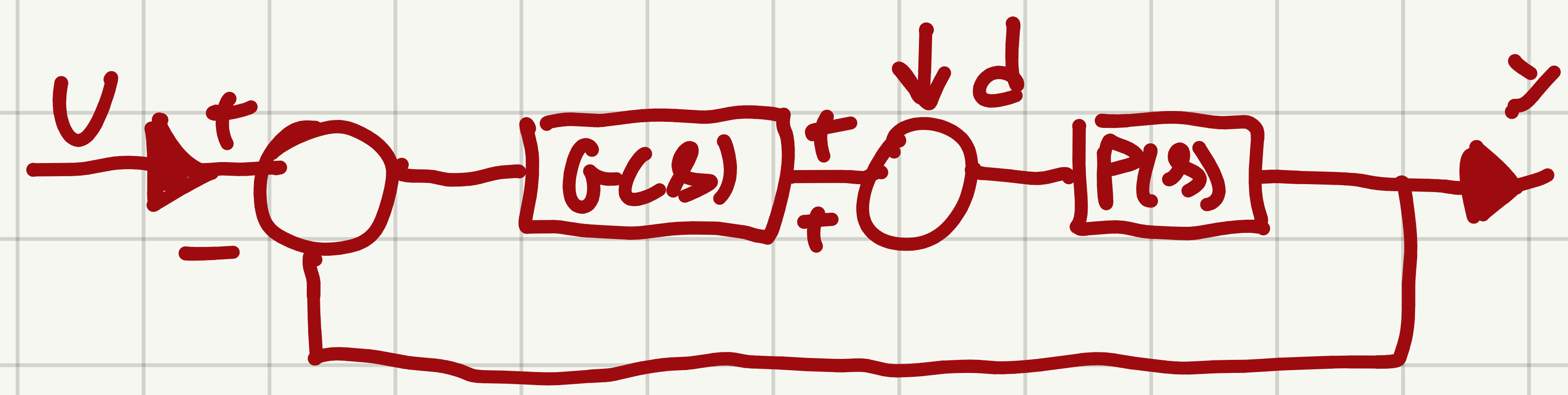
RISOLUZIONE SINTESI MEDIANTE IL LUOGO DELLE RADICI

ESERCIZIO D'ESAME:



$P(s) = \dfrac{1}{s(s+4)}$, $d(t) = \delta_{-1}(t)$. PROGETTARE

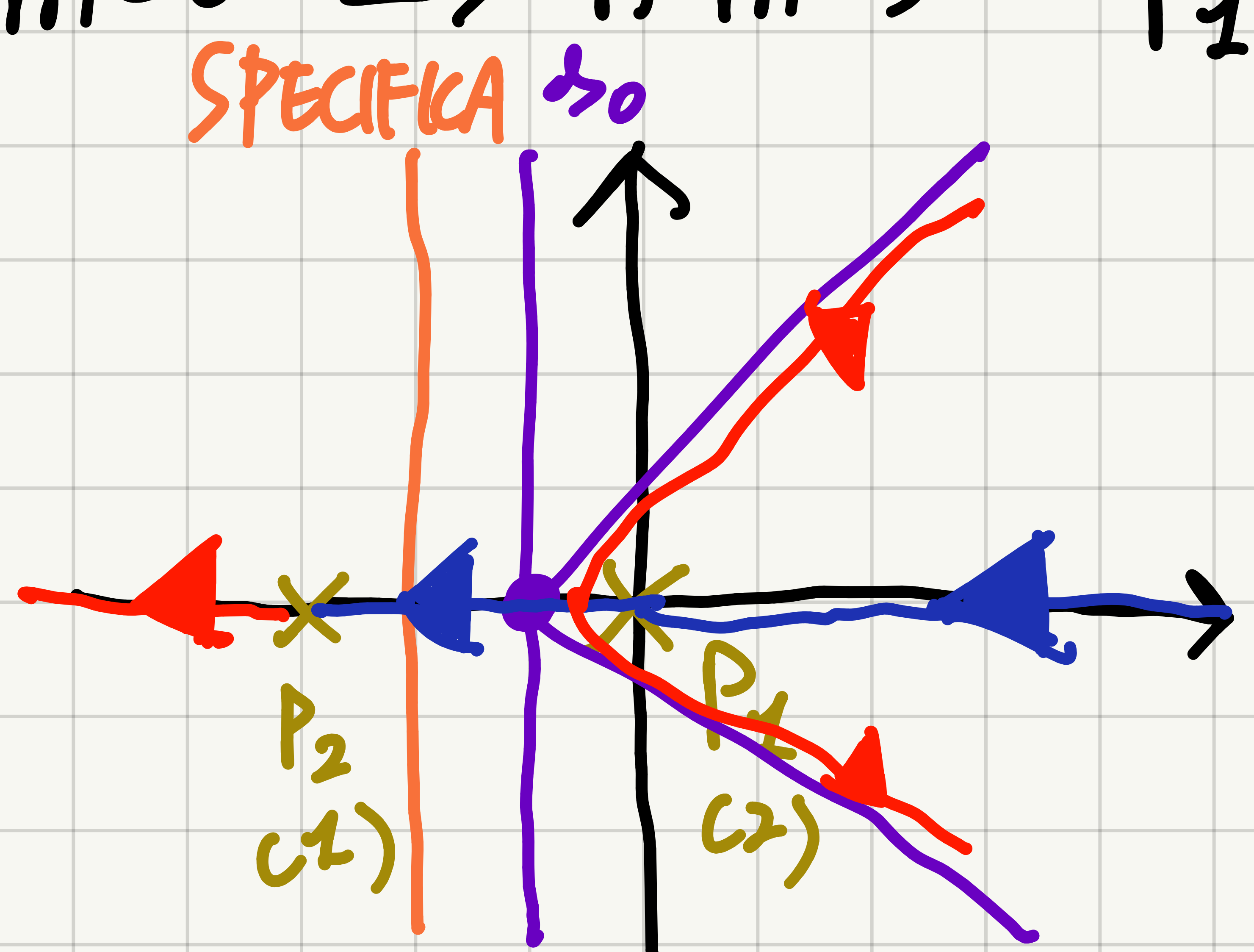
G(s) AFFINCHÈ:

- ASTATISMO RISPETTO $\delta_{-1}(t)$ } SPECIFICA UNIVOCA
- TUTTI I POLI DI W(s) HANNO PARTE REALE < -3 } SPECIFICA LASCA

$\Rightarrow G(s) = \dfrac{K}{s} \qquad F(s) = \dfrac{K}{s^2(s+4)}$

$n=3,\ m=0 \Rightarrow n-m=3 \qquad P_1 = 0 \qquad P_2 = -4$

$s_0 = \dfrac{\sum p - \sum z}{3} = -\dfrac{4}{3}$



SPECIFICA NON SODDISFATTA.

OCCORRE RIPROGETTARE G(s) TENENDO CONTO DI:

- NUMERO DI ZERI DI G(s) $\leq$ NUMERO DI POLI DI G(s)
- SI POSSONO SEMPLIFICARE SOLO I POLI CHE GIÀ SODDISFANO LA SPECIFICA

G(s) DEVE ESSERE FISICAMENTE REALIZZABILE

INOLTRE, È BENE FAR SI CHE n-m SIA IL MINORE POSSIBILE. IN QUESTO CASO POSSIAMO AGGIUNGERE UN SOLO ZERO $(n_z = n_p = 1) \Rightarrow n-m=2$

$G(s) = \frac{K}{s} \cdot (s - z_1)$. SCEGLIAMO z_1 IN MODO CHE SIA NEGATIVO E A SINISTRA DI -3. CONVIENE, PER SEMPLIFICAZIONE ALGEBRICA, $z_1 = -4$ (POSSIBILE POICHÉ P_2 SODDISFA LA SPECIFICA)

$G_1(s) = \frac{K(s+4)}{s} \Rightarrow F_1(s) = \frac{K}{s^2}$. $s_0 = 0$

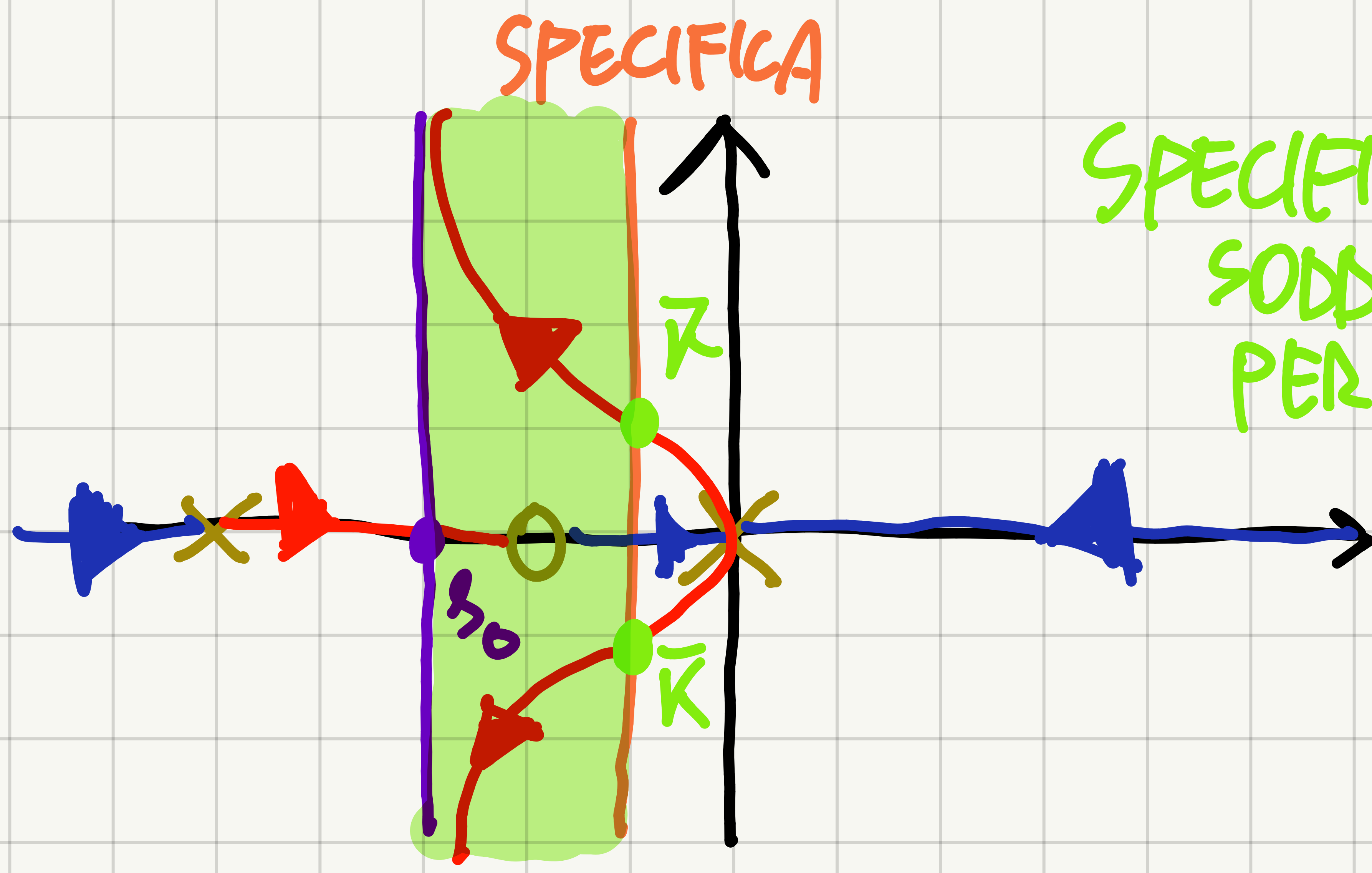
DOBBIAMO, INOLTRE, SPOSTARE IL CENTRO DEGLI ASINTOTI A SINISTRA DI -3. CIÒ È POSSIBILE INTRODUCENDO UNA COPPIA POLO-ZERO $\Rightarrow G_2(s) = \frac{K(s+4)}{s} \cdot \frac{(s-z_2)}{(s-p)}$.

$\Rightarrow F_2(s) = \frac{K(s-z_2)}{s^2(s-p)}$. SCEGLIAMO A PIACERE $s_0 < -3$

$s_0 = -6$

$-6 = \frac{\Sigma p - \Sigma z}{2} \Rightarrow p - z_2 = -12$. SCEGLIAMO $z_2 < -3$ A PIACERE $z_2 = -4 \Rightarrow p = -16$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{K(s+4)^2}{s(s+16)} \Rightarrow F(s) = \frac{K(s+4)}{s^2(s+16)}$$



SPECIFICHE SODDISFATTE PER $K > \bar{K}$

$$f(s,K) = s^2(s+16) + K(s+4) = 0$$

$\bar{s} = s+3$

$\Rightarrow s = \bar{s} - 3$

$$(\bar{s}-3)^2(\bar{s}+13) + K(\bar{s}+1) = 0$$

$$\bar{s}^3 + 7\bar{s}^2 + (K-69)\bar{s} + (K+117) = 0$$

3	1	$K-69$
2	7	$K+117$
1	$\frac{6(K-100)}{7}$	
0	$K+117$	

$$\begin{cases} \frac{6(K-100)}{7} > 0 \\ K+117 > 0 \end{cases} \Rightarrow K > 100$$

$$\Rightarrow G(s) = 101 \cdot \frac{(s+4)^2}{s(s+16)}$$

$$F(s) = 101 \cdot \frac{K(s+4)}{s^2(s+16)}$$

REGOLATORI INDUSTRIALI

Sono strutture di controllo semplici e molto usate nel mondo dell'automazione industriale. La struttura è predefinita e il progettista deve scegliere alcuni valori eseguendo esperimenti sull'impatto.

Accettano il segnale di errore come ingresso e generano un'uscita per pilotare il processo ad uno stato desiderato.

Si distinguono le tre seguenti tipologie:

- ON-OFF → completamente acceso/spento (analogico)
- ANALOGICO → fornisce un'uscita che varia gradualmente
- DIGITALE → controllo analogico digitale

Alcune tipologie di regolatori analogici elementari hanno le proprietà P.I.D. (Proporzionale, Integrabile, Derivatrice). Il processo ha comportamento non noto, ma si suppone sia stabile esternamente.

CONTROLLORE PROPORZIONALE

$e(t) \rightarrow \boxed{\text{REGOLATORE}} \rightarrow m(t)$ $\quad m(t) = K_G \cdot e(t)$

$\Rightarrow m(s) = K_G \cdot e(s) \quad G(s) = \frac{m(s)}{e(s)} = K_G$. Aumentando il guadagno del controllore, abbiamo errore minore ma

AUMENTA IL RISCHIO CHE IL SISTEMA SIA INSTABILE.

CONTROLLORE INTEGRALE

NEL CONTROLLORE IDEALE, $m(t) = K_I \cdot \int_0^t e(\tau)\, d\tau$. SI PESA QUINDI L'ERRORE IN TUTTI GLI ISTANTI. PASSANDO AL DOMINIO DI LAPLACE, $m(s) = K_I \cdot \frac{e(s)}{s}$ $\frac{m(s)}{e(s)} = \frac{k_I}{s}$

$G(s) = \frac{m(s)}{e(s)} = \frac{k_I}{s}$. INTRODUCE UN POLO NELL'ORIGINE E SI PUÒ DIRE SUBITO CHE IL SISTEMA È ASTATICO RISPETTO A SEGNALI DI DISTURBO COSTANTI. IL CONTROLLORE INTEGRALE VA SEMPRE USATO CON CONTROLLORI PROPORZIONALI O CONTROLLORI PROPORZIONALI E DERIVATIVI.

CONTROLLORE DERIVATIVO

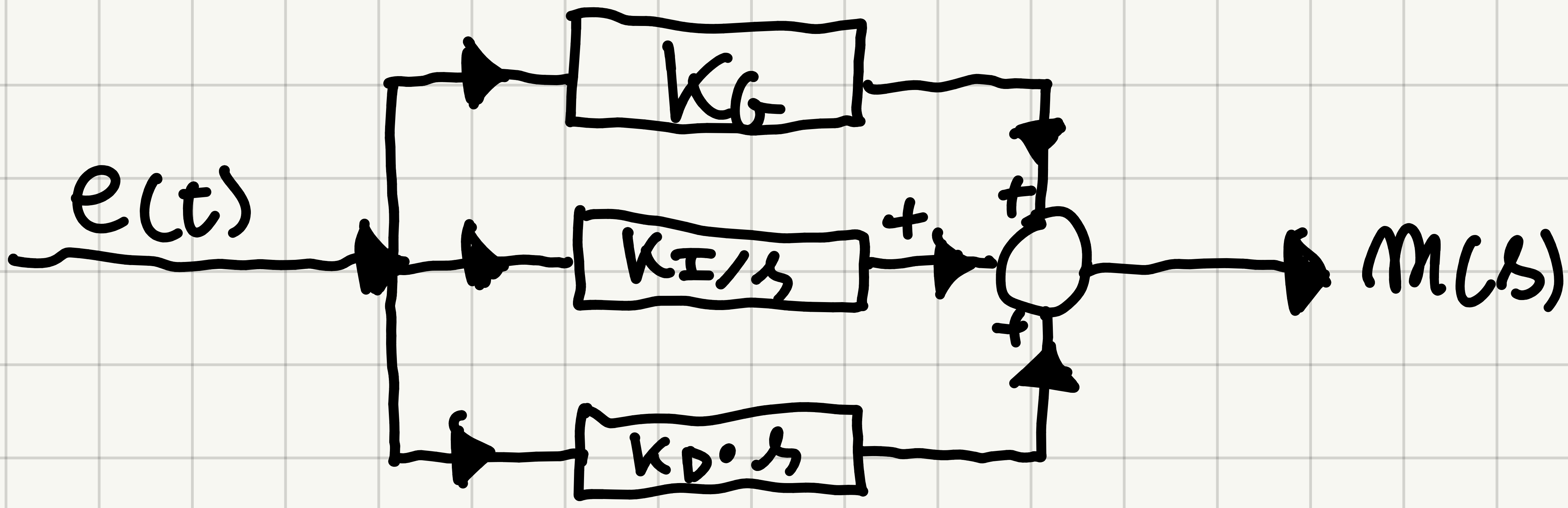
$$m(t) = K_D \cdot \frac{d}{dt} e(t) \longrightarrow m(s) = K_D \cdot s \cdot e(s)$$

$G(s) = \frac{m(s)}{e(s)} = K_D \cdot s$. IL CONTROLLORE RISULTA COSÌ IRREALIZZABILE POICHÉ IL REGOLATORE AMPLIFICHEREBBE TUTTI I SEGNALI AD ALTA FREQUENZA, TRA CUI GLI ERRORI. PER UN DERIVATORE IDEALE, SI REALIZZA IL SISTEMA IN MODO CHE

$K_D \cdot s = \frac{K_D \cdot s}{1 + \frac{K_D \cdot s}{N}}$, CON $3 \leq N \leq 20$

IMPLEMENTAZIONE IN PARALLELO

SI PUÒ TRATTARE CIASCUNA MODALITÀ DI CONTROLLO SEPARATAMENTE



$$m(s) = K_G \cdot e(s) + \frac{K_I}{s} \cdot e(s) + K_D \cdot s \cdot e(s) =$$

$$= \left(K_G + \frac{K_I}{s} + K_D \cdot s\right) e(s) = e(s) \cdot K_G \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot \frac{K_G}{K_I}} + \frac{K_D}{K_G} \cdot s\right)$$

$= e(s) \cdot K_G \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot \tau_I} + \tau_D \cdot s\right)$, DOVE τ_I È LA COSTANTE DI TEMPO PER AZIONE INTEGRALE E τ_D LA COSTANTE DI TEMPO PER AZIONE DERIVATORE. DA CUI $G(s) = \frac{m(s)}{e(s)}$

$$G(s) = \frac{\tau_I \cdot s + 1 + \tau_I \cdot \tau_D \cdot s^2}{\tau_I \cdot s} \cdot K_G.$$

A SECONDA DELLA FREQUENZA, PREVALE UNO DEI TRE CONTROLLORI:

- BASSE FREQUENZE $\Rightarrow$ CONTROLLO INTEGRALE
- MEDIE FREQUENZE $\Rightarrow$ CONTROLLO PROPORZIONALE
- ALTE FREQUENZE $\Rightarrow$ CONTROLLO DERIVATIVO

DETERMINAZIONI SPERIMENTALI

ZIEGLER & NICHOLS HANNO INDIVIDUATO DUE TECNICHE CHE, CON UN SOLO ESPERIMENTO, SI VALUTA LA QUALITÀ DEL CONTROLLORE

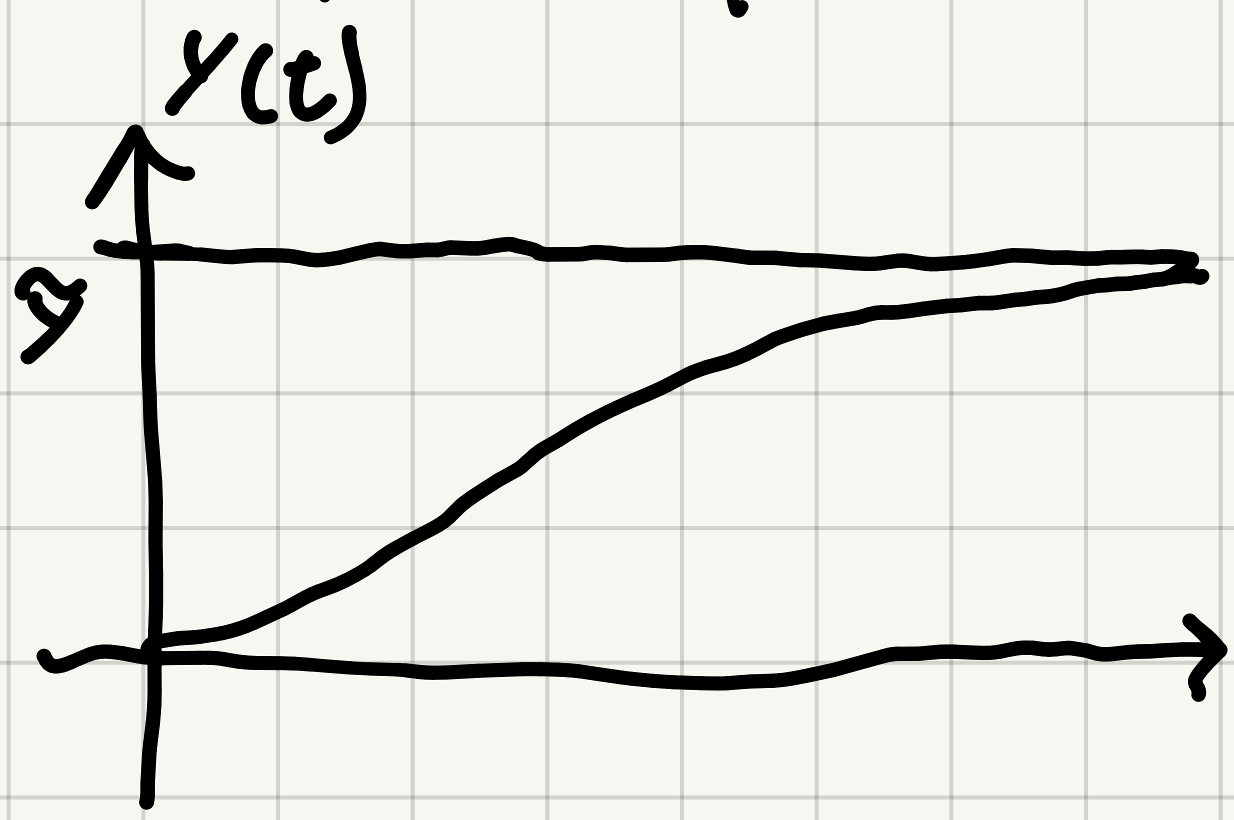
1° METODO (IN CATENA CHIUSA)

SI RENDONO NULLE LE AZIONI DERIVATIVE E INTEGRALI; SI AUMENTA IL GUADAGNO PROPORZIONALE K_G FINO A PORTARE IL

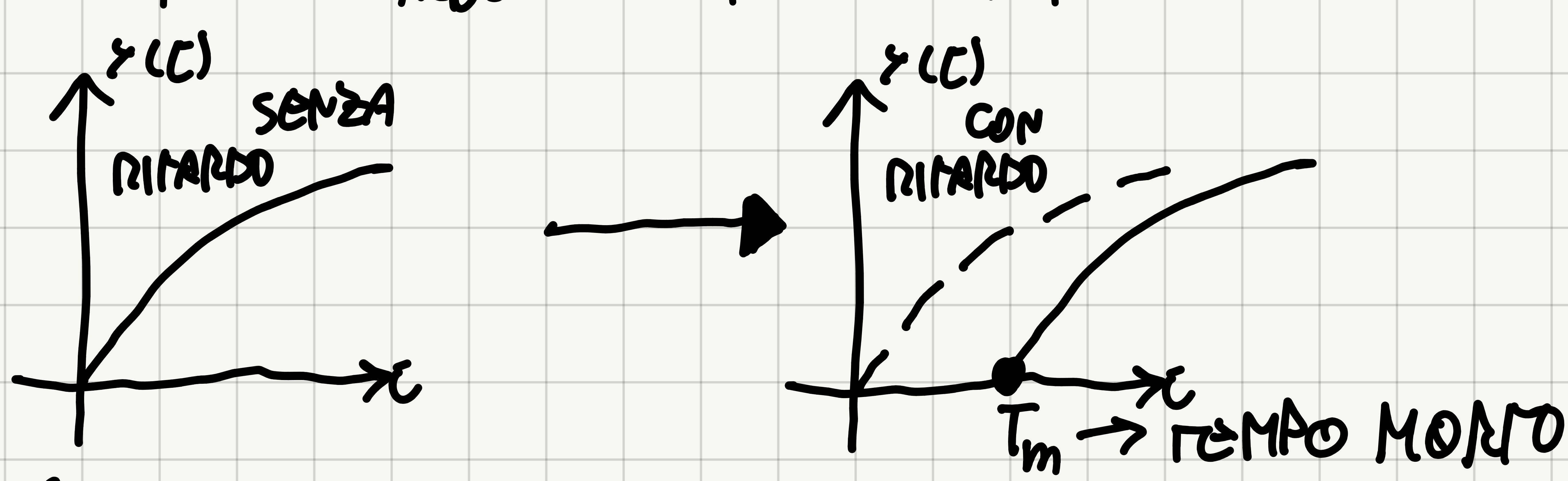
SISTEMA IN UNO STATO PRIMA OSCILLATORIO E POI INSTABILE. DAL PRIMO SI VALUTANO I PARAMETRI PERIODO T_0 E GUADAGNO DI INSTABILITÀ K_{G_0}. DA CUI CONSEGUE IL CALCOLO DI K_G, K_I, K_D

2° METODO (IN CATENA APERTA)

SI PONE UNA USCITA DI REGIME $\tilde{y}$ E SI STUDIA SPERIMENTALMENTE L'ANDAMENTO TEMPORALE DELL'USCITA MISURATA AL GRADINO.



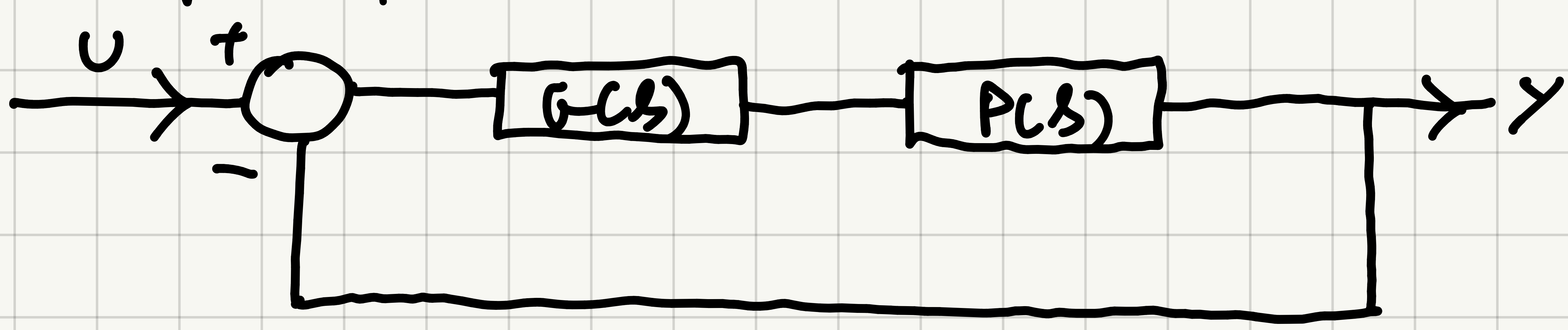
DA ESSA SI PONE L'IPOTESI DI MODELLARE IL PROCESSO COME $P(s) = \frac{K \cdot e^{-T_m s}}{1 + T \cdot s}$, DOVE K È IL GUADAGNO STATICO, T È LA COSTANTE DI TEMPO E $e^{-T_m s}$ INDICA IL RITARDO DELLA RISPOSTA



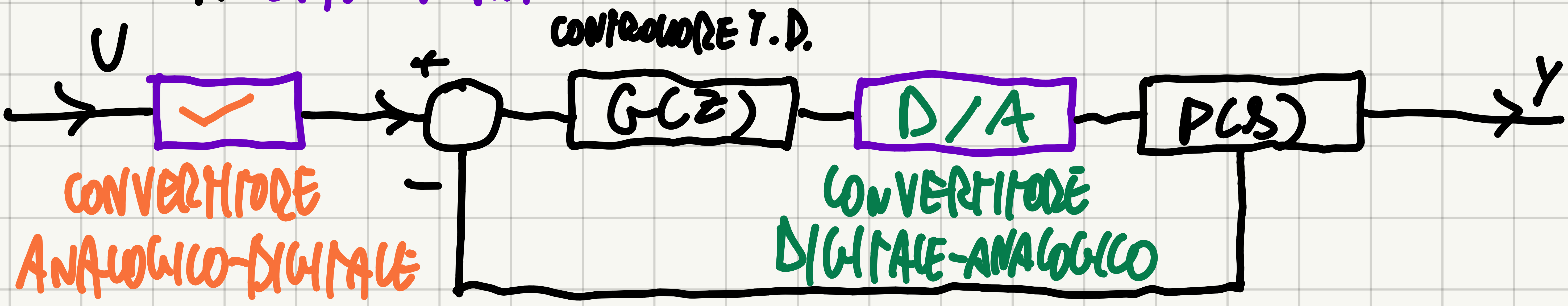
COMBINANDO IL MODELLO CON LA RISPOSTA SPERIMENTALE, DOBBIAMO CALCOLARE I PARAMETRI K, T_m E T TALI CHE IL MODELLO IPOTIZZATO SIA IL PIÙ POSSIBILE VICINO A QUELLO OTTENUTO IN VIA SPERIMENTALE (144/C, 60019, SENIGALLIA AN)

CENNI AL CONTROLLO DIGITALE

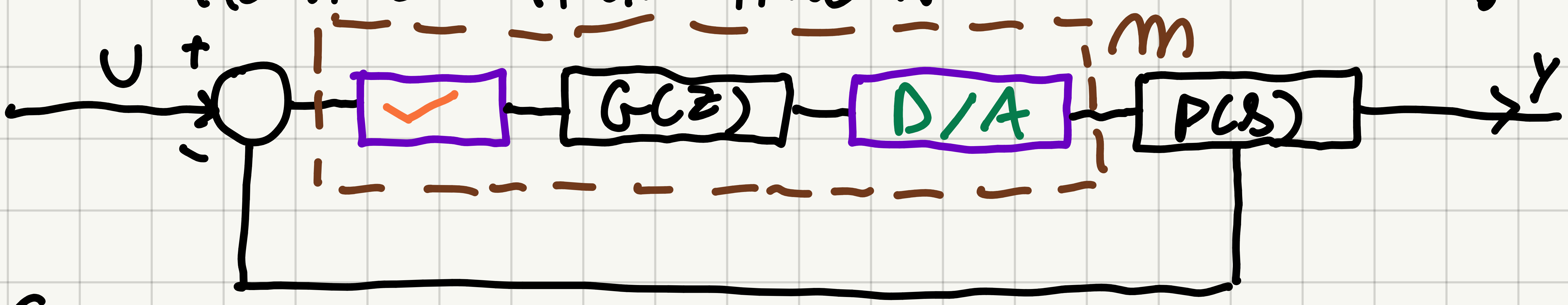
In epoca moderna, la maggior parte dei sistemi sono realizzati a tempo discreto. Vediamo come, dalle tecniche analogiche nei sistemi a tempo continuo, sia possibile passare a grandezze discrete.



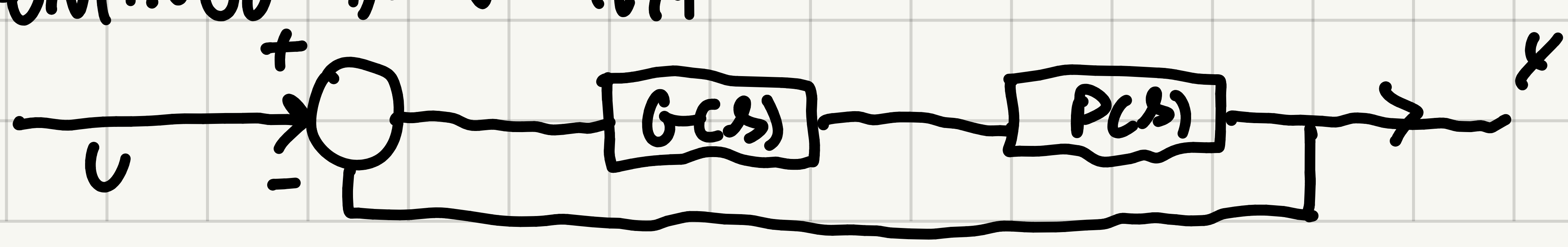
Le variabili, in generale, diventano a tempo discreto quando i segnali vengono campionati. Per fare ciò si usa un campionatore



Lo schema è semplificabile nel seguente modo:



Si ottiene un sistema a tempo discreto in entrata, continuo in uscita



ABBIAMO L'OBIETTIVO DI TROVARE $G(z) \mid m(s) \simeq G(s)$.

ANALIZZIAMO UN ESEMPIO: $G(s) = K_G + \frac{K_I}{s} \Rightarrow \frac{K_G \cdot s + K_I}{s} = G(s) = \frac{m(s)}{e(s)} \Rightarrow \frac{m(s)}{e(s)} = \frac{K_G \cdot s + K_I}{s} \Rightarrow s \cdot m(s) = K_G \cdot s \cdot e(s) + K_I \cdot e(s)$

$\Rightarrow \frac{d}{dt} m(t) = K_G \cdot \frac{d}{dt} e(t) + K_I \cdot e(t)$. CON LE TECNICHE DI APPROSSIMAZIONE, $\frac{dm}{dt} \simeq \frac{m[h \cdot T_c] - m[(h-1)T_c]}{T_c}$, POSTO $h \cdot T_c = t$

$$\frac{m[h \cdot T_c] - m[(h-1)T_c]}{T_c} = K_G \cdot \frac{e[h \cdot T_c] - e[(h-1) \cdot T_c]}{T_c} + K_I \cdot e[h \cdot T_c].$$

QUESTA È L'EQUAZIONE ALLE DIFFERENZE, E SI CONCLUDE CHE

$$\frac{m(h) - m(h-1)}{T_c} = K_G \cdot \frac{e(h) - e(h-1)}{T_c} + K_I \cdot e(h).$$

USANDO LA TRASFORMATA ZETA, $\frac{m(z) - z^{-1} \cdot m(z)}{T_c} = K_G \cdot \frac{e(z) - z^{-1} \cdot e(z)}{T_c} + K_I \cdot e(z)$

$$\Rightarrow m(z)(1 - z^{-1}) = K_G \cdot e(z) \cdot (1 - z^{-1}) + K_I \cdot T_c \cdot e(z)$$

$$\frac{m(z)}{e(z)} = G(z) = \frac{K_G \cdot (1 - z)^{-1} + K_I \cdot T_c}{(1 - z^{-1})}.$$

$$\frac{m(h) - z^{-1} \cdot m(h)}{T_c} = K_0 \cdot \frac{e(h) - z^{-1} \cdot e(h)}{T_c} + K_I \cdot e(h)$$

$$\Rightarrow m(h) - m(h-1) = K_G [e(h) - e(h-1)] + K_I \cdot T_c \cdot e(h)$$

$m(h) = m(h+1) + K_G [e(h) - e(h-1)] + K_I \cdot T_c \cdot e(h)$, OSSIA L'EQUAZIONE RICORSIVA DEL CONTROLLORE PI A TEMPO DISCRETO.