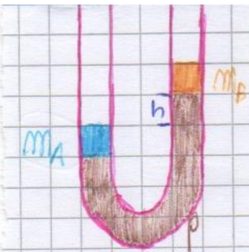
ESAME GENNAIO 2021

ESERCIZIO FILTRO a) A UN DISCO OMOGENEO DI MASSA M E DI RAGGIO R VIENE APPLICATO UN FORO DI DIMENSIONI TRASCURABILE AD UNA DISTANZA X DAL CENTRO DEL MEDESIMO DISCO.

1. QUANTO VALE, IN FUNZIONE DI X, IL MOMENTO D'INERZIA DEL DISCO RISPETTO AL FORO?
2. A CHE DISTANZA BISOGNA APPLICARE IL FORO PER MASSIMIZZARE IL MOMENTO D'INERZIA?
3. A PARITÀ DI ENERGIA CINETICA, DOVE VA APPLICATO IL FORO PER MASSIMIZZARE LA VELOCITÀ ANGOLARE

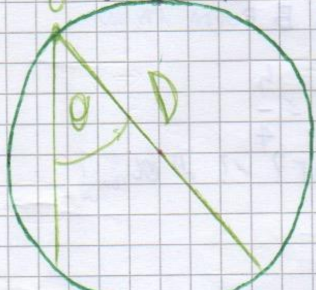
b) ENUNCIARE IL PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA



Problema 1: Un tubo ad U di sezione $S = 100\ cm^2$ aperto alle estremità e disposto verticalmente contiene un liquido di densità $\rho = 0{,}9\ g/cm^3$. Le superfici nelle sezioni A e B sostengono due cilindretti a tenuta di massa m_A e m_B rispettivamente. I due cilindretti possono muoversi senza attrito nel tubo

a) Calcolare la differenza di massa fra il cilindretto A e il cilindretto B data una differenza di altezza $h = 10\ cm$

b) Di quanto si abbassa il livello del liquido nella sezione B se si ripetesse lo stesso esperimento con un altro liquido di densità doppia del liquido precedente (le masse dei cilindretti rimangono invariate, e si usa la stessa quantità di liquido)?



Problema 2: Un cerchio omogeneo sottile di massa $M = 1\ kg$ e di diametro $D = 2{,}5\ m$ può ruotare liberamente nel piano verticale senza attrito attorno ad una cerniera fissa O.

a) Calcolare il momento d'inerzia del cerchio attorno al centro di massa

b) Ricavare l'equazione del moto usando come parametro principale l'angolo θ (angolo fra verticale e punto diametralmente opposto alla cerniera)

c) Ricavare l'espressione del periodo e della pulsazione per piccole oscillazioni

d) Calcolare il modulo e direzione dell'accelerazione del centro di massa del cerchio

---

Esercizio filtro 1a) Teorema degli assi paralleli $I(x) = I_c + Mx^2$

$$I_c = \frac{1}{2}MR^2 \implies I(x) = \frac{1}{2}MR^2 + Mx^2$$

2a) Dalla precedente espressione, $I\ max \iff x = R$

3a)
$$K = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_c\omega^2 = \frac{1}{2}M\left(v^2 + \left(\frac{1}{2}R^2 + x^2\right)\omega^2\right) =$$
$$= \frac{1}{2}M\left(R^2 + \frac{1}{2}R^2 + x^2\right)\omega^2 \implies \omega\ max \iff x = 0$$

b) In un sistema termodinamico, la variazione di energia interna ΔU è data dalla differenza tra il calore scambiato durante la trasformazione e il lavoro del sistema sull'ambiente $\Delta U = Q - W$

PROBLEMA 1 $S = 100\ cm^2$ $\rho = 0{,}9\ g/cm^3$ a) $h = 10\ cm$ $m_A - m_B$?

b) SE $\rho' = 2\rho$, Δh_B?

a) LEGGE DI STEVINO $P_0 = P_H + \rho g h$; $P_0 = \frac{F_\perp}{S} = \frac{mg}{S} \Rightarrow m = \frac{P_0 S}{g}$

$$A)\ P_A = P_H \Rightarrow P_A = \frac{m_A g}{S} \Longrightarrow m_A = \frac{S P_H}{g}$$

$$B)\ P_B = P_H - \rho g h = \frac{m_B g}{S} \Longrightarrow m_B = \frac{S P_H - S\rho g h}{g} = \frac{S(P_H - \rho g h)}{g}$$

$UM_A: \left[\frac{cm^2 \cdot N/cm^2}{m/s^2}\right] = [g]$ ✓ $UM_B: \left[\frac{cm^2(N/cm^2 - g/cm^3 \cdot m/s^2 \cdot m)}{m/s^2}\right] = \left[g \frac{m/s^2}{m/s^2}\right] = [g]$ ✓

$$m_A - m_B = \frac{S}{g}(\cancel{P_H} - \cancel{P_H} + \rho g h) = \frac{S}{\cancel{g}} \cdot \rho \cancel{g} h = S\rho h = 100\ cm^2 \cdot 0{,}9\ g/cm^3 \cdot 10\ cm = 900\ g$$

b) $\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \longrightarrow \frac{h'}{h} = \frac{\rho}{2\rho} \Rightarrow h' = \frac{1}{2}h$. UN ABBASSAMENTO DI B PORTA AD UN INNALZAMENTO DI A $\Rightarrow h = h' = 2\Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{h - h'}{2} = \frac{\frac{h}{2}}{2} = \frac{h}{4}$

PROBLEMA 2 $M = 1\ Kg$ $D = 2{,}5\ m$ a) I_c? b) $\theta(t)$? c) T? ω? d) $a_{c_{m\,com}}$?

a) $I_c = MR^2 = M\left(\frac{D}{2}\right)^2 = 1\ Kg \cdot \left(\frac{2{,}5}{2}\ m\right)^2 = 1{,}6\ Kg \cdot m^2$

+

b) $\vec{M}_0 = \frac{d\vec{L}}{dt}$

$\vec{M} = \vec{R} \times \vec{P} = -MgR\sin\theta\,\hat{k}$

$\vec{L} = I_0 \vec{\omega}$ $I_0 = I_c + MR^2 = 2MR^2$

$\vec{L} = +2MR^2 \omega \hat{k}$ $\frac{dL}{dt} = +2MR^2 \alpha$

$\longrightarrow -MgR\sin\theta = +2MR^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$ $-g\sin\theta = D\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{D}\sin\theta = 0$$

c) PER PICCOLE OSCILLAZIONI $\sin\theta \to \theta \Longrightarrow$ STRUTTURA DEL PENDOLO SEMPLICE

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{D}} \quad ; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\sqrt{D}}{\sqrt{g}}$$

d) $\vec{r}_{c_m} = R(\sin\theta\,\hat{i} - \cos\theta\,\hat{j})$

$\vec{v}_{c_m} = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j})$ STESSA DIREZIONE E VERSO $\Rightarrow \vec{a}_{com}$

$$\vec{a}_{c_m} = \frac{d\vec{v}_{c_m}}{dt} = R\frac{d^2\theta}{dt^2}(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}) - R\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2(\sin\theta\,\hat{i} - \cos\theta\,\hat{j})$$

$$|\vec{a}_{c_{m\,com}}| = \frac{g}{2}\sin\theta$$

UNA PARTICELLA DI MASSA $m=0,1\,Kg$ CHE SI MUOVE LUNGO L'ASSE x DI UN SISTEMA DI RIFERIMENTO CARTESIANO È SOGGETTO AD UNA FORZA POSIZIONALE $F(x)=ax+bx^3$ $(a=-2\,N/m;\ b=3\,N/m^3)$. SE, PARTENDO DA FERMA, SI SPOSTA DA $x_1=1m$ A $x_2=3m$, QUANTO VALE LA SUA VELOCITÀ IN x_2?

$m=0,1\,Kg$ $\quad F(x)=ax+bx^3\ (a=-2\,N/m;\ b=3\,N/m^3)$ $\quad v_1=0;\ x_1=1m \rightarrow x_2=3m;\ v_2?$

TEOREMA DELLE FORZE VIVE: $W_{TOT}=\Delta K$

$$\Delta K=\frac{1}{2}mv_2^2-\cancel{\frac{1}{2}mv_1^2}^{\,0}$$

$$W_{TOT}=W_F=\int_{x_1}^{x_2}\vec{F}\cdot d\vec{x}=\int_{x_1}^{x_2}F\,dx=\int_{x_1}^{x_2}(ax+bx^3)\,dx=\left[\frac{ax^2}{2}+\frac{bx^4}{4}\right]_{x_1}^{x_2}$$

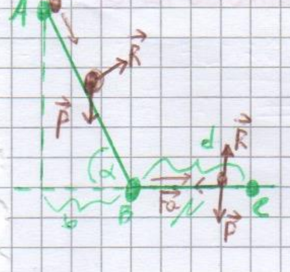
$$=\frac{ax_2^2}{2}+\frac{bx_2^4}{4}-\frac{ax_1^2}{2}-\frac{bx_1^4}{4}=\left(x_2^2-x_1^2\right)\frac{a}{2}+\left(x_2^4-x_1^4\right)\frac{b}{4}$$

$$=-8J+60J=52J$$

$$52J=\frac{1}{2}mv_2^2 \qquad v_2=\sqrt{\frac{104J}{0,1Kg}}=32\sqrt{\frac{Nm}{Kg}}=32\sqrt{\frac{Kg\,m/s^2\cdot m}{Kg}}=32\,m/s$$

UN OGGETTO DI MASSA $m=0,3\,Kg$ SI TROVA SULLA SOMMITÀ DI UN PIANO INCLINATO DI $30°$ RISPETTO ALL'ORIZZONTALE. LA BASE DEL PIANO INCLINATO MISURA $2m$. AD UN CERTO ISTANTE L'OGGETTO COMINCIA A SCIVOLARE FINO AD ARRIVARE IN FONDO AL PIANO INCLINATO DOVE INCONTRA UN PIANO ORIZZONTALE SCABRO ($\mu_d=0,2$). QUALE DISTANZA PERCORRE SUL PIANO ORIZZONTALE PRIMA DI FERMARSI? QUALE DISTANZA PERCORREREBBE SE QUEST'ULTIMO PIANO FOSSE LISCIO (TRASCURARE GLI ALTRI ATTRITI)? QUALE SAREBBE IN QUESTO CASO LA VELOCITÀ?

$m=0,3\,Kg$ $\quad \alpha=30°$ $\quad b=2m$ $\quad \mu_d=0,2$ $\quad d$ SE $\begin{cases}\mu=\mu_d\,? \\ \mu=0\,? \Rightarrow v?\end{cases}$



$AB \rightarrow P, R$ FORZE CONSERVATIVE $\Rightarrow E_A=E_B$ $\quad mgh_A+\cancel{\frac{1}{2}mv_A^2}^{=0}=\cancel{mgh_B}^{=0}+\frac{1}{2}m\ldots$

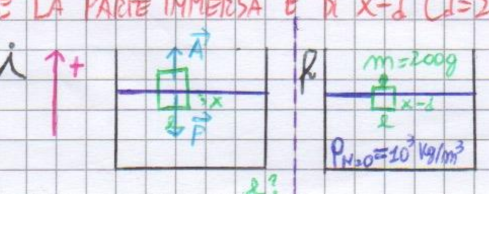
$BC \rightarrow F_a$ NON CONSERVATIVA $\Rightarrow E_B=E_C+W_{F_a}=E_C-\mu mgd$

$\cancel{m}gh=-\mu\cancel{m}gd \qquad h=b\,(\cot\alpha)=-b\cot\alpha$

$b\cot\alpha=\mu d \Rightarrow d=\dfrac{b\cot\alpha}{\mu}=\begin{cases}17m \\ \infty \Rightarrow \text{NON SI FERMA MAI}\end{cases}$

E $\quad v=v_B=\sqrt{2gb\cot\alpha}=8,2\,m/s$

UN CUBETTO DI LEGNO GALLEGGIA IN ACQUA ($\rho_{H_2O}=10^3\,Kg/m^3$) CON UNA PORZIONE x IMMERSA. SULLA SUA SUPERFICIE SI APPOGGIA UN OGGETTO DI MASSA $m=200g$. IL CUBO AFFONDA ULTERIORMENTE E LA PARTE IMMERSA È DI $x+d$ ($d=2cm$). TROVARE IL LATO DEL CUBO

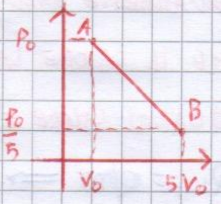


$\Sigma\vec{F}=0$

$$\begin{cases} i: & -m_c g+V_s\rho_{H_2O}\,g=0 \rightarrow \rho_c l^3=\rho_{H_2O}\,l^2x \\ f: & (-mg-m_c g)+V_s\rho_{H_2O}\,g=0 \rightarrow m+\rho_c l^3=\rho_{H_2O}\,l^2(x+d) \end{cases}$$

$$m+\cancel{\rho_{H_2O}l^2x}=\cancel{\rho_{H_2O}l^2x}-\rho_{H_2O}\,l^2d \qquad l=\sqrt{\frac{m}{|-\rho_{H_2O}d|}}=\sqrt{\frac{0,2\,Kg}{10^3\cdot 2\cdot 10^{-2}\,Kg/m^2}}=0,1m$$

DUE MOLI DI GAS PERFETTO BIATOMICO COMPIONO LA TRASFORMAZIONE RAPPRESENTATA DAL SEGMENTO DI RETTA AB INDICATA IN FIGURA. SAPENDO CHE $P_0 = 5 \cdot 10^5\ Pa$ E $V_0 = 10L$, DETERMINARE:



a) LE TEMPERATURE T_A E T_B

b) LA TEMPERATURA MASSIMA RAGGIUNTA DAL GAS DURANTE LA TRASFORMAZIONE AB

c) LA QUANTITÀ DI CALORE SCAMBIATA DAL GAS DURANTE LA TRASFORMAZIONE AB

$n = 2\ mol \quad P_0 = 5 \cdot 10^5\ Pa \quad V_0 = 10\ L \quad$ a) T_A? T_B? b) T_{MAX}? c) Q_{AB}?

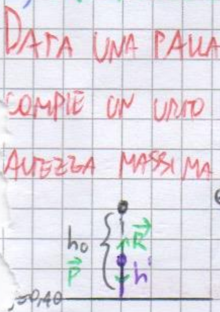
a) LEGGE DEI GAS PERFETTI $PV = nRT \rightarrow T = \frac{PV}{nR}$ UM: $\left[\frac{Pa \cdot m^3}{mol \cdot \frac{J}{mol\,°K}}\right] = \left[\frac{°K \cdot \frac{N}{m^2} \cdot m^3}{N \cdot m}\right] = [°K]$ ✓

$T_A = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}314}\ °K = 300°K \quad T_B = \frac{10^5 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}314}\ °K = 300°K \Longrightarrow T_A = T_B$

b) TRASFORMAZIONE ISOTERMA $\Longrightarrow T_A = T_B = T_{MAX} = 300°K$

c) $Q = nRT \ln\frac{V_B}{V_A} = 2\,mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol\,°K} \cdot 300°K \cdot \ln\frac{5V_A}{V_A} = 8100\ J$

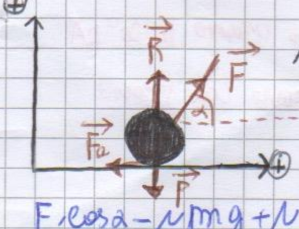
DATA UNA PALLA DI GOMMA INIZIALMENTE A QUOTA h_0, LA SI LASCIA CADERE E, CON IL SUOLO, COMPIE UN URTO PARZIALMENTE ANELASTICO ($e^2 = 0{,}40$). DETERMINARE, DOPO IL PRIMO RIMBALZO, L'ALTEZZA MASSIMA h'



SOLO FORZE CONSERVATIVE $\Longrightarrow \Delta K = -\Delta U \qquad e^2 = \frac{\Delta K_{TORP}}{\Delta K_{TORL}} = \frac{+\Delta U_{TORP}}{+\Delta U_{TORL}}$

$0{,}40 = \frac{\cancel{m}\cancel{g}h'}{\cancel{m}\cancel{g}h_0} \Longrightarrow h' = 0{,}40\,h_0$

LUNGO UN PIANO ORIZZONTALE SCABRO ($\mu = 0{,}4$) UN OGGETTO DI MASSA $m = 85\ Kg$ È SOTTOPOSTO AD UNA FORZA F INCLINATA DI 10° RISPETTO ALL'ORIZZONTALE. DETERMINARE IL MODULO F NEL CASO IN CUI LA VELOCITÀ È COSTANTE E NEL CASO IN CUI $\vec{a} = a\hat{\imath}$ ($|\vec{a}| = 1{,}8\ m/s^2$)



$\mu = 0{,}4 \quad m = 85\ kg \quad \alpha = 10° \quad a = \begin{cases} 0 \\ 1{,}8\ m/s^2\ \hat{\imath} \end{cases} \Rightarrow F = \begin{matrix} ? \\ ? \end{matrix}$

$\begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = m\vec{a} \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} F\cos\alpha - F_a = ma \\ R + F\sin\alpha - P = 0 \end{cases} \quad F_a = \mu R = \mu P - \mu F\sin\alpha$

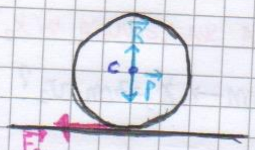
$F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = ma \qquad F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = m(a + \mu g)$

$F = \frac{m(a + \mu g)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$

- $a = 0 \longrightarrow F = \frac{85\,Kg \cdot 0{,}4 \cdot 9{,}81\,m/s^2}{\cos 10 + 0{,}4 \cdot \sin 10} = 316\,N$

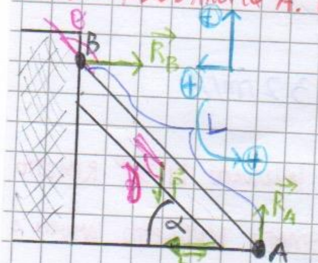
- $a = 1{,}8\,m/s^2 \longrightarrow F = \frac{85\,kg \cdot (1{,}8\,m/s^2 + 0{,}4 \cdot 9{,}81\,m/s^2)}{\cos 10 + 0{,}4 \cdot \sin 10} = 461\,N$

UNA SFERA PERFETTA DI MASSA M E RAGGIO R VIENE LANCIATA TANGENZIALMENTE AL PIANO. QUANTO VARRÀ LA VELOCITÀ NEL CENTRO DI MASSA QUANDO SI AVRÀ UN MOTO DI ROTOLAMENTO PURO?



$$\Delta \vec{L}_c = 0$$
$$\vec{L}_i = \vec{L}_f$$
$$\vec{R} \times M \vec{v}_i = I_c \vec{\omega} + \vec{R} \times M \vec{v}_f$$
$$R \cancel{M} v_i \hat{k} = \frac{2}{5} \cancel{M} R^{\cancel{2}} \frac{v_f}{\cancel{R}} \hat{k} + R \cancel{M} v_f \hat{k} \Longrightarrow v_f = \frac{5}{7} v_i$$

UNA TRAVE OMOGENEA È APPOGGIATA AD UN MURO NELL'ESTREMITÀ B E AD UN PAVIMENTO ORIZZONTALE SCABRO NELL'ESTREMO A. DETERMINARE L'ANGOLO MASSIMO AFFINCHÈ PERMANGANO LE CONDIZIONI STATICHE



$$\begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = 0 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \\ \Sigma \vec{M}_A = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -R_B + F_a = 0 \\ R_A - P = 0 \\ \frac{\vec{L}}{2} \times \vec{P} + \vec{L} \times \vec{R}_B = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \mu R_A = R_B \\ R_A = P \\ \frac{\cancel{L}}{2} \cancel{Mg} \sin\gamma \hat{k} - \cancel{LMg}\mu \sin\theta \hat{k} = 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}\sin\gamma - \mu \sin\theta = 0 \qquad \gamma = \alpha \qquad \theta = \pi/2 + \alpha \qquad \frac{1}{2}\sin\alpha - \mu \cos\alpha = 0$$

$$\frac{1}{2}\tan\alpha = \mu \qquad \alpha \leq \arctan 2\mu$$

APPROSSIMANDO LA LUNA E LA TERRA COME DUE SFERE OMOGENEE, DETERMINARE IL RAPPORTO TRA L'ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ SULLA TERRA E QUELLA SULLA LUNA SAPENDO CHE IL RAPPORTO TRA IL RAGGIO DELLA LUNA E QUELLO DELLA TERRA È 1/4 E CHE IL RAPPORTO TRA LA DENSITÀ DELLA LUNA E QUELLA DELLA TERRA È 0,6

$$\frac{R_L}{R_T} = \frac{1}{4} \qquad \frac{d_L}{d_T} = 0{,}6 \qquad \frac{g_T}{g_L}\ ?$$

$\vec{F}_G = \vec{P}$ PER OGNI PIANETA

$$G\frac{M\cancel{m}}{R^2} = \cancel{m}g \qquad \text{TERRA } g_T = \frac{GM_T}{16R_L^2} \qquad \text{LUNA } g_L = \frac{GM_L}{R_L^2} \Bigg] \rightarrow \frac{g_T}{g_L} = \frac{\cancel{G}M_T}{16\cancel{R_L^2}} \cdot \frac{\cancel{R_L^2}}{\cancel{G}M_L} = \frac{1}{16}\frac{M_T}{M_L}$$

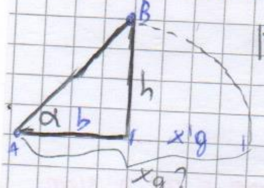
$$d = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \qquad \frac{d_L}{d_T} = \frac{M_L}{\cancel{\frac{4}{3}\pi R_L^3}} \cdot \frac{\cancel{\frac{4}{3}\pi} \cdot 64 R_L^3}{M_T} = 0{,}6 \rightarrow \frac{M_L}{M_T} \cdot 64 = 0{,}6$$

$$\frac{M_T}{M_L} = \frac{64}{0{,}6} \Rightarrow \frac{g_T}{g_L} = \frac{1}{\cancel{16}} \cdot \frac{\cancel{64}^{\,4}}{0{,}6} = 6{,}7$$

SI PRENDA UNA CERTA MISCELA DI 40 g DI ACQUA E GHIACCIO IN EQUILIBRIO TERMICO. LA TEMPERATURA DELL'AMBIENTE ESTERNO È DI 20°C E, DOPO 30 MINUTI, SI FONDONO 25 g DI GHIACCIO. SAPENDO CHE IL CALORE LATENTE DI FUSIONE DEL GHIACCIO È DI 80 cal/g, DETERMINARE QUANTO CALORE È SCAMBIATO CON L'AMBIENTE

$Q_{LAT} = Q/m \Longrightarrow Q = Q_{LAT} \cdot m = 80\,cal/g \cdot 25\,g = 2000$

UN OGGETTO PUNTIFORME VIENE LANCIATO LUNGO UN PIANO INCLINATO LISCIO VERSO LA CIMA, CON VELOCITÀ PARALLELA AL PIANO, DI MODULO 1 m/s. IL PIANO È INCLINATO DI 30° ED È ALTO 3 cm. DETERMINARE A CHE DISTANZA DAL PUNTO DI PARTENZA, LUNGO L'ORIZZONTALE, CADE L'OGGETTO



$|\vec{v}_0| = 1\,m/s \quad \alpha = 30° \quad h = 3\,cm \quad x_g\,?$

$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgh \Rightarrow v_A =$

$r(t) = \begin{cases} x: v_B t \cos\alpha \\ y: h + v_B t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

$t > 0$

$y(t_c) = 0 \Longrightarrow x(t_c) = ?$

$h + \frac{1}{2} v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$

$g t^2 - v_B t - 2h = 0$

$t = \frac{v_B \pm \sqrt{v_B^2 + 8gh}}{2g} = \begin{cases} 0{,}12\,s \longrightarrow x'_g = x(0{,}12\,s) = 0{,}02\,m \\ \cancel{-0{,}04\,s} \end{cases}$

$x_g = b + x'_g = 0{,}12\,m$

UN PENDOLO SEMPLICE DI LUNGHEZZA L=0,5m COMPIE DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI IN UN ASCENSORE CHE SI MUOVE VERSO L'ALTO CON ACCELERAZIONE COSTANTE DI MODULO 5,2 m/s². DETERMINARE IL PERIODO

$L = 0{,}5\,m \quad a = 5{,}2\,m/s^2 \quad T\,?$

$\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a} \Longrightarrow g' = g + a$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi : \sqrt{\frac{g+a}{L}} = 1{,}1\,s$

UN OGGETTO PUNTIFORME DI MASSA 0,3 kg VIENE TRASCINATO LUNGO UN PIANO INCLINATO DI 20° DA UNA FORZA F COSTANTE PARALLELA AL PIANO DI MODULO 4,8 N. L'OGGETTO SI MUOVE CON VELOCITÀ COSTANTE PER UN TRATTO d=3m. DETERMINARE:

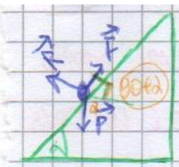
a) IL LAVORO COMPIUTO DA F

b) IL LAVORO COMPIUTO DALLE ALTRE FORZE AGENTI SULL'OGGETTO

c) IL COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO, SE PRESENTE, TRA PIANO E OGGETTO

$m = 0{,}3\,kg \quad \alpha = 20° \quad F = 4{,}8\,N \quad d = 3\,m \quad$ a) W_F? b) W_{ALTRI}? c) μ_d?

a) $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F d \cos 0 = 14{,}4\,J$



b) $W_R = 0$; $W_P = \vec{P} \times \vec{d} = mgd\cos(90+20) = -3J$

$W_{TOT} = 0 \Rightarrow \exists W_{Fa} \mid W_{Fa} = -W_F - W_R - W_P = -11{,}7J$

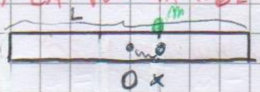
c) $W_{Fa} = \vec{F_a} \cdot \vec{d} = -\mu R d = -\mu d(mg\cos 20)$ $\quad \mu = \dfrac{W_{Fa}}{-dmg\cos 20} = 1{,}4$

UN'ASTA DI LUNGHEZZA $L=2m$ E MASSA $M=5Kg$ È FERMA SU UN PIANO ORIZZONTALE LISCIO. UNA PALLINA DI MASSA $m=0{,}1Kg$ E VELOCITÀ $v=10\,m/s$ DIRETTA ORTOGONALMENTE ALL'ASTA, LA COLPISCE A DISTANZA $X=0{,}4m$ DAL CENTRO O E VI RESTA CONFICCATA. DETERMINARE:

a) LA VELOCITÀ DEL CENTRO DI MASSA

b) LA VELOCITÀ ANGOLARE DEL SISTEMA DOPO L'URTO

c) LA VELOCITÀ DEL CENTRO DELL'ASTA IMMEDIATAMENTE DOPO L'URTO



$L=2m \quad M=5Kg \quad V_0=0 \quad m=0{,}1\,Kg \quad v=10m/s$

$X=0{,}4m \quad v_c? \quad \omega? \quad v_{O_f}?$

a) $v_c = \dfrac{\cancelto{=0}{MV_0} + mv}{M+m} = \dfrac{0{,}1}{5{,}1} \cdot 10\,m/s = 0{,}20\,m/s$

b) $\Delta \vec{L_0} = 0 \rightarrow \vec{L_i} = \vec{L_f}$ $\quad \overrightarrow{(\quad x)} \times m\vec{v} = I_0 \vec{\omega}$

$-(\quad x)\,mv = \dfrac{-1}{12}(M+m)L^2\omega + x^2 m\omega$

UM: $\left[\dfrac{\cancel{m} \cdot \cancel{Kg} \cdot m/s}{\cancel{Kg} \cdot m^{\cancel{2}}}\right] = [s^{-1}]$ ✓

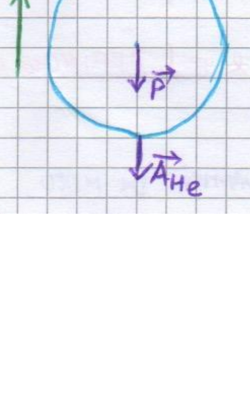
$\dfrac{\quad 2x}{\cancel{2}}\,mv = \left(\dfrac{1}{\cancel{12}_6}(M\quad)L^2 \cancel{-2x^2m}\right)\omega \Rightarrow \omega = \dfrac{6(\quad 2x)mv}{(M\quad)L^2 - 2x^2m} = 0,$

c) $X_c = \dfrac{m}{m+M} X = 0{,}07m \quad \Delta Q = 0$

$v_{CM} = \omega X_{CM} = 0{,}15\,m/s$

DETERMINARE IL RAGGIO CHE DEVE POSSEDERE UN PALLONE AEROSTATICO SFERICO RIEMPITO DI ELIO RIUSCIRE A SOLLEVARE UN CARICO DI $1200Kg$ $(\rho_{He} = 0{,}18\,Kg/m^3 ; \rho_{ARIA} = 1{,}29\,Kg/m^3)$

$m = 1200\,Kg \quad \rho_{He} = 0{,}18\,Kg/m^3 \quad \rho_{ARIA} = 1{,}29\,Kg/m^3 \quad R?$



UM: $\left[\sqrt[3]{\dfrac{\cancel{Kg}}{\cancel{Kg}/m^3}}\right] = [\sqrt[3]{m^3}] = [m$

$|A_{ARIA}| \geq |P + A_{He}|$

$\rho_{ARIA} V g \geq m g + \rho_{He} V g \qquad (\rho_{ARIA} - \rho_{He}) \dfrac{4}{3}\pi R^3 \geq m$

$R \geq \sqrt[3]{\dfrac{3m}{(\rho_{ARIA} - \rho_{He})\,4\pi}} \qquad R > 6{,}4m$

NEL MODELLO DI BOHR DELL'ATOMO DI IDROGENO L'ELETTRONE COMPIE ORBITE CIRCOLARI INTORNO AL NUCLEO. SE IL RAGGIO DELL'ORBITA È $r = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m E L'ELETTRONE COMPIE $6,6 \cdot 10^{15}$ GIRI/S DETERMINARE:

a) L'ACCELERAZIONE DELL'ELETTRONE IN MODULO, DIREZIONE E VERSO

b) IL MODULO DELLA FORZA AGENTE SULL'ELETTRONE ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg)

$r = 5,3 \cdot 10^{-11}\,m \quad f = 6,6 \cdot 10^{15}\,Hz \quad \vec{a}_e \quad |F|? \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\,kg$

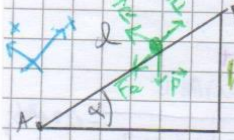
ESSENDO ORBITE CIRCOLARI, L'ACCELERAZIONE È LA CENTRIPETA E $a_c = \frac{v^2}{R}$

$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \quad \vec{a}_e = (2\pi f)^2 \vec{r} \quad$ E $\quad |a_e| = 9 \cdot 10^{22}\,m/s^2$

$F = m_e a_c = 8,2 \cdot 10^{-8}\,N$

UN CORPO DI MASSA $m = 10$ kg VIENE TRASCINATO SU UN PIANO SCABRO INCLINATO DI 30° RISPETTO ALL'ORIZZONTALE E LUNGO $l = 2$ m, CON UN'ACCELERAZIONE DI 2 m/s², DA UNA FORZA DI MODULO F=110N PARALLELA AL PIANO. DETERMINARE IL COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO TRA CORPO E PIANO E L'ENERGIA CINETICA DEL BLOCCO QUANDO ARRIVA IN CIMA AL PIANO SAPENDO CHE PARTE DA FERMO

$m = 10\,kg \quad \alpha = 30° \quad l = 2m \quad a = 2m/s^2 \quad F = 110N \quad \mu_d? \quad K_B?$



$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \begin{cases} F - F_a - P\sin\alpha = ma \\ R - P\cos\alpha = 0 \end{cases} \quad F_a = \mu R = \mu_d P\cos\alpha$

$F - \mu_d P\cos\alpha - P\sin\alpha = ma \quad \mu_d = \frac{F - mg\sin\alpha - ma}{mg\cos\alpha} = 0,48$

TEOREMA DELLE FORZE VIVE $\rightarrow W_{tot} = \Delta K$

$\Delta K = K_B - K_A = K_B \Rightarrow K_B = W_{tot}$

$K_B = W_F + W_{Fa} + W_P + \overset{=0}{\cancel{W_R}} = \vec{F} \cdot \vec{l} + \vec{F_a} \cdot \vec{l} - mgh = Fl - F_a l - mg\,l\sin 10 = 37\,J$

UN'ASTA RIGIDA OMOGENEA DI LUNGHEZZA l E MASSA M È APPOGGIATA SU UN PIANO ORIZZONTALE LISCIO ED È LIBERA DI MUOVERSI SU TALE PIANO. AD UN CERTO ISTANTE UNA PALLA DI MASSA m URTA ELASTICAMENTE L'ASTA A DISTANZA d DAL SUO CENTRO CON VELOCITÀ V

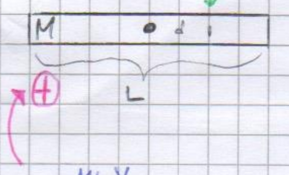
a) QUALI GRANDEZZE SI CONSERVANO NELL'URTO?

b) QUALE DEVE ESSERE L'ESPRESSIONE DI m IN FUNZIONE SOLO DI M, l E d AFFINCHÉ LA PALLA SI FERMI IMMEDIATAMENTE DOPO L'URTO?

a) SI CONSERVA IL MOMENTO ANGOLARE E, ESSENDO LA NAVE PRIVA DI VINCOLI, LA QUANTITÀ DI MOTO,

INOLTRE, ESSENDO UN URTO ELASTICO, SI CONSERVA L'ENERGIA CINETICA

b)

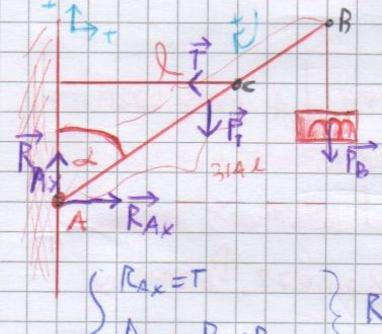


$$\begin{cases} \Delta\vec{L}_o = 0 & \vec{d} \times m\vec{v} = I_0 \vec{\omega} & +dmv\hat{k} = \frac{1}{12} ML^{\cancel{2}} \frac{V}{\cancel{L}} \hat{k} \\ \Delta\vec{Q} = 0 & mv = MV & m = \frac{V}{v} M \\ \Delta K = 0 & \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} I_0 \omega^2 & mv^2 = \frac{1}{12} M\cancel{L^2} \cdot \frac{V^2}{\cancel{L^2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v = \frac{MLV}{12md} \\ \frac{V}{v} M = m \\ \cancel{m} \frac{M^2L^2V^2}{\cancel{12}\,144\, m^{\cancel{2}} d^2} = \frac{1}{\cancel{12}} M\cancel{V^2} \end{cases} \Longrightarrow m = \frac{ML^2}{12d^2}$$

UM: $\left[\frac{Kg \cdot \cancel{m^2}}{\cancel{m^2}} \right] = [Kg]$ ✓

UNA TRAVE OMOGENEA DI LUNGHEZZA $l = 1{,}5$ m E MASSA $M = 10$ Kg È INCERNIERATA AD UNA PARETE VERTICALE NEL PUNTO A ED È TENUTA IN POSIZIONE DI EQUILIBRIO TRAMITE UN CAVO INESTENSIBILE E DI MASSA TRASCURABILE COME IN FIGURA. IL CAVO È FISSATO A $\frac{3}{4} l$ DAL PUNTO A. L'ANGOLO FORMATO DALLA TRAVE CON LA PARETE È DI 20°. IN CORRISPONDENZA DELL'ESTREMO LIBERO DELLA TRAVE È APPESO UN BLOCCO DI MASSA $m = 5$ Kg. IL FILO CHE COLLEGA IL BLOCCO ALLA TRAVE È INESTENSIBILE E DI MASSA TRASCURABILE. DETERMINA LA TENSIONE DEL CAVO E LA REAZIONE VINCOLARE NEL PUNTO A IN MODULO, DIREZIONE E VERSO



$l = 1{,}5$ m $M = 10$ Kg $\alpha = 20°$ $m = 5$ Kg T? R_A?

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \\ \sum \vec{M}_A = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R_{Ax} - T = 0 \\ R_{Ay} - P_T - P_B = 0 \\ \frac{\vec{L}}{2} \times \vec{P}_T + \frac{3}{4} \vec{L} \times \vec{T} + \vec{L} \times \vec{P}_B = 0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} R_{Ax} = T \\ R_{Ay} = P_T + P_B \end{cases}\right\} R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} \longrightarrow \vec{R}_A = \begin{cases} T\hat{\imath} \\ (P_T + P_B)\hat{\jmath} \end{cases}$$

$$-\frac{\cancel{L}}{2} Mg \underbrace{\hat{k}}_{\sin\alpha} + \frac{3}{4} \cancel{L} T \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cancel{L} mg \sin\alpha = 0$$

$$2Mg\sin\alpha - 3T\cos\alpha + 4mg\sin\alpha = 0 \qquad T = \frac{2Mg\sin\alpha + 4mg\sin\alpha}{3\cos\alpha} = 47{,}6\,N$$

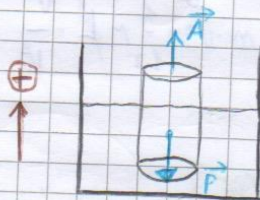
$$|\vec{R}_A| = \sqrt{T^2 + (P_T + P_B)^2} = 154\,N$$

UN CILINDRO DI RAGGIO $r = 1$ cm E ALTEZZA $l = 5$ cm COSTITUITO DA UN MATERIALE DI DENSITÀ ρ VIENE IMMERSO IN UN RECIPIENTE CONTENENTE ACQUA. SE ALL'EQUILIBRIO LA LINEA DI GALLEGGIAMENTO DEL CILINDRO SI TROVA 1,5 mm SOTTO LA BASE SUPERIORE, DETERMINARE ρ. AD UN CERTO ISTANTE IL CILINDRO VIENE ESTRATTO E SULLA PARETE LATERALE DEL RECIPIENTE, AD UNA QUOTA $h = 10$ cm RISPETTO ALL'INTERFACCIA ACQUA-ARIA, VIENE

PRATICATO UN PICCOLO FORO E L'ACQUA COMINCIA AD USCIRE. DIMOSTRARE CHE IL MODULO DELLA VELOCITÀ DI USCITA È $v = \sqrt{2gh}$

$r = 1\,cm \quad d = 5\,cm \quad \rho$ a) $a = 1{,}5\,cm \Rightarrow \rho?$

b) $h = 10\,cm \quad v = \sqrt{2gh}?$



a)

$\Sigma F = 0 \Longrightarrow -P + A = 0 \qquad m\cancel{g} = \rho_{H_2O}\cancel{g}(d-a)r^2\pi$

$\rho\,\cancel{\pi r^2}\,d = \rho_{H_2O}\cancel{\pi r^2}(d-a)$

$\rho = \frac{d-a}{d}\rho_{H_2O} = 700\,kg/m^3$

b)

EQUAZIONE DI BERNOULLI $\cancel{P_{ATM}} + \underbrace{\cancel{\rho g h_i}}_{=0} + \underbrace{\cancel{\frac{1}{2}\rho v_i^2}}_{=0} = \cancel{P_{ATM}} + \cancel{\rho} gh + \frac{1}{2}\cancel{\rho} v^2$

$|v| = \sqrt{2gh}$

UN OGGETTO VIENE LANCIATO CON UNA VELOCITÀ INIZIALE $v_0 = 3\hat{i} + 2\hat{j}$, CON LE COMPONENTI ESPRESSE IN m/s. TRASCURANDO LA RESISTENZA DELL'ARIA, DETERMINARE LA VELOCITÀ E L'ACCELERAZIONE DELL'OGGETTO NEL PUNTO PIÙ ALTO DELLA TRAIETTORIA

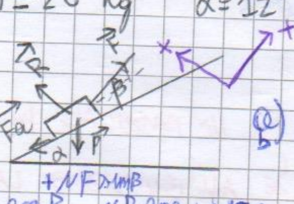
$\vec{a}(t) = \begin{cases} 0 \\ \vec{g} \end{cases} \qquad v(t) = \begin{cases} v_{0x} \\ v_{0y}t - g \end{cases} \qquad v_{MAX} = \begin{cases} 3\,m/s \\ 0 \end{cases}$

UNA SLITTA VIENE TRASCINATA IN SALITA SU UN PENDIO COPERTO DI NEVE. LA MASSA DELLA SLITTA È $m = 26\,kg$, IL PENDIO È INCLINATO DI $12°$ RISPETTO ALL'ORIZZONTALE E L'ANGOLO CON CUI LA SLITTA VIENE TRASCINATA È $23°$ RISPETTO AL PENDIO. I COEFFICIENTI DI ATTRITO TRA SLITTA E PENDIO VALGONO RISPETTIVAMENTE $\mu_s = 0{,}096$ E $\mu_d = 0{,}072$. DETERMINARE IL MODULO DELLA FORZA NECESSARIA:

a) PER METTERE IN MOVIMENTO LA SLITTA

b) PER MANTENERLA IN MOVIMENTO A VELOCITÀ COSTANTE

$m = 26\,kg \quad \alpha = 12° \quad \beta = 23° \quad \mu_s = 0{,}096;\ \mu_d = 0{,}072 \qquad F \begin{cases} a > 0 & \mu_s \\ a = 0 & \mu_d \end{cases}$



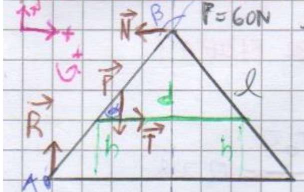
a) b) $\Sigma\vec{F} = 0 \quad \begin{cases} F\cos\beta - F_a - P\sin\alpha = 0 \\ R + F\sin\beta - P\cos\alpha = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} F_a = \mu R \\ R = P\cos\alpha - F\sin\beta \end{cases}$

$F\cos\beta = \mu P\cos\alpha + P\sin\alpha \qquad F(\cos\beta + \mu\sin\beta) = \mu P\cos\alpha + P\sin\alpha$

$F = \frac{\mu mg\cos\alpha + \dots}{\ } \qquad F = \frac{mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\beta + \mu\sin\beta}$

a) $F = 82\,N \qquad$ b) $F = 76\,N$

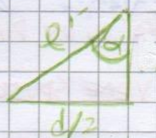
Una scala a pioli pesa 60N e ogni sua parte è lunga 2m. Il braccio trasversale, di massa trascurabile, è lungo 1m ed è posto a 0,5m dal piede di ogni parte della scala. Trascurando l'attrito sul pavimento, determinare la tensione nel braccio



$P=60N$ $l=2m$ $h=0,5m$ $d=1m$ $T?$

$$\begin{cases}\Sigma F_x = 0\\ \Sigma F_y = 0\\ \Sigma M_A = 0\end{cases}\qquad \begin{cases}T-N=0\\ R+P-\Gamma=0\\ \vec{h}\times\vec{T}+\frac{\vec{l}}{2}\times\vec{P}+\vec{l}\times\vec{N}=0\end{cases}\qquad \begin{cases}T-N=0\\ \\ hT+\frac{l}{2}P\sin\alpha - lN\sin\beta\end{cases}$$

$\beta = \pi - \alpha$



$\alpha = \arcsin \frac{l'}{2l} = 19{,}5°$

$$\begin{cases}N=T\\ hT+\frac{l}{2}P\sin\alpha - lT\sin\alpha=0\end{cases}$$

$$T=\frac{-\frac{l}{2}P\sin\alpha}{l\sin\alpha - h}=120N$$

A quale distanza dal centro della Terra un oggetto di massa pari a 1Kg pesa 1N? Se lasciato cadere da fermo da questa distanza, quanto vale la sua accelerazione iniziale?

$m=1Kg$ $P=1N$ $h?$ $g?$

$\vec{P}=\vec{F}_G$ $\quad P=G\frac{mM_T}{h^2}$ $\quad h=\sqrt{\frac{GM_T m}{P}}$ $\quad UM: \left[\sqrt{\frac{\frac{Nm^2}{Kg^2}\cdot Kg\cdot Kg}{N}}\right]=[m]$ ✓

$$h=\sqrt{\frac{6{,}63\cdot10^{-11}\cdot 5{,}9\cdot 10^{24}\cdot 1}{1}}\,m = 19{,}8\cdot10^6 m$$

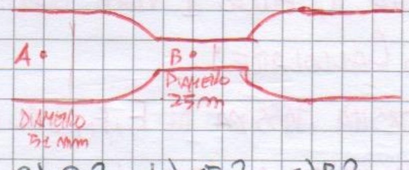
$mg=P \longrightarrow m=\frac{P}{m}=1m/s^2$

Nel punto A in figura la pressione relativa dell'acqua vale 50 KPa e la velocità dell'acqua che ne fluisce nel tubo circolare è 2,4m/s. Il tubo è orizzontale. Determinare:

a) La portata in volume nei punti A e B

b) La velocità dell'acqua in B

c) La pressione relativa in B



Si faccia l'ipotesi di un flusso privo di turbolenza

$d_A=51mm$ $d_B=25mm$ $P_A=50KPa$ $v_A=2{,}4m/s$ a) $Q?$ b) $v_B?$ c) $P_c?$

a) $Q=Sv$ in A $\quad Q=S_A v_A = \pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2 v_A = 4{,}9\cdot10^{-3} m^3/s$

b) $v_B=\frac{Q}{S_B}=\frac{\pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{d_B}{2}\right)^2}=10m/s$

c) Equazione di Bernoulli $\quad P_A+\underbrace{\rho g h_A}_{=0}+\frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B+\underbrace{\rho g h_B}_{=0}+\frac{1}{2}\rho v_B^2 \quad P_B = P_A+\frac{1}{2}\rho_{H_2O}(v_A^2-v_B)^2 = 3KPa$

UN AUTOMOBILISTA VEDE DA LONTANO SCATTARE IL VERDE AL SEMAFORO E DECIDE DI TENTARE DI PASSARE PRIMA CHE TORNI IL ROSSO. EGLI STIMA CHE LA SUA DISTANZA DAL SEMAFORO SIA 600 m E SA CHE IL VERDE HA UNA DURATA DI 45 s. LA SUA VELOCITÀ NEL MOMENTO IN CUI VEDE IL SEMAFORO È 30 Km/h. DI QUANTO DEVE ACCELERARE PER FARCELA?

$S = 600\,m \quad t = 45\,s \quad v_0\,30\,Km/h \quad a?$

MOTO TUTTO LUNGO L'ASSE X $\quad S = \overset{=0}{\cancel{S_0}} + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad a = \frac{2S - 2v_0 t}{t^2} = 0{,}28$

UN OGGETTO DI MASSA $m = 50\,g$ POGGIA SU UN PIANO ORIZZONTALE E TRAMITE UNA MOLLA INIZIALMENTE COMPRESSA DI UN $\Delta X = 4{,}0\,cm$ VIENE SPINTO VERSO DESTRA. SAPENDO CHE L'ALTRO ESTREMO DELLA MOLLA È FISSATO ALLA PARETE E CHE IL COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO TRA PIANO E OGGETTO VALE 0.20, DETERMINARE LO SPAZIO PERCORSO DALL'OGGETTO UNA VOLTA LASCIATO LIBERO ($K = 100\,N/m$)

$m = 50\,g \quad \Delta x = 4{,}0\,cm \quad k = 100\,N/m \quad \mu_d = 0{,}20 \quad d?$

$W_{TOT} = 0 \Rightarrow W_c + W_{NC} = 0$

$W_c = -U_{EL} = +\frac{1}{2} K(\Delta x)^2$

$W_{NC} = W_{Fa} = \vec{F}_a \cdot \vec{d} = \mu m g d \quad \Big\} \rightarrow \frac{1}{2} K \Delta x^2 = \mu m g d \Rightarrow d = \frac{K \Delta x^2}{2 \mu m g}$

$UM: \left[\frac{\frac{N}{m} m^2}{Kg\, m/s^2} \right] = [N] \checkmark \quad d = \frac{100 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 0{,}20 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81}\, m = 0{,}82\, m$

SU UN BLOCCO DI MASSA $m_1 = 10\,Kg$ È POSTO UN SECONDO BLOCCO DI MASSA $m_2 = 1\,Kg$. MENTRE I COEFFICIENTI DI ATTRITO STATICO E DINAMICO TRA I DUE BLOCCHI VALGONO RISPETTIVAMENTE 0,6 E 0,4, IL BLOCCO 1 PUÒ SCIVOLARE SENZA ATTRITO SUL PIANO CUI POGGIA. IL BLOCCO 1 VIENE TRASCINATO DA UNA FORZA F PARALLELA AL PIANO DI APPOGGIO. CALCOLARE:

a) L'INTENSITÀ MASSIMA DI F, F_{MAX} AL DI SOTTO DEL QUALE IL BLOCCO SI MUOVE SOLIDALMENTE AL BLOCCO 1

b) LE ACCELERAZIONI DEI DUE BLOCCHI RISPETTO AL PIANO SE IL BLOCCO 1 È TRASCINATO DA UNA FORZA DOPPIA RISPETTO ALLA F_{MAX} CALCOLATA IN a

$m_1 = 10\,Kg \quad m_2 = 1\,Kg \quad \mu_s = 0{,}6 \quad \mu_c = 0{,}4$

a) $F \mid \vec{a}_1 = \vec{a}_2$

b) $F' = 2F \Rightarrow a_1?\ a_2?$

a)

$$① \begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = m_1 \vec{a}_1 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases} \qquad ② \begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = m_2 \vec{a}_2 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F - F_{as} = m_1 a_1 \\ // \end{cases} \qquad ② \begin{cases} -F_{as} = -m_2 a_2 \\ R_2 = P_2 \Rightarrow F_{as} = \mu_s m_2 g \end{cases}$$

$$F - m_2 a = m_1 a \qquad \mu_s g = a$$

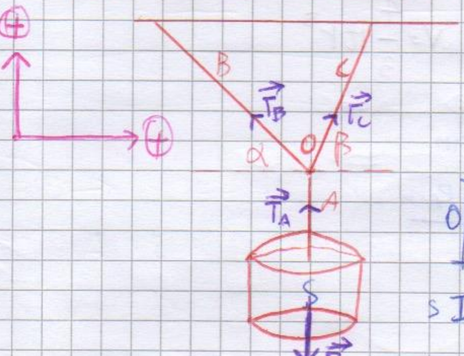
$$F = (\mu_s g)(m_2 + m_1) = 64{,}7N$$

b)

$$\begin{cases} 2F - F_{ad} = m_1 a_1 \\ // \end{cases} \qquad \begin{cases} -F_{ad} = -m_2 a_2 \\ R_2 = P_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \quad a_1 = \dfrac{2F - \mu_d m_2 g}{m_1} = 17{,}5 m/s^2 \\ 2 \quad a_2 = \dfrac{\mu_d m_2 g}{m_2} = \mu_d g = 3{,}9 m/s^2 \end{cases}$$

UN SECCHIO DA CANTIERE DI MASSA $M = 817$ Kg È SOSPESO AD UNO SPEZZONE DI CAVO A ANNODATO IN O AD ALTRI DUE CAVI B E C CHE FORMANO CON IL PIANO ORIZZONTALE ANGOLI DI 51° E 61° RISPETTIVAMENTE. CALCOLARE LE TENSIONI DEI TRE CAVI



$M = 817 Kg \quad \alpha = 51° \quad \beta = 61°$

$T_A ? \quad T_B ? \quad T_C ?$

$$O \begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = 0 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases} \qquad S \; I \; \Sigma \vec{F}_y = 0 \qquad \begin{cases} T_C \sin\beta - T_B \cos\alpha = 0 \\ T_C \cos\beta + T_B \cos\alpha - T_A = 0 \\ T_A = P = 8000N \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_C = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\beta} T_B \\ T_C \cos\beta + T_B \cos\alpha - P = 0 \longrightarrow T_B \cos\alpha \cdot \cot\beta + T_B \cos\alpha - P = 0 \\ T_A = P \end{cases} \qquad T_B = \frac{P}{\cos\alpha + (\cos\alpha \cot\beta)} = 7600N$$

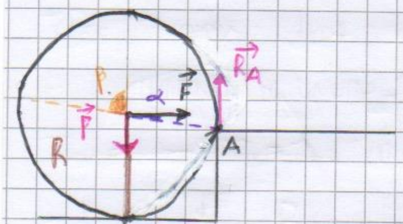
$T_C = 6700N$

ESAME NOVEMBRE 2020

ESERCIZIO FILTRO: UNA PALLINA PUNTIFORME VIENE LANCIATA VERSO L'ALTO CON UNA VELOCITÀ $\vec{v}_0 = v_0 \hat{j}$ E $|\vec{v}_0| = 2m/s$. TRASCURANDO L'ATTRITO VISCOSO, DETERMINARE LA QUOTA MASSIMA

PROBLEMA 1: UN SOMMOZZATORE IN IMMERSIONE EMETTE UNA BOLLA D'ARIA DI RAGGIO 2mm E, ARRIVATA IN SUPERFICIE, HA RAGGIO 3mm. ASSUMENDO CHE IL GAS PERFETTO SUBISCE UNA TRASFORMAZIONE ISOTERMA, TROVARE A CHE PROFONDITÀ SI TROVA IL SOMMOZZATORE

PROBLEMA 2: Un disco di massa $m = 50$ Kg e raggio 0,5 m deve superare un gradino alto 0,12 m sotto l'effetto di una forza F costante orizzontale e applicata al centro di massa. Trovare il minimo valore della forza per salire il gradino.



ESERCIZIO FILTRO $v_0 = 2 m/s$ h_{MAX}?

CONSERVAZIONE ENERGIA MECCANICA $E_0 = E_{MAX}$ $K_0 + \cancel{U_0} = \cancel{K_{MAX}} + U_{MAX}$ $h_0 = 0$ $v_{MAX} = 0$

$$\frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} g h_{MAX} \qquad h_{MAX} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{4 m^2/s^2}{20 m/s^2} = 0,2\ m$$

PROBLEMA 1

$r_0 = 2mm$ $r_F = 3mm$ h?

$$\begin{cases} P_0 V_0 = P_F V_F & \text{LEGGE DI BOYLE} \\ P_0 = P_F + \rho_{H_2O}\, g h & \text{LEGGE DI STEVINO} \end{cases} \qquad P_F = P_{ATM} \qquad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$P_0 \cdot \cancel{\frac{4}{3}\pi} r_0^3 = P_{ATM} \cdot \cancel{\frac{4}{3}\pi} r_F^3 \Longrightarrow P_0 = \left(\frac{r_F}{r_0}\right)^3 P_{ATM}$$

$$\rightarrow \left(\frac{r_F}{r_0}\right)^3 P_{ATM} = P_{ATM} + \rho g h \Longrightarrow h = \frac{\left[\left(\frac{r_F}{r_0}\right)^3 - 1\right] P_{ATM}}{\rho g}$$

$$UM: \left[\frac{\left(\frac{mm}{mm}\right)^3 \cdot Pa}{Kg/m^3 \cdot m/s^2}\right] = \left[\frac{N/m^2}{N/m^3}\right] = [m] \checkmark$$

$$h = \frac{\left[\left(\frac{3}{2}\right)^3 - 1\right] \cdot 1,012 \cdot 10^5}{10^3 \cdot 9,81} m = 25 m$$

PROBLEMA 2 $m = 50 Kg$ $R = 0,5 m$ $h = 0,12 m$ F_{MIN}?

$$\Sigma \vec{M}_A \geq 0 \qquad \vec{R} \times \vec{F} + \vec{R} \times \vec{P} \geq 0$$

$$+R F_m \sin\alpha\, \hat{k} - R m g \sin\beta\, \hat{k} = 0$$

$$\beta + \alpha = \pi/2 \rightarrow \beta = \pi/2 - \alpha \qquad F_m \sin\alpha - m g \cos\alpha = 0$$

$$F_{MIN} = m g \cot\alpha$$

$$F = 50 Kg \cdot 9,81 m/s^2 \cdot \cot 50 = 411 N$$

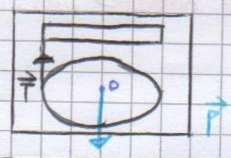
$$R - h = R \sin\alpha \qquad \alpha = \arcsin\frac{R-h}{R} = 50°$$

ESAME OTTOBRE 2020

ESERCIZIO FILTRO: UNA PALLINA PUNTIFORME DI MASSA $m=0{,}5\,Kg$ È APPESA AD UNA FUNE INESTENSIBILE E DI MASSA TRASCURABILE LUNGA $l=25\,cm$. TROVARE IL NUMERO DI OSCILLAZIONI D[EL] PENDOLO COSÌ COSTRUITO, TRASCURANDO L'ATTRITO VISCOSO DELL'ARIA, SVOLTE IN UN SECONDO

PROBLEMA 1: UN CANNONE, INIZIALMENTE FERMO, DI MASSA PARI A $600\,Kg$ MONTATO SU UNA ROTAIA ORIZZONTALE RETTILINEA PRIVA DI ATTRITO, SPARA ORIZZONTALMENTE UN PROIETTILE DI 4 CON UNA VELOCITÀ D'USCITA DI $520\,m/s$. DETERMINARE LA VELOCITÀ FINALE DEL CANNONE IMMEDIATAMENTE DOPO LO SPARO E IL MODULO DELLA FORZA ORIZZONTALE COSTANTE CHE UN SISTE[MA] DI AMMORTIZZATORI DEVE ESERCITARE SUL CANNONE AFFINCHÈ ESSO SI FERMI DOPO ESSERE ARRETRATO DI UN TRATTO $d=10\,m$

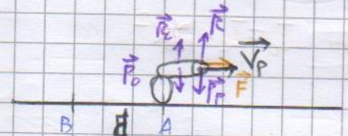
PROBLEMA 2: UN CILINDRO DI MASSA $M=1\,Kg$ È SOSPESO PER MEZZO DI UNA FUNE AVVOLTA ATTORNO ALLA SUA SUPERFICIE. SE IL CILINDRO VIENE LASCIATO CADERE, DETERMINARE LA TENSIONE DELLA FUNE E L'ACCELERAZIONE DEL CENTRO DI MASSA DEL CILINDRO



ESERCIZIO FILTRO $m=0{,}5\,Kg$ $\quad l=25\,cm$ $\quad f?$

$$f=\frac{\omega}{2\pi} \qquad \omega=\sqrt{g/l} \implies f=\frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{g/l}=0{,}99\,Hz$$

PROBLEMA 1 $m_c=600\,kg$ $\quad m_p=4\,kg$ $\quad v_c=v_p=0$ $\quad V_p=520\,m/s$ $\quad V_c?$ $\quad d=10\,m$ $\quad |\vec{F}|$



TUTTE LE FORZE IN GIOCO SONO CONSERVATIVE $\Rightarrow \Delta K = W_{tot}$

E $\Delta Q=0$

- $0+0=m_pV_p+m_cV_c \implies V_c=-\frac{m_p}{m_c}V_p=-3{,}47\,m/s$
- $0-\frac{1}{2}m_cV_c^2=\int_A^B\vec{F}\cdot d\vec{r} \rightarrow -\frac{1}{2}m_cV_c^2=-Fd \qquad F=\frac{m_cV_c^2}{2d}$ $\qquad$ UM: $\left[\frac{Kg\,\frac{m}{s^2}\cdot \cancel{m}}{\cancel{m}}\right]=[N]$

$F=360\,N$

PROBLEMA 2 $M=1\,Kg$ $\quad I_{cilindro}=\frac{1}{2}MR^2$ $\quad a?$ $\quad T?$

$\uparrow^{+}$ G+

$$\begin{cases}\Sigma\vec{F}=Ma\\ \Sigma\vec{M}_o=\frac{d\vec{L}}{dt}\end{cases} \qquad \begin{cases}T-Mg=Ma\\ \vec{R}\times\vec{T}=\frac{dI_c\vec{\omega}}{dt}\end{cases} \qquad \begin{cases}T=Mg+Ma\\ -RT\hat{k}=\frac{1}{2}MR^2\alpha\hat{k}\end{cases}$$

$$RT=-\frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R} \qquad Mg+Ma=-\frac{1}{2}Ma \qquad 2g=-3a \qquad a=-\frac{2}{3}g=-6{,}54\,m/s^2 \quad T=3{,}27\,N$$

IN UN IMPIANTO DI RISCALDAMENTO L'ACQUA VIENE POMPATA AD UNA VELOCITÀ $v_0 = 0,5$ m/s ATTRAVERSO UN TUBO DI DIAMETRO 4 cm E $P_0 = 3$ atm AL PIANO TERRA. SAPENDO CHE IL DISLIVELLO CON IL SECONDO PIANO È DI 5 m E QUI IL TUBO HA DIAMETRO 2,6 cm, DETERMINARE PRESSIONE E VELOCITÀ DEL FLUIDO NEL SECONDO PIANO

$v_0 = 0,5\,m/s \quad d_0 = 4\,cm \quad P_0 = 3\,atm \quad h = 5\,m \quad d_2 = 2,6\,cm \quad P_2? \quad v_2?$

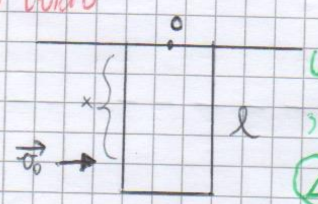
EQUAZIONE DI CONTINUITÀ $S_0 v_0 = S_2 v_2 \quad \cancel{\pi} r_0^2 v_0 = \cancel{\pi} r_2^2 v_2 \quad \frac{d_0^2}{\cancel{4}} v_0 = \frac{d_2^2}{\cancel{4}} v_2$

$v_2 = \left(\frac{d_0}{d_2}\right)^2 v_0 = 1,18\,m/s$

EQUAZIONE DI BERNOULLI $P_0 + \underbrace{\cancel{\rho_{H_2O} g h_0}}_{=0} + \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_0^2 = P_2 + \rho_{H_2O} g h_2 + \frac{1}{2}\rho_{H_2O} v_2^2$

$P_2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{H_2O}\left(v_0^2 - v_2^2\right) - \rho_{H_2O} g h_2 = 2.54 \cdot 10^5\,Pa$

UNA TRAVE LUNGA ℓ DI MASSA M E APPOGGIATA AL SOFFITTO SUBISCE, A DISTANZA X DAL SOFFITTO, UN URTO TOTALMENTE ANELASTICO DA UNA PALLINA DI MASSA m E VELOCITÀ v_0 DIRETTA PERPENDICOLARMENTE ALLA SUPERFICIE DELLA TRAVE. DETERMINARE L'ESPRESSIONE DELLA VELOCITÀ ANGOLARE IMMEDIATAMENTE DOPO L'URTO



URTO ANELASTICO $\Rightarrow \Delta K \neq 0$

SISTEMA VINCOLATO IN O $\Rightarrow \Delta Q \neq 0$

$\boxed{\Delta \vec{L} = 0}$

$\vec{L}_0 = \vec{L}_f$

$\vec{X} \times m\vec{v}_0 = I_O \vec{\omega}$ PER IL TEOREMA DEGLI ASSI PARALLELI $I_O = I_c + MX^2$

$m x v_0 = \left(\frac{1}{12} M \ell^2 + m x^2\right)\omega$

$\omega = \frac{m x v_0}{\frac{1}{12} M \ell^2 + m x^2}$ UM: $\left[\frac{kg \cdot m \cdot m/s}{kg \cdot m^2}\right] = [s^{-1}]$ ✓

UN GRAMMO DI ARGON (GAS MONOATOMICO) SUBISCE UNA SERIE DI TRASFORMAZIONI E SI PORTA DA UNO STATO A ($T_A = 300\,°K$) A B ($P_B = 10 P_A$; $V_B = V_A$). COME VARIA L'ENERGIA INTERNA?

$T_A = 300\,°K \quad P_B = 10 P_A \quad V_B = V_A \quad \Delta U = ? \quad m = 1g \quad MM = 40\,g/mol$

$\Delta U = n C_V \Delta T$ TRASFORMAZIONE ISOCORA $\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow T_B = 10 T_A \quad \Delta U = \frac{3}{2} R \cdot \frac{m}{MM} \cdot 9 T_A = 840\,J$

Un proiettile di massa $m=100g$ che si muove orizzontalmente a velocità costante si conficca nel bersaglio costituito da una pallina di massa $M=1kg$ sospesa verticalmente mediante un filo inestensibile. $v_0=30m/s$

a) Qual è la velocità del sistema pallina+proiettile immediatamente dopo l'urto?

b) Qual è l'altezza massima raggiunta?

$v_0=30\ m/s \quad m_0=100\ g \quad M_A=1kg \quad v_A=0 \quad$ a) V? $\quad$ b) h_{MAX}?

Urto totalmente anelastico

a) $V=\dfrac{m_0}{m_0+M_A}v_0=2{,}7\ m/s$

b) Si conserva l'energia meccanica $\rightarrow K_i+\cancel{U_i}^{h_i=0}=\cancel{K_f}^{v_f=0}+U_f$

$$\frac{1}{2}\cancel{(m_0+M_A)}V^2=\cancel{(m_0+M_A)}g\,h_{MAX} \qquad h_{MAX}=\frac{V^2}{2g}=0{,}38m$$

Un oggetto puntiforme viene lanciato da una finestra posta a 10m dal suolo. La sua velocità iniziale vale, in modulo, 5m/s e forma un angolo di 30° con l'asse orizzontale. Trovare l'altezza massima raggiunta durante il moto, il tempo che impiega per arrivare a terra e la gittata

$X_0=10m \quad |\vec{v}_0|=5m/s \quad \alpha=30° \qquad Y_{MAX}? \quad t_c? \quad X_g?$

$$\vec{r}(t)=\begin{cases}X_0+v_{0x}t\\ Y_0+v_{0y}t-\frac{1}{2}gt^2\end{cases} \qquad r(t)=\begin{cases}v_0t\cos\alpha\\ Y_0+v_0t\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2\end{cases}$$

$Y_{MAX}\Rightarrow Y'(t)=0 \quad v_0\sin\alpha-gt=0 \quad t_1=\dfrac{v_0\sin\alpha}{g}=0{,}25s \Rightarrow Y(t_M)=10{,}32m$

$t_c \Rightarrow Y(t)=0 \quad \left(-\frac{1}{2}g\right)t_c^2+\left(v_0\sin\alpha\right)t_c+Y_0=0 \quad t>0$

$$t_c=\frac{-v_0\sin\alpha\pm\sqrt{(v_0\sin\alpha)^2+2gY_0}}{-g}=\begin{cases}1{,}7s\\ -1{,}2s\end{cases}$$

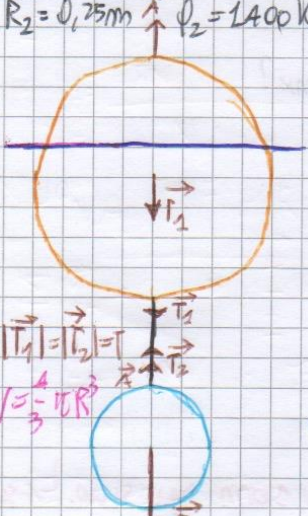
$X_g\Rightarrow X(t_c)=v_0t_c\cos\alpha=7{,}4m$

Si determini l'espressione del centro di massa di un corpo rigido lineare di massa M, lunghezza ℓ e omogeneo

$$X_c=\frac{\int_{CR}\ell\,dm}{\int_{CR}dm} \qquad dm=\lambda\,d\ell \qquad X_c=\frac{\int_0^{\ell}\lambda x\,dx}{\int_0^{\ell}\lambda\,dx}=\frac{\cancel{\lambda}\frac{\ell^{\cancel{2}}}{2}}{\cancel{\lambda}\cancel{\ell}}=\frac{\ell}{2}$$

UN SISTEMA IN EQUILIBRIO IDROSTATICO È COMPOSTO DA UNA SFERA DI RAGGIO $R_2 = 0,25\,m$ E DENSITÀ $\rho_2 = 1400\,Kg/m^3$ TOTALMENTE IMMERSA IN ACQUA ($\rho_{H_2O} = 10^3\,Kg/m^3$) COLLEGATA CON UN FILO, AD UNA SECONDA SFERA DI RAGGIO $R_1 = 0,4\,m$ E DENSITÀ $\rho_1 = 600\,Kg/m^3$.
DETERMINARE LA TENSIONE DEL FILO E QUANTO DELLA PRIMA SFERA È IMMERSO

$R_2 = 0,25\,m \quad \rho_2 = 1400\,Kg/m^3 \quad R_1 = 0,4\,m \quad \rho_1 = 600\,Kg/m^3 \quad \rho_{H_2O} = 10^3\,Kg/m^3 \quad T? \quad V_{1M}?$



$\uparrow^{+} \quad \sum \vec{F} = 0$

$$\begin{cases} ① \; A - T - P_1 = 0 \\ ② \; T + A - P_2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho_{H_2O}\, g V_{1M} - T - \rho_1 g V_1 = 0 \\ T = \rho_2 g V_2 - \rho_{H_2O} g V_2 \end{cases}$$

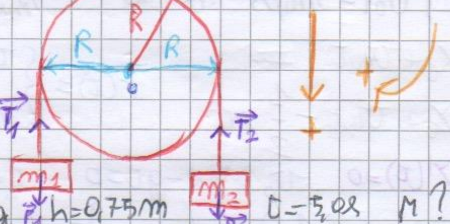
$$T = 400\,\frac{Kg}{m^3} \cdot 9,81\,m/s^2 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (0,25\,m)^3 = 260\,N$$

$$V_{1M} = \frac{T + \rho_1 g \frac{4}{3}\pi R_1^3}{\rho_{H_2O}\, g} \qquad UM \left[\frac{Kg \cdot m/s^2 + \frac{Kg}{m^3} \cdot m/s^2 \cdot m^3}{\frac{Kg}{m^3} \cdot m/s^2} \right]$$

$$V_{1M} = \frac{260 + 600 \cdot 9,81 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 0,4^3}{1000 \cdot 9,81} = \left[\frac{Kg \cdot m/s^2}{Kg/m^3 \cdot m/s^2} + m^3 \right] = [m^3 + m^3] \checkmark$$

$= 0,187\,m^3$

UN DISCO È COLLEGATO A DUE PESI COME IN FIGURA E IL SUO RAGGIO È DI $0,06\,m$. LE DUE MASSE SONO, RISPETTIVAMENTE, $m_1 = 0,460\,Kg$ E $m_2 = 0,5\,Kg$. SAPENDO CHE m_2 SCENDE DI $0,75\,m$ IN $5,0\,s$ TROVARE:
- LA MASSA DEL DISCO
- IL MOMENTO DI INERZIA DEL DISCO
- L'ACCELERAZIONE ANGOLARE DEL DISCO



$R = 0,06\,m \quad m_1 = 0,46\,Kg \quad m_2 = 0,5\,Kg \quad h = 0,75\,m \quad t = 5,0\,s \quad M? \quad I? \quad \alpha?$

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \qquad h = \cancel{h_0} + \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2} = 0,06\,m/s^2 \qquad \sum \vec{M_0} = \frac{dL}{dt}$

$$\begin{cases} ① \; P_1 - T_1 = m_1 a \\ ② \; P_2 - T_2 = m_2 a \\ \vec{M_0} \; \vec{R} \times \vec{T_1} + \vec{R} \times \vec{T_2} = \frac{dL}{dt} \end{cases} \qquad \begin{cases} T_1 = m_1 g + m_1 a \\ T_2 = m_2 g - m_2 a \\ \cancel{R} T_1 - \cancel{R} T_2 = -\frac{1}{2} M R^{\cancel{2}} \alpha \end{cases}$$

$$m_1 g + m_1 a - m_2 g + m_2 a = +\frac{1}{2} M R \frac{a}{\cancel{R}}$$

$$M = \frac{2(m_1(g+a) - m_2(g-a))}{+a} = -11,2\,Kg \qquad I_0 = \frac{1}{2} M R^2 = 0,02\,Kg \cdot m^2$$

$$\alpha = \frac{a}{R} = 1\,rad/s^2$$

UN OGGETTO PUNTIFORME CHE SI MUOVE DI MOTO ARMONICO, CON PERIODO $T = 4,4\,s$, SI TROVA AL TEMPO $t=0$ NELLA POSIZIONE $X(0) = 0,28\,m$ CON VELOCITÀ $v(0) = -2,5\,m/s$. SCRIVERE L'EQUAZIONE DEL MOTO E CALCOLARE I VALORI MASSIMI DELLA VELOCITÀ E DELL'ACCELERAZIONE

$T = 4,4\,s \quad X(0) = 0,28\,m \quad v(0) = -2,5\,m/s \quad X(t)? \quad v_{max}? \quad a_{max}?$

$$t=0 \begin{cases} X(0) = X_0 \sin\varphi \\ v(0) = X_0 \omega \cos\varphi \end{cases} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad X_0 = \frac{X(0)}{\sin\varphi}$$

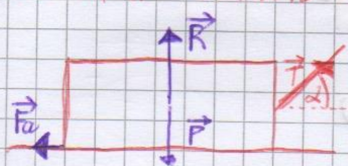
$$v(0) = X(0)\,\omega \cot\varphi \quad \tan\varphi = \frac{v(0)}{X(0)\omega} \quad \varphi = -0,01$$

$$\Longrightarrow X_0 = -0,50\,m \quad \Longrightarrow X(t) = -0,50\,m \sin(1,4t - 0,01)$$

$$v_{max} = |-0,50\,m \cdot 1,4\,s^{-1}| = 0,70\,m/s \qquad a_{max} = |+0,50\,m \cdot (1,4\,s^{-1})^2| = 1\,m/s^2$$

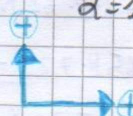
UNA SCATOLA DI MASSA $m = 85\,Kg$ VIENE TRASCINATA SU UN PIANO ORIZZONTALE SCABRO ($\mu_d = 0,4$). CALCOLARE QUANTO DEVE VALERE L'INTENSITÀ DELLA TENSIONE APPLICATA SULLA SCATOLA CON 10° DI INCLINAZIONE RISPETTO ALL'ASSE X AFFINCHÈ:

- IL MOTO SIA RETTILINEO UNIFORME
- IL MOTO SIA UNIFORMEMENTE ACCELERATO CON $a = 1,8\,m/s^2$



$m = 85\,Kg \quad \mu_d = 0.4 \quad \alpha = 10°$

$$T: \begin{cases} a = 0 \\ a = 1,8\,m/s^2 \end{cases}$$



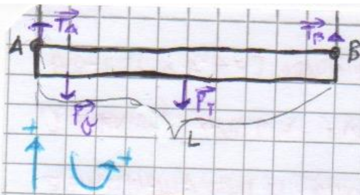
$$\begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = m\vec{a} \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases} \begin{cases} T\cos\alpha - F_a = ma \\ R - P + T\sin\alpha = 0 \end{cases} \qquad F_a = \mu R = \mu(P - T\sin\alpha)$$

$$\begin{cases} T\cos\alpha - \mu mg + \mu T\sin\alpha = ma \\ R = P - T\sin\alpha \end{cases}$$

$$T(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = m(a + \mu g) \qquad T = \frac{m(a+\mu g)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

- $a = 0\,m/s^2 \longrightarrow T = 316\,N$
- $a = 1,8\,m/s^2 \longrightarrow T = 461\,N$

UNA TRAVE OMOGENEA DI MASSA $M = 12\,Kg$ È LUNGA $L = 4\,m$ ED È APPESA IN POSIZIONE ORIZZONTALE PER I SUOI ESTREMI A E B DA DUE FILI IDEALI. A DISTANZA $d = \frac{L}{10}$ DALL'ESTREMO A DORME UN GATTO DI MASSA $m = 6\,kg$. CALCOLARE LE TENSIONI IN A E B. ALL'ISTANTE $t=0$, IL GATTO SI SVEGLIA E CAMMINA VERSO L'ESTREMO B CON VELOCITÀ COSTANTE $v = 0,5\,m/s$ E DOPO t_B SECONDI ARRIVA IN B. GRAFICARE L'ANDAMENTO DI T_B NEL TEMPO IN $[t_0; t_B]$



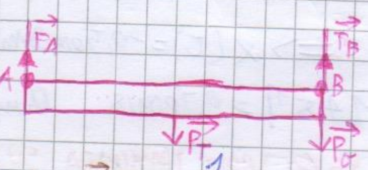
$M = 12\,Kg$ $m = 6\,Kg$ $L = 4\,m$ $d = \frac{L}{10}$ T_A? T_B?

$v = 0{,}5\,m/s$ $T_B(t)$?

$$\begin{cases} \sum \vec{M}_A = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\vec{L}}{10} \times \vec{P_G} + \frac{\vec{L}}{2} \times \vec{P_T} + \vec{L} \times \vec{T_B} = 0 \\ T_A - P_g - P_T + T_B = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\cancel{L}}{10} mg\,\hat{k} + \frac{\cancel{L}}{2} Mg\,\hat{k} - \cancel{L}\, T_B\,\hat{k} = 0 \\ T_A = Mg + mg - T_B \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_B = 65N \\ T_A = 112N \end{cases}$$

NUOVA CONFIGURAZIONE



$$\sum \vec{M}_A = 0 \rightarrow \frac{\vec{L}}{2} \times \vec{P_T} + \vec{L} \times \vec{P_G} + L \times \vec{T_B} = 0 \quad \frac{1}{2} Mg + mg - T_B = 0$$

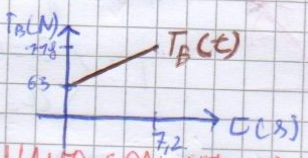
$T_B = 118N$ $\quad v = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\frac{9}{10}L}{t_f - \cancel{t_0}}$ $\quad t_f = \frac{\frac{9}{10}L}{v} = 7{,}2\,s$

RETTA PER DUE PUNTI: $\det \begin{vmatrix} T_B - 118N & 53N \\ t - 7{,}2s & 7{,}2s \end{vmatrix} = 0$

$7{,}2s \cdot T_B - 118 \cdot 7{,}2\,N \cdot s - 53N \cdot t + 7{,}2 \cdot 53\,N \cdot s = 0$

$7{,}2s \cdot T_B - 65N \cdot 7{,}2s - 53N \cdot t = 0$

$T_B = 65N + 7{,}36 \frac{N}{s} t$



UNA PALLINA VIENE LANCIATA VERSO L'ALTO CON VELOCITÀ INIZIALE DI MODULO 2m/s DA UN'ALTEZZA DI 10m. NELLO STESSO ISTANTE UNA SECONDA PALLINA VIENE LANCIATA VERSO L'ALTO DA TERRA CON VELOCITÀ INIZIALE PARI A 10m/s. DETERMINARE A QUALE ALTEZZA SI INCONTRANO LE DUE PALLINE

$v_{0_1} = 2\,m/s$ $\quad y_{0_1} = 10\,m$ $\quad v_{0_2} = 10\,m/s$ QUANTO È $y \mid y_1 = y_2$?

$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ $\quad \begin{cases} y_1 = 10m + 2\,m/s\, t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,m/s^2\, t^2 \\ y_2 = 10\,m/s\, t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,m/s^2\, t^2 \end{cases}$

$\rightarrow 10m + 2\,m/s\, t - \cancel{\frac{1}{2} g t^2} = 10\,m/s\, t - \cancel{\frac{1}{2} g t^2}$ $\quad t = 1{,}25\,s$

$\Rightarrow$ DA y_1: $y = 10m + 2{,}5m - \cancel{7{,}7}\,m = 4{,}8m$

UNA PARTICELLA HA ENERGIA POTENZIALE $U = 10x^2$ ESPRESSA IN JOULE. DETERMINARE LA FORZA CHE AGISCE SULLA PARTICELLA QUANDO ESSA SI TROVA NELLA POSIZIONE $x = 2\,m$

$U = 10 \frac{J}{m^2} x^2$ $\quad x = 2m \Rightarrow F$?

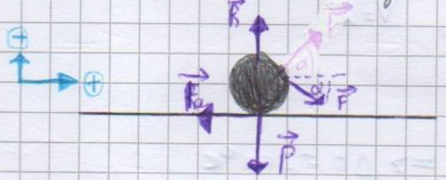
$$F_x = -\frac{\delta U}{\delta x} = -20 \frac{J}{m^2} \cdot 2m = -40 \frac{N \cdot m}{m} = -40N$$

UNA FORZA COSTANTE DI 110N, INCLINATA DI 30° VERSO IL BASSO, È APPLICATA AD UNA PALLINA DI MASSA 22Kg LIBERA DI SCIVOLARE LUNGO UN PIANO ORIZZONTALE SCABRO. PARTENDO DA FERMA LA PALLINA RAGGIUNGE DOPO 3 SECONDI UNA VELOCITÀ DI 9m/s. CALCOLARE:

a) L'ACCELERAZIONE DELLA PALLINA

b) IL COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO TRA PIANO E PALLINA

$F = 110N \quad \alpha = 30° \quad m = 22Kg \quad v = 9m/s,\ t = 3s \quad a)\ a? \quad b)\ \mu_d?$



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - \cancel{v_0}^{=0}}{t - \cancel{t_0}_{=0}} = \frac{9m/s}{3s} = 3m/s^2$$

$$\begin{cases} \sum \vec{F_x} = m\vec{a} \\ \sum \vec{F_y} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} F\cos\alpha - F_a = ma \\ R - F\sin\alpha - P = 0 \end{cases} \qquad F_a = \mu_d R$$

$$\begin{cases} F\cos\alpha - \mu_d mg - \mu_d F\sin\alpha = ma \\ R = mg + F\sin\alpha \end{cases} \longrightarrow \mu_d(-F\sin\alpha - mg) = ma - F\cos\alpha$$

$$\mu_d = \frac{ma - F\cos\alpha}{-F\sin\alpha - mg} = 0{,}1$$

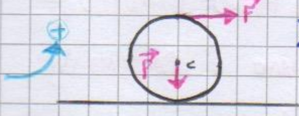
UNA MOLLA IDEALE DI COSTANTE ELASTICA K=100N/m È APPESA VERTICALMENTE. UNA MASSA m=200g VIENE AGGANCIATA ALL'ESTREMITÀ LIBERA DELLA MOLLA NON DEFORMATA E QUINDI LASCIATA ANDARE DALLA POSIZIONE DI RIPOSO. CALCOLARE L'ALLUNGAMENTO MASSIMO DELLA MOLLA DALLA POSIZIONE DI RIPOSO E LA CORRISPONDENTE VARIAZIONE DELL'ENERGIA POTENZIALE DEL SISTEMA.

$K = 100N/m^2 \quad X_0 = 0 \quad m = 200g \quad X_{MAX}? \quad \Delta U?$

$$\Delta U = 0 \longrightarrow \cancel{U_{El_0}}^{=0} + U_{P_0} = \cancel{U_{El_F}}^{=0} + U_{P_F} \qquad mg\cancel{X} = \frac{1}{2}KX^{\cancel{2}} \qquad X = \frac{2mg}{K} = \frac{2 \cdot 0{,}2Kg \cdot 9{,}81m/s^2}{100N/m} = 0{,}04m$$

UN DISCO OMOGENEO DI MASSA M=4Kg VIENE POSTO IN MOTO DI PURO ROTOLAMENTO APPLICANDO SU DI ESSO UNA FORZA COSTANTE F DI 5N, ORIZZONTALE E TANGENZIALE AL DISCO. DETERMINARE L'ACCELERAZIONE DEL CENTRO DI MASSA DEL DISCO

$M = 4Kg \quad F = 5N \quad a_c?$



$$\sum \vec{M}_c = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad \vec{R} \times \vec{F} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt}$$

$$+\cancel{R}FR = +\frac{1}{2}MR^{\cancel{2}}\alpha R \qquad F = \frac{1}{2}M\cancel{R}\frac{a_c}{\cancel{R}} \qquad a_c = \frac{2F}{M} = 2{,}5m/s^2$$

UNA BARRA DI ACCIAIO DI 100 Kg HA UNA TEMPERATURA DI 1500°K VIENE IMMERSA IN UNA VASCA CUBICA D'ACQUA ALLA TEMPERATURA DI 15°C (LATO DEL CUBO DI 1m). SUPPONENDO CHE BARRA E ACQUA RAGGIUNGONO LA TEMPERATURA DI EQUILIBRIO, DI QUANTO SI ALZA LA TEMPERATURA DELL'ACQUA? (CALORE SPECIFICO DELL'ACQUA = METÀ CALORE SPECIFICO DELL'ACCIAIO)

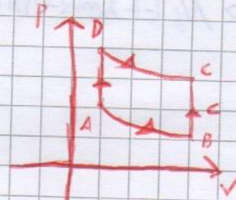
$m_A = 100\,Kg$ $\quad T_A = 1500°K$ $\quad t_{H_2O} = 15°C$ $\quad l = 1\,m$ $\quad c_{H_2O} = \frac{c_A}{2}$ $\quad \Delta T_{H_2O}\ ?$

$$T_{EQ} = \frac{c_A m_A T_A + c_{H_2O} m_{H_2O} T_{H_2O}}{c_A m_A + c_{H_2O} m_{H_2O}} \qquad m_{H_2O} = \rho_{H_2O} V_{H_2O} \qquad V = l^3$$

$$T_{EQ} = \frac{\cancel{c_A} m_A T_A + \frac{\cancel{c_A}}{2} \rho_{H_2O}\, l^3 T_{H_2O}}{\cancel{c_A} m_A + \frac{\cancel{c_A}}{2} \rho_{H_2O}\, l^3} = 490°K = 216°C \Rightarrow \Delta t = 200°C$$

UN GAS SEGUE LE SEGUENTI TRASFORMAZIONI QUASISTATICHE:

- $A \to B$ ISOTERMA
- $B \to C$ ISOCORA (1)
- $A \to D$ ISOCORA
- $D \to C$ ISOTERMA (2)



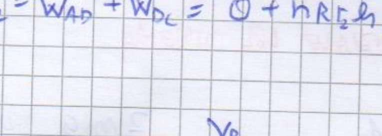
CALCOLARE I DUE LAVORI E DIMOSTRARE CHE SONO DIVERSI

1 $W_1 = W_{AB} + W_{BC} = nRT \ln\frac{V_B}{V_A} + 0 = nRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}$

2 $W_2 = W_{AD} + W_{DC} = 0 + nRT_2 \ln\frac{V_C}{V_B}$

$\longrightarrow W_1 = nRT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}\ ;\ W_2 = nRT_2 \ln\frac{V_A}{V_B} \ \longrightarrow W_1 \neq W_2$

UNA PALLINA DI MASSA $m = 15g$ SI TROVA FERMA SULLA SOMMITÀ DI UN PIANO INCLINATO DI 30° RISPETTO ALL'ORIZZONTALE ED ALTO 10 cm. AD UN CERTO ISTANTE COMINCIA A SCIVOLARE E, DOPO AVER PERCORSO UN TRATTO $d = 15\,cm$, INCONTRA UNA MOLLA DI COSTANTE ELASTICA $K = 100\,N/m$ CHE SI TROVA IN FONDO AL PIANO INCLINATO. TENENDO CONTO CHE IL COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO TRA PIANO E PALLINA VALE 0,3, DETERMINARE LA MASSIMA COMPRESSIONE DELLA MOLLA.



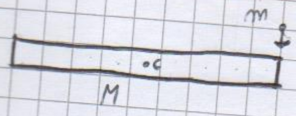
$m = 15g$ $\quad \alpha = 30°$ $\quad h = 10\,cm$

$d = 15\,cm$ $\quad K = 100\,N/m$ $\quad \mu_d = 0{,}3$ $\quad x = ?$

$W_{tot} = W_C + W_{NC}$

$-\mu m g L \cos 30 + mgh = \frac{1}{2}kx^2 + mgx$

UNA TRAVE OMOGENEA DI MASSA M E LUNGHEZZA ℓ LIBERA DI RUOTARE È VINCOLATA NEL SUO CENTRO DI MASSA ED È INIZIALMENTE FERMA. IMPROVVISAMENTE VIENE URTATA ELASTICAMENTE DA UNA PALLINA PUNTIFORME DI MASSA m E VELOCITÀ COSTANTE v_0 DIRETTA PERPENDICOLARMENTE ALLA SUPERFICIE DELLA TRAVE. DETERMINA VELOCITÀ DELLA PALLINA E ACCELERAZIONE ANGOLARE DELLA TRAVE IMMEDIATAMENTE DOPO L'URTO



VINCOLATA IN C $\Longrightarrow \Delta\vec{Q} \neq 0$ URTO ELASTICO $\Longrightarrow \Delta K = 0$

$\Delta\vec{L} = 0$

$$\begin{cases} \vec{L}: \ \frac{\vec{\ell}}{2} \times m\vec{v} = \frac{\vec{\ell}}{2} \times m\vec{V} + I_c\vec{\omega} \\ K: \ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}I_c\omega^2 \end{cases}$$

$I_c = \frac{1}{12}M\ell^2$

$$\begin{cases} +\frac{\ell}{2}mv\hat{k} = +\frac{\ell}{2}mV\hat{k} + \frac{1}{12}M\ell^2\omega\hat{k} \\ mv_0^2 = mV^2 + \frac{1}{12}M\omega^2\ell^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6mv = 6mV + \ell M\omega \\ m(v-V)(v+V) = \frac{1}{12}M\omega^2\ell^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m(v-V) = \frac{\ell\omega M}{6} \\ = \end{cases} \longrightarrow \frac{M\ell\omega}{6}(v+V) = \frac{1}{12}M\omega^2\ell^2 \qquad \cancel{\omega = \frac{2\ell(v+V)}{M}}$$

$$\longrightarrow \cancel{6mv = 6mV + \frac{2\ell^2(v+V)}{M}} \qquad \cancel{3m(v+V) - \ell^2 v = \frac{\ell^2}{M}V - 3mV}$$

$$\cancel{3mv - \ell^2 v = \left(\frac{\ell^2}{M} + 3m\right)V \Longrightarrow V = \frac{3mv - \ell^2 v}{\frac{\ell^2}{M} + 3m}}$$

$$\omega = \frac{2(v+V)}{\ell} \longrightarrow 6mv = 6mV + 2Mv + 2MV$$

$$(6m - 2M)v = (6m + 2M)V \Longrightarrow \boxed{V = \frac{6m - 2M}{6m + 2M}v}$$

$$\Longrightarrow \omega = 2\left(\frac{6m - 2M + 6m + 2M}{6m + 2M}\right)v \Longrightarrow \boxed{\omega = \frac{12M}{(3m+M)\ell}v}$$