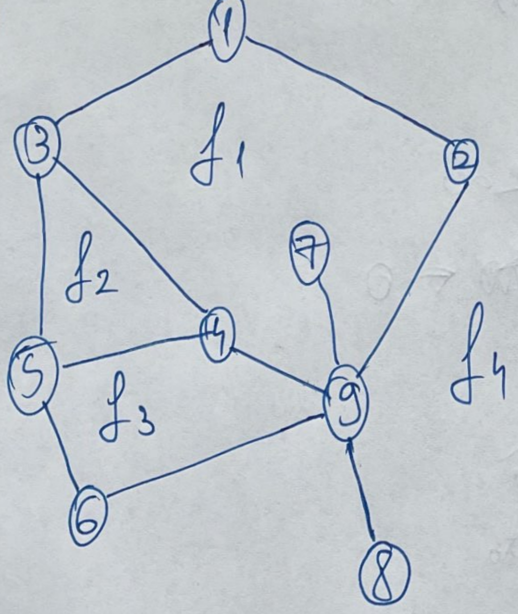
Tudorache Alexandru-Theodor
Grupa 242

c) După secvența de la a) se adaugă:

pentru i ← 1, n
    dacă $D[i][i] < 0$
        ~~neg ←~~
        afișare i

Acest algoritm afișează doar vârfurile de start ale ~~ciclurilor~~ circuitelor ~~negative~~ cu cost negativ.

7. a)




$d_M(f_1) = 7$

$d_M(f_2) = 3$

$d_M(f_3) = 4$

$d_M(f_4) = 8$

6. Da, algoritmul prezentat este corect întrucât va alege mereu muchii care nu pot forma cicluri, ~~cu toate~~ aceste muchii având ~~toate~~ cea mai mică valoare posibilă, deci ~~neexistând~~ neexistând posibilitatea creării unui arbore de cost cu o valoare mai mică.