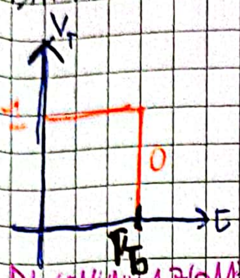
SEGNALI

Un segnale (dal punto di vista logico) è una sequenza di bit che descrivono l'andamento di una grandezza fisica in funzione di variabili indipendenti, spesso indicata come il tempo t. È caratte[rizzato] dai requisiti di qualità, che condizionano la progettazione dei sistemi.



$T_b \rightarrow$ **TEMPO DI BIT.** **Tempo necessario per trasmettere i bit.** Una grandezza importante è il bit rate (velocità di trasmissione) $R_b = \frac{1}{T_b}$, che indica la quantità di dati digitali che possono essere trasferiti su un canale di comunicazione in un dato intervallo di tempo. Mette in evidenza il legame tra evoluzione del segnale e caratterizzazione in frequenza.

I segnali sono classificati in:

- **Monodimensionali** $\rightarrow$ **funzione di una variabile**
- Multidimensionali $\rightarrow$ funzioni di più variabili
- A valori continui $\rightarrow$ il segnale assume valori in intervalli continui
- A valori discreti $\rightarrow$ il sistema assume una quantità limitata di valori
- Reali $\rightarrow$ assumono solo valori reali
- Complessi $\rightarrow$ assumono solo valori complessi
- **Deterministici** $\rightarrow$ valore univoco e noto con esattezza
- Casuali $\rightarrow$ valore non certo
- Periodici $\rightarrow$ si ripetono ogni T_0 secondi allo stesso modo $x(t) = x(t + T_0)$

Il valore più piccolo di T_0 è detto periodo e il suo inverso $R_0 = \frac{1}{T_0}$ è la frequenza fondamentale del segnale periodico. In generale, se $Y(t)$ è periodico di periodo T_0, detto $X(t)$ un periodo del segnale, $Y(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(t - nT_0)$

FORME D'ONDA

Sono rappresentazioni grafiche del livello di un segnale nel tempo. Le [illegible] di interesse sono **tensione** e **corrente**. Per essere fisicamente **realizzabili**, devono soddisfare le seguenti condizioni:

- valori non nulli in intervalli di tempo finiti
- funzioni continue del tempo

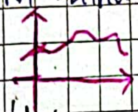
- VALORE DI PICCO FINITO
- SEGNALI A VALORI REALI

LA COMPONENTE CONTINUA, O VALORE MEDIO TEMPORALE DI UN SEGNALE $w(t)$ È DETERMINATO

$\langle w(t) \rangle = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \cdot \int_{-T/2}^{T/2} w(t)\,dt \in \mathbb{R}$. PER UN SEGNALE $x(t)$ SI DEFINISCONO:

- ENERGIA DI UN SEGNALE $\rightarrow E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$
- POTENZA ISTANTANEA: $P(t) = |x(t)|^2 \rightarrow E = \int_{-\infty}^{\infty} P(t)\,dt$
- POTENZA MEDIA $\rightarrow P = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$
- POTENZA MEDIA SULL'INTERVALLO T $\rightarrow P_T = \frac{1}{T} \cdot \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$

SI PARLA DI ENERGIA (E POTENZA) FINITA QUANDO NON DIVERGE MAI. IN PARTICOLARE, UN SEGNALE PERIODICO HA SEMPRE ENERGIA INFINITA MA, SUL SINGOLO PERIODO T_0, SE LA POTENZA È FINITA SI PUÒ DETERMINARE LA SUA MEDIA



UN SEGNALE A COMPONENTI NON NULLE E VALORE MEDIO POSITIVO È SEMPRE POSITIVO.

UN'ALTRA CARATTERISTICA POSSIBILE DI UN SEGNALE $x(t)$ È LA POSSIBILE DISTINZIONE TRA:

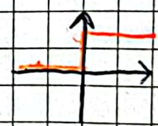
- PARI $\Leftrightarrow x(t) = x(-t) \quad \forall t$
- DISPARI $\Leftrightarrow x(t) = -x(-t) \quad \forall t$

UN SEGNALE È SEMPRE ESPRIMIBILE COME SOMMA DI SEGNALI PARI E DISPARI $x(t) = x_p(t) + x_d(t)$, IN CUI $x_p(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$ E $x_d(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$. VEDIAMO ALCUNI ESEMPI:

- RETTANGOLO $E = 1, P = 0$

- TRIANGOLO $E = \frac{2}{3}, P = 0$

- SCALINO UNITARIO $x(t) = u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$ $E \rightarrow +\infty, P = \frac{1}{2}$



NELLA REALIZZAZIONE DI UNA TRASMISSIONE BINARIA È NECESSARIO CHE I BIT SIANO EQUIPROBABILI, CIOÈ CHE CI SIANO TANTI 0 QUANTI 1 PER OTTENERE COMPONENTE CONTINUA NULLA. PER RANDOMIZZARE LO SCAMBIO DI BIT SI INTRODUCONO ALGORITMI DI SCRUMBLING PER OTTENERE L'EQUIPROBABILITÀ DEI SIMBOLI IN USCITA, SUCCESSIVAMENTE SI USANO ALGORITMI DI DESCRUMBLING.

SI ELENCANO ORA LE OPERAZIONI PRINCIPALI SUI SEGNALI:

- RITARDO E ANTICIPO $\gamma \rightarrow x(t) \rightarrow x(t \mp \gamma)$
- SCALATURA $\alpha \rightarrow x(t) \rightarrow x(\alpha t)$ $\begin{cases} |\alpha| < 1 \Rightarrow \text{COMPRESSIONE} \\ |\alpha| > 1 \Rightarrow \text{DILA[illegible]} \end{cases}$
- FINESTRATURA $\rightarrow$ MOLTIPLICAZIONE DI UN SEGNALE PER UN ALTRO

SEGNALI DI INTERESSE

IMPULSO/DELTA DI DIRAC

SI PUÒ DEFINIRE COME IL RETTANGOLO DI BASE T ED ALTEZZA $\frac{1}{T}$ PER $T \to 0$ $\delta(t) = \lim_{T \to 0} \frac{1}{T} \cdot rect\left(\frac{t}{T}\right)$

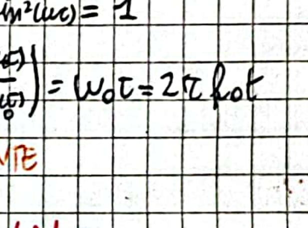
QUESTO PARTICOLARE SEGNALE DIVERGE IN UN INTERVALLO INFINITESIMO INTORNO A $t=0$ E RISULTA NULLO PER $t \neq 0$. HA AREA UNITARIA $A = \int \delta(t)\,dt = 1$ E, RISPETTO ALLO SCALINO, SI PUÒ DIMOSTRARE CHE $\delta(t) = \frac{d}{dt} u(t)$; $u(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(t)\,dt$. PROPRIETÀ IMPORTANTI:

- UN SEGNALE MOLTIPLICATO PER LA DELTA DI DIRAC RESTITUISCE IL VALORE DEL SEGNALE IN $t=0$ MOLTIPLICATO PER LA DELTA DI DIRAC STESSA $x(t) \cdot \delta(t) = \lim_{T \to 0} x(t) \cdot \frac{1}{T} \cdot rect\left(\frac{t}{T}\right) = x(0) \cdot \lim_{T \to 0} \frac{1}{T} \cdot rect\left(\frac{t}{T}\right) = x(0)\delta(t)$
- L'INTEGRALE DEL SEGNALE MOLTIPLICATO PER LA DELTA DI DIRAC RESTITUISCE IL VALORE DEL SEGNALE IN $t=0$ $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \delta(t)\,dt = x(0)$
- UN SEGNALE MOLTIPLICATO PER LA DELTA DI DIRAC, CON RITARDO τ, È UGUALE AL VALORE DEL SEGNALE IN $t=\tau$ MOLTIPLICATO PER LA DELTA DI DIRAC RITARDATA $x(t) \cdot \delta(t-\tau) = x(\tau) \cdot \delta(t-\tau)$
- L'INTEGRALE DEL SEGNALE MOLTIPLICATO PER LA DELTA DI DIRAC, CON RITARDO τ, RESTITUISCE IL VALORE DEL SEGNALE IN τ $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \delta(t-\tau)\,d\tau = x(\tau)$
- OGNI SEGNALE PUÒ ESSERE ESPRESSO COME SOMMA INTEGRALE DI SEGNALI E DELTA DI DIRAC RITARDATE $x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,d\tau$

SEGNALI SINUSOIDALI

$x(t) = A\cos(\underbrace{2\pi f_0}_{\omega} t + \psi)$ AMPIEZZA FREQUENZA FONDAMENTALE FASE INIZIALE $P_m = \frac{A^2}{2}$

UN AUMENTO DELLA FASE IMPLICA L'ANTICIPO DEL SEGNALE



ESPONENZIALE COMPLESSO

$x(t) = e^{j(2\pi f_0 t)} = \cos(2\pi f_0 t) + j\sin(2\pi f_0 t) \Rightarrow$ VETTORE NEL PIANO DI GAUSS CON:

- MODULO UNITARIO $|x(t)| = |\cos^2(\omega t) + j\sin^2(\omega t)| = \sqrt{\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)} = 1$
- ANGOLO CON L'ASSE REALE FUNZIONE DEL TEMPO $\angle x(t) = \arctan\left(\frac{\sin(\omega_0 t)}{\cos(\omega_0 t)}\right) = \omega_0 t = 2\pi f_0 t$

ROTAZIONE IN SENSO ORARIO PER $f > 0$, A VELOCITÀ COSTANTE

AMPLIFICAZIONE DI GUADAGNO

$P_{in} \to \boxed{G} \to P_{out}$ GUADAGNO $G = \frac{P_{out}}{P_{in}}$ $> 1 \Rightarrow$ AMPLIFICATORE; $< 1 \Rightarrow$ ATTENUATORE. IN DECIBEL, $G_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$

AMPLIFICATORI IN CASCATA $P_{in} \to G_1 \to G_2 \to G_3 \to P_{out}$ $\frac{P_{out}}{P_{in}} = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \Rightarrow G_{dB} = G_{1dB} + G_{2dB} + G_{3dB}$

SVILUPPO IN SERIE DI FOURIER

Un segnale periodico, con periodo T_0, può essere rappresentato come somma di esponenziali complessi pari ad un numero multiplo intero di f_0 e con opportune ampiezze e fasi iniziali $y(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k e^{j(2\pi k f_0 t+\psi_k)} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k e^{j\psi_k} e^{j\cdot 2\pi k f_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} Y_k e^{j\cdot 2\pi k f_0 t}$. Lo sviluppo della serie è detto sviluppo in serie di Fourier, dove Y_k sono i coefficienti della serie di Fourier, da cui sono calcolabili A_k e ψ_k

$$Y_k=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t)\, e^{-j2\pi k f_0 t}\, dt = A_k e^{j\psi_k} = a_k + j b_k \quad \begin{cases} a_k = A_k \cos\psi_k \\ b_k = A_k \sin\psi_k \end{cases} \quad \begin{cases} A_k=\sqrt{a_k^2+b_k^2} \\ \psi_k = \arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right) \end{cases}$$

Se il segnale è periodico, la serie di Fourier può essere scritta come somma di seni e coseni

$$y(t)=Y_0+2\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left[a_k \cos(2\pi k f_0 t) - b_k \sin(2\pi k f_0 t)\right] \quad Y_0=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t)\, dt$$

- Caso di parità $\Rightarrow Y_k=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t)\, e^{-j\cdot 2\pi k f_0 t}\, dt = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t)\left(\cos(2\pi k f_0 t) - \cancel{j\sin(2\pi k f_0 t)}\right) dt$

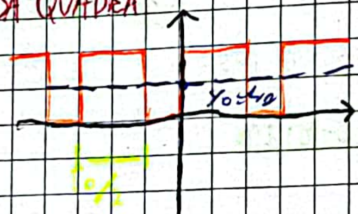
$\Rightarrow Y_k = a_k \quad y(t)=Y_0+2\sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t)$

- Caso di disparità $\Rightarrow Y_k=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} y(t)\left(\cancel{\cos(2\pi k f_0 t)} - j\sin(2\pi k f_0 t)\right) dt \Rightarrow Y_k = j b_k \quad y(t)=2\sum_{k=1}^{+\infty} b_k \sin(2\pi k f_0 t)$

ESEMPIO: L'ONDA QUADRA

$$Y_k=\frac{1}{T_0}\cdot\int_{-T_0/4}^{T_0/4} e^{-j(2\pi f_0 k t)}\, dt = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/4}^{T_0/4} \cos(2\pi f_0 k t)\, dt$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sin(\pi\frac{k}{2})}{\pi\frac{k}{2}} \simeq 1/2 \quad \to 1$$

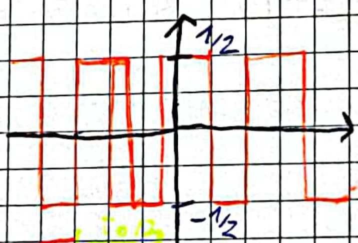


ESEMPIO: L'ONDA QUADRA A MEDIA NULLA

$$y(t)=Y_0(t)+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{\sin(\pi\frac{k}{2})}{\pi\frac{k}{2}}\cos(2\pi k f_0 t),\ Y_0=0$$

$$Y_k=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/4}^{T_0/4} e^{-j(2\pi k f_0 t)}\, dt = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/4}^{T_0/4}\cos(2\pi k f_0 t)\, dt =$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{\cos(\pi k/2)}{\pi k/2}=0 \quad \forall k\neq 0$$



ESEMPIO DI ESPANSIONE: LA COSTANTE

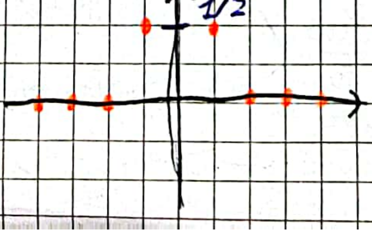
$$Y_k=\begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k\neq 0 \end{cases}$$

Un andamento periodico è descritto, in genere, da somme di seni e coseni $\Rightarrow$ componenti ad una particolare frequenza in cui l'unica variabile è il valore medio, quindi componente continua

ESEMPIO DI ESPANSIONE: IL COSENO

$$y(t)=Y_0+2\sum_{k=1}^{+\infty} A_k \cos(2\pi k f_0 t+\psi_k) = \cos(2\pi f_0 t)$$

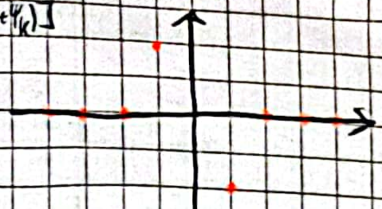
$$\Rightarrow \begin{cases} Y_0=0 \\ Y_k=A_k e^{j\psi_k}=\begin{cases} 1/2 & k=\pm 1 \\ 0 & k\neq 0 \end{cases} \end{cases}$$



ESEMPIO DI ESPANSIONE: IL SENO

$$y(t)=y_0+2\sum_{k=1}^{+\infty}\left[a_k\cos(2\pi k f_0 t+\varphi_k)-b_k\sin(2\pi k f_0 t+\varphi_k)\right]$$

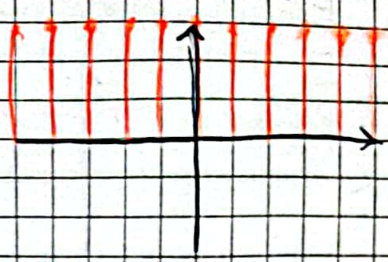
$$=\sin(2\pi f_0 t)\Rightarrow\begin{cases}y_0=0\\ Y_k=a_k+jb_k=\begin{cases}-j/2 & k=1\\ j/2 & k=-1\\ 0 & k\neq\pm1\end{cases}\end{cases}$$



ESEMPIO DI ESPANSIONE: TRENO REGOLARE DI IMPULSI IDEALI

$$y(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a\,\delta(t-nT)$$

$$Y_k=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}y(t)e^{-j\cdot2\pi k f_0 t}dt=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}a\,\delta(t)dt=\frac{a}{T_0}$$



TRASFORMATA DI FOURIER

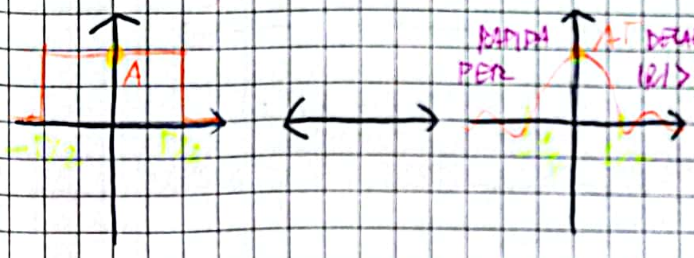
$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\overbrace{X(k\cdot\Delta f)\cdot\Delta f}^{x_k}\cdot e^{j(2\pi k f_0 t)}$$ $f_0=\Delta f\to df,\ x_k\to X(f)df$. L'ESPRESSIONE OTTENUTA HA LA FORMA DI UNO SVILUPPO IN SERIE DI UN SEGNALE NON PERIODICO O PERIODO DI $T_0=\frac{1}{\Delta f}\to+\infty$

IN QUESTO CASO, LA FREQUENZA kf_0 DELLE ARMONICHE TENDE ALLA VARIABILE CONTINUA f E SI PASSA DA SERIE A TRASFORMATA DI FOURIER

$$X(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-j(2\pi f t)}dt\ \xleftrightarrow{\text{TRASFORMATA / ANTITRASFORMATA}}\ x(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)e^{j\cdot2\pi f t}df.$$

COME GIÀ VISTO, UN SEGNALE PERIODICO DI PERIODO T_0 PUÒ ESSERE RAPPRESENTATO COME SOMMA DI ESPONENZIALI COMPLESSI E $y(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}Y_k e^{j\cdot2\pi k f_0 t}=\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)e^{j\cdot2\pi f t}dt$

ESEMPIO: ONDA QUADRA ⟷ TRASFORMATA DEL RETTANGOLO

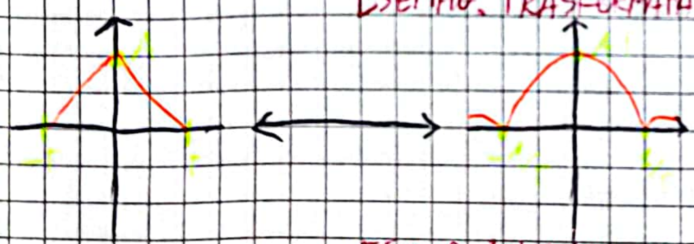


$$Y_k=\frac{1}{T_0}\cdot\int_{-T_0/2}^{T_0/2}e^{-j(2\pi k f_0 t)}dt=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}\cos(2\pi k f_0 t)dt$$

$$\overset{T_1=T_0}{=}\frac{T_1}{T_0}\cdot\frac{\sin\left(\pi\cdot\frac{kT_1}{T_0}\right)}{\pi\cdot\frac{kT_1}{T_0}}\xrightarrow{T_0\to+\infty}T_1\cdot\frac{\sin(\pi T_1 f)}{\pi T_1 f}$$

$$x(t)=A\cdot\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)=\begin{cases}A & |t|<T/2\\ 0 & |t|>T/2\end{cases}$$

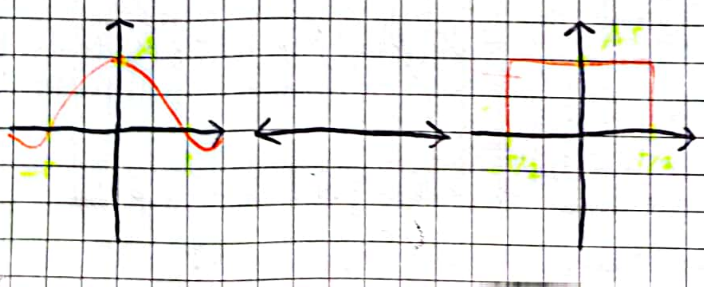
ESEMPIO: TRASFORMATA DEL TRIANGOLO



$$x(t)=A\cdot\mathrm{tri}\left(\frac{t}{T}\right)\Longleftrightarrow X(f)=A\cdot T\cdot\left(\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}\right)$$

ESEMPIO: TRASFORMATA DEL SENO

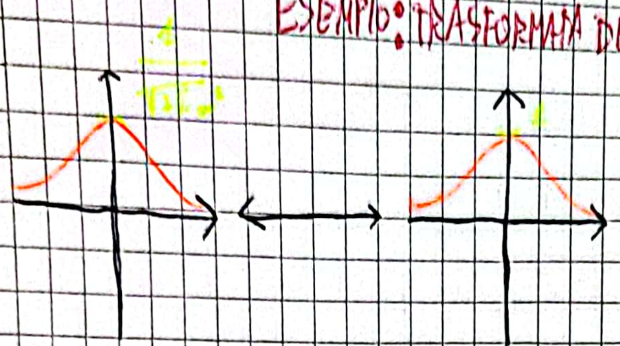
$$\left(\mathrm{sinc}(x)=\frac{\sin(x)}{x}\right)$$



$$x(t)=A\cdot\frac{\sin\left(\pi\frac{t}{T}\right)}{\pi\frac{t}{T}}$$

$$X(f)=A\,T\cdot\mathrm{rect}(Af)=\begin{cases}A & |f|<\frac{1}{2T}\\ 0 & |f|>\frac{1}{2T}\end{cases}$$

ESEMPIO: TRASFORMATA DELLA GAUSSIANA



$$x(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

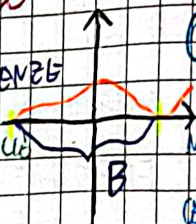
$$X(f)=e^{-\frac{f^2}{1/2\pi^2\sigma^2}}$$

ESEMPIO: TRASFORMATA DEL TRENO D'IMPULSI

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$$

$$X(f)=\frac{1}{T}\cdot\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right)$$

LA BANDA DI UN SEGNALE



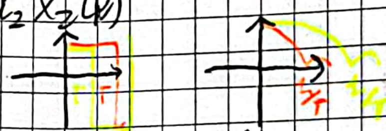
LA BANDA B DI UN SEGNALE $x(t)$ È L'INTERVALLO DI FREQUENZE NEL SEMIASSE POSITIVO IN CUI $X(f)\neq 0$ (SPESSO, NEL MONDO REALE CIÒ NON AVVIENE E SI SCELGONO DEI PICCOLI INTERVALLI CON $X(f)\neq 0$).

QUANDO LA BANDA È CEN NELL'ORIGINE SI PARLA DI BA CENTRALE, ALTRIMENTI BANDA TRASL

INFORMAZIONE → SEGNALE $x(t)$ → OCCUPAZIONE DEL SEGNALE INFINITA → OCCUPAZIONE LIMITATA → $x'(t)$ → INFORMA NUOVA, COINCIDENTE CON QUELLA DI PARTENZA PER $x(t)\simeq x'(t)$

PROPRIETÀ DELLE TRASFORMATE

- LINEARITÀ → $a_1x_1(t)+a_2x_2(t) \Longleftrightarrow a_1X_1(f)+a_2X_2(f)$
- SCALATURA TEMPORALE → $z(t)=x(at) \rightarrow Z(f)=\frac{1}{|a|}X\left(\frac{f}{a}\right)$



- DUALITÀ → $z(t)=x(-t) \Rightarrow Z(f)=X(f)$; $z(t)=X(t) \Rightarrow Z(f)=x(-f)$
- SIMMETRIA → PER UN SEGNALE REALE $x(t)$, $X(f)=X^*(-f)$ CON MODULO PARI E FASE DISPARI

$$\Rightarrow\begin{cases} x(t)\ \text{REALE PARI} \Rightarrow X(f)\ \text{REALE PARI} \\ x(t)\ \text{REALE DISPARI} \Rightarrow X(f)\ \text{IMMAGINARIO DISPARI}\end{cases}$$

- CONIUGAZIONE → $x^*(t) \Rightarrow X^*(-f)$
- TRASLAZIONE NEI TEMPI → $x(t-t_0) \Leftrightarrow e^{-j\cdot 2\pi f t_0}\cdot X(f)$
- TRASLAZIONE NELLE FREQUENZE → $x(t)\cdot e^{j\cdot 2\pi f_0 t} \Leftrightarrow X(f-f_0)$

TRASFORMATA DEL COSENO

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(f)e^{j\cdot 2\pi f t}\,df=1 \qquad x(t)=\cos(2\pi f_0 t)=\frac{1}{2}e^{j\cdot 2\pi f_0 t}+\frac{1}{2}e^{-j\cdot 2\pi f_0 t} \rightarrow X(f)=\frac{1}{2}\delta(f-f_0)+\frac{1}{2}\delta(f+f_0)$$

TRASFORMATA DEL SENO

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(f)e^{j\cdot 2\pi f t}\,df=1 \qquad x(t)=\sin(2\pi f_0 t)=\frac{j}{2}e^{-j\cdot 2\pi f_0 t}-\frac{j}{2}e^{j\cdot 2\pi f_0 t} \rightarrow X(f)=\frac{j}{2}\delta(f+f_0)-\frac{j}{2}\delta(f-f_0)$$

- MOLTIPLICAZIONE NELLE FREQUENZE $\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\cdot y(t-\tau)\,d\tau \Leftrightarrow X(f)\cdot Y(f)$

Scansionato con CamScanner

- MOLTIPLICAZIONE NEI TEMPI $\rightarrow x(t)\cdot y(t) \rightleftarrows \int_{-\infty}^{+\infty} X(\xi)\, Y(f-\xi)\, d\xi$
- RELAZIONE DI PARSEVAL $\rightarrow E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$ DENSITÀ SPETTRALE DI ENERGIA
- FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE $\rightarrow r_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)\, x(t+\tau)\, dt$

DALLA RELAZIONE DI PARSEVAL $r_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) X^*(f) e^{j\cdot 2\pi f \tau} df = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 e^{j 2\pi f \tau} df$

$\Rightarrow \mathcal{F}[r_x(\tau)] = |X(f)|^2$

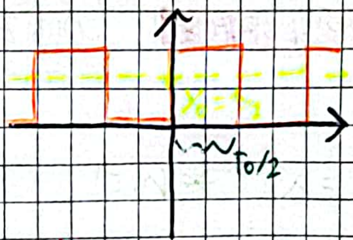
- TRASFORMATA DI UN SEGNALE PERIODICO $\rightarrow \tilde{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t-nT_0)$ $\quad x(t-nT) = x(t) * \delta(t-nT_0)$

$\tilde{X}(f) = \mathcal{F}[x(t) * \delta(t-nT_0)] = X(f)\cdot \mathcal{F}\left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t-nT_0)\right] = X(f)\cdot \frac{1}{T_0}\cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f-\frac{k}{T_0}\right) =$

$= \frac{1}{T_0}\cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X\left(\frac{k}{T_0}\right)\cdot \delta\left(f-\frac{k}{T_0}\right)$ SEQUENZA DI IMPULSI DI FREQUENZA $\frac{k}{T_0}$

TRASFORMATA DELL'ONDA QUADRA A MEDIA NON NULLA

$X_k = T_1 \cdot \frac{\sin(\pi T_1 f)}{\pi T_1 f}$



$Y(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2}\cdot \frac{\sin(\pi \frac{k}{2})}{\pi \frac{k}{2}} \cdot \delta\left(f-\frac{k}{T_0}\right)$

SISTEMI LINEARI TEMPO INVARIANTI

DA UN PUNTO DI VISTA FISICO, UN SISTEMA È UN DISPOSITIVO CHE MODIFICA UN SEGNALE DI INGRESSO $x(t)$ GENERANDO L'USCITA $y(t)$ MANIPOLATO DA UN GENERICO OPERATORE $O[x(t)]$ $\quad x(t) \rightarrow \boxed{\text{SISTEMA } O[x(t)]} \rightarrow y(t)$

UN SISTEMA SI DICE LINEARE QUANDO L'OPERATORE APPLICATO ALLA SOMMA È TALE CHE L'USCITA GENERATA DALLA COMBINAZIONE LINEARE DEGLI INGRESSI È UGUALE ALLA COMBINAZIONE LINEARE DELLE USCITE $\quad a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \rightarrow \boxed{O[a_1 x_1(t)] + O[a_2 x_2(t)]} \rightarrow a_1 y_1(t) + a_2 y_2(t)$

UN SISTEMA SI DICE TEMPO INVARIANTE QUANDO L'USCITA GENERATA DAL SEGNALE RITARDATO È UGUALE ALL'USCITA GENERATA DALL'INGRESSO RITARDATO $\quad x(t-\tau) \rightarrow \boxed{O[x(t-\tau)]} \rightarrow y(t-\tau)$

RISPOSTA ALL'IMPULSO

$h(t) = O[\delta(t)]$, CALCOLABILE SFRUTTANDO LE PROPRIETÀ DEI SISTEMI LTI:

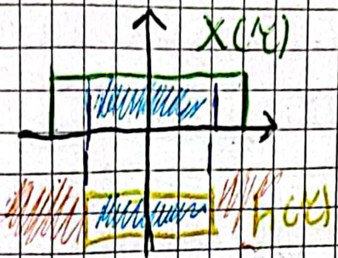
- $O[\delta(t-\tau)] = h(t-\tau)$
- $O[a\delta(t) + b\delta(t-\tau_1) + c\delta(t-\tau_2)] = a h(t) + b h(t-\tau_1) + c h(t-\tau_2)$
- $x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\, \delta(t-\tau)\, d\tau \rightarrow$ CONVOLUZIONE LINEARE DI INFINITI IMPULSI

$y(t) = O\left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\, \delta(t-\tau)\, d\tau\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau = x(t) * h(t)$ CONVOLUZIONE

LA CONVOLUZIONE *

È UN OPERATORE MATEMATICO DATO DAL **PRODOTTO INTEGRALE** TRA UN SEGNALE $x(\tau)$

È LA RISPOSTA ALL'IMPULSO TRASLATA DI τ $h(t-\tau)$ $y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau = x(t)*h(t)$ ESEMPIO DI CALCOLO: $x(t)=h(t)=rect(t)$



$y(t)=rect(t)$

$y(t)=0$

LA CAUSALITÀ

UN SISTEMA SI DICE CAUSALE SE, DATO UN ISTANTE $\bar{t}$, E UN SEGNALE $x(t)$, $y(t)=f(x(t))$ $\forall\ t \leq \bar{t}$, OSSIA L'USCITA DIPENDE DALLE SOLE $x(t)$ PRECEDENTI A $\bar{t}$ (IN CASO CONTRARIO, IL SISTEMA POTREBBE "PREDIRE IL FUTURO"). CONDIZIONE DI CAUSALITÀ:

- $h(t)=0\ \forall t<0$
- $y(t)=\int_{0}^{+\infty} x(t-\tau)\cdot h(\tau)d\tau = x(t)*h(t)$

  $Y(f)=X(f)\cdot H(f)$

SPESSO CAPITA DI LAVORARE CON IMPULSI GENERALMENTE NON CAUSALI MA CHE, CON OPPORTUNI TRONCAMENTI E RITARDI, POSSONO ESSERE CONSIDERATI TALI.

FILTRO PASSA-BASSO & FILTRO PASSA-ALTO

LE COMPONENTI DI SEGNALI CHE VARIANO AD ALTE FREQUENZE VENGONO GESTITE PIÙ FACILMENTE DALLA CONVOLUZIONE USANDO RISPOSTE ALL'IMPULSO LENTAMENTE VARIABILI NEL TEMPO GRAZIE ALL'UTILIZZO UN FILTRO PASSA-BASSO, ELIMINANDOLE. ANALOGAMENTE, VENGONO USATI I FILTRI PASSA-ALTO PER TRASCURARE SEGNALI A BASSE FREQUENZE

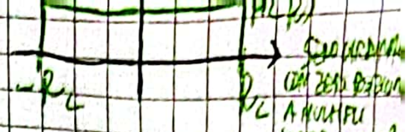
RISPOSTA IN FREQUENZA E BANDA PASSANTE

SCRIVENDO LA TRASFORMATA DI FOURIER DELLA RISPOSTA ALL'IMPULSO $H(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)e^{-j\cdot 2\pi f\tau}d\tau$, NOTIAMO CHE AMPIEZZA E FASE VENGONO MODIFICATI DA UN ESPONENZIALE COMPLESSO DI FREQUENZA f. LA RISPOSTA IN FREQUENZA $H(f)$ CONSENTE DI INTRODURRE IL CONCETTO DI BANDA PASSANTE COME IL MODULO DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA CHE HA VALORI PIÙ ALTI PER QUELLA BANDA DI FREQUENZE. SI RICORDA NEL DOMINIO DELLA TRASFORMATA, $Y(f)=X(f)\cdot H(f)$ RAPPRESENTA LA CONVOLUZIONE. NOTE:

- $X(f)=0 \Rightarrow Y(f)=0\ \forall H(f)$
- SISTEMA FILTRO PASSA-BASSO $\forall H(f)\neq 0$

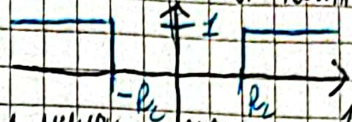
UN FILTRO PASSA-BASSO IDEALE CON FREQUENZA DI TAGLIO f_c HA COME RISPOSTA IN FREQUENZA

RETTANGOLO DI BASE $2f_c$ E ALTEZZA IDEALE $h(t) = \frac{\dots}{\pi t}$

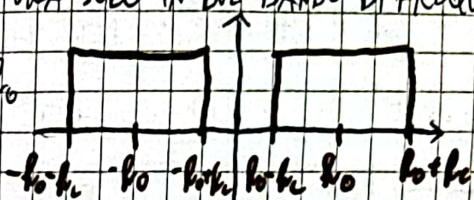


- SISTEMA FILTRO PASSA-ALTO $\forall$ $H(f) \neq 0$ E $|f| \geq |f_c|$

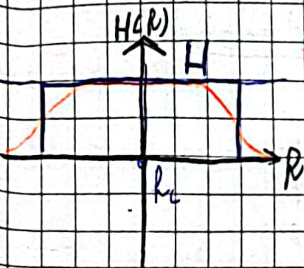
UN FILTRO PASSA-ALTO IDEALE CON FREQUENZA DI TAGLIO f_c HA COME RISPOSTA IN FREQUENZA UN RETTANGOLO DI AMPIEZZA UNITARIA E BASE $2f_c$ E LA RISPOSTA ALL'IMPULSO DI AREA UNITARIA $\delta(t)$ MENO UN SENO CARDINALE CON GLI ZERI POSIZIONATI A MULTIPLI INTERI DI $\frac{1}{2f_c}$.



QUANDO LA RISPOSTA $H(f) \neq 0$ RISULTA NON NULLA SOLO IN DUE BANDE DI FREQUENZA CENTRATE IN f_0 (FREQUENZA CENTRALE) E, PER SIMMETRIA, $-f_0$ SI PARLA DI **FILTRO PASSA-BANDA**. LA RISPOSTA ALL'IMPULSO È DATA DA UN SENO CARDINALE CON GLI ZERI POSIZIONATI A TEMPI MULTIPLI INTERI DI $\frac{1}{2f_c}$ MOLTIPLICATO PER $2\cos(2\pi f_0 t)$.

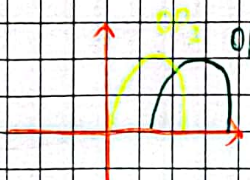


TRASMISSIONE DEI SEGNALI: CASO IDEALE



TENDENZA A ZERO MA NON AZZERAMENTO. LO SPETTRO RADIO-FREQUENZE VIENE USATO PER TRASFERIRE I SEGNALI E, PER ALLOCARLO NELL'INTERVALLO DI f, IN USCITA SI HA UN FILTRO OPPORTUNO

TRASMISSIONE DEI SEGNALI: CASO REALE

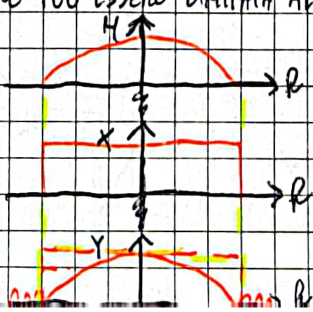


NEL MONDO REALE È MOLTO FREQUENTE LA "CONDIVISIONE DI FREQUENZE" E, PER AFFRONTARE IL PROBLEMA SI PUÒ SCEGLIERE SE ACCETTARE L'INCONTRO CON CONSEGUENTE DISTURBO O RIDURRE L'USA OCCUPAZIONE DELLO SPETTRO USANDO UNA BANDA PIÙ BASSA MA CON SEGNALE PIÙ LENTO

DENSITÀ SPETTRALE DI ENERGIA ATTRAVERSO SISTEMI L.T.I.

$X(f) \rightarrow$ $\boxed{\text{SISTEMA LTI } H(f)}$ $\rightarrow Y(f) = X(f) \cdot H(f)$. VEDIAMO COME VIENE MODIFICATA LA DENSITÀ SPETTRALE $|X(f)|^2 \rightarrow Y(f) = H(f)^2 \cdot X(f)^2$ IL SEGNALE $Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega) =$
$= |X(\omega)| \cdot |H(\omega)| \cdot e^{j[\varphi_x(\omega) + \varphi_H(\omega)]}$ IL SEGNALE $Y(t)$ RISULTA NON DISTORTO SE DIFFERISCE DALL'INGRESSO SOLO PER UNA COSTANTE A ED UN RITARDO t_d $\forall t \rightarrow y(t) = A \cdot x(t - t_d)$ $Y(\omega) = A \cdot X(\omega) \cdot e^{-j\omega t_d}$.

A LIVELLO PRATICO, LA CONDIZIONE PUÒ ESSERE LIMITATA AL SOLO INTERVALLO DI FREQUENZE OCCUPATO DALLO SPETTRO D'INGRESSO



ESEMPIO DEL CAVO

DISTORSIONE LINEARE

La condizione di distorsione lineare prevede che tutte le componenti armoniche del segnale di uscita siano presenti nel segnale di ingresso. La maggior parte dei mezzi di trasmissione usati nei sistemi di comunicazione presentano un comportamento passa-basso ed eliminano dunque i segnali ad alta frequenza. Questo tipo di distorsione, detto dispersione, porta ad un segnale analogo e ad uno spettro diverso.

Il legame ingresso-uscita nel tempo non è descritto dalla convoluzione ed è quindi necessario specificare, punto per punto il valore dell'uscita in corrispondenza di un dato ingresso

$$Y(t)=a_0+a_1\cdot x(t)+a_2\cdot x^2(t)+\dots+a_n x^n(t)+\dots$$

Per la linearità, $Y(f)=Y_1(f)+Y_2(f)$

$Y_1(f)=H_1(f)\cdot X_1(f)$, $Y_2(f)=H_2(f)\cdot X_2(f)$

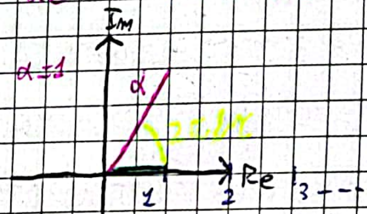
$H_1(f)=e^{-j\cdot 2\pi f t_1} \rightarrow Y_1(f)=X_1(f)\cdot e^{-j\cdot 2\pi f t_1}$ $\quad X_1(f)=X_2(f)$

$H_2(f)=\alpha\cdot e^{-j\cdot 2\pi f(t_1+\tau)} \rightarrow Y_2(f)=X_2(f)\cdot e^{-j\cdot 2\pi f(t_1+\tau)}$

$Y_{TOT}(f)=X(f)\cdot(H_1(f)+H_2(f))$

$H_1(f)+H_2(f)=H(f)=e^{-j\cdot 2\pi f t_1}+\alpha e^{-j\cdot 2\pi f(t_1+\tau)}=e^{-j\cdot 2\pi f t_1}(1+\alpha e^{-j\cdot 2\pi f\tau})$

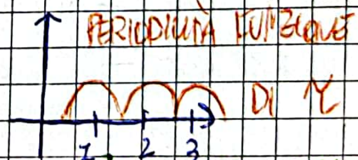
$|H(f)|=\overbrace{|e^{-j\cdot 2\pi f t_1}|}^{=1}\cdot|1+\alpha e^{-j\cdot 2\pi f\tau}|=|1+\alpha e^{-j\cdot 2\pi f\tau}|$



CASI LIMITE:

① Giro completo $\Rightarrow 2\pi f\tau=2\pi k \Rightarrow f=\frac{k}{\tau}$

② Sfasamento $\Rightarrow 2\pi f\tau=(2k+1)\pi \Rightarrow f=\frac{2k+1}{2\tau} \rightarrow$



ESEMPIO DI DISTORSIONE NON LINEARE: $y(t)=a\cdot x^2(t)$, $x(t)=\cos(2\pi f_0 t)$

$x(t)=\cos(2\pi f_0 t)$ Si ricorda, da prostaferesi, $\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$

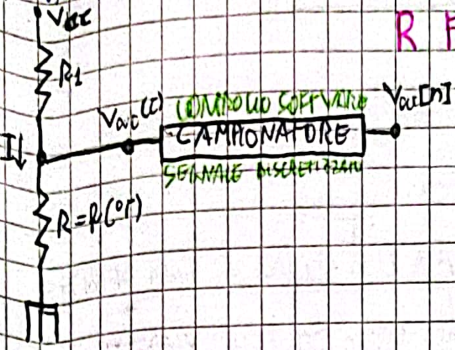
$y(t)=a\cdot(\cos(2\pi f_0 t)\cdot\cos(2\pi f_0 t))=\frac{a}{2}\cdot[\cos(2\pi\cdot 2f_0 t)+1]$

$Y(f)=F[\frac{a}{2}\cdot(\cos(2\pi\cdot 2f_0 t)+1)]=\frac{a}{2}\cdot F[\cos(2\pi\cdot 2f_0 t)+1]=\frac{a}{2}\cdot(\frac{1}{2}\delta(f+2f_0)+\delta(f-2f_0)+\delta(f))$

CAMPIONAMENTO

Si tratta della misurazione del valore di un segnale ad intervalli separati. Vediamo, ad esempio, la

MISURAZIONE DI UN SEGNALE PER LO STUDIO DELLA TEMPERATURA. SI USA UNA PARTICOLARE RESISTENZA R FUNZIONE DELLA TEMPERATURA



$$V_{out} = R(°T) \cdot I = \frac{R(t)}{R_1 + R(t)} \cdot V_{cc}$$

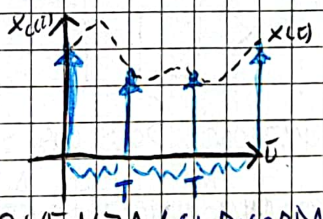
SCEGLIENDO L'OPPORTUNO PERIODO DI CAMPIONAMENTO È POSSIBILE RICOSTRUIRE FEDELMENTE IL SEGNALE ANALOGICO. QUESTO CONSEGUE DAL TEOREMA DEL CAMPIONAMENTO O DI NYQUIST-SHANNON, CHE CONSENTE APPUNTO DI DEFINIRE LA FREQUENZA MINIMA, DETTA FREQUENZA DI NYQUIST, NECESSARIA PER CAMPIONARE UN SEGNALE ANALOGICO SENZA PERDITA DI INFORMAZIONI. DATA UNA FUNZIONE LA CUI TRASFORMATA DI FOURIER SIA NULLA AL DI FUORI DI UN CERTO INTERVALLO DI FREQUENZA (⇒ SEGNALE A BANDA LIMITATA) NELLA CONVERSIONE ANALOGICO-DIGITALE LA MINIMA FREQUENZA DI CAMPIONAMENTO NECESSARIA PER EVITARE ALIASING (FENOMENO PER CUI SEGNALI DIVERSI, UNA VOLTA CAMPIONATI, DIVENTANO INDISTINGUIBILI) E PERDITA DI INFORMAZIONI NELLA CONVERSIONE DIGITALE-ANALOGICO DEVE ESSERE MAGGIORE DEL DOPPIO DELLA FREQUENZA MASSIMA DEL SEGNALE. SE TALI CONDIZIONI SONO SODDISFATTE:

- $x(t)$ È RAPPRESENTATO DAI SUOI CAMPIONI
- $x(t)$ PUÒ ESSERE RICOSTRUITO DALLA VERSIONE CAMPIONATA $x_c(t)$ CON L'USO DI UN FILTRO PASSA-BASSO IDEALE DI GUADAGNO T E FREQUENZA DI TAGLIO $B < f_p < f_c - B$

CAMPIONAMENTO IDEALE

$x(t) \xrightarrow{\ \otimes\ g(t)\ } x_c(t) = x(t) \cdot g(t)$, TRENO DI DELTA DI DIRAC IDEALE DI PERIODO T

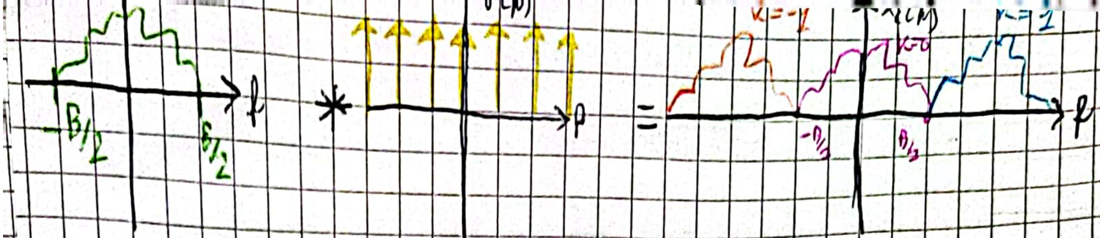
$$\Rightarrow x_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT)\,\delta(t-nT) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \cdot \delta(t-nT)$$ PRODOTTO SEGNALE • RIPETIZIONE PERIODICA DELL'IMPULSO



COMPORTAMENTO IN FREQUENZA (SI RICORDA $f = \frac{1}{T}$)

- $x(t) \rightarrow X(f)$
- $g(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t-nT) \rightarrow G(f) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T}\right) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - k f_c)$
- $X_c(f) = X(f) * G(f) = X(f) \cdot \frac{1}{T} \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - k f_c) = f_c \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - k f_c)$

IL SEGNALE CAMPIONATO HA QUINDI COME TRASFORMATA LA RIPETIZIONE PERIODICA DI $X(f)$, CON PERIODO f_c, MOLTIPLICATA PER f_c



Segnali a banda limitata

Un segnale $x(t)$ è a banda limitata se la sua trasformata di Fourier è nulla $\forall |f| > B$

dove B è il limite di banda, ossia la banda del segnale. Nel dominio del tempo, $x(t) \neq \forall |t|$

Teorema: un segnale a banda limitata non può essere di durata limitata (e viceversa). Idealmente, i segnali fisici (ad esempio un audio WhatsApp) sono sicuramente di durata limitata e quindi banda infinita. Nel mondo reale, però, la condizione matematica non è sempre rispettata e si può, quindi, considerare la banda come limitata. Un segnale fisicamente realizzabile ha energia finita e, di conseguenza, lo spettro di ampiezza deve essere trascurato per $|f| > B$

Pre-filtraggio del segnale (filtro anti-aliasing)

Se non si è certi che la banda sia limitata ad un valore B, è necessario prefiltrare il segnale, cioè filtrare il segnale prima del campionamento in modo da rimuovere subito i componenti non rappresentabili senza ambiguità

Quantizzazione

I valori campionati $x_c(t)$ del segnale $x(t)$ devono essere descritti in formato binario. Si introducono, quindi, delle approssimazioni dette quantizzazioni. Un dispositivo di conversione avrà una caratteristica di trasferimento a scalino e l'altezza di uno scalino è detta passo di quantizzazione S. Errore massimo $-\frac{S}{2} < E < \frac{S}{2}$

LE RETI

Si usano per lo scambio di informazioni. Sono così strutturate:

- Protocollo → insieme di regole per una comunicazione efficace
- Layer fisico
- Comunicazione broadcast (1: molti), multicast (1: tutti), unicast (1:1)
- Indirizzo di identificazione univoco

Da questi concetti i fondamentali delle reti LAN, insieme di calcolatori connessi a un layer fisico che comunicano tra loro attraverso indirizzi di identificazione.

LIVELLI DI UNA RETE LAN:

1. FISICO
2. DATA LINK. INTRODUCE I CONCETTI DI:
   - PROTOCOLLO FRAMING => ORGANIZZA LE INFORMAZIONI CHE SI SCAMBIANO ATTRAVERSO UNA STRUTTURA DATI
   - SCHEMA MAC ADDRESS => INDIRIZZO FISICO CHE VIVE NEL SUO AMBIENTE PRIVATO
3. NETWORK
   - PACCHETTI
   - IP PUBBLICI/PRIVATI → IPv4 => CONSENTE DI USARE OPPORTUNI ROUTER PER PERMETTERE LE COMUNICAZIONI ANALIZZANDO IL PERCORSO MIGLIORE IN BASE A DISTANZE E COSTI

   DI RECENTE È STATO INTRODOTTO LO SCHEMA IPv6 A 128 bit, RIVOLUZIONARIO PER LA SUA DIMENSIONE, ATTUALMENTE MOLTO ALTA
4. TRASPORTO

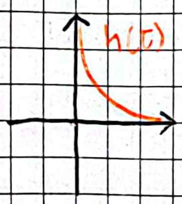
TRASFORMATA DI FOURIER DISCRETA

PER SEGNALI A TEMPO DISCRETO, VIENE USATA LA TRASFORMATA DISCRETA POICHÉ PERMETTE DI LAVORARE CON UN INSIEME DI CAMPIONI FINITO N

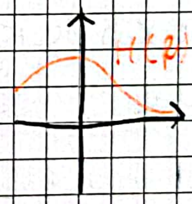
TRASFORMATA ⟷ ANTITRASFORMATA

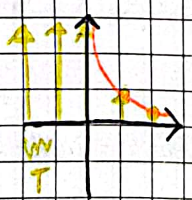
$$G\left(\frac{n}{NT}\right)=\sum_{k=0}^{N-1} g(kT)\, e^{-j\frac{2\pi nk}{N}}$$

$$g(kT)=\frac{1}{N}\cdot\sum_{n=0}^{N-1} G\left(\frac{n}{NT}\right) e^{j\frac{2\pi nk}{N}}$$

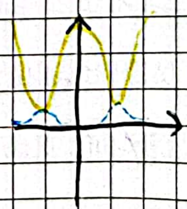


A TEMPO CONTINUO

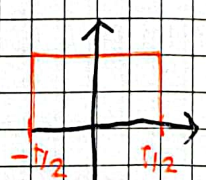


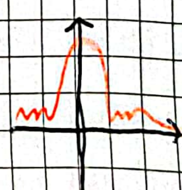


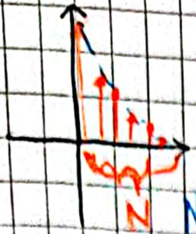
A TEMPO DISCRETO (CAMPIONATO MOLTIPLICANDOLO PER UNA SEQUENZA DI $\delta(t)$)



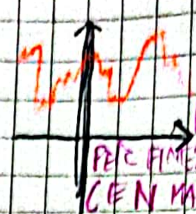
PRENDERE UN NUMERO FINITO DI CAMPIONI LIMITA IL SEGNALE E QUINDI PERMETTE DI USARE IL SEGNALE RETTANGOLARE







N·T → finestra di osservazione



SEGNALI ALEATORI

Come introdotto in precedenza, bisogna distinguere tra segnali deterministici (es: cosinusoide di ampiezza e fase iniziale noti) e segnali aleatori, non noti in partenza (es: il suono di un ruscello).

Nel mondo reale non esistono segnali deterministici, che vengono studiati per semplicità.

L'insieme dei segnali aleatori è detto processo aleatorio ed un segnale particolare è una sua particolare realizzazione. Una sorgente che genera segnali di questo tipo è detta sorgente aleatoria.

Un esempio di processo casuale è il rumore termico, misurabile attraverso un resistore ai cui capi scorre una tensione $v_1(t)$, variabile nel tempo in base al movimento caotico degli elettroni. Infatti, usando un secondo resistore e quindi una tensione $v_2(t)$, il cui comportamento è diverso da v_1.

Calcolare $v_1(t)$ e $v_2(t)$ risulta allora inefficiente, mentre risulta utile descrivere caratteristiche comuni note a priori in modo che qualsiasi sia il resistore è possibile determinare con quale probabilità si presentano, ad esempio, dei specifici valori di tensione. I valori di processo sono detti variabili casuali descrivibili con opportune densità di probabilità. Caratteristiche comuni:

- Densità di probabilità delle ampiezze $P_x(\alpha)$ → descrive con che probabilità una realizzazione del processo $X(t)$ assume valori in un intorno di α. In genere, $P_x(\alpha)$ dipende dal tempo ma, per sistemi stazionari (di nostro interesse), c'è indipendenza dal tempo
- Funzione di autocorrelazione $R_x(\tau)$ del processo → descrive quantitativamente il legame assunto dalla realizzazione in $t+\tau$ e quello assunto in t. Per processi stazionari, $R_x(\tau)$ dipende solamente dall'intervallo di tempo τ.

La densità di probabilità di un processo stazionario non ha differenze rispetto alla densità di probabilità di una v. (variabile aleatoria)

PROCESSI CASUALI ERGODICI

Sono particolari processi stazionari per cui si possono ricavare densità di probabilità ed autocorrelazione da una sola realizzazione.

La densità di probabilità può essere valutata come percentuale del tempo in cui il processo assume ampiezze tra α e $\alpha + d\alpha$ divisa per l'ampiezza dell'intervallo $d\alpha$.

L'autocorrelazione del processo $X(t)$ è definita come il valore medio di $X(t)\cdot X(t+\tau)$

$$R_x(\tau)=E[x(t)\cdot x(t+\tau)]=\frac{1}{N}\cdot\sum_{i=1}^{N}(x_i(t)\cdot x_i(t+\tau))$$

- Se $x(t)$ varia lentamente nel tempo, $x(t+\tau)\simeq x(t) \Rightarrow$ per $\tau=0$, $R_x(\tau)=E[x^2(t)]$ che diminuisce al crescere di $\tau>0$
- Se $x(t)$ varia velocemente, $x(t+\tau)\neq x(t) \Rightarrow$ il prodotto ha segno casuale $\Rightarrow R_x(\tau)\simeq 0$

Vediamo, nello specifico, le proprietà dell'autocorrelazione di processi ergodici:

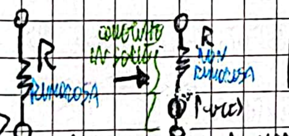
- È una funzione pari $R_x(\tau)=R_x(-\tau)$
- L'autocorrelazione in zero è pari alla potenza del processo $R_x(0)=P_x$
- $E[x]=0 \Rightarrow P_x=\sigma^2$
- Valore massimo per $\tau=0$ $\rightarrow R_x(\tau)\leq R_x(0)\ \forall\tau$
- Trasformata di Fourier $\rightarrow R_x(0)=\int_{-\infty}^{+\infty}S_x(f)\,df=P_x$

Se un processo casuale $x(t)$ stazionario passa attraverso un sistema LTI, di risposta all'impulso $h(t)$, si ha in uscita la risposta stazionaria $y(t)$, per cui $E[y]=E[x]\cdot H(0)$

Processi casuali bianchi

Un processo casuale si dice bianco quando ha densità di probabilità costante, quindi con autocorrelazione impulsiva (la cui trasformata è una delta di Dirac). Si indica la densità spettrale come $S_x(f)=\frac{N_0}{2} \Rightarrow R_x(\tau)=\frac{N_0}{2}\delta(\tau)$. Un esempio di sistema bianco è il rumore, presente in ogni tipo di sistema.

Rumore termico



Il rumore termico è dovuto all'agitazione termica degli elettroni nei conduttori

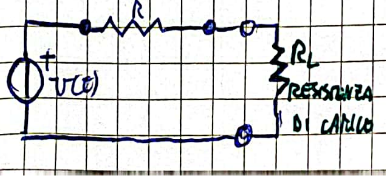
Per calcolare il rumore termico si sfrutta il teorema del limite centrale, da cui $\forall t\ x(t)\sim N(0,\sigma^2)$.

La potenza si può misurare e si scopre che cresce proporzionalmente con:

- il valore della resistenza R
- il valore della temperatura assoluta T su cui si trova la resistenza
- il valore della banda passante B del filtro interno all'apparato con cui si effettua la misura

La costante di proporzionalità è la costante di Boltzman $K=1,38\cdot 10^{-23}\ J/K$

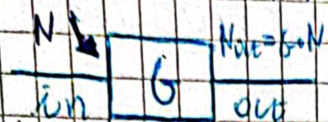
Può essere di interesse calcolare la potenza che eroga un conduttore, in quanto misura diretta del disturbo.



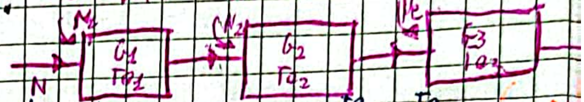
$P=K\cdot T\cdot B$ ← banda del segnale

TEMPERATURA EQUIVALENTE DI RUMORE

In genere, un apparato ha molti componenti e studiarli singolarmente è difficile. Perciò si quantifica il rumore usando la temperatura equivalente di rumore T_e, per cui $N = K \cdot T_e B$



Rumore in ingresso, analizzato poiché più semplice da studiare. Si introduce anche la cifra di rumore F per cui $T_e = T_0 \cdot (F-1)$ ($T_0 \rightarrow 273{,}15\,°K$). Consideriamo una cascata di 3 apparati: i dispositivi guadagni G e temperature equivalenti T_e

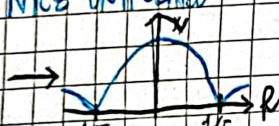


$N_{out} = N_1 G_1 G_2 G_3 + N_2 G_2 G_3 + N_3 G_3 \quad N = \frac{N_{out}}{G_1 G_2 G_3} = N_1 + \frac{N_2}{G_1} + \frac{N_3}{G_1 G_2} \rightarrow T_e = T_{e_1} + \frac{T_{e_2}}{G_1} + \frac{T_{e_3}}{G_1 G_2}$ Si pr...

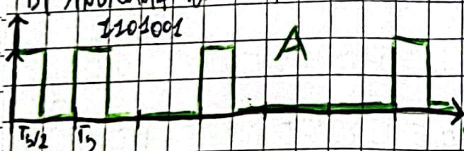
Osservare che, se si hanno amplificatori e attenuatori, è più utile avere per primi l'...

RAPPRESENTAZIONE DELL'INFORMAZIONE

Ricordiamo che l'informazione è una sequenza di bit. Il modo più semplice per assegnare un segnale fisico ad un bit è usando un segnale di tensione $A = \begin{cases} A & \text{BIT}=1 \\ 0 & \text{BIT}=0 \end{cases}$ e per tutto il tempo di bit T_b A mantiene il valore. Questa rappresentazione è detta NRZ unipolare



Il raggiungimento avviene grazie al segnale di clock, ma la componente continua produce segnali costanti e privi di transizioni, con possibile conseguente perdita di sincronia tra trasmettitore e ricevitore. Un'altra tecnica di codifica è la polare RZ, che risolve il problema per bit=1 ma, come si può osservare, per bit=0 in successione il ricevitore non riceve nulla.

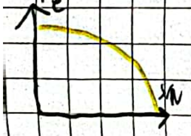


$x(t) \rightarrow$ campioniamo convenzionalmente a $T_b/2$ per una corretta sincronizzazione $\rightarrow$ confronto con soglia $\rightarrow$ sequenza di informazione

Il problema sorge quando si considerano i rumori che, sovrapposti al segnale in input, può portare ad assegnare il bit errato. Definiamo probabilità di errore P_e (o anche Bit Error Rate BER) il rapporto tra i bit errati e i bit totali $P_e = \frac{BIT_{errati}}{BIT_{totali}}$. Vediamo come si calcola: consideriamo che la distribuzione di bit segue una legge normale e $P(1) = P(0) = \frac{1}{2} e^{\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n}}$

$P_e = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2} e^{\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n}} + \frac{1}{2} e^{\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n}}\right\} = \frac{1}{2} e^{\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_n}}$

Ricordiamo che $S = \lim_{T \to \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt = a^2$ e $\sigma_n^2 = N \Rightarrow P_e = \frac{1}{2} e^{\sqrt{\frac{S}{2N}}}$, ossia si conclude che la probabilità di errore dipende dal rapporto tra la potenza di segnale utile e la potenza di rumore



LE MODULAZIONI NUMERICHE

IL SEGNALE DI UNA INFORMAZIONE, PER ESSERE TRASMESSO, DEVE ESSERE ADATTATO AL MEZZO TRASMISSIVO IN MODO CHE SUPPORTI LA PROPAGAZIONE DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA. ESISTONO DUE MODALITÀ DI TRASMISSIONE:

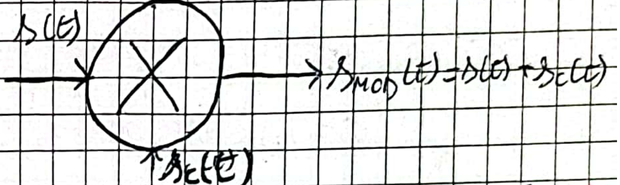
- TRASMISSIONI IN BANDA BASE → IL SEGNALE VIENE APPLICATO DIRETTAMENTE AL MEZZO TRASMISSIVO
- TRASMISSIONI IN BANDA PASSANTE → IL SEGNALE VIENE OPPORTUNAMENTE ALLOCATO IN BANDA

IL SEGNALE VA COMUNQUE ADATTATO PER COMBATTERE LA DISTORSIONE. DATO UN SEGNALE PORTANTE $s_c(t) = A \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$ SI POSSONO EFFETTUARE ALLOCAZIONI IN AMPIEZZA, FASE O IBRIDE

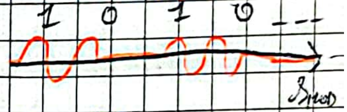
MODULAZIONE OOK (ON-OFF KEY) → IN AMPIEZZA

È UNA TECNICA MOLTO DIFFUSA ED USATA PER LA GESTIONE DI FIBRE OTTICHE TRADIZIONALI. SIANO:

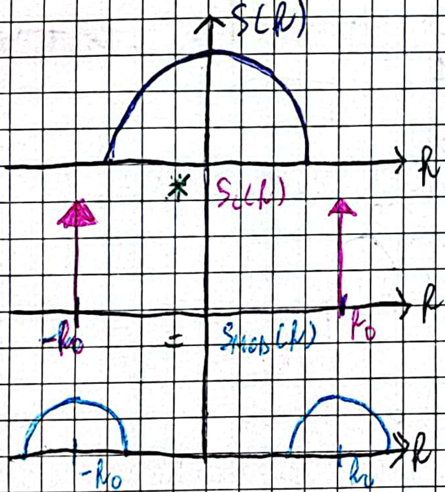
- $s(t)$: SEGNALE DI INFORMAZIONE NRZ UNIPOLARE
- $s_c(t) = A \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$: SEGNALE PORTANTE
- $s_{MOD}(t)$: SEGNALE MODULATO



LA PORTANTE MODULATA RISULTA PRESENTE QUANDO L'INFORMAZIONE È A LIVELLO LOGICO ALTO E NULLA QUANDO L'INFORMAZIONE È A LIVELLO LOGICO BASSO $s_{MOD}(t) = \begin{cases} 0 & 0 \\ A \cdot s_c(t) & 1 \end{cases}$



DAL PUNTO DI VISTA SPETTRALE SI STUDIA LA CONVOLUZIONE DEI DUE SEGNALI $S(f)$ E $\mathcal{F}[\cos(t)] = 2\delta(f)$



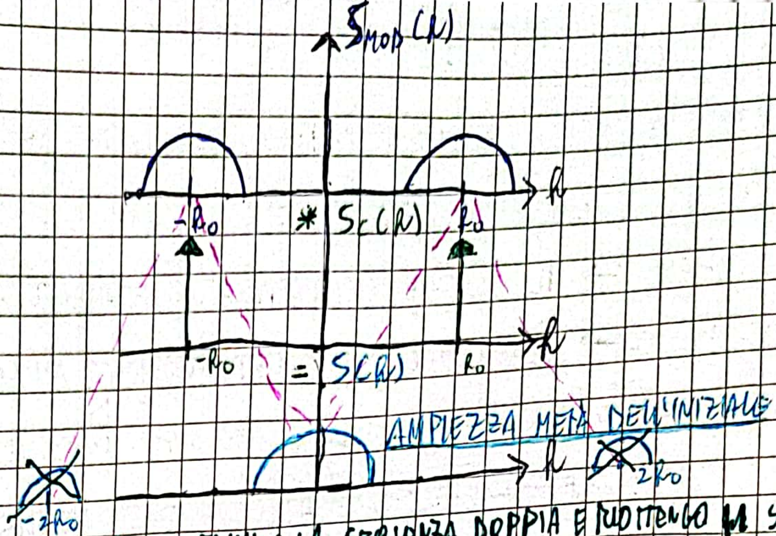
LA CONVOLUZIONE DI UN SEGNALE CON UNA DELTA DI DIRAC È PARI AL SEGNALE STESSO TRASLATO ATTORNO ALLA POSIZIONE DELLA DELTA DI DIRAC. ESSENDO COSÌ SIMMETRICA, SI TRASLA IN $+f_0$ E $-f_0$ CON AMPIEZZE DIMEZZATE

IL RICEVITORE DEVE ESTRARRE L'INFORMAZIONE. PER LA OOK, ESISTONO DUE METODOLOGIE:

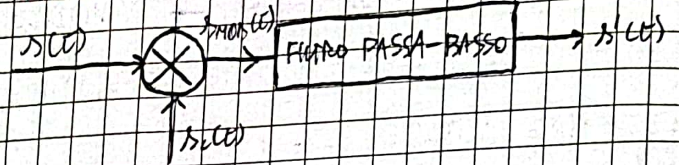
1. MODULAZIONE DI INVILUPPO: CALCOLO DELLA FUNZIONE CHE COLLEGA I MASSIMI PER OGNI PERIODO

2. DEMODULAZIONE COERENTE

IL SEGNALE $s_{MOD}(f)$ ARRIVA AL RICEVITORE. PER ESTRARRE L'INFORMAZIONE BISOGNA RIOTTENERE LO SPETTRO DI PARTENZA IN BANDA BASE. PER FARE CIÒ, SI MOLTIPLICA IL SEGNALE MODULATO PER LA STESSA PORTANTE USATA IN TRASMISSIONE



APPLICANDO UN FILTRO PASSA-BASSO, ELIMINO LA SEQUENZA DOPPIA E RIOTTENGO IL SEGNALE DI PARTENZA



NEL TEMPO, $s_{MOD}(t) = s(t)\cdot\cos(2\pi f_0 t)$

$$s'(t) = s_{MOD}(t)\cdot\cos(2\pi f_0 t) = s(t)\cdot\cos^2(2\pi f_0 t)$$

DALLA FORMULA DI WERNER, $\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)]$ $(\alpha=\beta)$

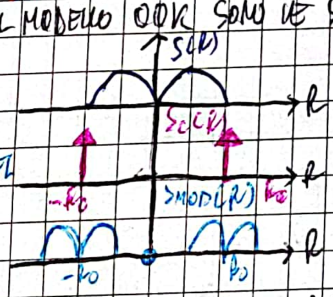
$$s(t) = s(t)\cdot\frac{1}{2}(1+\cos(2\pi\cdot 2f_0 t)) = \frac{s(t)}{2} + \frac{s(t)}{2}\cos(2\pi\cdot 2f_0 t)$$

MODULAZIONE 2ASK → IN AMPIEZZA

IN QUESTO CASO, IL SEGNALE $s(t)$ È DI TIPO NRZ BIPOLARE. PER IL RESTO, LA STRUTTURA È MOLTO SIMILE ALLA OOK. $s_{MOD}(t) = \begin{cases} +1\cdot A & 1 \\ -1\cdot A & 0 \end{cases}$

LE DIFFERENZE PRINCIPALI CON IL MODELLO OOK SONO LE SEGUENTI:

- IL SEGNALE DI INFORMAZIONE NON HA LA CONTINUA ⇒ LA TRASFORMATA DEL SEGNALE MODULATO È NULLA NELLA PORTANTE



- IL SEGNALE MODULATO È BIPOLARE ⇒ LE CURVE GAUSSIANE CHE DESCRIVONO LA STATISTICA DEI VALORI ASSUNTI SI ALLONTANANO E LA PROBABILITÀ DI ERRORE DIMINUISCE
- NON È POSSIBILE LA MODULAZIONE IN INVILUPPO
- NON È POSSIBILE OTTENERE DUE OSCILLOSCOPI IDENTICI $s_{c_1}(t)$ E $s_{c_2}(t)$. SIANO, INFATTI, $s_{c_1}(t)$ E $s_{c_2}(t)$ DUE PORTANTI CON STESSO ANDAMENTO E FASE ⇒ $s_{c_1}(t) = \cos(2\pi f_0 t)$, $s_{c_2}(t) = \cos(2\pi f_0$

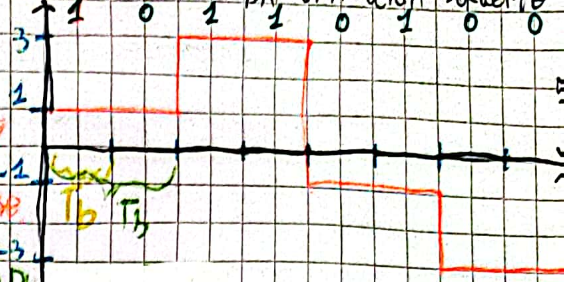
$$s_{MOD}(t) = s(t)\cdot\cos(2\pi f_0 t)\cdot\cos(2\pi f_0 t+\gamma) = \frac{s(t)}{2}\cdot(\cos\gamma + \cos(2\pi\cdot 2f_0 t+\gamma))$$

P_e MINIMA $\quad$ P_e MASSIMA

$\Rightarrow 0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$. NEL PRATICO, $\gamma \neq 0 \Rightarrow s_{c_1}(t) \neq s_{c_2}(t)$

MODULAZIONE 4ASK → IN AMPIEZZA

Modulazione a 4 livelli analoga a quella precedente. Partendo da una certa sorgente di informazioni, sfrutta un tipo di codifica bipolare che analizza 2 bit per volta e associa un segnale che assume 4 valori di ampiezza diversi per le 4 combinazioni diverse.



Il tempo per cui un segnale assume un certo valore è il tempo di simbolo $T_s = 2T_b$. Ad un tempo di simbolo doppio (maggiore) si ha una evoluzione del segnale più lenta e quindi un dimezzamento della larghezza spettrale. In generale, $B = \frac{R_b}{\log_2(m)}$ m = numero di livelli.
Questo porta anche ad una probabilità di errore maggiore poiché le curve gaussiane del singolo bit si avvicinano con conseguenza di errori più "facili" da commettere.

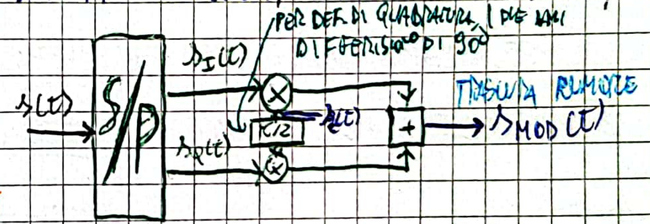
In ricezione, il segnale viene ricevuto con un rumore termico sovrapposto e viene confrontato con 3 soglie di decisione che individuano i 4 valori, per assegnare la decisione più corretta.

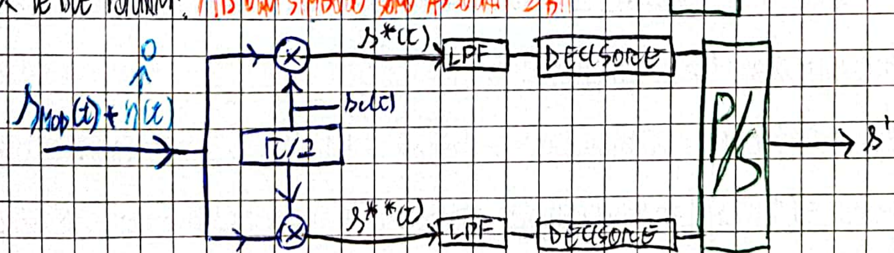
I DIAGRAMMI IQ

Sono diagrammi che rappresentano le modulazioni in ampiezza delle portanti in fase I e quadratura Q.
Un'onda portante è un segnale elettrico sinusoidale con frequenza, ampiezza e fase iniziale note che viene modificato da un segnale modulante contenente informazioni per permettere la trasmissione via cavo. Ad esempio, per la modulazione OOK:

MODULAZIONE 4PSK → IN AMPIEZZA

Lavora con due portanti in IQ. Il segnale di informazione $s(t)$, nel formato NRZ bipolare, passa in un convertitore serie/parallelo a due uscite e quindi due flussi di banda $B = \frac{R_b}{2}$ che modulano 2ASK le due portanti. Ad ogni simbolo sono associati 2 bit.





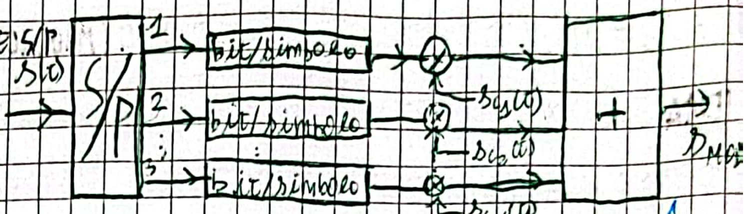
Si analizza il ramo superiore: $s^*(t) = s_{MOD}(t)\cdot\cos(2\pi f_0 t) = [s_I(t)\cdot\cos(2\pi f_0 t) + s_Q(t)\sin(2\pi f_0 t)]\cos(2\pi f_0 t) = s_I(t)\cos^2(2\pi f_0 t) + s_Q(t)\sin(2\pi f_0 t)\cos(2\pi f_0 t) =$ Werner $= \frac{s_I(t)}{2}[1+\cos(2\pi\cdot 2f_0 t)] + \frac{s_Q(t)}{2}[\sin(2\pi\cdot 2f_0 t) + \cancel{\sin(0)}]$. Il filtro passa-basso taglia le componenti armoniche a frequenza doppia $\Rightarrow s^*(t) = \frac{s_I(t)}{2}$. Analogamente $s^{**}(t) = \frac{s_Q(t)}{2}$

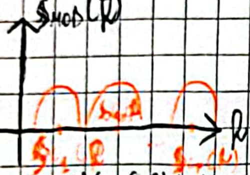
MODULAZIONE 16QAM → IN AMPIEZZA

MODULAZIONE DI 4ASK SULLE DUE PORTANTI IN FASE E QUADRATURA. IL SEGNALE $s(t)$ PASSA ATTRAVERSO IL CONVERTITORE SERIE-PARALLELO A CUI CORRISPONDONO 2 USCITE DA CUI DERIVANO 2 FLUSSI A $R_b/2$ DI VELOCITÀ DI TRASMISSIONE.

MODULAZIONE MULTIPORTANTE

UTILIZZATA DAI SISTEMI DI TELECOMUNICAZIONI PIÙ IMPORTANTI E COMPLESSI (3G, 4G...). IN GENERALE, UN SEGNALE PASSA PRIMA ATTRAVERSO UN CONVERTITORE S/P AD N USCITE DA CUI DERIVANO N SOTTOFLUSSI DI $B = \frac{R_b}{N}$





È POSSIBILE, COSÌ, DIFFERENZIARE L'USO DELLE SINGOLE PORTANTI. AD N MAGGIORE CORRISPONDE UN T_s MAGGIORE VISTO IL MAGGIOR NUMERO DI BIT DA ...

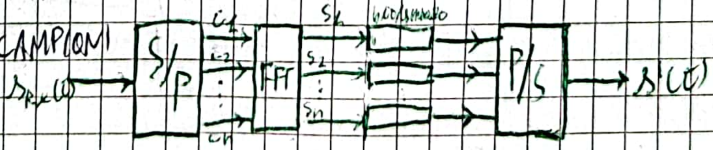
LA NON SOVRAPPOSIZIONE, IN USCITA, CONSENTE DI ESTRARRE LE INFORMAZIONI DELLA SINGOLA PORTANTE

MODULAZIONE MULTIPORTANTE OFDM (ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MODULATION)

IN GENERALE, OGNI SOTTOFLUSSO MODULA PORTANTI DIVERSE MA NON DISGIUNTE, CIOÈ SI SOVRAPPONGONO FACILMENTE. PER EVITARE QUESTO PROBLEMA, SI USANO PORTANTI ORTOGONALI: DUE PORTANTI SONO TRA LORO ORTOGONALI QUANDO

$\int s_{c_i}(t) \cdot s_{c_j}(t)\,dt \neq 0 \Leftrightarrow i = j$ LA PROPRIETÀ DI ORTOGONALITÀ PERMETTE DI ESTRARRE LE INFORMAZIONI USANDO UN FILTRO PASSA-BASE.

SI PUÒ DIMOSTRARE CHE UN SEGNALE MODULATO CON MULTIPORTANTE PUÒ ESSERE OTTENUTO CON LA TRASFORMAZIONE IFFT DEI SIMBOLI $S_{1,2,...,N}(f)$ E, IN RICEZIONE, IL FLUSSO DI BIT SI OTTIENE ATTRAVERSO TRASFORMAZIONE FFT DEI CAMPIONI $C_1, ..., C_n$



SAGOMATURA DEGLI IMPULSI

LA COMUNICAZIONE SU UN SEGNALE REALE È NECESSARIAMENTE A BANDA LIMITATA. SE RAPPRESENTIAMO BIT DI INFORMAZIONE IN FORMATO NRZ (IMPULSI RETTANGOLARI), AD UNA LIMITAZIONE IN BANDA CORRISPONDE UNA DISTORSIONE DEGLI IMPULSI. SI PROCEDE PERTANTO AD UNA SAGOMATURA DEGLI IMPULSI, CHE PERDONO LORO FORMA RETTANGOLARE PER ASSUMERE UN ANDAMENTO "A CAMPANA" PER CUI IL VALORE DI AMPIEZZA COINCIDE CON IL CENTRO DELLA CAMPANA. LO SPETTRO DEL SEGNALE RISULTA CONFINATO NEL LOBO PRINCIPALE.

UNA SAGOMATURA COMUNE PREVEDE L'USO DI UNA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO A COSENO RIALZATO.

COMUNICAZIONI OTTICHE

LE FIBRE SONO MATERIALI GENERALMENTE COMPOSTI DA SILICIO, VETRO O RAME (PIÙ DIFFUSI PER PREZZO E FLESSIBILITÀ) ED USATI PER CONDURRE LA LUCE. POSSONO ESTENDERSI PER DIVERSI CHILOMETRI ED È ALLORA PIÙ RAGIONEVOLE LAVORARE IN TERMINI DI LUNGHEZZA D'ONDA $\lambda = \frac{c}{f}$. ALL'INTERNO DI UNA FIBRA SI HANNO DUE SEZIONI:

→ + GRANDE IN MULTIMODALE

- CORE → CIRCONDATO DA DIVERSI MATERIALI
- CLADDING → CIRCONDANO IL MATERIALE

LA STRUTTURA È TALE CHE LA LUCE DI TRASMISSIONE NON ESCA DAL CORE. DALLA LEGGE DI SNELL:

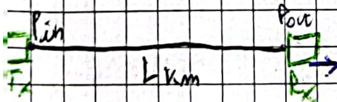
- SI CREA L'ONDA RIFLESSA $\theta_r = \theta_i$
- SI CREA L'ONDA TRASMESSA E $n_1 \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$ $\quad n_1 > n_t \Rightarrow \theta_t > \theta_i$

ALL'INTERNO DEL CORE SI DEVE AVERE RIFLESSIONE TOTALE. SI PUÒ DIMOSTRARE CHE TALE CONDIZIONE SI VERIFICA PER $\theta_t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow n_1 \sin\theta_c = n_t \rightarrow \theta_c = \arcsin\frac{n_t}{n_1}$ ⇒ SI HA RIFLESSIONE TOTALE SOLO SE SI PASSA DA UN MEZZO PIÙ A MENO DENSO E $\theta_i > \theta_c$

TECNOLOGIE DI TRASMISSIONE

I SEGNALI SI CODIFICANO DA DIGITALI AD ANALOGICI. LA TECNICA DI CODIFICA PIÙ SEMPLICE È L'IMDD (INTENSITY MODULATION WITH DIRECT DETECTION), GENERALMENTE CODIFICATA COME "NON-RITORNO A ZERO", CHE DISTINGUE IN LUMINOSO (1) E SCURO (0). QUESTA TECNICA SI USA PER TEMPI BREVI DI ACCENSIONE E SPEGNIMENTO DELLA SORGENTE E QUINDI SEGNALI > 10 Gb MA OLTRE I 25 Gb RISULTA NON SUFFICIENTE. ALLE TECNICHE DI MODULAZIONE OOK SI PREFERISCE LA MODULAZIONE COERENTE

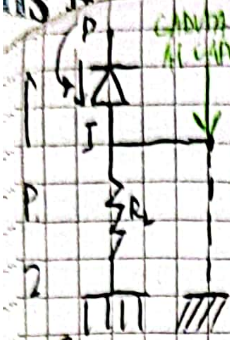
BANDE DI TRASMISSIONE DELLE FIBRE OTTICHE



$P_{out_{dB}} = P_{in_{dB}} - L_{km} \cdot \alpha_{dB/km}$ (P_{tx} LASER), CON α LA CARATTERIZZAZIONE SPECIFICA PER UNITÀ DI LUNGHEZZA, FUNZIONE DELLA GRANDEZZA D'ONDA, PER ARRIVARE AL RICEVITORE. IL RICEVITORE È UN TIPO DI **DIODO A GIUNZIONE PN**. APPLICANDO AGLI ESTREMI UNA DIFFERENZA DI POTENZIALE ΔV FORNENDO ENERGIA AI DOPANTI, GLI ELETTRONI SI LIBERANO. QUESTO FENOMENO È DETTO POLARIZZAZIONE, DISTINTA IN:

- POLARIZZAZIONE INVERSA → PER EFFETTO DELL'ENERGIA TERMICA, i_d^{dark} (CORRENTE INVERSA) CIRCOLA NEL DIODO
- IN PRESENZA DI RADIAZIONE OTTICA CIRCOLA CORRENTE $I = R \cdot P$, DOVE:
  - I → CORRENTE NEL PHOTO-DETECTOR PD
  - R → RESPONSIVITY (UM: [A/W]) CARATTERIZZA L'ACCETTAZIONE DI CORRENTE DEL DIODO
  - P → POTENZA OTTICA INCIDENTE

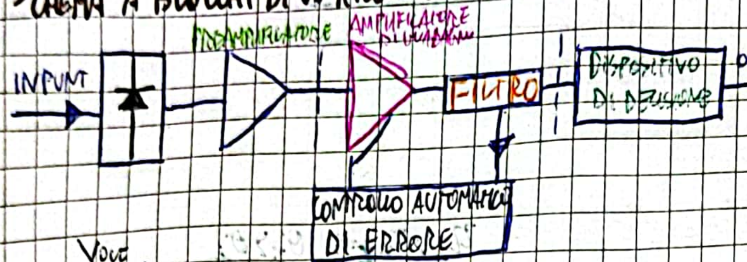
IL CIRCUITO DEL RICEVITORE OTTICO HA LA SEGUENTE STRUTTURA:



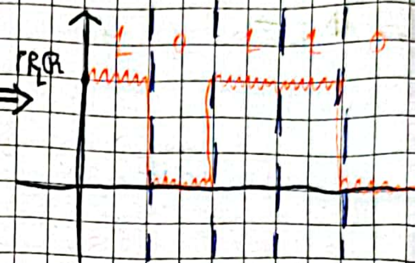
$$V_{out} = R_L \cdot I = \begin{cases} R_L \cdot [\mathcal{R} P + i_d] + n(t) & 1 \text{ LIVELLO LOGICO ALTO} \\ R_L \, i_d + n(t) & 0 \text{ LIVELLO LOGICO BASSO} \end{cases}$$

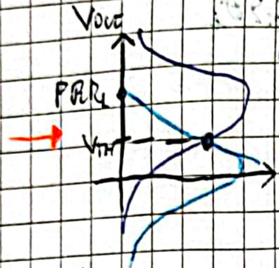
VARIABILE ALEATORIA

SCHEMA A BLOCCHI DI UN RICEVITORE OTTICO:



$\Rightarrow$





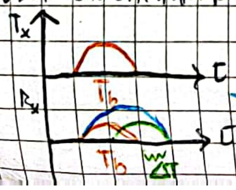
SENZA L'AMPLIFICATORE DI GUADAGNO, LE CAMPANE SI AVVICINANO $\Rightarrow$ A RIDUZIONE DEL SEGNALE AUMENTA L'AREA DI DECISIONE E

$\Rightarrow$ A GUADAGNO MAGGIORE SI STABILIZZA IL VALORE MEDIO MA SI AMPLIFICA ANCHE IL RUMORE. IDEAL- IN CONSIDERIAMO UNA NON PRODUZIONE DI RUMORE.

IL SEGNALE OTTICO DEVE PERÒ RAGIONARE IN TERMINI DI PROBABILITÀ DI ERRORE. IL DIRETTO RESPONSABILE DEL VALORE DELLA P_e È IL CONTROLLO AUTOMATICO DI ERRORE, CHE FA SÌ CHE SI STABILIZZI IL VALORE DI ...

A POTENZA OTTICA MAGGIORE SI HA DIMINUZIONE DELL'ERRORE. LA SENSIBILITÀ OTTICA È UN VALORE SOGLIA IN CORRISPONDENZA DEL QUALE SI HA UN DETERMINATO VALORE DI P_e. AD ESEMPIO, $\alpha = 0{,}2 \frac{dB}{Km}$ E $S = P_{out} = -20$ dB, PER CUI $P_{out} = -\alpha L_{MAX} \Rightarrow L_{MAX} = 100\,Km$. SI NOTI CHE TANTO INF... È α E TANTO MAGGIORE DEVE ESSERE L. QUESTO IMPLICA L'UTILITÀ DI DOVER DISPORRE DI MAGGIORI... SENSIBILITÀ MOLTO BASSE SE SI VUOLE TRASMETTERE A DISTANZE ELEVATE.

OLTRE ALL'ATTENUAZIONE, ALTRA CAUSA DI DEGRADO È LA TIPOLOGIA DI **PROPAGAZIONE IN FIBRA** CHE RAPPRESENTANO LE MODALITÀ DI PROPAGAZIONE INTRODUCENDO IL CONCETTO DI MOLTEPLICITÀ DI PROPAG... CHE CONSIDERA I DIVERSI POSSIBILI PERCORSI DI PROPAGAZIONE ALL'INTERNO DELLA FIBRA. TUTTI I CAN... HANNO $\theta_r > \theta_i$ MA PARTE DELL'ENERGIA SI DISSIPA. DI CONSEGUENZA, IN RICEZIONE SI HANNO DIVERSI IMPULSI CON CAMMINI DIVERSI, MA IL PHOTO DETECTOR INTERPRETA L'INFORMAZIONE COME UN IMPULSO TEMPORALMENTE AUMENTATO



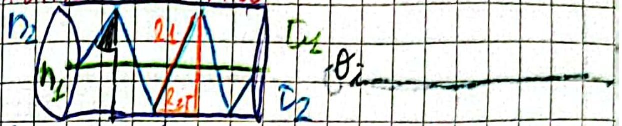
$\Rightarrow$ LA CORRENTE PASSA PER UN TEMPO $T_b = T_b + \Delta T$. SI HA IL FENOMENO DELLA DISPERSIONE, IN QUESTO CASO DI DISPERSIONE MODALE

Dalle equazioni di Maxwell, si ottiene una condizione per cui nella fibra si ha solo una soluzione che la caratterizza con una singola modalità di propagazione. La frequenza di trasmissione normalizzata sarà tale da richiedere un raggio molto piccolo.

Un'altra tipologia di dispersione è la dispersione cromatica o di velocità di gruppo: gli impulsi si propagano a velocità diverse e, di conseguenza, le singole componenti si presentano in tempi diversi.

Metodi di quantificazione dell'andamento temporale

- Dispersione modale → ΔT tra 1° e 2° impulso



$$t_1 = \frac{L}{c/n_1} \qquad l_1 = \frac{l_2}{\sin\theta_i} \qquad L_{tot} = n \cdot l_1 = \frac{n l_2}{\sin\theta_i} = \frac{L}{\sin\theta_i} \qquad t_2 = \frac{L/\sin\theta_i}{c/n_1} = \frac{n_1 L}{c \sin\theta_i}$$

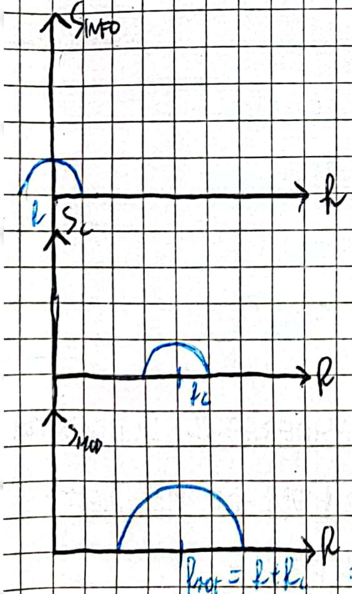
$$\Delta T = \frac{n_1}{c}\left(\frac{L}{\sin\theta_i} - L\right) = \frac{n_1}{c}\cdot\left(L\cdot\frac{n_1}{n_2} - L\right) = \frac{n_1 L}{c}(n_1 - n_2) \Rightarrow$$ ΔT è tanto maggiore quanto la lunghezza della fibra

- Velocità di gruppo → $v = \left(\frac{d\beta}{d\omega}\right)^{-1}$, dove $\beta = \frac{n\omega}{c}$. Se v dipende da ω in modo non lineare

[ps/nm] $\Delta T = \frac{dT}{d\omega}\cdot\Delta\omega = \frac{d}{d\omega}\left(\frac{L}{v_g}\right)\Delta\omega = \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{L}{v_g}\right)\Delta\lambda = D L \Delta\lambda$ dove:

- D → parametro di dispersione che condiziona l'andamento $\left[\frac{ps}{km \cdot nm}\right]$ coefficiente di dispersione
- L → lunghezza della fibra [km]
- $\Delta\lambda$ → variazione di lunghezza d'onda [nm]

$$s_{MOD}(t) = s_c(t)\cdot s_{INFO}(t) \rightarrow S_{MOD}(f) = S_c(f)\cdot S_{INFO}(f) \qquad S_c(f) =$$



$\Rightarrow$ larghezza segnale modulante = larghezza segnale laser + larghezza segnale info

$$\Delta\lambda_{MOD} = \underbrace{\Delta\lambda_{LASER}}_{\simeq 10^{-4}\,nm} + \underbrace{\Delta\lambda_{INFO}}_{\simeq 10^{-2}\,nm}$$

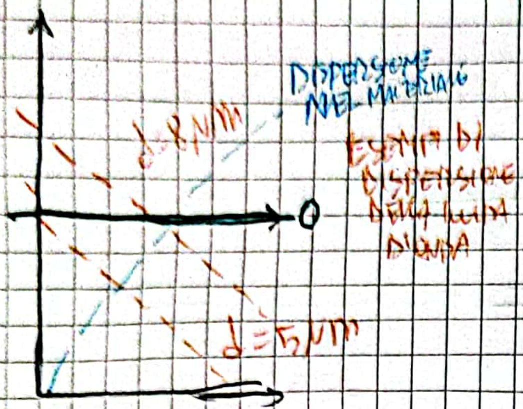
$\Delta\lambda = \frac{c}{f^2}\cdot\Delta f$. Solitamente sorgente segnale laser >> sorgente segnale info, e di conseguenza, nella larghezza del segnale modulante il segnale di informazione ha una incisione molto limitata

$\Rightarrow$
- Propagazione multimodale $\Rightarrow$ trascura la dispersione cromatica
- Propagazione monomodale $\Rightarrow$ assenza di propagazione

La dispersione cromatica è data da:

- Dispersione nel materiale → costante poiché, ovviamente, il materiale della fibra non
- Dispersione della guida d'onda → dipendente dalle caratteristiche della fibra (core e

[illegible]



Si nota che le due curve hanno lo zero di dispersione in punti diversi.

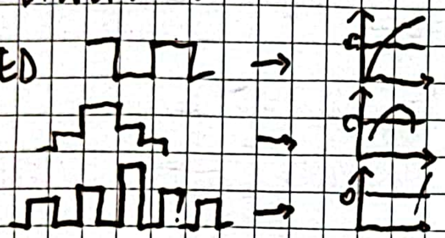
A tempo di 0 minimo si ha allargamento temporale m

⇓

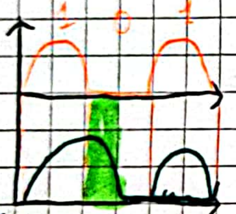
Si cerca allargamento minore in modo da compensare il fenome

Tipologie di dispersione:

- Non-shifted
- Shifted
- Flattered



Se l'allargamento è troppo alto, un impulso cadrebbe nell'intervallo di decisione del s



Interferenza InterSimbolica ISI

Si vuole che:

- potenza del ricevitore > sensibilità $\Rightarrow P > S$
- tempo di allargamento < frazione del T_b $\Rightarrow \Delta\tau < \frac{T_b}{5}$ (ad esempio)

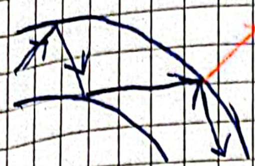
Si fa dunque in modo di avere α minimo (dipende dal materiale) e D_{max} (si lavora sugli indici di rifrazione). Si possono fare alcune considerazioni di tipo pra

1) Per evitare di dover usare fibre troppo lunghe, si possono fondere più tratti di fibra

dello stesso materiale

Le fibre, in genere, hanno diametri molto piccoli. Si lavora dunque con la tecnica di giunzione a fusione usando apparati automatici e precisi. Seppur in minima parte, ne consegue una perdita di potenza che si aggiunge all' attenuazione della fibra ideale

2) NEL MONDO REALE LE FIBRE NON SEGUONO PERCORSI RETTILINEI SU CUI LA SEMPLICE APPLICAZIONE DELLA LEGGE DI SNELL È SUFFICIENTE, MA SEGUONO PERCORSI CURVILINEI



RAGGIO RIFRATTO ⇒ PERDITA DI INFORMAZIONE

- LE FIBRE, QUINDI, SI CONNETTONO MEDIANTE L'USO DEI CONNETTORI, CHE IN FIBRA OTTICA CERCA DI REPLICARE IL CONCETTO DI GIUNZIONE

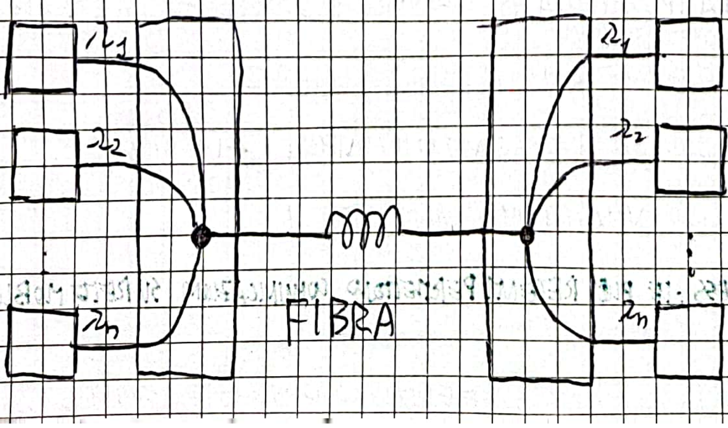
CARATTERISTICHE DELLE SORGENTI OTTICHE:

- EMISSIONI DI LUCE FUNZIONE DELLA CORRENTE
- DENSITÀ SPETTRALE
- BANDA

AMPLIFICATORI UTILI PER L'AMPLIFICAZIONE SONO GLI EDFA (ERBIUM-DOPED FIBER AMPLIFIER). PER REALIZZARE UN SISTEMA DOBBIAMO SODDISFARE I REQUISITI, IN PRECEDENZA DESCRITTI, DI POTENZA E TEMPO DI ALLARGAMENTO. SE CIÒ NON SUCCEDE SI USANO DEGLI OPPORTUNI AMPLIFICATORI CHE LAVORANO A LIVELLO OTTICO PER INCREMENTARE IL LIVELLO DEL SEGNALE. SI USANO, INOLTRE, DEI RIGENERATORI, APPARATI CHE PRELEVANO IL SEGNALE PRIMA CHE RAGGIUNGA LA SOGLIA IN MODO DA ELABORARLO E, SUCCESSIVAMENTE, RESTITUISCE LA TEMPORIZZAZIONE ORIGINALE, PRIMA CHE IL LIVELLO DI IMPULSI VADA A DEGRADARE L'INFORMAZIONE. ALTRI DISPOSITIVI UTILI SONO I:

- BOOSTER → AMPLIFICATORI CHE AUMENTANO IMPULSI ALTI
- PREAMPLIFICATORI → DISPOSITIVI UTILI IN DETERMINATI CONTESTI, DEVONO AVERE RUMORE ~~BASSO~~ MINIMO
- MULTIPLEXER → UTILI PER DIVIDERE UNA LUNGHEZZA D'ONDA. ~~SI RISULTATO SONO~~ N SORGENTI CHE SI RIUNISCONO IN UNA UNICA FONDENDO I CORE

PROBLEMA IN RICEZIONE: QUANDO SI USA IL DEMULTIPLEXER PER RIDIVIDERE LE SORGENTI, È IMPORTANTE AVERE N SORGENTI CON LUNGHEZZE D'ONDA DIVERSE. A QUESTO SCOPO CI AIUTANO I FILTRI



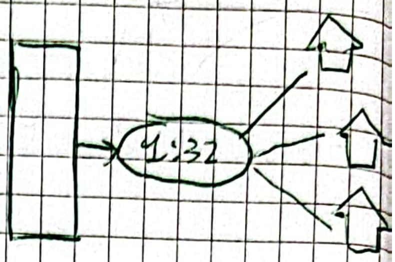
Scansionato con CamScanner

TECNOLOGIE DI OTTICA COERENTE

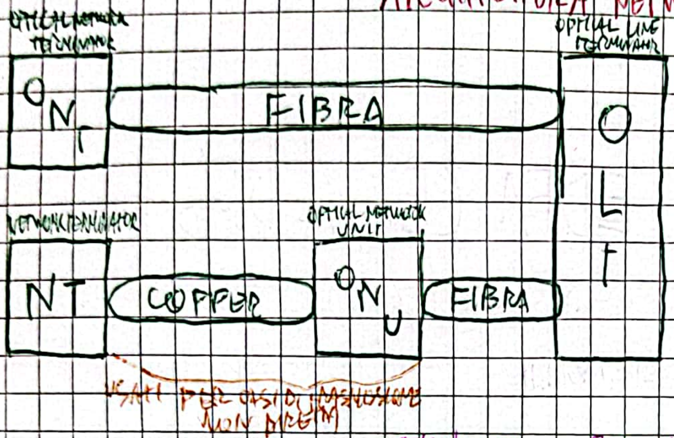
Tecnologie a modulazioni coerenti che permettono di raggiungere velocità dell'ordine di

GPON

Acronimo di Gigabit Passive Optical Network, sono reti ottiche passive usate per la distribuzione di segnali in ambito domestico. La tecnologia può prevedere l'uso di fino a 32 connessioni per poi distribuire la connessione alle varie reti domestiche

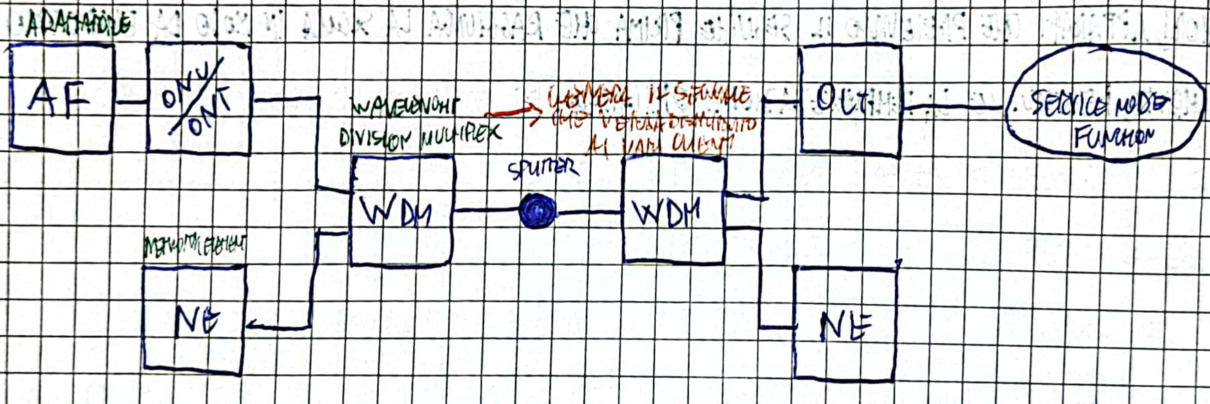


ARCHITETTURA NETWORK



I sistemi risultano tanto più performanti quanto sono veloci le trasmissioni.

CONFIGURAZIONE GPON DI RIFERIMENTO



COMUNICAZIONI SU COPPIE DI RAME

È una tipologia di cablaggio realizzato per ottimizzare la compatibilità elettromagnetica riducendo la diafonia (descritta in seguito) e la possibilità di ricevere interferenze. Tra le tecnologie F

- FTTCab → collegamento in fibra ottica che arriva a distanze limitate
- FTTB → collegamento che arriva ad occupare l'intera base di un edificio (BUILDING)
- FTTH → connessioni che raggiungono velocità importanti
- FWA → Accesso Fisso Wireless, le più recenti permettono comunicazioni su rete mobile

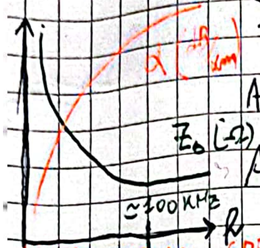
RETI DI ACCESSO IN RAME

All'interno di un cavo in rame, si propagano onde progressive e regressive in modo bidirezionale. Esse

IN PARTICOLARE IN RAME, PER EFFETTO OTTICO SUBISCE ATTENUAZIONE DA CUI SI GENERA CORRENTE NON COSTANTE E QUINDI UN CAMPO ELETTROMAGNETICO.

SI RICORDA L'IMPEDENZA CARATTERISTICA Z_0 FONDAMENTALE PER TRASFERIRE ENERGIA AL CARICO. LA Z_0 PUÒ VARIARE ENTRO DETERMINATI LIMITI (FUNZIONE DELLA FREQUENZA; SI STABILIZZA PER f MOLTO GRANDE) PORTANDO A RIFLESSIONE, ATTENUAZIONE ED INTERFERENZA

ATTENUAZIONE SPECIFICA $\alpha = \sqrt{f}$ ⟹ OCCUPANDO BANDE AMPIE, SI HANNO ATTENUAZIONI DIVERSE



SI NOTA CHE AD ATTENUAZIONE SPECIFICA MINIMA CORRISPONDE VARIAZIONE DI IMPEDENZA PIÙ ACCENTUATA. DI CONSEGUENZA, A SECONDA DELLA SITUAZIONE DI INTERESSE, SI FA ATTENZIONE ANCHE ALLE CONDIZIONI CHE MEGLIO PERFORMANO L'ANDAMENTO DI LINEA

L'ATTENUAZIONE SPECIFICA DIPENDE ANCHE DALLA SEZIONE DEL CONDUTTORE: A SEZIONE MINORE CORRISPONDE α MAGGIORE, MA VENGONO PREFERITE PER MOTIVI ECONOMICI

DISTRIBUZIONE CON DERIVAZIONE

DALLE CENTRALI PARTONO CENTINAIA DI COPPIE DI FIBRE DISTRIBUITE. SI PARLA QUINDI DI DERIVAZIONE PARALLELA, CHE FA SÌ CHE LA STESSA COPPIA SI COLLEGHI A PIÙ UTENTI PER RENDERE PIÙ FLESSIBILE IL COLLEGAMENTO. OGGI, CON LA DIFFUSIONE DEL GPON, IL PROBLEMA DELLE RETI DI DISTRIBUZIONE È SUPERATO

DIAFONIA

È UNA GRANDEZZA CHE MISURA LO SCAMBIO DI ENERGIA DA COPPIE ADIACENTI DA CUI CONSEGUE CAMPO ELETTROMAGNETICO.

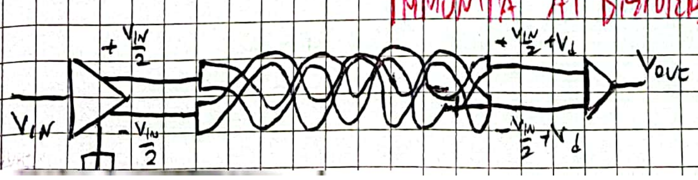
DESCRIVE UN FENOMENO DI INTERFERENZA CHE LIMITA IL NUMERO DI COPPIE CHE TRASMETTONO SEGNALI CONTEMPORANEAMENTE. ESEMPIO:

1° CONDUTTORE, SCORRE I E GENERA CAMPO ELETTROMAGNETICO

2° CONDUTTORE, CARICATO PER INDUZIONE. SE HA UN SUO PERCORSO, VIENE DISTURBATO.

PER CONTRASTARE LA DIAFONIA SI USA LA TECNICA DI TRASMISSIONE SBILANCIATA, CHE COLLEGA IL CONDUTTORE DEL SEGNALE AD UN SECONDO CONDUTTORE CONNESSO A MASSA. LA TECNICA PIÙ EFFICIENTE È LA TRASMISSIONE BILANCIATA CHE CONTRASTA I DISTURBI CHE CONTRASTA I DISTURBI CHE SI SOVRAPPONGONO AL SEGNALE DI INFORMAZIONE. NON È NECESSARIO CONOSCERE TENSIONI DI RIFERIMENTO PER RICEVITORI E TRASMETTITORI

IMMUNITÀ AI DISTURBI



$$V_{OUT} = \left(\frac{V_{IN}}{2}+V_d\right) - \left(-\frac{V_{IN}}{2}+V_d\right) = V_{IN}$$

I CAMPI MAGNETICI GENERATI DAI CONDUTTORI TENDONO AD ELIDERSI GRAZIE ALLA TECNICA DI TRASMISSIONE BILANCIATA IN QUANTO SONO UGUALI MA IN OPPOSIZIONE DI FASE.

LA SCHERMATURA

È UNA TECNICA CHE RIDUCE LA DIAFONIA E PROTEGGE LE COPPIE DA DISTURBI ELETTROMAGNETICI ESTERNI.

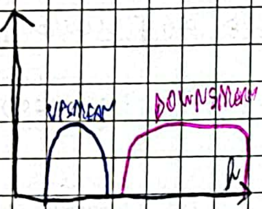
xDSL

TECNOLOGIE DSL (DIGITAL SUBSCRIBER LINE), TRA LE PIÙ NOTE ADSL E HDSL, SONO TECNOLOGIE DI COLLEGAMENTI A BANDA LARGA. PREVEDONO ALTE VELOCITÀ DI TRASMISSIONE E SI DISTINGUONO TRE CATEGORIE:

- ASIMMETRICA → COMUNI NECESSITÀ DI DOWNLOAD E NAVIGAZIONE DI PRIVATI
- SIMMETRICA → ABILITANO AD IMMETTERE CONTENUTI NELLA RETE TELEMATICA INTERNAZIONALE (< 12 MHz)
- HSTA / VDSL → AMPIA BANDA DI DOWNSTREAM, DISTANZE MOLTO RIDOTTE — TECNOLOGIA PIÙ DIFFUSA

SI CONOSCONO, INOLTRE, I DMT (DISCRETE MULTI-TONE) CHE SPOSTANO IL SEGNALE TRA I CANALI IN MODO DA INDIVIDUARE IL MIGLIOR CANALE PER RICEZIONE E TRASMISSIONE.

UNA DISTINZIONE IMPORTANTE È TRA IL DOWNSTREAM, PIÙ CENTRALE ED ELEVATA IN ASIMMETRIA, ED UPSTREAM.



UNA CARATTERISTICA IMPORTANTE DELLE TECNOLOGIE È L'ADATTAMENTO DI PORTANTI. LO STIMA DEL RAPPORTO SEGNALE/RUMORE PERMETTE DI DISTRIBUIRE IL NUMERO DI BIT PER LE SOTTOPORTANTI

$$bit = \log_2\left(1 + \frac{S/N}{9{,}8 + E_m}\right)$$

MARGINE PREFISSATO PER P_e

TECNOLOGIA G.FAST

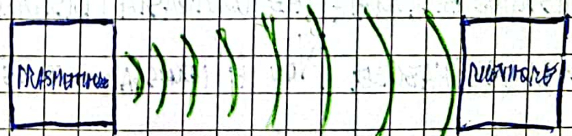
STRUMENTI CHE AUMENTANO LA BANDA FINO A 212 MHz DANDO UN IMPORTANTE INCREMENTO DI PRESTAZIONI

CARATTERIZZAZIONE CANALE RADIO

COMUNICAZIONI RADIO

COMUNICAZIONI WIRELESS

LE CLASSICHE COMUNICAZIONI IN MOBILITÀ, MOLTO VELOCI E PERFORMANTI, PRESENTANO UN IMPORTANTE LIMITE: ESSERE POCO FLESSIBILI. CON UNA TECNOLOGIA MENO VELOCE E PERFORMANTE, LE COMUNICAZIONI WIRELESS, I TERMINALI NON SONO VINCOLATI A DOVER ESSERE VINCOLATI A PUNTI DI ACCESSO FISICO



ONDA ELETTROMAGNETICA GENERATA DAL TRASMETTITORE E PROPAGATA NELLO SPAZIO CIRCOSTANTE