

Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex G cu $n > 3$ vârfuri, m muchii, $m > n$. Să se determine doi arbori parțiali T și T' ai lui G cu proprietățile:

- T este arbore de distanțe față de vârful 1: $d_T(1, v) = d_G(1, v)$ pentru orice vârf v din G
- În T' există cel puțin un vârf v cu $d_{T'}(1, v) \neq d_G(1, v)$.

Se vor afișa muchiile celor doi arbori parțiali determinați și, în plus, se vor afișa toate vârfurile v pentru care $d_{T'}(1, v) \neq d_G(1, v)$. **Complexitate $O(m)$**

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

($d_G(x, y)$ = distanța de la x la y în G)

graf.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
5 7 1 2 1 3 2 3 2 4 3 4 3 5 4 5	T: 1 2 1 3 2 4 3 5 T': 1 2 2 4 4 5 3 4 v: 3 5

Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n ($n > 4$) și numărul de arce m ale grafului, $m > n$
- Pe a doua linie din fișier sunt un număr natural k ($0 < k < n$) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului s_1, \dots, s_k
- Pe a treia linie a fișierului sunt trei vârfuri, reprezentând vârfurile destinație t_1, t_2, t_3 din G .
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf

Notăm cu $S = \{s_1, \dots, s_k\}$ mulțimea vârfurilor sursă din G și cu $T = \{t_1, t_2, t_3\}$ mulțimea vârfurilor destinație din G . Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y . Să se determine pentru fiecare vârf destinație $t \in T$ un vârf sursă $s \in S$ cu proprietatea că t este accesibil din s și distanța de la s la t este minimă (s este o sursă din care se poate ajunge cel mai repede în t) și să se afișeze un drum minim de la s la t . Dacă nu există o astfel de sursă se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate $O(m \log(n))$**

graf.in	Iesire pe ecran
6 8	t=3 s=2 drum minim 2 4 3
2 1 2	t=4 s=2 drum minim 2 4
3 4 6	t=6 nu exista s
1 2 3	
6 1 10	
6 2 2	
2 4 1	
4 3 1	
5 3 4	
1 5 5	
3 2 7	



$k=2, S = \{1, 2\}$

$t_1=3, t_2=4, t_3=6 \Rightarrow T=\{3,4,6\}$

$t=3$: distanta(1,3)=5, distanta(2,3)=2

Cea mai mică este distanta(2,3) $\Rightarrow s=2$, drum minim 2 4 3

$t=4$: distanta(1,4)=4, distanta(2,4)=1 $\Rightarrow s=2$, drum minim 2 4

$t=6$: distanta(1,6)= ∞ , distanta(2,6)= $\infty \Rightarrow$ nu există s

Subiectul 3

a) Se dau un număr natural n și două șiruri de n numere naturale s_in și s_out . Folosind algoritmul de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport, să se determine, dacă există, un graf orientat G cu secvența gradelor de intrare s_in și cu secvența gradelor de ieșire s_out . Se vor afișa arcele grafului dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

b) În cazul în care graful cerut la G nu există, să determine dacă există două numere i, j cuprinse între 1 și n (nu neapărat distincte) astfel încât se poate construi un graf G' cu secvența gradelor de intrare egală cu șirul obținut din s_in scăzând 1 din elementul i , și cu secvența gradelor de ieșire obținută din s_out scăzând 1 din elementul j . Se vor afișa arcele grafului G' dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

c) În cazul în care graful cerut la G nu există, determinați dacă există un multigraf orientat G cu secvența gradelor de intrare s_in și cu secvența gradelor de ieșire s_out fără bucle (arce cu extremitățile egale).

Secvențele s_in și s_out se vor citi din fișierul `secvente.in` cu următoarea structură: pe prima linie este n , pe a doua linie elementele lui s_in separate prin spațiu, iar pe a treia linie elementele lui s_out separate prin spațiu.

Complexitate $O(mn^2)$, unde m este suma numerelor din s_in

secvente.in	iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3	a)
1 0 3	nu exista
2 2 0	b)
	1 3
	2 1
	2 3
	(i=3,j=1)
	c)
	1 3
	1 3
	2 1
	2 3