## **Subjectul 1**

Se dă un graf neorientat conex G cu n>3 vârfuri, m muchii, m>n. Să se determine doi arbori parțiali T și T' ai lui G cu proprietățile:

- T este arbore de distante față de vârful 1:  $d_T(1,v) = d_G(1,v)$  pentru orice vârf v din G
- În T' există cel puțin un vârf v cu  $d_{T'}(1, v) \neq d_G(1, v)$ .

Se vor afișa muchiile celor doi arbori parțiali determinați și, în plus, se vor afișa toate vârfurile v pentru care  $d_{T}(1,v) \neq d_G(1,v)$ . Complexitate O(m)

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

 $(d_G(x,y) = distanța de la x la y în G)$ 

graf.in	lesire pe ecran (solutia nu este unica)
5 7	T:
12	12
13	13
2 3	2 4
2 4	35
3 4	T':
35	12
45	2 4
	45
	3 4
	v: 3 5

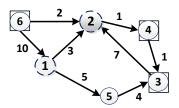
## Subjectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul graf.in. Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului, **m>n**
- Pe a doua linie din fișier sunt un număr natural k (0<k<n) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului s<sub>1</sub>,...,s<sub>k</sub>
- Pe a treia linie a fișierului sunt trei vârfuri, reprezentând vârfurile destinație t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub>, t<sub>3</sub> din G.
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf

Notăm cu  $S = \{s_1, ..., s_k\}$  mulțimea vârfurilor sursă din G și cu  $T = \{t_1, t_2, t_3\}$  mulțimea vârfurilor destinație din G. Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y. Să de determine pentru fiecare vârf destinație  $t \in T$  un vârf sursă  $s \in S$  cu proprietatea că t este accesibil din s și distanța de la s la t este minimă (s este o sursă din care se poate ajunge cel mai repede în t) și să se afișeze un drum minim de la s la t. Dacă nu există o astfel de sursă se va afișa un mesaj corespunzător. Complexitate O(mlog(n))

graf.in	Iesire pe ecran
6 8 2 1 2 3 4 6 1 2 3 6 1 10 6 2 2 2 4 1 4 3 1 5 3 4 1 5 5 3 2 7	t=3 s=2 drum minim 2 4 3 t=4 s=2 drum minim 2 4 t=6 nu exista s



k=2,  $S = \{1, 2\}$ 

 $t_1=3, t_2=4, t_3=6 \Rightarrow T=\{3,4,6\}$ 

t=3: distanta(1,3)=5, distanta(2,3)=2

Cea mai mică este distanta(2,3)  $\Rightarrow$  s=2, drum minim 2 4 3 t=4: distanta(1,4)=4, distanta(2,4)=1  $\Rightarrow$  s=2, drum minim 2 4 t=6: distanta(1,6)= $\infty$ , distanta(2,6)= $\infty$   $\Rightarrow$  nu există s

## **Subjectul 3**

- a) Se dau un număr natural n și două șiruri de n numere naturale s\_in și s\_out. Folosind algoritmul de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport, să se determine, dacă există, un graf orientat G cu secvența gradelor de intrare s\_in și cu secvența gradelor de ieșire s out. Se vor afișa arcele grafului dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.
- b) În cazul în care graful cerut la G nu există, să determine dacă există doua numere i, j cuprinse între 1 și n (nu neparat distincte) astfel încât se poate construi un graf G' cu secvența gradelor de intrare egală cu șirul obținut din s\_in scăzând 1 din elementul i, și cu secvența gradelor de ieșire obținută din s\_out scăzând 1 din elementul j. Se vor afișa arcele grafului G' dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.
- c) În cazul în care graful cerut la G nu există, determinați dacă există un multigraf orientat G cu secvența gradelor de intrare s\_in și cu secvența gradelor de ieșire s\_out fără bucle (arce cu extremitățile egale).

Secvențele s\_in și s\_out se vor citi din fișierul secvente.in cu următoarea structură: pe prima linie este n, pe a doua linie elementele lui s\_in separate prin spațiu, iar pe a treia linie elementele lui s\_out separate prin spațiu.

Complexitate  $O(mn^2)$ , unde m este suma numerelor din s\_in

secvente.in	lesire pe ecran (solutia nu este unica)
3	a)
103	nu exista
220	b)
	13
	21
	2 3
	(i=3,j=1)
	c)
	13
	13
	21
	23