

A.A. 2021-2022

Elementi di Elettronica (INF)
Prof. Paolo Crippa

Esercizi – P1

Esercizi di Algebra Binaria

Esercizi su Algebra Binaria da compiti del:

Luglio 2013

Gennaio 2014

Febbraio 2014

Giugno 2014

Luglio 2014

Gennaio 2015

Febbraio 2015

Funzioni Logiche: Esercizi

Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione logica:

$$F(A, B, C, D, E) =$$

$$= (\bar{A} \oplus \bar{B} \oplus C \oplus \bar{C} \oplus D \oplus \bar{D} \oplus C \oplus \bar{B} \oplus \bar{A} \oplus \bar{A} \oplus C \oplus \bar{C}) \cdot (\bar{D} + E) \cdot (B \cdot \bar{C} + \bar{D}) \cdot (B \cdot \bar{C} + \bar{E}) \cdot (E \oplus 0)$$

Soluzione

$$\begin{aligned}
 &_{cons} = \left\{ (\bar{A} \oplus \bar{A} \oplus \bar{A}) \oplus (\bar{B} \oplus \bar{B}) \oplus [(C \oplus C \oplus C) \oplus (\bar{C} \oplus \bar{C})] \oplus (D \oplus \bar{D}) \right\} \cdot (\bar{D} + E) \cdot (B \cdot \bar{C} + \bar{E}) \cdot E \\
 &= \{\bar{A} \oplus 0 \oplus [C \oplus 0] \oplus 1\} \cdot (\bar{D} + E) \cdot B \cdot \bar{C} \cdot E \\
 &= \{\bar{A} \oplus C \oplus 1\} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot E \\
 &= (A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot C) \cdot B \cdot \bar{C} \cdot E \\
 &= A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot E
 \end{aligned}$$

Funzioni Logiche: Esercizi

Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione logica:

$$F(A, B, C, D, E) =$$

$$= (\overline{\overline{B}} + \overline{\overline{C}}) \cdot [(C \oplus C \oplus C) \cdot (\overline{D \oplus \overline{E}}) + (\overline{A + \overline{B}}) \cdot (\overline{D} \oplus \overline{E}) + (\overline{A + \overline{B} + D + \overline{E}}) + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + (\overline{\overline{E} \oplus 1}) + (D \oplus 0)]$$

Soluzione

$$\begin{aligned}
 &= B \cdot C \cdot [C \cdot (D \oplus E) + \overline{A} \cdot B \cdot (D \oplus E) + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{D} \cdot E + \overline{E} + D] \\
 &\stackrel{cons}{=} B \cdot C \cdot [C \cdot (D \oplus E) + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{D} \cdot E + \overline{E} + D] \\
 &= B \cdot C \cdot [C \cdot (D \oplus E) + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{D} + \overline{E} + D] \\
 &= B \cdot C \cdot [C \cdot (D \oplus E) + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B + \overline{E} + D] \\
 &= B \cdot C \cdot [C \cdot (D \oplus E) + \overline{A} \cdot B + \overline{E} + D] \\
 &= B \cdot C \cdot [C \cdot (D \cdot \overline{E} + \overline{D} \cdot E) + \overline{A} \cdot B + \overline{E} + D] \\
 &= B \cdot C \cdot [C \cdot D \cdot \overline{E} + C \cdot \overline{D} \cdot E + \overline{A} \cdot B + \overline{E} + D] \\
 &= B \cdot C \cdot [C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot B + \overline{E} + D] \\
 &= B \cdot C \cdot [C + \overline{A} \cdot B + \overline{E} + D] \\
 &= B \cdot C
 \end{aligned}$$

Funzioni Logiche: Esercizi

Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione logica:

$$F(A, B, C, D, E)$$

$$= \overline{E \cdot \{ [A \oplus (A + B)] \cdot [\overline{C} \oplus (C + D)] + E \cdot (\overline{A + \bar{B}}) + C \cdot \bar{E} \} \cdot (\bar{A} + B + C + E)}$$

Soluzione

$$\begin{aligned} &= \overline{E \cdot (\bar{A} + B + C + E) \cdot \{ [A \cdot (\overline{A + B}) + \bar{A} \cdot (A + B)] \cdot [C \cdot (C + D) + \overline{C} \cdot (\overline{C + D})] + E \cdot \bar{A} \cdot B + C \cdot \bar{E} \}} \\ &= \overline{E \cdot \{ [A \cdot \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot A + \bar{A} \cdot B] \cdot [C + \bar{C} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}] + E \cdot \bar{A} \cdot B + C \cdot \bar{E} \}} \\ &= \overline{E \cdot \{ [\bar{A} \cdot B] \cdot [C + \bar{C} \cdot \bar{D}] + E \cdot \bar{A} \cdot B + C \cdot \bar{E} \}} \\ &= \overline{E \cdot \{ \bar{A} \cdot B \cdot [C + \bar{D}] + E \cdot \bar{A} \cdot B + C \cdot \bar{E} \}} \\ &= \overline{\bar{A} \cdot B \cdot (C + \bar{D}) \cdot E + \bar{A} \cdot B \cdot E + C \cdot \bar{E} \cdot E} \\ &= \overline{\bar{A} \cdot B \cdot [(C + \bar{D}) + 1] \cdot E + 0} \\ &= \overline{\bar{A} \cdot B \cdot E} \\ &= A + \bar{B} + \bar{E} \end{aligned}$$

Funzioni Logiche: Esercizi

Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione logica:

$$F(A, B, C, D, E) = \{(A \oplus B) \cdot (E \oplus 0) + (\overline{C} \oplus \overline{D}) \cdot (\overline{E} \oplus 1) + (A \oplus \overline{B}) \cdot (C \oplus D) + (\overline{\overline{B}} + \overline{C})\} \cdot \overline{A}$$

Soluzione

$$\begin{aligned} &= \left\{ (A \oplus B) \cdot E + (C \oplus D) \cdot \overline{\overline{E}} + (\overline{A} \oplus \overline{B}) \cdot (C \oplus D) + B \cdot \overline{C} \right\} \cdot \overline{A} \\ &= \left\{ (A \oplus B) \cdot E + (\overline{A} \oplus \overline{B}) \cdot (C \oplus D) + B \cdot \overline{C} \right\} \cdot \overline{A} \\ &= \left\{ (A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) \cdot E + (A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot (C \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot D) + B \cdot \overline{C} \right\} \cdot \overline{A} \\ &= \overline{A} \cdot (A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) \cdot E + \overline{A} \cdot (A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot (C \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot D) + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \\ &= (\overline{A} \cdot A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{A} \cdot B) \cdot E + (\overline{A} \cdot A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot (C \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot D) + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \\ &= \overline{A} \cdot B \cdot E + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (C \cdot \overline{D} + \overline{C} \cdot D) + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \\ &= \overline{A} \cdot B \cdot E + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \\ &= \overline{A} \cdot B \cdot E + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot (\overline{B} \cdot D + B) \\ &= \overline{A} \cdot B \cdot E + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot (D + B) \\ &= \overline{A} \cdot B \cdot E + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot D + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \end{aligned}$$

Funzioni Logiche: Esercizi

Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione logica:

$$F(A, B, C, D, E) = \overline{\{(A + \bar{D}) \cdot [A \oplus (\bar{B} \oplus (C + D \cdot E))] + A + C + \bar{D}\}} + \overline{(A + \bar{D})} + C \cdot \bar{D} + \overline{(A + \bar{C})}$$

Soluzione

$$\begin{aligned}
 &= \overline{\{(A + \bar{D}) \cdot [A \oplus (\bar{B} \oplus (C + D \cdot E))] + (A + \bar{D}) + C\}} + \bar{A} \cdot \bar{\bar{D}} + C \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{\bar{C}} \\
 &= \overline{\{(A + \bar{D}) \cdot [A \oplus (\bar{B} \oplus (C + D \cdot E))] + 1\} + C} + \bar{A} \cdot D + C \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot C \\
 &= \overline{\{(A + \bar{D}) \cdot 1 + C\}} + \bar{A} \cdot D + C \cdot \bar{D} \\
 &= \overline{\{(A + \bar{D} + C)\}} + \bar{A} \cdot D + C \cdot \bar{D} \\
 &= \bar{A} \cdot \bar{\bar{D}} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot D + C \cdot \bar{D} \\
 &= \bar{A} \cdot D \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot D + C \cdot \bar{D} \\
 &= \bar{A} \cdot D \cdot (\bar{C} + 1) + C \cdot \bar{D} \\
 &= \bar{A} \cdot D \cdot 1 + C \cdot \bar{D} \\
 &= \bar{A} \cdot D + C \cdot \bar{D}
 \end{aligned}$$

Funzioni Logiche: Esercizi

Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione logica:

$$F(A, B, C, D, E) =$$

$$= \overline{[(A+B+C) \oplus (A+\bar{B}+C) \oplus (\overline{A+B+C})] + [A \cdot (\overline{D+E})] + [(A \oplus \bar{A}) \cdot (B \oplus 0) \cdot (C \oplus 1) \cdot \bar{D} \cdot \bar{E}] + \bar{B} + C}$$

Soluzione

$$\begin{aligned} &= \overline{\left[\left((A+B+C) \oplus (\overline{A+B+C}) \right) \oplus (A+\bar{B}+C) \right] + A \cdot \bar{D} \cdot \bar{E} + 1 \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} + C} \\ &= \overline{\left[1 \oplus (A+\bar{B}+C) \right] + A \cdot \bar{D} \cdot \bar{E} + B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} + C} \\ &= \overline{(A+\bar{B}+C)} + A \cdot \bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{C} \cdot \bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} + C \\ &= \overline{\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} + C} \\ &= \overline{\bar{A} \cdot \bar{C} + (A+1) \cdot (\bar{D} \cdot \bar{E}) + \bar{B} + C} \\ &= \overline{\bar{A} + \bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} + C} \\ &= \overline{\bar{A}} \cdot \overline{(\bar{D} \cdot \bar{E})} \cdot \overline{\bar{B}} \cdot \overline{C} \\ &= A \cdot (\overline{\bar{D}} + \overline{\bar{E}}) \cdot B \cdot \bar{C} \\ &= A \cdot (D+E) \cdot B \cdot \bar{C} \\ &= A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot E \end{aligned}$$

Funzioni Logiche: Esercizi

Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione logica:

$$F(A, B, C, D, E) =$$

$$= [A \cdot \bar{B} \cdot (\bar{C} \cdot \bar{D}) + (\bar{A} + B) \cdot \bar{E} + (C + \bar{D}) \cdot (\bar{E} \oplus 0)] \oplus [(\bar{B} \oplus B \oplus \bar{B}) \cdot (A \oplus \bar{A}) \cdot (B \oplus 1)] + \bar{B} \cdot [(C \oplus C) + \bar{E}]$$

Soluzione

$$= [A \cdot \bar{B} \cdot (\bar{C} \cdot \bar{D}) + (\bar{A} + B) \cdot \bar{E} + (C + \bar{D}) \cdot (\bar{E} \oplus 0)] \oplus [(\bar{B} \oplus B \oplus \bar{B}) \cdot (A \oplus \bar{A}) \cdot (B \oplus 1)] + \bar{B} \cdot [(C \oplus C) + \bar{E}]$$

$$= [A \cdot \bar{B} \cdot (C + \bar{D}) + (\bar{A} + B) \cdot \bar{E} + (C + \bar{D}) \cdot \bar{E}] \oplus [\bar{B} \cdot 1 \cdot \bar{B}] + \bar{B} \cdot [0 + \bar{E}]$$

$$= [A \cdot \bar{B} \cdot (C + \bar{D}) + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{E} + (C + \bar{D}) \cdot \bar{E}] \oplus \bar{B} + \bar{B} \cdot \bar{E}$$

$$= [A \cdot \bar{B} \cdot (C + \bar{D}) + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{E}] \oplus \bar{B} + B + E$$

$$= [\textcolor{blue}{X}] \oplus \bar{B} + B + E$$

$$X = A \cdot \bar{B} \cdot (C + \bar{D}) + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{E}$$

$$= \overline{[\textcolor{blue}{X}]} \oplus B + B + E$$

$$= [\textcolor{blue}{X}] \cdot B + [\overline{\textcolor{blue}{X}}] \cdot \bar{B} + B + E$$

$$= ([\textcolor{blue}{X}] + 1) \cdot B + [\overline{\textcolor{blue}{X}}] + B + E$$

...

Funzioni Logiche: Esercizi

Soluzione (continua)

...

$$= 1 \cdot B + \left[\overline{X} \right] + B + E$$

$$= \left[\overline{X} \right] + B + E$$

$$= \left[A \cdot \overline{B} \cdot (C + \overline{D}) + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{E} \right] + B + E$$

$$= \left[(\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (\overline{\overline{A}} \cdot \overline{\overline{B}} + \overline{\overline{E}}) \right] + B + E$$

$$= \left[(\overline{A} + B + \overline{C} \cdot D) \cdot (A \cdot \overline{B} + E) \right] + B + E$$

$$= \overline{A} \cdot A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot E + B \cdot A \cdot \overline{B} + B \cdot E + \overline{C} \cdot D \cdot A \cdot \overline{B} + \overline{C} \cdot D \cdot E + B + E$$

$$= \overline{A} \cdot E + B \cdot E + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D + \overline{C} \cdot D \cdot E + B + E$$

$$= (\overline{A} + B + \overline{C} \cdot D + 1) \cdot E + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D + B$$

$$B + E + A \cdot \overline{C} \cdot D$$

$$X = A \cdot \overline{B} \cdot (C + \overline{D}) + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{E}$$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

K-Map da compiti del:

4 febbraio 2014

17 giugno 2014

8 luglio 2014

17 aprile 2015

15 gennaio 2013

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

Data la funzione logica non completamente determinata $F(P; Q; R; S; T)$ tale che:

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28), DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

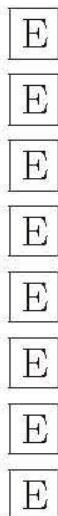
- i) completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); ii) ricavare l'espressione di F come somma minima; iii) ricavare l'espressione di F come prodotto minimo; iv) implementare con porte NOR a 2 ingressi il prodotto minimo.

	ST \ QR	00	01	11	10
P=0	00				
	01				
	11				
	10				

	ST \ QR	00	01	11	10
P=1	00				
	01				
	11				
	10				

Implicanti Primi
(\times ≡ Essenziali)

Implementazione Circuitale a NOR2:



somma minima

$$\mathcal{F} = \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$$

prodotto minimo

$$\mathcal{F} = \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad}$$

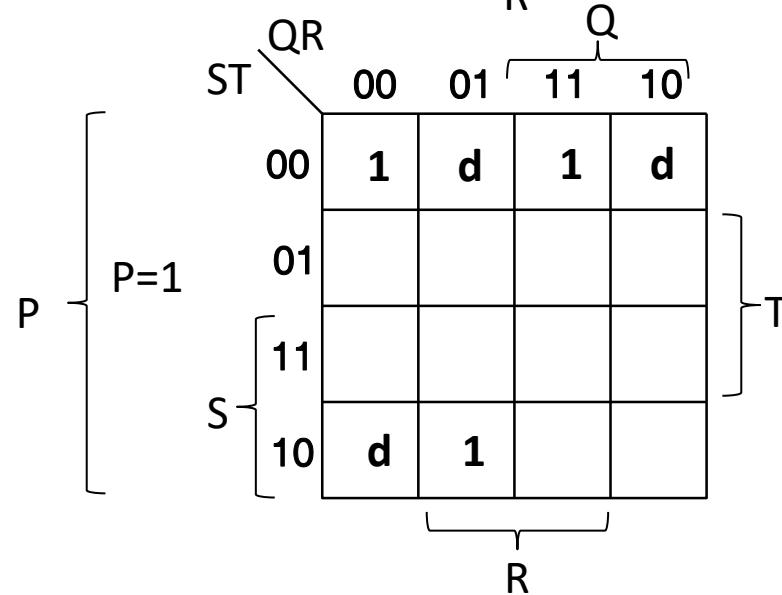
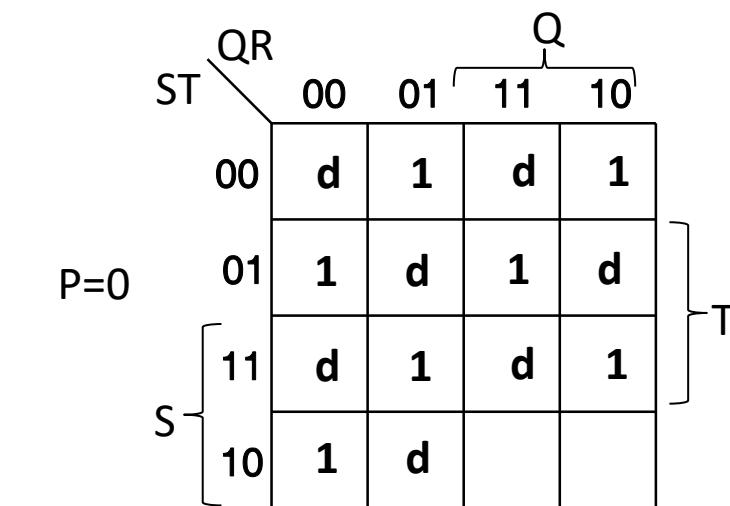
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

Determinazione della Somma Minima

Mappa di Karnaugh



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

Implicanti Primi

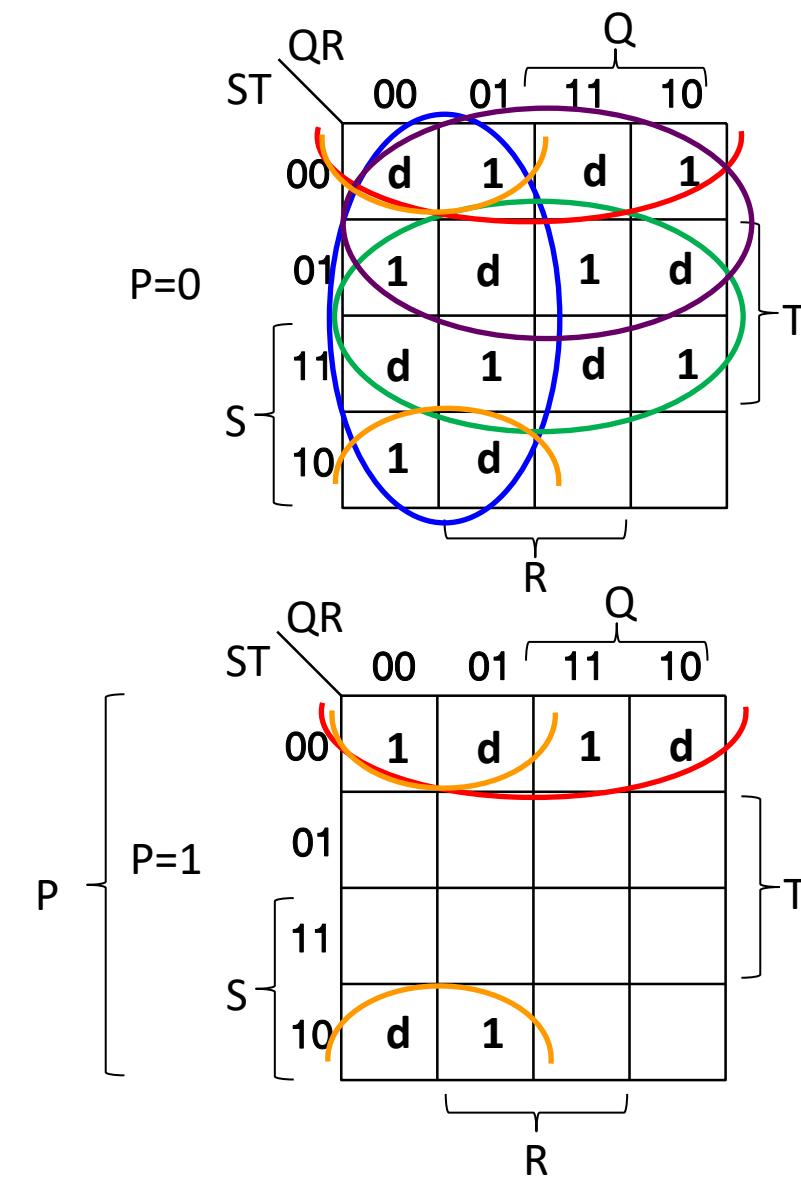
$$\overline{P} \cdot \overline{Q}$$

$$\overline{P} \cdot \overline{S}$$

$$\overline{P} \cdot T$$

$$\overline{Q} \cdot \overline{T}$$

$$\overline{S} \cdot \overline{T}$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

Celle Singolari

$$\overline{P} \cdot \overline{Q}$$

$$\overline{P} \cdot \overline{S}$$

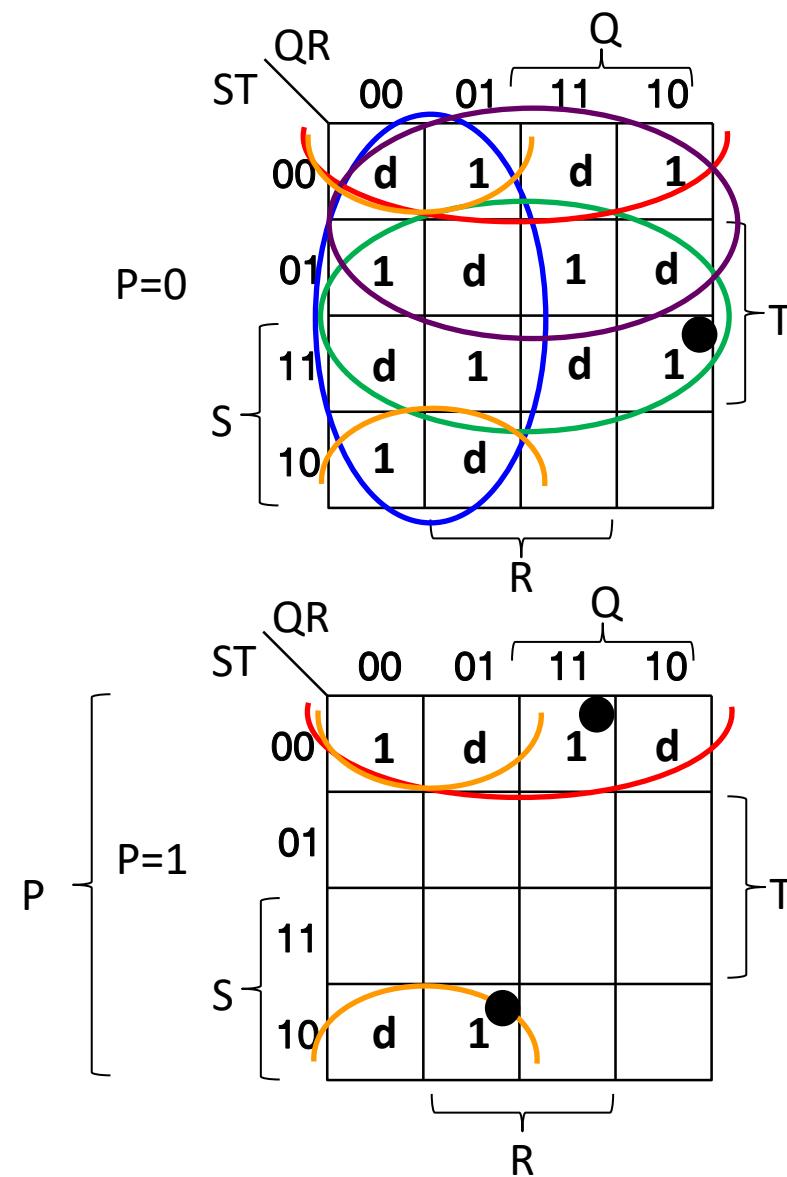
$$\rightarrow \overline{P} \cdot T$$

**Implicanti Primi
Essenziali**

$$\rightarrow \overline{Q} \cdot \overline{T}$$

$$\rightarrow \overline{S} \cdot \overline{T}$$

$$F = \overline{P} \cdot T + \overline{Q} \cdot \overline{T} + \overline{S} \cdot \overline{T}$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

Mappa Ridotta

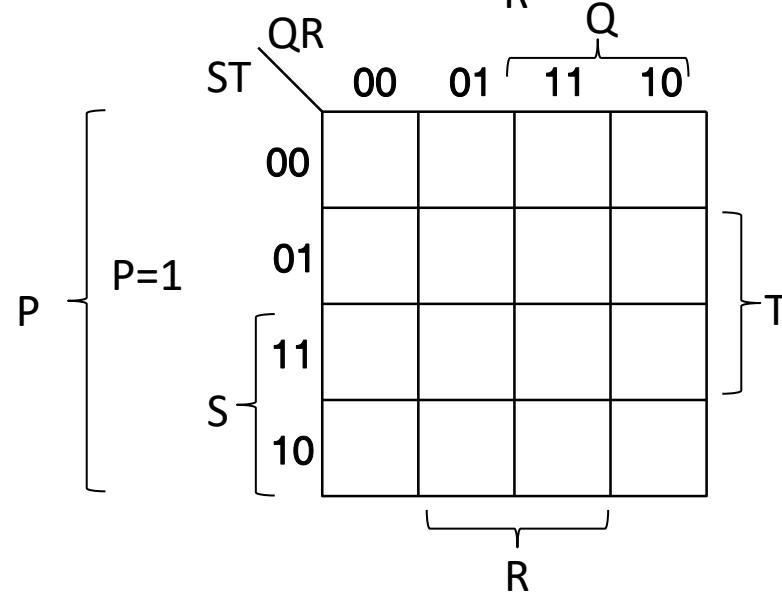
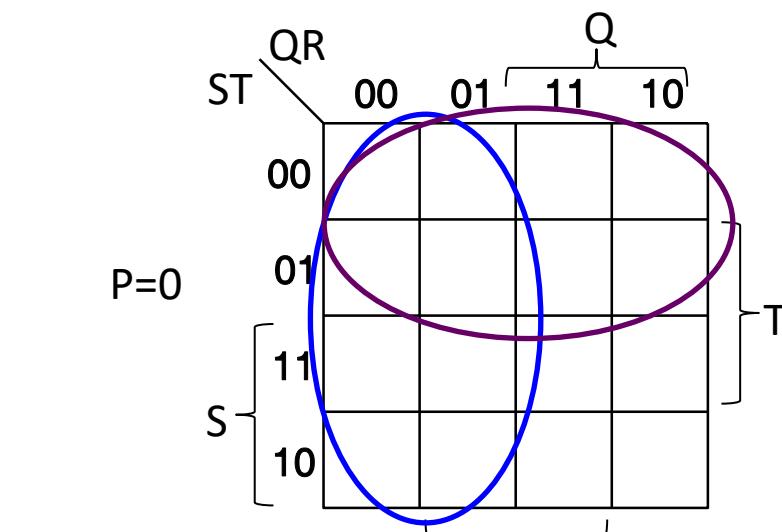
$$\overline{P} \cdot \overline{Q}$$

$$\overline{P} \cdot \overline{S}$$

$$F = \overline{P} \cdot T + \overline{Q} \cdot \overline{T} + \overline{S} \cdot \overline{T}$$

Somma Minima

$$F = \overline{P} \cdot T + \overline{Q} \cdot \overline{T} + \overline{S} \cdot \overline{T}$$

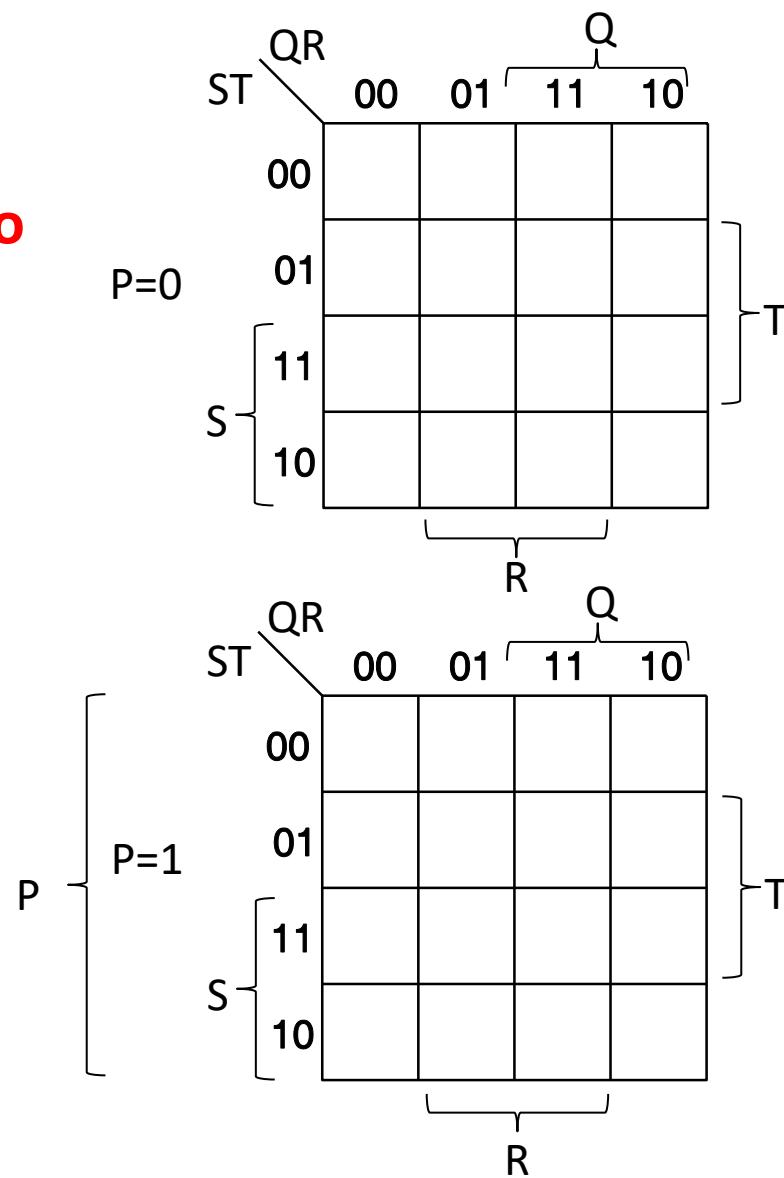


Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

Determinazione del Prodotto Minimo



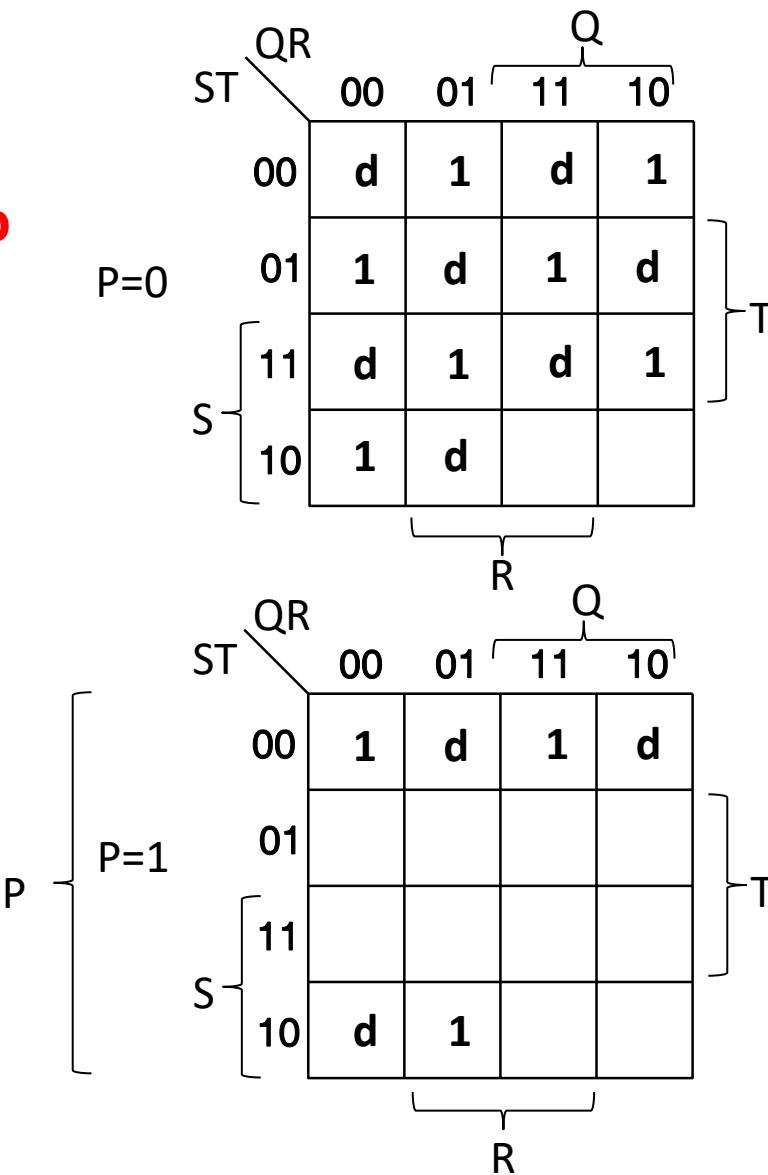
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

Determinazione del Prodotto Minimo

Mappa di Karnaugh



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

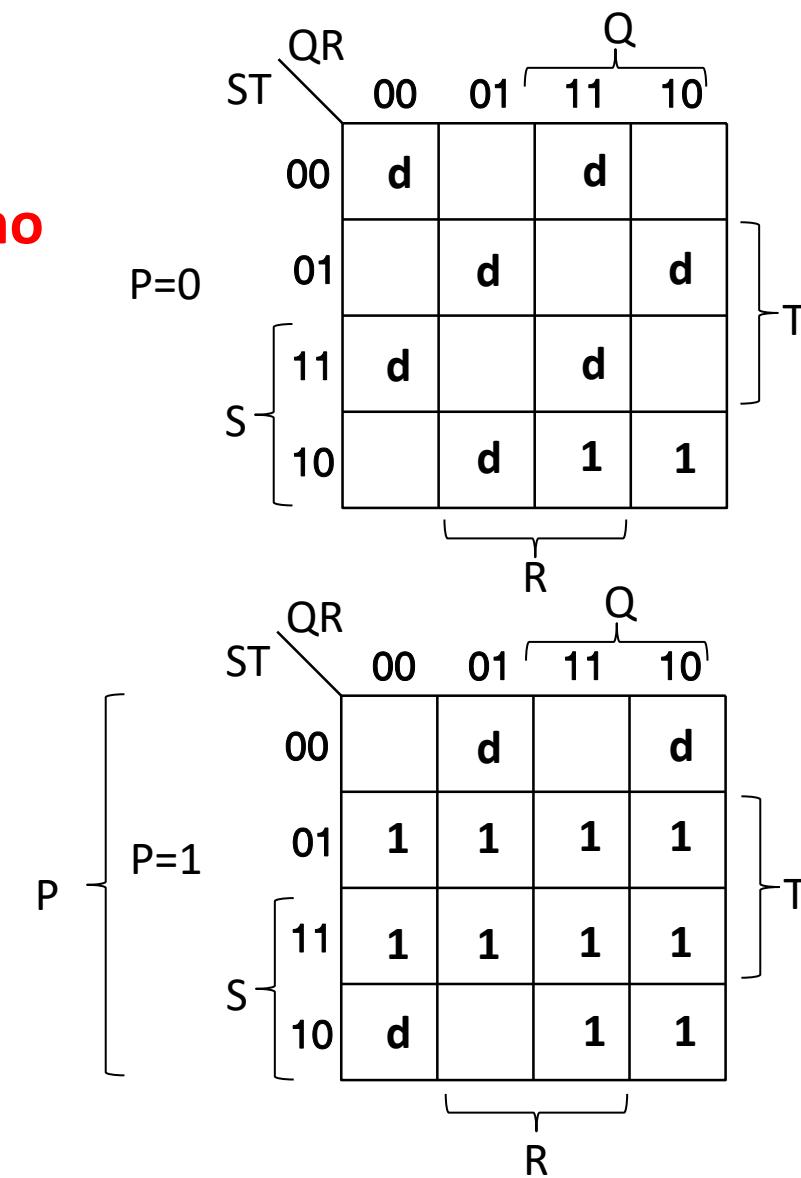
ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

Determinazione del Prodotto Minimo

Mappa di Karnaugh degli “0”

(Mappa di Karnaugh per \bar{F})



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

$$P \cdot T$$

$$P \cdot Q \cdot S$$

$$P \cdot \overline{Q} \cdot \overline{R}$$

$$P \cdot \overline{R} \cdot S$$

$$Q \cdot R \cdot S$$

$$Q \cdot S \cdot \overline{T}$$

$$\overline{Q} \cdot \overline{R} \cdot \overline{S} \cdot T$$

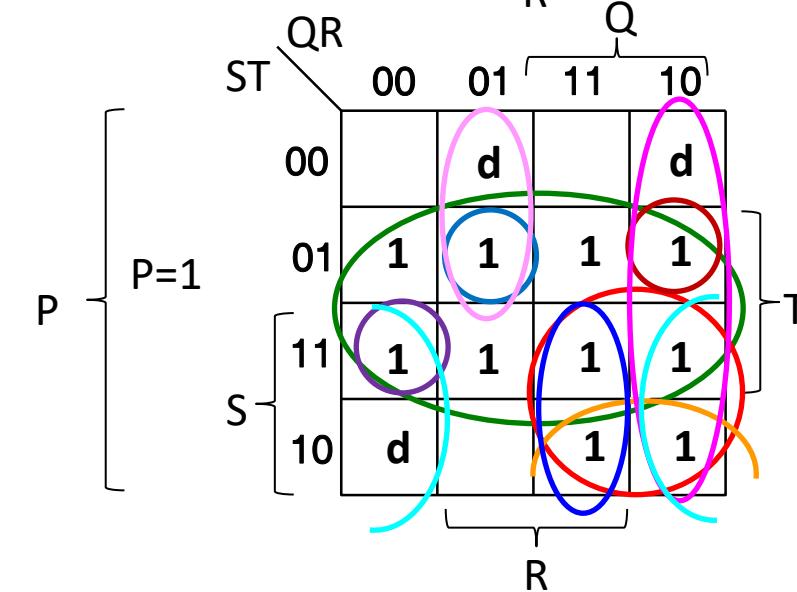
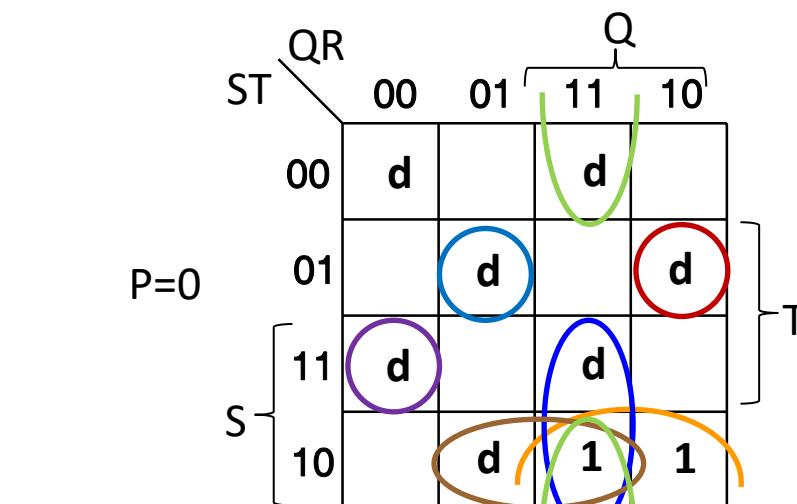
$$\overline{Q} \cdot \overline{R} \cdot \overline{S} \cdot T$$

$$P \cdot \overline{Q} \cdot R \cdot \overline{S}$$

$$\overline{P} \cdot R \cdot S \cdot \overline{T}$$

$$\overline{P} \cdot Q \cdot R \cdot T$$

Implicanti Primi



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

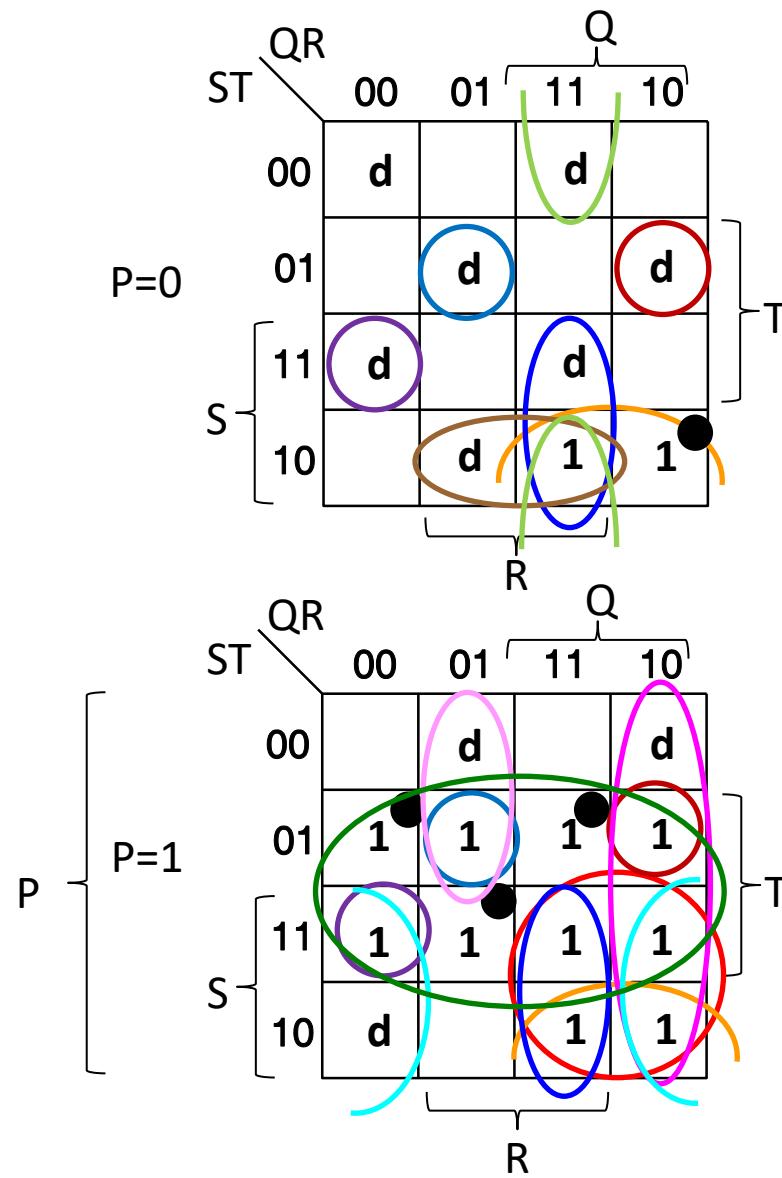
DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

$$\begin{aligned}
 &\rightarrow P \cdot T \\
 &P \cdot Q \cdot S \\
 &P \cdot \overline{Q} \cdot \overline{R} \\
 &P \cdot \overline{R} \cdot S \\
 &Q \cdot R \cdot S \\
 &Q \cdot S \cdot \overline{T} \\
 &\overline{Q} \cdot \overline{R} \cdot \overline{S} \cdot T \\
 &\overline{Q} \cdot \overline{R} \cdot S \cdot T \\
 &P \cdot \overline{Q} \cdot R \cdot \overline{S} \\
 &\overline{P} \cdot R \cdot S \cdot \overline{T} \\
 &\overline{P} \cdot Q \cdot R \cdot \overline{T}
 \end{aligned}$$

Celle Singolari

**Implicant Primi
Essenziali**

$$\overline{F} = P \cdot T + Q \cdot S \cdot \overline{T}$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 16; 22; 28);

DC-set = (0; 3; 5; 6; 9; 12; 15; 18; 20; 24);

$$\begin{aligned}P \cdot Q \cdot S \\P \cdot Q \cdot \bar{R} \\P \cdot \bar{R} \cdot S \\Q \cdot R \cdot S\end{aligned}$$

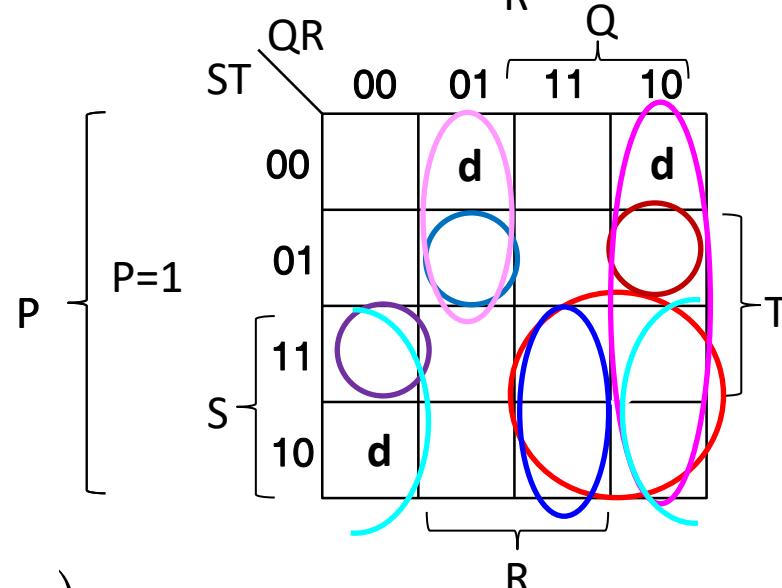
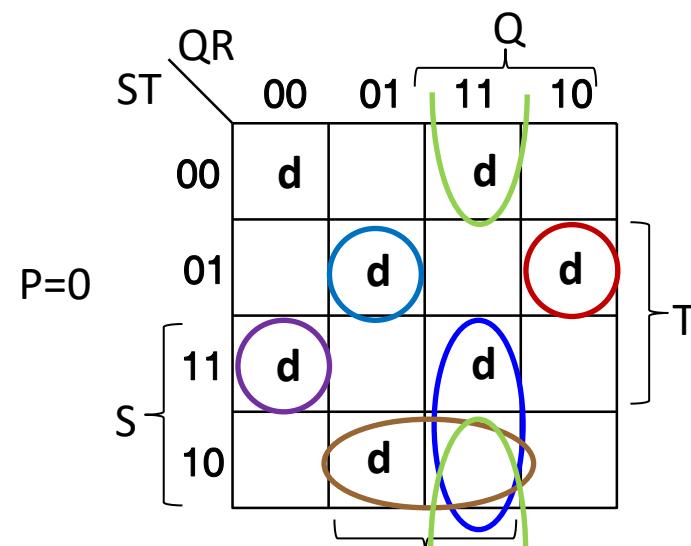
Mappa Ridotta

$$\begin{aligned}Q \cdot \bar{R} \cdot \bar{S} \cdot T \\ \bar{Q} \cdot R \cdot \bar{S} \cdot T \\ \bar{Q} \cdot \bar{R} \cdot S \cdot T \\ P \cdot \bar{Q} \cdot R \cdot \bar{S} \\ \bar{P} \cdot R \cdot S \cdot \bar{T} \\ \bar{P} \cdot Q \cdot R \cdot T\end{aligned}$$

Prodotto minimo

$$\overline{F} = P \cdot T + Q \cdot S \cdot \bar{T}$$

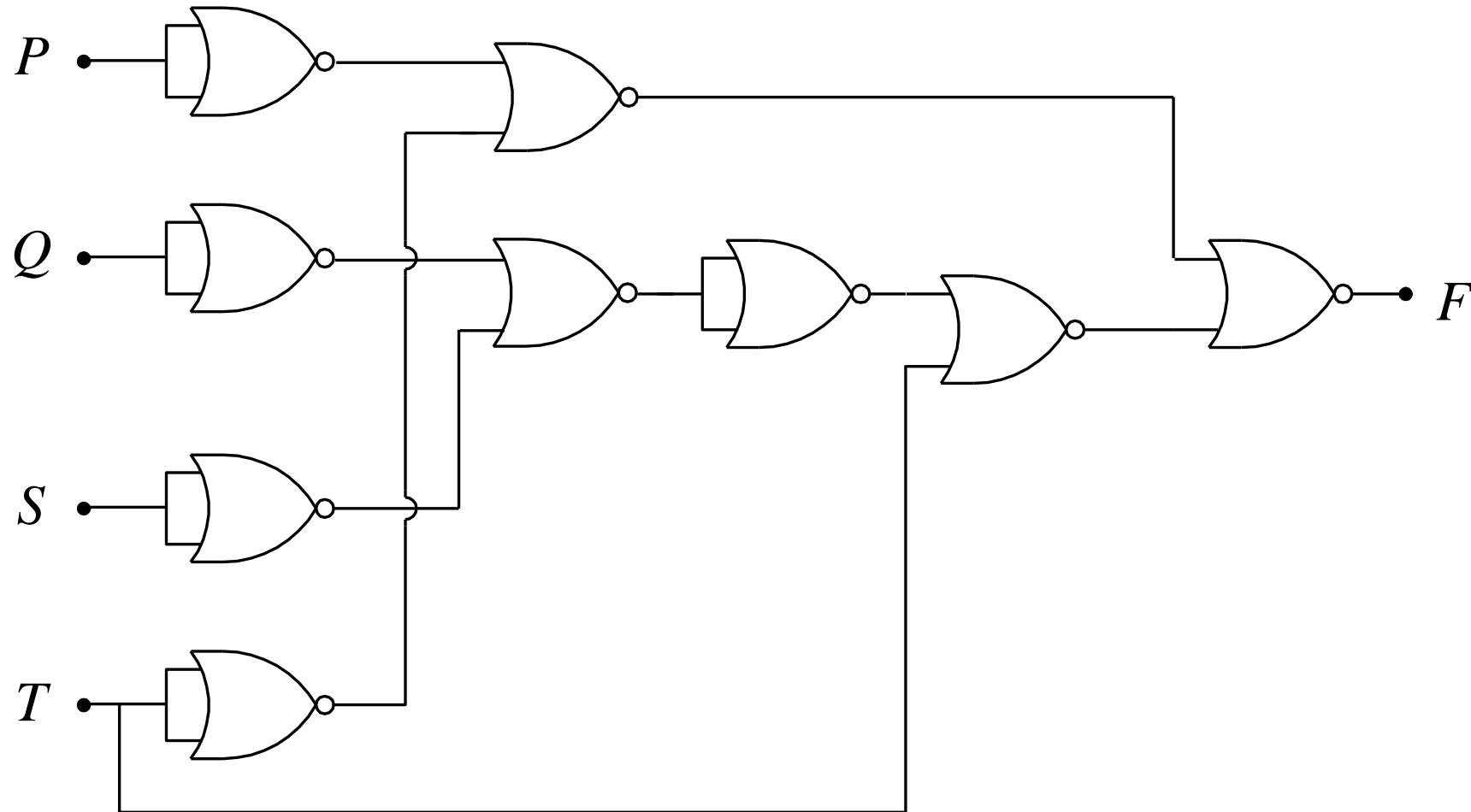
$$F = \overline{P \cdot T + Q \cdot S \cdot \bar{T}} = (\overline{P} + \bar{T}) \cdot (\overline{Q} + \bar{S} + T)$$



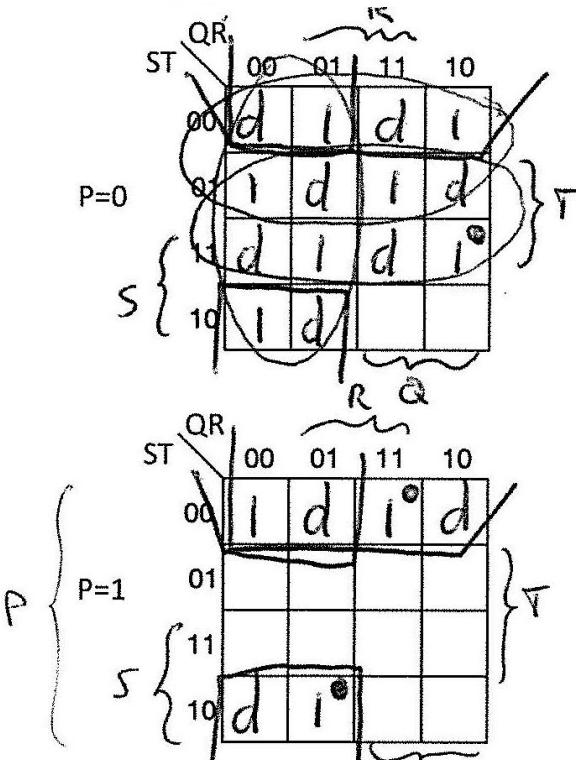
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

Implementazione con porte NOR a 2 ingressi del prodotto minimo.

$$F = (\overline{P} + \overline{T}) \cdot (\overline{Q} + \overline{S} + T)$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh



Implicanti Primi
(\times ≡ Essenziali)

		$\bar{P} \bar{Q}$
		$\bar{P} \bar{S}$
		$\bar{P} T$
		$\bar{Q} \bar{T}$
		$\bar{S} \bar{T}$

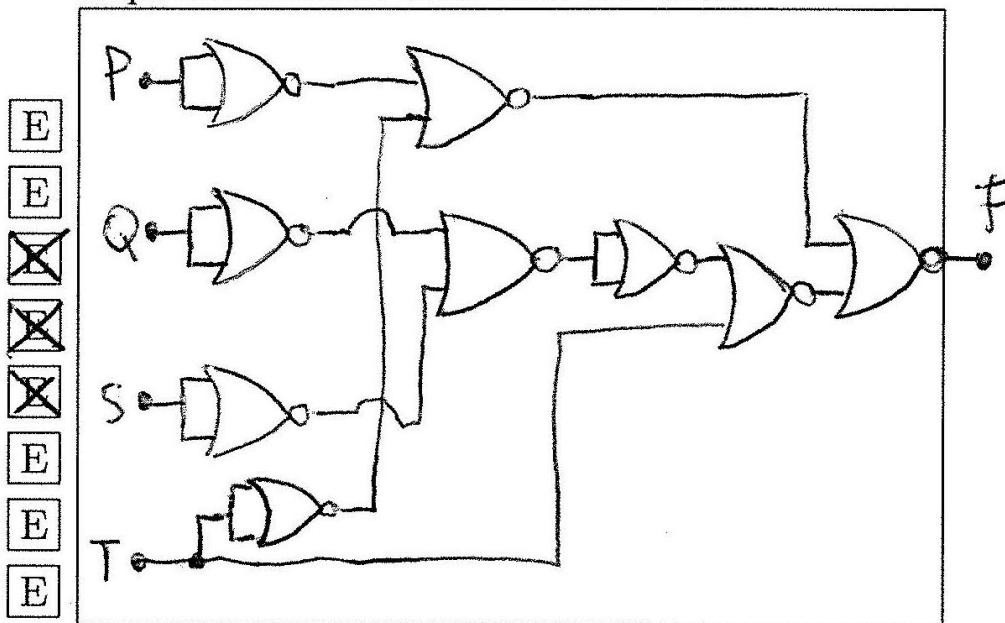
somma minima

$$F = \bar{P} \cdot T + \bar{Q} \cdot \bar{T} + \bar{S} \cdot \bar{T} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$$

prodotto minimo

$$F = (\bar{P} + \bar{T}) \cdot (\bar{Q} + \bar{S} + T) \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad}$$

Implementazione Circuitale a NOR2:



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

Data la funzione logica non completamente determinata $F(P; Q; R; S; T)$ tale che:

OFF-set = (2; 10; 16; 24), DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30); *i)* completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); *ii)* ricavare l'espressione di F come somma minima; *iii)* ricavare l'espressione di F come prodotto minimo; *iv)* implementare con porte NOR a 2 ingressi il prodotto minimo.

		QR	00	01	11	10
		ST	00			
P=0		00				
P=1		00				
P=0		01				
P=1		01				
P=0		11				
P=1		11				
P=0		10				
P=1		10				

Implicanti Primi
($\times \equiv$ Essenziali)

Implementazione Circuitale a NOR2:



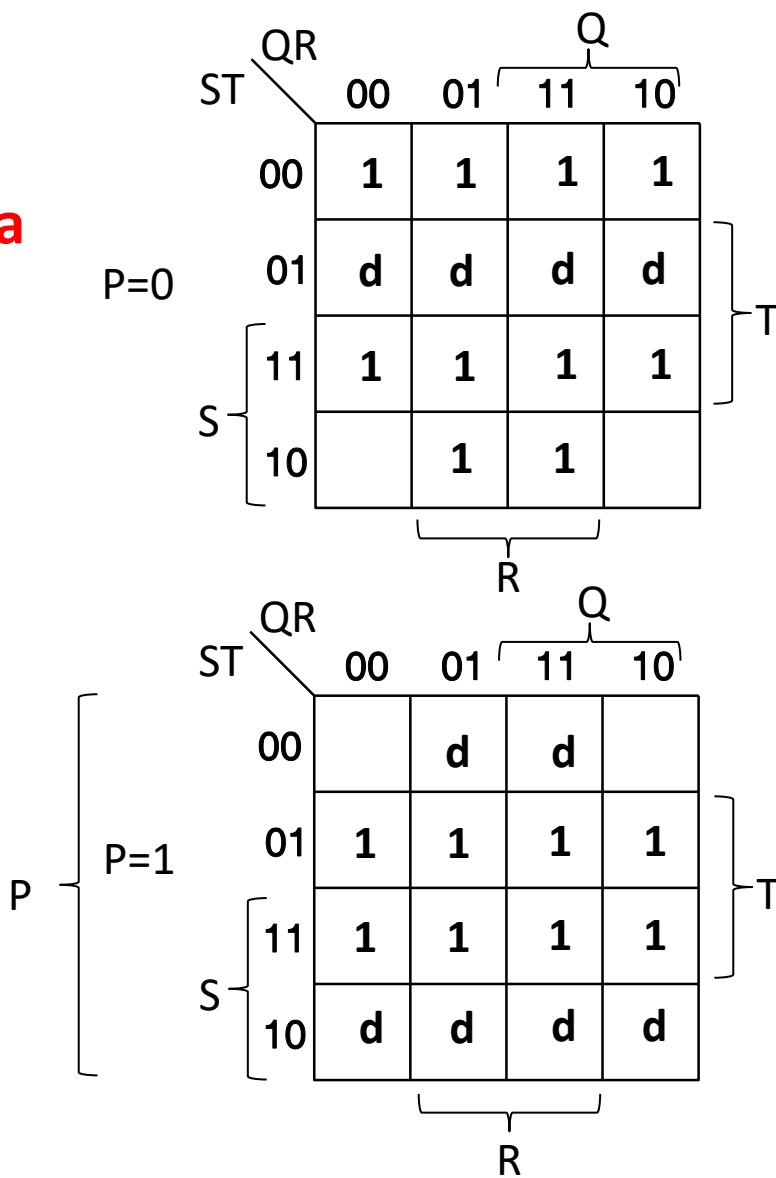
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (2; 10; 16; 24);

DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

Determinazione della Somma Minima

Mappa di Karnaugh



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (2; 10; 16; 24);

DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

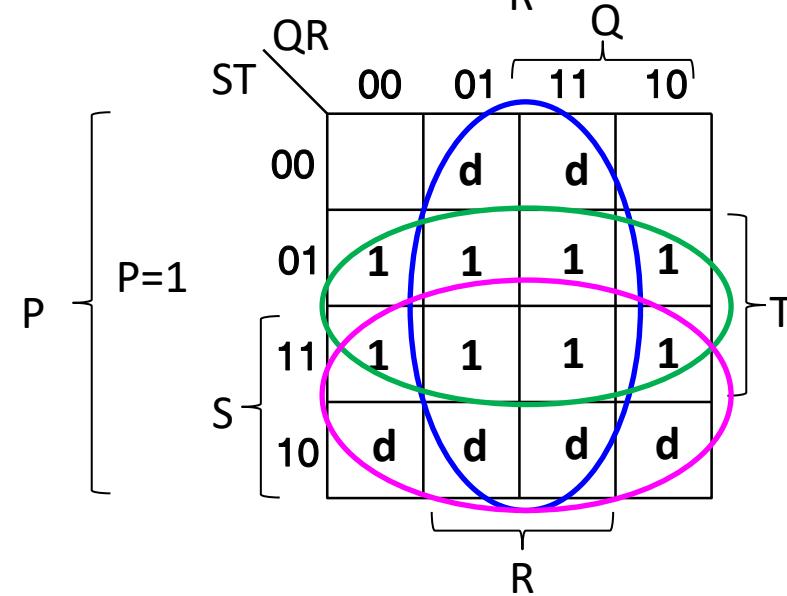
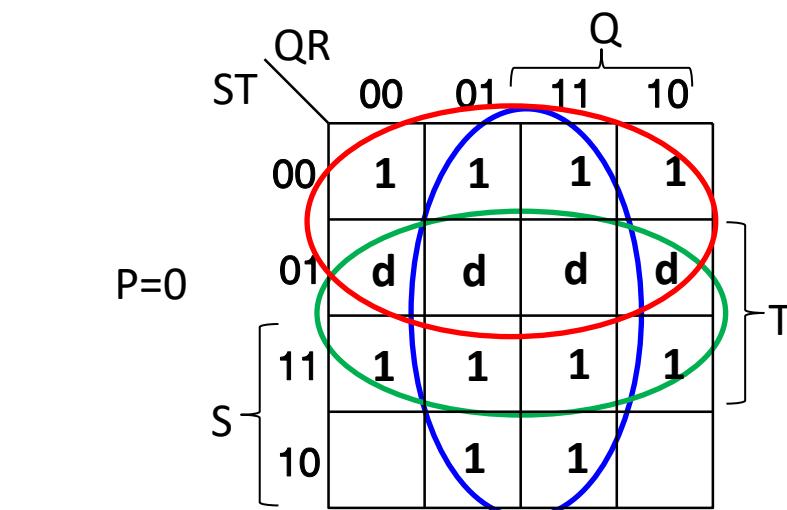
Implicanti Primi

R

T

P · S

$\bar{P} \cdot \bar{S}$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (2; 10; 16; 24);

DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

Celle Singolari

$$\rightarrow R$$

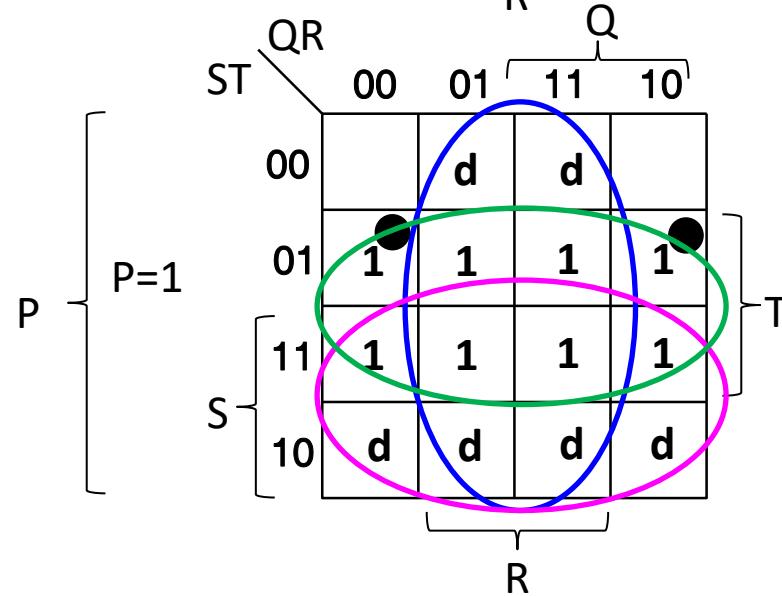
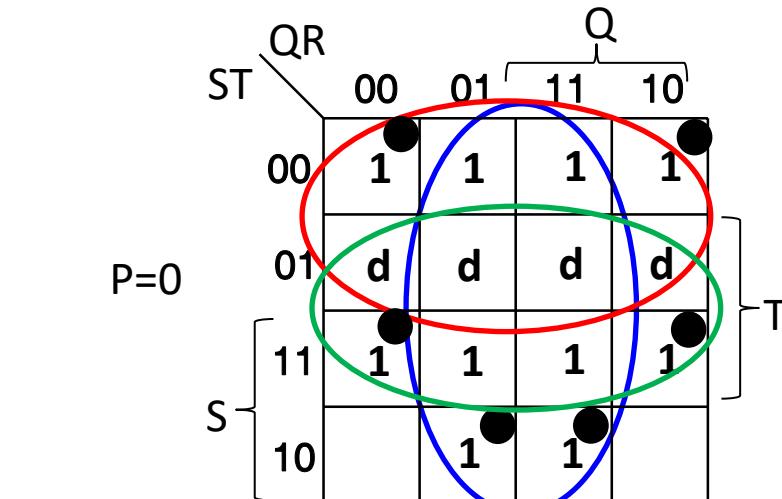
$$\rightarrow T$$

Implicanti Primi
Essenziali

$$\rightarrow P \cdot S$$

$$\rightarrow \bar{P} \cdot \bar{S}$$

$$F = R + T + \bar{P} \cdot \bar{S}$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (2; 10; 16; 24);

DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

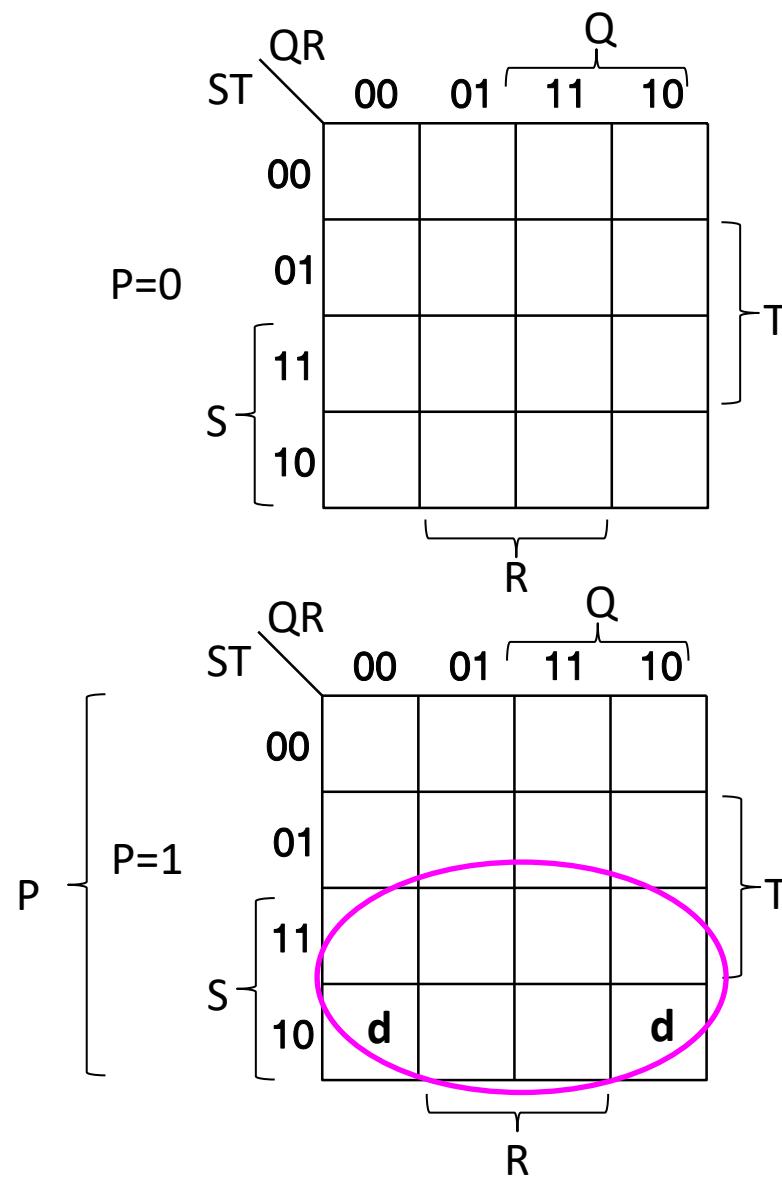
Mappa Ridotta

$$P \cdot S$$

Somma Minima

$$F = R + T + \overline{P} \cdot \overline{S}$$

$$F = R + T + \overline{P} \cdot \overline{S}$$

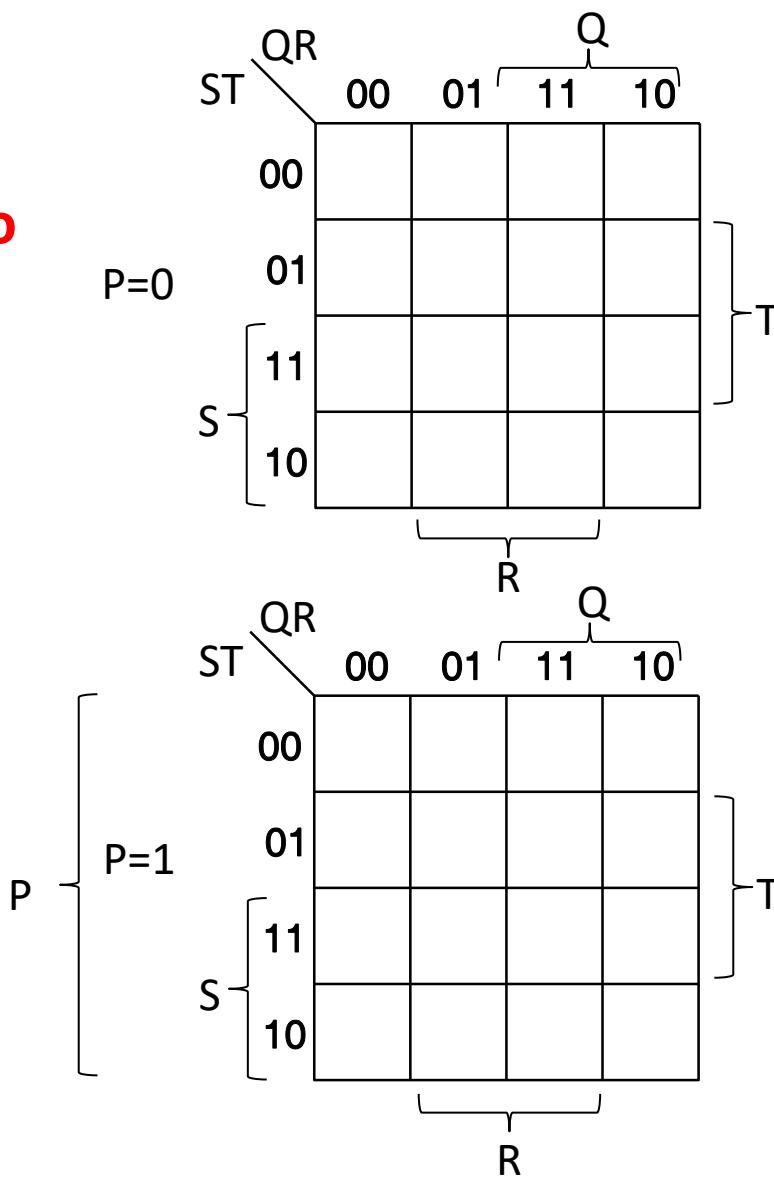


Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (2; 10; 16; 24);

DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

Determinazione del Prodotto Minimo



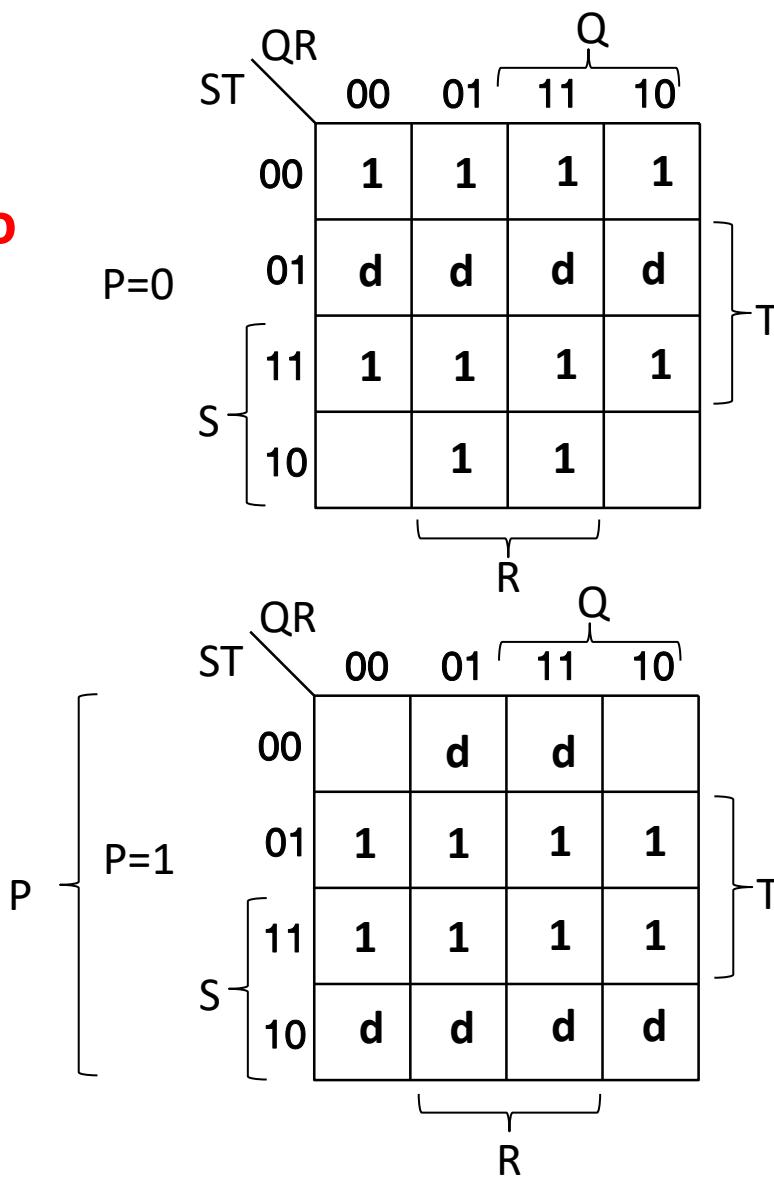
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (2; 10; 16; 24);

DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

Determinazione del Prodotto Minimo

Mappa di Karnaugh



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

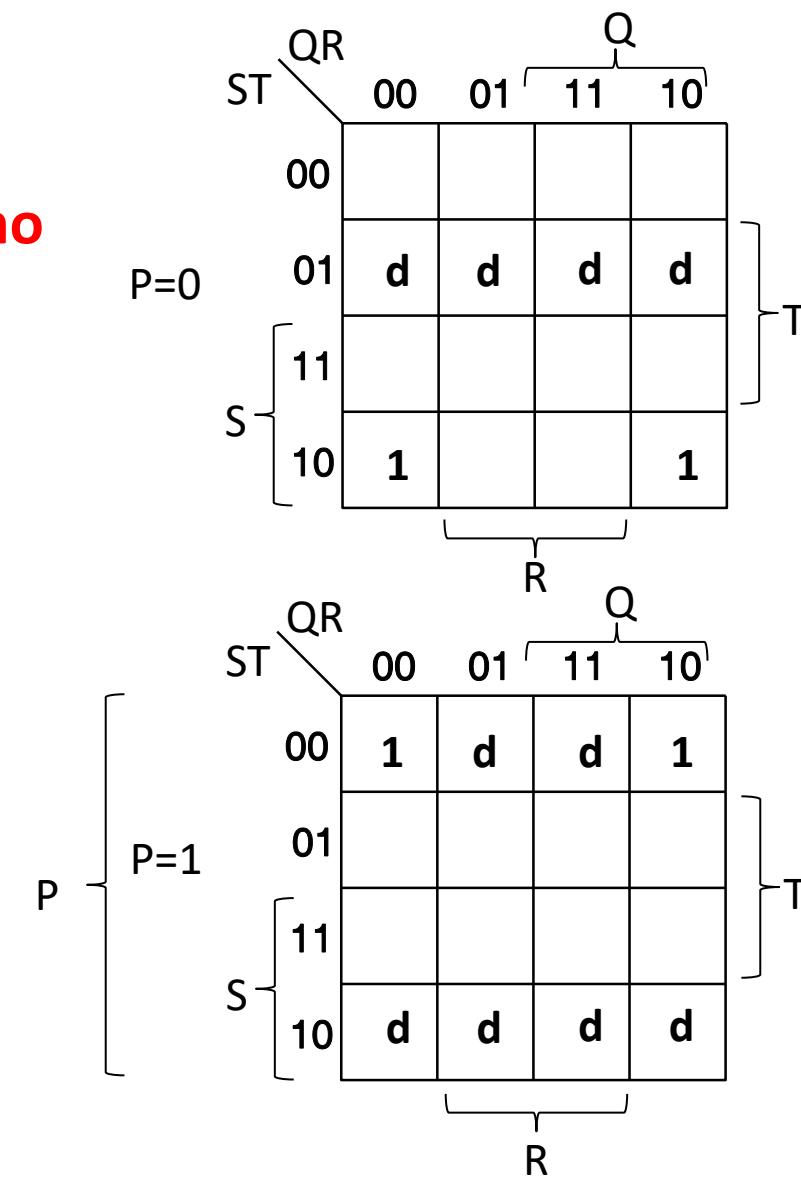
OFF-set = (2; 10; 16; 24);

DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

Determinazione del Prodotto Minimo

Mappa di Karnaugh degli “0”

(Mappa di Karnaugh per \bar{F})



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

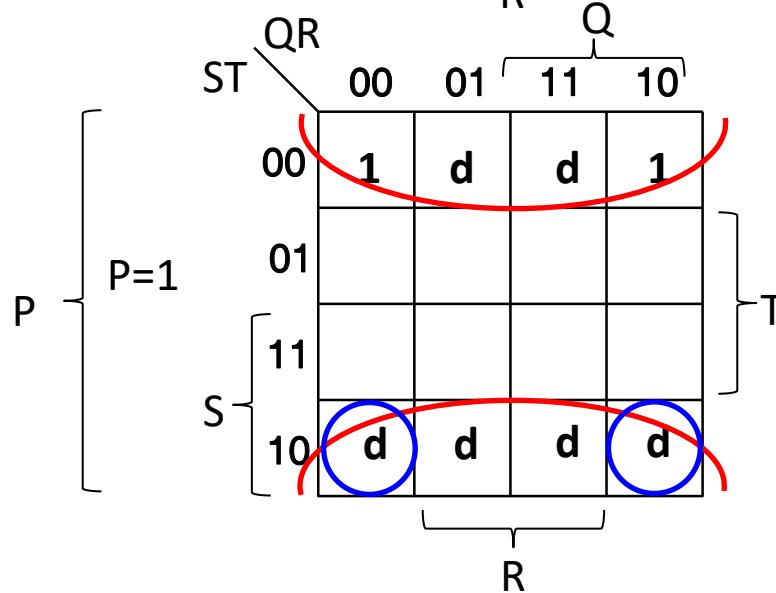
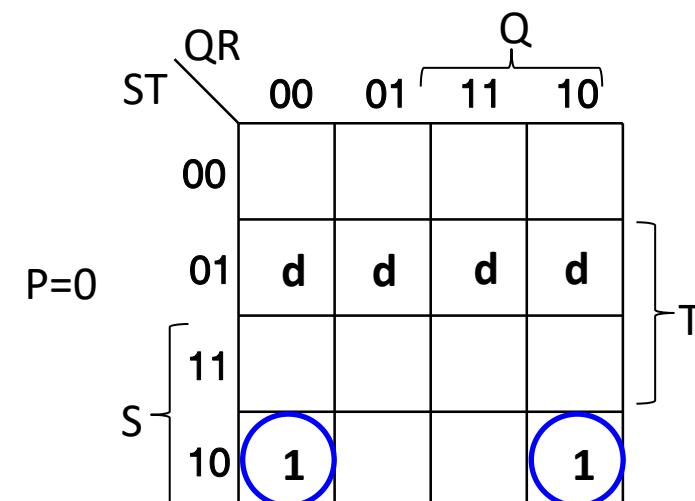
OFF-set = (2; 10; 16; 24);

DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

Implicanti Primi

$$P \cdot \bar{T}$$

$$\bar{R} \cdot S \cdot \bar{T}$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (2; 10; 16; 24);

DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

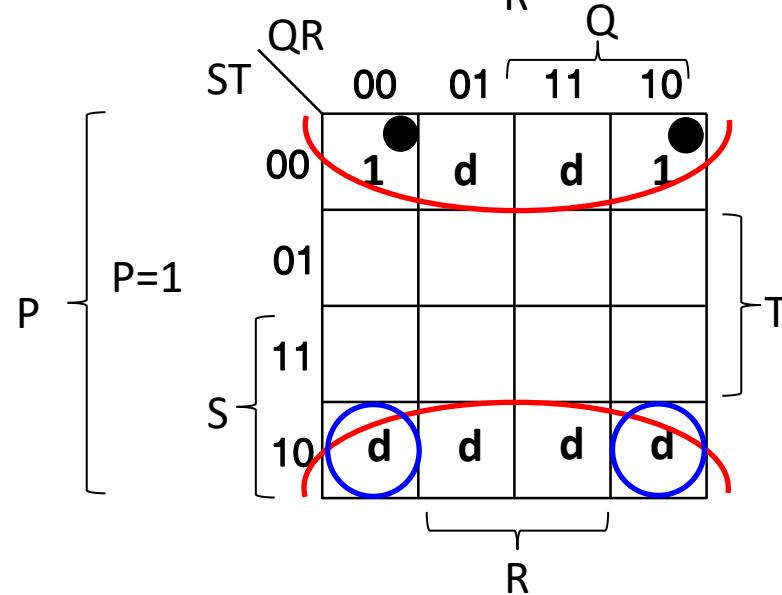
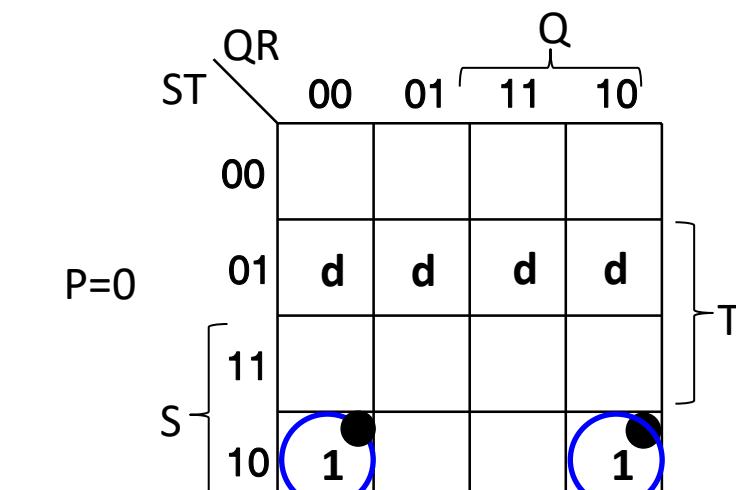
Celle Singolari

$$\rightarrow P \cdot \bar{T}$$

$$\rightarrow \bar{R} \cdot S \cdot \bar{T}$$

Implicanti Primi
Essenziali

$$\bar{F} = P \cdot \bar{T} + \bar{R} \cdot S \cdot \bar{T}$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (2; 10; 16; 24);

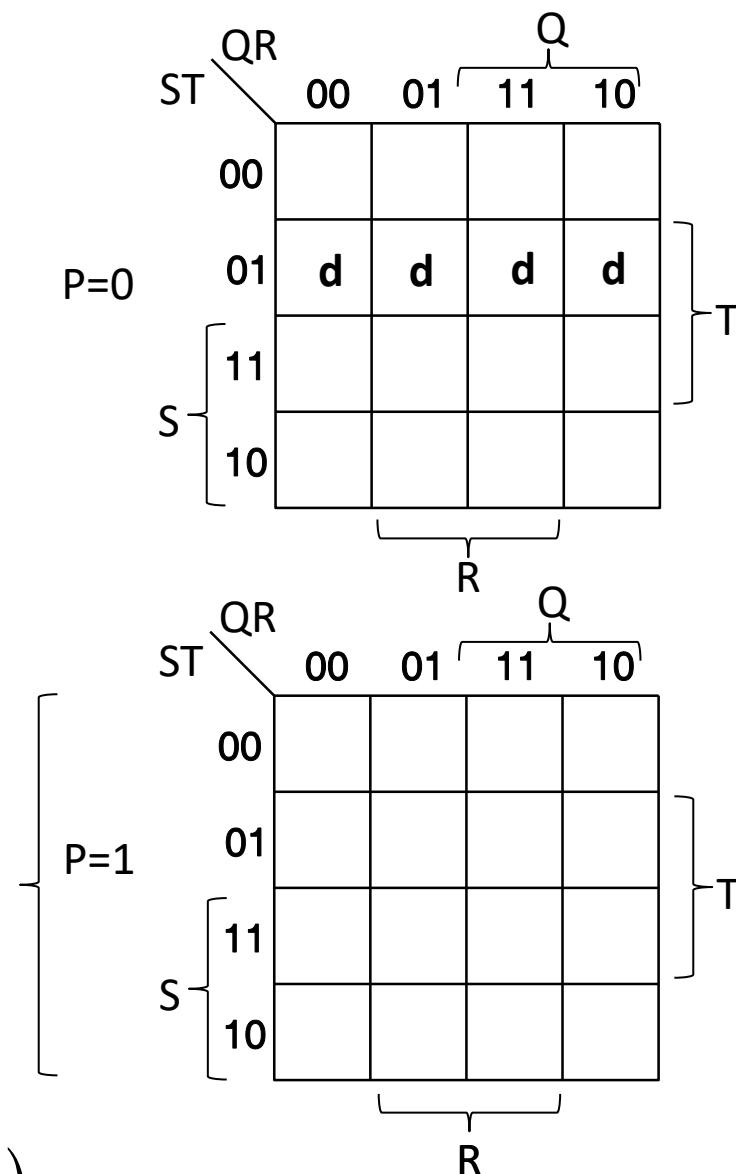
DC-set = (1; 5; 9; 13; 18; 20; 22; 26; 28; 30);

Mappa Ridotta

Prodotto minimo

$$\overline{F} = P \cdot \overline{T} + \overline{R} \cdot S \cdot \overline{T}$$

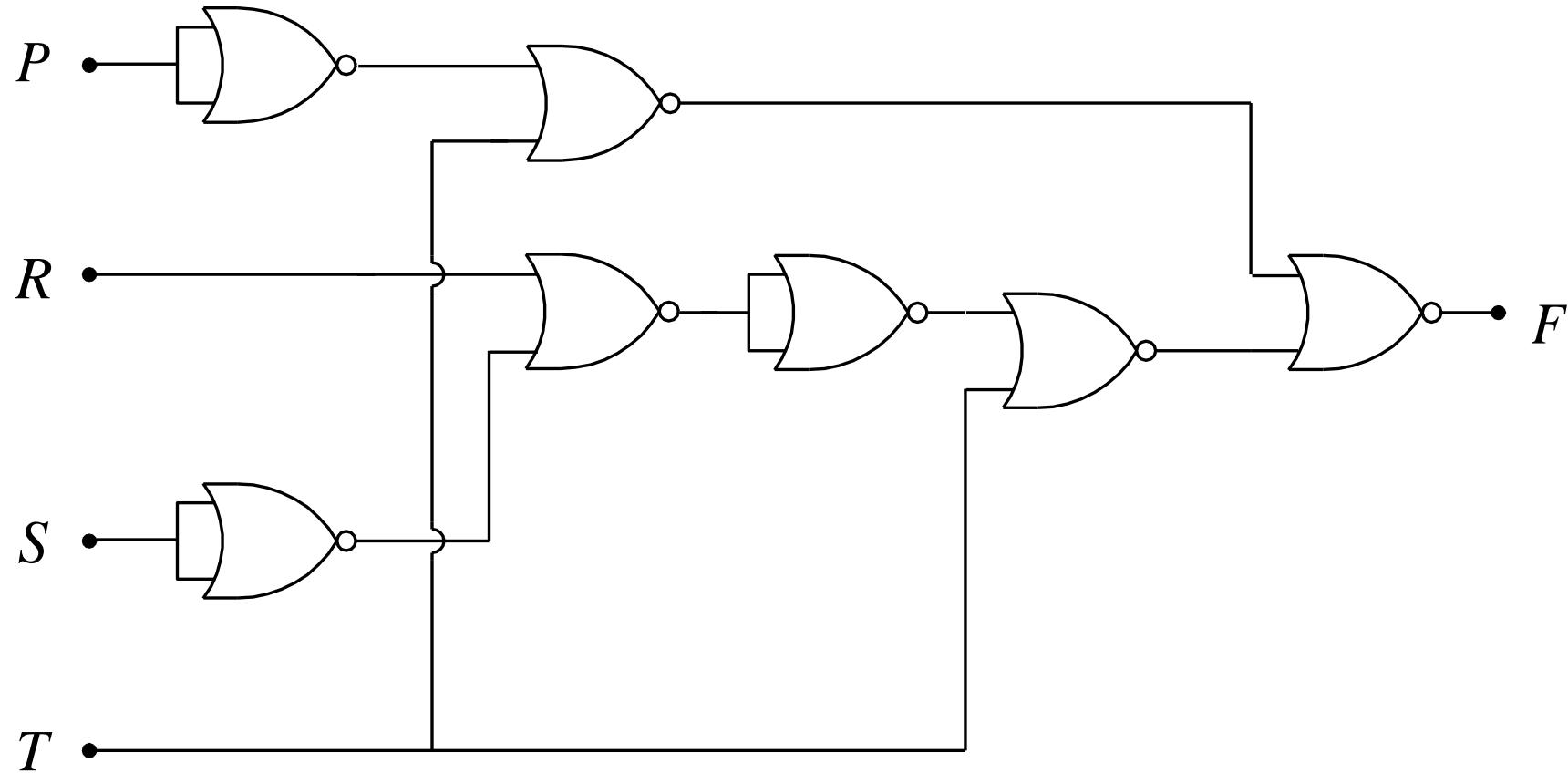
$$F = \overline{P \cdot \overline{T} + \overline{R} \cdot S \cdot \overline{T}} = (\overline{P} + T) \cdot (R + \overline{S} + T)$$



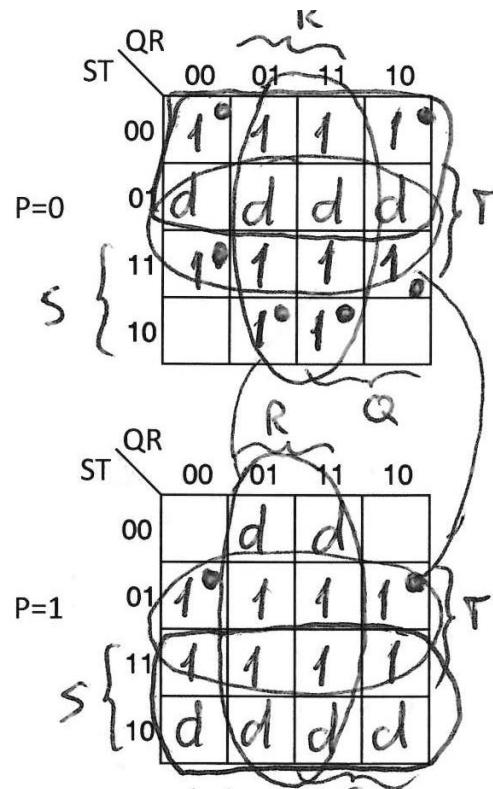
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

Implementazione con porte NOR a 2 ingressi del prodotto minimo.

$$F = (\overline{P} + T) \cdot (R + \overline{S} + T)$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh



Implicanti Primi
(\times = Essenziali)

				R
				T
		P	S	
		\bar{P}	\bar{S}	

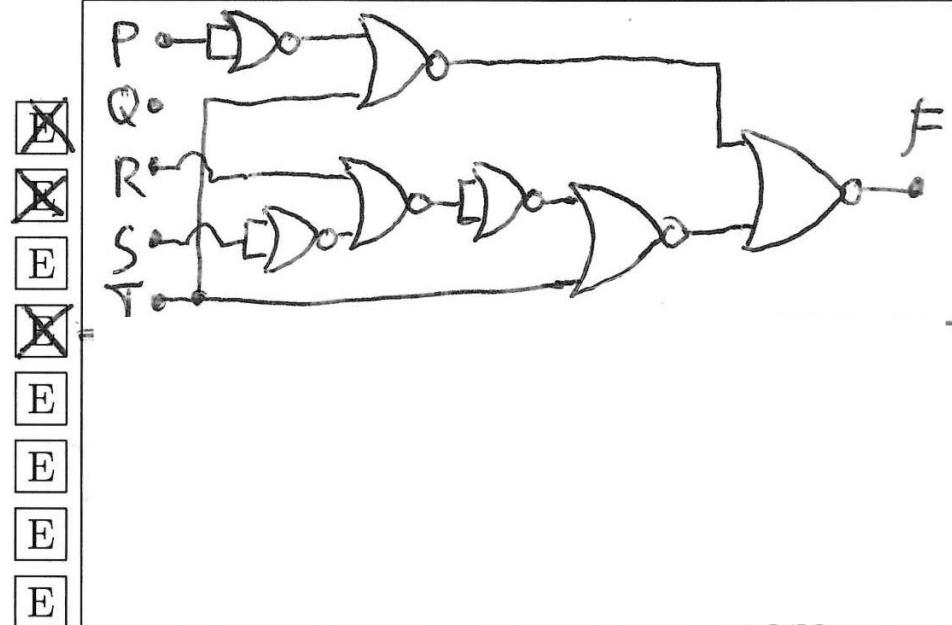
somma minima α

$$F = \boxed{R} + \boxed{T} + \boxed{\bar{P}\bar{S}} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$$

prodotto minimo

$$F = \boxed{(\bar{P} + T)} \cdot \boxed{R + \bar{S} + T} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad}$$

Implementazione Circuitale a NOR2:



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

Data la funzione logica non completamente determinata $F(P; Q; R; S; T)$ tale che:

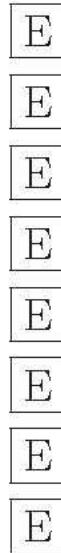
OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27), ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31); *i*)completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); *ii*) ricavare l'espressione di F come somma minima; *iii*) ricavare l'espressione di F come prodotto minimo; *iv*) implementare con porte NOR a 2 ingressi il prodotto minimo.

		QR	00	01	11	10
		P=0	00			
		P=1	01			
		00				
		01				
		11				
		10				

		QR	00	01	11	10
		P=0	00			
		P=1	01			
		00				
		01				
		11				
		10				

Implicanti Primi
($\times \equiv$ Essenziali)

Implementazione Circuitale a NOR2:



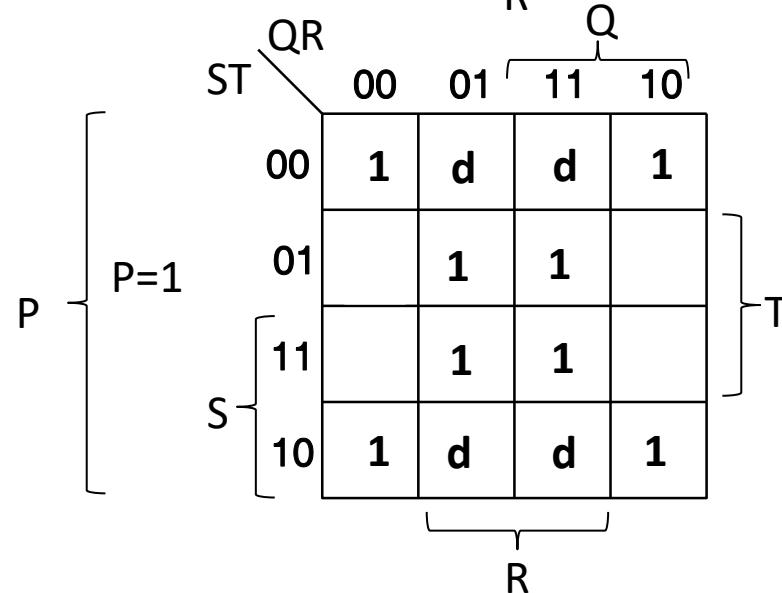
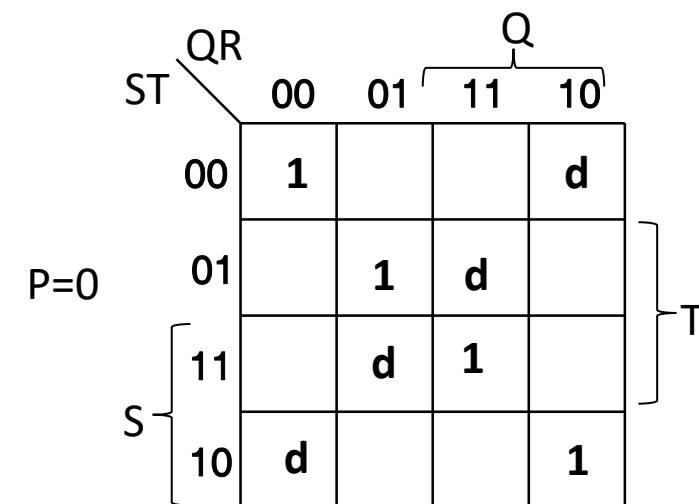
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

Determinazione della Somma Minima

Mappa di Karnaugh



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

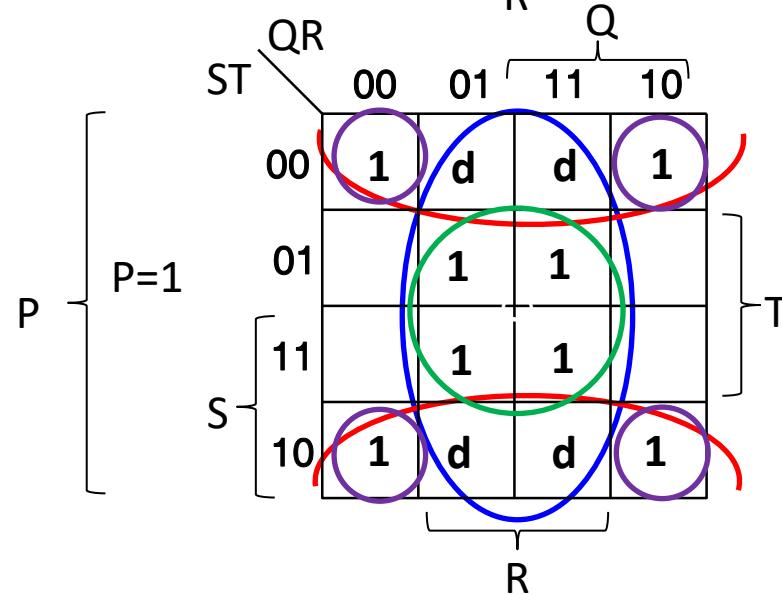
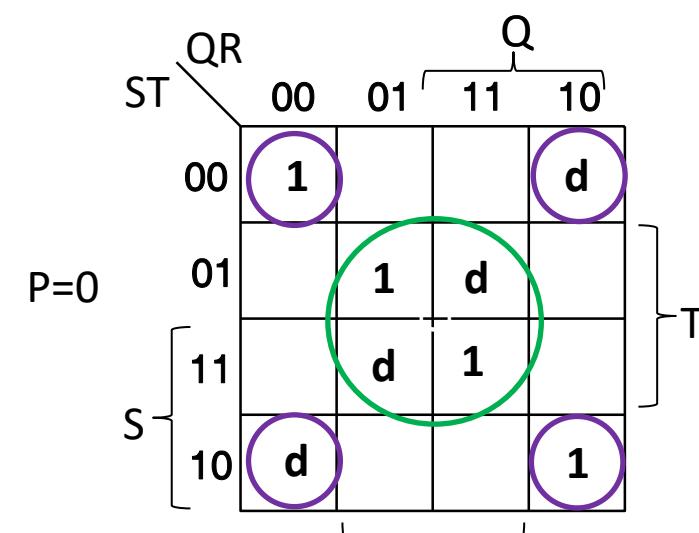
Implicanti Primi

$$P \cdot R$$

$$P \cdot \bar{T}$$

$$R \cdot T$$

$$\bar{R} \cdot \bar{T}$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

Celle Singolari

$$P \cdot R$$

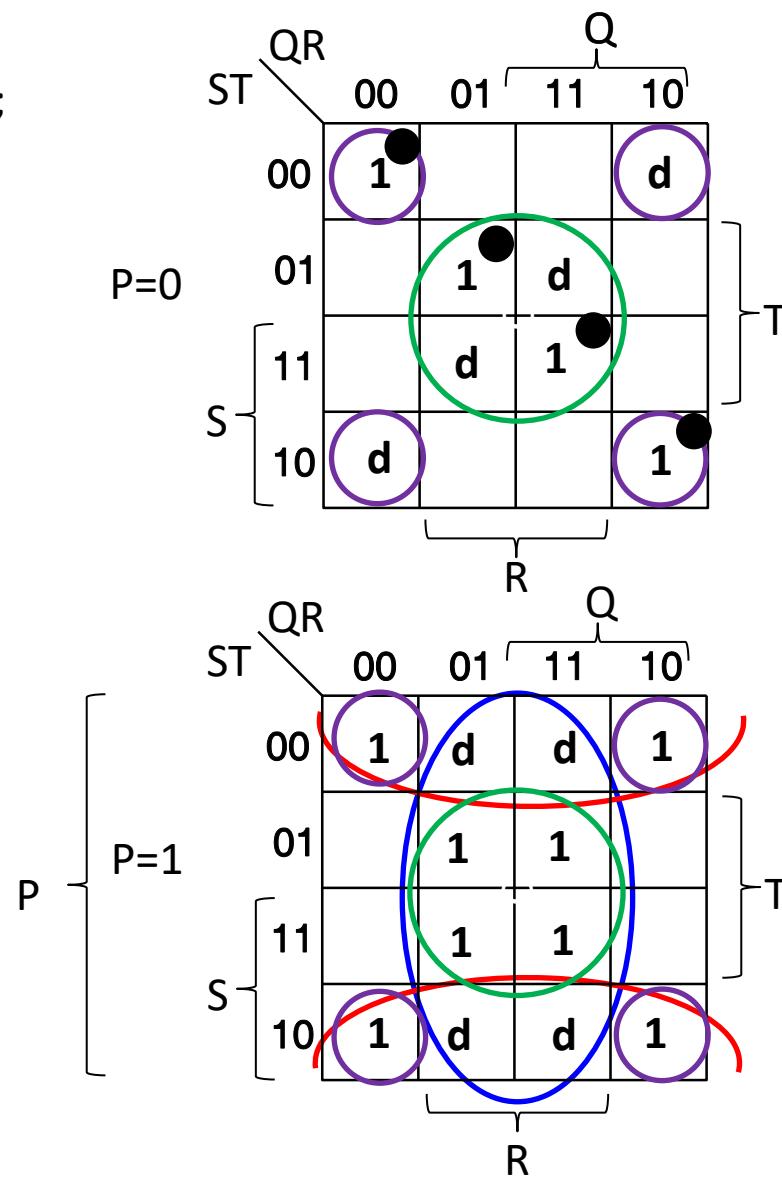
$$P \cdot \bar{T}$$

**Implicanti Primi
Essenziali**

$$\rightarrow R \cdot T$$

$$\rightarrow \bar{R} \cdot \bar{T}$$

$$F = R \cdot T + \bar{R} \cdot \bar{T}$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

Mappa Ridotta

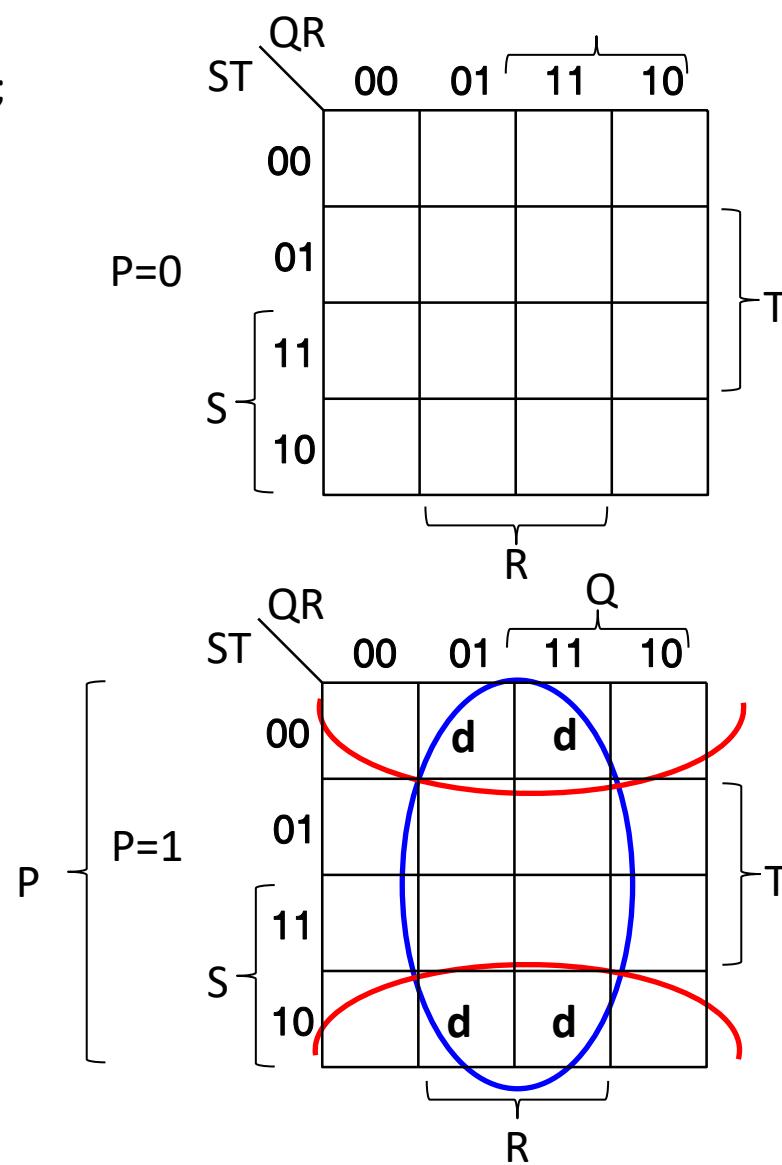
$$P \cdot R$$

$$P \cdot \bar{T}$$

Somma Minima

$$F = R \cdot T + \bar{R} \cdot \bar{T}$$

$$F = R \cdot T + \bar{R} \cdot \bar{T}$$

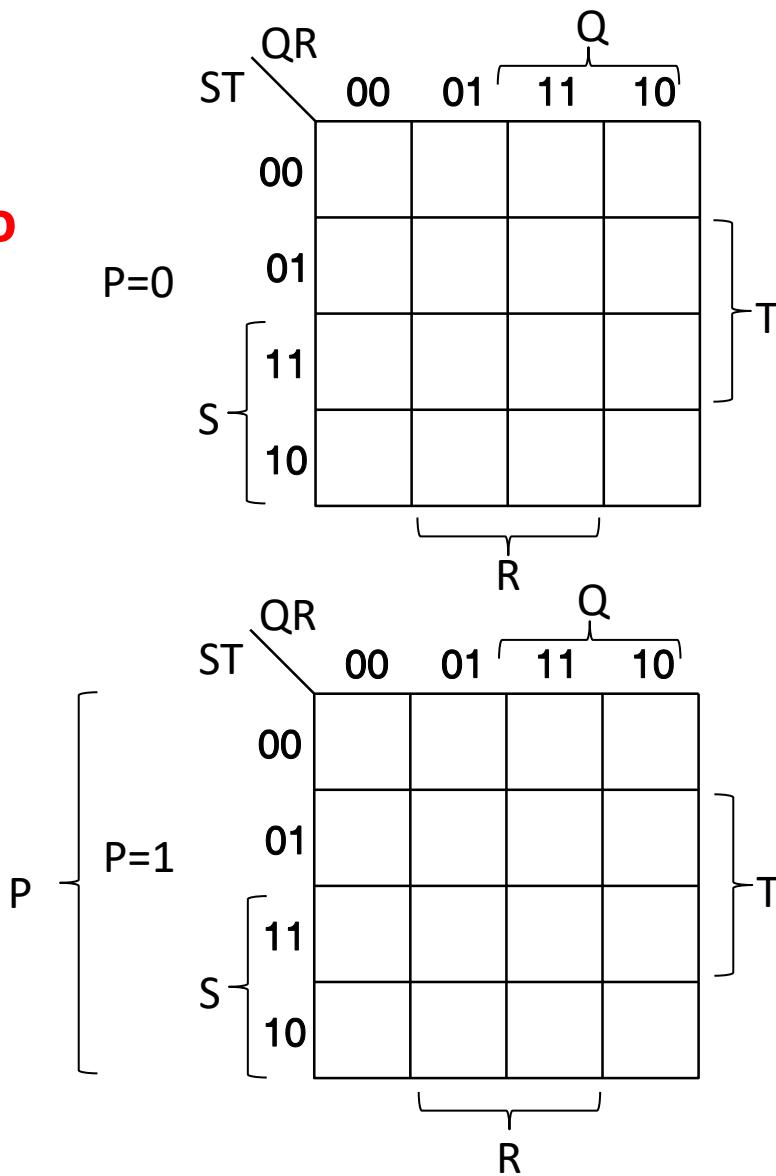


Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

Determinazione del Prodotto Minimo



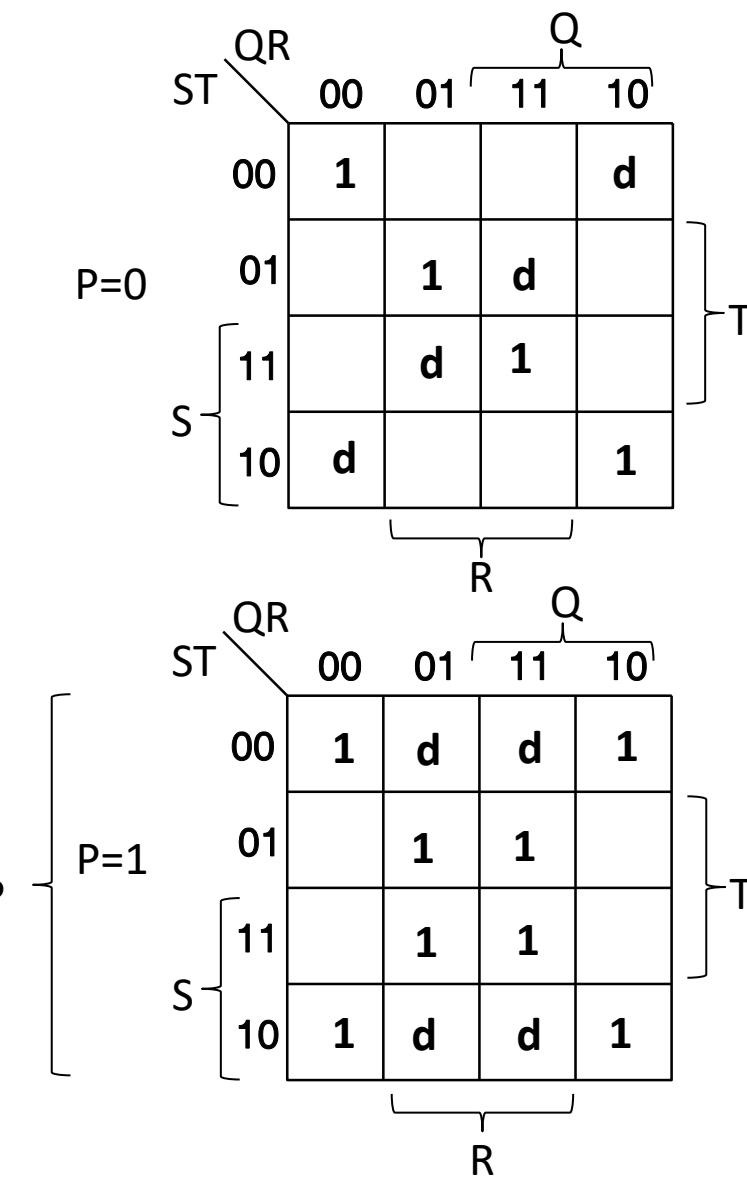
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

Determinazione del Prodotto Minimo

Mappa di Karnaugh



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

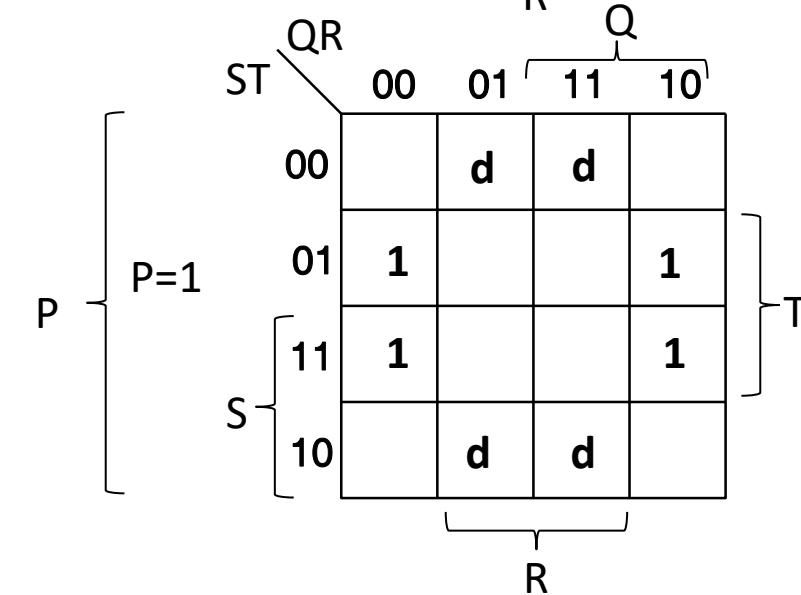
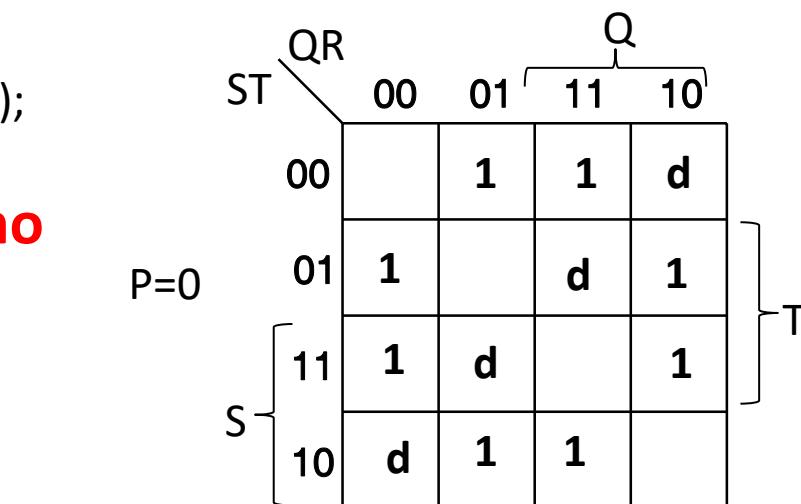
OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

Determinazione del Prodotto Minimo

Mappa di Karnaugh degli “0”

(Mappa di Karnaugh per \bar{F})



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

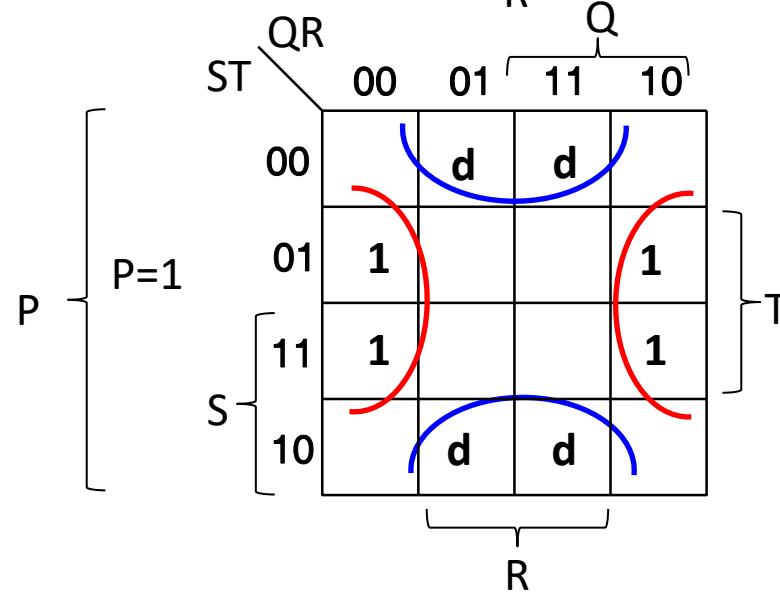
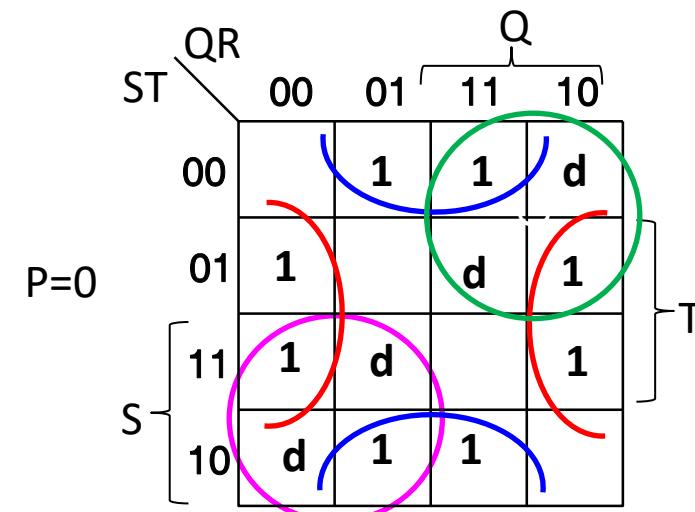
$$\overline{P} \cdot Q \cdot \overline{S}$$

$$\overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot S$$

$$R \cdot \overline{T}$$

$$\overline{R} \cdot T$$

Implicanti Primi



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

Celle Singolari

$$\bar{P} \cdot Q \cdot \bar{S}$$

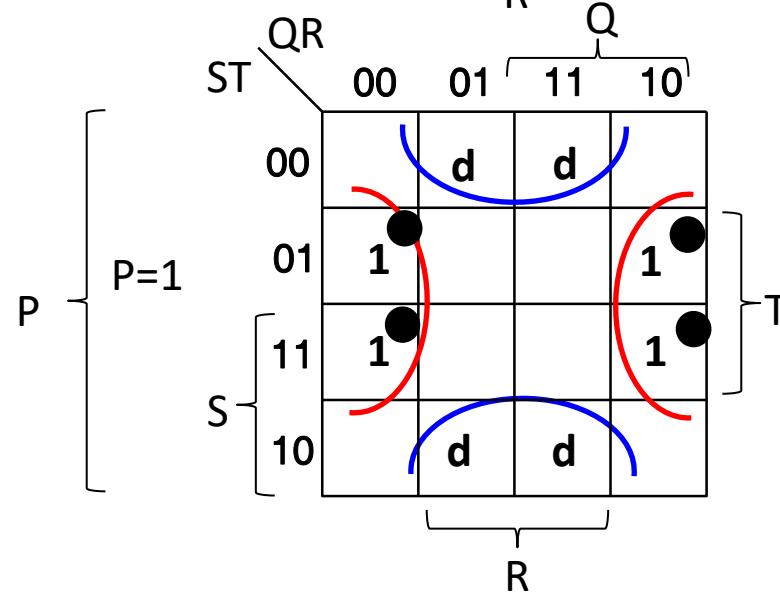
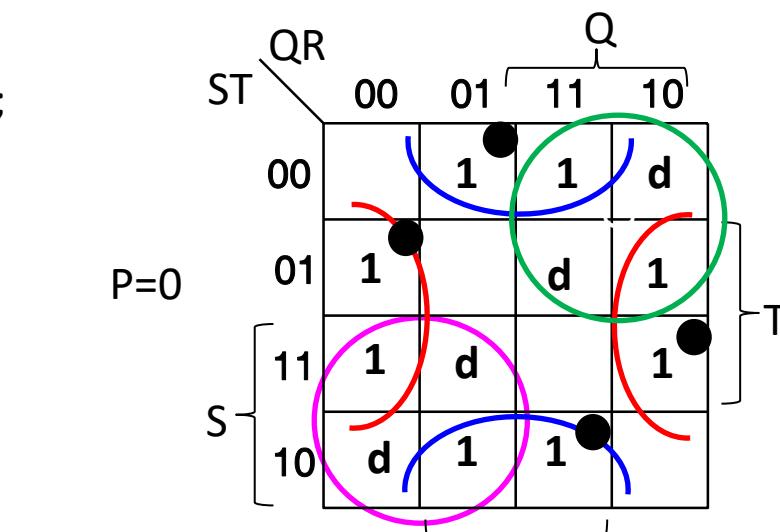
$$\bar{P} \cdot \bar{Q} \cdot S$$

Implicanti Primi
Essenziali

$$\rightarrow R \cdot \bar{T}$$

$$\rightarrow \bar{R} \cdot T$$

$$\bar{F} = R \cdot \bar{T} + \bar{R} \cdot T$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

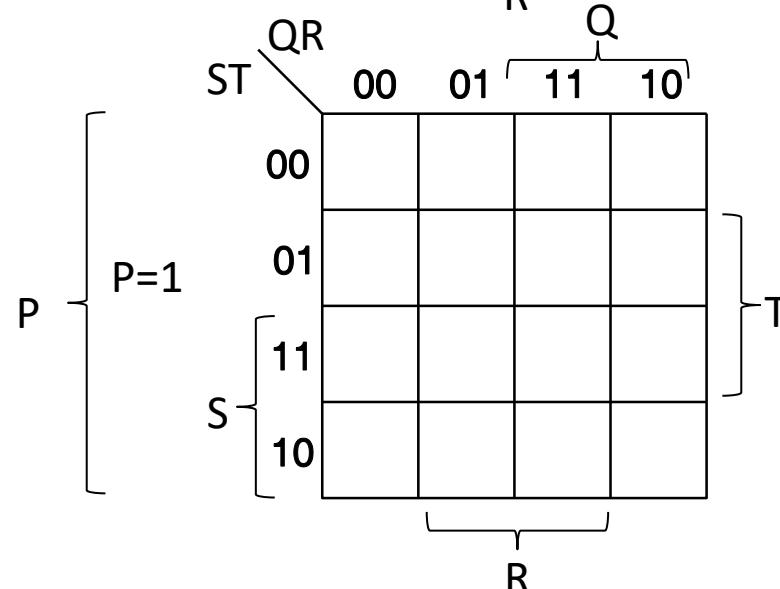
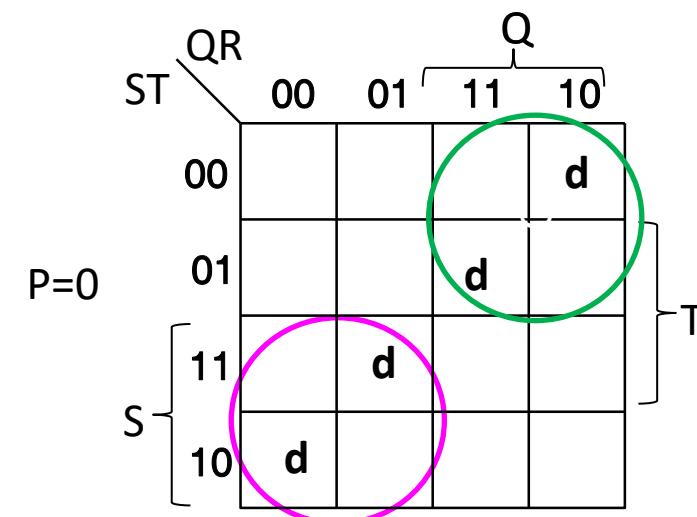
OFF-set = (1; 3; 4; 6; 9; 11; 12; 14; 17; 19; 25; 27);

ON-set = (0; 5; 10; 15; 16; 18; 21; 23; 24; 26; 29; 31);

$$\bar{P} \cdot Q \cdot \bar{S}$$

$$\bar{P} \cdot \bar{Q} \cdot S$$

Mappa Ridotta



Prodotto minimo

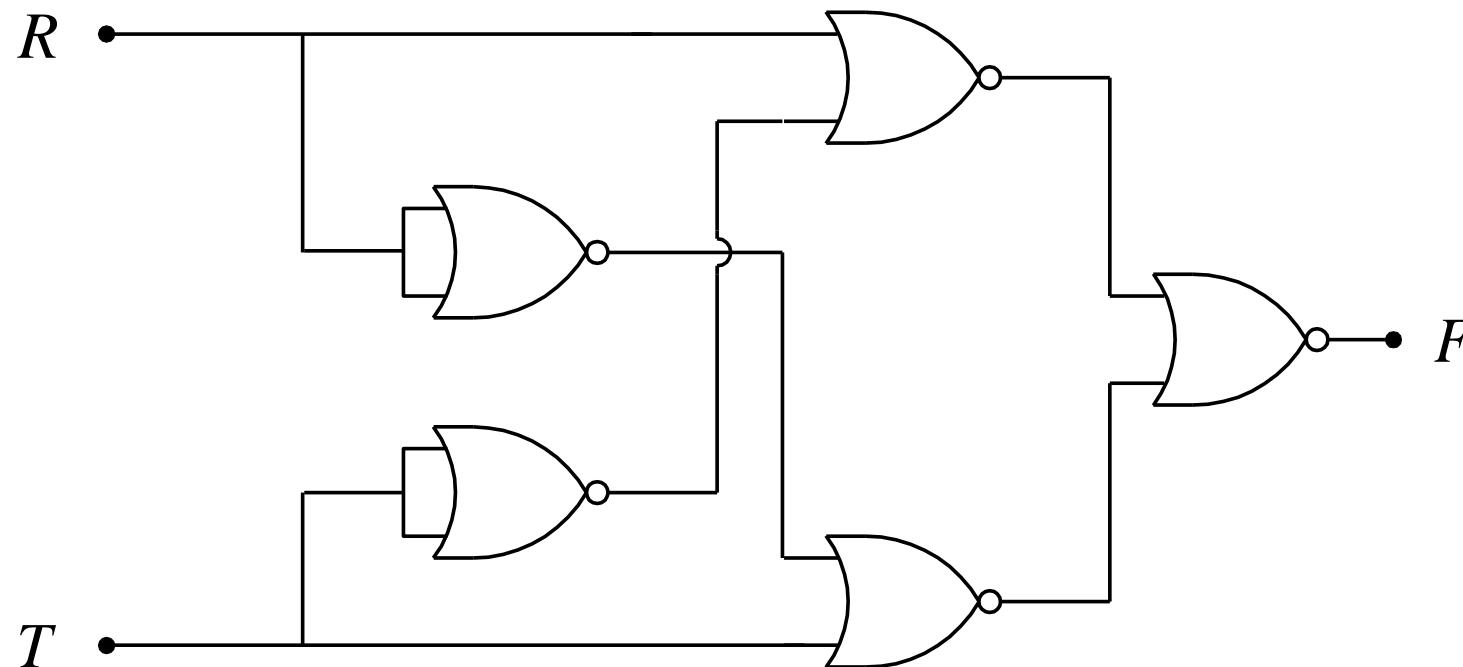
$$\bar{F} = R \cdot \bar{T} + \bar{R} \cdot T$$

$$F = \overline{R \cdot \bar{T} + \bar{R} \cdot T} = (R + \bar{T}) \cdot (\bar{R} + T)$$

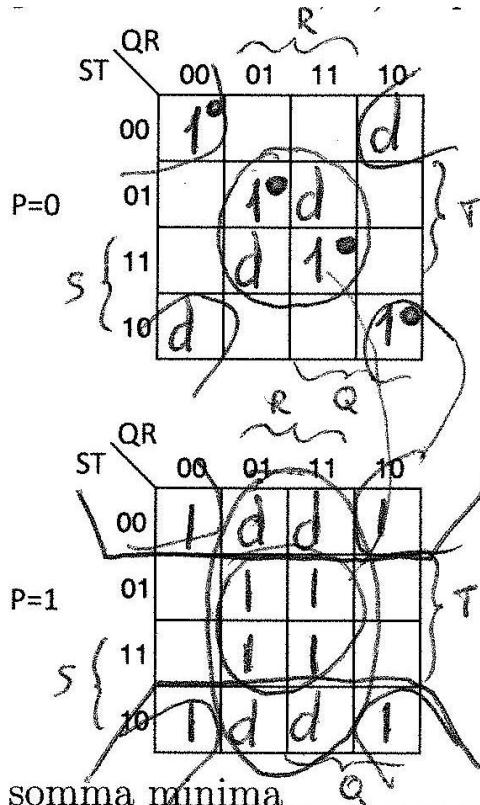
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

Implementazione con porte NOR a 2 ingressi del prodotto minimo.

$$F = (R + \bar{T}) \cdot (\bar{R} + T)$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh



Implicanti Primi
(\times ≡ Essenziali)

	P	R

	P	T

	R	T

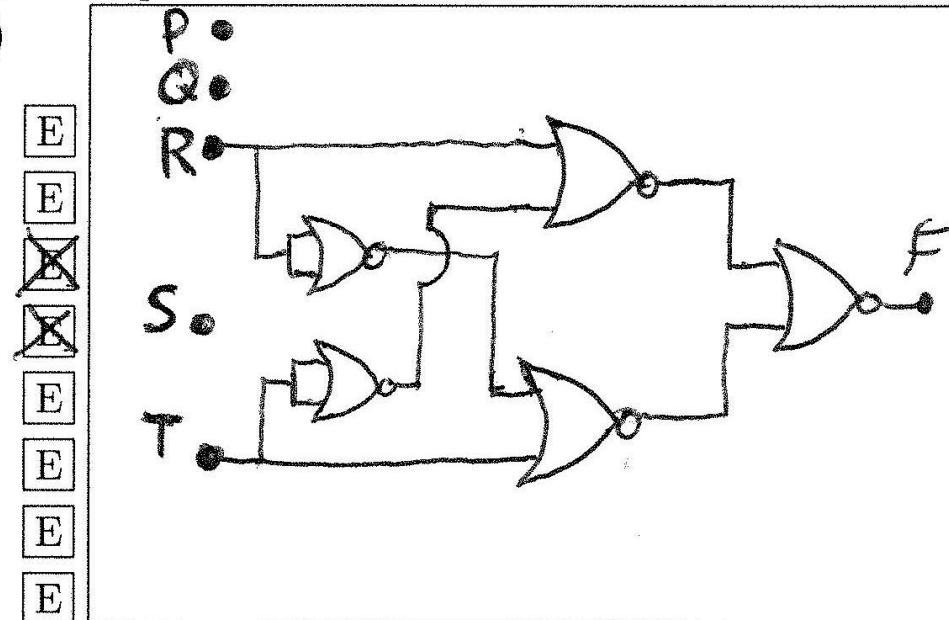
somma minima

$$F = \boxed{R \cdot T} + \boxed{\bar{R} \cdot \bar{T}} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$$

prodotto minimo

$$F = \boxed{(R + \bar{T})} \cdot \boxed{(\bar{R} + T)} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad}$$

Implementazione Circuitale a NOR2:



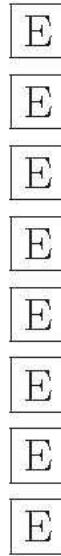
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

Data la funzione logica non completamente determinata $F(P, Q, R, S, T)$ tale che:
 ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29), DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28); i) completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); ii) ricavare l'espressione di F come somma minima; iii) ricavare l'espressione di F come prodotto minimo; iv) implementare in logica CMOS il prodotto minimo.

		QR	00	01	11	10
		ST				
P=0		00				
		01				
		11				
		10				

Implicanti Primi
($\times \equiv$ Essenziali)

Implementazione Circuitale CMOS



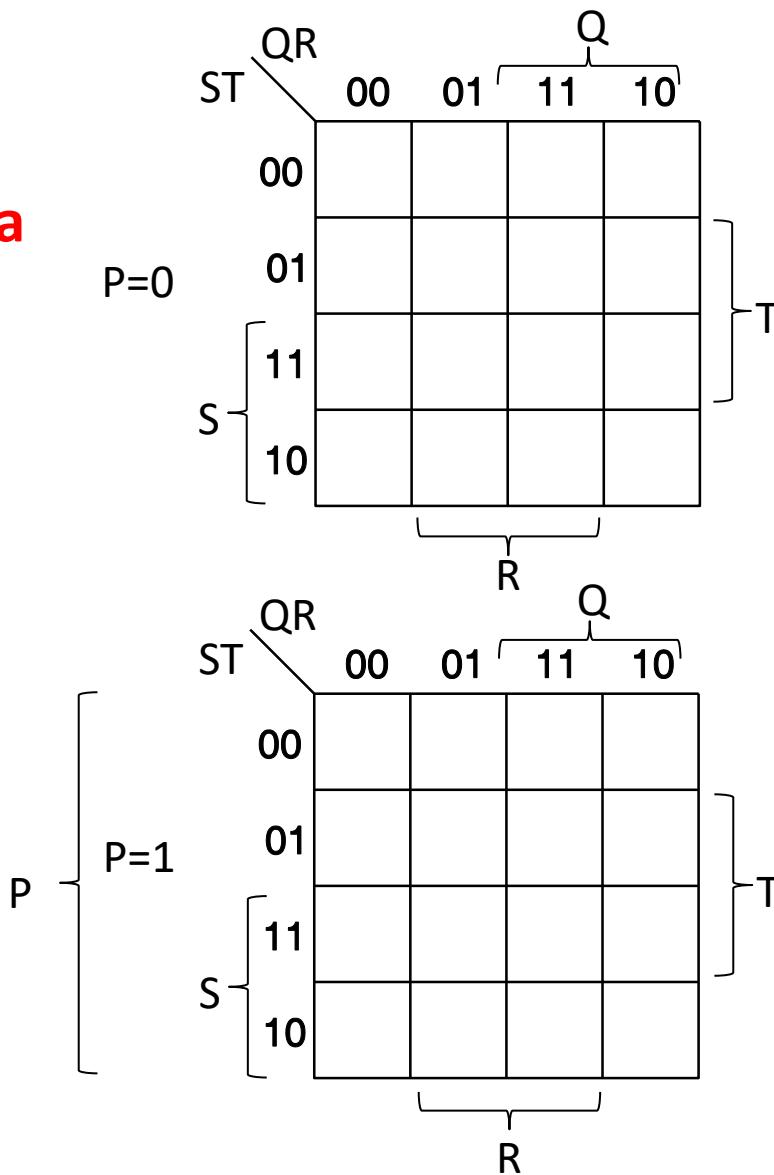
		QR	00	01	11	10
		ST				
P=1		00				
		01				
		11				
		10				

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

Determinazione della Somma Minima



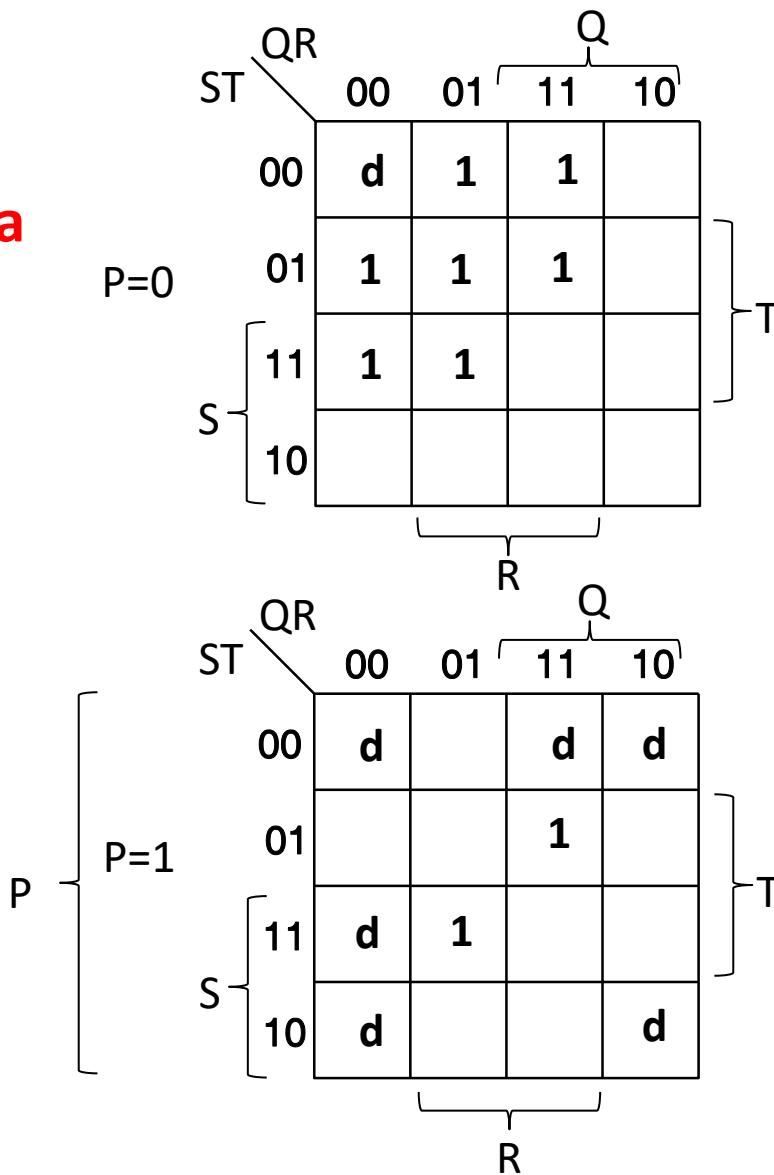
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

Determinazione della Somma Minima

Mappa di Karnaugh



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

$$\overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot \overline{S}$$

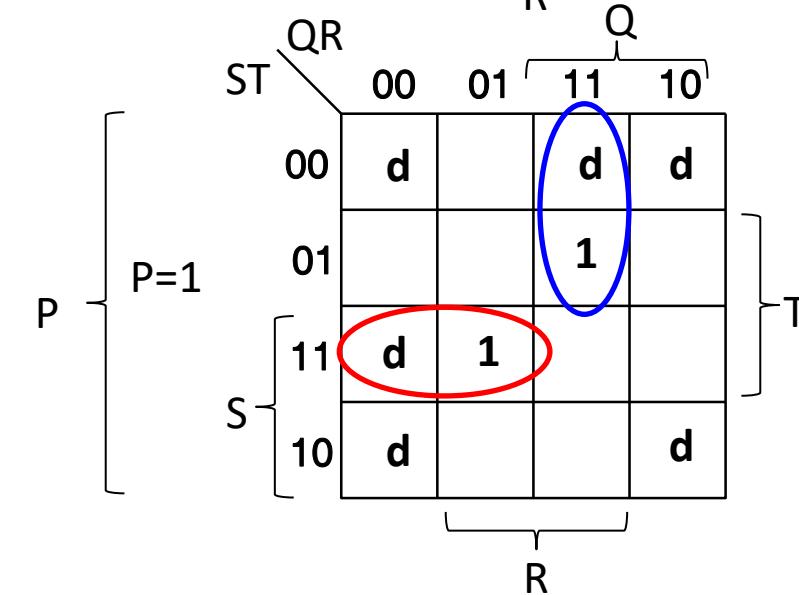
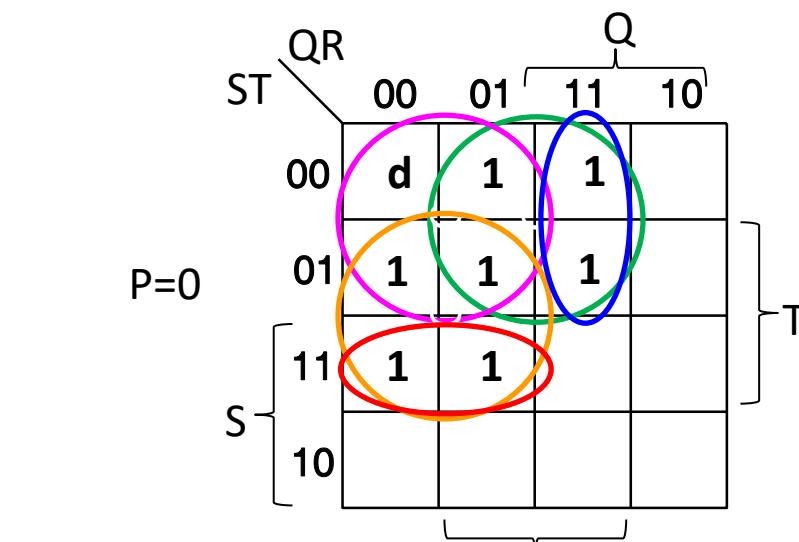
$$\overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot T$$

$$\overline{P} \cdot R \cdot \overline{S}$$

$$Q \cdot R \cdot \overline{S}$$

$$\overline{Q} \cdot S \cdot T$$

Implicanti Primi



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

$$\bar{P} \cdot \bar{Q} \cdot \bar{S}$$

$$\bar{P} \cdot \bar{Q} \cdot T$$

$$\bar{P} \cdot R \cdot \bar{S}$$

$$Q \cdot R \cdot \bar{S}$$

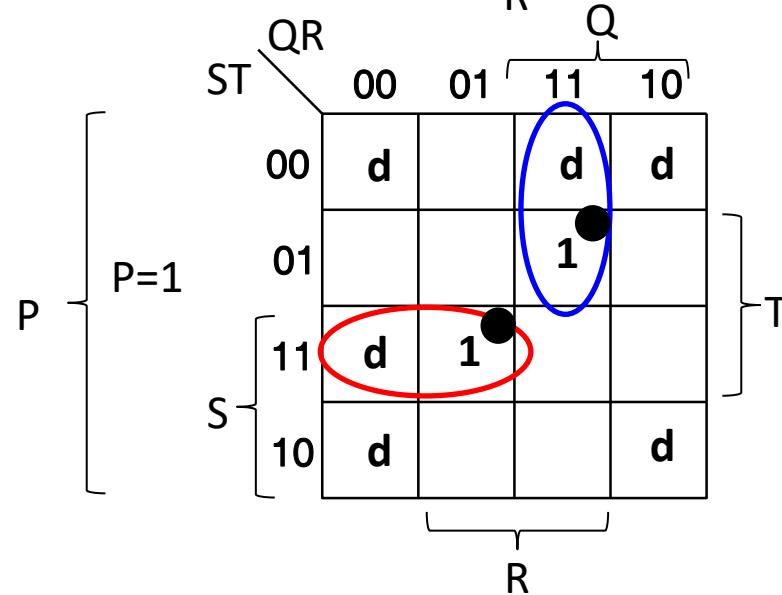
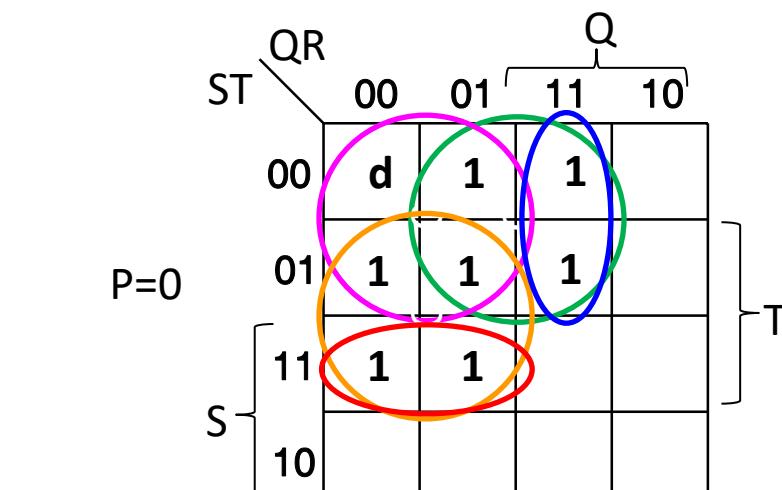


$$\bar{Q} \cdot S \cdot T$$

**Implicanti Primi
Essenziali**



$$F = Q \cdot R \cdot \bar{S} + \bar{Q} \cdot S \cdot T$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

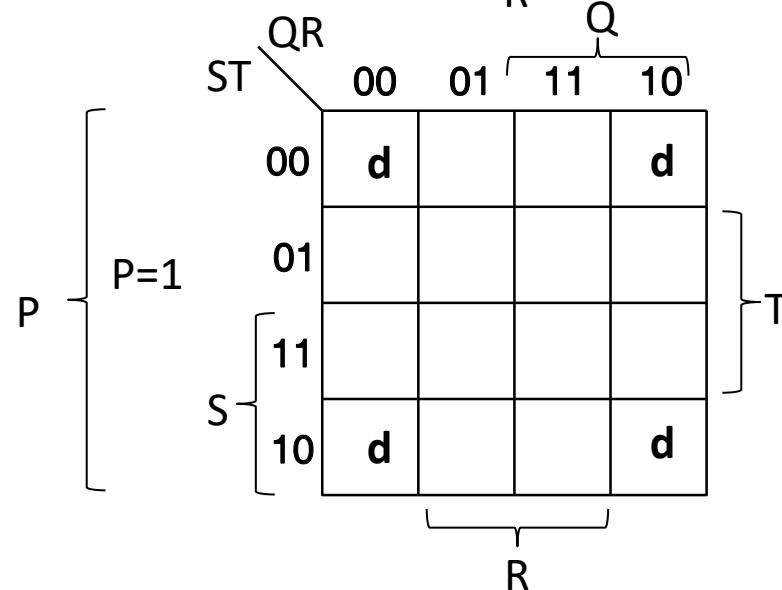
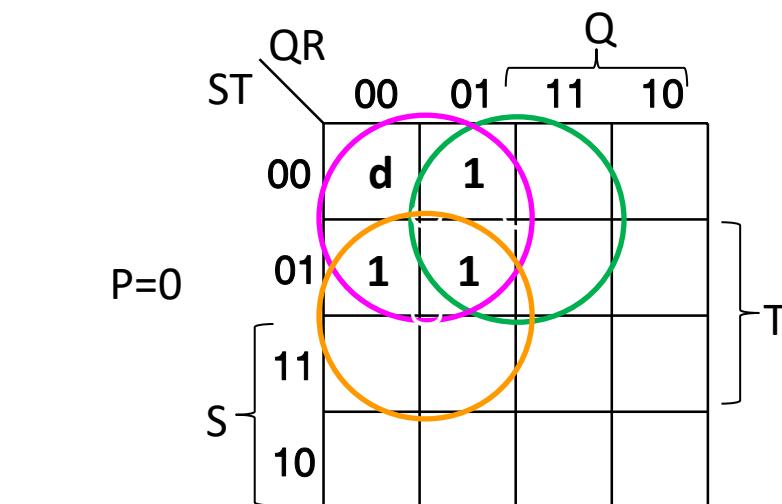
Mappa Ridotta

$$\rightarrow \begin{array}{l} \overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot \overline{S} \\ \overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot T \\ \overline{P} \cdot R \cdot S \end{array}$$

$$F = Q \cdot R \cdot \overline{S} + \overline{Q} \cdot S \cdot T$$

Somma Minima

$$F = Q \cdot R \cdot \overline{S} + \overline{Q} \cdot S \cdot T + \overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot \overline{S}$$

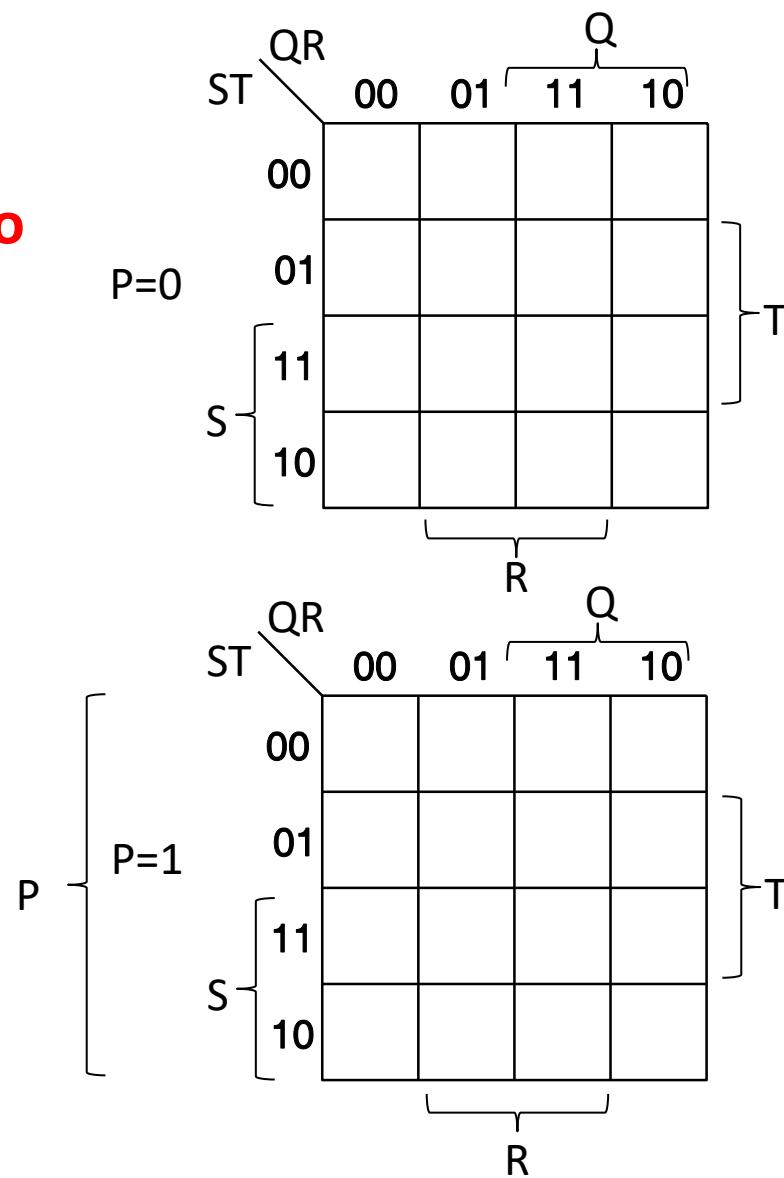


Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

Determinazione del Prodotto Minimo



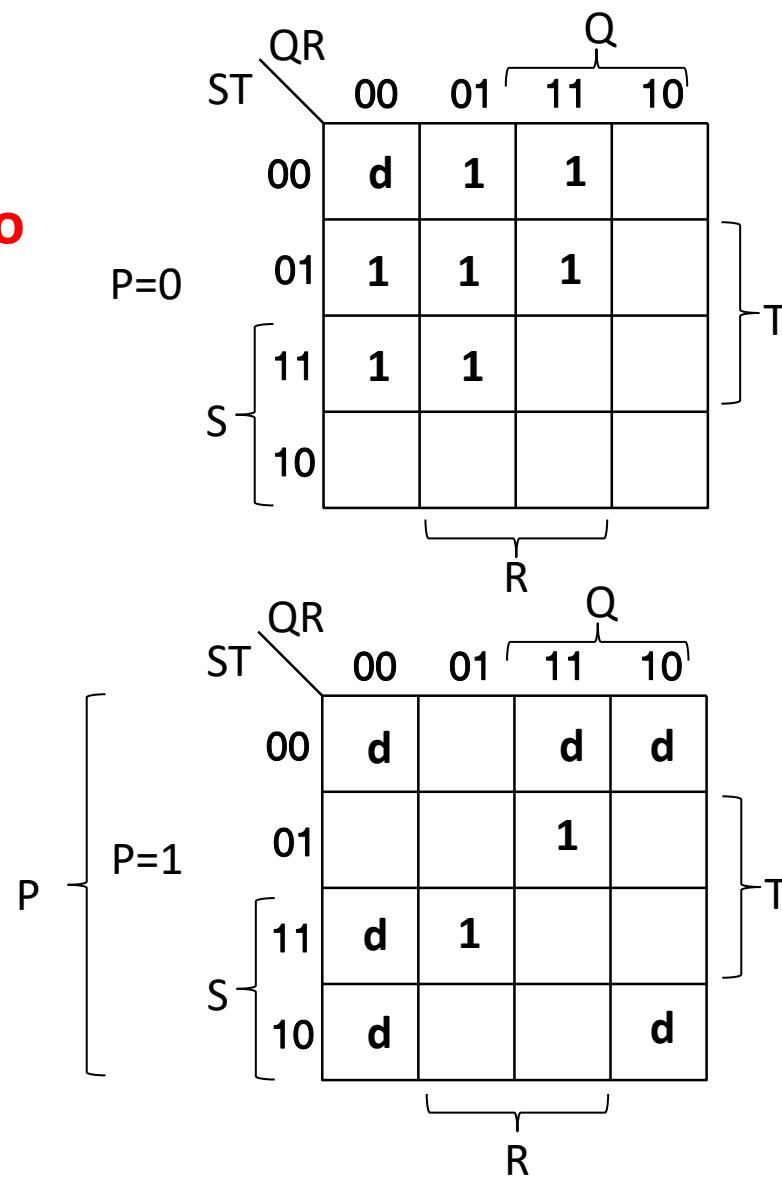
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

Determinazione del Prodotto Minimo

Mappa di Karnaugh



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

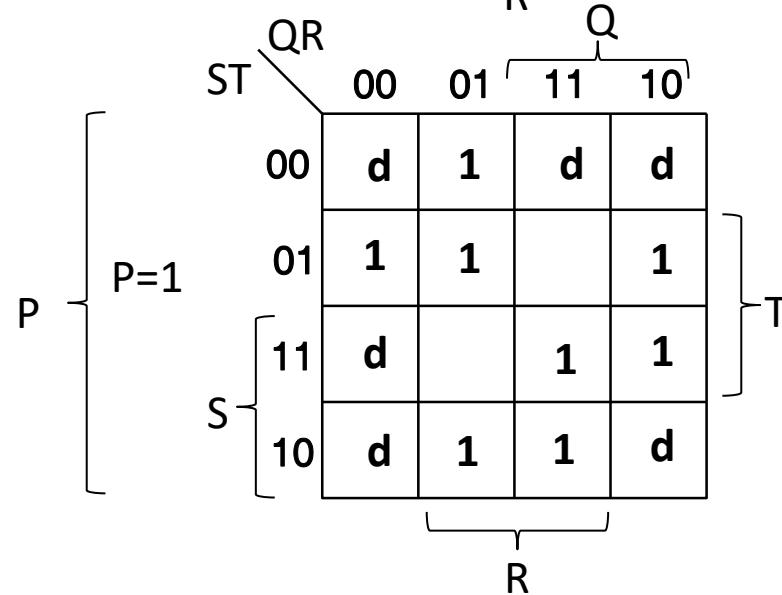
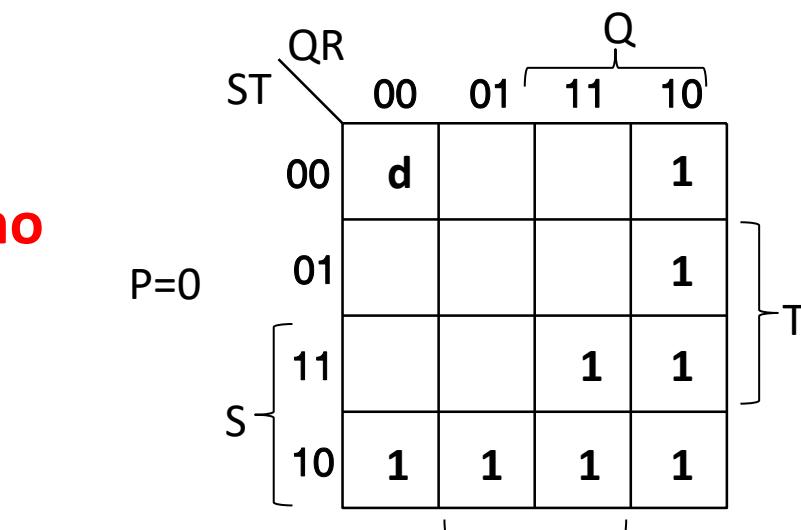
ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

Determinazione del Prodotto Minimo

Mappa di Karnaugh degli “0”

(Mappa di Karnaugh per \bar{F})



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

$$P \cdot \bar{T}$$

$$Q \cdot \bar{R}$$

$$Q \cdot S$$

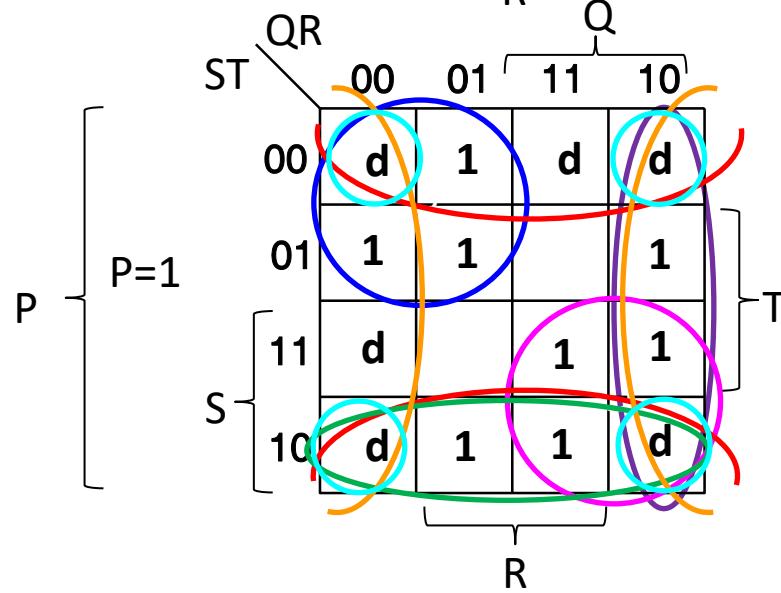
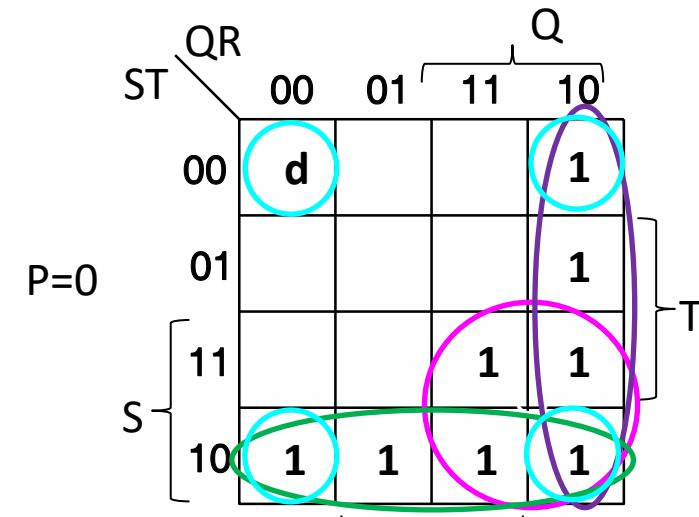
$$S \cdot \bar{T}$$

$$P \cdot \bar{Q} \cdot \bar{S}$$

$$P \cdot \bar{R}$$

$$\bar{R} \cdot \bar{T}$$

Implicanti Primi



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

Celle Singolari



$$P \cdot \bar{T}$$

$$Q \cdot \bar{R}$$



$$Q \cdot S$$



$$S \cdot \bar{T}$$

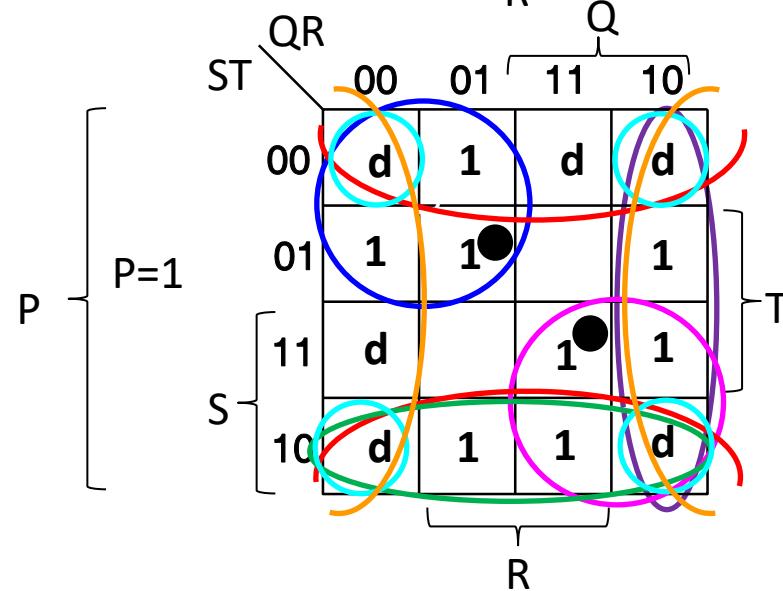
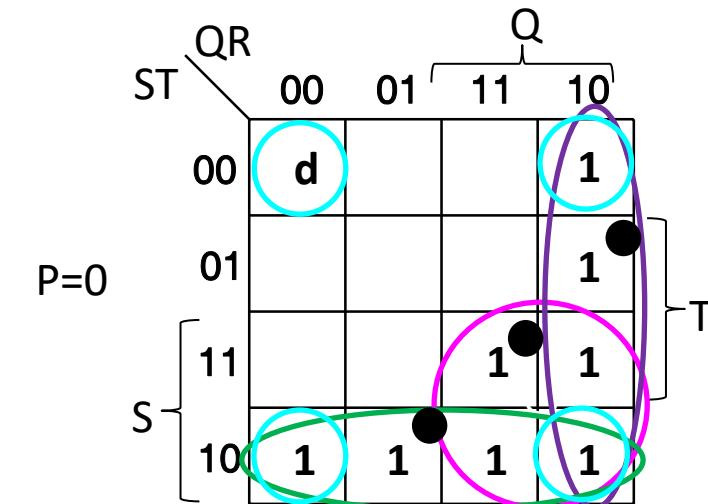


$$P \cdot \bar{Q} \cdot \bar{S}$$

$$P \cdot \bar{R}$$

$$\bar{R} \cdot \bar{T}$$

$$\overline{F} = Q \cdot \bar{R} + Q \cdot S + S \cdot \bar{T} + P \cdot \bar{Q} \cdot \bar{S}$$



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

ON-set = (1, 3, 4, 5, 7, 12, 13, 23, 29);

DC-set = (0, 16, 18, 19, 24, 26, 28);

$$P \cdot \bar{T}$$

Mappa Ridotta

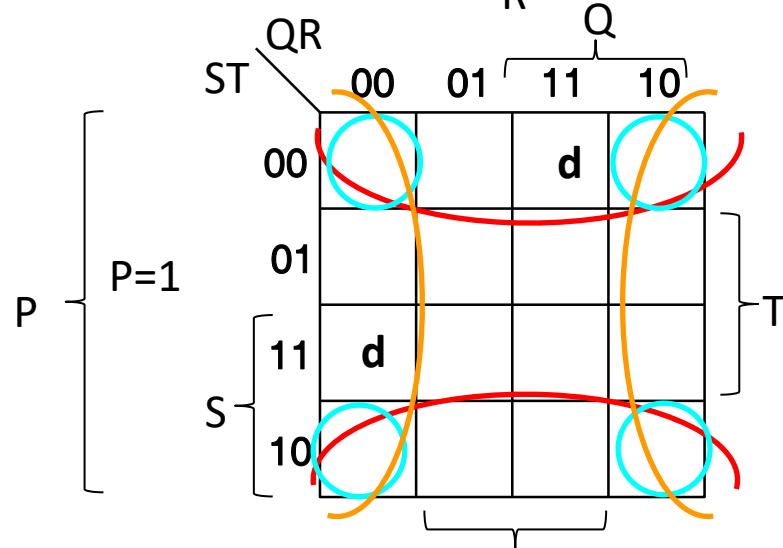
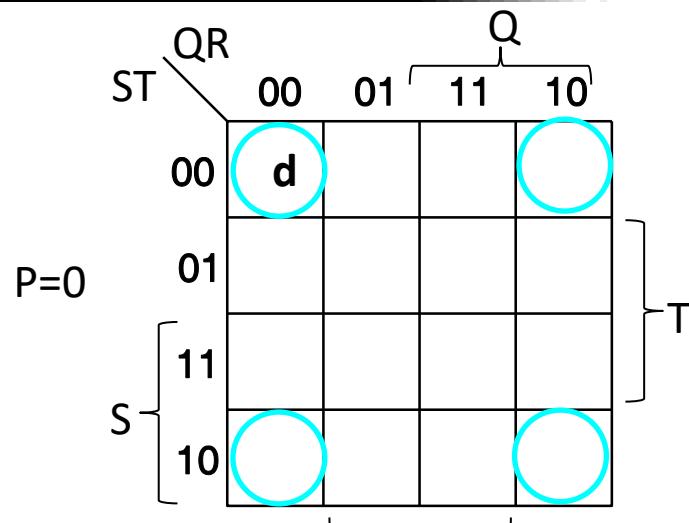
$$P \cdot \bar{R}$$

$$\bar{R} \cdot \bar{T}$$

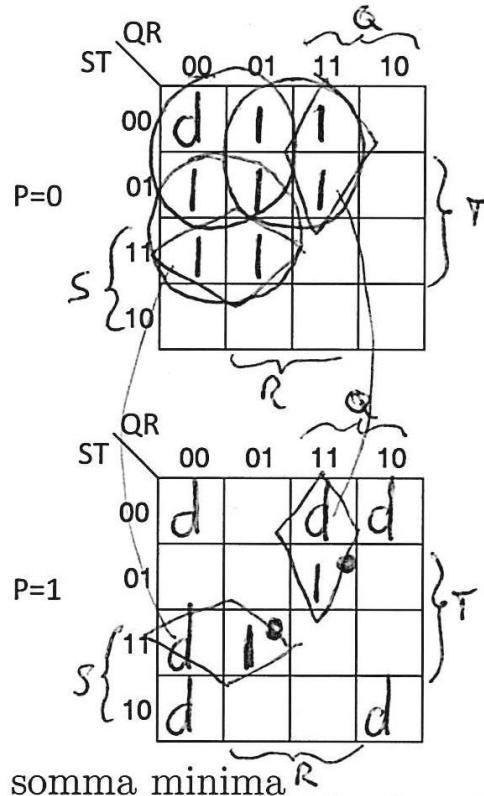
Prodotto minimo

$$\overline{F} = Q \cdot \bar{R} + Q \cdot S + S \cdot \bar{T} + P \cdot \bar{Q} \cdot \bar{S}$$

$$F = \overline{Q \cdot \bar{R} + Q \cdot S + S \cdot \bar{T} + P \cdot \bar{Q} \cdot \bar{S}} = (\bar{Q} + R) \cdot (\bar{Q} + \bar{S}) \cdot (\bar{S} + T) \cdot (\bar{P} + Q + S)$$



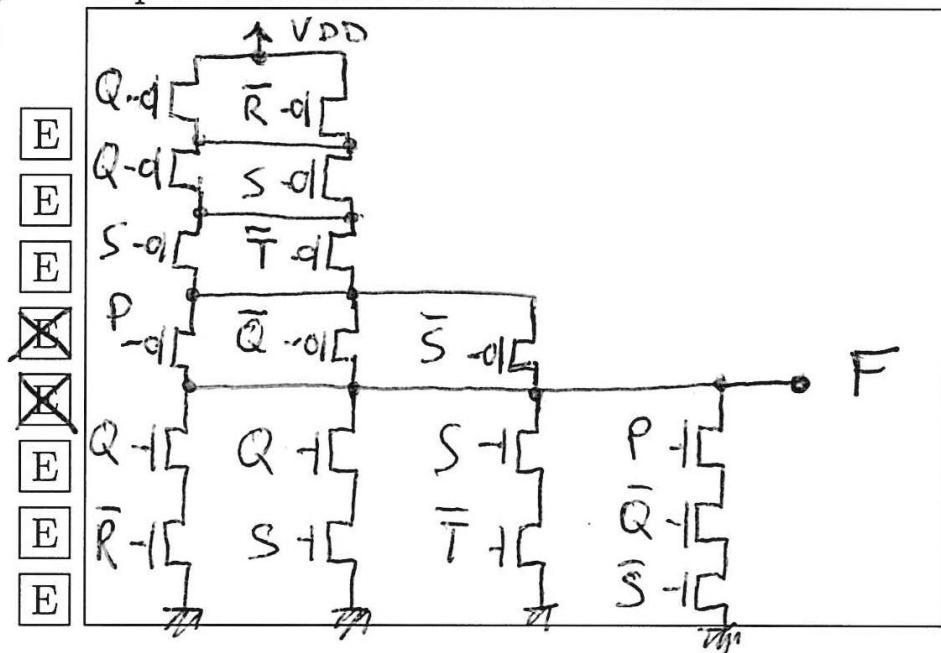
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh



Implicanti Primi
(\times = Essenziali)

	\bar{P}	\bar{Q}	\bar{S}
	\bar{P}	Q	T
	\bar{P}	R	S
\times	Q	R	S
\times	\bar{Q}	S	T
E			
E			
E			
E			
E			
E			
E			

Implementazione Circuitale CMOS:



somma minima \bar{R}

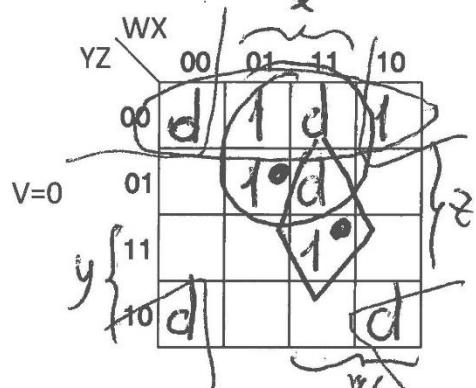
$$F = \boxed{Q \cdot R \cdot \bar{S}} + \boxed{\bar{Q} \cdot S \cdot T} + \boxed{\bar{P} \cdot \bar{Q} \cdot \bar{S}} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$$

prodotto minimo

$$F = \boxed{(\bar{Q} + R)} \cdot \boxed{(\bar{Q} + \bar{S})} \cdot \boxed{(\bar{S} + T)} \cdot \boxed{(\bar{P} + Q + S)} \cdot \boxed{\quad}$$

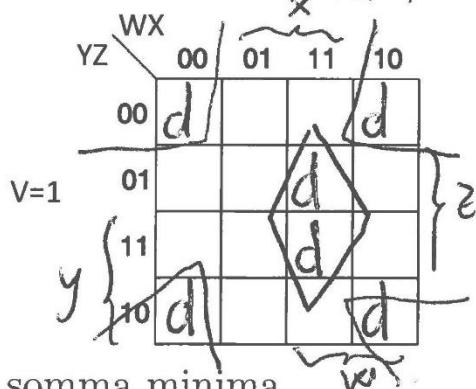
Esercizi sulle Mappe di Karnaugh

Data la funzione $F(V, W, X, Y, Z)$ tale che DC-set = $(0, 2, 10, 12, 13, 16, 18, 24, 26, 29, 31)$, ON-set = $(4, 5, 8, 15)$: i) completare la mappa di Karnaugh (individuando implicanti primi, celle singolari e implicanti primi essenziali); ii) ricavare l'espressione di F come somma minima; iii) ricavare l'espressione di F come prodotto minimo; iv) implementare in logica CMOS la somma minima.



Implicanti Primi
($\times \equiv$ Essenziali)

		$\bar{X} \cdot \bar{Z}$	
		$\bar{V} \cdot X \cdot \bar{Y}$	
		$\bar{V} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z}$	
		$W \cdot X \cdot Z$	



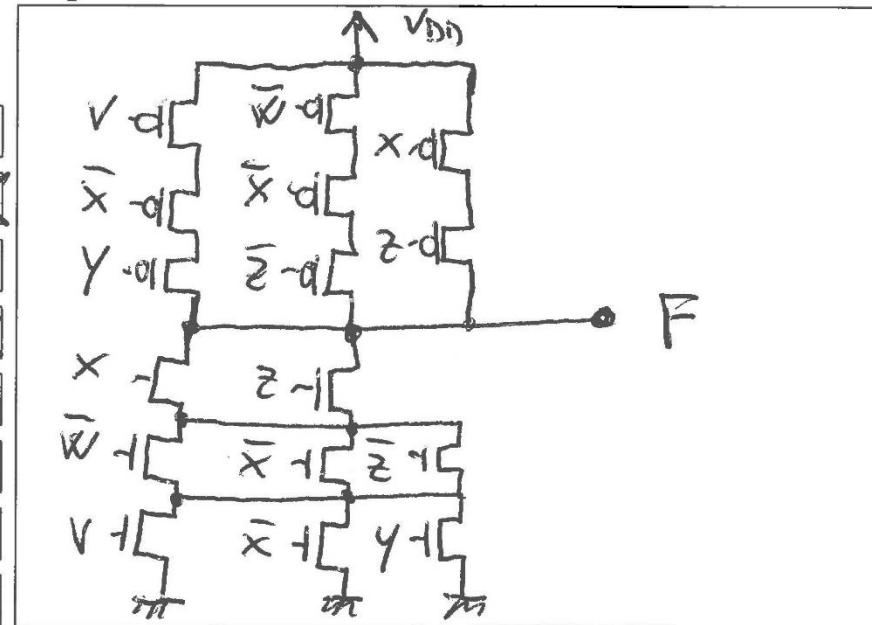
somma minima

$$F = \bar{V} \cdot X \cdot \bar{Y} + W \cdot X \cdot Z + \bar{X} \cdot \bar{Z} + \quad + \quad + \quad +$$

prodotto minimo

$$F = \bar{V} \cdot (W + \bar{Y}) \cdot (X + \bar{Z}) \cdot (\bar{Y} + Z) \cdot \quad$$

Implementazione Circuitale CMOS:



Esercizi su Algebra Binaria e Mappe di Karnaugh da compiti del:

12 gennaio 2016

9 febbraio 2016

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

1. Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione \mathcal{F} logica:

$$(A \oplus B \oplus E \oplus B) \cdot [(C \oplus \bar{D}) \cdot (A \oplus \bar{E}) + (\bar{A} \oplus E) \cdot (B \oplus 1) + (\bar{C} \oplus D) \cdot (\bar{B} \oplus 0)] + [(B + \bar{C}) \cdot (E \oplus E \oplus E)]$$

somma minima $\mathcal{F} = \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad}$

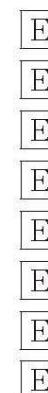
2. Data la funzione logica non completamente determinata $\mathcal{U}(D, E, F, G, H)$ tale che:

DC-set = (1, 4, 6, 9, 10, 17, 20, 22, 25, 26, 28), ON-set = (5, 7, 13, 15, 21, 23, 29); *i*) completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); *ii*) ricavare l'espressione di \mathcal{U} come somma minima; *iii*) ricavare l'espressione di \mathcal{U} come prodotto minimo; *iv*) implementare in logica NAND a 2 ingressi (NAND2) il prodotto minimo.

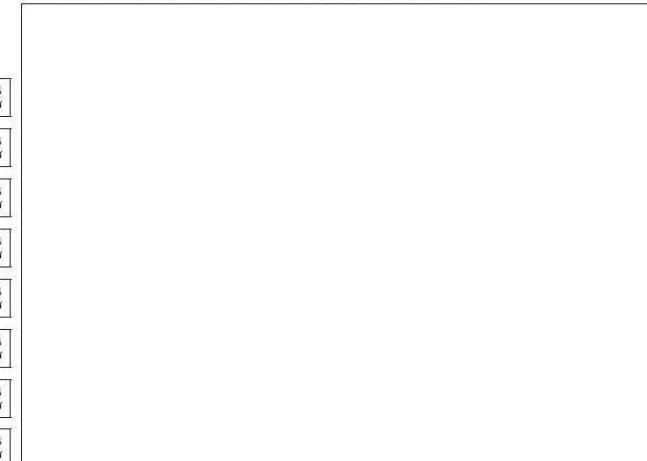
		EF	00	01	11	10
		D=0				
GH		00				
	00					
	01					
	11					
	10					

		EF	00	01	11	10
		D=1				
GH		00				
	00					
	01					
	11					
	10					

Implicanti Primi
(\times ≡ Essenziali)



Implementazione Circuitale NAND2:



somma minima

$$\mathcal{U} = \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad}$$

prodotto minimo

$$\mathcal{U} = \boxed{\quad\quad\quad} \cdot \boxed{\quad\quad\quad} \cdot \boxed{\quad\quad\quad} \cdot \boxed{\quad\quad\quad} \cdot \boxed{\quad\quad\quad}$$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

1. Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione \mathcal{F} logica:

$$(A \oplus B \oplus E \oplus B) \cdot [(C \oplus \overline{D}) \cdot (A \oplus \overline{E}) + (\overline{A} \oplus E) \cdot (B \oplus 1) + (\overline{C} \oplus D) \cdot (\overline{B} \oplus 0)] + \overline{[(B + \overline{C}) \cdot (E \oplus E \oplus E)]}$$

somma minima $\mathcal{F} = \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{}$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

1. Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione \mathcal{F} logica:

$$(A \oplus B \oplus E \oplus B) \cdot [(C \oplus \bar{D}) \cdot (A \oplus \bar{E}) + (\bar{A} \oplus E) \cdot (B \oplus 1) + (\bar{C} \oplus D) \cdot (\bar{B} \oplus 0)] + [(B + \bar{C}) \cdot (E \oplus E \oplus E)]$$

$$\begin{aligned}
 &= [(A \oplus E) \oplus 0] \cdot [(\bar{C} \oplus \bar{D}) \cdot (\bar{A} \oplus \bar{E}) + (\bar{C} \oplus D) \cdot \bar{B}] + [(B + C) \cdot E] = (A \oplus E) \cdot [(\bar{C} \oplus \bar{D}) \cdot (\bar{A} \oplus \bar{E}) + \\
 &\text{CONs.} \\
 &+ (\bar{C} \oplus D) \cdot \bar{B}] + \bar{B}\bar{C} + \bar{E} = (A \oplus E) \cdot (\bar{C} \oplus D) \cdot \bar{B} + \bar{B}\bar{C} + \bar{E} = (A\bar{E} + \bar{A}E) \cdot (\bar{C} \oplus D) \cdot \bar{B} + \bar{B}\bar{C} + \bar{E} = \\
 &= \bar{A} \cdot (\bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{C} \cdot D) \cdot \bar{B} + \bar{B}\bar{C} + \bar{E} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}\cdot D + \bar{B}\cdot\bar{C} + \bar{E} = \bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{D} + \bar{B}\bar{C} + \bar{E}
 \end{aligned}$$

somma minima $\mathcal{F} = \boxed{} + \boxed{} \bar{E} + \boxed{} \bar{B}\bar{C} + \boxed{} \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \boxed{} + \boxed{}$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

2. Data la funzione logica non completamente determinata $\mathcal{U}(D, E, F, G, H)$ tale che:

DC-set = (1, 4, 6, 9, 10, 17, 20, 22, 25, 26, 28), ON-set = (5, 7, 13, 15, 21, 23, 29); *i*) completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); *ii*) ricavare l'espressione di \mathcal{U} come somma minima; *iii*) ricavare l'espressione di \mathcal{U} come prodotto minimo; *iv*) implementare in logica NAND a 2 ingressi (NAND2) il prodotto minimo.

		EF	00	01	11	10
		GH				
		00				
D=0		01				
		11				
		10				

		EF	00	01	11	10
		GH				
		00				
D=1		01				
		11				
		10				

Implicanti Primi
($\times \equiv$ Essenziali)

Implementazione Circuitale NAND2:



somma minima

$$\mathcal{U} = \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$$

prodotto minimo

$$\mathcal{U} = \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad}$$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

DC-set = (1, 4, 6, 9, 10, 17, 20, 22, 25, 26, 28), ON-set = (5, 7, 13, 15, 21, 23, 29)

		EF	00	01	11	10
		GH	00	01	11	10
D=0		00				
D=0	01					
	11					
D=0	10					

		EF	00	01	11	10
		GH	00	01	11	10
D=0		00				
D=0	01					
	11					
D=0	10					

		EF	00	01	11	10
		GH	00	01	11	10
D=1		00				
D=1	01					
	11					
D=1	10					

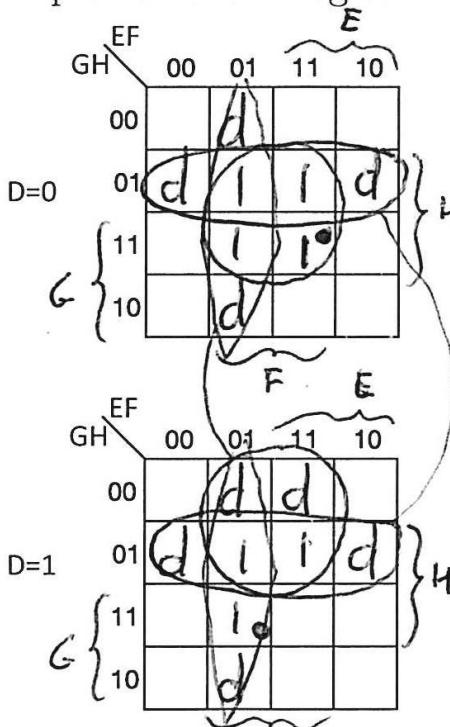
		EF	00	01	11	10
		GH	00	01	11	10
D=1		00				
D=1	01					
	11					
D=1	10					

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

2. Data la funzione logica non completamente determinata $\mathcal{U}(D, E, F, G, H)$ tale che:

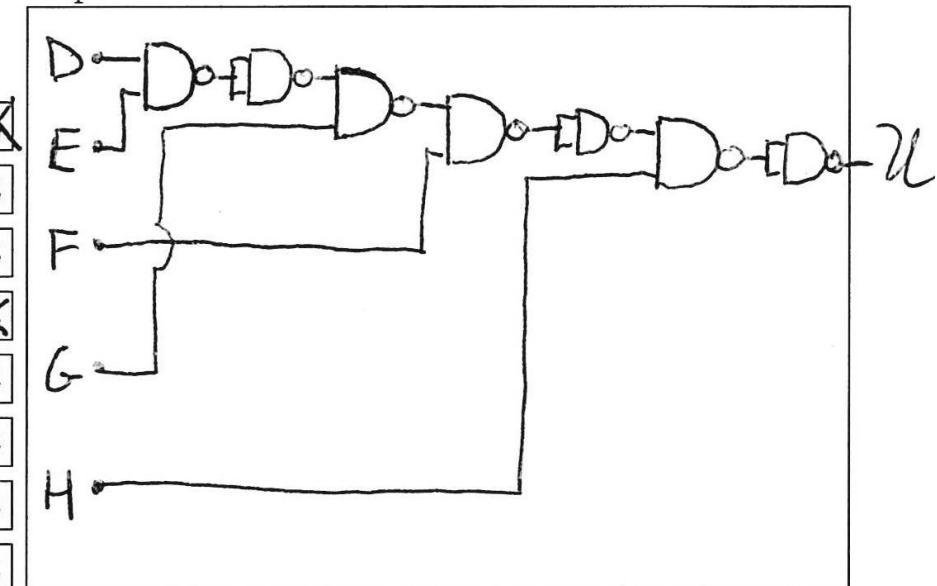
DC-set = (1, 4, 6, 9, 10, 17, 20, 22, 25, 26, 28), ON-set = (5, 7, 13, 15, 21, 23, 29); *i*) completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); *ii*) ricavare l'espressione di \mathcal{U} come somma minima; *iii*) ricavare l'espressione di \mathcal{U} come prodotto minimo; *iv*) implementare in logica NAND a 2 ingressi (NAND2) il prodotto minimo.



Implicanti Primi
($\times \equiv$ Essenziali)

		$\bar{E} \cdot F$
		$\bar{G} \cdot H$
		$\bar{D} \cdot F \cdot H$

Implementazione Circuitale NAND2:



somma minima

$$U = \boxed{\bar{E} \cdot F} + \boxed{\bar{G} \cdot H} + \boxed{\bar{D} \cdot F \cdot H} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$$

prodotto minimo

$$U = \boxed{F} \cdot \boxed{H} \cdot \boxed{(\bar{D} + \bar{E} + \bar{G})} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad}$$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

1. Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione \mathcal{F} logica:

$$\left\{ \left[\left(\overline{((\overline{A} \cdot B) \cdot C)} \cdot \overline{B} \right) + (A \oplus C) \right] \cdot [A + \overline{B} + (\overline{A} \oplus \overline{B})] \cdot [(B \oplus C) + (\overline{B} \oplus 1)] \cdot [B + (\overline{C} \oplus 1) + \overline{D} + (\overline{D} \oplus E)] \right\}$$

somma minima $\mathcal{F} = \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad}$

2. Data la funzione logica non completamente determinata $\mathcal{U}(C, D, E, F, G)$ tale che:

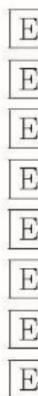
DC-set = (0, 5, 12, 14, 22, 31), OFF-set = (1, 4, 6, 7, 9, 13, 15, 16, 17, 20, 21); *i*) completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); *ii*) ricavare l'espressione di \mathcal{U} come somma minima; *iii*) ricavare l'espressione di \mathcal{U} come prodotto minimo; *iv*) implementare in logica NOR a 2 ingressi (NOR2) il prodotto minimo.

		DE	00	01	11	10
		FG				
C=0	00					
	01					
	11					
	10					

		DE	00	01	11	10
		FG				
C=1	00					
	01					
	11					
	10					

Implicanti Primi
($\times \equiv$ Essenziali)

Implementazione Circuitale NOR2:



somma minima

$$\mathcal{U} = \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad} + \boxed{\quad\quad\quad}$$

prodotto minimo

$$\mathcal{U} = \boxed{\quad\quad\quad} \cdot \boxed{\quad\quad\quad} \cdot \boxed{\quad\quad\quad} \cdot \boxed{\quad\quad\quad} \cdot \boxed{\quad\quad\quad} \cdot \boxed{\quad\quad\quad}$$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

1. Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione \mathcal{F} logica:

$$\left\{ \overline{\left[\left(\overline{(\overline{A} \cdot B)} \cdot C \right) \cdot \overline{B} \right]} + (A \oplus C) \right\} \cdot [A + \overline{B} + (\overline{A} \oplus \overline{B})] \cdot [(B \oplus C) + (\overline{B} \oplus 1)] \cdot [B + (\overline{C} \oplus 1) + \overline{D} + (\overline{D} \oplus \overline{E})]$$

somma minima $\mathcal{F} = \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{}$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

1. Semplificare come somma minima (riportando i passaggi essenziali) la seguente funzione \mathcal{F} logica:

$$\overline{\left\{ \overline{\left(\overline{((\overline{A} \cdot B) \cdot C)} \cdot \overline{B} \right)} + (A \oplus C) \right\}} \cdot [A + \overline{B} + (\overline{A} \oplus \overline{B})] \cdot [(B \oplus C) + (\overline{B} \oplus 1)] \cdot [B + (\overline{C} \oplus 1) + \overline{D} + (\overline{D} \oplus E)]$$

$$\begin{aligned} & \overline{\left\{ [(\overline{B} + C \cdot (\overline{A} + \overline{B})) + A \overline{C} + \overline{A} \cdot C] \cdot [A + \overline{B} + A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{B}] \cdot [\overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot C + B] \cdot [B + C + \overline{D} + D \cdot E + \overline{D} \cdot \overline{E}] \right\}} = \\ & \overline{\left\{ [B + C \cdot \overline{A} + C + A \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot C] \cdot [A + \overline{B}] \cdot [B + C] \cdot [B + C + \overline{D} + E] \right\}} = \overline{[B + C] \cdot [A + \overline{B}] \cdot [B + C]} = \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \end{aligned}$$

somma minima $\mathcal{F} = \boxed{} + \boxed{ \overline{A} \overline{B}} + \boxed{ \overline{B} \overline{C}} + \boxed{ \overline{D} \overline{E}} + \boxed{ \overline{D} E} + \boxed{ \overline{E}}$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

2. Data la funzione logica non completamente determinata $\mathcal{U}(C, D, E, F, G)$ tale che:

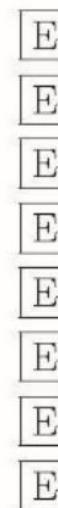
DC-set = (0, 5, 12, 14, 22, 31), OFF-set = (1, 4, 6, 7, 9, 13, 15, 16, 17, 20, 21); *i)* completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); *ii)* ricavare l'espressione di \mathcal{U} come somma minima; *iii)* ricavare l'espressione di \mathcal{U} come prodotto minimo; *iv)* implementare in logica NOR a 2 ingressi (NOR2) il prodotto minimo.

	DE	00	01	11	10
C=0	FG				
	00				
	01				
	11				
	10				

	DE	00	01	11	10
C=1	FG				
	00				
	01				
	11				
	10				

Implicanti Primi
($\times \equiv$ Essenziali)

Implementazione Circuitale NOR2:



somma minima

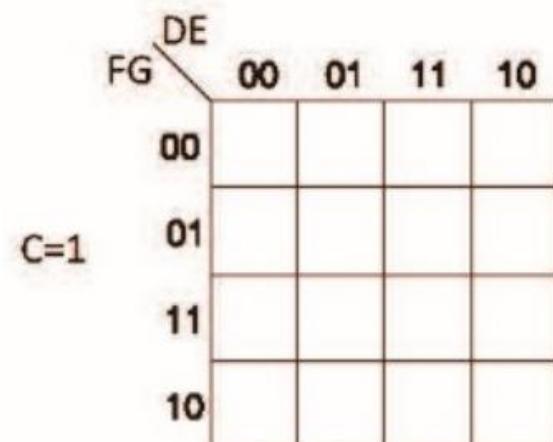
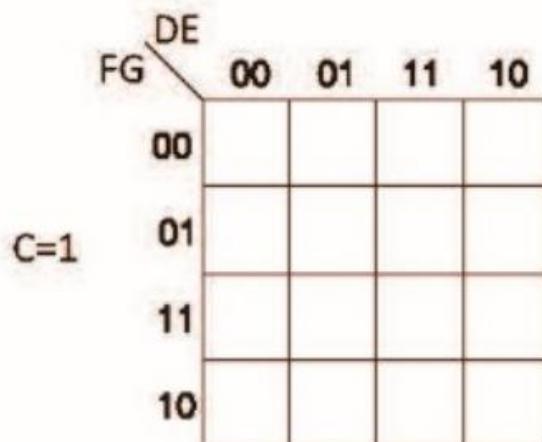
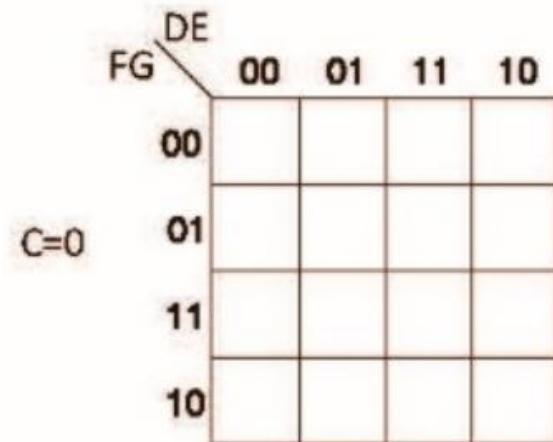
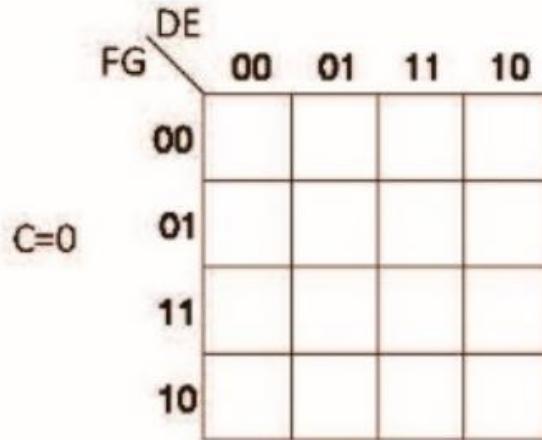
$$\mathcal{U} = \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$$

prodotto minimo

$$\mathcal{U} = \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad}$$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

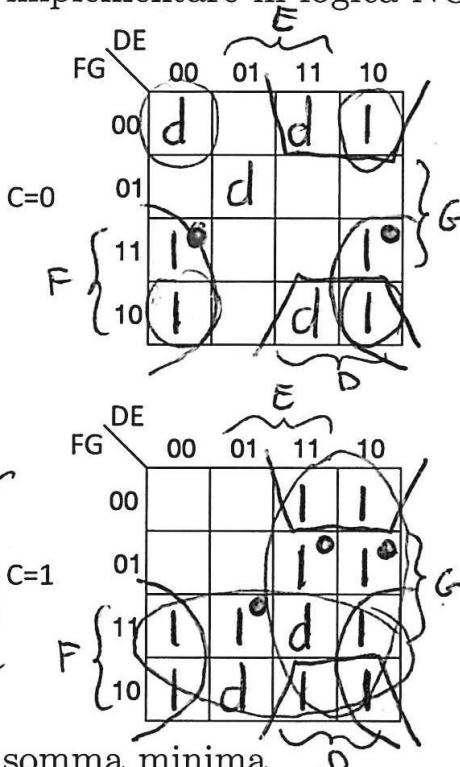
DC-set = (0, 5, 12, 14, 22, 31), OFF-set = (1, 4, 6, 7, 9, 13, 15, 16, 17, 20, 21)



Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria

2. Data la funzione logica non completamente determinata $\mathcal{U}(C, D, E, F, G)$ tale che:

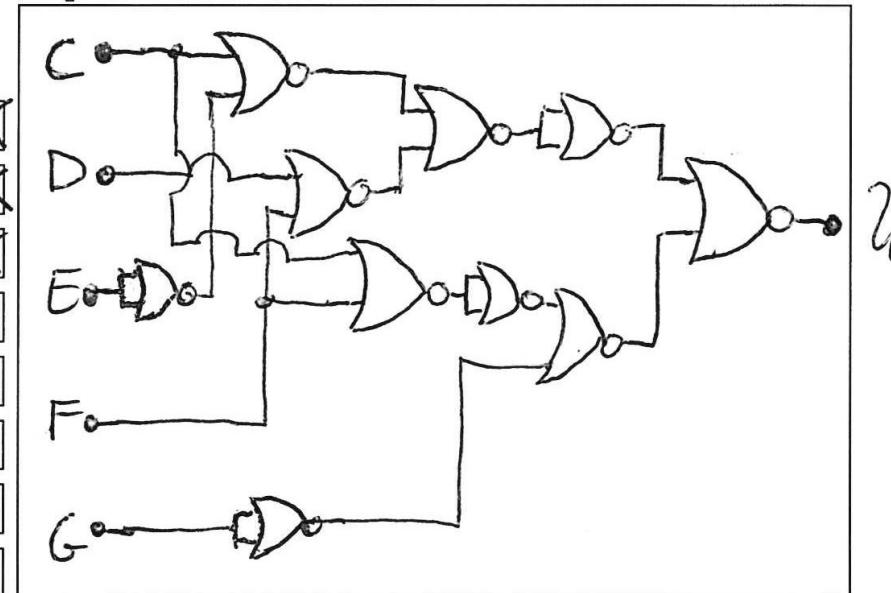
DC-set = (0, 5, 12, 14, 22, 31), OFF-set = (1, 4, 6, 7, 9, 13, 15, 16, 17, 20, 21); *i)* completare la mappa di Karnaugh (indicando implicanti primi, celle singolari, implicanti primi essenziali); *ii)* ricavare l'espressione di \mathcal{U} come somma minima; *iii)* ricavare l'espressione di \mathcal{U} come prodotto minimo; *iv)* implementare in logica NOR a 2 ingressi (NOR2) il prodotto minimo.



Implicanti Primi
(\times ≡ Essenziali)

		C D
		C F
		$\bar{E} \cdot F$
		D G
		$\bar{C} \cdot \bar{E} \cdot \bar{G}$

Implementazione Circuitale NOR2:



somma minima

$$\mathcal{U} = \boxed{C \cdot D} + \boxed{C \cdot F} + \boxed{D \cdot \bar{G}} + \boxed{\bar{E} \cdot F} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad}$$

prodotto minimo

$$\mathcal{U} = \boxed{(C + \bar{E})} \cdot \boxed{(D + F)} \cdot \boxed{(C + F + \bar{G})} \cdot \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad}$$

Esercizi sulle Mappe di Karnaugh e Algebra Binaria