

Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu $n > 3$ vârfuri și $m > n$ muchii. Să se afișeze punctele critice în care sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afișa numărul de muchii critice care sunt incidente în el și numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice.

Complexitate $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	lesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
9 10 1 2 1 3 2 4 2 7 4 7 4 5 4 6 5 6 7 8 7 9	Puncte critice cerute: 1: incidente 2 muchii critice este in 2 componente biconexe 2: incidente 1 muchii critice este in 2 componente biconexe 7: incidente 2 muchii critice este in 3 componente biconexe



Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

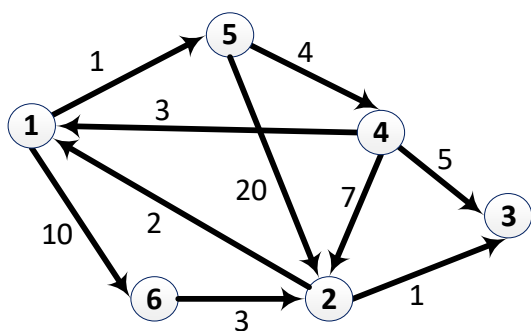
- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n ($n > 4$) și numărul de arce m ale grafului, $m > n$
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- Pe penultima linie este un număr natural b
- Pe ultima linie este un număr s reprezentând un nod sursă în graf.

În punctul s se află un călător care are bugetul b .

a) Să se determine un cel mai depărtat nod v din graf la care călătorul poate ajunge din s printr-un drum (elementar) de cost cel mult b , cât să se încadreze în buget (acel vârf pentru care se obține $\max\{d(s,u) \mid d(s,u) \leq b, u \text{ vârf în } V\}$) și să se afișeze un drum de cost minim de la s la v . Dacă sunt mai multe astfel de noduri se va alege cel cu indicele cel mai mic.

b) Observând că un circuit este format totuși dintr-un drum și un arc, călătorul va mai roagă să determinați în plus dacă poate face un traseu de cost cel mult b care pornește din s și se termina tot în s fără a trece de mai multe ori prin același vârf, altfel spus să determinați dacă există un circuit elementar în G de cost mai mic sau egal cu b care conține s și, în caz afirmativ, să afișați un astfel de circuit. **Complexitate $O(m \log(n))$**

graf.in	Ieșire pe ecran
6 10 1 5 1 1 6 10 2 1 2 4 1 3 5 2 20 5 4 4 4 2 7 4 3 5 2 3 1 6 2 3 11 1	a) v=3 1 5 4 3 b) 1 5 4 1



$d(1, 2) = 12$
 $d(1, 3) = 10$
 $d(1, 4) = 5$
 $d(1, 5) = 5$
 $d(1, 6) = 1$
 $d(1, 7) = 10$
 $b = 11 \Rightarrow$ cele mai mari distanțe mai mici sau egale cu 11 sunt $d(1, 3)$ și $d(1, 7)$

Subiectul 3

Se dau n depozite de frigidere numerotate $1 \dots n$ și m magazine numerotate $n+1, \dots, n+m$. Pentru fiecare depozit i se cunoaște $c(i)$ = câte frigidere există în depozit, iar pentru fiecare magazin j se cunoaște $c(j)$ = numărul de frigidere de care are nevoie la momentul actual. Fiecare magazin are contracte cu anumite depozite. În contractul dintre magazinul j și depozitul i este trecută cantitatea maximă de frigidere care poate fi livrată de la depozitul i la magazinul j la un anumit moment, notată $w(i,j)$. Datele se vor citi din fișierul `magdep.in` cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe a doua linie este un șir de n numere naturale reprezentând cantitatea de frigidere existente în fiecare dintre cele n depozite
- pe a treia linie este un șir de m numere naturale reprezentând numărul de frigidere de care are nevoie fiecare dintre cele m magazine
- pe a patra linie este un număr natural k reprezentând numărul de contracte dintre magazine și depozite
- pe următoarele k linii sunt triplete de numere naturale $i \ j \ w$ (separate prin spațiu) cu semnificația: de la depozitul i la magazinul j se pot transporta maxim w frigidere.

Să se determine, dacă există, o modalitate de a livra frigidere de la depozite la magazine respectând condițiile din contracte, astfel încât toate magazinele să primească cantitatea de frigidere de care are nevoie. **Complexitate $O((n+m)k^2)$**

Rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos.

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit depozite-magazine (cu vârfuri corespunzătoare depozitelor și magazinelor și muchii reprezentând existența unui contract între magazin și depozit). Dacă $c(i) = 1$ pentru fiecare depozit, $c(j)=1$ pentru fiecare magazin și $w(i, j)=1$ pentru orice contract, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit depozite-magazine și a verifica dacă orice vârf magazin este saturat.

Se acorda 1p dacă se rezolvă doar problema pentru $c(i) = 1$ pentru fiecare depozit, $c(j)=1$ pentru fiecare magazin și $w(i, j)=1$ pentru orice contract

magdep.in	iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3	1 5 6
6 5 6	2 4 2
7 8 1	2 5 2
7	2 6 1
1 4 6	3 4 5
1 5 6	
2 4 3	
2 5 2	
2 6 3	
3 4 8	
3 6 2	

