

Algoritmi Genetici: 1/0 knapsack problem

ID Obj	A	B	C	D	E	F	G	H	Capacitate Rucsac
Val	10	12	5	14	9	7	15	10	
Weight	7	9	2	10	10	6	12	12	30

Cum arata o solutie potential optima pentru aceasta problema?

Un vector binar X de lungime n (numarul de obiecte). Unde $X[i]=1 \Leftrightarrow$ obiectul i este selectat ca fiind inclus in rucsac.

Ex:

1	0	1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

In cazul unui algoritm genetic o astfel de reprezentare poate fi numita cromozom/individ. .

Acum ca avem clarificat cum ar trebui sa arate un cromozom, trecem la definirea functiei de fitness:

$f: 2^n \rightarrow \mathbb{R}_+$

Cum definim functia de fitness in cazul problemei noastre?

$$f(x) = \begin{cases} \sum value(i) \cdot x[i] & \text{daca } \sum Weight(i) \cdot x[i] \leq capacitate\ Rucsac \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$

Pentru cromozomul de mai sus, avem fitness-ul: $val(A)+val(C)+val(F)+val(G)=37$

Dar pentru cromozomul:

1	0	0	1	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

$fitness(1,0,0,1,0,1,1,0) = 0$, deoarece suma greutatilor obiectelor selectate depaseste capacitatea rucsacului.

Generam poplatia de indivizi (generatia 0)

Geneam cromozomi cu valori aleatoare (uniform distribuite).

Populatie:								Fitness
1	1	0	0	1	0	0	0	31
1	1	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	41
0	1	0	0	0	1	0	0	19
0	0	1	1	0	0	0	1	29
1	0	0	0	0	1	1	0	32

Odata ce avem generatia 0, trebuie sa scontruim urmatoarea generatie pe baza celei curente:

-criteriul elitist: cel mai bun individ trece mai departe (direct, nemodificat) in generatia urmatoare. Facem asta pentru a ne asigura ca elementul elitist din generatia curenta va fi mereu cel putin la fel de bun ca elementul elitist din oricare generatie precedenta.

-criteriu de selectie prin metoda ruletei:

asociem o probabilitate de selectie (numita **ps[i]** - probabilitatea de selectie a lui *i*) fiecarui individ

$$ps[i] = \frac{f(i)}{\sum_{1 \leq j \leq n} f(j)}$$

i	1	2	3	4	5	6
ps(i)	0.203	0	0.267	0.125	0.184	0.221(?)
interval de selectie	[0-0.203)	-	[0.203-0.470)	[0.47-0.595)	[0.595-0.779)	[0.779-1)

Trebuie sa selectam 5 indivizi (corespunzand celor 5 locuri ramase libere pentru generatia urmatoare)

S-au generat aleator, uniform distribuit pe intervalul [0,1) urmatoarele valori:

0.754 0.384 0.125 0.083 0.839

s-a selectat individul 5

s-a selectat individul 3

s-a selectat individul 1

s-a selectat individul 1

s-a selectat individul 6

avem multisetul de indivizi selectati: 5,3,1,1,6

dintre acestia trebuie sa selectam cativa pentru procesul de crossing over;

presupunem ca avem o probabilitate de selectie pentru crossing over de 0.35

generam 5 variabile aleatoare corespunzatoare fiecruia dintre indivizii selectati:

0.082 0.326 0.059 0.365 0.512

Indivizii selectati pt crossing over sunt:

5: [00110001]

3: [00110110]

1: [11001000]

Alegem un punct de rupere (ex: 3)

[001|10001]

[001|10110]

[110|01000]

Obtinem:

[00110110]

[00101000]

[11010001]

**Adaugam si elementele care nu au fost selectate pentru crossing over (1,6) si
obtinem:**

[00110110]

[00101000]

[11010001]

[11001000]

[10000110]

Pe aceasta populatie intermediara trebuie sa aplicam operatorul de mutatie.

Acesta presupune sa:

- (in cazul mutatiei rare) iteram prin multimea de indivizi. Fiecare individ avand o mica sansa (ex: 0.02) de a fi selectat. Pentru fiecare cromozom selectat, alegem o gena in mod aleator si ii schimbam valoarea cu complementul ei.
- (in cazul mutatiei "regular") iterez prin genele tuturor cromozimilor. Exista o foarte mica probabilitate (<0.01) ca o astfel de gena sa isi schimbe valoarea cu complementul sau

Dupa mutatie populatia intermediara va arata:

[00110110]

[00101100]

[11010001]

[11001000]

[11000110]

Acesti noi indivizi se vor alatura individului elitist pentru a forma noua generatie

[00110110]

[00110110]

[00101100]

[11010001]

[11001000]

[11000110]

repet pasii de mai sus pentru noua populatie (calculez fitnessul fiecarui individ, selectez individul optim - il trec mai departe implicit, selectez o multime de indivizi folosind criteriul ruletei, aplica operatorii genetici de crossing over si mutatie).

Pana cand repet?

Pana cand se indeplineste macar unul dintre cele 3 criterii:

- fie ajungem la un numar prestabilit de iteratii (ex: fixam limita maxima ca fiind 1000 de generatii)
- fie timp de un numar de generatii consecutive elementul elitist nu se schimba (ex: timp de 10 generatii, cea mai buna solutie va fi mereu aceiasi)
- fie am ajuns la o solutie suficient de buna (ex am gasit o solutie cu valoare >45 - un prag impus prestabilit)

Odata oprit algoritmul, solutia noastra va fi cea codificata de catre elemntul cel mai fit din ultima generatie.