

EXERCISE: TRANSLATE THE FOLLOWING ASSERTION IN PROPOSITIONAL LOGIC. THEN.

VERIFY IT USING BOTH SEMANTIC AND RESOLUTION CALCULUS

1) SE CARLA NON È NATA A CATANIA, ALLORA ANNA NON È NATA AD

ALESSANDRIA E BARBARA È NATA A BOLOGNA

CATANIA

2) SE ANNA È NATA AD ALESSANDRIA, ALLORA CARLA NON È NATA A

3) CARLA È NATA A CATANIA O ANNA NON È NATA AD ALESSANDRIA

$\Gamma, \Delta \models 3?$

$Z = \text{BARBARA È NATA A BOLOGNA}$

$X = \text{CARLA È NATA A CATANIA}$ $Y = \text{ANNA È NATA AD ALESSANDRIA}$

$\neg X \rightarrow (\neg Y \wedge \neg Z), Y \rightarrow \neg X \models X \vee \neg Y$

SEMANTIC

X	Y	Z	$\neg X$	$\neg Y$	$\neg Z$	$\neg Y \wedge \neg Z$	F_1	F_2	φ
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1

$\Gamma_1, \Gamma_5, \Gamma_6$ SATISFIES BOTH PREMISES AND CONCLUSION

$\Rightarrow F \models \varphi$

RESOLUTION

$$\{\neg x \rightarrow (\neg y \wedge \neg z), y \rightarrow \neg x, \neg(x \vee \neg y)\}$$

STEP

FORMULA

RULE

1

$$\{\neg x \rightarrow (\neg y \wedge \neg z)\}$$

ASSUMPTION

2

$$\{\neg y \rightarrow \neg x\}$$

ASSUMPTION

3

$$\{\neg \neg(x \vee \neg y)\}$$

ASSUMPTION

4

$$\{\neg x, \neg \neg y \wedge \neg z\}$$

1, β -EXPANSION

5

$$\{\neg x, \neg y\}$$

4, α -EXPANSION

6

$$\{\neg x, \neg z\}$$

4, δ -EXPANSION

7

$$\{\neg x, \neg y\}$$

2, β -EXPANSION

8

$$\{\neg x\}$$

3, α -EXPANSION

9

$$\{\neg y\}$$

3, δ -EXPANSION

10

$$\{\neg y\}$$

5, 8 RESOLUTION

11

$$\perp$$

9, 10 RESOLUTION

$F \vee \neg \varphi$ HAS A CLOSED EXPANSION $\Rightarrow F \vdash \varphi$

EX 12A: TRANSLATE THE FOLLOWING ASSERTION IN PROPOSITIONAL LOGIC. THEN,

VERIFY IT USING BOTH SEMANTIC AND RESOLUTION CALCULUS

1) SE CARLO NON È DI AGRIGENTO, ALLORA BRUNO È DI CATANIA O
ROBERTO È DI NAPOLI

2) SE BRUNO NON È DI CATANIA ALLORA ROBERTO NON È DI NAPOLI

3) SE CARLO NON È DI ARGENTO ALLORA BRUNO NON È DI CARTA

4) CARLO È DI AGRIENTO

1, 2, 3 F 4?

1, 2, 3 \models 4?
x = CARLO È DI AGRIBENTO y = BRUNO È DI CAGANIA z = ROBERTO
 $\neg x \Rightarrow y \vee z$, $\neg z \Rightarrow \neg x$, $\neg x \wedge \neg z \models x$

SEMANTICAL

x	y	z	$\neg x$	$\neg y \neg z$	F_1	$\neg y$	$\neg z$	F_2	F_3	φ
0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1