

FUNCTȚII. RELAȚII

01.11.2019

1. a) Definiți noțiunea de funcție surjectivă. Precizați (cu argumente!) dacă funcția $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 3x + e^y$ este sau nu injectivă.

Considerăm pe \mathbb{C} relația $x\rho y \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} |x| = |y|$.

b) Arătați că ρ este o relație de echivalență.

c) Determinați $\frac{i}{\rho}$.

d) Descrieți mulțimea factor $\frac{\mathbb{C}}{\rho}$.

e) Descrieți un sistem complet și independent de reprezentanți pentru relația ρ .

2. a) Definiți noțiunea de funcție injectivă. Precizați (cu argumente!) dacă funcția $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 3xe^y$ este sau nu surjectivă.

Considerăm pe \mathbb{R} relația $x\rho y \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} x^2 + 7x = y^2 + 7y$.

b) Arătați că ρ este o relație de echivalență.

c) Determinați $\frac{\sqrt{2}}{\rho}$.

d) Descrieți mulțimea factor $\frac{\mathbb{R}}{\rho}$.

e) Descrieți un sistem complet și independent de reprezentanți pentru relația ρ .

3. Definiți noțiunea de funcție injectivă și precizați dacă funcția $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x + 2y + 3xy$ este inversabilă.

4. a) Definiți clasa de echivalență a unui element în raport cu o relație de echivalență.

b) Pe mulțimea $[0, 4]$ definim relația $a \sim b \Leftrightarrow a - b \in \mathbb{Z}$. Arătați că \sim este o relație de echivalență, determinați $\widehat{\left(\frac{3}{5}\right)}$ și apoi scrieți un sistem complet și independent de reprezentanți ai elementelor lui $[0, 4]$ în raport cu \sim .

5. a) Definiți mulțimea factor.

b) Pe mulțimea $[-3, 1)$ definim relația $a \rho b \Leftrightarrow a^4 = b^4$. Arătați că ρ este o relație de echivalență, determinați $\widehat{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$ și apoi scrieți un sistem complet și independent de reprezentanți ai elementelor lui $[-3, 1)$ în raport cu ρ .

6. Definiți noțiunea de funcție injectivă și precizați dacă funcția $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(a) = 5a + 3$ este sau nu surjectivă.

7. Definiți noțiunea de funcție surjectivă și precizați dacă funcția $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(a) = |a - 5|$ este sau nu injectivă.