# Ιόνιο Πανεπιστήμιο – Τμήμα Πληροφορικής Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών 2015-16

## Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων (Ι) (εισαγωγικές έννοιες)

http://di.ionio.gr/~mistral/tp/csintro/



Μ. Στεφανιδάκης

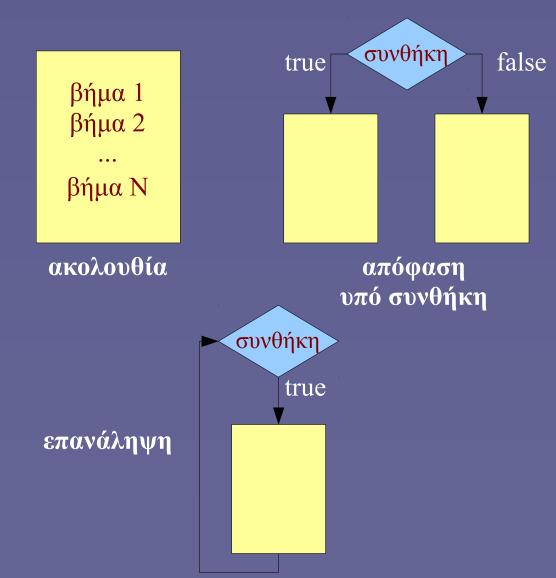
#### Τι είναι αλγόριθμος;

#### • Αλγόριθμοι

- "Βήμα προς βήμα μέθοδος για την επίλυση ενός προβλήματος"
  - Ανεξάρτητη από το υπολογιστικό σύστημα!
- Τυπικός ορισμός:
  - Μια διαδικασία με πεπερασμένο αριθμό διατεταγμένων βημάτων
    - πιθανώς με επαναλήψεις και συνθήκες
  - η οποία επιλύει ένα συγκεκριμένο πρόβλημα
    - μετασχηματισμού εισόδων σε εξόδους
  - σε πεπερασμένο χρόνο

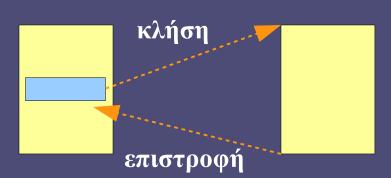
#### Βασικές αλγοριθμικές δομές

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



#### Υποπρογράμματα (υποαλγόριθμοι)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



- Επαναχρησιμοποίηση
  - κλήση συναρτήσεων
- Ευκολότερη κατανόηση
  - σημαντικό όσο και η απόδοση!

#### Αναδρομή: ένα κομψό εργαλείο

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Το γενικότερο πλαίσιο: μείωση ενός
  προβλήματος σε πολλά υποπροβλήματα
  - Και στη συνέχεια, συνδυασμός των μερικών λύσεων
- Αναδρομή
  - Μία συνάρτηση καλεί τον εαυτό της
    - δημιουργεί μικρότερα υποπροβλήματα
  - Μέχρι να φτάσει σε μια βασική περίπτωση
    - με άμεσο υπολογισμό του (μερικού) αποτελέσματος
  - Ακολουθούν επιστροφές με συνδυασμό των μερικών αποτελεσμάτων
    - μέχρι το τελικό αποτέλεσμα

#### Αναδρομή: ένα παράδειγμα

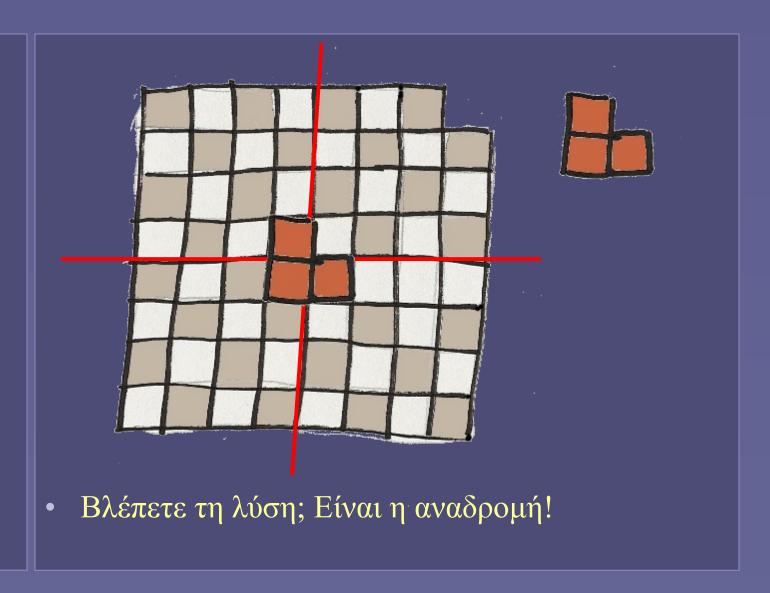
- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



με σχήματα τύπου L;

#### Αναδρομή: ένα παράδειγμα

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές



#### Αναδρομή

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Αλγοριθμικά "κομψή" λύση αλλά
  - Πιθανή επιβάρυνση κατά την κλήση των συναρτήσεων
  - Και μεγαλύτερη χρήση πόρων για διατήρηση προηγούμενων καταστάσεων
- Συχνά πρέπει να μετατρέψουμε την αναδρομή σε επανάληψη
  - Ευτυχώς αυτό είναι πάντα δυνατό
    - ακόμα κι αν οδηγεί σε λιγότερο κομψή διατύπωση του αλγορίθμου
    - με τη βοήθεια δομών δεδομένων που μιμούνται τη λειτουργία της αναδρομής

#### Πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα

- Για την κατανόηση της απόδοσής του
  - Χρειαζόμαστε ένα βασικό μέγεθος
  - Που θα εστιάζει στη μεγάλη εικόνα
    - Την αύξηση του χρόνου εκτέλεσης ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος (δεδομένων εισόδου)
    - Ανεξάρτητα από την ταχύτητα της γλώσσας προγραμματισμού
    - Ανεξάρτητα από την ταχύτητα του υλικού
  - Προσοχή: δεν ενδιαφερόμαστε για απόλυτους χρόνους
    - Αντιθέτως, υπολογίζουμε πόσες φορές εκτελείται μια βασική λειτουργία!
    - Σε σχέση με το μέγεθος των δεδομένων εισόδου

#### Ο ασυμπτωτικός συμβολισμός Ο(...)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα

#### Big O notation

- Έκφραση κλάσης πολυπλοκότητας σε σχέση με το μέγεθος n των δεδομένων εισόδου
  - αφαιρώντας σταθερούς παράγοντες
- Τυπικά
  - O(g(n)), είναι ένα σύνολο συναρτήσεων
  - f(n) ανήκει στο O(g(n)) εάν υπάρχει  $n_0$  και θετική σταθερά c έτσι ώστε  $f(n) \le cg(n)$  για κάθε  $n \ge n_0$
- Πρακτικά
  - O(g(n)), είναι οι συναρτήσεις που αυξάνονται με αργότερο ρυθμό από το g(n) άρα είναι αποδοτικότερες!
- Παράδειγμα
  - $T\alpha n^2$ ,  $3n^2$ ,  $85.8n^2+3.44$  ανήκουν όλα στο  $O(n^2)$

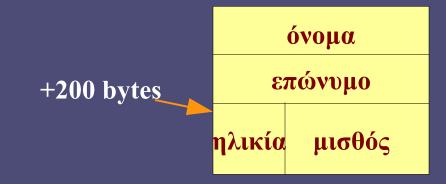
#### Ο ασυμπτωτικός συμβολισμός Ο(...)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Αν για παράδειγμα η πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου είναι O(n²)
  - Αυτό σημαίνει ότι για μέγεθος δεδομένων η θα
    εκτελεστεί αριθμός λειτουργιών της τάξης του η²
  - Και ότι ένας αλγόριθμος O(n) είναι αποδοτικότερος!
  - Πολυωνυμικά προβλήματα
    - O(logn), O(n),  $O(n^2)$ ,  $O(n^k)$
    - Συνήθως επιλύσιμα
  - Μη πολυωνυμικά προβλήματα
    - $O(k^n) \acute{\eta} O(n!)$
    - Γενικά, μη επιλύσιμα

#### Η βασική μονάδα δεδομένων

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων

- Η "εγγραφή" (record ή structure)
  - Μία αυτοτελής ομάδα δεδομένων
  - Με συγκεκριμένη μορφή αποθήκευσης
    - Κάθε μέλος της ομάδας βρίσκεται σε καθορισμένη θέση (διεύθυνση) μέσα στην εγγραφή
  - Ως "κόμβος" δεδομένων σε πιο σύνθετες δομές δεδομένων



#### Πίνακες (arrays)

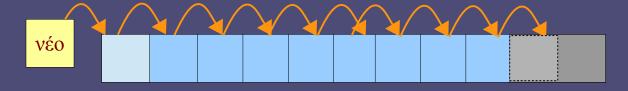
- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες

- Ακολουθία όμοιων εγγραφών
  - Σε συνεχόμενες θέσεις μνήμης
  - Πίνακας μιας διάστασης
  - Ο υπολογισμός της θέσης (διεύθυνσης) του i-οστού στοιχείου είναι άμεσος
    - Αρχή πίνακα + i \* μέγεθος εγγραφής
    - Θυμηθείτε: το i ξεκινά από το 0!
  - Είναι δυνατή η υλοποίηση πινάκων πιο πολλών διαστάσεων
    - Π.χ. για πίνακα δύο διαστάσεων, ως συνεχόμενες σειρές στη μνήμη
    - Πώς υπολογίζεται στην περίπτωση αυτή η διεύθυνση του στοιχείου ; ;

#### Λειτουργίες σε πίνακες

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες

- Λήψη στοιχείου<sub>,</sub>
  - Σταθερή πολυπλοκότητα O(1)
    - Εφόσον ο υπολογισμός της θέσης του κάθε στοιχείου είναι άμεσος
- Προσθήκη στοιχείου (στο τέλος)
  - O(1) θεωρώντας ότι υπάρχει χώρος
    - Αμεσος υπολογισμός θέσης νέου στοιχείου
- Εισαγωγή στοιχείου (π.χ. στην αρχή)
  - Ο(n) θα πρέπει να μετατοπιστούν τα ήδη υπάρχοντα στοιχεία!



#### Αναζήτηση σε πίνακα

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση

- Αναζήτηση στοιχείου με κάποιες ιδιότητες
  - Τιμές-κλειδιά
  - Εύρεση θέσης (i) στοιχείου αν υπάρχει!
- Εάν τα στοιχεία δεν είναι ταξινομημένα...
  - Με βάση τις αναζητούμενες τιμές-κλειδιά
- ...τότε πρέπει να διασχίσουμε τον πίνακα σειριακά
  - από τη μία άκρη προς την άλλη (διάσχιση πίνακα)
  - συγκρίνοντας κάθε στοιχείο που συναντάμε
  - O(n) − OK για μικρούς πίνακες



#### Δυαδική Αναζήτηση (binary search)

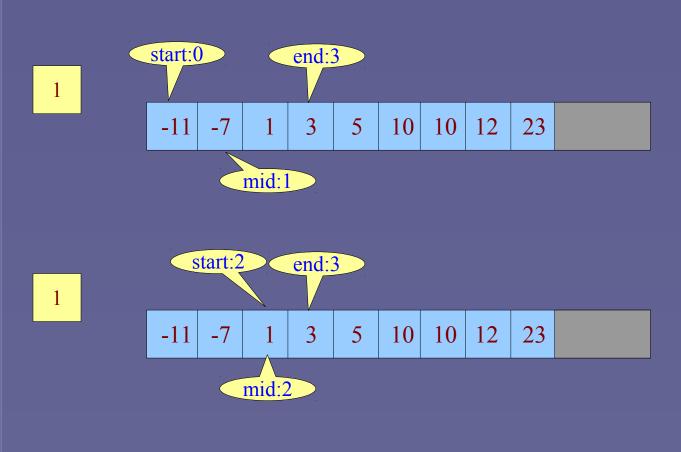
- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση

- Εάν τα στοιχεία είναι ταξινομημένα...
  - Με βάση τις αναζητούμενες τιμές-κλειδιά
- ...τότε η αναζήτηση γίνεται πολύ πιο αποδοτική!
  - Χωρίζοντας τον πίνακα στη μέση
  - Και ψάχνοντας μόνο ένα από τα δύο μέρη
    - Μικρότερο υποπρόβλημα!
  - Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία μέχρι την εύρεση
    - ή μέχρι να φανεί ότι δεν υπάρχει αυτό που ψάχνουμε
  - O(log<sub>2</sub>n)- η μόνη βιώσιμη λύση για μεγάλους πίνακες!



### Δυαδική Αναζήτηση (binary search)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση



#### Ταξινόμηση

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση

- Συνήθης λειτουργία σε πίνακες
  - Με βάση τιμές κλειδιών (μέρους στοιχείου πίνακα)
  - Ως βάση για την εφαρμογή άλλων αλγορίθμων
    - Όπως η δυαδική αναζήτηση που είδαμε προηγουμένως
  - Δεν υπάρχει μοναδικός αλγόριθμος ταξινόμησης με την βέλτιστη πολυπλοκότητα
    - Εξαρτάται από τη μέχρι τώρα διάταξη των δεδομένων
- Στη συνέχεια θα δούμε ορισμένους μόνο από το σύνολο των αλγορίθμων ταξινόμησης

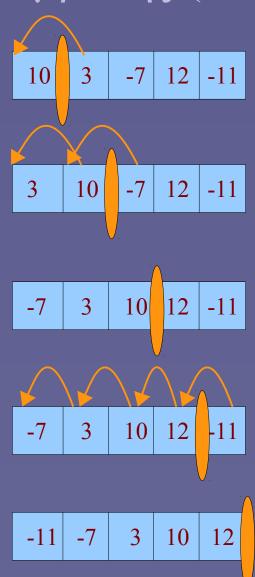
#### Ταξινόμηση παρεμβολής (insertion sort)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση

- Ο πίνακας χωρίζεται σε δύο μέρη
  - Το ταξινομημένο μέρος
    - Αρχικά περιέχει το πρώτο στοιχείο του πίνακα
  - Και το αταξινόμητο
    - Τα υπόλοιπα στοιχεία
- Κάθε στοιχείο του αταξινόμητου
  - Προωθείται στη σωστή θέση μέσα στο ταξινομημένο μέρος
  - Το ταξινομημένο μέρος σταδιακά μεγαλώνει
- Πολυπλοκότητα
  - lacktriangle  $O(n^2)$  στη χειρότερη περίπτωση
  - O(n) στην καλύτερη (ήδη ταξινομημένα)

### Ταξινόμηση παρεμβολής (insertion sort)

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση



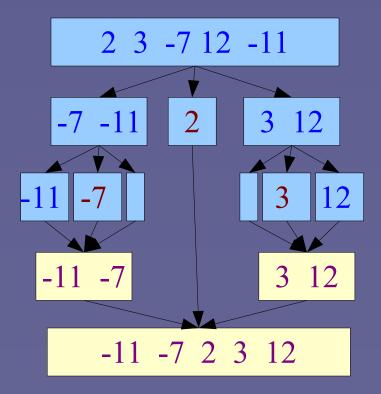
#### Quicksort

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση

- Ένας από τους γνωστότερους αλγορίθμους ταξινόμησης
  - Ακολουθεί την τακτική της διαμέρισης του πίνακα σε δύο μέρη
    - Μικρότερα και μεγαλύτερα στοιχεία από (τυπικά) το πρώτο στοιχείο του πίνακα
  - Και στη συνέχεια ταξινομεί αναδρομικά τους δύο υποπίνακες
  - Στο τέλος συνενώνει τους πίνακες
    - Μικρότερα + στοιχείο διαμέρισης + μεγαλύτερα
- Πολυπλοκότητα
  - O(n²) στη χειρότερη περίπτωση (ήδη ταξινομημένα)
  - O(nlog,n) καλύτερη περίπτωση και κατά μέσο όρο

#### Quicksort

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση



#### Διασυνδεδεμένες λίστες

- Αλγόριθμοι
- Βασικές αλγοριθμικές δομές
- Πολυπλοκότητα
- Δομές δεδομένων
- Πίνακες
- Αναζήτηση
- Ταξινόμηση
- Διασυνδεδεμένες λίστες

- Για αποθήκευση ακολουθίας στοιχείων
  - Εναλλακτικά των πινάκων
  - Αποτελείται από κόμβους
    - Στοιχεία (εγγραφές δεδομένων)
  - Κάθε κόμβος διασυνδέεται με τον επόμενο
    - Μονή ή διπλή φορά διασύνδεσης
  - Η εισαγωγή είναι O(1)
    - Αλλαγή μόνο της διασύνδεσης των κόμβων
    - Θα πρέπει όμως να ξέρουμε το σημείο εισαγωγής...
  - Αλλά η προσπέλαση τυχαίου στοιχείου γίνεται τώρα O(n)
    - Θα πρέπει να διασχίσουμε τη λίστα από κάποια άκρη της μέχρι να φτάσουμε στο στοιχείο που θέλουμε

