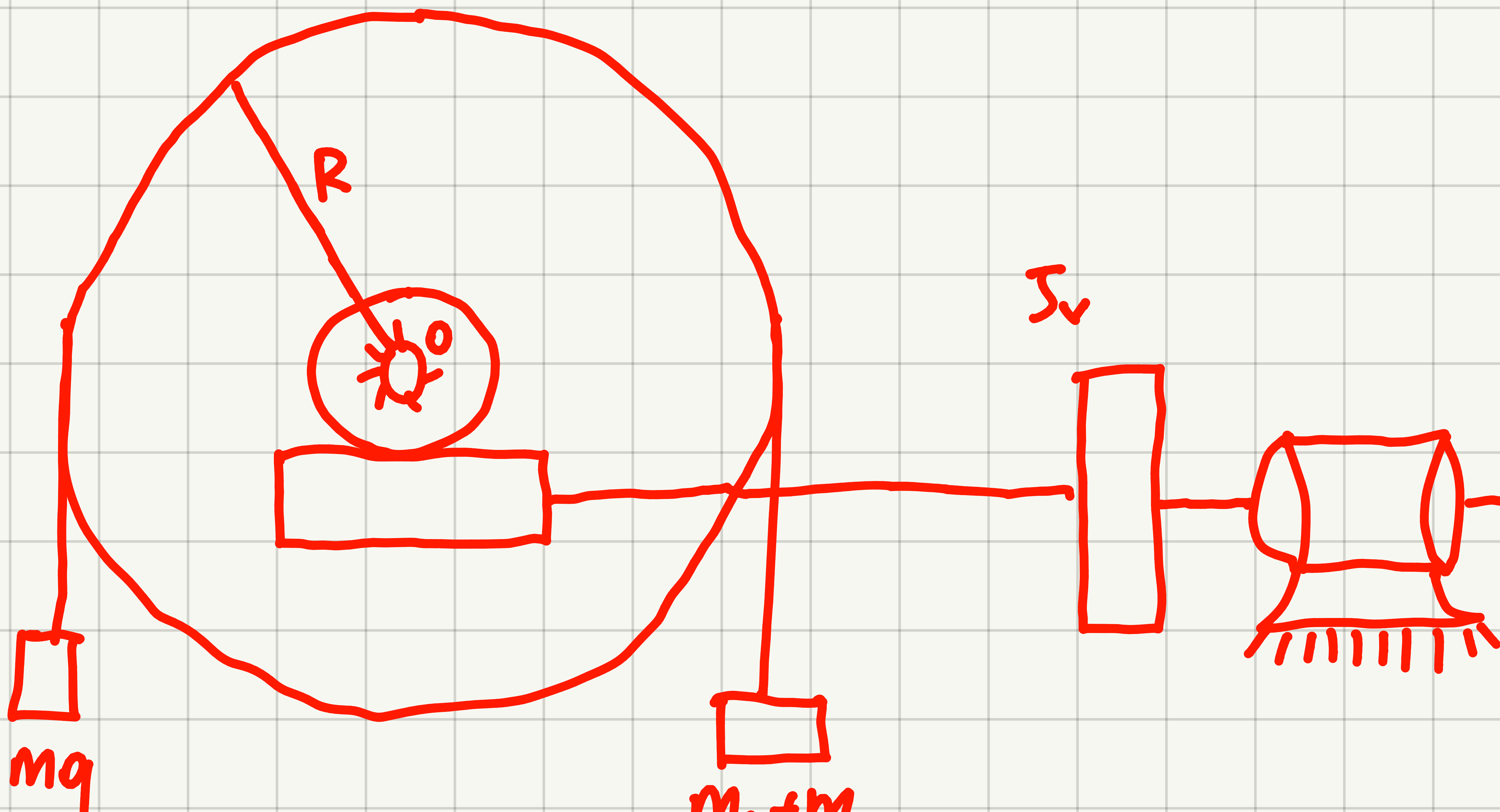
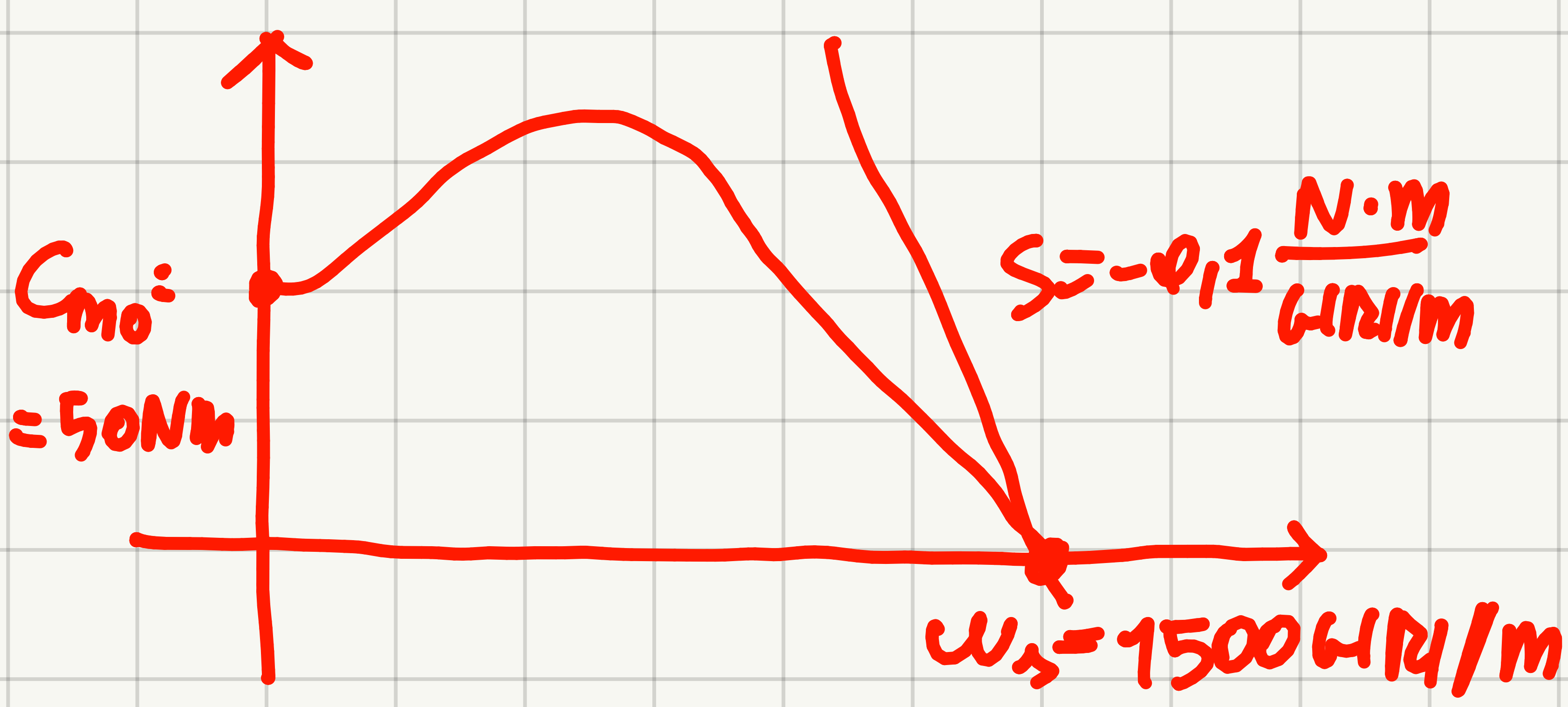
MTU



Si consideri la seguente macchina di cui sono noti $R = 0{,}3\,m$, $J_p = 8\,kgm^2$, $J_v = 0{,}32\,kgm^2$, $J_m = 0{,}03\,kgm^2$, $m_c = 300\,kg$, $m_u = 320\,kg$, $m_q = 450\,g$, $\tau = 1/55$, $\eta_d = 0{,}8$, $\eta_r = 0{,}7$. È inoltre data la curva di coppia, da cui si evince che si ha a che fare con un motore asincrono trifase. Determinare:



① Nella condizione in cui l'MTU è in salita e parte a pieno carico da fermo, calcolare l'accelerazione della cabina

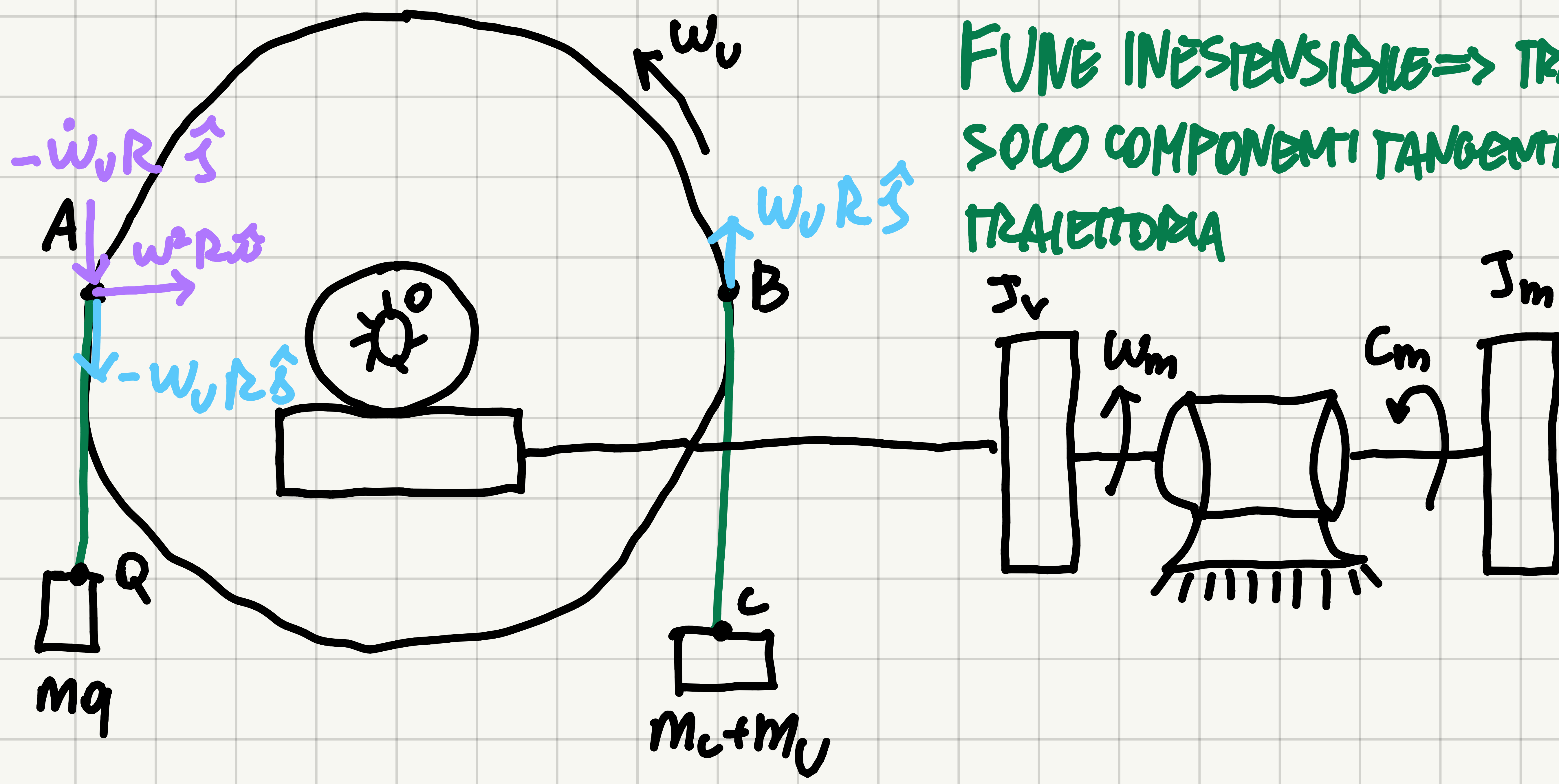
② Nella condizione in cui l'MTU è in salita e parte a pieno carico a regime, calcolare la coppia motrice a regime, la velocità a regime e la potenza erogata dal motore

③ NELLA CONDIZIONE IN CUI L'ARGANO È IN SALITA E PARTA SCARICO, CALCOLARE LA COPPIA MOTRICE A REGIME E LA VELOCITÀ A REGIME

④ NELLA CONDIZIONE IN CUI L'ARGANO È IN DISCESA, IN FRENATA E A PIENO CARICO, CALCOLARE LA COPPIA MOTRICE PER CUI IL SISTEMA DECELERI LA FRENATA DI $0{,}7\,m/s^2$ TRASCURABILE PER MOTORI ELETTRICI

$$\underbrace{\sum P_{ATT}^{(m)} - \frac{d}{dt}K^{(m)}}_{P_1} + \sum P_{ATT}^{(t)} - \cancel{\frac{d}{dt}K^{(t)}} + \underbrace{\sum P_{ATT}^{(u)} - \frac{d}{dt}K^{(u)}}_{P_2} = 0$$

$$\sum P_{ATT}^{(t)} = -(1-\eta_*)P_{in} \qquad * \; P_{in}=P_1 \Rightarrow \eta_d \,;\; P_{in}=P_2 \Rightarrow \eta_r$$



FUNE INESTENSIBILE ⇒ TRASMETTO SOLO COMPONENTI TANGENTI ALLA TRAIETTORIA

$$\vec{\omega}_v = \tau\vec{\omega}_m \Rightarrow \dot{\vec{\omega}}_v = \tau\dot{\vec{\omega}}_m$$

$$\vec{v}_A = \cancel{\vec{v}_o} + \vec{\omega}_v \times (A-O) = \tau\omega_m\hat{k} \times (-R)\hat{\imath} = -\tau\omega_m R\hat{\jmath}$$

ANALOGAMENTE, $\vec{v}_B = \tau\omega_m R\hat{\jmath}$

$$\vec{a}_A = \cancel{\vec{a}_o} + \dot{\vec{\omega}} \times (A-O) - \omega^2(A-O) = -\tau\dot{\omega}_m R\hat{\jmath} + \tau^2\omega_m^2 R\hat{\imath}$$

$\vec{v}_Q = \vec{v}_A = -\tau \omega_m R \hat{j}$ $\quad \vec{a}_Q = \vec{a}_A^{(t)} = -\tau \dot{\omega}_m R \hat{j}$

Analogamente, $\vec{v}_B = \tau \omega_m R \hat{j} \rightarrow \vec{a}_B = \tau \dot{\omega}_m R \hat{j} - \tau^2 \omega_m^2 R \hat{i}$

$\vec{v}_C = \vec{v}_B = \tau \omega_m R \hat{j}$ $\quad \vec{a}_C = \vec{a}_B^{(t)} = \tau \dot{\omega}_m R \hat{j}$

MOTORE

$$\frac{d}{dt} K^{(m)} = (J_v + J_m) \dot{\vec{\omega}}_m \cdot \vec{\omega}_m = (J_v + J_m) \dot{\omega}_m \omega_m$$

$\sum P_{ATT}^{(m)} = \vec{C}_m \cdot \vec{\omega}_m = C_m \omega_m$ $\qquad P_1 = C_m \omega_m - (J_v + J_m) \dot{\omega}_m \omega_m$

! A PRIORI, NON SO SE $\gtrless 0$

UTILIZZATORE

$$\frac{d}{dt} K^{(u)} = \frac{d}{dt} K^{(DISCO)} + \frac{d}{dt} K^{(CABINA\ C)} + \frac{d}{dt} K^{(CONTRAPPESO\ Q)} =$$

$$= J_p \dot{\vec{\omega}}_u \cdot \vec{\omega}_u + (m_c + m_u) \vec{v}_c \cdot \vec{a}_c + m_Q \vec{v}_Q \cdot \vec{a}_Q =$$

$$= J_p \dot{\omega}_u \omega_u + (m_c + m_u) v_c a_c^{(t)} + m_Q v_Q a_Q^{(t)} =$$

$$= J_p \tau^2 \dot{\omega}_m \omega_m + (m_c + m_u) \tau^2 R^2 (\dot{\omega}_m \omega_m) + m_Q \tau^2 R^2 \dot{\omega}_m \omega_m$$

$$\sum P_{ATT}^{(u)} = \cancel{P_p^{(DISCO)}} + P_p^{(C)} + P_p^{(Q)} = (m_c + m_u) \vec{g} \cdot \vec{v}_c + m_Q \vec{g} \cdot \vec{v}_Q =$$

$$= (m_c + m_u)(-g \hat{j}) \cdot (\tau \omega_m R \hat{j}) + m_Q (-g \hat{j}) \cdot (-\tau \omega_m R \hat{j}) =$$

$$= -(m_c + m_u) g \tau \omega_m R + m_Q g \tau \omega_m R$$

$$P_2 = \sum P_{ATT}^{(u)} - \frac{d}{dt} K^{(u)}$$

①

DA FERMO ⇒ ALLO SPUNTO, $\omega_m \simeq 0 \Rightarrow C_m = C_{m_0} = 50\,Nm$

PIENO CARICO ⇒ $m = m_c + m_v$

$\vec{a}_c = \tau \dot{\omega}_m R \hat{j}$ OBIETTIVO: $\dot{\omega}_m$

SAPENDO CHE PARTO DA FERMO E VADO IN SALITA, IL MOTORE SI SUPPONE

FORNISCA POTENZA ⇒ MOTO DIRETTO (IPOTESI DA VERIFICARE)

$P_1 = \underbrace{C_m \omega_m}_{>0} - \underbrace{(J_v + J_m)\omega_m \dot{\omega}_m}_{?}$! IPOTESI $\omega_m, \dot{\omega}_m$ CONCORDI

$P_2 = \overbrace{-g\tau\omega_m R(m_c + m_v - m_a)}^{<0} - \overbrace{J_p \tau^2 \dot{\omega}_m \omega_m}^{<0} - \overbrace{(m_c + m_v + m_a)\tau^2 R^2 \dot{\omega}_m \omega_m}^{<0} = 0$

⇒ P_2 SOMMA DI TERMINI NEGATIVI ⇒ $P_2 < 0 \Rightarrow P_1 > 0$

$P_T = -(1-\eta_d)P_1$ $P_1 + P_T + P_2 = 0 \rightarrow P_1 - (1-\eta_d)P_1 + P_2 = 0$

$\eta_d P_1 + P_2 = 0 \rightarrow$

$\eta_d (C_m \cancel{\omega_m} - (J_v + J_m)\dot{\omega}_m \omega_m) - g\tau \cancel{\omega_m} R(m_c + m_v - m_a) - J_p \tau^2 \dot{\omega}_m \cancel{\omega_m} -$

$-(m_c + m_v + m_a)\tau^2 R^2 \dot{\omega}_m \cancel{\omega_m} = 0 \Rightarrow$

$$\dot{\omega}_m = \frac{C_m \eta_d - g\tau R(m_c + m_v - m_a)}{(J_v + J_m)\eta_d + J_p \tau^2 + (m_c + m_v + m_a)\tau^2 R^2} = 98{,}27\ rad/s^2$$

$\vec{a}_c = \tau \dot{\omega}_m R \hat{j} = 0{,}538 \hat{j}\ m/s^2$

$P_1 = (C_m - (J_v + J_m)\dot{\omega}_m)\omega_m > 0$ ✓

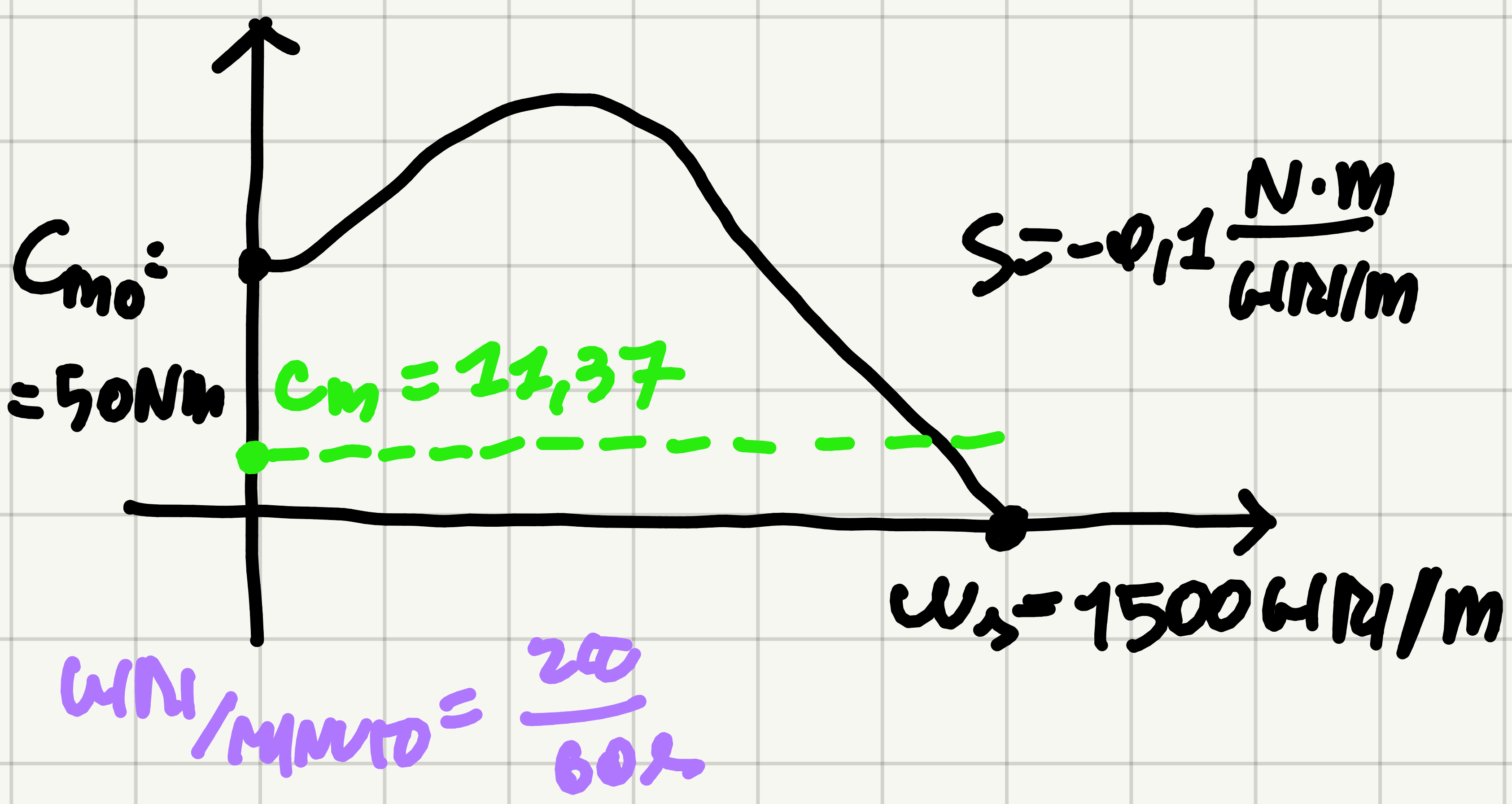
②

A REGIME $\Rightarrow v$ COSTANTE $\Rightarrow a=0 \Rightarrow \frac{d}{dt}K=0$

$P_2 = -g\tau \overset{M_P>0}{\widetilde{\omega_m}} R(M_c + M_u - M_Q) < 0 \Rightarrow$ MOTO DIRETTO ✓

$\eta_d P_1 + P_2 = 0 \qquad C_m \omega_m \eta_d - g\tau\omega_m R(M_c + M_u - M_Q) = 0$

$\Rightarrow C_m = \dfrac{g\tau R(M_c+M_u-M_Q)}{\eta_d} = 17{,}37\ Nm$



$s = \dfrac{C_m(R) - 0}{\omega_{MR} - \omega_s}$

$\Rightarrow \omega_{MR} = \omega_s + \dfrac{C_{MR}}{s} = 145\ rad/s$

$= 1386\ \frac{GIRI}{m} < \omega_s$ ✓

$P_m = C_{m0} \cdot \omega_{MR} = 7{,}65\ KW$

③

SCARICO $\Rightarrow m = m_c$

$P_2 = -g\tau\omega_m R(M_c - M_Q) > 0 \Rightarrow$ MOTO RETROGRADO

$P_T = -(1-\eta_r)P_2 \qquad P_1 - (1-\eta_r)P_2 + P_2 = 0 \Rightarrow P_1 + \eta_r P_2 = 0$

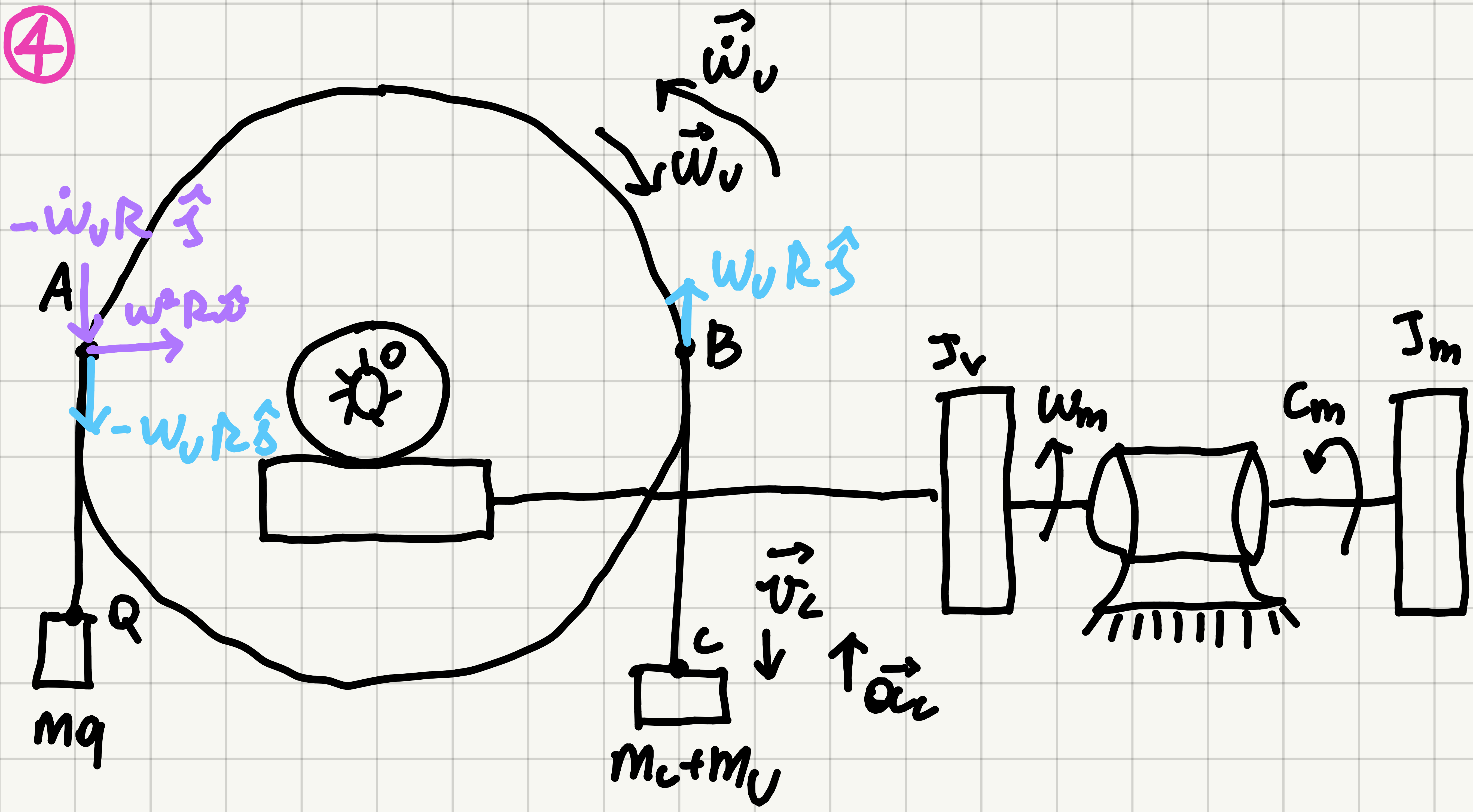
! ESSENDO IN FRENATA, MI ASPETTO $\omega > \omega_s$ E $C_m < 0$

$C_m\omega_m + \eta_r(-g(M_c + M_R)\tau r\omega_m) = 0 \Rightarrow C_m = -5{,}6\ Nm$ ✓

$C_m = s(\omega_m - \omega_s) \Rightarrow \omega_m = 1556\ \frac{GIRI}{min} > \omega_s$ ✓ $= 163\ rad/s$

$P_2 = C_m\omega_m = -916\ W$

4



$$\sum P_{att}^{(w)} = (m_c+m_v)\vec{g}\cdot\vec{v}_c + m_q\vec{g}\cdot\vec{v}_Q = (m_c+m_v)(-g\hat{j})\cdot(-\tau\omega_m R\hat{j}) +$$

$$+ m_q(g\hat{j})\cdot(-\tau\omega_m R\hat{j}) = (m_c+m_v-m_q)g\tau\omega_m R$$

$$\frac{d}{dt}K^{(w)} = J_p\dot{\vec{\omega}}\cdot\vec{\omega}_v + (m_c+m_v)\vec{a}_c\cdot\vec{v}_c + m_q\vec{a}_c\cdot\vec{v}_q =$$

$$= J_p(\tau\dot{\omega}_m\hat{k})\cdot(-\tau\omega_m\hat{k}) + (m_c+m_v)(\tau\dot{\omega}_m\hat{j})\cdot(-\tau\omega_m\hat{j}) +$$

$$+ m_q(-\tau\dot{\omega}_m R\hat{j})\cdot(\tau\omega_m R\hat{j}) = -J_p\tau^2\dot{\omega}_m\omega_m - (m_c+m_v+m_q)\tau^2R^2\cdot$$

$$\cdot\dot{\omega}_m\omega_m$$

$$P_2 = \sum P_{att}^{(m)} - \frac{d}{dt}K^{(m)} = g\tau\omega_m R(m_c+m_v-m_q) + J_p\tau^2\dot{\omega}_m\omega_m +$$

$$+ (m_c+m_v-m_q)\tau^2R^2\dot{\omega}_m\omega_m > 0 \Rightarrow$$ MOTO RETROGRADO

$$P_1 + \eta_r P_2 = 0 \qquad |\vec{a}_c| = \tau|\dot{\vec{\omega}}_m|R \Rightarrow |\dot{\vec{\omega}}_m| = \frac{|\vec{a}_c|}{R} = 128{,}33\ \text{rad/s}^2$$

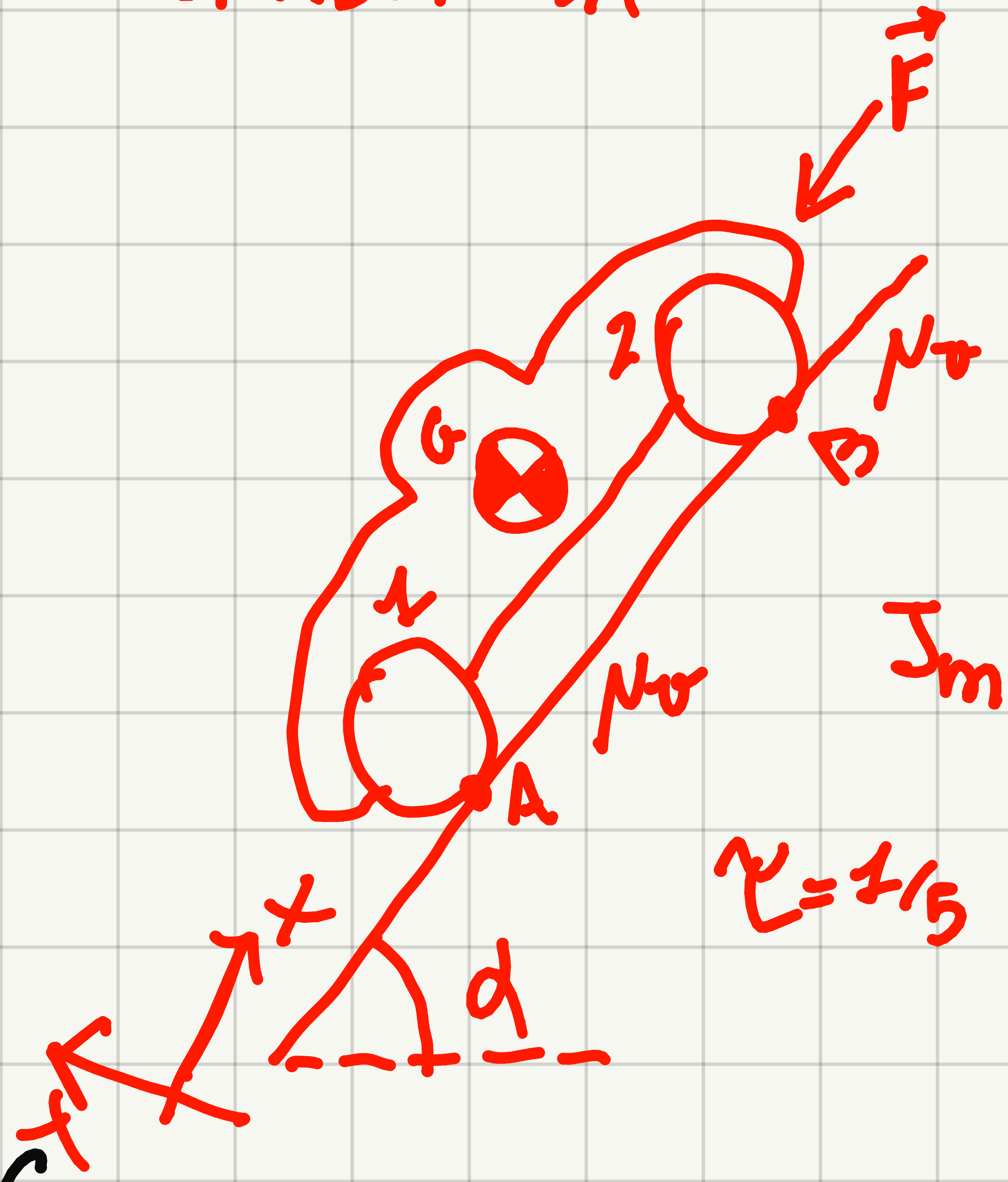
$$C_m\omega_m + (J_v+J_m)\dot{\omega}_m\cancel{\omega_m} + \eta_r\big(g\tau\cancel{\omega_m}R(m_c+m_v-m_q) + J_p\tau^2\dot{\omega}_m\cancel{\omega_m} +$$

$$+ (m_c+m_v+m_q)\tau^2R^2\dot{\omega}_m\cancel{\omega_m}\big) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_m = -54{,}38\ \text{Nm}$$

$$\Rightarrow P_1 = (C_m - (J_v+J_m)\dot{\omega}_m)\omega_m < 0 \quad \checkmark$$

PAROLA DEL PROF: SE IPOTIZZO MOTO DIRETTO/RETROGRADO E OTTENGO IL CONTRARIO, NON SERVE RIFARE I CONTI :-)

SI CONSIDERI LA SEGUENTE MACCHINA IN MOTO IN SALITA COME IN FIGURA, DI CUI SONO NOTE:

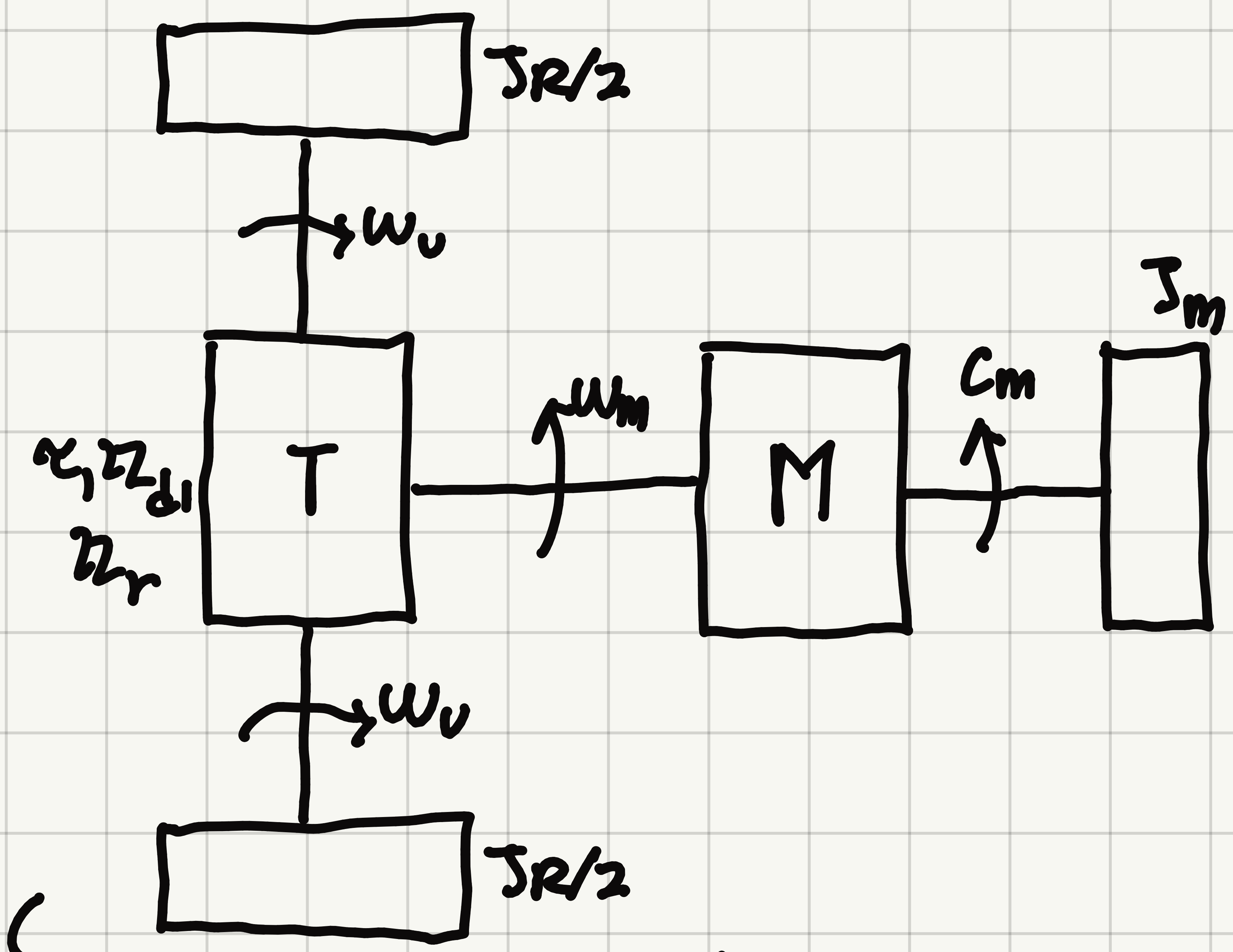


$M^{(auto+ruote)} = 1500\ Kg$ $J_R = 2\ Kg\,m^2$

$J_m = 0{,}2\ Kg\,m^2$ $R = 0{,}3\ m$ $\alpha = 5°$ $\mu_r = 0{,}05$

$\tau = 1/5$ $\eta_d = 0{,}8$ $\eta_r = 0{,}7$ $F = 800\ N$

COME PRIMO STEP, SCHEMATIZZO IL SISTEMA



M) MOTORE TERMICO DELL'AUTO

T) ALBERO MOTORE

U) RUOTE

SUCCESSIVAMENTE, IDENTIFICO I LEGAMI CINEMATICI

$\vec{\omega}_u = \tau \vec{\omega}_m \rightarrow \dot{\vec{\omega}}_u = \tau \dot{\vec{\omega}}_m$ $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_G$ $|\vec{v}_1| = \omega_u R$

$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}_G$ $|\vec{a}_1| = \dot{\omega}_u R$

ANDIAMO AVANTI SCRIVENDO IL BILANCIO DI POTENZE $P_1 + P_T + P_2 = 0$

P_1, MOTORE) $P_1 = \sum P_{ATT}^{(M)} - \frac{d}{dt}K^{(M)} = \vec{C}_m \cdot \vec{\omega}_m - J_m \dot{\vec{\omega}}_m \cdot \vec{\omega}_m = C_m \omega_m - J_m \dot{\omega}_m \omega_m$

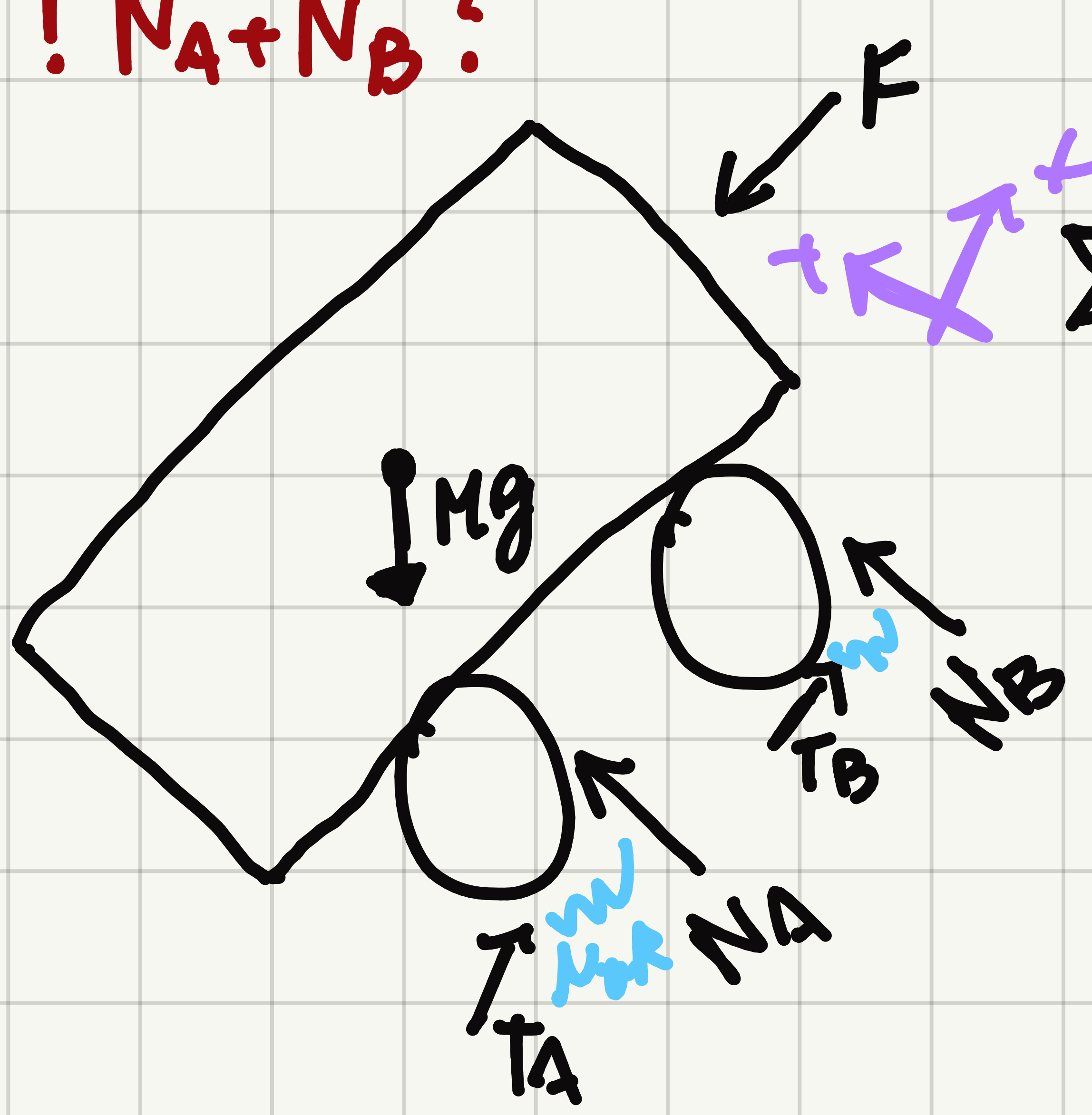
P_2, UTILIZZATORE) $\sum P_{ATT}^{(U)} = P_{RES.}^{(1+2)} + P_P^{(AUTO+RUOTE)} + P_F =$

$$= -\mu_v R |N_A \omega_v| - \mu_v R |N_B \omega_v| + M\vec{g} \cdot \vec{v}_G + \vec{F} \cdot \vec{v}_G =$$

$$= -\mu_v R |N_A + N_B| \tau \omega_v - Mg\sin(\alpha) v_G - F v_G =$$

$$= -\mu_v R |N_A + N_B| \tau \omega_m - Mg\sin(\alpha) R \tau \omega_m - F R \tau \omega_m$$

! $N_A + N_B$?



$\sum F_y = 0 \qquad N_A + N_B - Mg\cos(\alpha) = 0$

$\Rightarrow N_A + N_B = Mg\cos(\alpha)$:-)

$$\Rightarrow \sum P_{ATT}^{(U)} = -\mu_v R Mg\cos(\alpha) \tau \omega_m - Mg\sin(\alpha) R \tau \omega_m - F R \tau \omega_m$$

$$\frac{d}{dt}K^{(U)} = M \vec{a}_G \cdot \vec{v}_G + J_R \dot{\vec{\omega}}_v \cdot \vec{\omega}_v + \underset{RUOTE}{4} \cdot \left(\tfrac{1}{2} J_R\right) \dot{\vec{\omega}}_v \cdot \vec{\omega}_v$$

CASO 1: NOTA LA VELOCITÀ ALLO SPUNTO $C_{m0} = 400\,Nm$, a_G ?

$a_G = \tau \dot{\omega}_m R \qquad \dot{\omega}_m$?

$P_1 = \underbrace{C_m \omega_m}_{>0} - \underbrace{J_m \dot{\omega}_m \omega_m}_{>0} \gtrless 0$?

$$P_2 = \overbrace{-Mg\sin\alpha\, \tau \omega_m R}^{<0} \overbrace{- F \tau \omega_m R}^{<0} \overbrace{- \mu_v R Mg\cos\alpha\, \tau \omega_m}^{<0} \overbrace{- M\tau^2 R^2 \omega_m \dot{\omega}_m}^{<0} -$$

$$\overbrace{- 2 J_R \tau^2 \dot{\omega}_m \omega_m}^{<0}$$

P_2 È DATO DA UNA SOMMA DI TERMINI NEGATIVI $\Rightarrow P_2 < 0 \Rightarrow$ MOTO DIRETTO

$P_T = -(1-\eta_d)P_1 \Rightarrow \eta_d P_1 + P_2 = 0$

$\eta_d (C_{m_0} \cancel{\omega_m} - J_m \cancel{\omega_m} \dot{\omega}_m) - \tau R \cancel{\omega_m} (Mg(\sin\alpha + \mu_v \cos\alpha) + F) - \tau^2 \dot{\omega}_m \cancel{\omega_m} (MR^2 + 2J_R) -$

$- \tau^2 \dot{\omega}_m \cancel{\omega_m} (MR^2 + 2J_R) = 0$

! È IMPORTANTE CHE ω_m SI SEMPLIFICHI, POICHÉ NON È NOTO

$\rightarrow \dot{\omega}_m = 26,41 \, rad/s^2 \Rightarrow a_G = 1,58 \, m/s^2$ $\quad P_1 = (400 - 0,2 \cdot 26,41)\omega_m > 0$ ✓

CASO 2: SALITA A REGIME $\Rightarrow C_m$?

v_G COSTANTE $\Rightarrow a_G = 0, \frac{d}{dt} K^{(w)} = 0 \quad P_2 = \sum P_{ATT}^{(w)} - \cancel{\frac{d}{dt} K^{(w)}} < 0 \Rightarrow$ MOTO DIRETTO

$C_m \omega_m \eta_d - \tau R \omega_m (Mg(\sin\alpha + \mu_v \cos\alpha) + F) = 0 \rightarrow C_m = 211,1 \, Nm \quad P_1 = C_m \omega_m > 0$ ✓

CASO 3: A REGIME, IL MOTORE VIENE SPENTO ($C_m = 0$). a_G ?

$P_2 = \underbrace{- \tau R \omega_m (Mg(\sin\alpha + \mu_v \cos\alpha) + F)}_{<0} \underbrace{- \tau^2 \dot{\omega}_m \omega_m (MR^2 + 2J_R)}_{?}$

$P_1 = \cancel{C_m \omega_m} - \underbrace{J_m \dot{\omega}_m}_{\gtrless 0 \, ?} \omega_m$ $\quad$ NON HO CERTEZZE SUL TIPO DI MOTO, PER CUI IPOTIZZO

IPOTESI) MOTO DIRETTO $\rightarrow P_1 \eta_d + P_2 = 0$

$- J_m \dot{\omega}_m \cancel{\omega_m} \eta_d - \tau R \cancel{\omega_m} (Mg(\sin\alpha + \mu_v \cos\alpha) + F) - \tau^2 \dot{\omega}_m \cancel{\omega_m} (MR^2 + 2J_R) =$

$= 0 \Rightarrow \dot{\omega}_m = -29,95 \, rad/s^2$ $\quad$ HA SENSO: SONO IN SALITA, SPENGO IL

MOTORE $\Rightarrow$ DECELERAZIONE $\quad a_G = \tau \dot{\omega}_m R = -1,77 \, m/s^2$

VERIFICO L'IPOTESI: $P_1 = - J_m \dot{\omega}_m \omega_m > 0$ ✓

CASO 4: DA CONDIZIONI A REGIME, $C_m=-300Nm$ ISTANTANEAMENTE. a_G?

$$P_1=(C_m-J_m\dot{\omega}_m)\omega_m \gtrless 0 \,?$$

$$P_2=\underbrace{-\tau R\omega_m(Mg(\sin\alpha+\mu_v\cos\alpha)+F)}_{<0}\underbrace{-\tau^2\dot{\omega}_m\omega_m(MR^2+2J_R)}_{?}$$

IPOTESI) MOTO RETROGRADO $\quad P_1+\eta_r P_2=0$

$$(C_m-J_m\dot{\omega}_m)\cancel{\omega_m}+\eta_r(-\tau R\cancel{\omega_m}(Mg(\sin\alpha+\mu_v\cos\alpha)+F)-\tau^2\dot{\omega}_m\cancel{\omega_m}\cdot$$

$$\cdot(MR^2+2J_R))=0 \rightarrow \dot{\omega}_m=-102{,}2\,rad/s^2 \quad a_G=\tau\dot{\omega}_m=-6{,}43\,m/s^2$$

VERIFICO L'IPOTESI: $P_1=(C_m-J_m\dot{\omega}_m)\omega_m<0$ ✓

RIPETIAMO L'ESERCIZIO PRECEDENTE, CON GLI STESSI DATI, MA CON LA NUOVA CONFIGURAZIONE

$$P_1=(C_m-J_m\dot{\omega}_m)\omega_m$$

$$\sum P_{ATT}^{(w)}=P_P^{(avanti+dietro)}+P_F+P_{res.}^{(1+2)}=$$

$$=+Mg\sin\alpha\,\tau\omega_m R-F\tau\omega_m R-$$

$$-\mu_v R Mg\cos\alpha\,\dot{\omega}_m\tau$$

$$\frac{d}{dt}K^{(w)}=M\tau^2R^2\dot{\omega}_m\omega_m+2J_R\tau^2\dot{\omega}_m\omega_m$$

CASO 1: NOTA LA VELOCITÀ ALLO SPUNTO $C_{m0}=400NM$, a_v?

$$P_2=\sum P_{ATT}^{(w)}-\frac{d}{dt}K^{(w)}=Mg\sin\alpha\,\tau\omega_m R-F\tau\omega_m R-\mu_v RMg\cos\alpha\,\tau\omega_m-$$

$$-M\tau^2R^2\dot{\omega}_m\omega_m-2J_R\tau^2\dot{\omega}_m\omega_m \gtrless 0\,?$$

IPOTESI) MOTO DIRETTO $\rightarrow \eta_d (C_{m_0} - J_R \dot{\omega}_m)\cancel{\omega_m} + \tau \cancel{\omega_m} R \cdot$

$\cdot (Mg(\sin\alpha - \mu_v \cos\alpha) - F) - 2J_R \tau^2 \dot{\omega}_m \cancel{\omega_m} = 0 \rightarrow \dot{\omega}_m = 58{,}6 \, \frac{rad}{s^2}$

$a_G = 3{,}51 \, m/s^2$ VERIFICO L'IPOTESI: $P_1 = (C_{m_0} - J_m \dot{\omega}_m)\, \omega_m > 0$ ✓

CASO 2: CONDIZIONE A REGIME $\Rightarrow C_m$?

v_G COSTANTE $\Rightarrow a_G = 0, \; \frac{d}{dt} K^{(cs)} = 0 \quad P_2 = \sum P_{ATT}^{(cs)} - \cancel{\frac{d}{dt} K^{(cs)}} =$

$= \tau \omega_m R (Mg(\sin\alpha - \mu_v \cos\alpha) - F) \Rightarrow$ MOTO RETROGRADO

$C_m \omega_m + \eta_r \tau \omega_m (Mg(\sin\alpha - \mu_v \cos\alpha) - F) = 0 \Rightarrow C_m = -10{,}48 \, Nm$

! SUPER TRICK ILLEGALE:

- MOTORE: IL SOLO C_m, ω_m, J_m — IL MOTORE "GIRA DA SOLO"
- TRASMISSIONE: $P_T = \begin{cases} -(1-\eta_d) P_1 \\ -(1-\eta_r) P_2 \end{cases}$
- UTILIZZATORE: MOTI E RESISTENZE