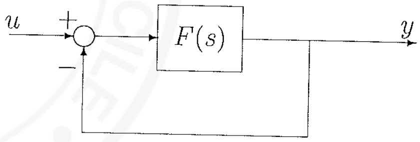
Domanda Scritta di Controlli Automatici (9CFU) - 18/2/2013

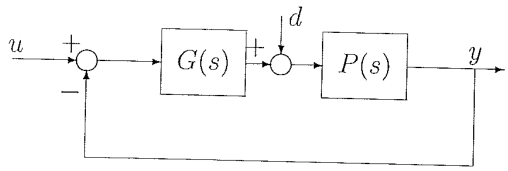
Esercizio 1 È dato il sistema di controllo:



in cui: $F(s) = \dfrac{K(s-z)}{s^2(s+4)}$. Utilizzando il criterio di Nyquist, studiare la stabilità del sistema a ciclo chiuso, per $K > 0$, $z \in \mathbb{R}$, $z \neq 0$, $z \neq -4$.

Esercizio 2

È dato il sistema di controllo:



in cui $P(s) = \dfrac{s+2}{(s-1)(s+4)}$; $\quad d(t) = \delta_{-1}(t)$.

Utilizzando la sintesi con il luogo delle radici, progettare $G(s)$ in modo che:

- il sistema sia astatico rispetto al disturbo $d(t)$.
- tutti i poli della funzione di trasferimento in catena chiusa abbiano parte reale minore di -1.

Calcolare infine la risposta a regime permanente all'ingresso $u(t) = (3t + 5)\delta_{-1}(t)$.

1

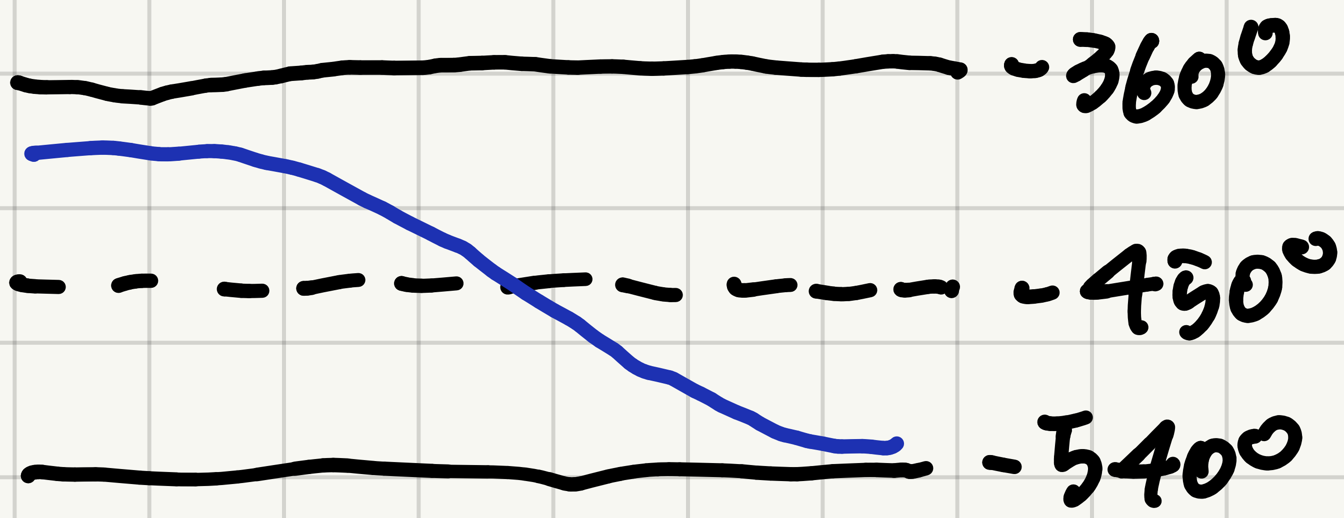
$$F(s)=\frac{KZ}{4}\cdot\frac{\left(1-\frac{s}{Z}\right)}{s^2\left(1+\frac{s}{4}\right)} \qquad F(i\omega)=\frac{KZ}{4}\cdot\frac{\left(1-\frac{i\omega}{Z}\right)}{(i\omega)^2\left(1+\frac{i\omega}{4}\right)}$$

$P_+=2$ $(s=0)$

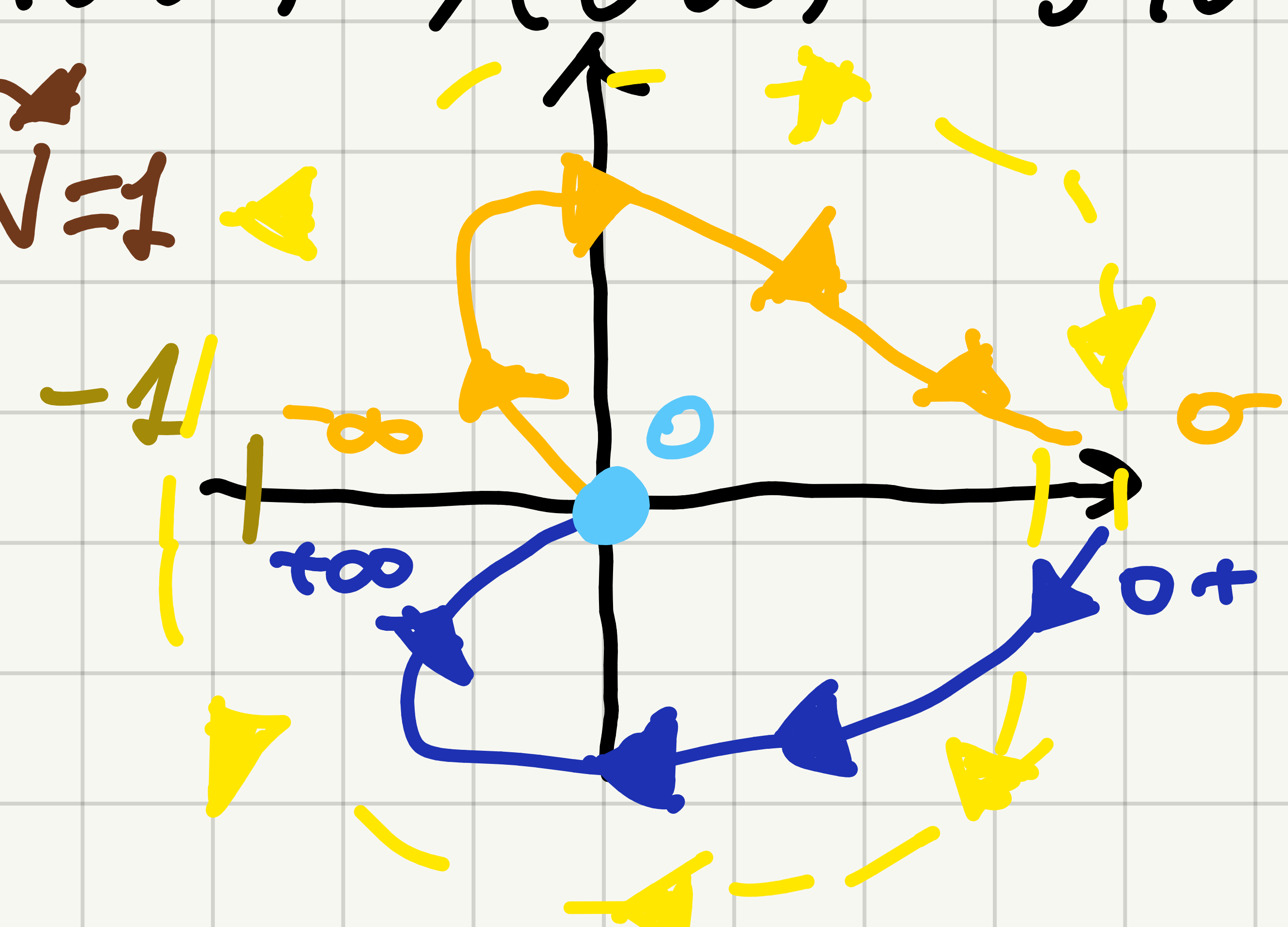
CASO 1: $Z>0$

$$\underline{\angle F(i\omega)}=-360^\circ-\arctan\left(\frac{\omega}{Z}\right)-\arctan\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$M(0^+)=\infty,\ \varphi(0^+)=-360^\circ$ $\qquad$ $M(+\infty)=0,\ \varphi(+\infty)=-540^\circ$



$\overset{\curvearrowright}{N}=1$



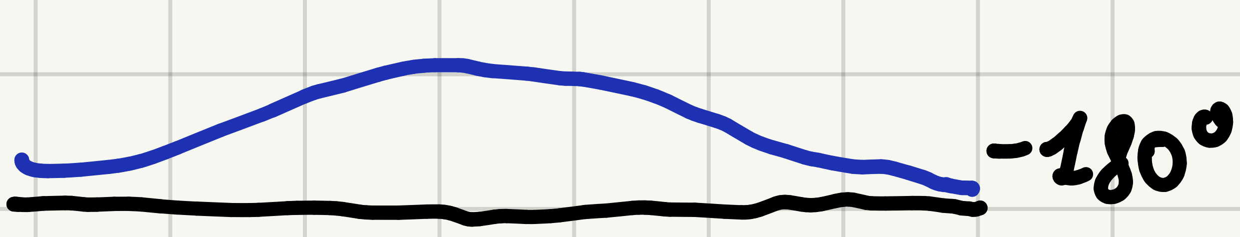
$\overset{\curvearrowright}{N}\neq -P_+ \Rightarrow$ SISTEMA INSTABILE

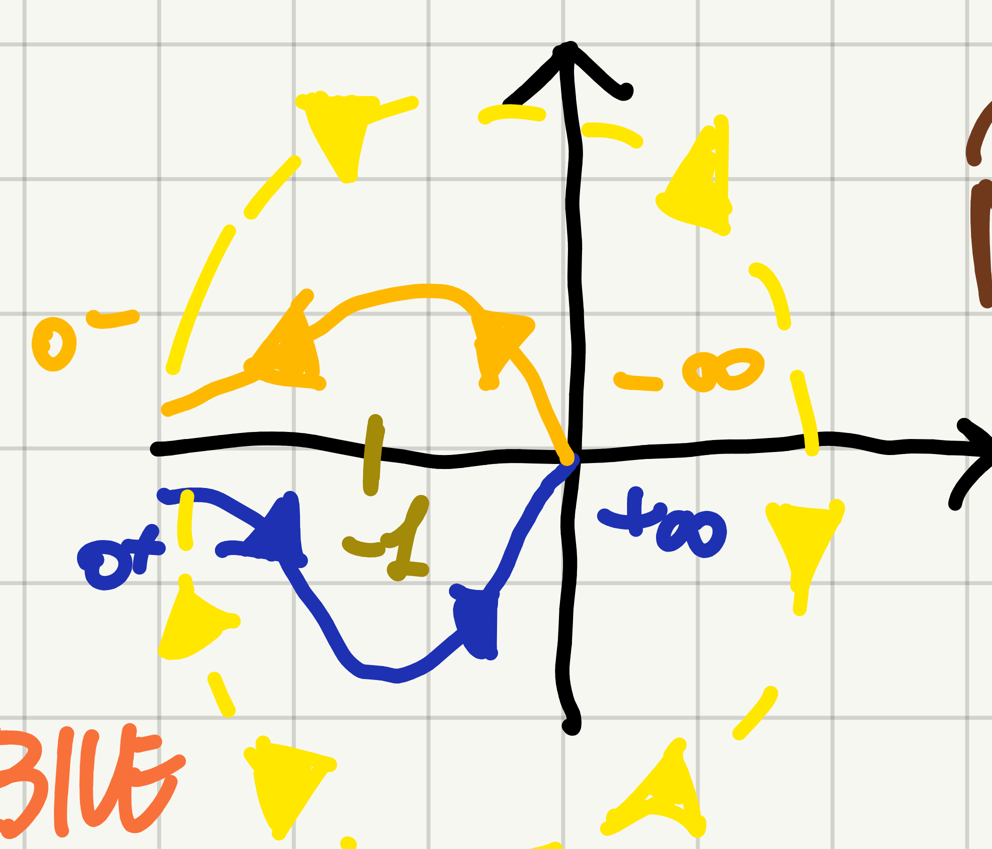
CASO 2: $Z<0$

$$\underline{\angle F(i\omega)}=-180^\circ+\arctan\left(\frac{\omega}{|Z|}\right)-\arctan\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$M(0^+)=\infty,\ \varphi(0^+)=-180^\circ$ $\qquad$ $M(+\infty)=0,\ \varphi(+\infty)=-180^\circ$

$|Z|<4$

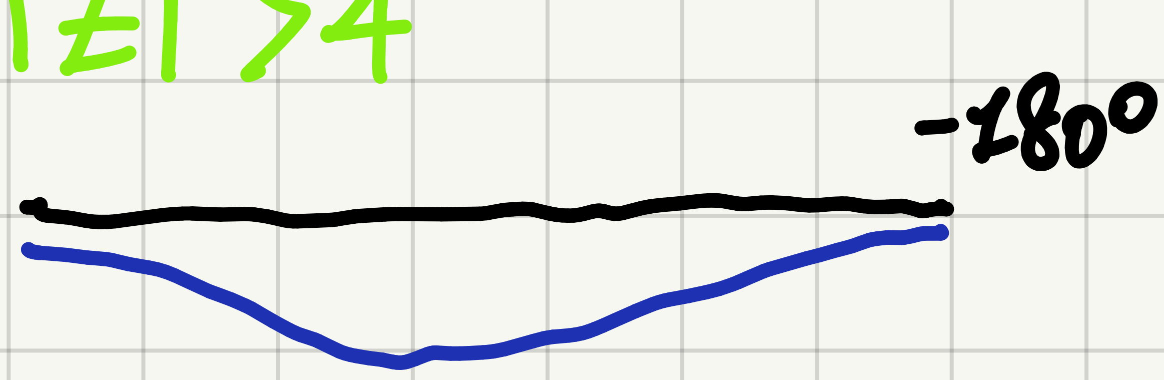


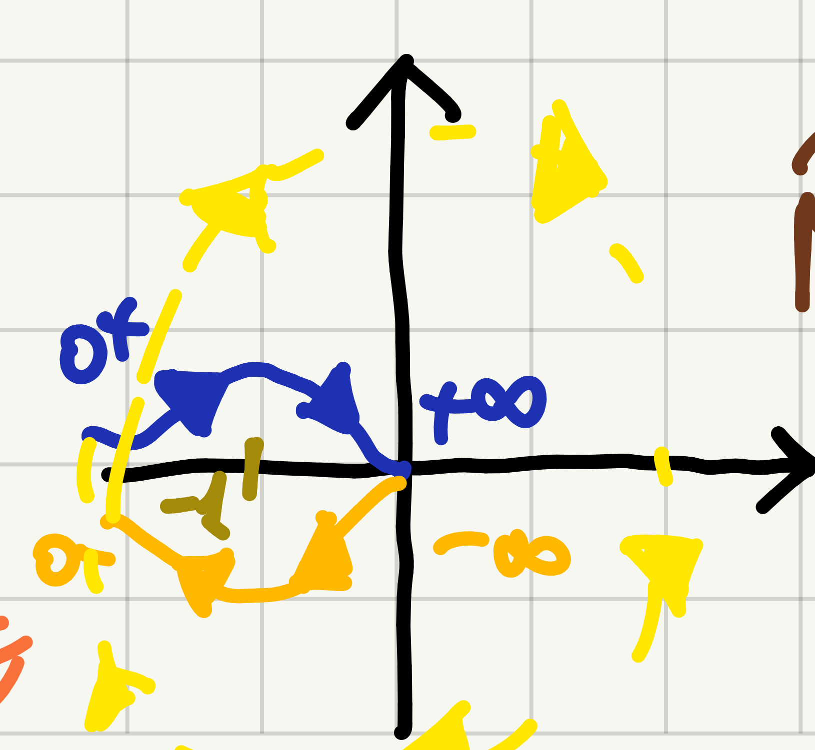


$\overset{\curvearrowright}{N}=0$

$\overset{\curvearrowright}{N}\neq -P_+ \Rightarrow$ SISTEMA INSTABILE

$|Z|>4$





$\overset{\curvearrowright}{N}=Z$

$\overset{\curvearrowright}{N}\neq -P_+ \Rightarrow$ SISTEMA INSTABILE

②

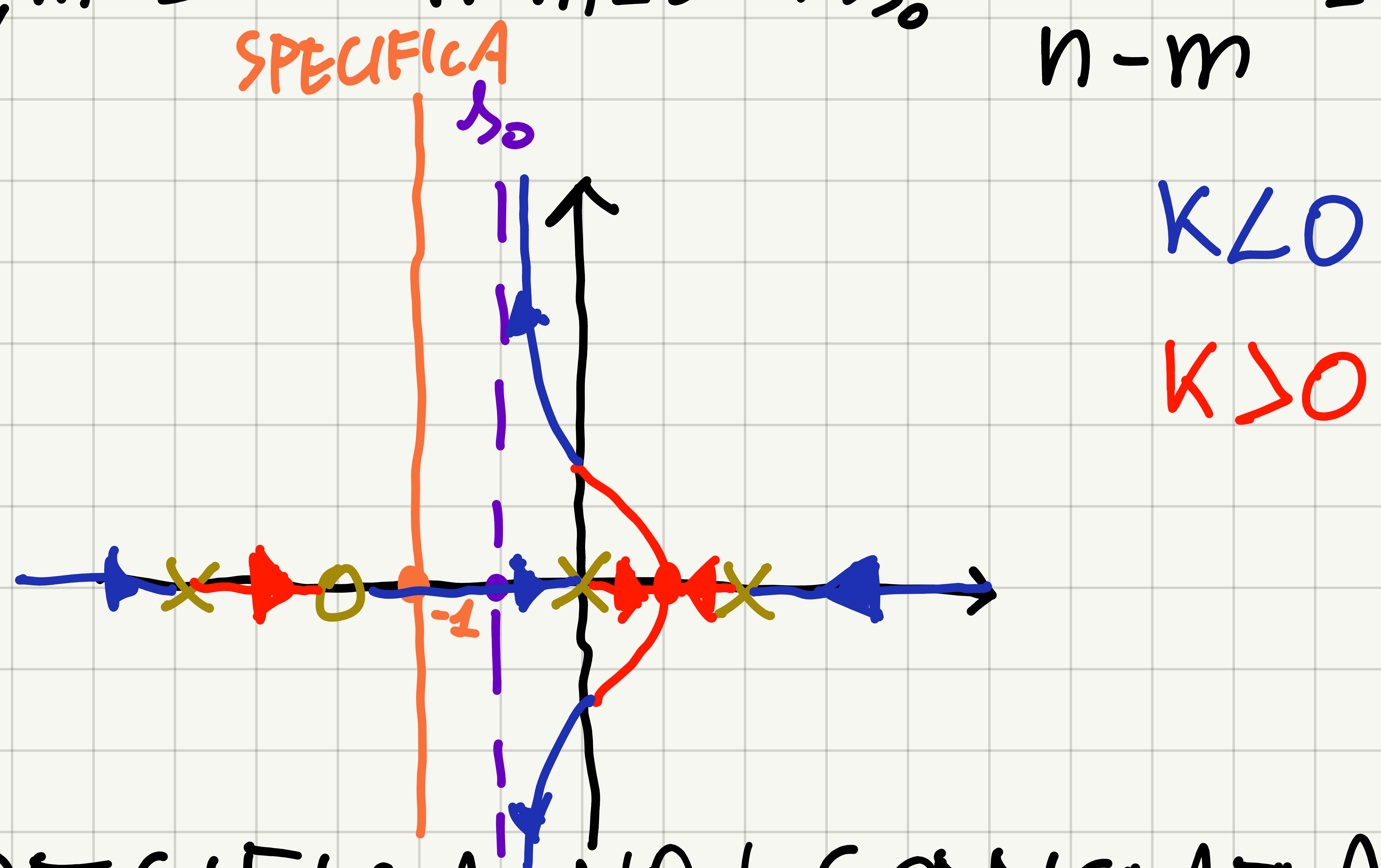
$$P(s) = \frac{s+2}{(s-1)(s+4)} \qquad G(s) = \frac{K}{s} \quad \text{CASTATISMO}$$

RISPETTO A DISTURBO DI TIPO 1)

$$F(s) = G(s) \cdot P(s) = K \cdot \frac{s+2}{s(s-1)(s+4)}$$

$z_1 = -2$; $p_1 = 1$ $\quad p_2 = 0 \quad p_3 = -4$

$n = 3, m = 1 \qquad n - m = 2 \Rightarrow s_0 = \dfrac{\Sigma p - \Sigma z}{n-m} = -\dfrac{1}{2}$



SPECIFICA NON SODDISFATTA.

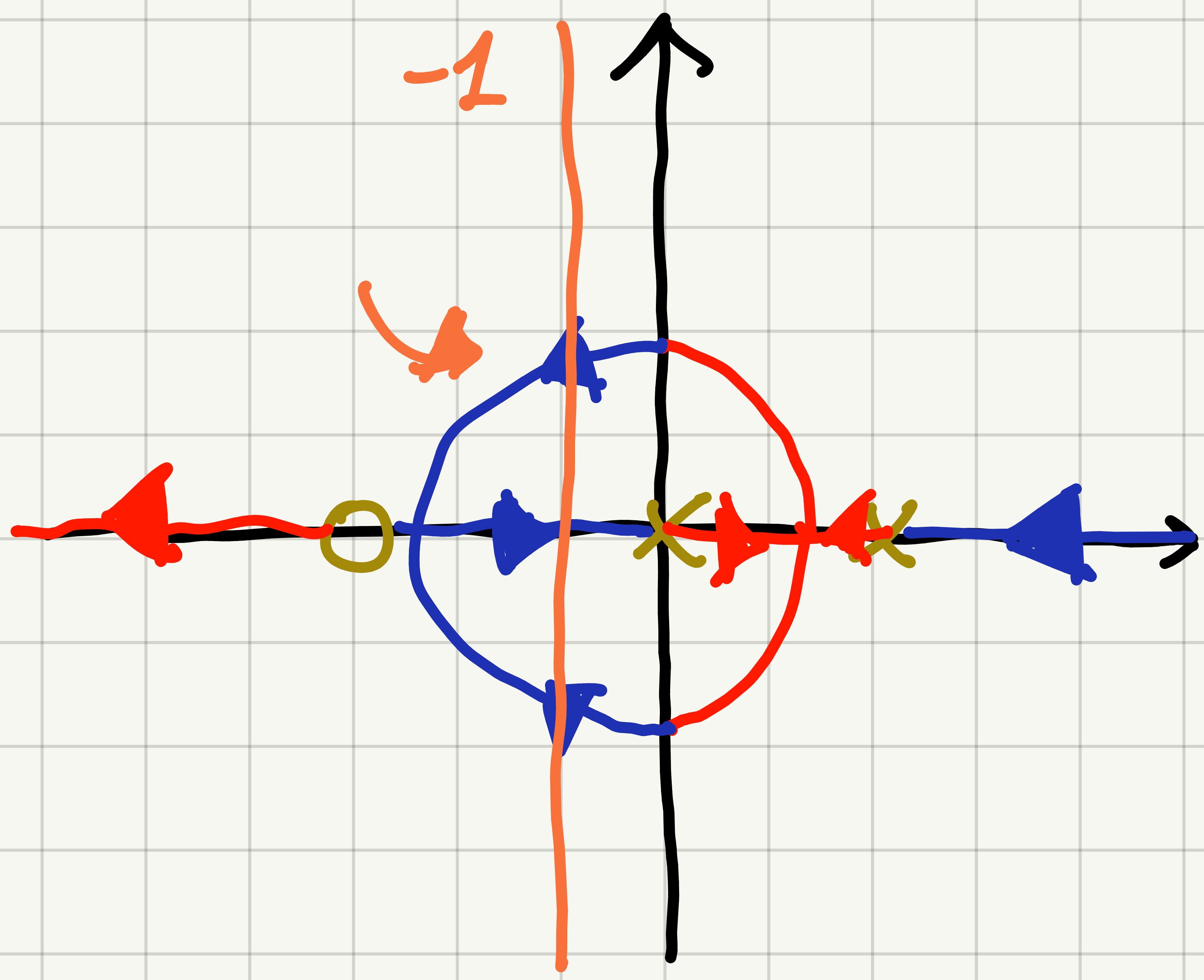
DALLA STRUTTURA DI $G(s)$, POSSO AGGIUNGERE UNO ZERO IN MODO CHE $n-m$ SIA IL PIÙ PICCOLO POSSIBILE.

$G(s) = \dfrac{K}{s} \cdot (s - z)$. PONGO $z = -4$ (POSSIBILE POICHÉ p_3 SODDISFA LA SPECIFICA)

$$\Rightarrow F(s) = K \cdot \frac{s+2}{s(s-1)}$$

$n=2, m=1 \Rightarrow n-m=1$

$p_1 = 1,\ p_2 = 0 \qquad z_1 = -2$



$\bar{s} = s+1 \Rightarrow s = \bar{s}-1$

$f(s,K) = s(s-1)+K(s+2)=0$

$(\bar{s}-1)(\bar{s}-2)+K(\bar{s}+1)=0$

$\bar{s}^2-3\bar{s}+2+K\bar{s}+K=0$

$\bar{s}^2+(K-3)\bar{s}+(K+2)=0$

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 1 & K+2 \\ 1 & K-3 & \\ 0 & K+2 & * \end{array} \qquad -\frac{1}{K-3}\det\begin{vmatrix} 1 & K+2 \\ K-3 & 0 \end{vmatrix} = K+2$$

$\begin{cases} K-3>0 \\ K+2>0 \end{cases} \Rightarrow K>3 \qquad$ SCELGO $K=4$

$G(s) = \frac{4}{s}(s+4) \Rightarrow F(s) = 4 \cdot \frac{s+2}{s(s-1)}$

$$u(t) = (3t+5)\delta_{-1}(t) = 3(t)\delta_{-1}(t) + (5)\delta_{-1}(t)$$

$$= 3u_1(t) + 5u_2(t)$$

- $u_1(t)$

$$\tilde{e}_{u_1}(t) = K_d u_1(t) - \tilde{y}_{u_1}(t)$$

$$\tilde{e}_{u_1}(t) = \frac{1}{K_d \cdot K_p} = \frac{1}{K_F} = \frac{1}{4}$$

$$\tilde{y}_{u_1}(t) = K_d u_1(t) - \tilde{e}_{u_1}(t) = \left(t - \frac{1}{4}\right)\delta_{-1}(t)$$

- $u_2(t)$

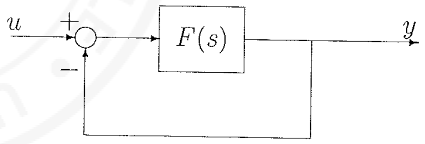
GRADO DI $u_2(t)$ $<$ TIPO DI $F(s)$ $\Rightarrow \tilde{y}_{u_2}(t) = \delta_{-1}(t)$

$$\Rightarrow \tilde{y}(t) = 3\left(t - \frac{1}{4}\right)\delta_{-1}(t) + 5\delta_{-1}(t)$$

Domanda Scritta di Controlli Automatici (9CFU) - 17/6/2013

Esercizio 1

È dato il sistema in controreazione:

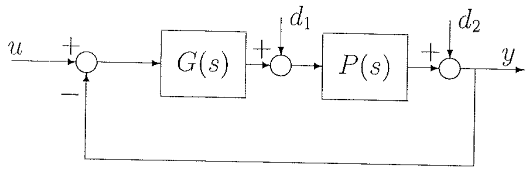


in cui $F(s) = \dfrac{K(s^2+8s+20)(s+2)}{(s-1)(s+10)(s+5)^2}$, $K \in \mathbb{R}$.

- Tracciare il luogo positivo delle radici;
- tracciare il luogo negativo delle radici;
- determinare per quali valori di K il sistema a ciclo chiuso è asintoticamente stabile;
- se $K = 5$, esiste la risposta a regime permanente a ciclo chiuso per un ingresso a gradino? Motivare la risposta.

Esercizio 2

È dato il sistema di controllo:



in cui:

$$P(s) = \frac{20}{s(s+10)}; \quad d_1(t) = \delta_{-1}(t); \quad d_2(t) = \sin(\omega t).$$

Progettare $G(s)$ con la sintesi per tentativi in ω in modo che:

- $|\tilde{y}_{d1}(t)| \leq 0.05$, essendo $\tilde{y}_{d1}(t)$ la risposta a regime permanente al disturbo $d_1(t)$;
- $|\tilde{y}_{d2}(t)| \leq 0.0035$ per $\omega \leq 0.1\ rad \cdot s^{-1}$, essendo $\tilde{y}_{d2}(t)$ la risposta a regime permanente al disturbo $d_2(t)$;
- $M_r \leq 2\ dB$;
- $B_3 \simeq 1\ Hz$.

Discretizzare infine il controllore ottenuto, scegliendo opportunamente il periodo di campionamento.

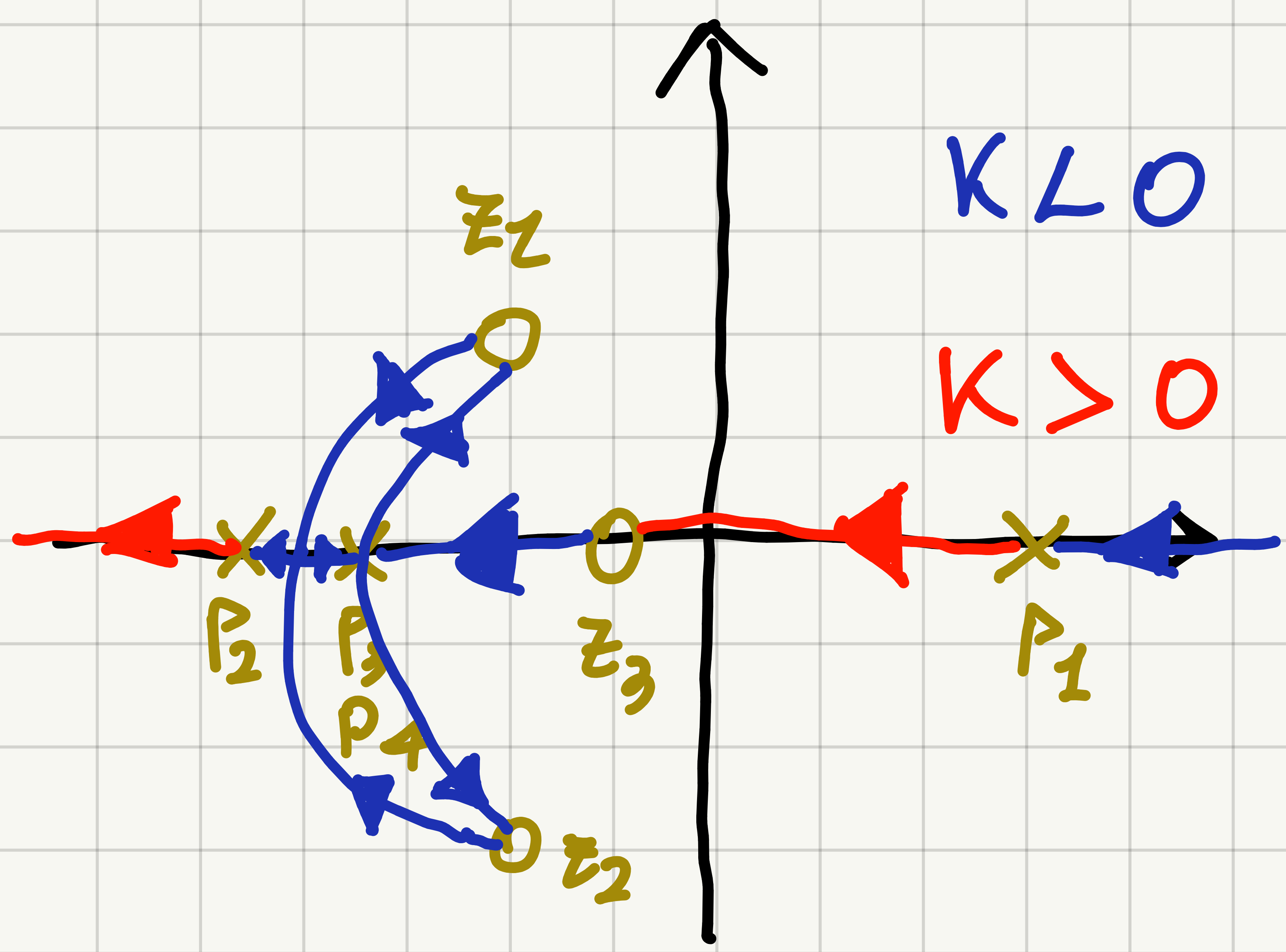
1

$$F(s) = K \cdot \frac{(s^2+8s+20)(s+2)}{(s-1)(s+10)(s+5)^2} \qquad K \in \mathbb{R}$$

$n=4,\ m=3 \implies n-m=1$

$P_1 = 1 \qquad P_2 = -10 \qquad P_3 = P_4 = -5$

$Z_1 = -4+2i \qquad Z_2 = -4-2i \qquad Z_3 = -2$



$$p(s,K) = (s-1)(s+10)(s+5)^2 + K(s^2+8s+20)(s+2)\Big|_{s=0} = 0$$

$$-250 + 40K = 0 \qquad K = 6{,}25$$

SISTEMA STABILE $\forall K > 6{,}25$

$\implies \nexists$ RISPOSTA A REGIME PERMANENTE PER $K=5$

2

SPECIFICHE UNIVOCHE

$$|Y_{d_1}(t)| = \frac{K_d}{K_G} \leq 0{,}05 \Rightarrow K_G \geq 20$$

$$|Y_{d_2}(t)| = \left| \frac{1}{1 + F(i\omega)} \right| \leq 0{,}0035 \Rightarrow |F(i\omega)| \geq 286$$

PER $\omega \leq 0{,}1 \frac{rad}{s}$

$\rightarrow 49dB$

SPECIFICHE LASCHE

$$M_r \leq 2dB \Rightarrow M_\varphi \geq 47°$$

$$B_3 \simeq 1Hz \Rightarrow \omega_t = 3 \div 5 B_3 = 4B_3 = 4 \frac{rad}{s}$$

$$G(s) = 20 \quad F(s) = G(s) \cdot P(s) = \frac{40}{s(1 + \frac{s}{10})}$$

$$F(i\omega) = \frac{40}{i\omega(1 + \frac{i\omega}{10})} \qquad 40 \rightarrow 32dB$$

PUNTI DI ROTTURA:

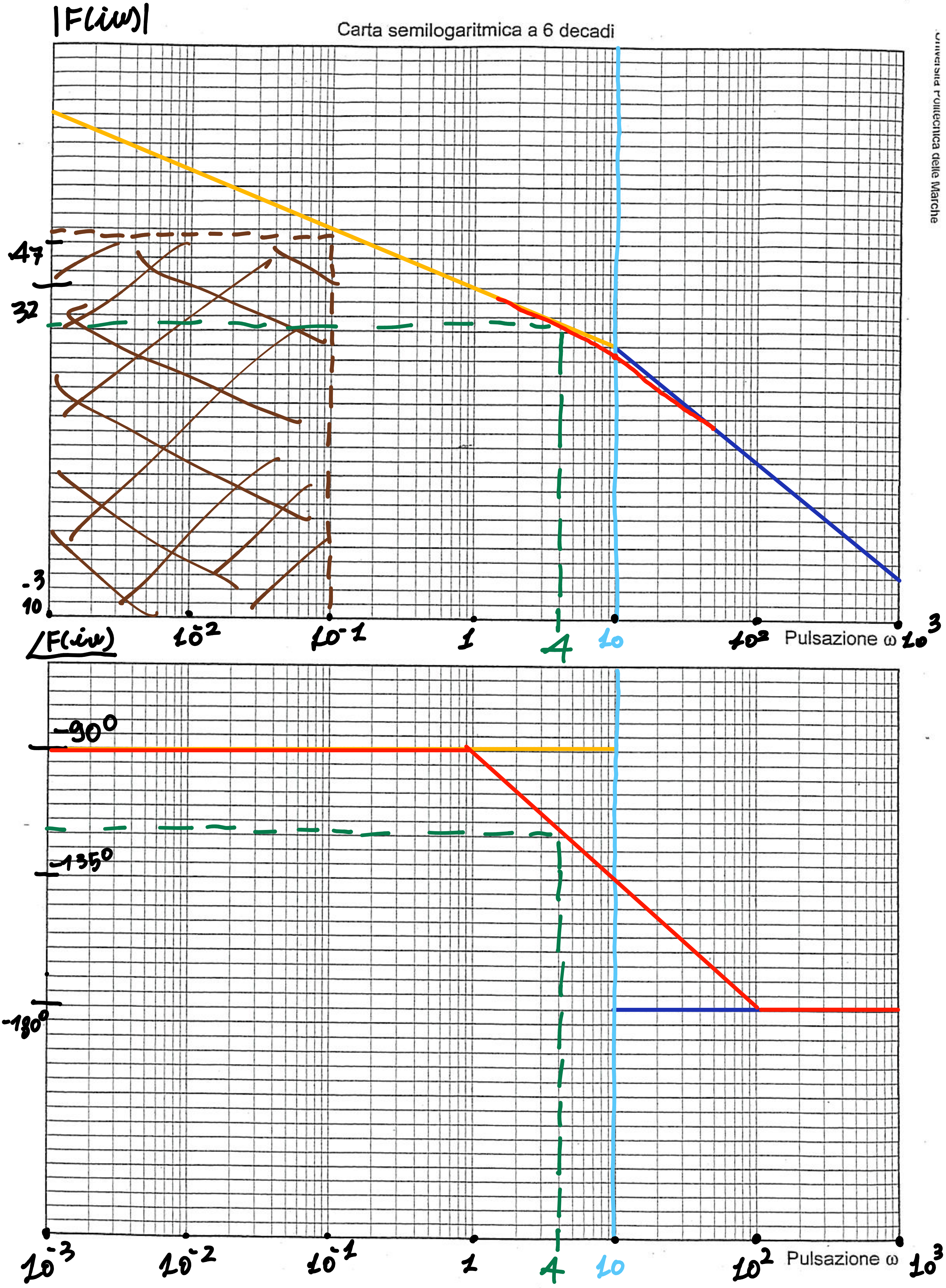
- $\omega = 0$ ● $-20dB$ $-90°$ $-20dB$ $-90°$
- $\omega = 10$ ● $-20dB$ $-90°$ $-40dB$ $-180°$

CORREZIONE MODULO

ω	$1 + \frac{i\omega}{10}$	TOT
10	$-3dB$	$-3dB$

CORREZIONE FASE

ω	$i\omega$	$1 + \frac{i\omega}{10}$	TOT
10	$-90°$	$-45°$	$-135°$



|F(iω)|
Carta semilogaritmica a 6 decadi
Università Politecnica delle Marche
47
32
10^-3
10^-2
10^-1
1
4
10
10^2
Pulsazione ω
10^3
∠F(iω)
-90°
-135°
-180°
10^-3
10^-2
10^-1
1
4
10
10^2
Pulsazione ω
10^3

$|F(i\omega_c)| = 17 dB$

$\angle F(i\omega_c) = -120^\circ \implies M_\varphi = 60^\circ$

OBIETTIVO:

- $|F(i\omega_c)| = 0$
- $M_\varphi \geq 47^\circ$ ✓

$\Big\} \implies$ DIMINUIRE MODULO

$\implies$ FUNZIONE ATTENUATRICE

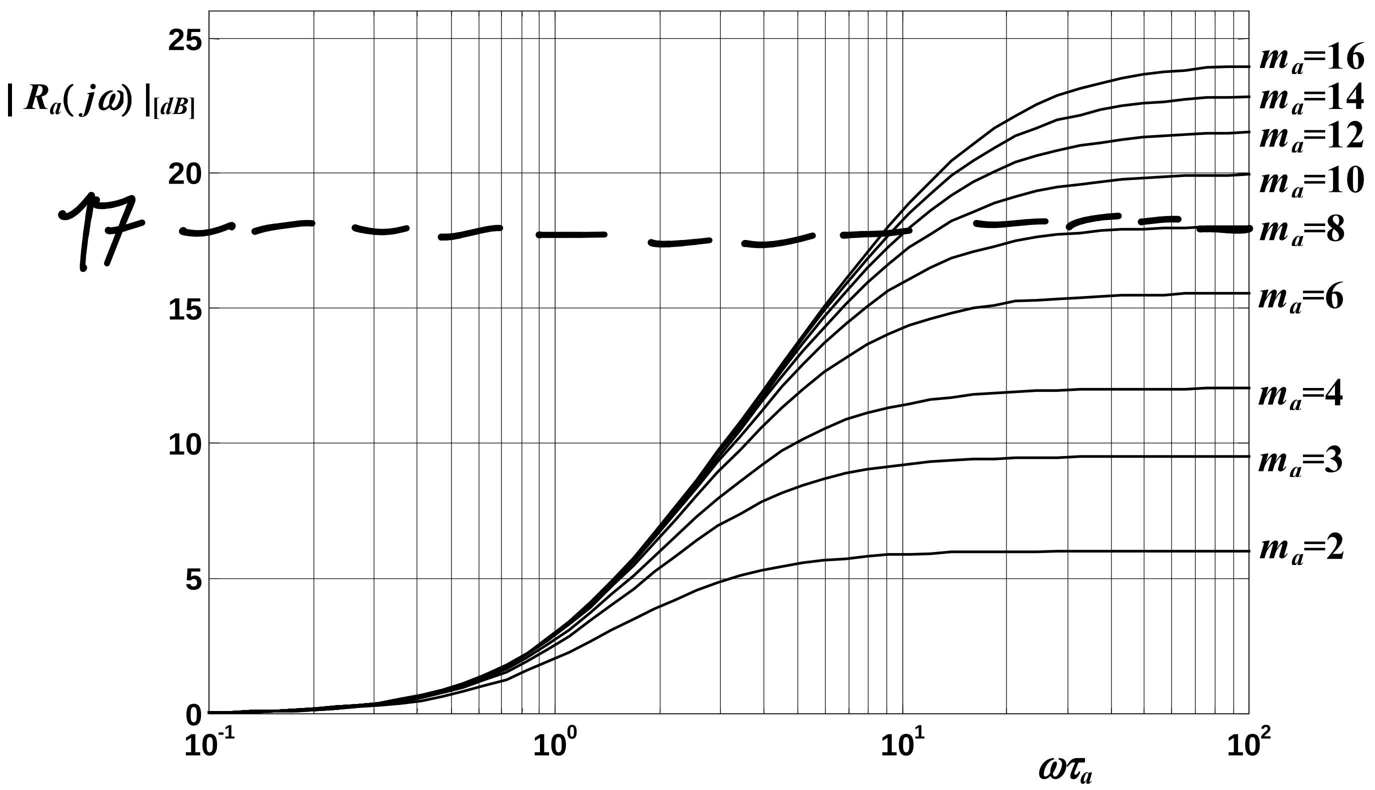
$m_i = 8 \qquad \omega_c \tau_i = 100 \implies \omega_i = \frac{\omega_c}{100} = 0{,}2$

$$\implies R_i(s) = \frac{1 + \frac{s}{m_i \omega_i}}{1 + \frac{s}{\omega_i}} = \frac{1 + \frac{s}{1{,}6}}{1 + \frac{s}{0{,}2}}$$

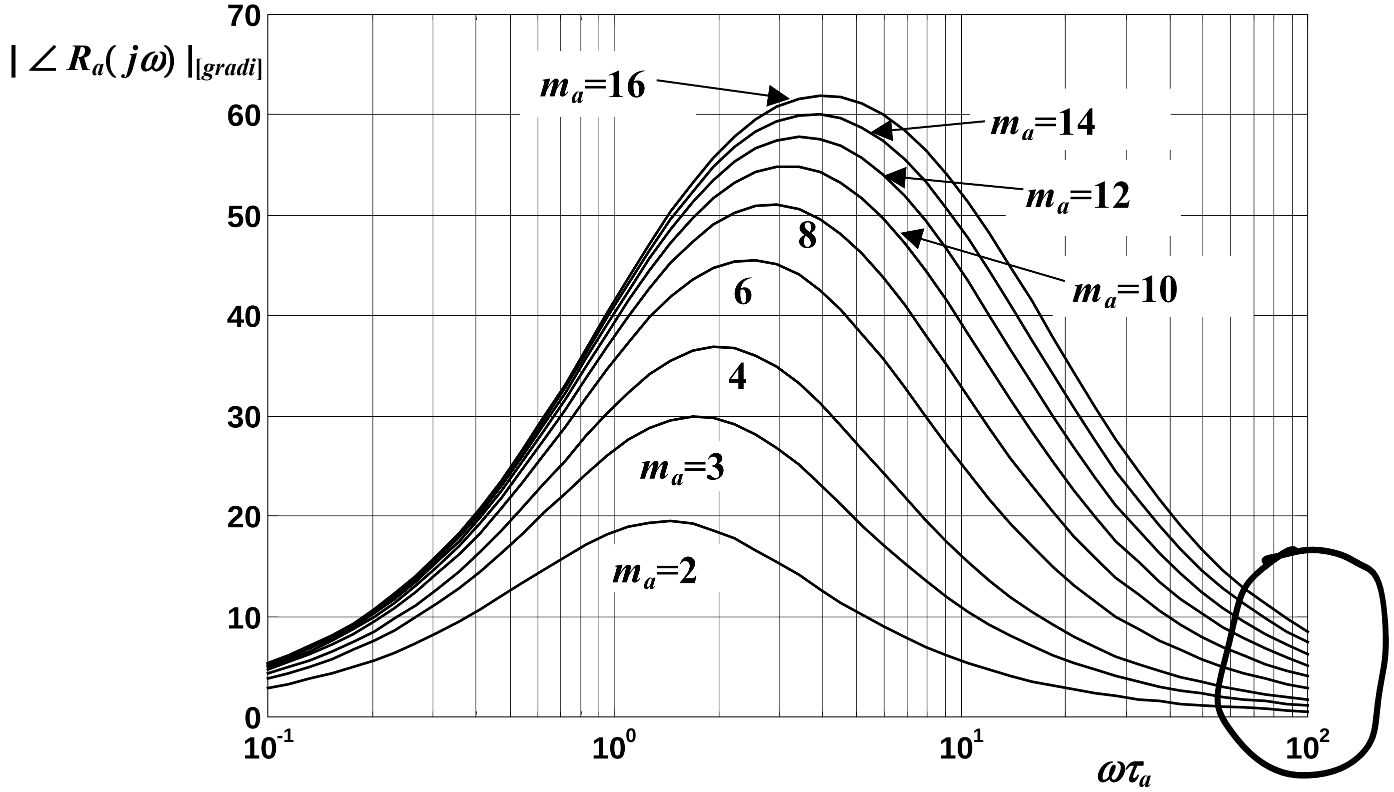
$$\implies G(s) = 20 \cdot \frac{1 + \frac{s}{1{,}6}}{1 + \frac{s}{0{,}2}}$$

$$\implies F(s) = \frac{40}{s\left(1 + \frac{s}{10}\right)} \cdot \frac{1 + \frac{s}{1{,}6}}{1 + \frac{s}{0{,}2}}$$

$$F(i\omega) = 40 \cdot \frac{1 + \frac{i\omega}{1{,}6}}{i\omega\left(1 + \frac{i\omega}{0{,}2}\right)\left(1 + \frac{i\omega}{10}\right)}$$



| $R_a(j\omega)$ |$_{[dB]}$
17
m_a=16
m_a=14
m_a=12
m_a=10
m_a=8
m_a=6
m_a=4
m_a=3
m_a=2
25
20
15
10
5
0
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
$\omega\tau_a$



| ∠ $R_a(j\omega)$ |$_{[gradi]}$
m_a=16
m_a=14
m_a=12
m_a=10
8
6
4
m_a=3
m_a=2
70
60
50
40
30
20
10
0
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
$\omega\tau_a$