
# Convezione

*Prof. Ing. Alberto Salioni*

# Convezione

***Definizione:***

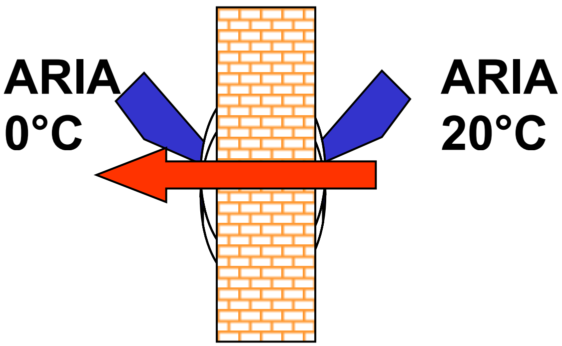
*La convezione identifica il trasporto di energia associato al moto macroscopico del sistema: è quindi un processo che si verifica tra la superficie di un corpo ed un fluido in moto relativo. SI può classificare in due tipologie:*

***CONVEZIONE FORZATA:*** *il moto del fluido è imposto da un agente esterno.*

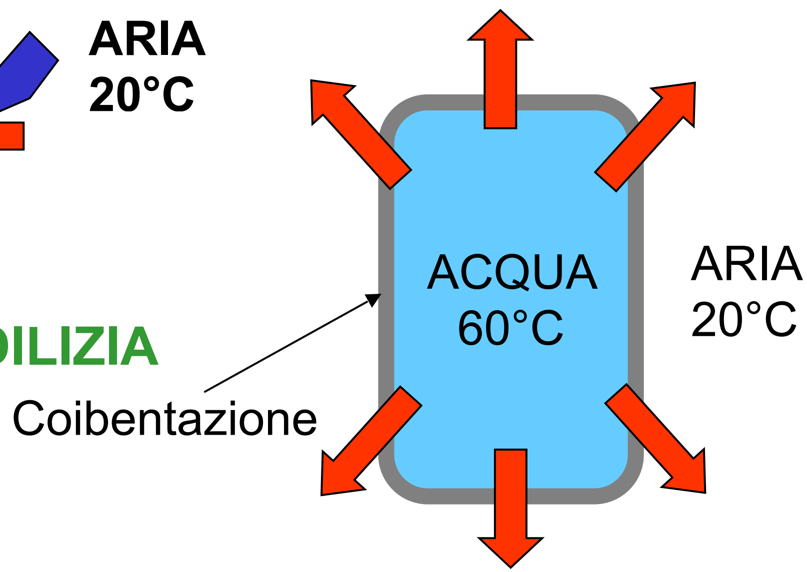
***CONVEZIONE NATURALE:*** *il moto del fluido è causato dal processo di trasmissione del calore.*

# Convezione

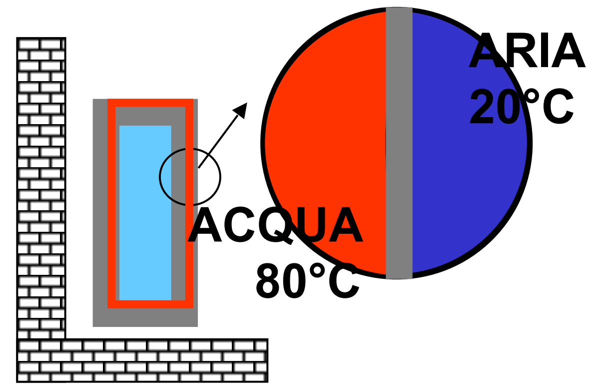
In una parete piana che separa due ambienti nei quali sono presenti due fluidi (ad esempio aria - aria, aria - acqua, acqua - acqua) la trasmissione del calore deve tenere conto non solo della conduzione, ma anche della **convezione**.




PARETE EDILIZIA




SERBATOIO DI ACQUA CALDA

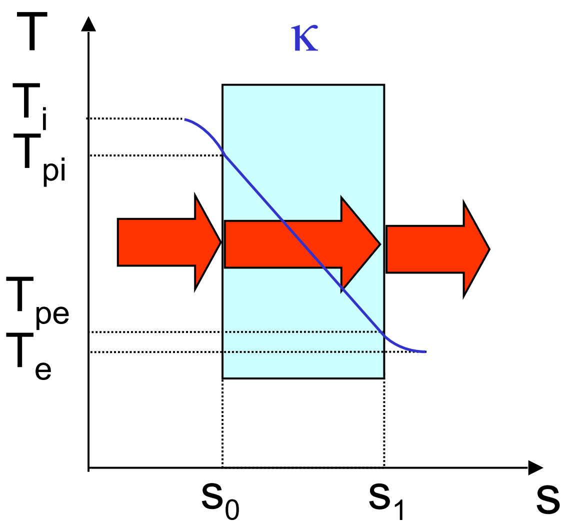



CORPO SCALDANTE

# Trasmittanza

In una parete edilizia è necessario eseguire una analisi completa della trasmissione del calore e quindi tenere conto che il calore si trasmette:

- per **CONVEZIONE** tra l'aria interna del locale e la superficie interna della parete
- per **CONDUZIONE** attraverso la parete costituita da uno o più strati
- per **CONVEZIONE** tra la faccia esterna della parete e l'aria esterna.




In una parete costituita da un solo strato le resistenze termiche non sono una, ma tre (2 per la conv. E 1 per la cond.).

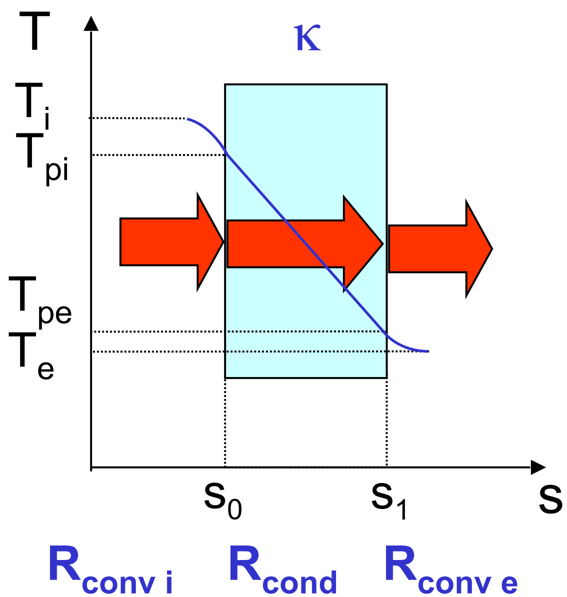
$T_i$ = Temperatura interna

$T_{pi}$ = Temperatura parete interna

$T_{pe}$ = Temperatura parete esterna

$T_e$ = Temperatura esterna

# Trasmittanza




$$R_{tot} = R_{conv,i} + R_{cond} + R_{conv,e}$$

$$R_{tot} = \frac{1}{h_i} + \frac{s}{\kappa} + \frac{1}{h_e}$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{R_{tot}} A\,(T_i - T_e)$$

**TRASMITTANZA della PARETE**

Le resistenze $R_{conv,i}$ e $R_{conv,e}$ si calcolano, noti i coefficienti conduttivi $h_i$ e $h_e$ dal loro reciproco.

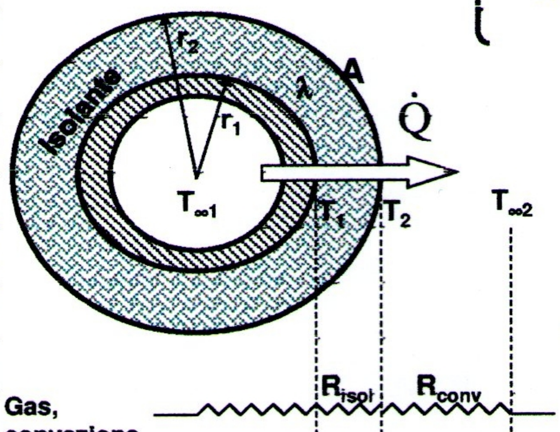
L'analisi del fenomeno convettivo si riduce alla definizione di $h_i$ e $h_e$.

# Convezione

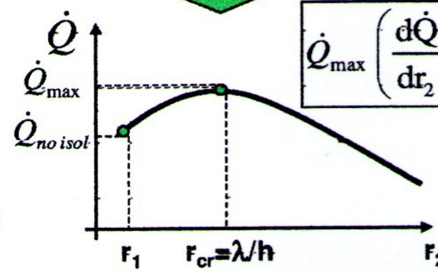
## IL RAGGIO CRITICO DI ISOLAMENTO

**Pareti piane, A = cost** ⇒ $\dot{Q}$ **Decresce con lo spessore di isolante (cresce la resistenza termica)**

**Gusci cilindrici, A ≠ cost**
- $R_{isol}$ **(conduttiva) <u>cresce</u> con con lo spessore di isolante**
- $R_{conv}$ **(convettiva) <u>decresce</u> con con lo spessore di isolante (A cresce)**




$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{isol} + R_{conv}} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{\log(r_2 / r_1)}{2\pi L \lambda} + \frac{1}{2\pi r_2 L h}}$$




$$\boxed{\dot{Q}_{max} \left( \frac{d\dot{Q}}{dr_2} \right) = 0 \rightarrow r = r_{cr} = \frac{\lambda}{h}}$$

**Gas, convezione naturale**

**In pratica**

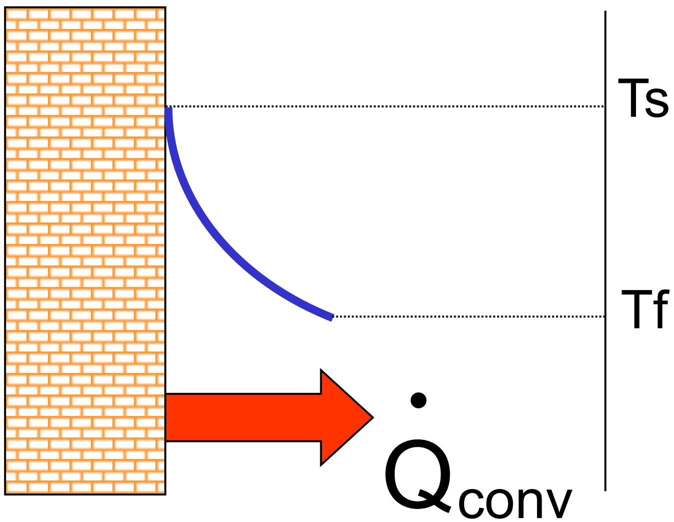
$$r_{cr\,max} = \frac{\lambda_{max\ isol}}{h_{min}} = \frac{0.05\,W/(mK)}{5\,W/(m^2K)} = 0.01m = 1cm$$

- **<u>Tubi ordinari</u> convezione forzata ⇒h >> ⇒ $R_{tot}$ cresce sempre con $r_2$**
- **<u>Conduttori elettrici</u> (piccolo $r_2$) → l'ispessimento dell'isolante può aiutare la dissipazione termica**

17

# Esempio Convezione

Consideriamo la parete di un corpo solido lambita da un fluido in moto. Se tra la temperatura della superficie del corpo Ts e quella del fluido Tf vi è una differenza tra parete e fluido si instaura un flusso di potenza termica secondo la già citata legge:




$$\dot{q} = h(T_s - T_f)$$

dove h è un coefficiente di proporzionalità che prende il nome di coefficiente convettivo o conduttanza convettiva e dipende da:

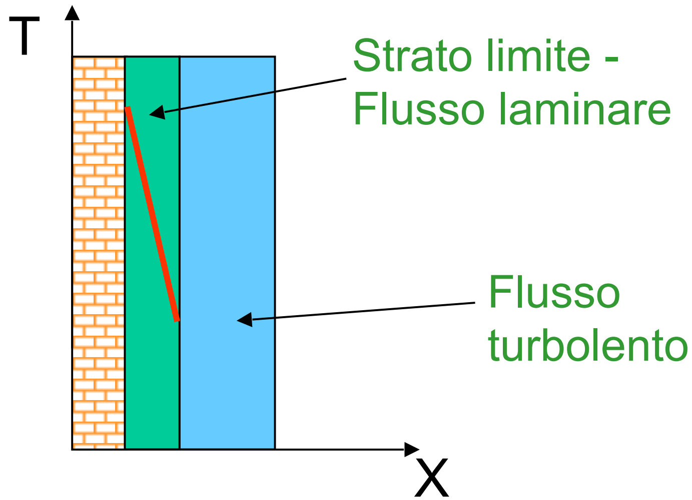
- proprietà fisiche del fluido
- dinamica del flusso
- geometria della superficie della parete

# Valori generici del coeff. convettivo

| | |
|---|---|
| • gas stagnante | 5-50 $W/m^2K$ |
| • acqua stagnante | 100 $W/m^2K$ |
| • gas in moto | 50-1000 $W/m^2K$ |
| • olio minerale | 50-3000 $W/m^2K$ |
| • acqua in moto | 200-10000 $W/m^2K$ |
| • H2O in ebollizione o condensazione | 1000-100000 $W/m^2K$ |
| • metalli liquidi | 10000-100000 $W/m^2K$ |

# Convezione, Note

La trasmissione del calore per convezione viene trattata diversamente secondo che questa sia forzata o naturale.
Il flusso del fluido può essere laminare o turbolento. Nel primo caso, non essendovi rimescolamento, lo scambio di calore avviene per conduzione. Nel secondo caso si verifica, in prossimità della parete, una situazione come quella schematizzata




In prossimità della parete si incontra uno strato in moto laminare (strato limite) attraverso il quale il calore passa per conduzione.
Allontanandosi dalla parete si incontra il moto turbolento, forte rimescolamento del fluido ed elevato trasporto di calore.
La maggiore resistenza al passaggio di calore è offerta dallo strato limite.

# Il Coefficiente Convettivo h

Il coefficiente di proporzionalità h dipende

- dalle caratteristiche del fluido: densità (ρ), viscosità (μ), calore specifico a pressione costante ($c_p$), conduttività (κ)
- dalle condizioni di moto del fluido (v)
- dalla geometria della parete: diametro equivalente (D)

$$h_f = h(\rho, \mu, \kappa, c_p, v, D)$$

NB: h non è una proprietà della materia

# Legge di Newton

$$\dot{q} = h(T_s - T_f)$$

La soluzione del problema si riconduce alla valutazione del coefficente convettivo h

# Coefficiente Convettivo h per convezione forzata

$$\underbrace{h = h\,(D, \rho, w, m, c_P, k)}$$

Si hanno n = 7 grandezze fisiche (h, D, ρ, w, μ, $c_P$ , k)

e m = 4 grandezze fondamentali (L, M, t, T)

**Si dovrà avere un legame tra**
**k = n - m = 3 gruppi adimensionali**

# Gruppi adimensionali

*per convezione forzata*

$$\frac{h\,D}{k}$$ Numero di Nusselt

$$\frac{\rho\,D\,w}{\mu}$$ Numero di Reynolds

$$\frac{c_P\,\mu}{k}$$ Numero di Prandtl

# Significato Fisico dei gruppi adimensionali

## *Numero di Nusselt*

$$Nu = \frac{h\,D}{k}$$

Può essere interpretato come rapporto tra la potenza termica scambiata con moti macroscopici (convezione) e la potenza termica scambiata per conduzione nello strato limite

$$Nu = \frac{h\,\Delta T}{\frac{k}{D}\,\Delta T}$$

**Numero di Nusselt ($N_{NU}$)** si può ottenere dividendo il flusso di calore per convezione (hΔT) per il flusso di calore per conduzione (κ/D * ΔT); esso confronta i due sistemi di trasporto del calore.

NB: $N_{NU} = cost\,.\;\; N_{RE}^{a}\, N_{PR}^{b}$

# *Numero di Reynolds*

$$Re = \frac{\rho\, D\, w}{\mu}$$

Può essere interpretato come rapporto tra la risultante delle forze di inerzia e la risultante delle forze viscose

**Numero di Reynolds ($N_{RE}$):** indica se il moto è in regime laminare o turbolento.

$$Re = \frac{\rho\, w\, \frac{dw}{dx}}{\mu\, \frac{d^2w}{dx^2}} = \frac{f_{inerzia}}{f_{vischiose}}$$

# Reynolds critico

## Moto in un condotto:

**(lunghezza caratteristica = D)**

$Re_D < 2000$ moto laminare

$Re_D > 2500$ moto turbolento

## Moto lungo una lastra piana:

**(lunghezza caratteristica = x)**

$Re_x < 5*10^5$ moto laminare

$Re_x > 5*10^5$ moto turbolento

## Moto attorno ad un cilindro:

**(lunghezza caratteristica = D)**

$Re_D < 2*10^5$ moto laminare

$Re_D > 2*10^5$ moto turbolento

# Significato Fisico dei gruppi adimensionali

## *Numero di Prandtl*

$$Pr = \frac{c_P \, \mu}{k}$$

Può essere interpretato come rapporto tra la viscosità cinematica ν (da cui dipende la diffusione della quantità di moto) e la diffusività termica del fluido a (da cui dipende la diffusione molecolare della potenza termica)

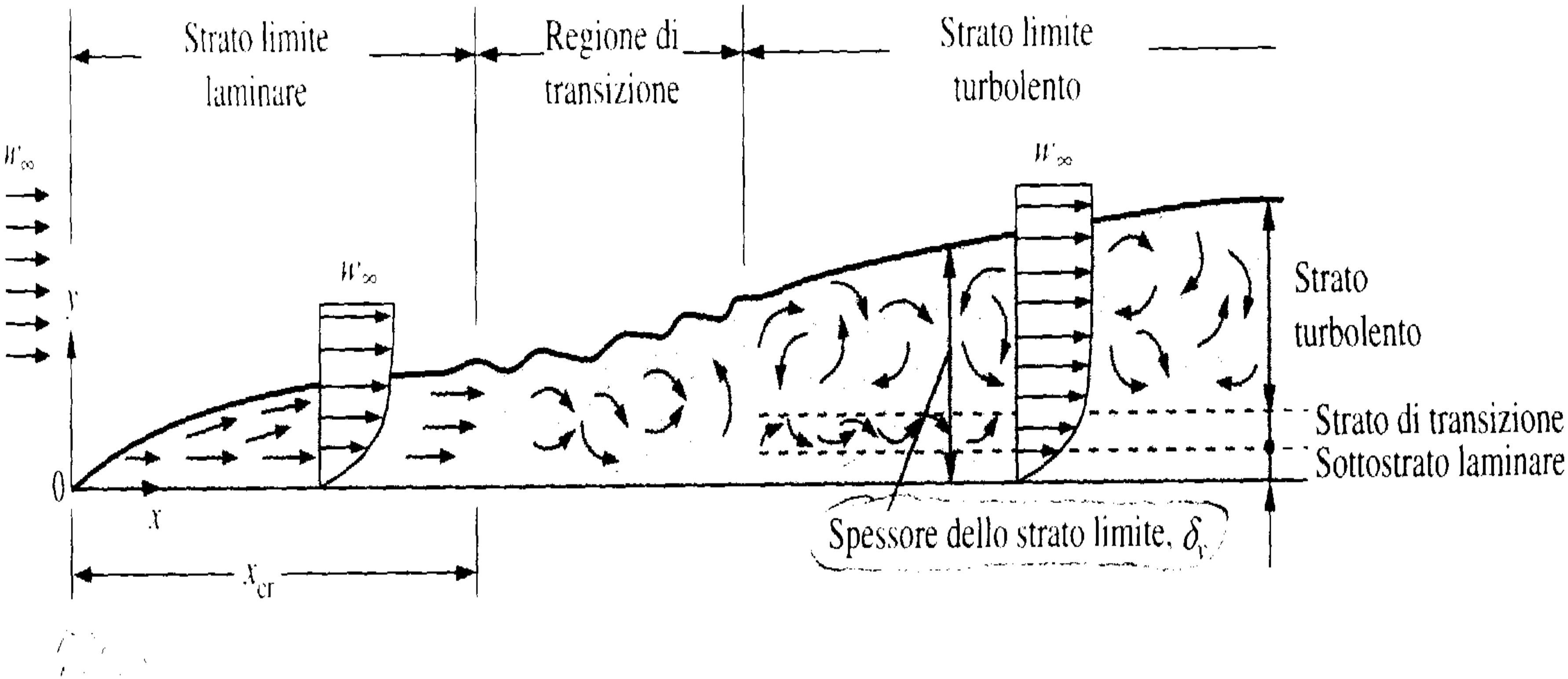
$$Pr = \frac{\rho \, c_P}{k} \frac{\mu}{\rho}$$

**Numero di Prandtl ($N_{PR}$):** si ottiene dividendo μ/ρ per $k/\rho C_p$, ossia il coefficiente di diffusione della quantità di moto per il coefficiente di diffusione del calore; esso confronta le due diffusività molecolari.

**Valori del numero di Prandtl**

| | |
|---|---|
| *gas ideali* | *0.7* |
| *acqua* | *2-10* |
| *metalli liquidi* | *0.005-0.03* |

# Flusso su lastra piana



# Flusso all'interno di tubi

-IN OGNI SEZIONE  w varia da un valore pari a zero sulla parete a un valore massimo sull’asse del tubo.

-IN OGNI SEZIONE T varia da un valore pari a quello che si rileva sulla parete a un valore maggiore o inferiore (a seconda che il processo sia di raffreddamento o di riscaldamento) sull’asse del tubo.

T e w si assumono comunque costanti per ogni sezione e pari al loro valor medio.
Ovviamente questi valori medi possono variare lungo l'asse del tubo.

-La velocità media si determina col principio di conservazione della massa.

$$\dot{m} = \rho \cdot w_m \cdot A_t \qquad A_t = \pi \frac{D^2}{4}$$

-La temperatura media si determina col principio di conservazione dell’energia.

$$\dot{E} = \dot{m}\, c_p\, T_m = \int_{\dot{m}} c_p\, T_m\, \partial\dot{m} = \int_{A_t} c_p\, T\, \left(\rho\, w\, dA_t\right)$$

# Flusso all'interno di tubi

Le condizioni termiche sulla superficie di un tubo possono essere approssimate con buona precisione ritenendo costante la temperatura superficiale

$$T_s = cost$$

Oppure il flusso termico superficiale

$$\dot{q} = cost$$

Non possono essere contemporaneamente presenti ambedue le condizioni

$$\dot{q} = h\,(T_s - T_m)$$

# Flusso all'interno di tubi

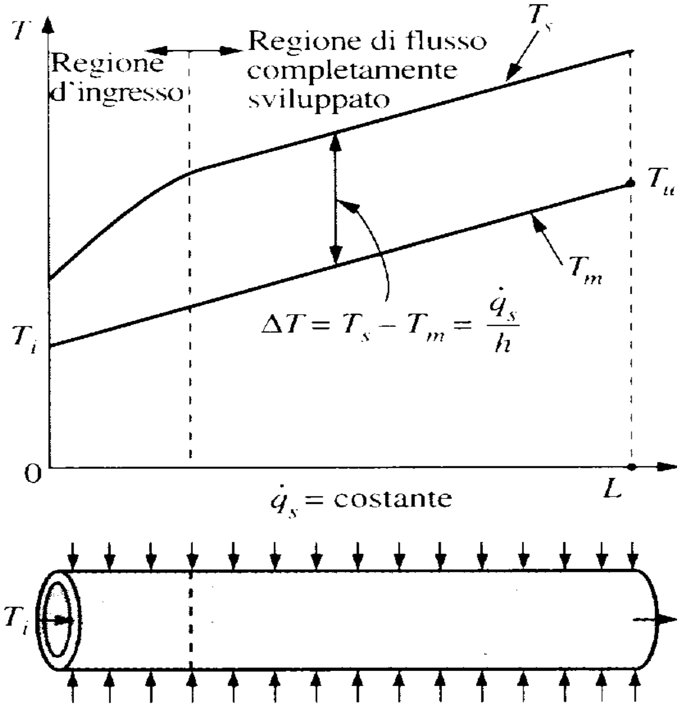



**FIGURA 12.28**
Variazione della temperatura della *superficie del tubo* e di quella *media del fluido* lungo un tubo nel caso di flusso termico superficiale costante.

$$\dot{Q} = \dot{q}_S\, A = \dot{m}\, c_P\, (T_u - T_i)$$

$$T_u = T_i + \frac{\dot{q}_S\, A}{\dot{m}\, c_P}$$

$$\dot{q} = h\,(T_s - T_m)$$

# Flusso all'interno di tubi

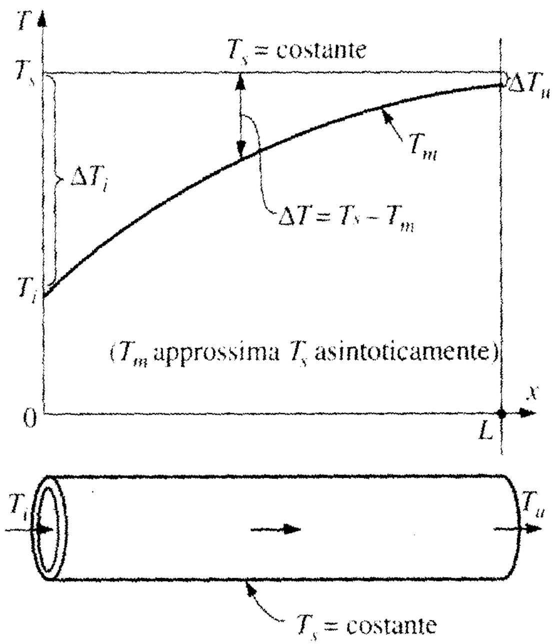



**FIGURA 12.30**
Variazione della temperatura *media del fluido* lungo un tubo nel caso di temperatura superficiale costante.

$$T_S = cost$$

$$\dot{Q} = h\,A\,\Delta T_{media} = h\,A\,(T_s - T_m)_{media}$$

$$\dot{m}\,c_P\,dT_m = h\,(T_s - T_m)\,dA \quad \begin{cases} dA = p\,dx \\ dT_m = -\,d(T_s - T_m) \end{cases}$$

$$\frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\,\frac{h\,p}{\dot{m}\,c_P}\,dx$$

Integrando da x=0 ($T_m = T_i$) a x=L ($T_m = T_u$)

$$ln\frac{T_s - T_u}{T_s - T_i} = -\,\frac{h\,A}{\dot{m}\,c_P}$$

# Flusso all'interno di tubi

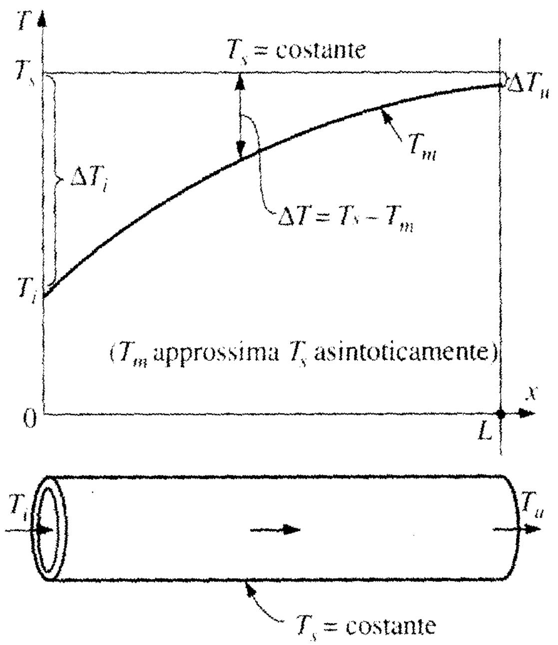



**FIGURA 12.30**
Variazione della temperatura *media del fluido* lungo un tubo nel caso di temperatura superficiale costante.

$$\dot{m}\, c_P = -\frac{h\,A}{ln\dfrac{T_s - T_u}{T_s - T_i}}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}\, c_p\,(T_u - T_i)$$

$$\dot{Q} = h\,A\,\Delta T_{ln}$$

$$\Delta T_{ln} = -\frac{T_u - T_i}{ln\dfrac{T_s - T_u}{T_s - T_i}} = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{ln\left(\dfrac{\Delta T_u}{\Delta T_i}\right)}$$

# Deduzione dei gruppi dimensionali

Dall'analisi dimensionale si deducono i gruppi adimensionali che consentono di descrivere compiutamente un fenomeno.
Nel caso della convezione forzata e naturale si avranno pertanto:

**Convezione forzata**

$$Nu = Nu(Re, Pr)$$

**Convezione naturale**

$$Nu = Nu(Gr, Pr)$$

la forma assunta da queste relazioni è ben approssimata da una forma monomia

# Forme Monomie

**Convezione forzata**

$$Nu = A \cdot Re^{\alpha} \cdot Pr^{\beta}$$

**Convezione naturale**

$$Nu = B \cdot Gr^{\gamma} \cdot Pr^{\delta}$$

I coefficienti A, B, α, β, γ e δ devono essere determinati attraverso l'interpolazione di risultati di prove sperimentali

I numeri adimensionali dipendono da parametri termofisici che normalmente a loro volta dipendono dalla temperatura (e talvolta anche dalla pressione) alla quale avviene il fenomeno di convezione. Diventa quindi importante stabilire a quale temperatura devono essere valutati i suddetti parametri.

# Convezione

**Le proprietà termofisiche si possono valutare in condizioni differenti:**

- alla temperatura di parete $T_P$
- alla temperatura asintotica $T_\infty$
- alla temperatura di film $T_{film}$
- alla temperatura di miscelamento adiabatico $T_m$

# Convezione in un corpo immerso

$$J = h\,(T_p - T_f)$$
$$T_f = T_\infty$$

**Temperatura asintotica**

$$T_{film} = \frac{T_P + T_\infty}{2}$$

**Temperatura di film**

# Convezione forzata in un condotto

$$T_f = \frac{\int_A \rho\, w\, c_P\, T\, dA}{\int_A \rho\, w\, c_P\, dA}$$

**Temperatura di miscelamento adiabatico**

# Esempi di formule empiriche

**Convezione forzata**:

moto sviluppato all'interno di un condotto circolare

$$Nu_D = 3.66$$ moto laminare con $T_P$ = cost

$$Nu_D = 4.36$$ moto laminare con J = cost

$$Nu_D = 0.023\, Re^{0.8}\, Pr^n$$

n= 0.3 se il fluido si sta raffreddando
n= 0.4 se il fluido si sta riscaldando

moto turbolento
($Re > 10^4 \quad 0.7 < Pr < 160$)
Relazione di Dittus-Boelter

*Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di miscelamento adiabatico*

# Esempi di formule empiriche

## Convezione forzata:

<u>moto sviluppato all'interno di un condotto circolare</u>

$$Nu_D = 0.023\, Re^{0.8}\, Pr^{0.333} \left(\frac{\mu}{\mu_P}\right)^{0.14}$$

moto turbolento (Re > $10^4$ 0.7 < Pr < 16700)

*Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di miscelamento adiabatico*

# Esempi di formule empiriche

## **Convezione forzata**:

## moto attorno (esterno) ad un cilindro

$$Nu_D = C\,Re^m\,Pr^{\frac{1}{3}}$$ Relazione di Hilpert

| ***Re*** | ***C*** | ***m*** |
|---|---|---|
| 0.4-4 | 0.989 | 0.330 |
| 4-40 | 0.911 | 0.385 |
| 40-4000 | 0.683 | 0.466 |
| 4000-40000 | 0.193 | 0.618 |
| 40000-400000 | 0.027 | 0.805 |

*Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film*

# Convezione naturale

$$\underbrace{h = h\left(D, \rho, g\beta DT, m, c_P, k\right)}$$

Si hanno n = 7 grandezze fisiche (h, D, ρ, gβΔT, μ, $c_P$ , k)

e m = 4 grandezze fondamentali (L, M, t, T)

**Si dovrà avere un legame tra**

**k = n - m = 3 gruppi adimensionali**

## *Gruppi adimensionali*

*per convezione naturale*

$$\frac{h\,D}{k}$$ Numero di Nusselt

$$\frac{\rho^2\, g\beta\, \Delta T\, D^3}{\mu^2}$$ Numero di Grashoff

$$\frac{c_P\, \mu}{k}$$ Numero di Prandtl

# Significato Fisico dei gruppi adimensionali

## *Numero di Grashoff*

$$Gr = \frac{\rho^2 g\beta \Delta T D^3}{\mu^2}$$

Può essere interpretato come rapporto tra il prodotto delle forze di galleggiamento ed il quadrato della risultante delle forze viscose

$$Gr = \frac{(\rho\, g\, \beta\, \Delta T)\left(\rho\, w\, \frac{dw}{dx}\right)}{\left(\mu \frac{d^2w}{dx^2}\right)^2} = \frac{f_{galleg} \cdot f_{inerzia}}{\left(f_{viscose}\right)^2}$$

**Moto lungo una superficie verticale (lunghezza caratteristica = L)**

$Gr_L < 10^9$ moto laminare

$Gr_L > 10^9$ moto turbolento

# Altri gruppi adimensionali

## *Peclet e Rayleigh*

**<u>Convezione forzata:</u>**

Numero di Peclet $$Pe = Re \cdot Pr = \frac{w\,D}{a}$$

**<u>Convezione naturale:</u>**

Numero di Rayleigh $$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\,\beta\,\Delta T\,D^3}{a\,\nu}$$

## Considerazioni sul coefficiente h per la convezione naturale

Il coefficiente h dipende:

- dalle caratteristiche del fluido: come nel caso della convezione forzata, ma in più: il coefficiente di dilatazione isobara $\alpha$ da cui dipende il cambiamento di densità
- dalle condizioni di moto del fluido: queste, non essendo più il moto imposto, dipendono ancora da $\alpha$, dalla densità media $\rho$, dalla differenza di temperatura tra parete e fluido e dall'accelerazione di gravità, ossia da $\rho g \alpha (Tp-Tf)$
- dalla geometria della parete: come nel caso precedente ma con la necessità di conoscere la posizione della parete rispetto al campo gravitazionale

# Analisi dimensionale

$$\frac{hD}{\kappa} = cost\,.\left(\frac{D^3\rho\,(\rho\,g\,\alpha\,(T_p - T_f))}{\mu^2}\right)^c \cdot \left(\frac{c_p\,\mu}{\kappa}\right)^d$$

**Numero di Nusselt $N_{NU}$**

**Numero di Grashof $N_{GR}$**

**Numero di Prandtl $N_{PR}$**

**$N_{GR}$** è un indice del contributo dei moti convettivi allo scambio termico.

D è una dimensione lineare caratteristica del corpo.

Anche in questo caso la relazione generale può essere semplificata:

$$N_{NU} = cost\,.\; N_{GR}^c\, N_{PR}^d$$

# Esempi di formule empiriche

## **Convezione naturale**:
## parete piana verticale

$$Nu_L = 0.59\, Ra^{0.25}$$ moto laminare $Ra < 10^9$

$$Nu_L = 0.10\, Ra^{0.33}$$ moto turbolento $Ra > 10^9$

*Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film*

# Esempi di formule empiriche

**Convezione naturale**:
cilindro indefinito orizzontale

$$Nu_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387\, Ra^{\frac{1}{6}}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2$$

Relazione di Churchill-Chu $\qquad 10^{-5} < Ra < 10^{12}$

*Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film*

# Note per lo studente

# Note per lo studente

# Note per lo studente

# Note per lo studente