

# Δεύτερη εργασία στη Γραφική με υπολογιστές

---

*Γραμμικοί μετασχηματισμοί.*



*Σουργκούνης Θεοδόσης, 6461*

## Συναρτήσεις

Στα πλαίσια της δεύτερης εργασίας, αναπτύχθηκαν κάποιες συναρτήσεις που επιτρέπουν το μετασχηματισμό σημείων και διανυσμάτων.

Συγκεκριμένα αναπτύχθηκε η συνάρτηση **vectrans**, η οποία είναι υπεύθυνη για την περιστροφή διανυσμάτων, σύμφωνα με έναν πίνακα μετασχηματισμού. Ως έξοδο επιστρέφει τα περιστραμμένα διανύσματα.

Η συνάρτηση **axistrans**, η οποία είναι υπεύθυνη για την αλλαγή της βάσης σύμφωνα με την οποία υπολογίζουμε τις συντεταγμένες διανυσμάτων. Ως είσοδο δέχεται τον πίνακα μετασχηματισμού της βάσης καθώς και τον πίνακα με τις συντεταγμένες των διανυσμάτων ως προς την αρχική βάση, ενώ ως έξοδο επιστρέφει τις συντεταγμένες των διανυσμάτων ως προς την μετασχηματισμένη βάση.

Η συνάρτηση **pointtrans**, η οποία χρησιμοποιείται για την μετατόπιση ή και περιστροφή σημείων. Δέχεται έναν πίνακα μετασχηματισμού, έναν πίνακα μετατόπισης καθώς και τα αρχικά σημεία, και επιστρέφει τα μετασχηματισμένα σημεία.

Η συνάρτηση **systemtrans** είναι υπεύθυνη για το μετασχηματισμό της βάσης ως προς την οποία υπολογίζονται οι συντεταγμένες των διανυσμάτων. Δέχεται τον πίνακα μετασχηματισμού, τον πίνακα μετατόπισης της βάσης καθώς και τις συντεταγμένες των σημείων ως προς την αρχική βάση, ενώ επιστρέφει τις συντεταγμένες των σημείων ως προς τη νέα βάση.

Τέλος, η συνάρτηση **rotmat** δέχεται ως ορίσματα έναν άξονα περιστροφής καθώς και μια γωνία σε rad, και, με δεδομένο ότι ο άξονας αυτός διέρχεται από την αρχή της βάσης μας, επιστρέφει έναν πίνακα περιστροφής.

## Demo

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας, δημιουργήθηκε η συνάρτηση demo η οποία προορίζεται για να δοκιμάσει τη λειτουργικότητα των παραπάνω συναρτήσεων. Η συνάρτηση αυτή έχει ένα στάδιο αρχικοποίησης, και τρία βήματα:

Αρχικοποίηση των σημείων που θα χρησιμοποιήσουμε. Δημιουργείται ο πίνακας p, ο οποίος είναι της μορφής  $3 \times n$  ( 3 διαστάσεις, n διανύσματα ), με  $n == 3$  για το παράδειγμά μας.

1. Στο πρώτο βήμα, μετατοπίζουμε τα σημεία μας κατά ένα σταθερό διάνυσμα. Για να το κάνουμε αυτό, χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση pointtrans, δίνοντάς της έναν μοναδιαίο πίνακα ως πίνακα περιστροφής και το σταθερό διάνυσμά μας ως πίνακα μετατόπισης.
2. Στο δεύτερο βήμα, θέλουμε να περιστρέψουμε τα σημεία μας ως προς άξονα που δεν περνάει από την αρχή των αξόνων. Έτσι, μεταφέρουμε το σύστημά μας σε ένα σημείο από το οποίο περνάει ο άξονάς μας, κάνοντας χρήση της systemtrans, χρησιμοποιούμε την συνάρτηση rotmat για να δημιουργήσουμε τον πίνακα περιστροφής, εφαρμόζουμε την περιστροφή μας στα σημεία, δίνοντας στη

συνάρτηση `pointtrans` τον πίνακα περιστροφής που φτιάξαμε προηγουμένως και ένα μηδενικό πίνακα μετατόπισης και τέλος επιστρέφουμε το σύστημα συντεταγμένων στο αρχικό.

3. Στο τρίτο και τελευταίο βήμα, θέλουμε να μετατοπίσουμε τα σημεία μας ως προς σταθερό διάνυσμα. Το βήμα αυτό είναι αντίστοιχο με το πρώτο.

Τα αποτελέσματα της εκτέλεσης της συνάρτησης `demo` παρουσιάζονται παρακάτω:

The set of points.

`p =`

1	1	3
-2	1	2
3	-1	1

First step. Move by [ -2; 2; 3 ].

`p =`

-1	-1	1
0	3	4
6	2	4

Second step. Rotate around vector [ -1, 2, 1 ], base [ 2, 1, 2 ] by 2 rads.

`p =`

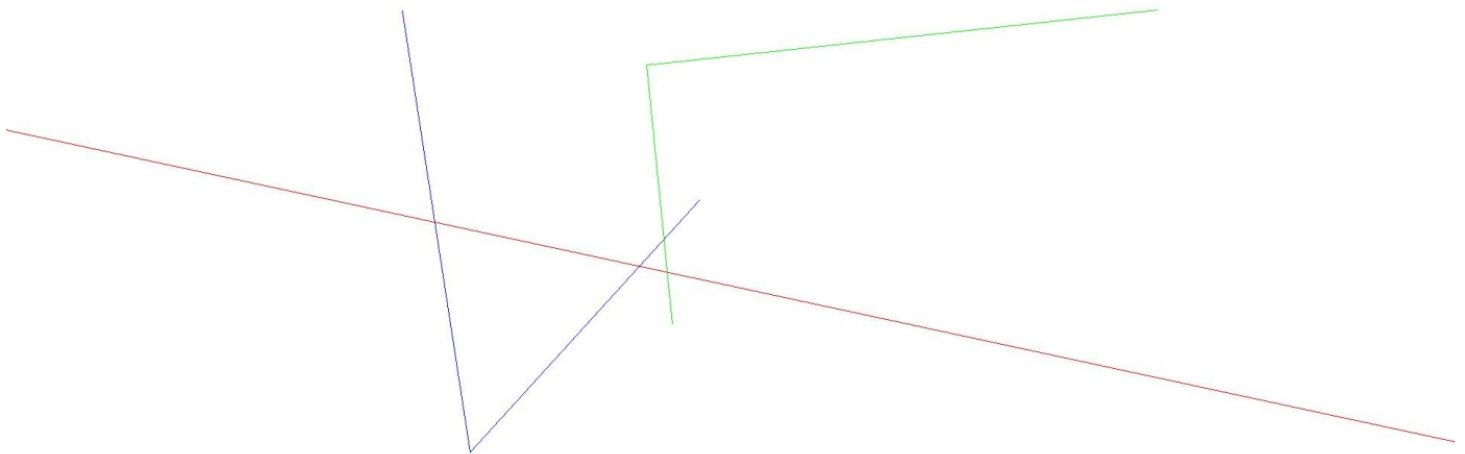
5.4093	0.8538	0.6631
4.1476	2.3584	4.3712
4.1141	5.1370	2.9207

Third step. Move the points by [ -2, 2, -3 ].

`p =`

3.4093	-1.1462	-1.3369
6.1476	4.3584	6.3712
1.1141	2.1370	-0.0793

Για την επαλήθευση της ορθής λειτουργίας των βημάτων 1 και 3, αρκεί απλώς η παρατήρηση των συντεταγμένων των σημείων. Ωστόσο, για τη διαδικασία της περιστροφής, ο έλεγχος είναι πιο απαιτητικός. Μετά από δοκιμές, υπολογίστηκε ότι τα σημεία καθώς περιστρέφονται διατηρούν την απόστασή τους από σημείο του άξονα περιστροφής, όπως και περιμέναμε, καθώς επίσης ότι δεν αλλάζει η μεταξύ τους απόσταση. Τέλος, η γραφική αναπαράσταση έκανε πλέον σίγουρη την ορθή λειτουργία των συναρτήσεων που χρησιμοποιούνται για την περιστροφή. Στο παρακάτω σχήμα, φαίνεται με κόκκινο χρώμα ο άξονας περιστροφής, με μπλε τα αρχικά σημεία και με πράσινο τα τελικά. Τα σημεία ενώνονται μεταξύ τους για λόγους παρουσίασης. Η ενδεχόμενη διαφοροποίηση στις αποστάσεις των σημείων στο παρακάτω σχήμα οφείλεται στην προβολή στις δύο διαστάσεις.



## Παράρτημα

Για τον περεταίρω έλεγχο της συνάρτησης περιστροφής (`rotmat`) και της συνάρτησης μεταφοράς βάσης σημείων (`systemtrans`) χρησιμοποιήθηκε ένα έτοιμο μοντέλο ενός κτηρίου. Για το μοντέλο αυτό, περιστρέφουμε το σύστημα συντεταγμένων προβάλλοντάς το από διαφορετικές προβολές. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο φάκελο `building`.

Για τον έλεγχο της συνάρτησης μετακίνησης σημείων, χρησιμοποιούμε το μοντέλο `robot`, το οποίο χωρίζουμε σε κομμάτια και τα απομακρύνουμε μεταξύ τους. Στο μοντέλο αυτό, λόγω της πληθώρας πολυγώνων εμφανίζουμε το κάθε σημείο ξεχωριστά, αγνοώντας τα τρίγωνα για λόγους ταχύτητας. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο φάκελο `robot`.