

## Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I) (εισαγωγικές έννοιες)

<http://di.ionio.gr/~mistral/tp/cintro/>



Μ.Στεφανιδάκης

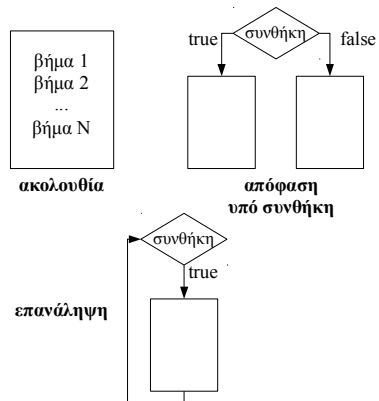
## Τι είναι αλγόριθμος;

- Αλγόριθμοι

- “Βήμα προς βήμα μέθοδος για την επίλυση ενός προβλήματος”
  - Ανεξάρτητη από το υπολογιστικό σύστημα!
- Τυπικός ορισμός:
  - Μια διαδικασία με πεπερασμένο αριθμό διατεταγμένων βημάτων
    - πιθανώς με επαναλήψεις και συνθήκες
  - η οποία επιλύει ένα συγκεκριμένο πρόβλημα
    - μετασχηματισμού εισόδων σε εξόδους
  - σε πεπερασμένο χρόνο

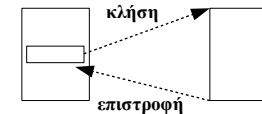
## Βασικές αλγοριθμικές δομές

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



## Υποπρογράμματα (υποαλγόριθμοι)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



- Επαναχρησιμοποίηση
  - κλήση συναρτήσεων
- Ευκολότερη κατανόηση
  - σημαντικό όσο και η απόδοση!

## Αναδρομή: ένα κομψό εργαλείο

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές

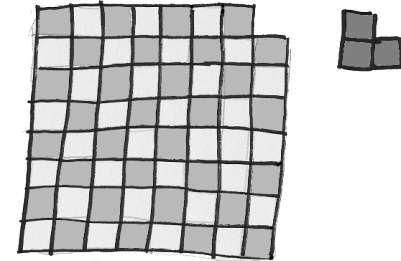
- Το γενικότερο πλαίσιο: μείωση ενός προβλήματος σε πολλά υποπροβλήματα
  - Και στη συνέχεια, συνδυασμός των μερικών λύσεων
- Αναδρομή
  - Μία συνάρτηση καλεί τον εαυτό της
    - δημιουργεί μικρότερα υποπροβλήματα
  - Μέχρι να φτάσει σε μια βασική περίπτωση
    - με άμεσο υπολογισμό του (μερικού) αποτελέσματος
  - Ακολουθούν επιστροφές με συνδυασμό των μερικών αποτελεσμάτων
    - μέχρι το τελικό αποτέλεσμα

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

5

## Αναδρομή: ένα παράδειγμα

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



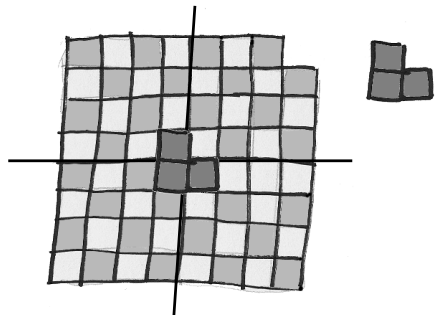
- Πώς θα καλύψουμε (αν μπορούμε) τη σκακιέρα με σχήματα τύπου L;

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

6

## Αναδρομή: ένα παράδειγμα

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



- Βλέπετε τη λύση; Είναι η αναδρομή!

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

7

## Αναδρομή

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές

- Αλγοριθμικά “κομψή” λύση αλλά
  - Πιθανή επιβάρυνση κατά την κλήση των συναρτήσεων
  - Και μεγαλύτερη χρήση πόρων για διατήρηση προηγούμενων καταστάσεων
- Συχνά πρέπει να μετατρέψουμε την αναδρομή σε επανάληψη
  - Ευτυχώς αυτό είναι πάντα δυνατό
    - ακόμα κι αν οδηγεί σε λιγότερο κομψή διατύπωση του αλγορίθμου
    - με τη βοήθεια δομών δεδομένων που μιμούνται τη λειτουργία της αναδρομής

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

8

## Πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα

- Για την κατανόηση της απόδοσής του
  - Χρειαζόμαστε ένα βασικό μέγεθος
  - Που θα εστιάζει στη μεγάλη εικόνα
    - Την αύξηση του χρόνου εκτέλεσης ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος (δεδομένων εισόδου)
    - Ανεξάρτητα από την ταχύτητα της γλώσσας προγραμματισμού
    - Ανεξάρτητα από την ταχύτητα του υλικού
  - Προσοχή: δεν ενδιαφερόμαστε για απόλυτους χρόνους
    - Αντιθέτως, υπολογίζουμε **πόσες φορές** εκτελείται μια βασική λειτουργία!
    - Σε σχέση με το **μέγεθος** των δεδομένων εισόδου

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

9

## Ο ασυμπτωτικός συμβολισμός $O(\dots)$

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα

- Big O notation
  - Έκφραση κλάσης πολυπλοκότητας σε σχέση με το μέγεθος  $n$  των δεδομένων εισόδου
    - αφαιρώντας σταθερούς παράγοντες
  - Τυπικά
    - $O(g(n))$ , είναι ένα σύνολο συναρτήσεων
    - $f(n)$  ανήκει στο  $O(g(n))$  εάν υπάρχει  $n_0$  και θετική σταθερά  $c$  έτσι ώστε  $f(n) \leq cg(n)$  για κάθε  $n \geq n_0$
  - Πρακτικά
    - $O(g(n))$ , είναι οι συναρτήσεις που αυξάνονται με αργότερο ρυθμό από το  $g(n)$  - άρα είναι αποδοτικότερες!
  - Παράδειγμα
    - Τα  $n^2$ ,  $3n^2$ ,  $85.8n^2 + 3.44$  ανήκουν όλα στο  $O(n^2)$

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

10

## Ο ασυμπτωτικός συμβολισμός $O(\dots)$

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα

- Αν για παράδειγμα η πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου είναι  $O(n^2)$ 
  - Αυτό σημαίνει ότι για μέγεθος δεδομένων  $n$  θα εκτελεστεί αριθμός λειτουργιών της τάξης του  $n^2$
  - Και ότι ένας αλγόριθμος  $O(n)$  είναι αποδοτικότερος!
  - Πολυωνυμικά προβλήματα
    - $O(\log n)$ ,  $O(n)$ ,  $O(n^2)$ ,  $O(n^3)$
    - Συνήθως επιλύσιμα
  - Μη πολυωνυμικά προβλήματα
    - $O(k^n)$  ή  $O(n!)$
    - Γενικά, μη επιλύσιμα

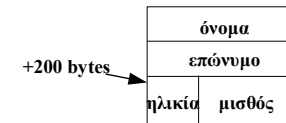
Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

11

## Η βασική μονάδα δεδομένων

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων

- Η “εγγραφή” (record ή structure)
  - Μία αυτοτελής ομάδα δεδομένων
  - Με συγκεκριμένη μορφή αποθήκευσης
    - Κάθε μέλος της ομάδας βρίσκεται σε καθορισμένη θέση (διεύθυνση) μέσα στην εγγραφή
  - Ως “κόμβος” δεδομένων σε πιο σύνθετες δομές δεδομένων



Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

12

## Πίνακες (arrays)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες

- Ακολουθία όμοιων εγγραφών
  - Σε συνεχόμενες θέσεις μνήμης
  - Πίνακας μιας διάστασης
  - Ο υπολογισμός της θέσης (διεύθυνσης) του  $i$ -οστού στοιχείου είναι άμεσος
    - Αρχή πίνακα +  $i$  \* μέγεθος εγγραφής
    - Θυμηθείτε: το  $i$  ξεκινά από το 0!
  - Είναι δυνατή η υλοποίηση πινάκων πιο πολλών διαστάσεων
    - Π.χ. για πίνακα δύο διαστάσεων, ως συνεχόμενες σειρές στη μνήμη
    - Πώς υπολογίζεται στην περίπτωση αυτή η διεύθυνση του στοιχείου  $i_{ij}$ ;

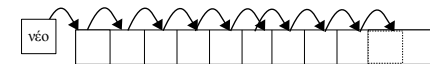
Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

13

## Λειτουργίες σε πίνακες

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες

- Λήψη στοιχείου  $i$ 
  - Σταθερή πολυπλοκότητα  $O(1)$ 
    - Εφόσον ο υπολογισμός της θέσης του κάθε στοιχείου είναι άμεσος
- Προσθήκη στοιχείου (στο τέλος)
  - $O(1)$  – θεωρώντας ότι υπάρχει χώρος
    - Άμεσος υπολογισμός θέσης νέου στοιχείου
- Εισαγωγή στοιχείου (π.χ. στην αρχή)
  - $O(n)$  – θα πρέπει να μετατοπιστούν τα ήδη υπάρχοντα στοιχεία!



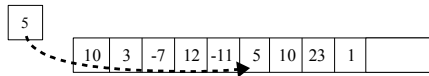
Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

14

## Αναζήτηση σε πίνακα

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση

- Αναζήτηση στοιχείου με κάποιες ιδιότητες
  - Τιμές-κλειδιά
  - Εύρεση θέσης ( $i$ ) στοιχείου – αν υπάρχει!
- Εάν τα στοιχεία δεν είναι ταξινομημένα...
  - Με βάση τις αναζητούμενες τιμές-κλειδιά
- ...τότε πρέπει να διασχίσουμε τον πίνακα σειριακά
  - από τη μία άκρη προς την άλλη (διάσχιση πίνακα)
  - συγκρίνοντας κάθε στοιχείο που συναντάμε
  - $O(n)$  – OK για μικρούς πίνακες



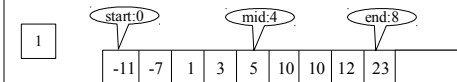
Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

15

## Δυαδική Αναζήτηση (binary search)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση

- Εάν τα στοιχεία είναι ταξινομημένα...
  - Με βάση τις αναζητούμενες τιμές-κλειδιά
- ...τότε η αναζήτηση γίνεται πολύ πιο αποδοτική!
  - Χωρίζοντας τον πίνακα στη μέση
  - Και ψάχνοντας μόνο ένα από τα δύο μέρη
    - Μικρότερο υποπρόβλημα!
  - Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία μέχρι την εύρεση
    - ή μέχρι να φανεί ότι δεν υπάρχει αυτό που ψάχνουμε
  - $O(\log_2 n)$  – η μόνη βιώσιμη λύση για μεγάλους πίνακες!

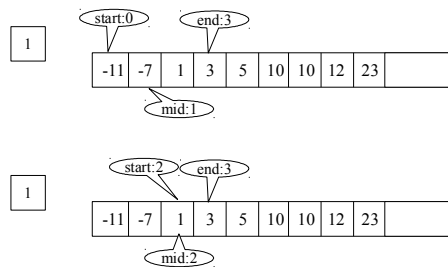


Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

16

## Δυαδική Αναζήτηση (binary search)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση



Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

17

## Ταξινόμηση

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση

- Συνήθης λειτουργία σε πίνακες
  - Με βάση τιμές κλειδιών (μέρους στοιχείου πίνακα)
  - Ως βάση για την εφαρμογή άλλων αλγορίθμων
    - Όπως η δυαδική αναζήτηση που είδαμε προηγουμένως
  - Δεν υπάρχει μοναδικός αλγόριθμος ταξινόμησης με την βέλτιστη πολυπλοκότητα
    - Εξαρτάται από τη μέχρι τώρα διάταξη των δεδομένων
- Στη συνέχεια θα δούμε ορισμένους μόνο από το σύνολο των αλγορίθμων ταξινόμησης

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

18

## Ταξινόμηση παρεμβολής (insertion sort)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση

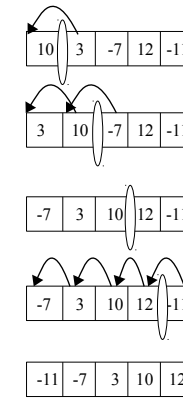
- Ο πίνακας χωρίζεται σε δύο μέρη
  - Το ταξινομημένο μέρος
    - Αρχικά περιέχει το πρώτο στοιχείο του πίνακα
  - Και το αταξινομητο
    - Τα υπόλοιπα στοιχεία
- Κάθε στοιχείο του αταξινομητου
  - Προωθείται στη σωστή θέση μέσα στο ταξινομημένο μέρος
  - Το ταξινομημένο μέρος σταδιακά μεγαλώνει
- Πολυπλοκότητα
  - $O(n^2)$  στη χειρότερη περίπτωση
  - $O(n)$  στην καλύτερη (ήδη ταξινομημένα)

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

19

## Ταξινόμηση παρεμβολής (insertion sort)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση



Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

20

## Quicksort

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση

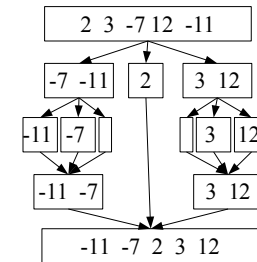
- Ένας από τους γνωστότερους αλγορίθμους ταξινόμησης
  - Ακολουθεί την τακτική της διαμέρισης του πίνακα σε δύο μέρη
    - Μικρότερα και μεγαλύτερα στοιχεία από (τυπικά) το πρώτο στοιχείο του πίνακα
  - Και στη συνέχεια ταξινομεί αναδρομικά τους δύο υποπίνακες
  - Στο τέλος συνενώνει τους πίνακες
    - Μικρότερα + στοιχείο διαμέρισης + μεγαλύτερα
- Πολυπλοκότητα
  - $O(n^2)$  στη χειρότερη περίπτωση (ήδη ταξινομημένα)
  - $O(n \log_2 n)$  καλύτερη περίπτωση και κατά μέσο όρο

Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

21

## Quicksort

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση



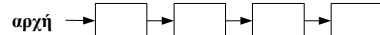
Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

22

## Διασυνδεδεμένες λίστες

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση
- Διασυνδεδεμένες λίστες

- Για αποθήκευση ακολουθίας στοιχείων
  - Εναλλακτικά των πινάκων
  - Αποτελείται από κόμβους
    - Στοιχεία (εγγραφές δεδομένων)
  - Κάθε κόμβος διασυνδέεται με τον επόμενο
    - Μονή ή διπλή φορά διασύνδεσης
  - Η εισαγωγή είναι  $O(1)$ 
    - Αλλαγή μόνο της διασύνδεσης των κόμβων
    - Θα πρέπει όμως να ξέρουμε το σημείο εισαγωγής..
  - Αλλά η προσπέλαση τυχαίου στοιχείου γίνεται τώρα  $O(n)$ 
    - Θα πρέπει να διασχίσουμε τη λίστα από κάποια άκρη της μέχρι να φτάσουμε στο στοιχείο που θέλουμε



Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών – “Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (I)”

23