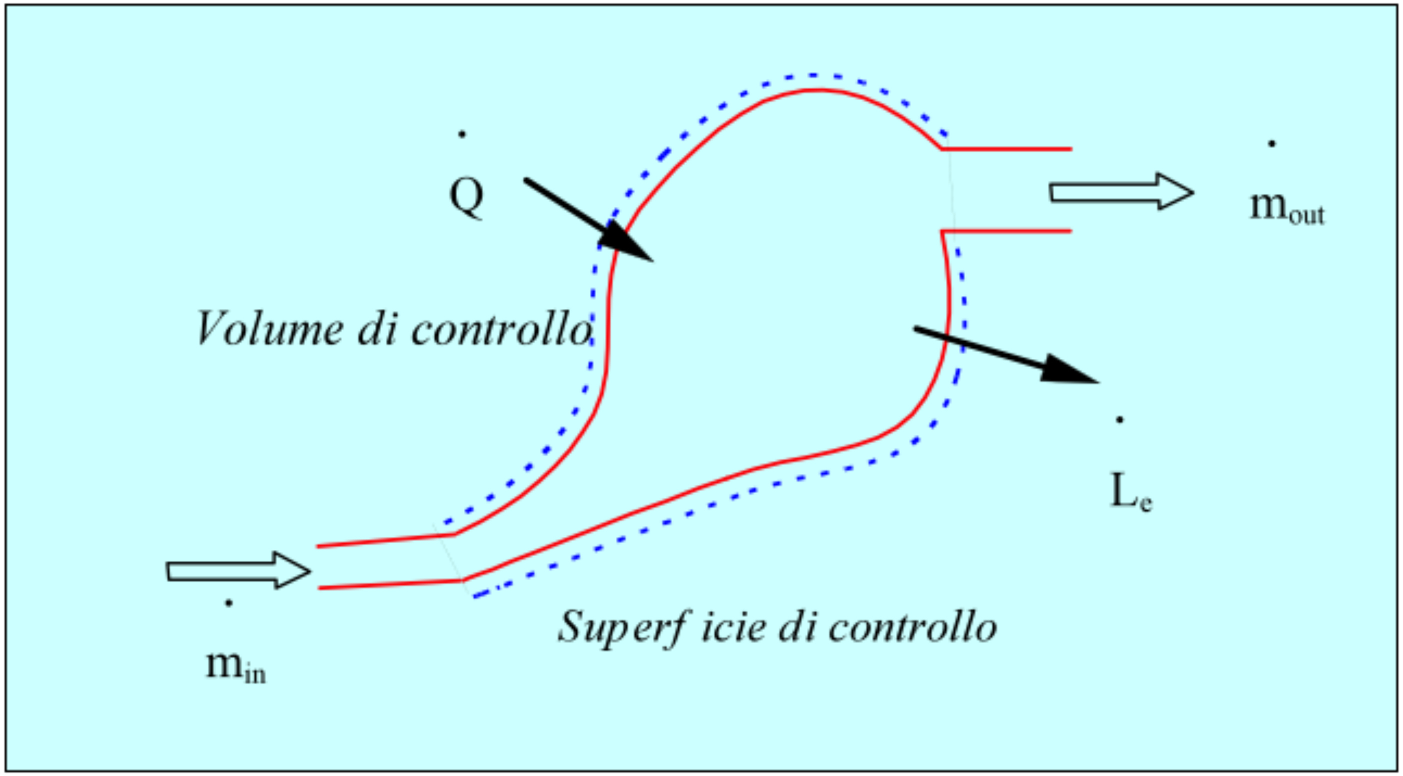
Equazioni di bilancio per un sistema aperto
Dispositivi stazionari

Prof. Ing. Alberto Salioni

Sistema Aperto



Sistema di riferimento Euleriano

Bilancio di Massa

$$\frac{dm}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow}$$

Equazione di continuità $\dot{m} = \rho \, w \, \Omega$

Bilancio di Energia

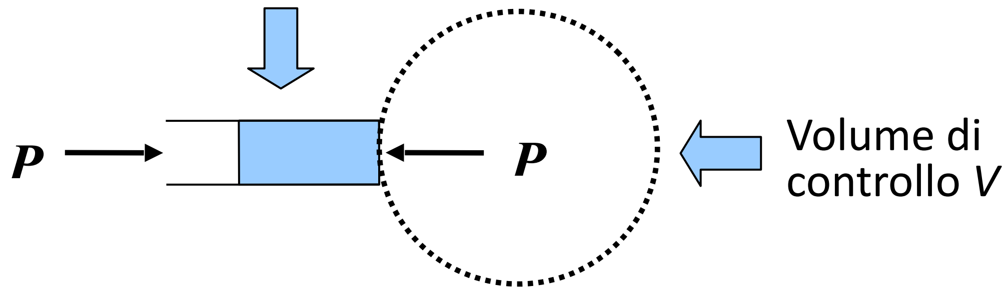
$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \dot{E}_i^{\leftarrow}$$

$$E^{\leftarrow}$$

- Energia associata al trasporto di massa
- Calore scambiato
- Lavoro scambiato
- Energia dovuta ad una sorgente

Bilancio di Energia

Volume V_m occupato dal fluido prima di essere immesso nel volume di controllo



Si consideri un sistema $V + V_m$ occupato dalla massa m_i. Se si immette m_i in V, il volume varia mantenendo costante la massa.
Il sistema è un sistema chiuso che scambia un lavoro L_p con l'esterno:

$$L_p^{\leftarrow} = -\int_{V+V_m}^{V} P\,dV = P \cdot V_m = m_i\,P\,v_i$$

Questo termine di lavoro compare per ogni sezione di ingresso e di uscita della massa

Bilancio di Energia

Energia associata al trasporto di massa

$$E_m = \sum_i m_i^{\leftarrow} \left(u + g\,z + \frac{w^2}{2} \right)$$

Calore scambiato $Q^{\leftarrow}$

Lavoro scambiato Lavoro d'elica $L_e^{\rightarrow}$

Lavoro di pulsione $L_P^{\leftarrow} = \sum_i m_i\, P_i\, v_i$

Energia associata ad un termine di sorgente
(effetto Joule, reazioni chimiche, reazioni nucleari, etc.)

Bilancio di Energia

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \dot{E}_i^{\leftarrow}$$

ovvero:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_i \left(u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_i + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{m}_u \left(u + gz + \frac{w^2}{2} \right)_u - \dot{L}_e^{\rightarrow} + \dot{m}_i \left(Pv \right)_i - \dot{m}_u \left(Pv \right)_u$$

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_i \left(h + g\,z + \frac{w^2}{2} \right)_i + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{m}_u \left(h + g\,z + \frac{w^2}{2} \right)_u - \dot{L}_e^{\rightarrow}$$

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow} \left(h + g\,z + \frac{w^2}{2} \right)_i + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\rightarrow}$$

Bilancio di Entropia

$$\frac{dS}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow} s_i + \dot{S}_{Q\leftarrow} + \dot{S}_{irr}$$

Regime Stazionario

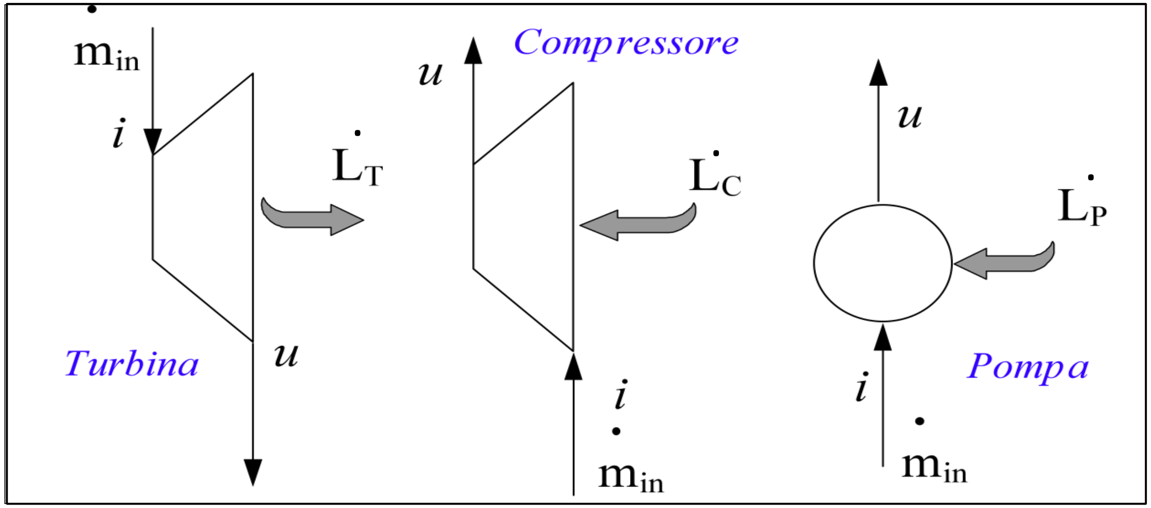
$$\frac{dm}{dt} = \sum_i \dot{m}_i^{\leftarrow} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_i^{\leftarrow} = -\dot{m}_u^{\leftarrow} = \dot{m}^{\leftarrow}$$

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \dot{E}_i^{\leftarrow} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}^{\leftarrow}\left[\left(h_i - h_u\right) + g\left(z_i - z_u\right) + \frac{\left(w_i^2 - w_u^2\right)}{2}\right] + \dot{Q}^{\leftarrow} - \dot{L}_e^{\rightarrow} = 0$$

$$\frac{dS}{dt} = \sum_i \dot{S}_i^{\leftarrow} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}^{\leftarrow}\left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_{Q^{\leftarrow}} + \dot{S}_{irr} = 0$$

Macchina Aperta

Dispositivo adiabatico atto a scambiare lavoro per il quale si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale e cinetica tra le sezioni di ingresso e di uscita



$$\dot{m}^{\leftarrow}\left(h_i - h_u\right) - \dot{L}_e^{\rightarrow} = 0 \qquad \dot{m}^{\leftarrow}\left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_{irr} = 0$$

Scambiatore di Calore

$$\dot{m}^{\leftarrow}\left(h_i - h_u\right) + \dot{Q}^{\leftarrow} = 0$$

$$\dot{m}^{\leftarrow}\left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_{Q^{\leftarrow}} + \dot{S}_{irr} = 0$$

Gli scambiatori sono sistemi aperti stazionari che operano senza scambio di lavoro per i quali si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale e cinetica tra le sezioni di ingresso e di uscita

Diffusore ($w \downarrow$) e Ugello ($w \uparrow$)

$$\left[\left(h_i - h_u\right) + \frac{\left(w_i^2 - w_u^2\right)}{2} \right] = 0$$

$$\dot{m}^{\leftarrow} \left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_{irr} = 0$$

I diffusori e gli ugelli sono sistemi aperti stazionari che operano senza scambio di lavoro né calore per i quali si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale tra le sezioni di ingresso e di uscita

Valvola di Laminazione

$$\left(h_i - h_u\right) = 0$$

$$\dot{m}^{\leftarrow}\left(s_i - s_u\right) + \dot{S}_{irr} = 0$$

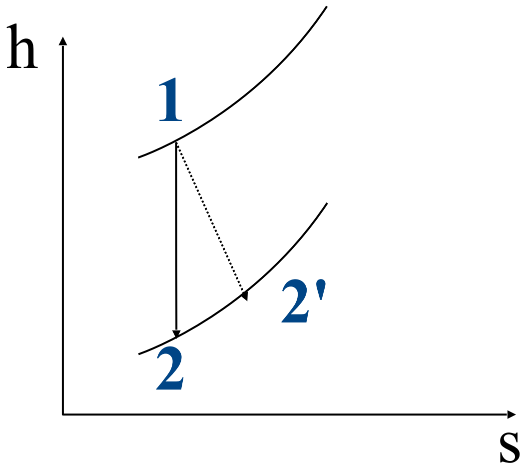
Le valvole di laminazione sono sistemi aperti stazionari che operano senza scambio di lavoro né calore per i quali si ipotizzano trascurabili le variazioni di energia potenziale e cinetica tra le sezioni di ingresso e di uscita

Turbina

Rendimento isentropico di una macchina aperta

Si chiama rendimento isentropico di una macchina motrice aperta (turbina) il rapporto fra la potenza realmente ottenuta e la potenza massima ottenibile in condizioni ideali (trasformazione del fluido isentropica e quindi adiabatica reversibile)a parità di condizioni di ingresso e a parità di pressione di fine espansione.

$$\eta_{is,T} = \frac{\dot{L}^{\rightarrow}_{reale}}{\dot{L}^{\rightarrow}_{ideale}} = \frac{(h_1 - h_{2'})}{(h_1 - h_2)}$$

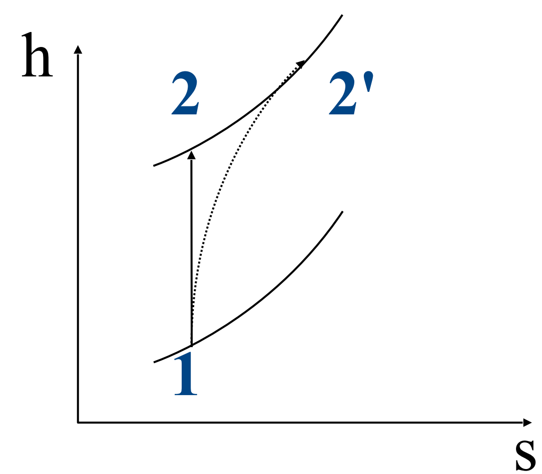


Compressore

Rendimento isentropico di una macchina aperta

Si chiama rendimento isentropico di una macchina operatrice aperta (compressore e pompa) il rapporto fra la potenza minima spesa in condizioni ideali (trasformazione del fluido isentropica e quindi adiabatica reversibile) e la potenza realmente spesa a parità di condizioni di ingresso e a parità di pressione di fine compressione.

$$\eta_{is,C} = \frac{\dot{L}^{\rightarrow}_{ideale}}{\dot{L}^{\rightarrow}_{reale}} = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_1 - h_{2'})}$$



Lavoro specifico per unità di massa fluente

Con opportuni passaggi, sotto l'ipotesi di regime stazionario, trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, per un tratto infinitesimo di lunghezza dx le equazioni di bilancio energetico ed entropico espresse per unità di massa sono:

$$-dh + \delta q^{\leftarrow} - \delta le^{\rightarrow} = 0$$

$$-ds + ds_Q + ds_{irr} = 0$$

Si ipotizzi che le irreversibilità siano associate al solo moto del fluido e non agli scambi di calore con il serbatoio esterno.

$$-dh + \delta q_{rev}^{\leftarrow} - dl_e^{\rightarrow} = 0$$

$$-ds + \frac{\delta q_{rev}^{\leftarrow}}{T} + ds_{irr} = 0$$

e quindi $Tds = \delta q_{rev} + Tds_{irr}$

Ricordando che: $dh = Tds + vdP$

Lavoro specifico per unità di massa fluente

Si ottiene:

$$dh = \delta q_{rev}^{\leftarrow} + Tds_{irr} + vdP$$

$$dh = \delta q_{rev}^{\leftarrow} - dl_e^{\rightarrow}$$

E quindi:

$$-\delta l_e^{\rightarrow} = vdP + Tds_{irr}$$

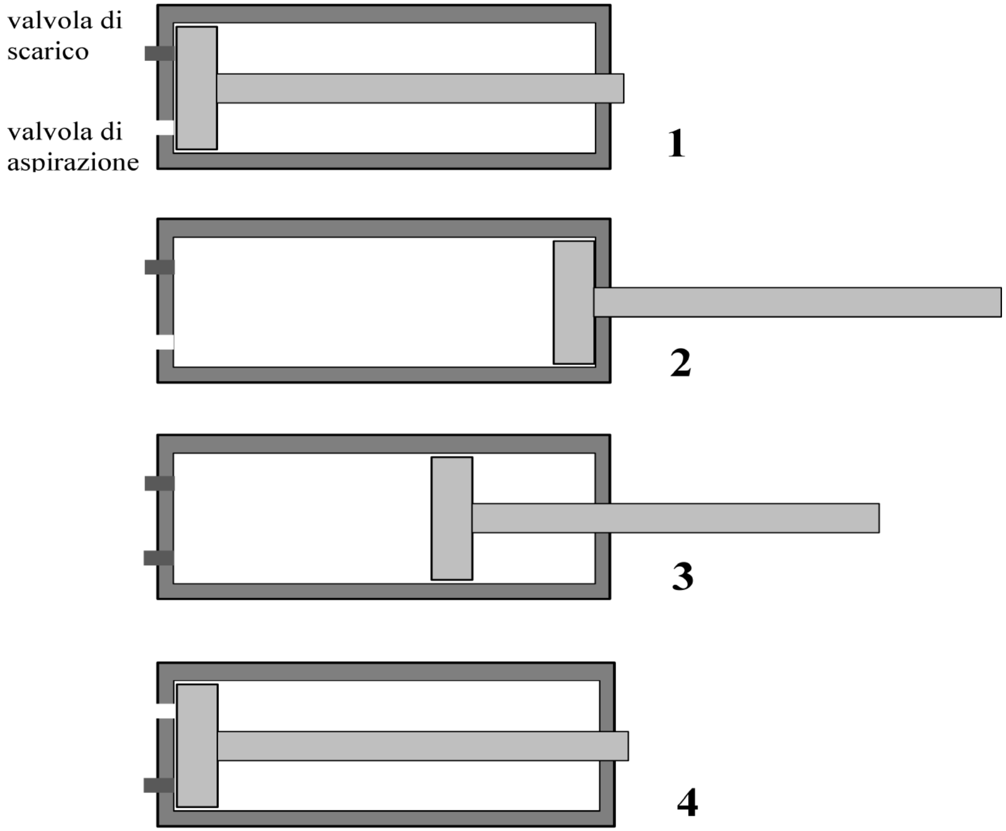
Integrando fra la sezione di ingresso e quella di uscita:

$$l_e = \underbrace{-\int_i^u vdP}_{l_{rev}} - \underbrace{\int_i^u Tds_{irr}}_{\text{Energia dissipata per irreversibilità interna}}$$

l_{rev}

Energia dissipata per irreversibilità interna

Compressore Alternativo Ideale



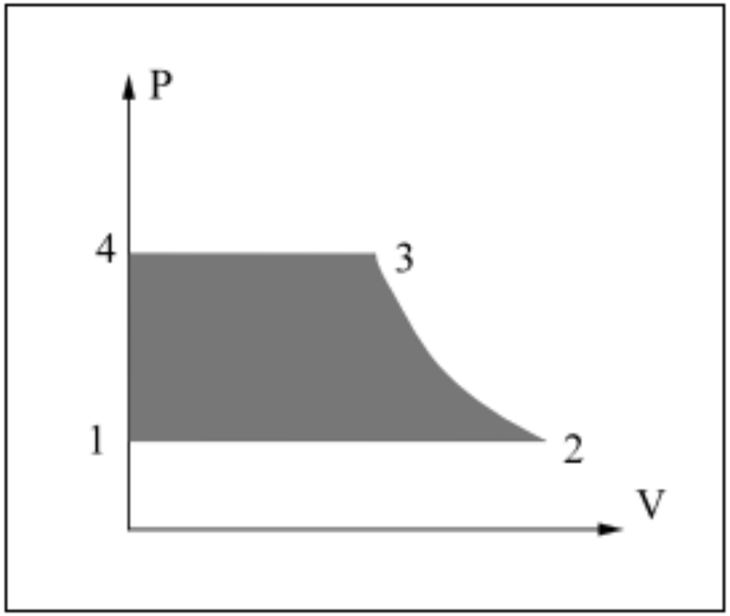
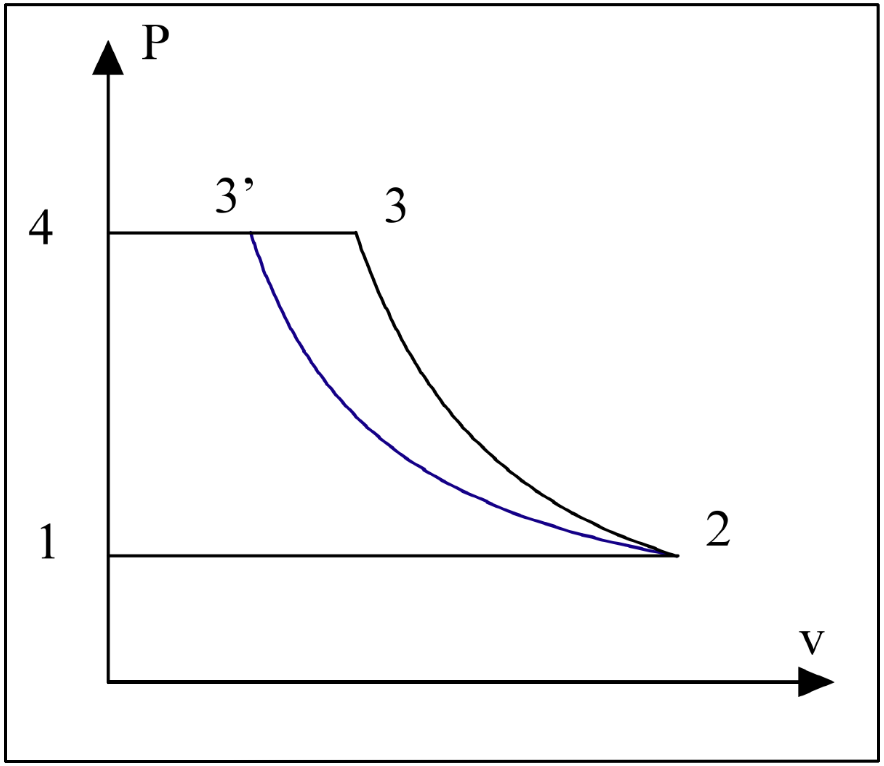


Diagramma della macchina

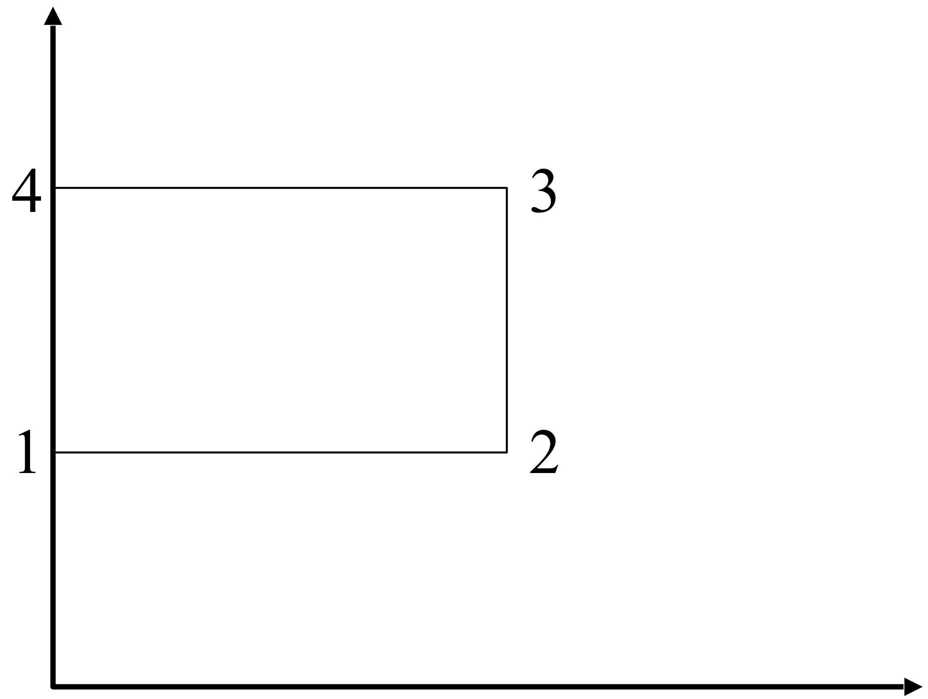
$$l^{\rightarrow} = -\int_2^3 v dP$$

Compressore Alternativo Ideale



compressione adiabatica (2-3) o isoterma (2-3')

Pompa Ideale



$$l^{\leftarrow} = v\left(P_4 - P_1\right)$$

Note per lo studente

Note per lo studente

Note per lo studente

Note per lo studente