

PARHOLARI SONO, INSPIETTIVAMENTE, L'INGRESSO $U(t) = \frac{C_k}{K_L}$,

$$U(t) = \sin(\tilde{\omega}t) \quad \text{E} \quad U(t) = e_{-2}(t).$$

● RISPOSTA AI DISTURBI (GRADINO OMNARIO; RISPOSTA IN FREQUENZA)

● SENSIBILITÀ ALLE VARIAZIONI DI PARAMETRI

$$\text{ESEMPIO: } M_1 \frac{d^2\tau}{dt^2} = -b\dot{\tau} + m(t) \rightarrow \frac{d^2\tau}{dt^2} = -\frac{b}{M_1}\tau + \frac{m(t)}{M_1}$$

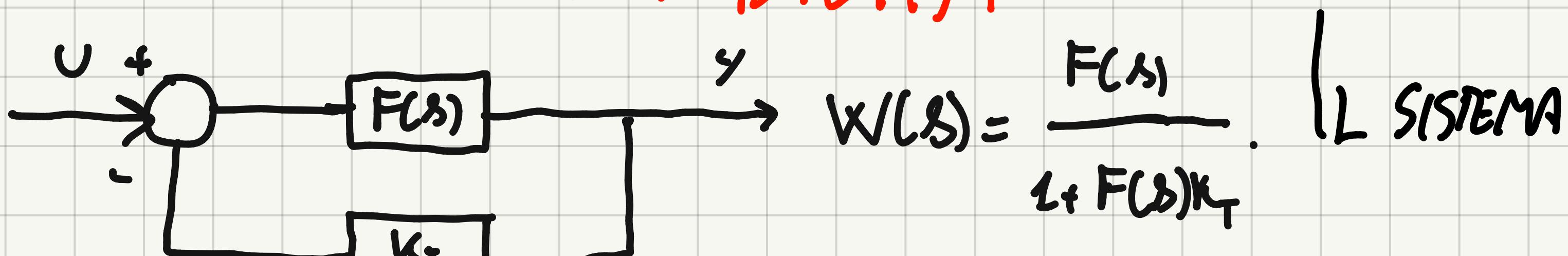
$$\rightarrow \left(s^2 + \frac{b}{M_1} \right) \tau(s) = \frac{m(s)}{M_1}$$

$$\frac{\tau(s)}{m(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{b}{M_1}}$$

RICORDIAMO CHE $W(s) = \frac{F(s)}{1 + K_p F(s)}$. Lo scopo dell'analisi è proprio studiare $F(s)$ per poter avere il controllore con le

PROPRIETÀ RICHIESTE

STABILITÀ



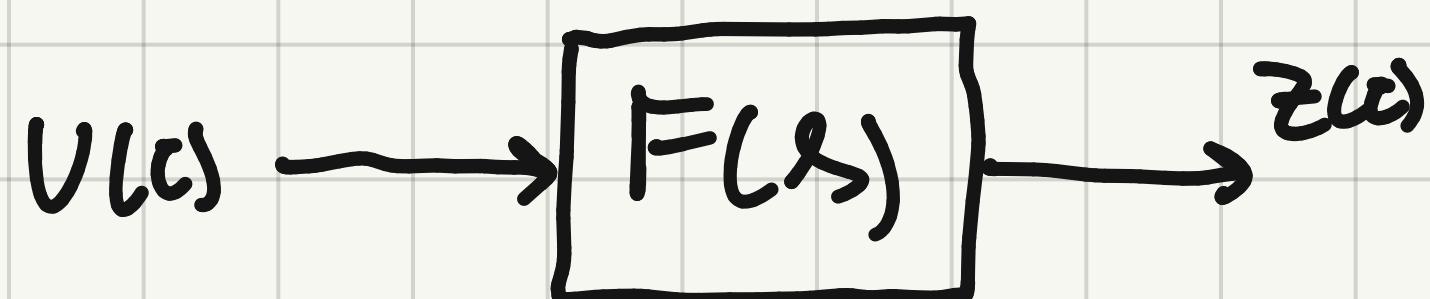
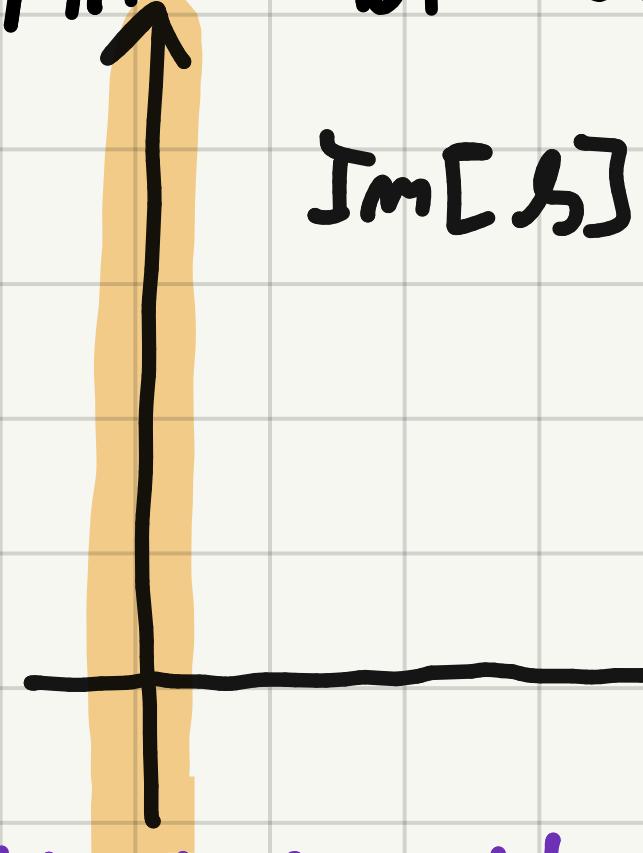
RISULTA STABILE SE E SOLO SE TUTTI I POLI DI $W(s)$ (N CATENA CHIUSA HANNO PARTE REALE NEGATIVA). DOBBIAMO QUINDI CARATTERIZZARE $F(s)$ E MONDARE UN LEGAME CON LA STABILITÀ DI $W(s)$.

PER STUDIARE LA STABILITÀ A CATENA CHIUSA SI FA USO DEL CRITERIO

D) Nyquist: si basa su un grafico, il diagramma di Nyquist,

DELLA FUNZIONE $F(iw)$, DOVE $F(iw) = F(s)$ | $s = iw$ VARIA NELL'

PIANO DI GAUSS.



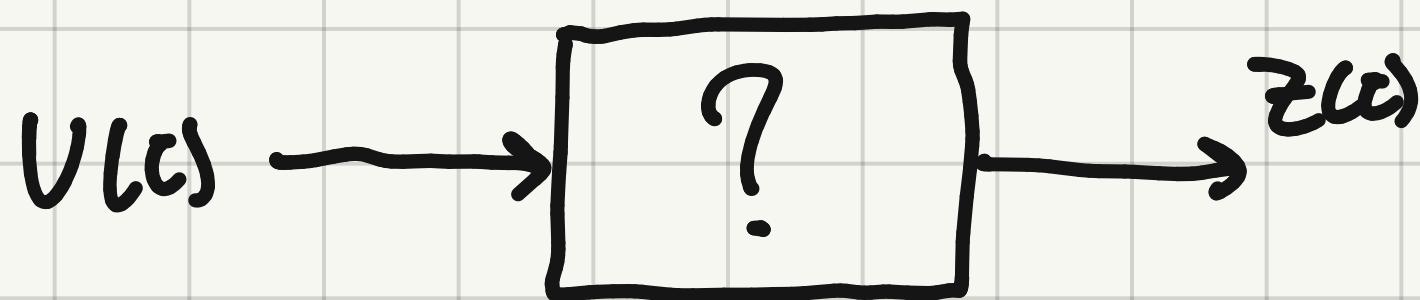
SUPPONIAMO CHE $V(s) = \text{Am}(\tilde{\omega}s)$

$\xrightarrow{\text{Re}[s]} \tilde{Z}(s) = |F(i\omega)| \cdot \text{Am}[\alpha + \underline{F(i\omega)}]$
 TRASFORMA L'AMPIEZZA IN UN SEGNALE D'INGRESSO.

$U(s) Y(s)$



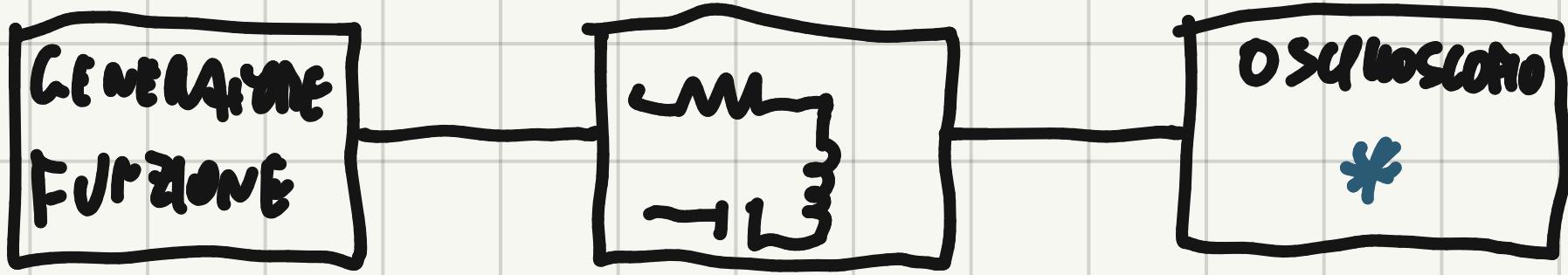
$F(i\omega)$ È DETTA ANCHE RISPOSTA ARMONICA
 DEL SEGNALE



$V(s) = \text{Am}(\tilde{\omega}s)$ MISURAZIONI

DI AMPIEZZA E FASE

$\tilde{\omega}$	$ F(i\omega) $	$\angle F(i\omega)$
0.1	$F(0,1i)$	$F(0,1i)$
0.5	$F(0,5i)$	$F(0,5i)$
1	$F(1i)$	$F(1i)$
2	$F(2i)$	$F(2i)$
5	$F(5i)$	$F(5i)$
10	$F(10i)$	$F(10i)$



PROPRIETÀ REGIME PERMANENTE $\tilde{Y}_r(s)$ E TRANSITORIO $\tilde{Y}_t(s)$

$$\left\{ \begin{array}{l} X^*(t) = A \cdot X(t) + B \cdot U(t) \\ Y(t) = C \cdot X(t) \end{array} \right.$$

LA FUNZIONE NEL DOMINIO s

$$Y(s) = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B$$

$\frac{Y(s)}{U(s)} = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B$ È SEMPRE UNE PROPRIA. $Y(s) = \tilde{Y}_r(s) + \tilde{Y}_t(s)$

$$y(t) = C \cdot e^{A(t-t_0)} \cdot x(t_0) + \int_{t_0}^t C \cdot e^{A(t-\tau)} \cdot B \cdot u(\tau) d\tau$$

$$y(s) = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot x(t_0) + C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B \cdot u(s)$$

A REGIME PERMANENTE, È IMPORTANTE DETERMINARE QUANDO

L'USCITA RISPOSTA AL VUE CAMBIAMENTI DEI INGRESSO,

SI DEFINISCE COMPORTAMENTO ASINTOTICO DELLA RISPOSTA (O RISPOSTA

A REGIME PERMANENTE) LA CORRISPONDENZA AD UNA FUNZIONE DI

INGRESSO $\tilde{u}(s)$ COME $\tilde{y}_r(s)$: $\exists \bar{t} > t_0 / \forall x(t_0), \epsilon > 0 \Rightarrow |y(t) - \tilde{y}_r(t)| \leq \epsilon$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} |y(t) - \tilde{y}_r(t)| = 0$$

SE IL SISTEMA È STAZIONARIO, I VALORI REALI DELLA RISPOSTA DIPENDONO
SOLA DALLA DIFFERENZA $C - C_0$. Dunque, si possono SCAMBIARE!

RULLI DI C E C_0 , SCRIVENDO COSÌ CHE $C_0 \rightarrow -\infty$. SCRIVEREMO

$$\text{DUNQUE CHE } \tilde{y}_r(t) = \lim_{C_0 \rightarrow -\infty} \left[C \cdot e^{A(t-t_0)} \cdot x(t_0) + \int_{t_0}^t C \cdot e^{A(t-\tau)} \cdot B \cdot u(\tau) d\tau \right]$$

(CON $\tilde{y}_r(t)$) LA RISPOSTA A REGIME PERMANENTE SU $U(s)$, È Dunque

$$\text{OVR } \lim_{C \rightarrow +\infty} C \cdot e^{At} = 0 \Rightarrow \lim_{C \rightarrow +\infty} w(t) = 0. \text{ IL PRIMO LIMITE È VAVDO}$$

SE E SOLO SE TUTTE LE RADICI DEL POLINOMIO CARATTERISTICO HANNO PARTE

$$\text{REALE NEGATIVA. IN CONCLUSIONE, } \tilde{y}_r(s) = \lim_{C_0 \rightarrow -\infty} \int_0^s w(t-\tau) \cdot \tilde{u}(\tau) d\tau$$

AUORA LA RISPOSTA TRANSITORIA $\tilde{y}_t(t) = y(t) - \tilde{y}_r(t)$ DIPENDE

SIA DAU' INGRESSO SIA DAU' STATO INIZIALE

SPESSO, LA DECOMPOSIZIONE IN RISPOSTA PERMANENTE - TRANSITORIA

È CONSIDERATA PER STATO INIZIALE NULLO, DECOMPONENDO SOLO LA RISPOSTA FORZATA. GSI CONCENTRA PRINCIPALMENTE SULLA RISPOSTA PERMANENTE AD INGRESSI ESPONENZIALI E SINUOSIDALI.

$$\bullet U(t) = \frac{C^k}{k!} \rightarrow U(s) = \frac{1}{s^{k+1}} \quad Y(0) = y'(0) = \dots = y^{n-k}(0) = 0$$

$$Y_{\text{tot}}(t) = Y_t(t) + \tilde{Y}_r(t)$$

$$Y(s) = W(s) \cdot U(s) = W(s) \cdot \frac{1}{s^{k+1}} = \frac{N_w(s)}{(s-P_1) \dots (s-P_n)} \cdot \frac{1}{s^{k+1}} =$$

$$= \frac{R_x}{s-P_1} + \dots + \frac{R_n}{s-P_n} + \frac{C_0}{s^{k+1}} + \frac{C_1}{s^k} + \dots + \frac{C_{k-1}}{s^2} + C_k$$

$$\tilde{Y}(t) = R_x e^{P_x t} + \dots + R_n e^{P_n t} + C_0 \frac{t^k}{k!} + C_1 \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} + \dots + C_{k-1} \frac{t^2}{2!} + C_k t + C_k$$

$$\tilde{Y}(t) = C_0 \frac{t^k}{k!} + C_1 \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} + C_{k-1} \frac{t^2}{2!} + C_k t + C_k$$

$$C_i = \frac{1}{i!} \cdot \left[\frac{d^i w(s)}{ds^i} \right]_{s=0} \quad i=0, \dots, k$$

$$\bullet U(t) = \Re(\tilde{\omega}t) \rightarrow U(s) = \frac{\tilde{\omega}}{s^2 + \tilde{\omega}^2} \quad Y(0) = y'(0) = \dots = y^{n-k}(0) = 0$$

$$Y(s) = W(s) \cdot U(s) = W(s) \cdot \frac{\tilde{\omega}}{s^2 + \tilde{\omega}^2} = \frac{N_w(s)}{(s-P_1) \dots (s-P_n)} \cdot \frac{\tilde{\omega}}{s^2 + \tilde{\omega}^2} =$$

$$= \frac{R_x}{s-P_1} + \dots + \frac{R_n}{s-P_n} + \frac{A_1}{s-i\omega} + \frac{A_2}{s+i\omega}$$

$$A_1 = \lim_{s \rightarrow s+i\tilde{\omega}} (s-\lambda(s)) \cdot \gamma(s) = \lim_{s \rightarrow s+i\tilde{\omega}} (s-i\tilde{\omega}) \cdot w(s) \cdot \frac{\tilde{\omega}}{(s+i\tilde{\omega})(s-i\tilde{\omega})}$$

$$= w(i\tilde{\omega}) \cdot \frac{i\tilde{\omega}}{2i\tilde{\omega}} = \frac{w(i\tilde{\omega})}{2i}. \text{ ANALOGAMENTE, } A_2 = -\frac{w(-i\tilde{\omega})}{2i}$$

$$\tilde{Y}(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{A_1}{s-i\tilde{\omega}} + \frac{A_2}{s+i\tilde{\omega}} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{w(i\tilde{\omega})}{2i} \cdot \frac{1}{s-i\tilde{\omega}} - \frac{w(-i\tilde{\omega})}{2i} \cdot \frac{1}{s+i\tilde{\omega}} \right]$$

$$w(-i\tilde{\omega}) = [w(i\tilde{\omega})]^* \quad w(i\tilde{\omega}) = |w(i\tilde{\omega})| \cdot e^{i \angle w(i\tilde{\omega})}$$

$$w(-i\tilde{\omega}) = |w(i\tilde{\omega})| \cdot e^{-i \angle w(i\tilde{\omega})}$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{2i} \cdot \left[\frac{|w(i\tilde{\omega})| e^{i \angle w(i\tilde{\omega})}}{s-i\tilde{\omega}} - \frac{|w(i\tilde{\omega})| e^{-i \angle w(i\tilde{\omega})}}{s+i\tilde{\omega}} \right] \right\} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{|w(i\tilde{\omega})|}{2i} \cdot \left(\frac{e^{i \angle w(i\tilde{\omega})}}{s-i\tilde{\omega}} - \frac{e^{-i \angle w(i\tilde{\omega})}}{s+i\tilde{\omega}} \right) \right\} =$$

$$= \frac{|w(i\tilde{\omega})|}{2i} \cdot \left(e^{i\tilde{\omega}t + i \angle w(i\tilde{\omega})} - e^{-i\tilde{\omega}t - i \angle w(i\tilde{\omega})} \right)$$

$$= |w(i\tilde{\omega})| \cdot \frac{e^{i(\tilde{\omega}t + \angle w(i\tilde{\omega}))} - e^{-i(\tilde{\omega}t + \angle w(i\tilde{\omega}))}}{2i} =$$

$$= |w(i\tilde{\omega})| \cdot \sin(\tilde{\omega}t + \angle w(i\tilde{\omega}))$$

IN GENERALE, $U_1(t) = B_1 \sin(\tilde{\omega}t + \Psi_1) \Rightarrow$

$$\tilde{Y}_1(t) = B_1 \cdot |w(i\tilde{\omega})| \cdot \sin(\tilde{\omega}t + \angle w(i\tilde{\omega}) + \Psi_1)$$

$$\text{AD ESEMPIO, } w(s) = \frac{5}{s+0,5}$$

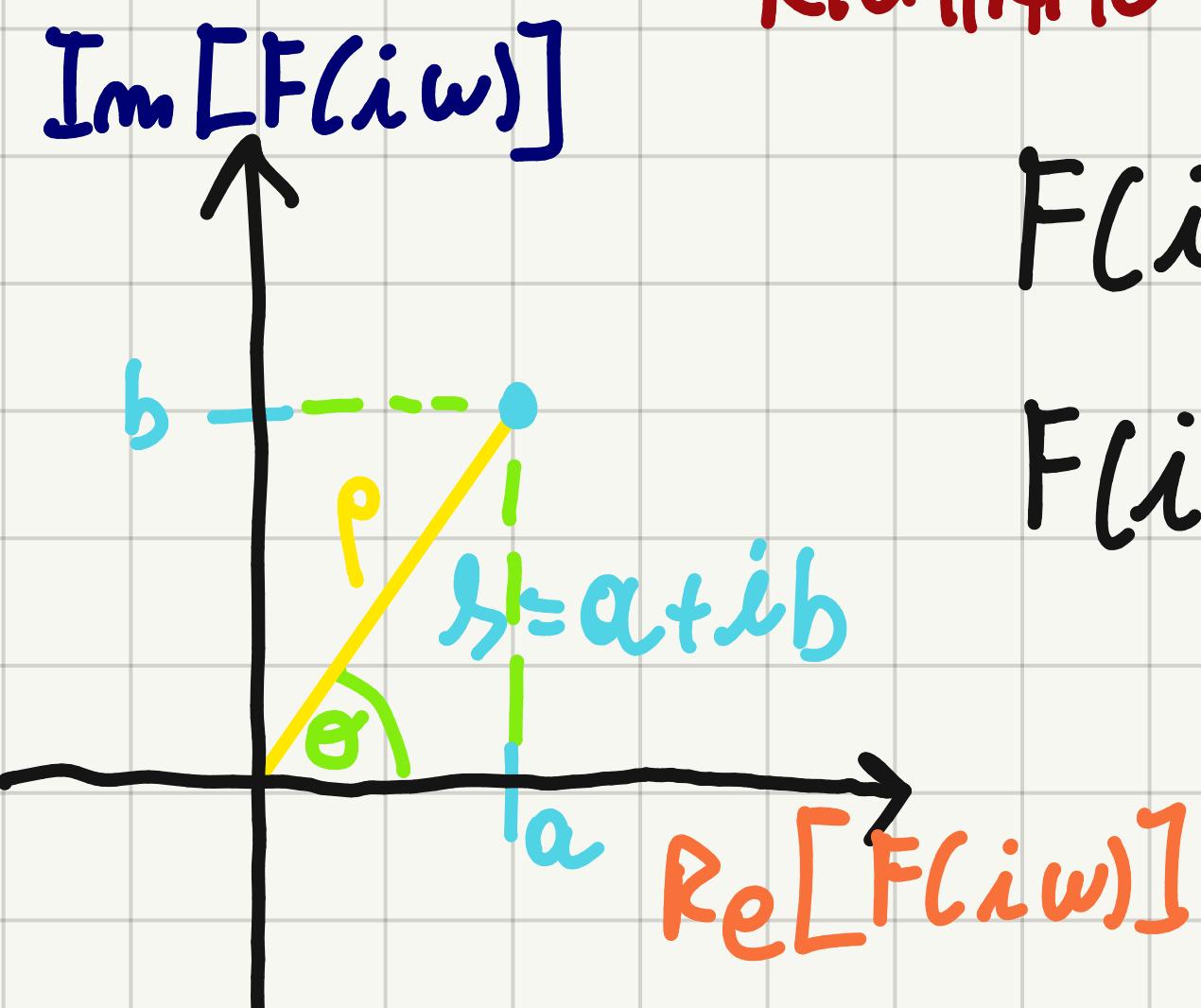
$$W(i\tilde{\omega}) = \frac{5}{i\tilde{\omega} + 0,5}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{4,25}} = \underbrace{5}_{= 0^\circ - 76^\circ} - \underbrace{\angle 0,5 + 2i}_{= 0^\circ - 76^\circ} = \underbrace{\angle a + i\omega}_{= 0^\circ - 76^\circ} = \arctan \left(\frac{\omega}{a} \right) =$$

$$|W(i\tilde{\omega})|_{\tilde{\omega}=2} = \frac{5}{2i+0,5} = \frac{5}{\sqrt{0,25+4}} =$$

DIAGRAMMA DI NYQUIST

RICHIAMO NUMBRI COMPLESSI



$$F(i\omega) \in \mathbb{C}$$

$$\begin{aligned} F(i\omega) &= \operatorname{Re}[F(i\omega)] + i \operatorname{Im}[F(i\omega)] \\ &= |F(i\omega)| \cdot e^{i \angle F(i\omega)} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a = \rho \cos \theta \\ b = \rho \sin \theta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \rho = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctan \left(\frac{b}{a} \right) \end{cases}$$

! $\arctan \left(\frac{b}{a} \right)$ HA 2 RISULTATI. SE AD ESEMPIO, $\lambda_1 = 1+i$

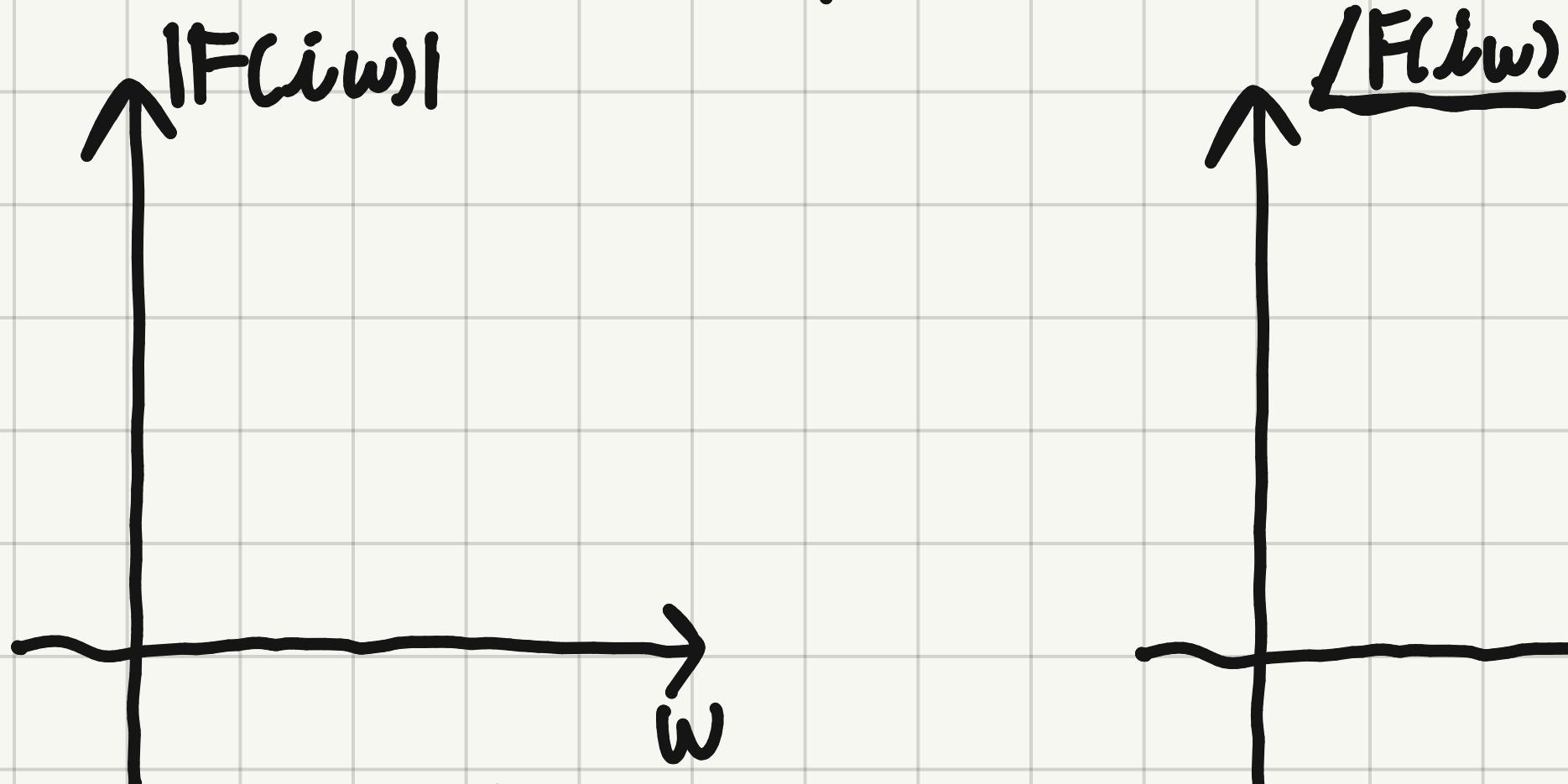
$$\rho_1 = \sqrt{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}. \quad \lambda_2 = -1-i \quad \rho_2 = \sqrt{2} \rightarrow \theta = \frac{5}{4}\pi$$

$$|F(i\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}[F(i\omega)]^2 + \operatorname{Im}[F(i\omega)]^2},$$

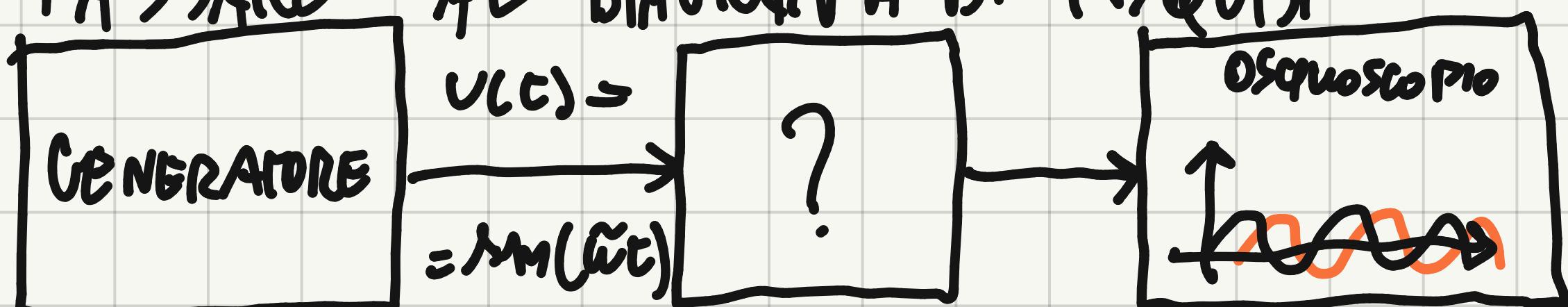
$$\angle F(i\omega) = \arctan \left(\frac{\operatorname{Im}[F(i\omega)]}{\operatorname{Re}[F(i\omega)]} \right). \text{ DAI } a, b, \omega \in \mathbb{C}$$

$$Z = \frac{a}{b} = \frac{\rho_a e^{i\theta_a}}{\rho_b e^{i\theta_b}} = \left(\frac{\rho_a}{\rho_b} \right) \cdot e^{i(\theta_a - \theta_b)}$$

IL DIAGRAMMA DI NYQUIST È UTILE PER VERIFICARE L' STABILITÀ IN CATENA APERTA E LAVORA NEL PIANO DI NYQUIST
 SI PARTE CON L'ANALISI NEI PIANI DI BODE: NEL PRIMO
 ESPRIMIAMO $|F(i\omega)| = f_V(\omega)$ E NEL SECONDO $\angle F(i\omega) = f_\theta(\omega)$



PER POTER Poi PASSARE AL DIAGRAMMA DI NYQUIST
 Ad ESEMPIO:



$\tilde{\omega}$	$ F(i\tilde{\omega}) $	$\angle F(i\tilde{\omega})$
$\tilde{\omega}_1$	$ F(i\tilde{\omega}_1) $	$\angle F(i\tilde{\omega}_1)$
:	:	
$\tilde{\omega}_n$	$ F(i\tilde{\omega}_n) $	$\angle F(i\tilde{\omega}_n)$

SPERIMENTALMENTE, POSSO OTTENERE I DIAGRAMMI DI BODE, E QUINDI DI NYQUIST, SENZA DOVER NECESSARIAMENTE CONOSCERE IL MODOLO MATEMATICO

PROBLEMA GENERALE: DATA LA FUNZIONE $F(s)$, TRACCIARE I DIAGRAMMI DI BODE DI $F(i\omega)$. IL GRAFICO, IN FUNZIONE DI ω , È RAPPRESENTATO IN DECIBEL $|F(i\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} |F(i\omega)|$. CONSENTE DI RAPPRESENTARE PIÙ FAUIMENTE ESPRESSIONI DEL TIPO

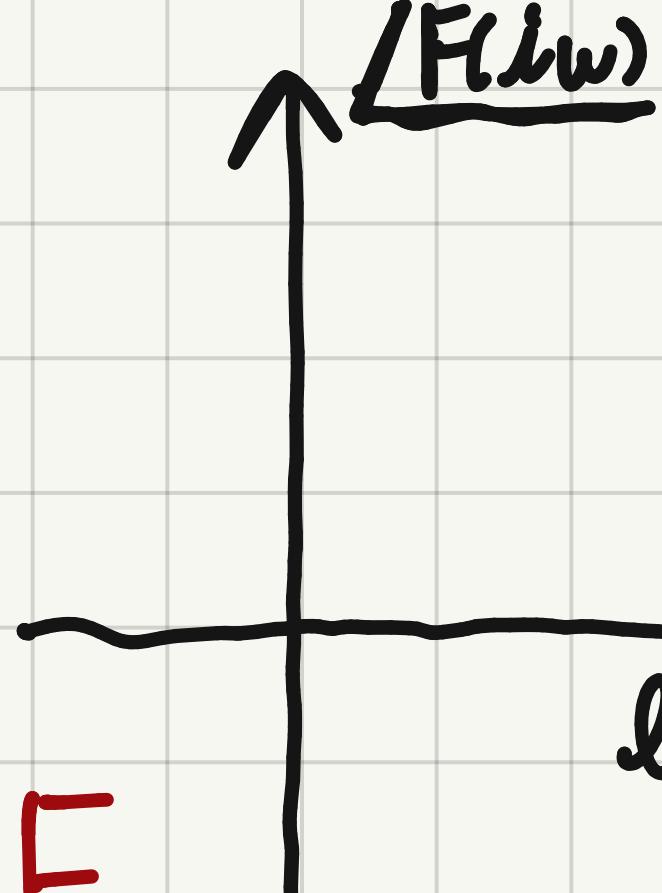
$\log(xy) \rightarrow \log(x) + \log(y)$. USARE $\log_{10} w$ PORTA

AD UTILIZZARE LA SCALA LOGARITMICA, ESPRESSA IN DECADE, PER W

UNA DECADE È UN INTERVALLO DI PULSAZIONI $[w_1, w_2]$ PER IL

RAPPORTO $\frac{w_2}{w_1} = 10$. ESEMPIO: $[2, 20], [330, 3300] \dots$

$$[w_2, w_1] = \log_{10} w_2 - \log_{10} w_1 = \log_{10} \frac{w_2}{w_1} = \log_{10} 10 = 1$$



ESEMPIO: $F(s) = \frac{40(s+2)(s-3)}{s(s+6)(s^2+2s+2)}$. DIAGRAMMI DI BODE?

FORMA CANONICA DEI DIAGRAMMI DI BODE

$$s+2 = 2 \left(1 + \frac{s}{2}\right) \quad s-3 = -3 \left(1 - \frac{s}{3}\right) \quad \dots$$

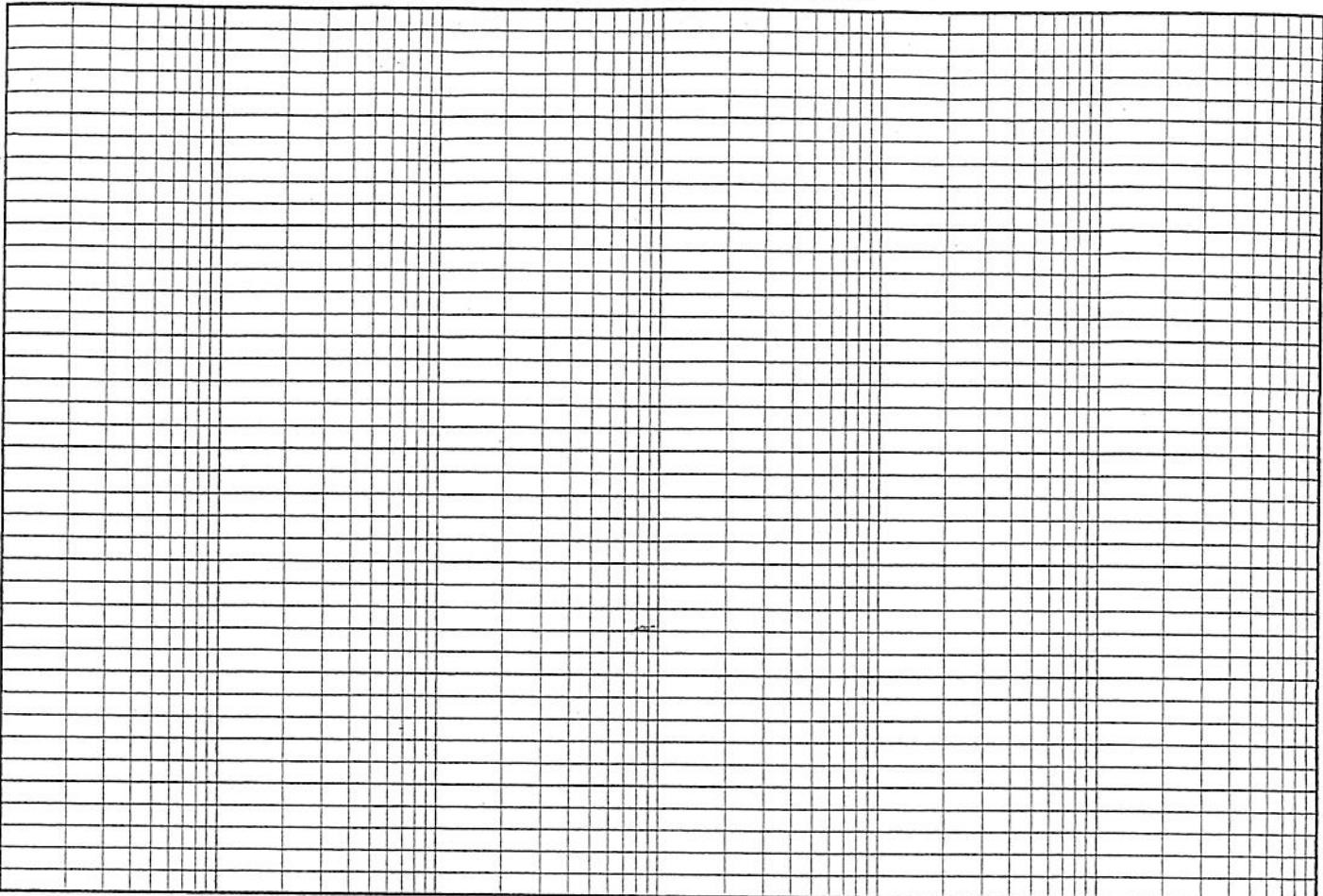
$$\Rightarrow F(s) = \frac{40 \cdot 2 \cdot (-3) \left(1 + \frac{s}{2}\right) \left(1 - \frac{s}{3}\right)}{6 \cdot 2 \cdot s \left(1 + \frac{s}{6}\right) \left(1 + s + \frac{s^2}{2}\right)}$$

$$= \frac{-20 \left(1 + \frac{s}{2}\right) \left(1 - \frac{s}{3}\right)}{s \left(1 + \frac{s}{6}\right) \left(1 + s + \frac{s^2}{2}\right)}$$

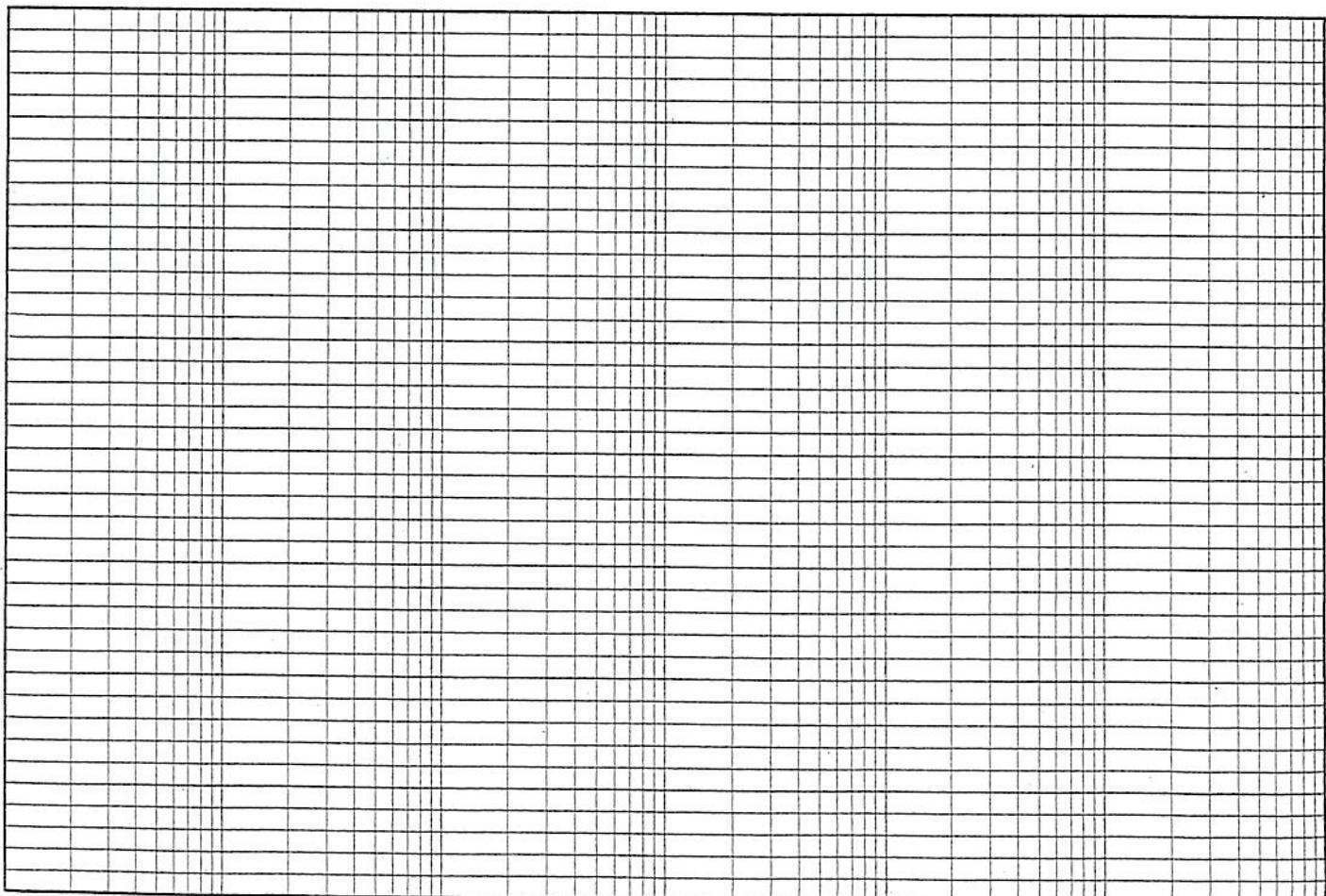
PONIAMO S TALIS CHE
OGNI POLINOMIO È = 1

$$F(iw) = \frac{-20 \left(1 + \frac{iw}{2}\right) \left(1 - \frac{iw}{3}\right)}{iw \left(1 + \frac{iw}{6}\right) \left(1 + iw + \frac{iw^2}{2}\right)}$$

Carta semilogaritmica a 6 decadi

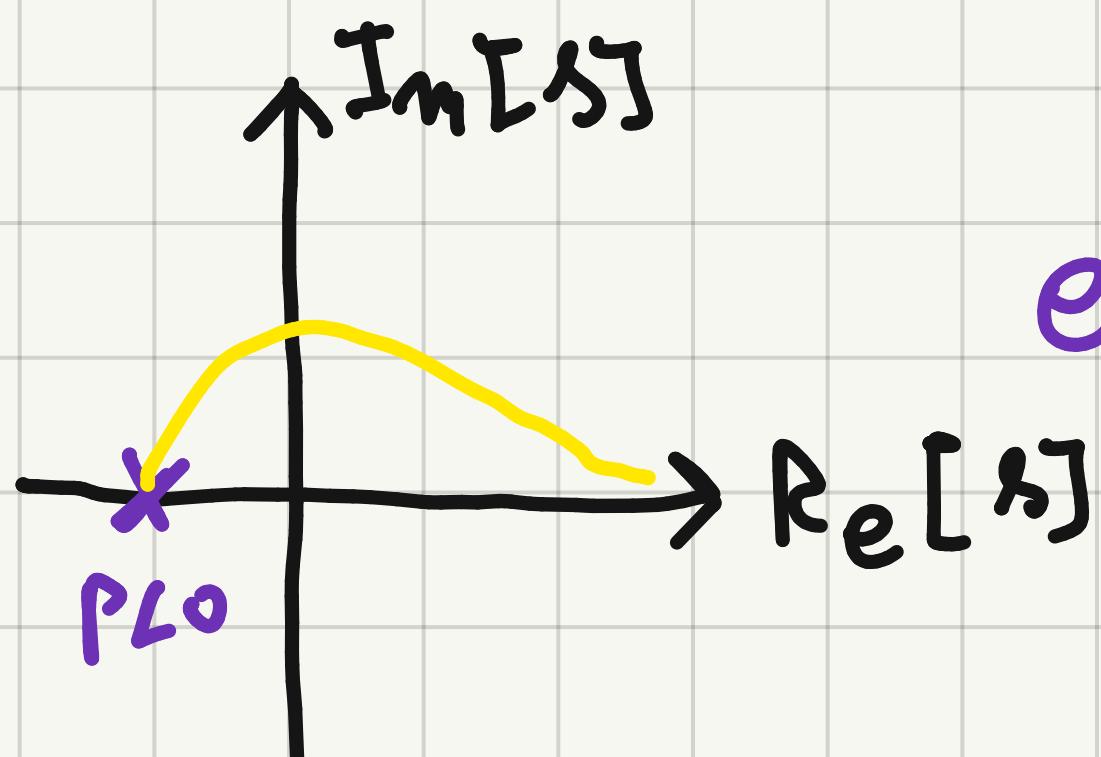


Pulsazione ω



Pulsazione ω

RAPPRESENTAZIONE POLI REACI NEL PIANO DI GAUSS:

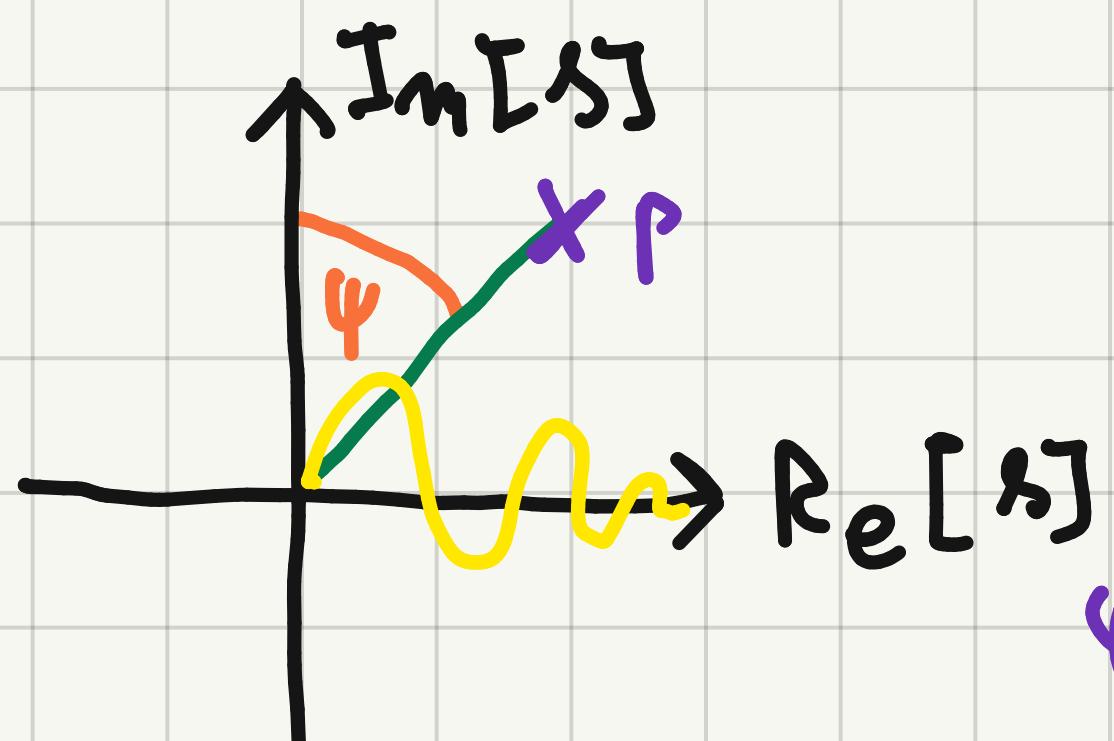


$$e^{PD} = e^{-\gamma s} e^{\lambda s}$$

$\gamma > 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{\gamma} \text{ Re } s$

$\gamma < 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{\gamma} > 0$

RAPPRESENTAZIONE POLI COMPLESSI NEL PIANO DI GAUSS:



$$P = \alpha + i\beta, \quad \omega_n = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

COEFFICIENTE DI SMORZAMENTO

$$\xi = \frac{\zeta}{\gamma \cdot \omega_n}$$

IMMAGINARIO PURO $0 \leq \xi \leq 1$ PURE

$$e^{\alpha t} \cos(\omega_n t) = -\alpha = \omega_n \sin(\varphi) = \omega_n \xi$$

$$= e^{\alpha t}, \quad [(\omega_n \sqrt{1-\xi^2}) t]$$

$$(s-\alpha-i\beta)(s-\alpha+i\beta) = (s-\alpha)^2 + \beta^2 = s^2 - 2\alpha s + \alpha^2 + \beta^2 =$$

$$= s^2 + 2\omega_n \xi s + \omega_n^2 = \omega_n^2 \left(1 + \frac{2s}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2} \right) = \omega_n^2 \left(1 + 2\frac{\xi}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2} \right)$$

AD ESEMPIO:

$$\lambda^2 + 2\lambda + 2 = 2 \left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2} \right)$$

$$1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2} \rightarrow 1 + 2\xi - \frac{\lambda}{\omega_n} + \frac{\lambda^2}{\omega_n^2}$$

$$\omega_n^2 = 2 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{2} \quad \frac{2\xi}{\omega_n} = 1 \Rightarrow \xi = \frac{\omega_n}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\bullet \xi = 0 \rightarrow 1 + \frac{\lambda^2}{\omega_n^2} \rightarrow \lambda = \pm i\omega \quad E I$$

$$\bullet \xi = 1 \rightarrow 1 + 2\frac{\lambda}{\omega_n} + \frac{\lambda^2}{\omega_n^2} \rightarrow \lambda = \left(1 + \frac{\lambda}{\omega_n} \right)^2 \in \mathbb{R}$$

COMPIEMMO IL VECCHIO ESEMPIO CALCOLANDO $|F(iw)|$ [dB]

$$F(iw) = \frac{-20 \left(1 + \frac{iw}{2}\right) \left(1 - \frac{iw}{3}\right)}{iw \left(1 + \frac{iw}{6}\right) \left(1 + iw + \frac{(iw)^2}{2}\right)} =$$

$$\approx 20 \log_{10} \left| \frac{-20 \left(1 + \frac{iw}{2}\right) \left(1 - \frac{iw}{3}\right)}{iw \left(1 + \frac{iw}{6}\right) \left(1 + iw + \frac{(iw)^2}{2}\right)} \right|$$

$$\approx 20 \log_{10} \left| \frac{\left|-20\right| \cdot \left|1 + \frac{iw}{2}\right| \cdot \left|1 - \frac{iw}{3}\right|}{\left|i w\right| \cdot \left|1 + iw\right| \cdot \left|1 + iw + \frac{(iw)^2}{2}\right|} \right| =$$

$$\approx 20 \log_{10} \left[\underbrace{\left|-20\right|}_{-20 \log_{10} |iw|} + 20 \log_{10} \left|1 + \frac{iw}{2}\right| + 20 \log_{10} \left|1 - \frac{iw}{3}\right| \right] - 20 \log_{10} \left|i w\right| - 20 \log_{10} \left|1 + \frac{iw}{6}\right| - 20 \log_{10} \left|1 + iw + \frac{(iw)^2}{2}\right|^2$$

• TERMINE COSTANTE

• TERMINE MONOMIO

$$\boxed{F(iw)} = \frac{-20 \left(1 + \frac{iw}{2}\right) \left(1 - \frac{iw}{3}\right)}{iw \left(1 + \frac{iw}{6}\right) \left(1 + iw + \frac{(iw)^2}{2}\right)} =$$

• TERMINE BINOMIO

$$= \boxed{-20} + \boxed{iw} + \dots - \boxed{iw}$$

VANTAMO I TERMINI ELEMENTARI SOPRA DESCRITTI, E NOI SOMMIAMO

• K_F (GUADAGNO DELLA FUNZIONE $F(s)$) $K_F = \lim_{s \rightarrow 0} s^m \cdot F(s)$

• $1 + i w \epsilon, \epsilon > 0 \quad \epsilon \ll 1$

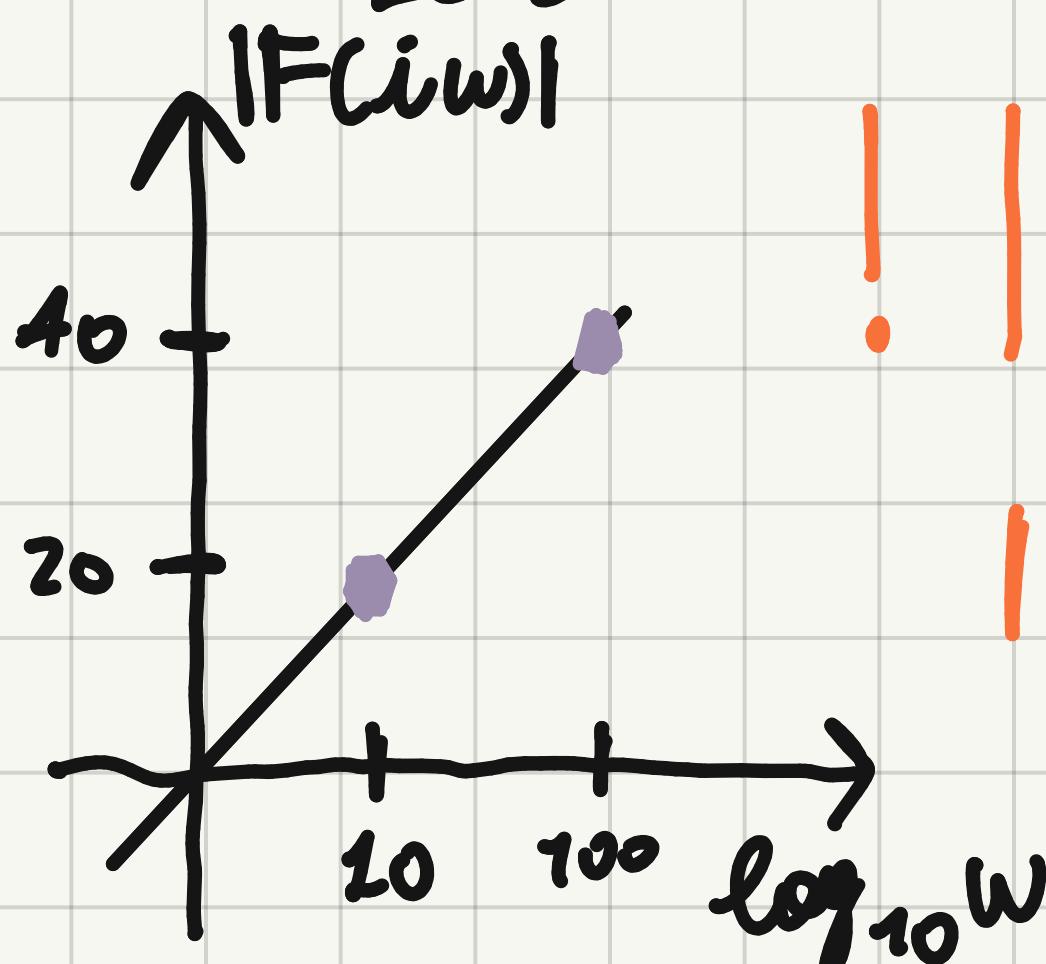
$j\omega$

$$1 + 2j\omega \frac{1}{\omega_n} + \frac{(j\omega)^2}{\omega_n^2} = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) + 2j\omega \frac{1}{\omega_n}$$

NUOVO ESEMPIO:

• $20 \log_{10} (|K_F|)$ $\angle K_F + \angle -20^\circ = \pm 180^\circ$
 $\angle -20^\circ = 0$

• $|j\omega|_{dB} = 20 \log_{10} |j\omega| = 20 \log_{10} \omega$



! $|j\omega| \rightarrow 20 \log_{10} \left(\frac{1}{|j\omega|} \right) = -20 \log_{10} \omega$

$|j\omega|^2 \rightarrow 20 \log_{10} (|j\omega|^2) = 40 \log_{10} \omega$

$\angle j\omega = \frac{10^\circ - 20^\circ}{2}$

$\angle \frac{1}{j\omega} = \angle 1 - \angle j\omega$

ESEMPIO:

$$F(s) = \frac{40}{s^2} \rightarrow F(j\omega) = \frac{40}{(j\omega)^2} \quad 20 \log_{10} (40) \approx 32 \text{ dB}$$

$\angle 40^\circ = 0$

• $1 + j\omega\gamma$ $20 \log_{10} |1 + j\omega\gamma| = 20 \log_{10} \sqrt{1 + \omega^2 \gamma^2}$

(a) $\omega^2 \gamma^2 \ll 1 \rightarrow \omega \ll \frac{1}{|\gamma|}$ PULSAZIONE DI ROTURA DEL TERMINE $\frac{1}{2}$ BINOMIO

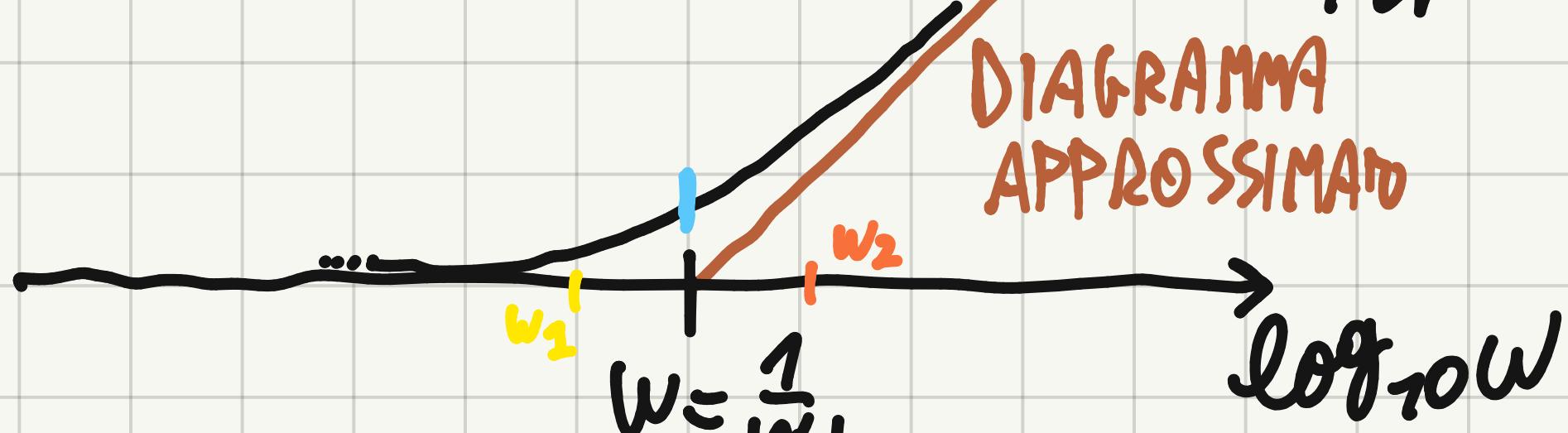
ESEMPIO: $1 - 2j\omega \rightarrow \omega \ll \frac{1}{2}$

$\simeq 20 \log_{10} 1 = 0 \text{ dB}$

$$b) \omega^2 \gamma^2 \gg 1 \rightarrow \omega \gg \frac{1}{\gamma}$$

$$\simeq 20 \log_{10} \sqrt{\omega^2 \gamma^2} = 20 \log_{10} \omega |\gamma| = 20 \log_{10} \frac{\omega}{|\gamma|} =$$

$$= 20 \log_{10} \omega - 20 \log_{10} \frac{1}{|\gamma|}$$



$$W_2 = \frac{2}{1\gamma_1} \quad W_1 = \frac{1}{2\gamma_1}$$

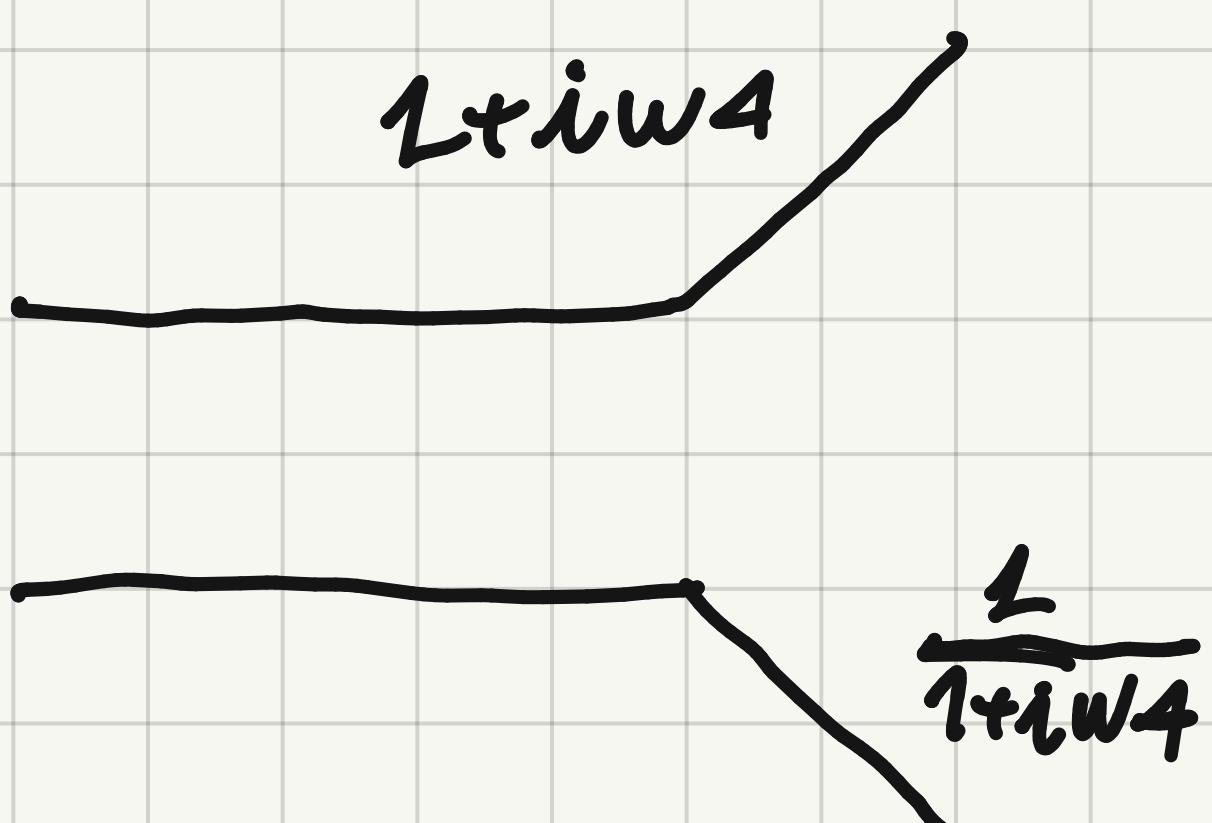
$$\sim 20 \log_{10} \sqrt{1 + \omega^2 \gamma^2} \simeq 20 \log_{10} \sqrt{2} = 3 \text{ dB}$$

$$\bullet 20 \log_{10} \sqrt{1 + \frac{1}{4\gamma^2} \gamma^2} = 20 \log_{10} \sqrt{\frac{5}{4}} \simeq 5 \text{ dB}$$

$$\bullet 20 \log_{10} \sqrt{1 + \frac{4}{|\gamma|^2} \cdot \gamma^2} = 20 \log_{10} \sqrt{5} \simeq$$

DIAGRAMMA : $(1+iw4)^2 \rightarrow 20 \log_{10} |1+iw4|^2 =$

$$= 20 \log_{10} |1+iw4| + 20 \log_{10} |1+iw4|^2$$



E SERVIZIO: SI TRACCI IL DIAGRAMMA DI BODE DELLA

$$-70(\lambda+0,4)$$

$$\text{FUNZIONE } F(\lambda) = \frac{-70(\lambda+0,4)}{\lambda(\lambda+7)(\lambda-1)}$$

$$F(s) = \frac{-70 \cdot 0,4 \left(1 + \frac{s}{0,4}\right)}{s \cdot 7 \left(1 + \frac{s}{7}\right) \cdot (-1) \cdot (1-s)} = \frac{4 \left(1 + \frac{s}{0,4}\right)}{s(1-s)(1+\frac{s}{7})}$$

$$F(iw) = \frac{4 \cdot \left(1 + \frac{iw}{0,4}\right)}{iw(1-iw)(1+\frac{iw}{7})}$$

$$4 \rightarrow 20 \log_{10}(4) = 12 \text{dB}$$

PUNTI DI ROTURA

• $w=0$	-20dB	-90°	-20dB	-90°
• $w=0,4$	+20dB	$+90^\circ$	0	0
• $w=1$	-20dB	$+90^\circ$	-20dB	$+90^\circ$
• $w=7$	-20dB	-90°	-40dB	0

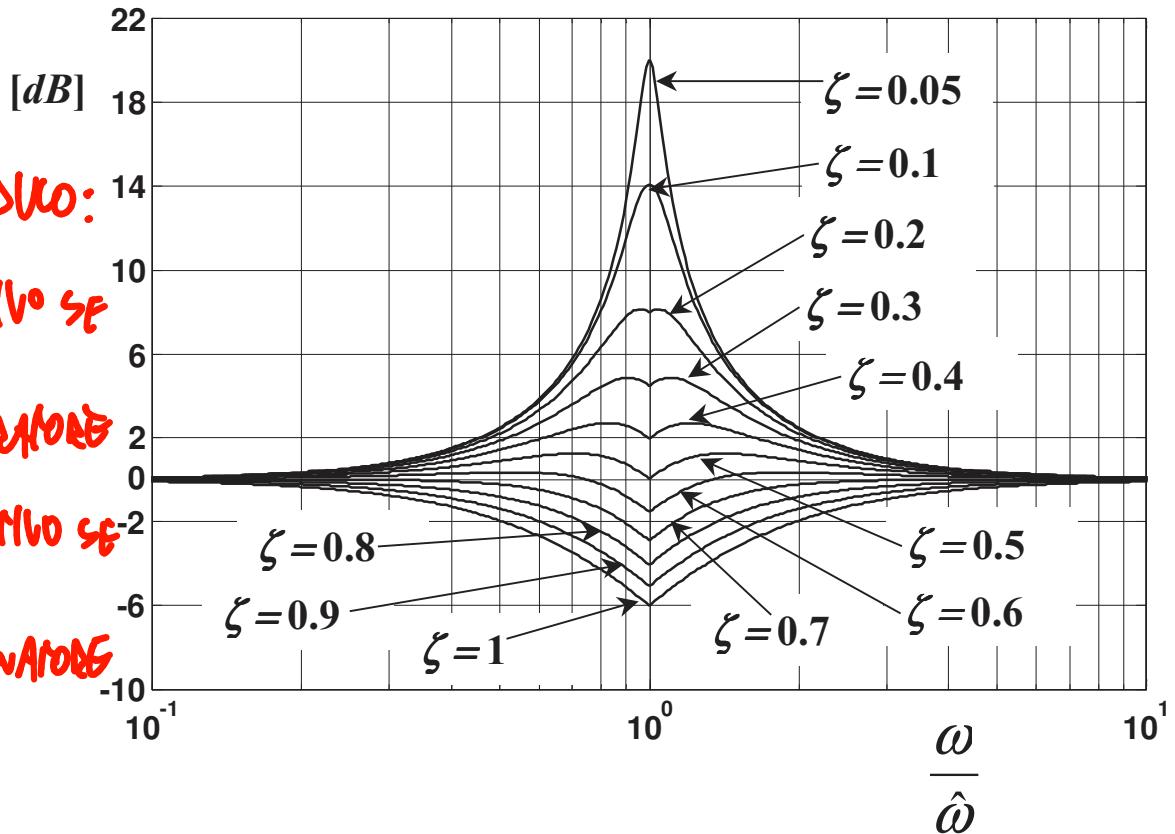
CORREZIONE MODO

w	$1 + \frac{iw}{0,4}$	$1 - iw$	$1 + \frac{iw}{7}$	TOT
0,4	+3dB	-1dB	0	+2dB
1	+1dB	-3dB	0	-2dB
7	0	0	-3dB	-3dB

CORREZIONE FASE

w	iw	$1 + \frac{iw}{0,4}$	$1 - iw$	$1 + \frac{iw}{7}$	TOT
0,4	-90°	$+45^\circ$	$+25^\circ$	0	-30°
1	-90°	$+75^\circ$	$+45^\circ$	-5°	$+25^\circ$
7	-90°	$+90^\circ$	$+80^\circ$	-45°	$+35^\circ$

**SOCO TERMINI BINOMIO \Rightarrow USARE SOLO $\zeta = 1$ E
DIMINUZIARE TUTTI I RISULTATI CALCOLATI!**



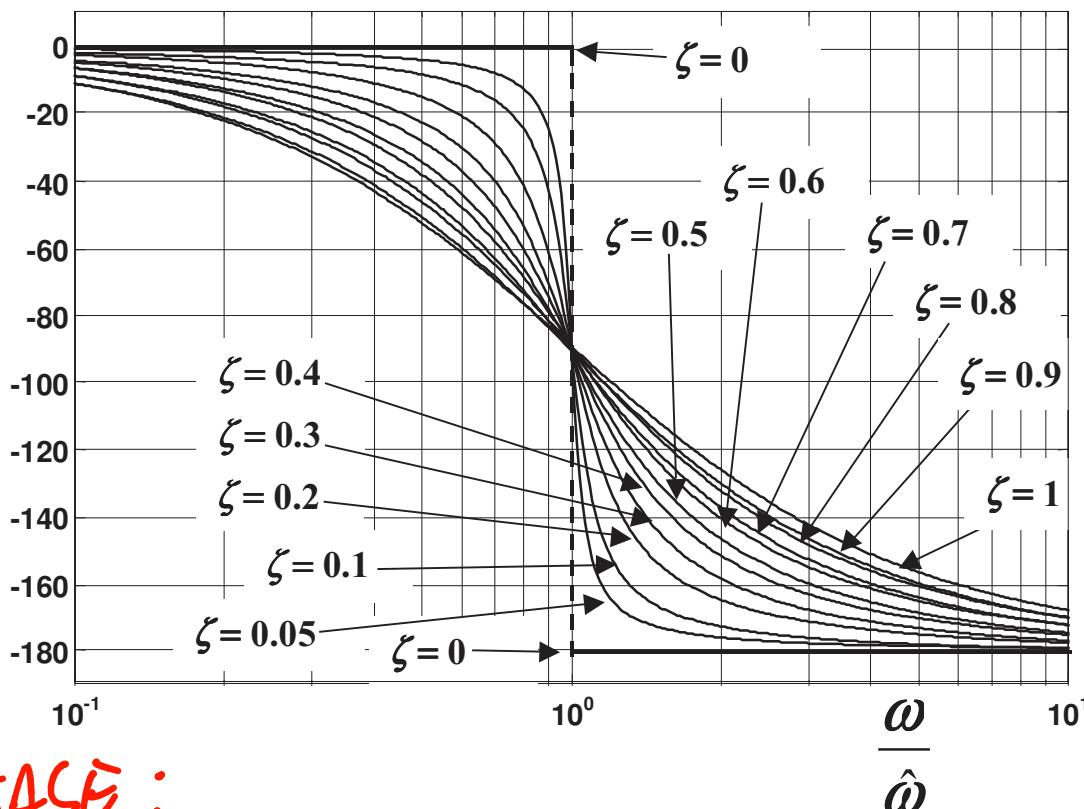
| MODULO:

- POSITIVO SE AL NUMERATORE

AL NUMERATORE

NEGATIVO SE AL DENOMINATORE

AL DENOMINATORE

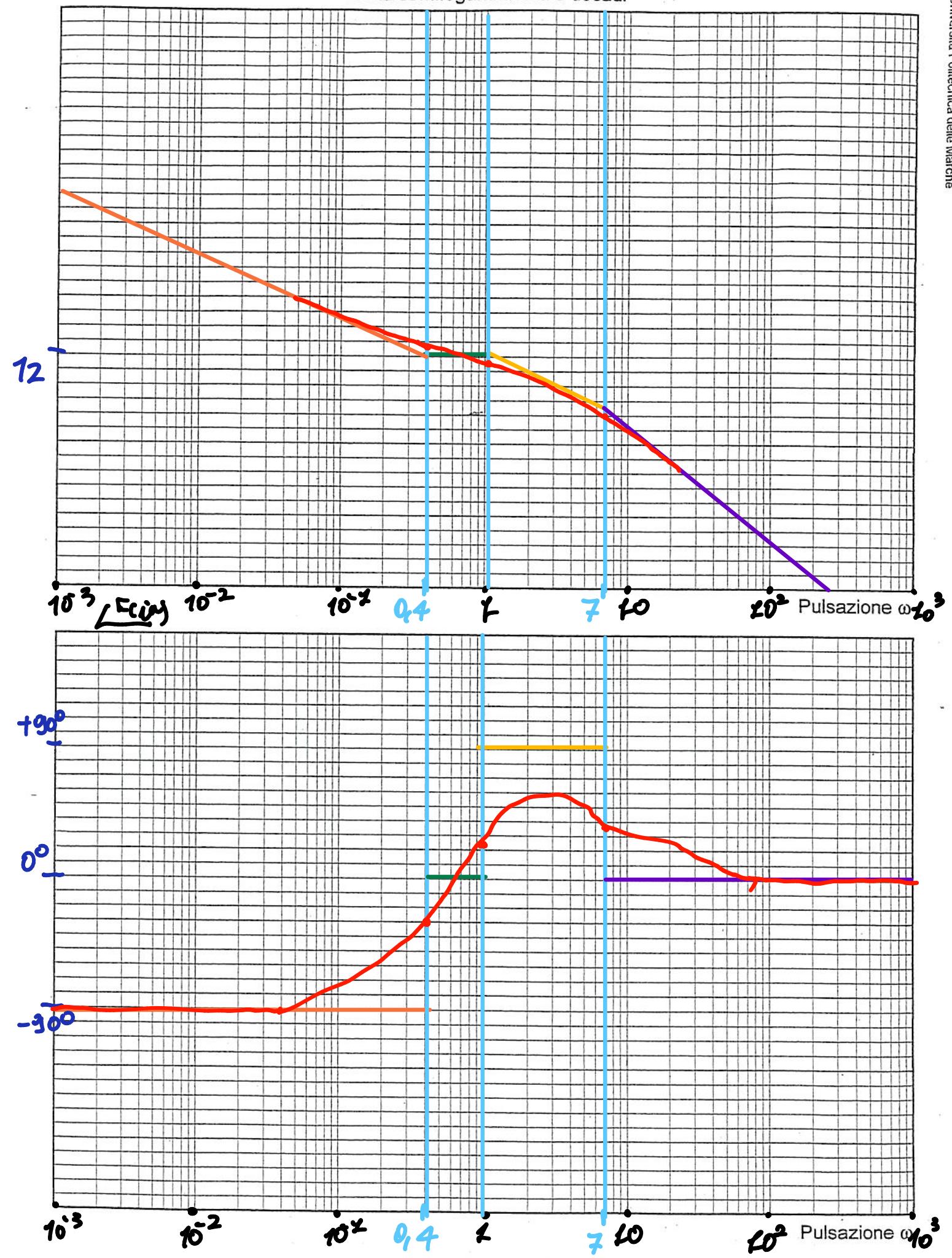


| FASE:

- POSITIVA SE PULSAZIONE > 0 AL NUMERATORE / LO AL DENOMINATORE
- NEGATIVA SE PULSAZIONE LO AL NUMERATORE / > 0 AL DENOMINATORE

$|F(i\omega)|$

Carta semilogaritmica a 6 decadì



E SERVIZIO: SI TRAVERSI IL DIAGRAMMA DI BODE DI

$$F(s) = \frac{-160(s-20)}{s(s^2+24s+1600)}$$

$$F(s) = \frac{-160 \cdot (-20) \left(1 - \frac{s}{20}\right)}{s \cdot 1600 \left(1 + \frac{3}{200}s + \frac{s^2}{1600}\right)} = \frac{2 \left(1 - \frac{s}{20}\right)}{s \left(1 + 0,015s + \frac{s^2}{1600}\right)}$$

$$F(iw) = \frac{2 \left(1 - \frac{iw}{20}\right)}{iw \left[\left(1 - \frac{w^2}{1600}\right) + 0,015iw \right]}$$

$$[K_F]_{dB} = 20 \log_{10} 2 \approx 6 dB$$

$$\omega_1 = 20 (\Rightarrow \gamma_1 < 0)$$

$$\omega_2^2 = 1600 \quad \omega_2 = 40$$

$$\frac{2\zeta}{\omega_2} = 0,015 \Rightarrow \zeta = 0,3$$

TABELLA CORREZIONE MODULO

w	ERRORE $ 1 - \frac{iw}{20} $	ERRORE $ 1 - \frac{w^2}{1600} + 0,015iw $	ERRORE TOTALE
20	1 dB	0 dB	1 dB
20	3 dB	2 dB	5 dB
40	1 dB	4 dB	5 dB
80	≈ 0 dB	2 dB	2 dB

$$\lim_{w \rightarrow 0^+} \angle F(iw) = -90^\circ$$

$$\lim_{w \rightarrow \infty} \angle F(iw) = \lim_{w \rightarrow \infty} \left[-90^\circ - \arctan\left(\frac{w}{20}\right) - \arctan\left(\frac{0,015w}{1 - \frac{w^2}{1600}}\right) \right] =$$

$$-90^\circ - 90^\circ - 180^\circ = -360^\circ$$

TABELLA FASE

w	$\angle \frac{1}{iw}$	$\angle \text{BINOMIO}$	$\angle \text{TRINOMIO}$	$\angle F(iw)$
20	-90°	-28°	-8°	-126°
20	-90°	-45°	-22°	-157°
40	-90°	-65°	-90°	-245°

$|F(i\omega)|$

Carta semilogaritmica a 6 decadì

