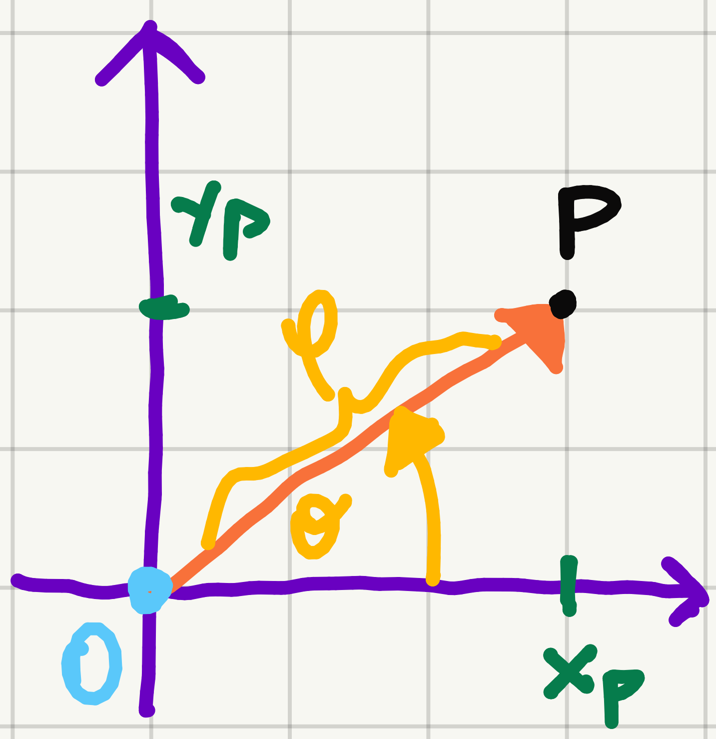
CINEMATICA PUNTO MATERIALE

DEFINIZIONE $\vec{P}$ IN FUNZIONE DI UN SISTEMA DI RIFERIMENTO (=OSSERVATORE)

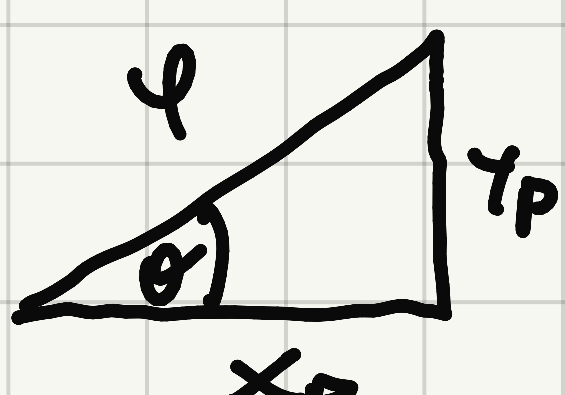


E UNA SUA ORIGINE

COORDINATE CARTESIANE $\vec{P}=x_P\hat{i}+y_P\hat{j}$

COORDINATE POLARI $\vec{P}=\rho e^{i\theta}$ θ = ANOMALIA

RELAZIONI CARTESIANE/POLARI



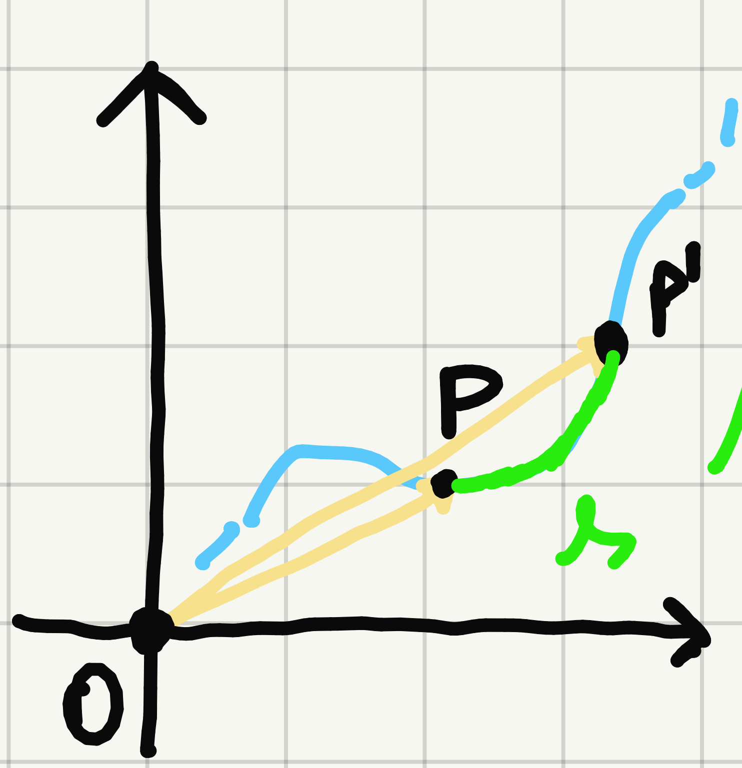
$\rho=\sqrt{x_P^2+y_P^2}$ $y_P=x_P\tan\theta \Rightarrow \theta=\arctan {y_P}/{x_P}$

$x_P=\rho\cos\theta$ $y_P=\rho\sin\theta$ RELAZIONE DI EULERO $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

ANGOLI PARTICOLARI $e^{i0}=1$ $e^{i\pi/2}=i$ $e^{i\pi}=-1$

SPOSTAMENTO

VARIAZIONE DELLE COORDINATE DI P $((x,y),(\rho,\theta))$ IN FUNZIONE DI UN PARAMETRO t. LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI OCCUPATI DA P → TRAIETTORIA

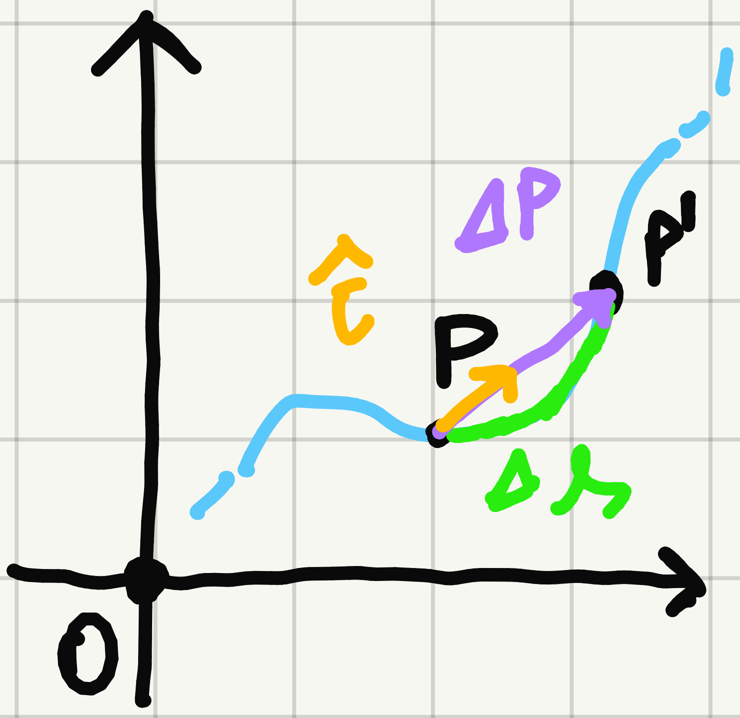


→ RELAZIONE TRA LE DUE COORDINATE

ASCISSA CURVILINEA s → DISTANZA, AL MOMENTO t, DI P' DA P LUNGO LA TRAIETTORIA

$P(t) \Rightarrow P(s(t))$

Velocità



$$\vec v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{d}{dt}P(s(t)) = \frac{dP}{ds}\cdot\frac{ds}{dt} = \dot s\,\frac{dP}{ds}$$

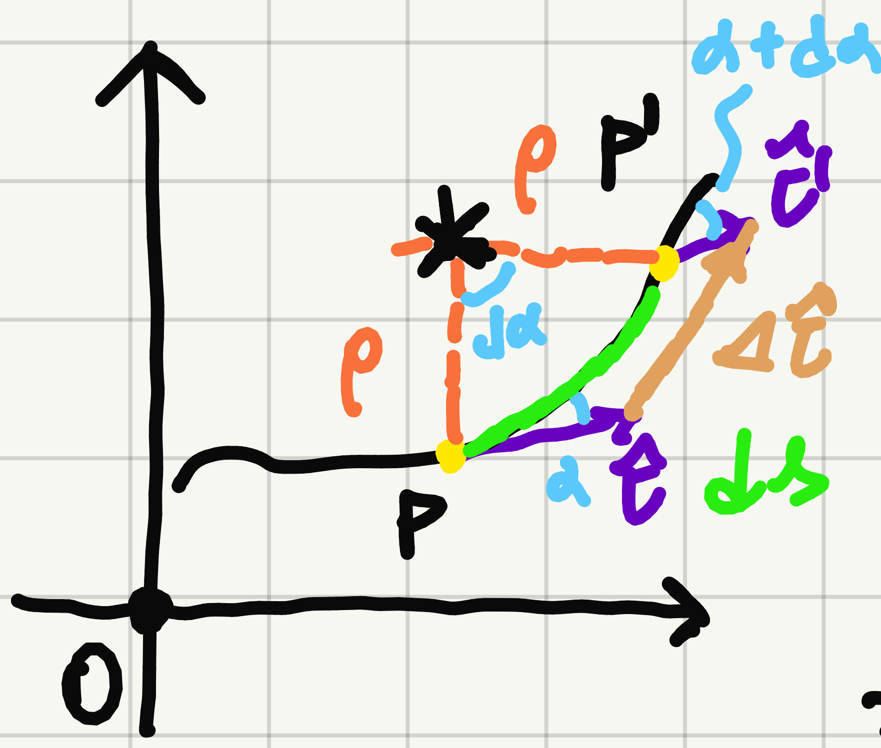
$$\frac{dP}{ds} = \lim_{\Delta s\to 0}\frac{P'-P}{\Delta s} = \frac{P(t+\Delta t)-P(t)}{\Delta s} \qquad \Delta t\to 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta P \simeq \Delta s \Rightarrow \left|\frac{dP}{ds}\right| = 1 \Rightarrow \frac{dP}{ds} = \hat t \qquad \vec v = \dot s\,\hat t$$

Un generico versore è identificato come $\hat t = \dfrac{\vec v}{|\vec v|}$

Accelerazione

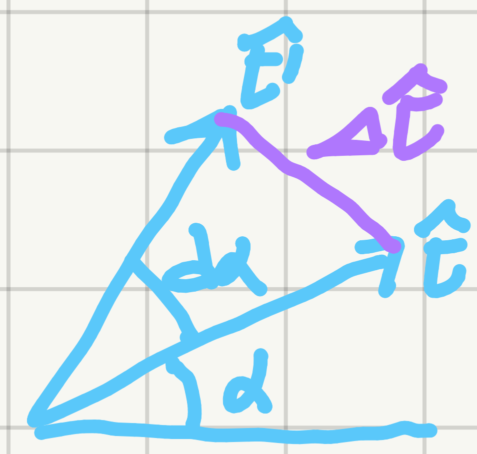
$$\vec a = \frac{d}{dt}\vec v = \frac{d}{dt}\left(\frac{dP}{ds}\cdot\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s}{dt^2}\cdot\frac{dP}{ds} + \frac{ds}{dt}\cdot\frac{d}{dt}\frac{dP}{ds} = \ddot s\,\hat t + \dot s\,\frac{d}{dt}\frac{dP}{ds}$$



- Siano P, P' punti $\in$ traiettoria
- Si identifichi X
- Si identifichi α e la variazione $d\alpha$

$$\frac{d}{dt}\frac{dP}{ds} = \frac{ds}{dt}\cdot\frac{1}{ds}\cdot\frac{dP}{ds} = \dot s\,\frac{d^2P}{ds^2} \Rightarrow \vec a = \ddot s\,\hat t + \dot s^2\frac{d^2P}{ds^2}$$

$$\frac{d^2P}{ds^2} = \frac{d}{ds}\cdot\frac{dP}{ds} = \frac{d}{ds}\hat t = \lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\hat t}{\Delta s}$$



- $ds = \rho\, d\alpha$, con ρ raggio osculatore

- $|\Delta\hat t| = |\hat t|\,d\alpha$ direzione $\Delta\hat t \perp \hat t$ per $\Delta s\to 0$
  $\Rightarrow \Delta t = d\alpha\,\hat n$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\hat t = \frac{d\alpha\,\hat n}{\rho\, d\alpha} = \frac{\hat n}{\rho} \quad\Rightarrow\quad \vec a = \ddot s\,\hat t + \frac{\dot s^2}{\rho}\hat n = \vec a_{tan} + \vec a_{nor}$$

Casi particolari:

- Moto rettilineo $\Rightarrow \rho\to+\infty \Rightarrow \vec a = \vec a_{tan}$

- Moto uniforme $\Rightarrow \ddot s = 0 \Rightarrow \vec a = \vec a_{nor}$

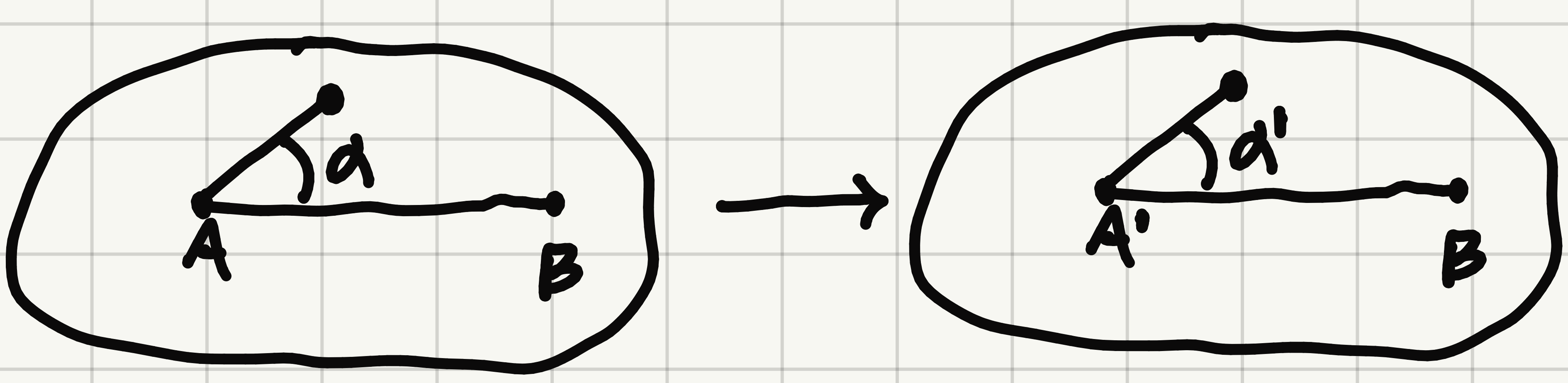
CINEMATICA CORPO RIGIDO

CORPO: INSIEME CONTINUO DI ∞ PUNTI DI FORMA E DIMENSIONE FINITI

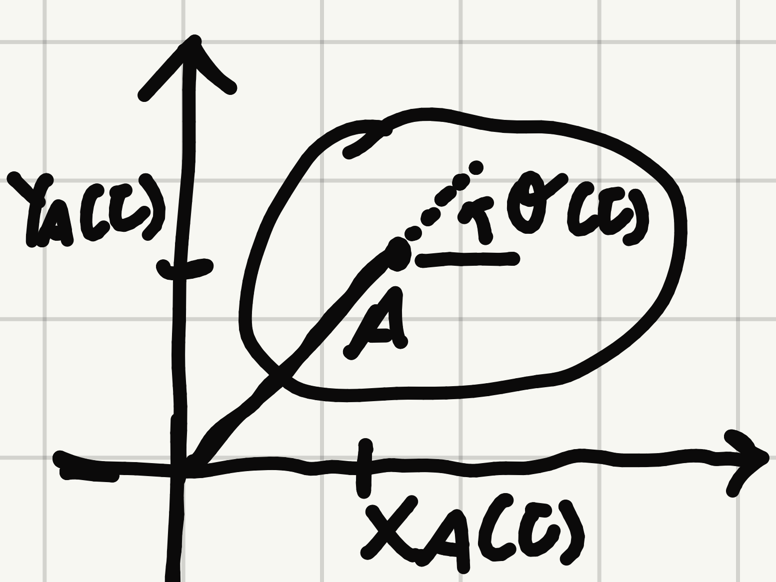
STUDIO MOTO PIANO, CASO DI PUNTI I CUI s, v, a // PIANO DIRETTORE DEL MOTO

ANALISI ATTO DI MOTO, SPOSTAMENTI INFINITESIMI PER CUI SI STUDIANO $s(t), v(t), a(t)$ $\forall$ PUNTO NEL CORPO

CORPO RIGIDO: CORPO CHE NON SUBISCE DEFORMAZIONI. CONSEGUENZE:



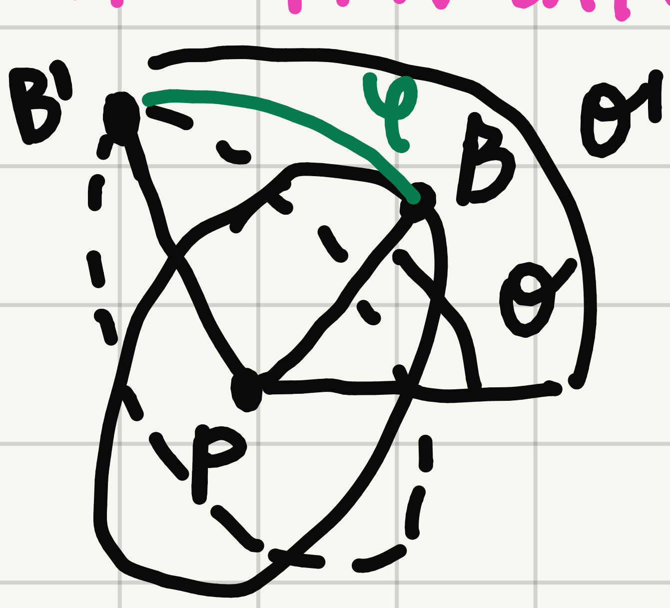
- $AB = A'B$ FISSO
- $\alpha = \alpha'$ FISSO



CORPO RIGIDO CARATTERIZZATO DA 3 GdL:

LE 2 COORDINATE SPAZIALI; ANOMALIA

MOTO TRASLATORIO $\rightarrow$ θ COSTANTE. $P' = P(t+\Delta t)$ $\forall$ $P \in$ CORPO



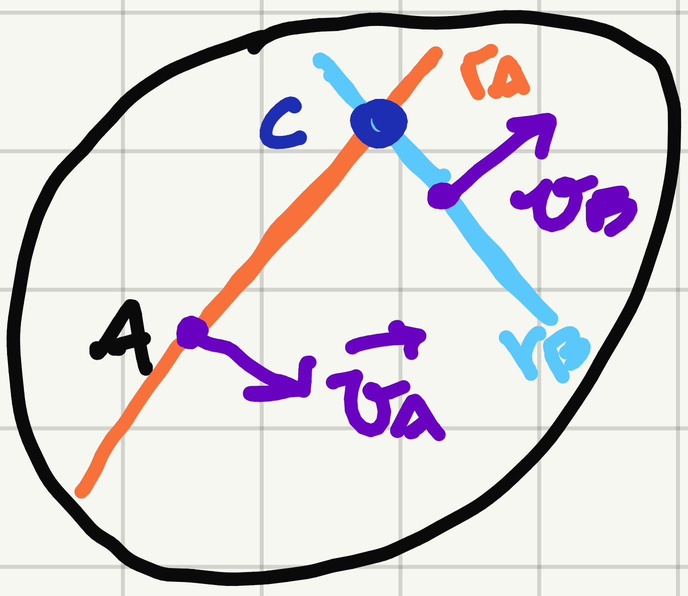
MOTO ROTATORIO $\rightarrow$ x_P, y_P COSTANTI

P = CENTRO DI ROTAZIONE $\varphi = \theta - \theta'$ $\vec{\varphi} = \varphi \hat{k}$

MOTO ROTOTRASLATORIO $\rightarrow$ MOTO ROTATORIO + TRASLAZIONE DI P

NELL'ANALISI DELL'ATTO DI MOTO, SI ESCLUDE IL MOTO ROTOTRASLATORIO:

- $\vec{v}_A, \vec{v}_B$ UGUALI IN MODULO, DIREZIONE, VERSO $\forall A, B$
- $\exists$ CIR C | $\vec{v}_C = 0$

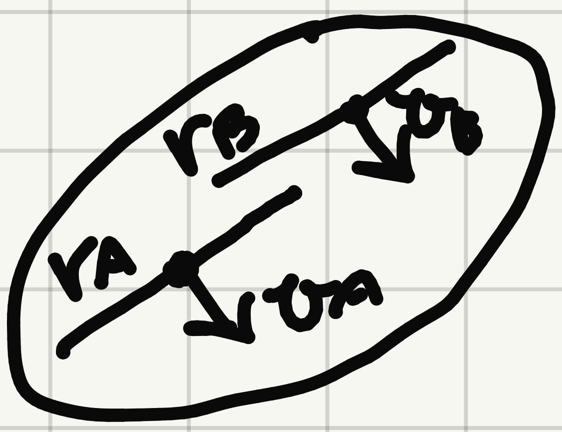


① SIANO $\vec{v}_A \neq \vec{v}_B$

② SIANO $r_A \perp \vec{v}_A$, $r_B \perp \vec{v}_B$

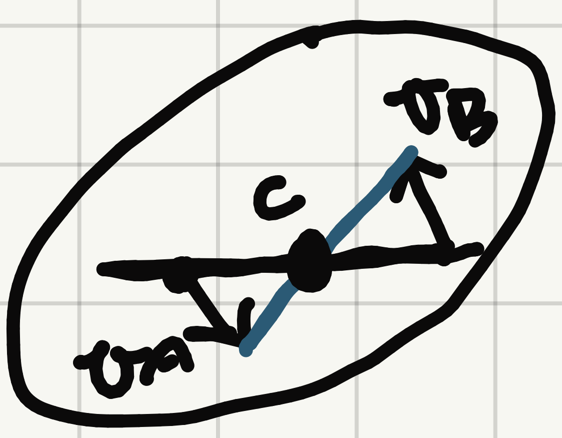
③ $\exists C \mid \vec{v}_C \perp r_A \wedge \vec{v}_C \perp r_B \Rightarrow \vec{v}_C = 0$

$\Rightarrow$ ROTAZIONE (C PUÒ ESSERE ESTERNO ALLA FIGURA)



SE $\vec{v}_A // \vec{v}_B$ E $|\vec{v}_A| = |\vec{v}_B|$, C DEGENERA

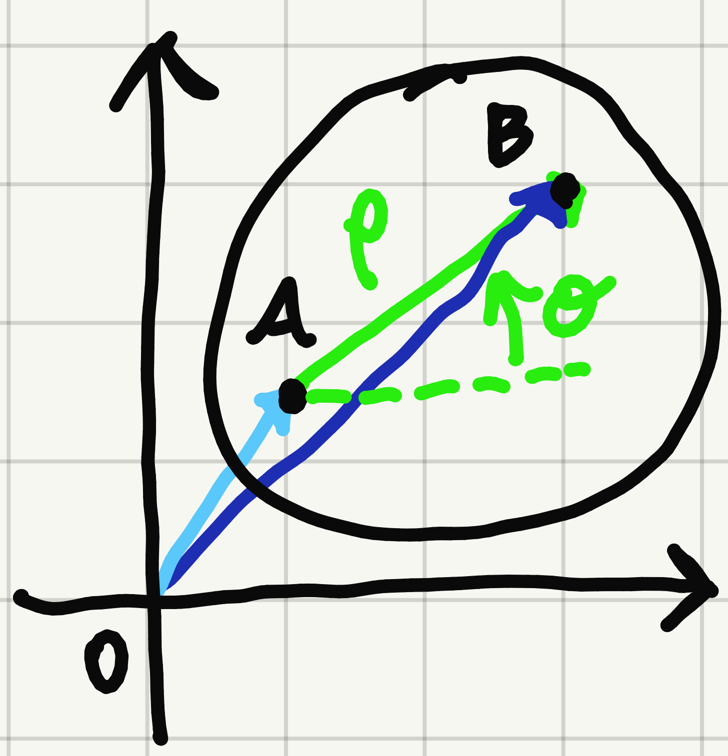
POICHÉ $r_A // r_B \Rightarrow$ TRASLAZIONE



SE $\vec{v}_A // -\vec{v}_B$ E $|\vec{v}_A| = |\vec{v}_B|$,

$\exists C = r_{AB} \cap$ CONG

SPOSTAMENTO

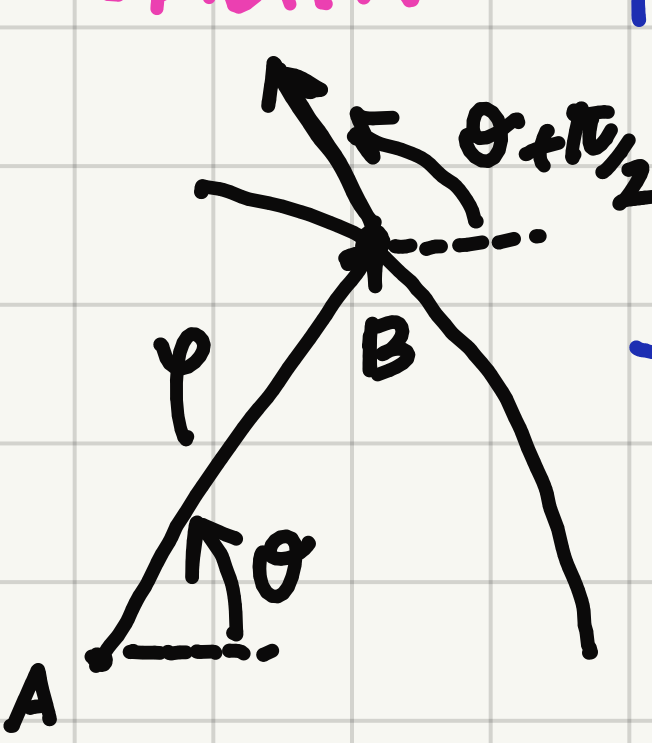


- SCELGO A DI CARATTERISTICHE NOTE
- DESCRIVO B CHE GENERALIZZA TUTTI I PUNTI APPARTENENTI AL CORPO RIGIDO

ρ FISSO PER DEFINIZIONE CORPO RIGIDO

OBIETTIVO $\vec{P}_B = (B-O) = (A-O) + (B-A) = s_A + \rho e^{i\theta}$

VELOCITÀ

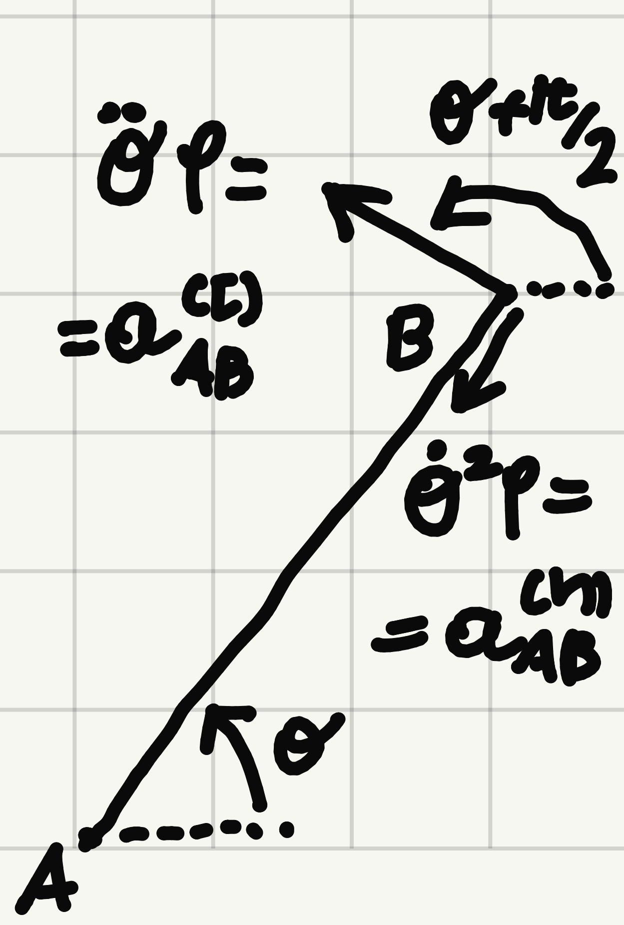


$\vec{v}_B = \frac{d}{dt}\vec{P}_B = \vec{v}_A + \rho \frac{d}{dt} e^{i\theta} = \vec{v}_A + \rho i e^{i\theta} \dot{\theta} =$

$= \vec{v}_A + \rho \dot{\theta} e^{i(\theta + \pi/2)}$ = TRASLAZIONE A + ROTAZIONE BA

TEOREMA DI RIVALS $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times (\overrightarrow{B-A})$

ACCELERAZIONE



$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \frac{d}{dt}\rho\dot{\theta}e^{i(\theta+\pi/2)} = \vec{a}_A + (\rho\ddot{\theta}e^{i(\theta+\pi/2)} - \rho\dot{\theta}^2 e^{i\theta}) = \vec{a}_A + \overrightarrow{a_{BA}^{(t)}} + \overrightarrow{a_{BA}^{(n)}}$

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\omega} \times (\overrightarrow{B-A}) + \vec{\omega}^2 \times (\vec{\omega} \times (\overrightarrow{B-A}))$

$= \vec{a}_A + \vec{\omega} \times (\overrightarrow{B-A}) - \omega^2 (B-A)$ NEL PIANO

! A≡CIR

$\Rightarrow \vec{v}_A = 0$

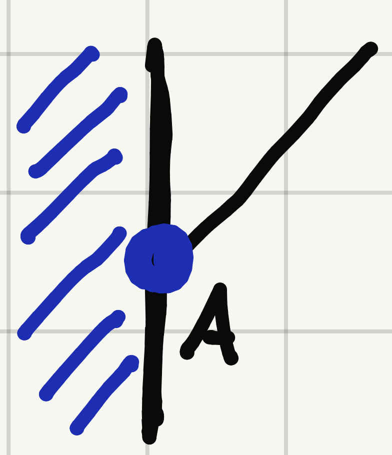
MOTO ROTAZ.

$\Rightarrow \vec{a}_A = 0$

TIPI DI VINCOLI

VINCOLO DI INCASTRO

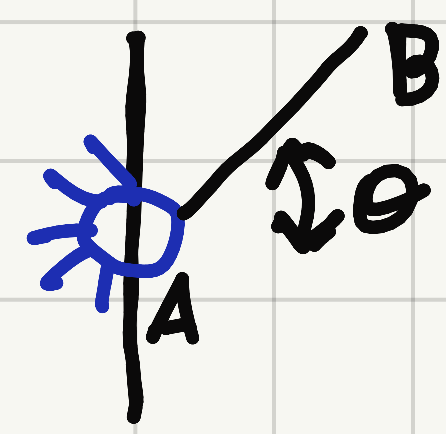
TRIPLO



$$\begin{cases} x_A(t)=0 \\ y_A(t)=0 \\ \theta(t)=0 \end{cases} \forall t$$

VINCOLO DI CERNIERA

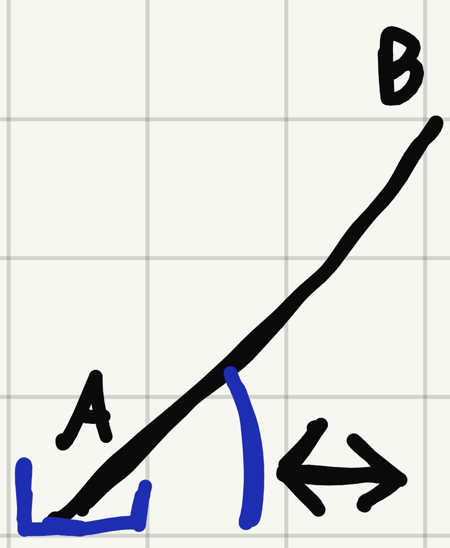
DOPPIO



$$\begin{cases} x_A(t)=0 \\ y_A(t)=0 \end{cases} \forall t$$

VINCOLO DI PATTINO

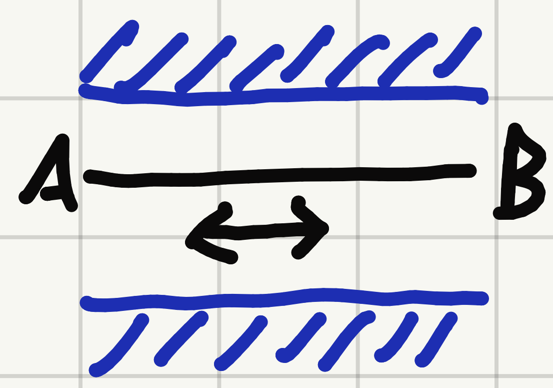
DOPPIO



- NO ROTAZIONI
- NO MOTI ⊥ GUIDA

VINCOLO DI MANICOTTO

DOPPIO

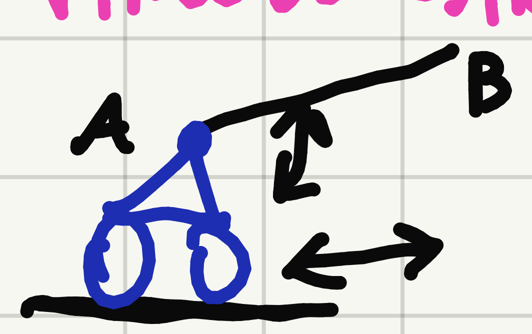


- NO ROTAZIONI
- NO MOTI ⊥ ASSE

! IN 2D, PATTINO = MANICOTTO

VINCOLO CARRELLO + CERNIERA

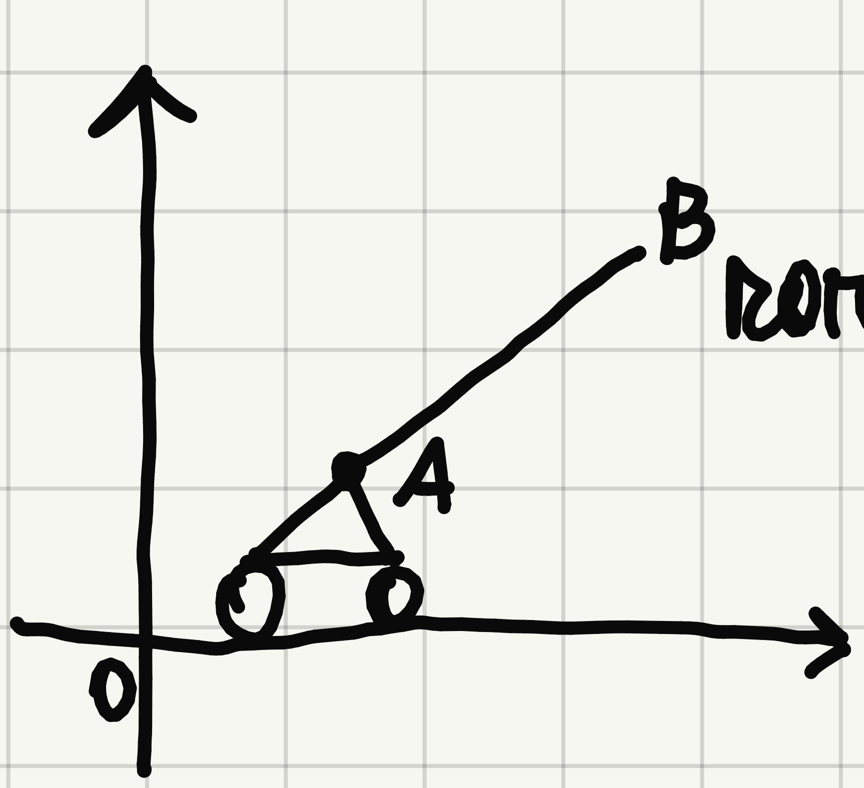
SINGOLO



- NO MOTI ⊥ GUIDA

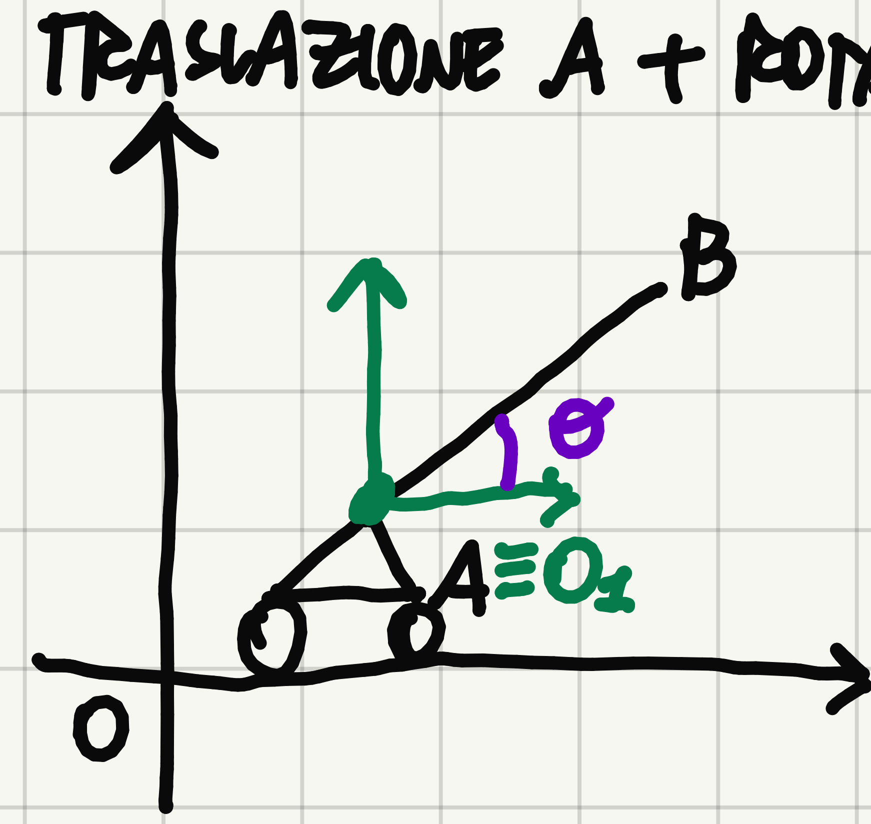
MOTI RELATIVI

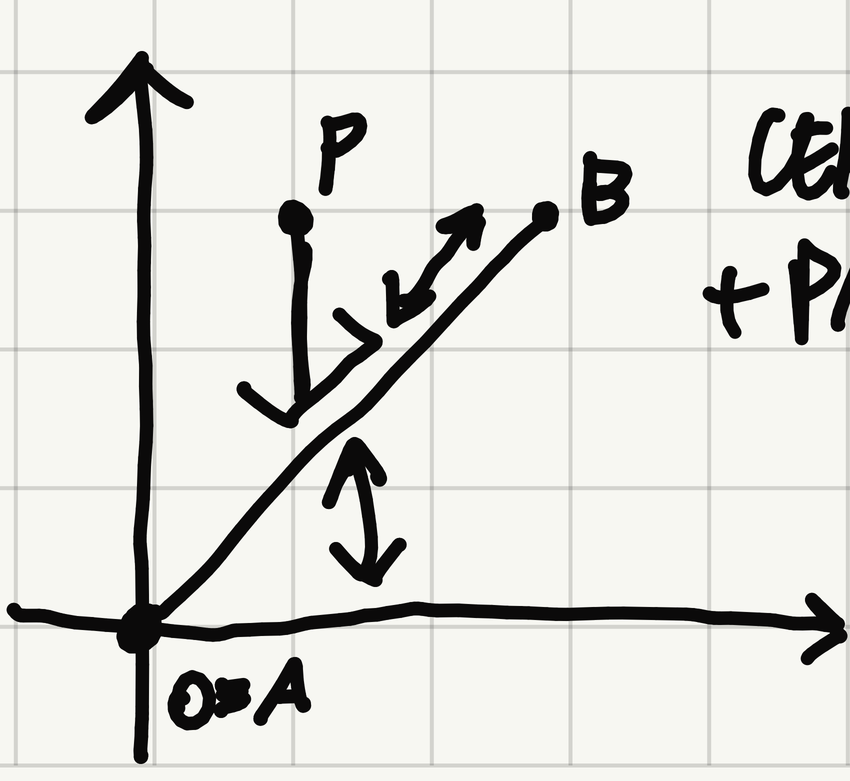
ESEMPI DI CASI UTILI



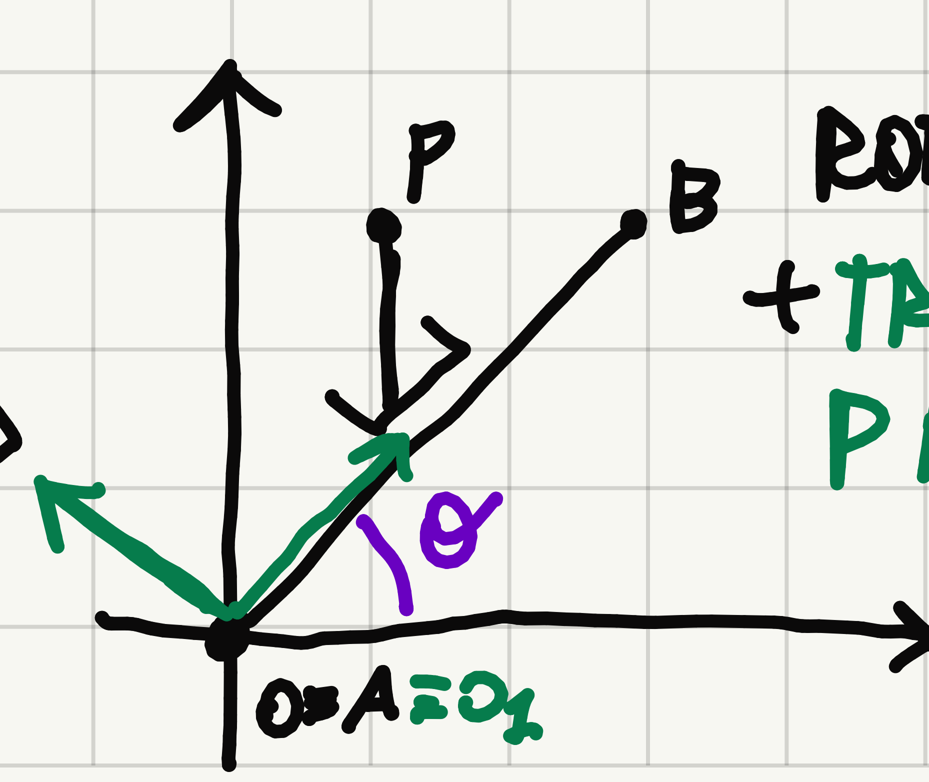
AB → MOTO ROTOTRASLATORIO ⇒

TRASLAZIONE A + ROTAZIONE θ



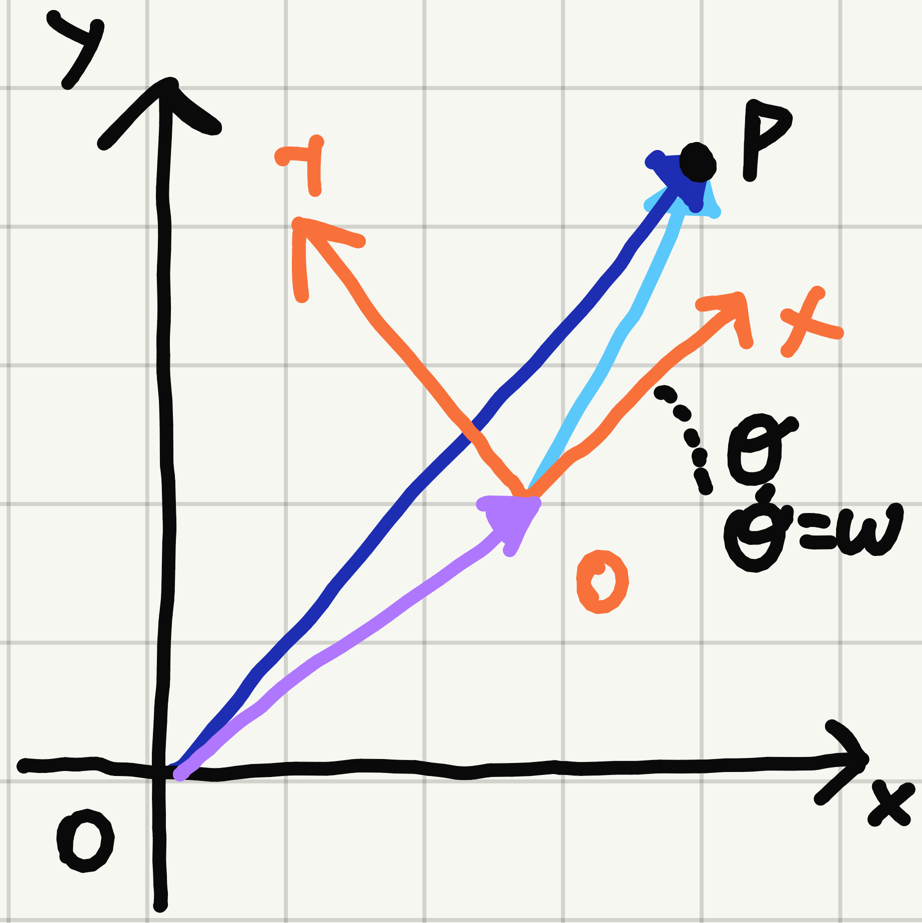


CERNIERA + PATTINO } MOTO ROTO-TRASLATORIO ⇒



ROTAZIONE θ + TRASLAZIONE P RISPETTO O_1

FORMULAZIONE



O' DI CARATTERISTICHE NOTE

! $\hat\imath', \hat\jmath'$ NON COSTANTI IN GENERALE (SISTEMA IN ROTAZIONE)

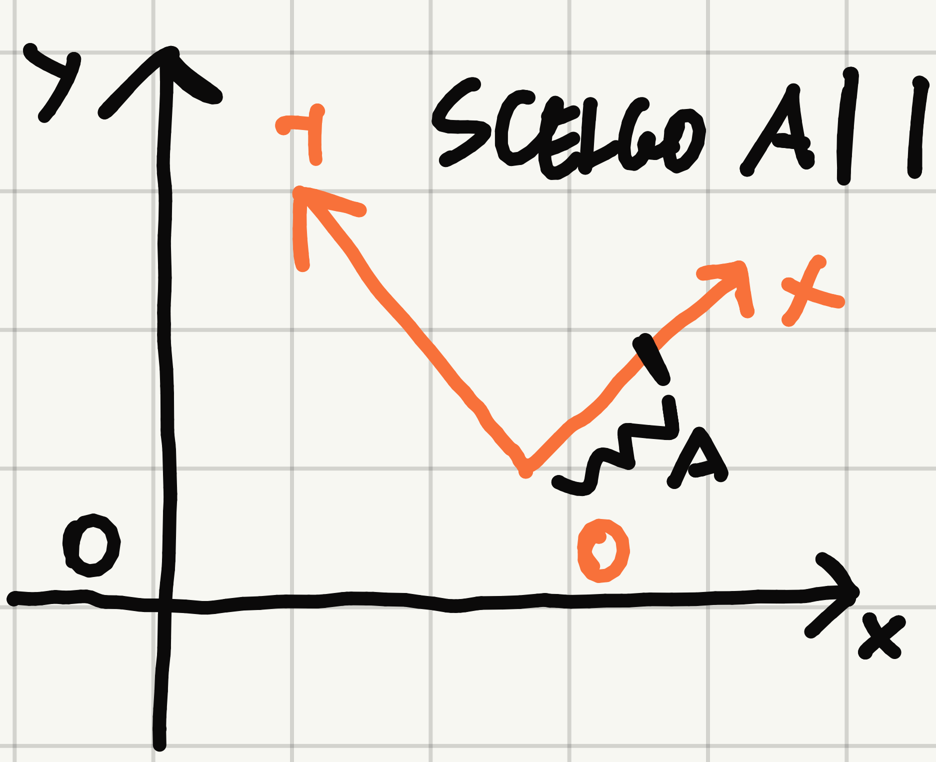
$$(P-O) = (O'-O) + (P-O')$$

$$\begin{cases} (P-O) = X_P \hat\imath + Y_P \hat\imath & \text{OBIETTIVO} \\ (O'-O) = X_{O'} \hat\imath + Y_{O'} \hat\jmath & \text{NOTO} \\ (P-O') = x_P \hat\imath' + y_P \hat\jmath' & \text{DA CALCOLARE} \end{cases}$$

VELOCITÀ

$$\vec v_P = \frac{d}{dt}(O'-O) + \frac{d}{dt}(P-O') = \vec v_{O'} + (\underbrace{\dot x_P \hat\imath' + \dot y_P \hat\jmath'}_{\vec v_{relP}} + x_P \frac{d}{dt}\hat\imath' + y_P \frac{d}{dt}\hat\jmath')$$

$\frac{d}{dt}\hat\imath'$? (ANALOGO PER $\hat\jmath'$)



SCELGO A | $|(A-O')| = 1 \Rightarrow \hat\imath' = (A-O') = (A-O) - (O'-O)$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\hat\imath' = \vec v_A - \vec v_{O'} \\ \text{TEOREMA DI RIVALS } \vec v_A = \vec v_{O'} + \vec\omega \times (A-O') \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\hat\imath' = \vec v_{O'} + \vec\omega \times \hat\imath' - \vec v_{O'} = \vec\omega \times \hat\imath'$$ EQUAZIONE DI POISSON

$$\vec v_P = \vec v_{O'} + \vec v_{relP} + x_P \vec\omega \times \hat\imath' + y_P \vec\omega \times \hat\jmath' = \vec v_{O'} + \vec v_{relP} + \vec\omega \times (x_P \hat\imath' + y_P \hat\jmath') = \vec v_{O'} + \vec v_{relP} + \vec\omega \times (P-O')$$

SI NOTI CHE, SE $O'xy$ NON RUOTA, θ COSTANTE $\Rightarrow \omega = 0$

ACCELERAZIONE

$$\vec a_P = \frac{d}{dt}\vec v_{O'} + \frac{d}{dt}\vec v_{relP} + \frac{d}{dt}(\vec\omega \times (P-O')) = \vec a_{O'} + \frac{d}{dt}(\dot x_P \hat\imath' + \dot y_P \hat\jmath') + \vec\omega \times (P-O') +$$

$$+ \vec\omega \times \frac{d}{dt}(P-O') = \vec a_{O'} + (\ddot x_P \hat\imath' + \ddot y_P \hat\jmath' + \dot x_P \vec\omega \times \hat\imath' + \dot y_P \vec\omega \times \hat\jmath') +$$

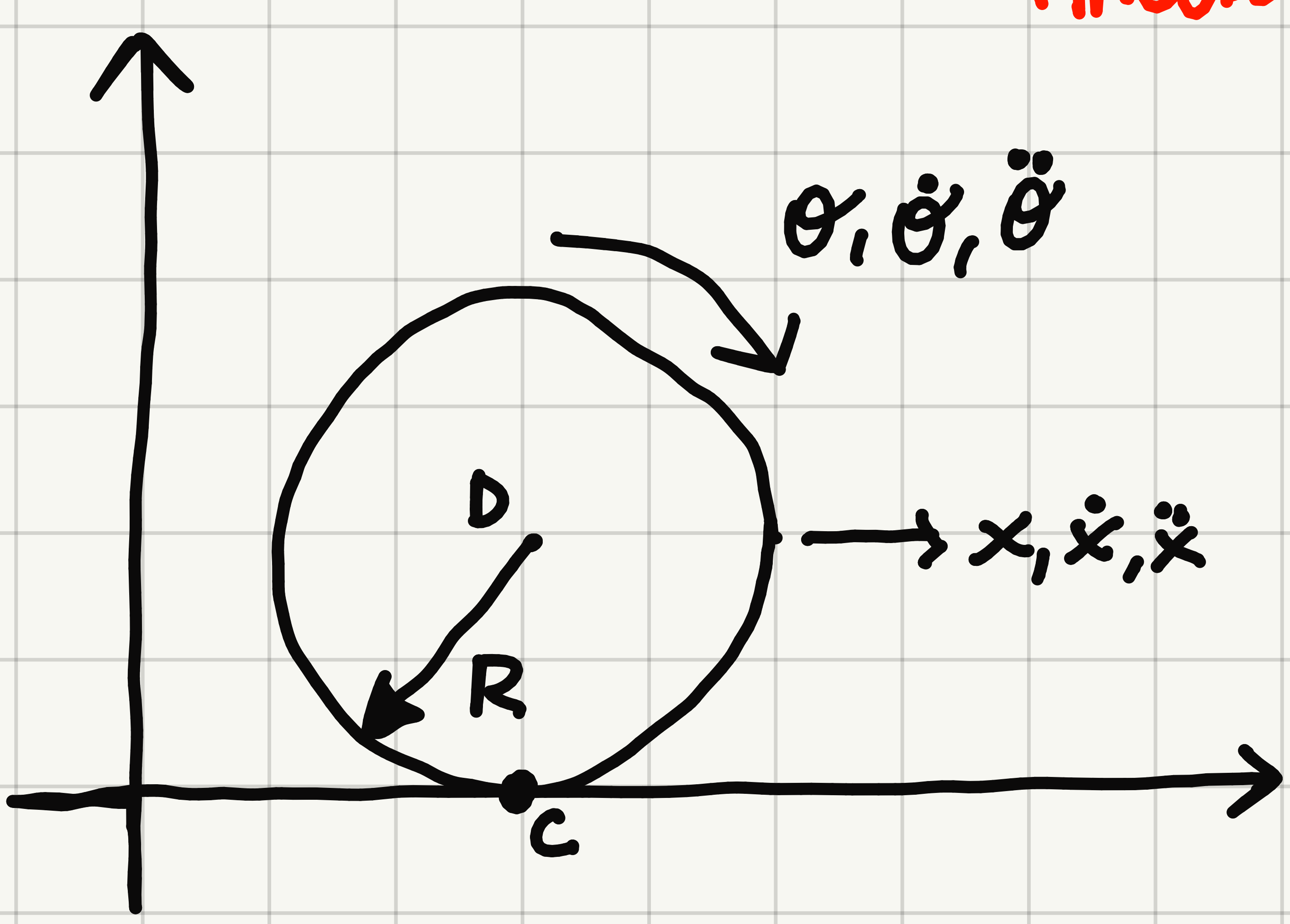
$$+ \vec\omega \times (\vec v_{relP} + \vec\omega \times (P-O')) = \vec a_{O'} + \vec a_{relP} + \vec\omega \times \vec v_{relP} + \vec\omega \times \vec v_{relP} +$$

$+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times(P-O)) = \vec{a}_O + \underbrace{\underbrace{\dot{\vec{\omega}}\times(P-O)}_{\vec{a}_t} + \underbrace{\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times(P-O))}_{\vec{a}_n}}_{\vec{a}_{rel}} + \underbrace{2\vec{\omega}\times\vec{v}_{relp}}_{\vec{a}_{co}}$

! $\vec{a}_{co}=0$ SE:

- TERNA TRASLANTE $\Rightarrow \vec{\omega}=0$
- P ∈ CORPO RIGIDO $\Rightarrow \vec{v}_{relp}=0$
- $\vec{v}_{relp} \parallel \vec{\omega}$

VINCOLO DI ROTOLAMENTO



CASO VINCOLO DI CONTATTO

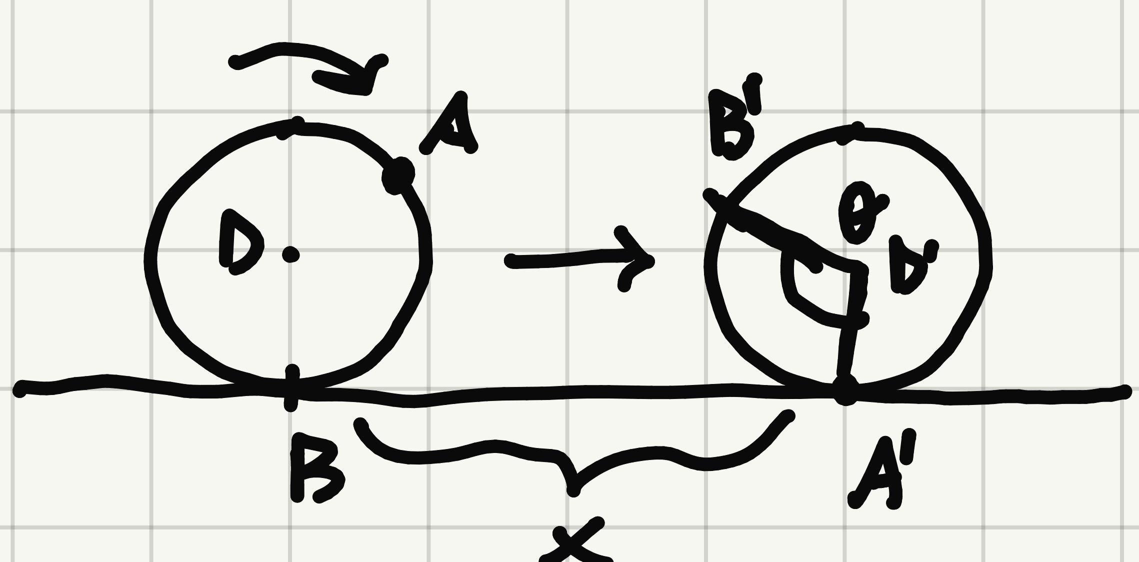
IMPEDISCO I MOTI LUNGO LA ⊥ ALLA GUIDA PIANA

$\begin{cases} x_D = x \\ y_D = R \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{x_D} = \dot{x} \\ v_{y_D} = 0 \end{cases} \rightarrow x, \theta$ INDIPENDENTI

CASO VINCOLO DI PURO ROTOLAMENTO

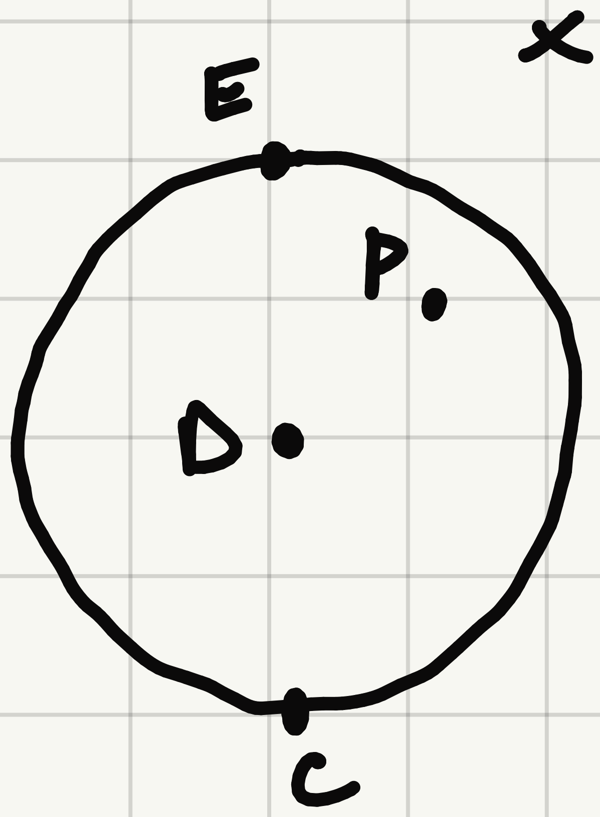
→ IN UNO SPECIFICO t, $\exists C \mid \vec{v}_C = 0$

IMPEDISCO TUTTE LE TRASLAZIONI $\begin{cases} x_D = R \\ y_D = R \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{x_D} = 0 \\ v_{y_D} = 0 \end{cases} \Rightarrow C \equiv CIR \quad x, \theta$ DIPENDENTI



$DD' = x = A'B = R\theta \Rightarrow x = R\theta$

$\rightarrow \vec{v}_D = R\dot{\theta}\hat{i} = R\omega\hat{i} \quad \vec{a}_D = R\dot{\omega}\hat{i}$



PER UN GENERICO P, TEOREMA DI RIVALS

$\vec{v}_P = \cancel{\vec{v}_C} + \vec{\omega}\times(P-C)$. CASO $P \equiv C \rightarrow \vec{v}_P = R\omega\hat{i}$

CASO $P \equiv E \rightarrow \vec{a}_P = R\dot{\omega}\hat{i}$

$\vec{a}_P = \vec{a}_C + \dot{\vec{\omega}}\times(P-C) + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times(P-C))$

$\vec{a}_C = \vec{a}_t + \vec{a}_n + \vec{a}_{co} = (R\ddot{\theta}\hat{i} - R\ddot{\theta}\hat{i}) + R\dot{\theta}^2\hat{j} = R\dot{\theta}^2\hat{j}$

CINEMATICA SISTEMA DI CORPI

① INDIVIDUARE I VINCOLI TRA I CORPI E CALCOLARE I G.D.L.

REGOLA DI GRÜBLER → $n = n_0 - n_v$

- $n_0 = 3 \cdot$ # CORPI (ESCLUSO IL TELAIO)
- $n_v = 1 \cdot$ # VINCOLI SINGOLI $+ 2 \cdot$ # VINCOLI DOPPI $+ 3 \cdot$ # VINCOLI TRIPLI

- $n < 0$ $(n_v > n_0)$ → STRUTTURA IPERSTATICA
- $n = 0$ → STRUTTURA ISOSTATICA
- $n \geq 1$ → MECCANISMO

NEI NOSTRI CASI DI STUDIO, AVREMO SEMPRE $n = 1$

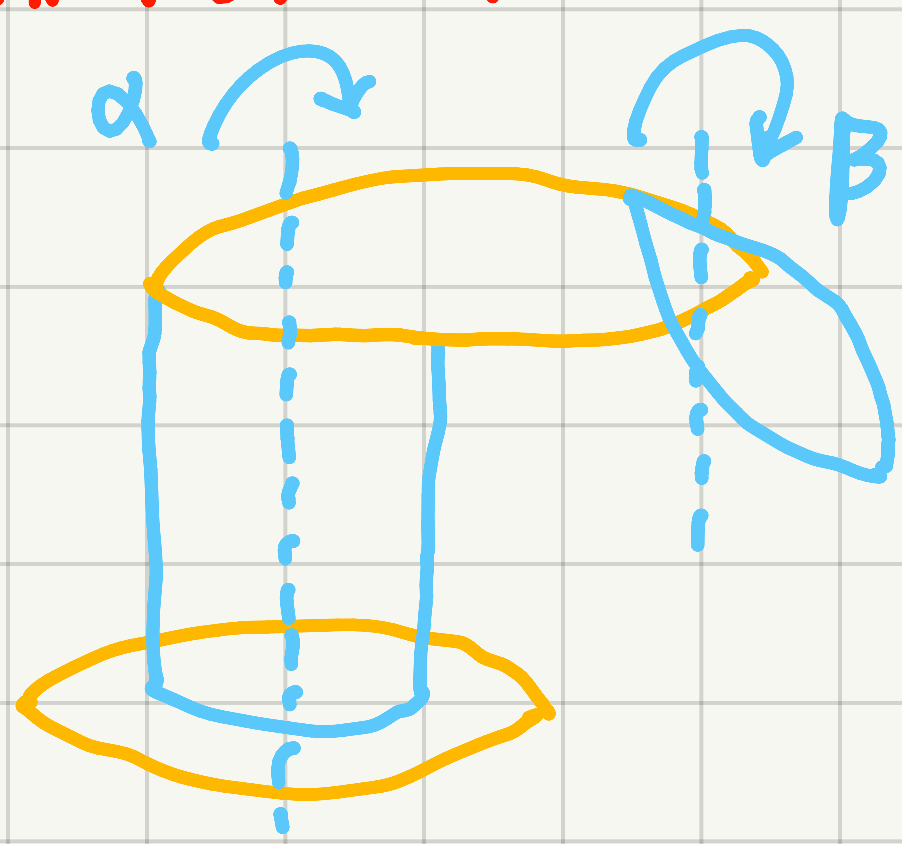
② CATENA CINEMATICA APERTA/CHIUSA

APERTA → CIASCUN CORPO CHE COSTITUISCE IL SISTEMA, INCLUSO IL TELAIO, È CONNESSO UNICAMENTE AL CORPO CHE LO PRECEDE E/O SEGUE

CHIUSA → ALMENO UN CORPO È CONNESSO AD UN ALTRO CHE NÉ LO PRECEDE NÉ LO SEGUE

MANIPOLATORE SCARA

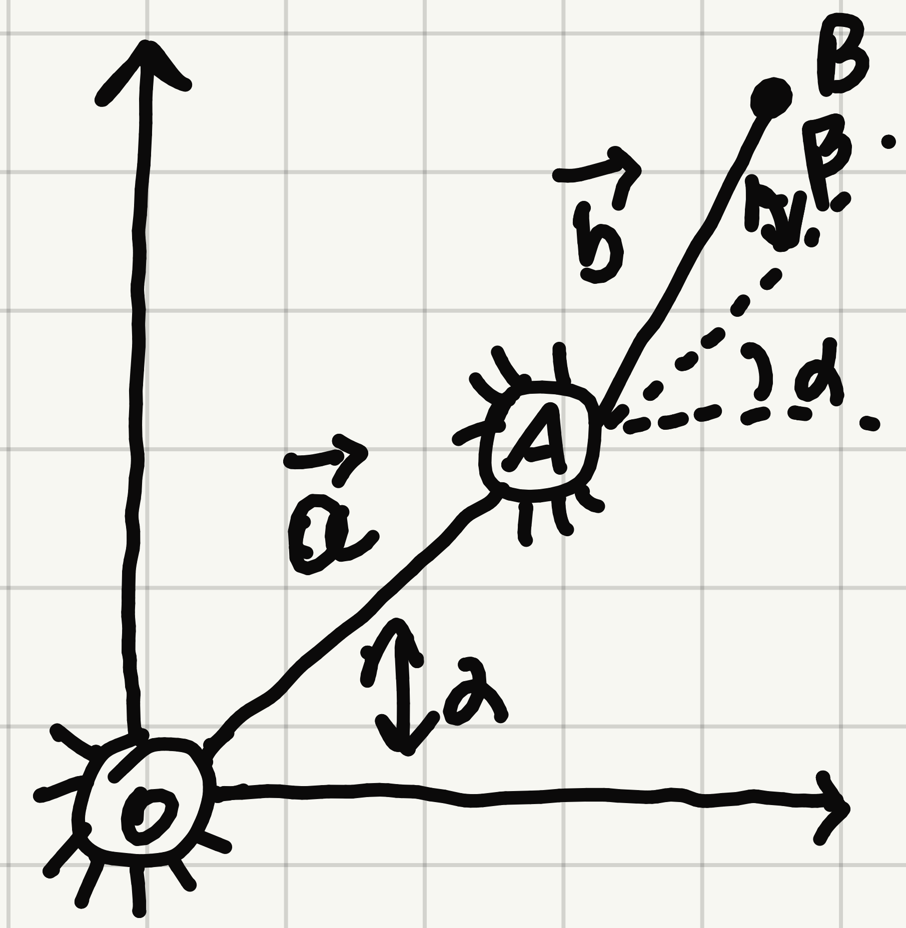
SISTEMA A CATENA APERTA CON 2 GRADI DI LIBERTÀ



CERNIERE

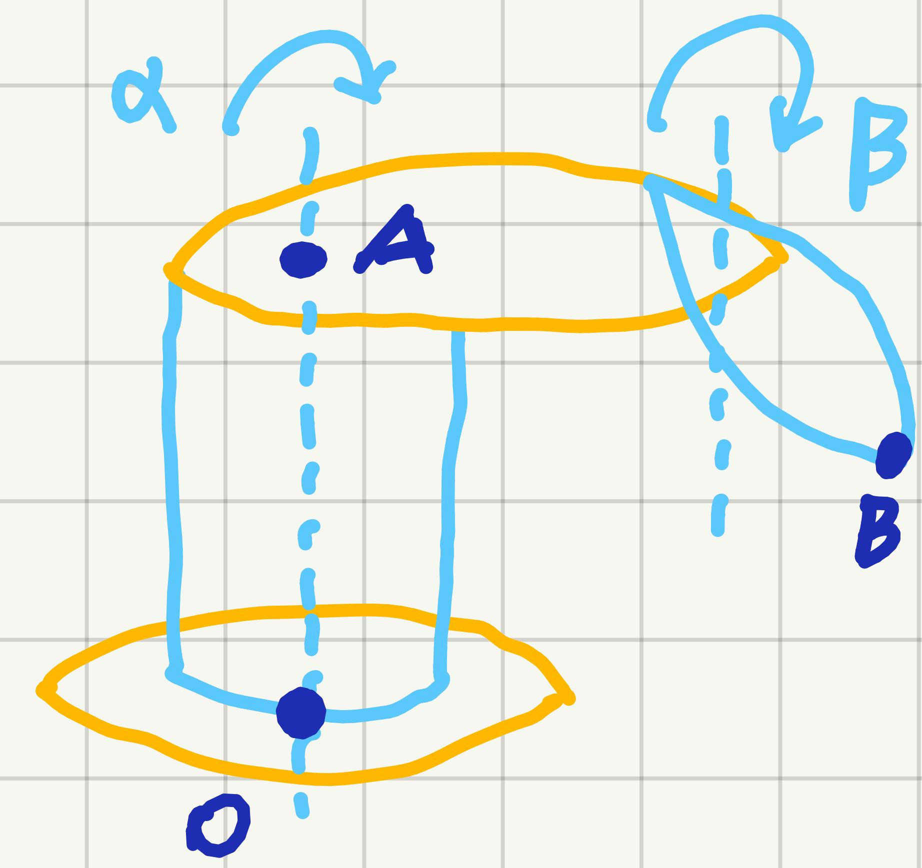
MOTORI CHE REGOLANO ROTAZIONI

1 ANALISI DEL MOTO CON EQUAZIONE VETTORIALE CHE DESCRIVE $\overrightarrow{(B-O)}$



* CERNIERE IN O E A

$$n = n_0 - n_v = $$
$$= 6 - 2\cdot(2)^* $$
$$= 2$$



$$\overrightarrow{(B-O)} = \overrightarrow{(A-O)} + \overrightarrow{(B-A)}$$

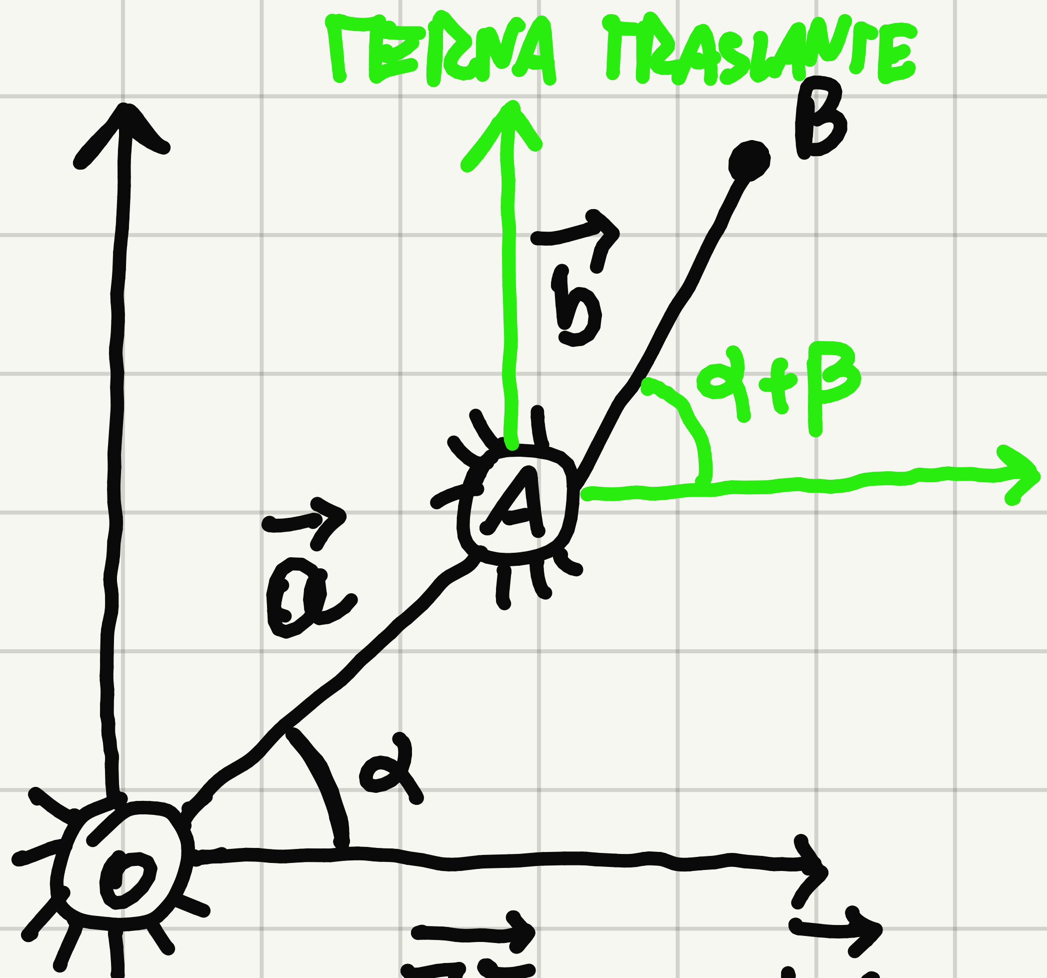
! $(B-O)$ NON RAPPRESENTA NESSUN CORPO

$$\vec P = a e^{i\alpha} + b e^{i(\alpha+\beta)}$$

$$\vec v = a\dot\alpha e^{i(\alpha+\pi/2)} + b(\dot\alpha+\dot\beta)e^{i(\alpha+\beta+\pi/2)}$$

$$\vec a = a\ddot\alpha e^{i(\alpha+\pi/2)} - a\dot\alpha^2 e^{i\alpha} + b(\ddot\alpha+\ddot\beta)e^{i(\alpha+\beta+\pi/2)} -$$
$$- b(\dot\alpha+\dot\beta)^2 e^{i(\alpha+\beta)}$$

2 MOTI RELATIVI



$$\vec v = \vec v_{trB} + \vec v_{relB}$$

$$\vec v_{trB} = \vec v_A + \cancel{\vec\omega} \times \vec b =$$

$$= \vec\omega_\alpha \times \vec a = \dot\alpha \hat k \times \vec a = a\dot\alpha e^{i(\alpha+\pi/2)}$$

$$\vec v_{relB} = \vec\omega_{\alpha+\beta} \times \vec b = (\dot\alpha+\dot\beta)\hat k \times \vec b = b(\dot\alpha+\dot\beta)e^{i(\alpha+\beta+\pi/2)}$$

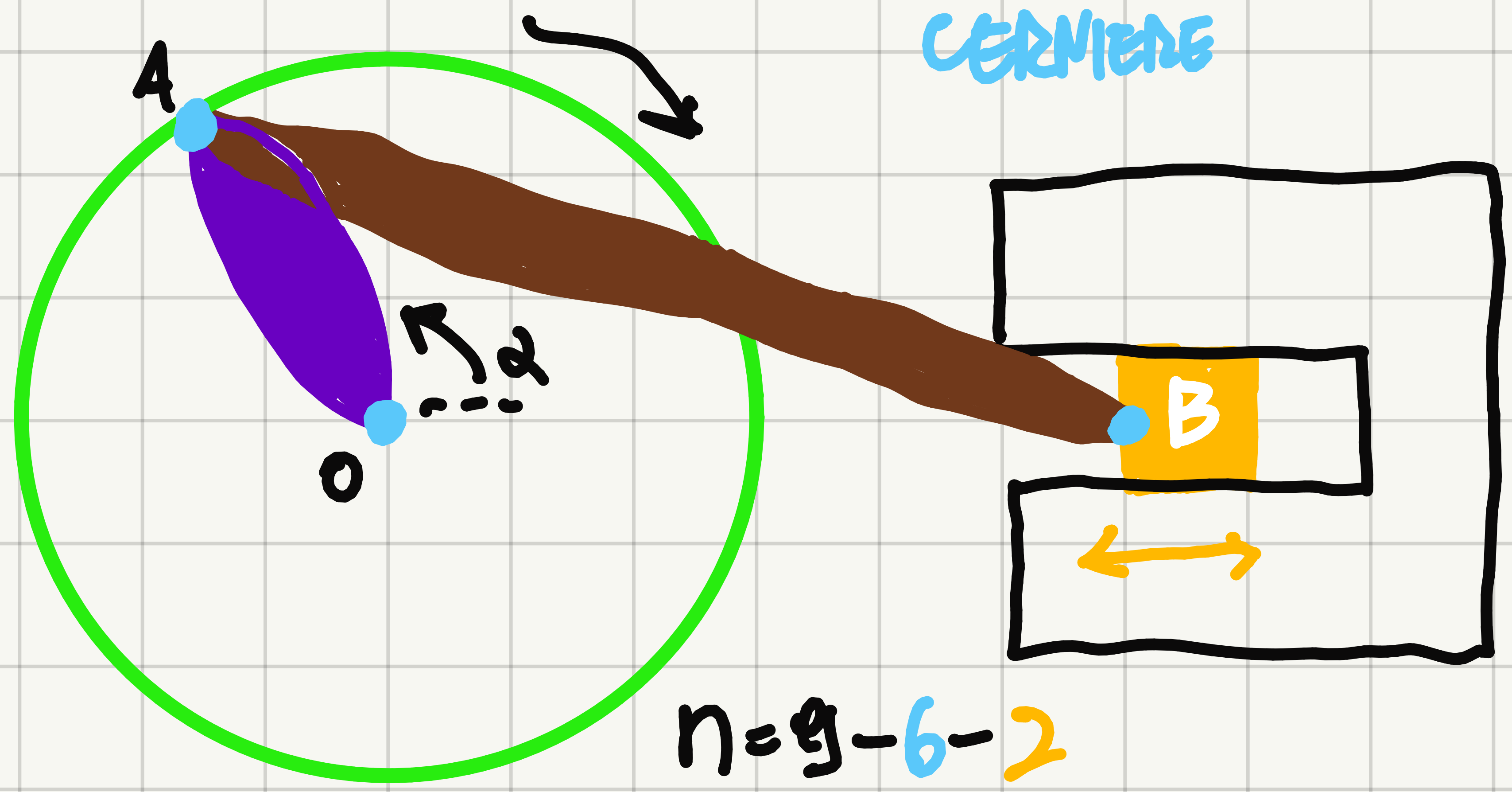
$$\vec a = \vec a_{trB} + \vec a_{relB} + \cancel{\vec a_{co}}$$

$$\vec a_{trB} = \vec a_A = a\ddot\alpha e^{i(\alpha+\pi/2)} - a\dot\alpha^2 e^{i\alpha}$$

$$\vec a_{relB} = \dot{\vec\omega}_{\alpha+\beta} \times \vec b + \vec\omega \times (\vec\omega \times \vec b) = b(\ddot\alpha+\ddot\beta)e^{i(\alpha+\beta+\pi/2)} - b(\dot\alpha+\dot\beta)^2 e^{i(\alpha+\beta)}$$

MANOVELLISMO ORDINARIO

SISTEMA A CATENA CHIUSA CON 1 GRADO DI LIBERTÀ

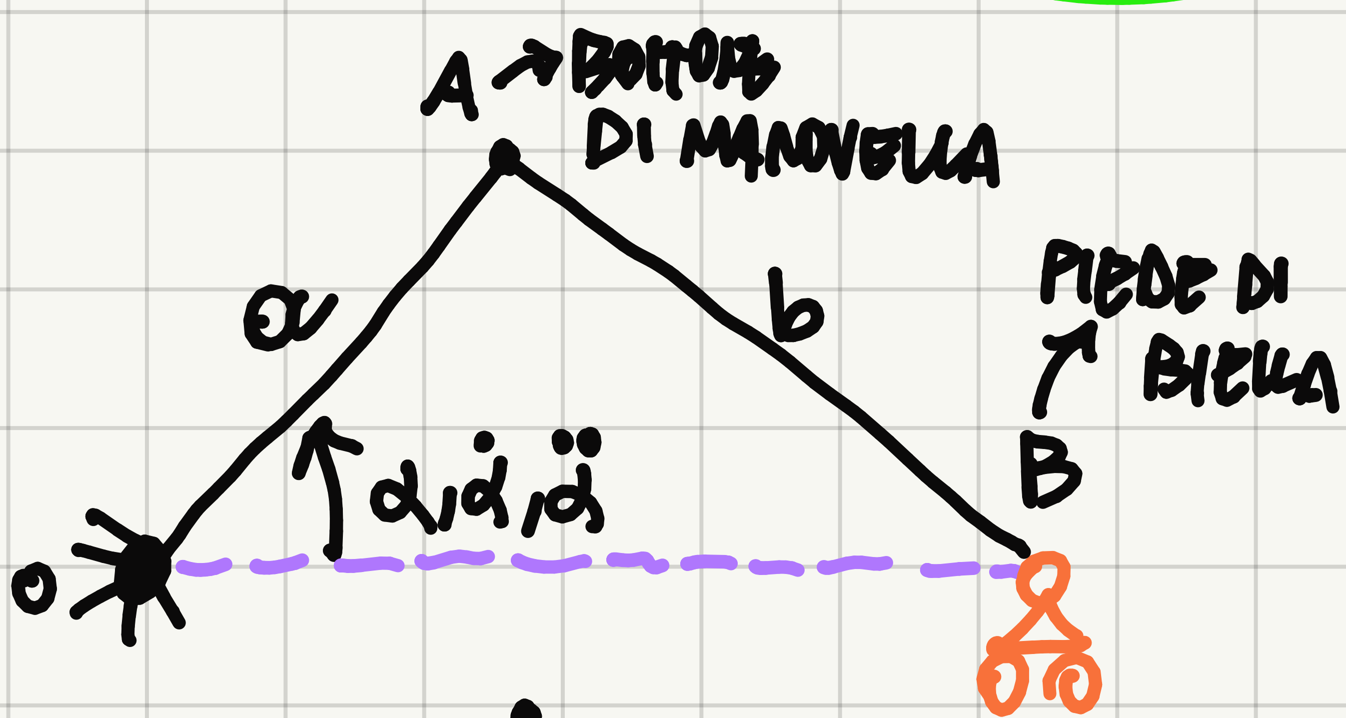


CERNIERE

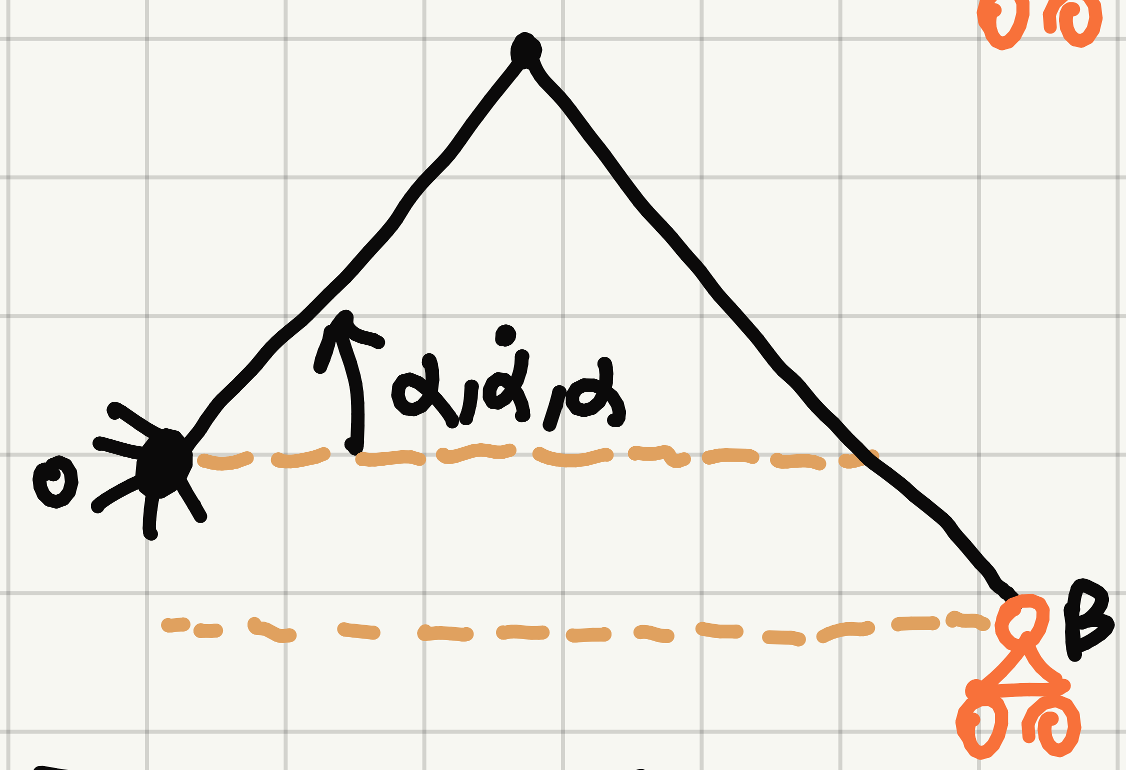
DISCO
MANOVELLA
BIELLA
CORSOIO

$n = 9 - 6 - 2$

VINCOLO DI MANICOTTO APPROSSIMATO A CARRELLO



← MANOVELLISMO ORDINARIO CENTRATO

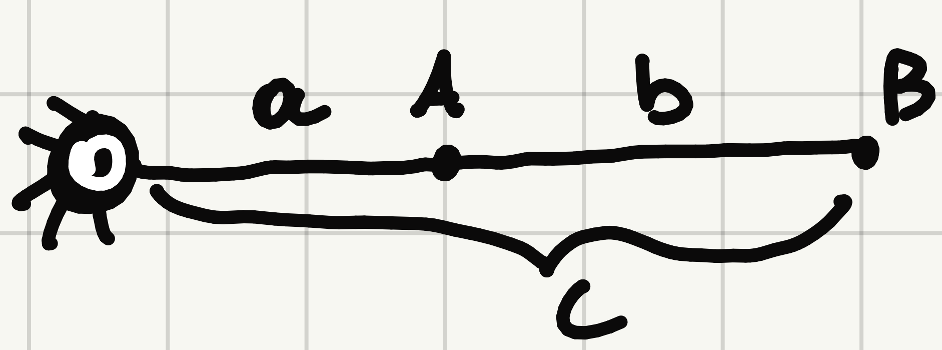


← MANOVELLISMO ORDINARIO DEVIATO (NON STUDIATO)

! B SI AVVICINA/ALLONTANA DA O IN FUNZIONE DI α

$\alpha = 0$

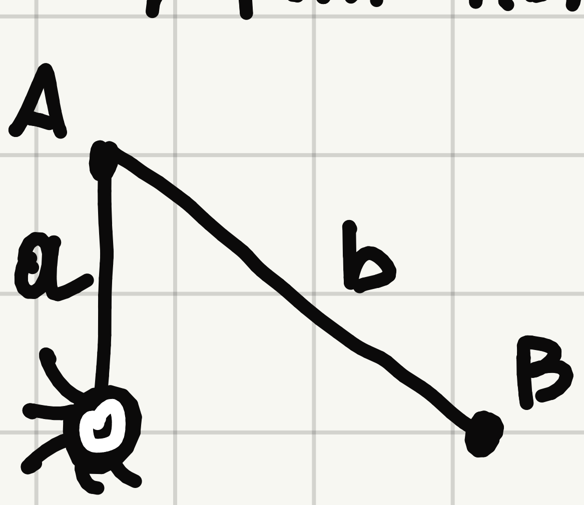
2π



$c = a + b$ = CORSA DI B

$c = a + b = c_{MAX}$ $\quad v_B = 0,\ |\vec{a}_B| = |a_{MAX}|$

$\Rightarrow$ PUNTO MORTO ESTERNO $(c_{MAX}, v = 0, a_{MAX})$



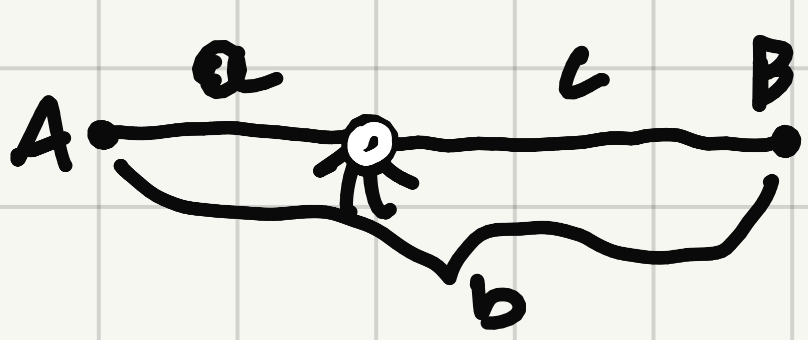
! ROTAZIONE COMPLETA $\Leftrightarrow b > a$

$\alpha = \pi/2$

$3/2\pi$

$|\vec{v}_B| \simeq |v_{MAX}|$ RAPPORTO CARATTERISTICO MANOVELLISMO $\lambda = \frac{a}{b} \ll 1$

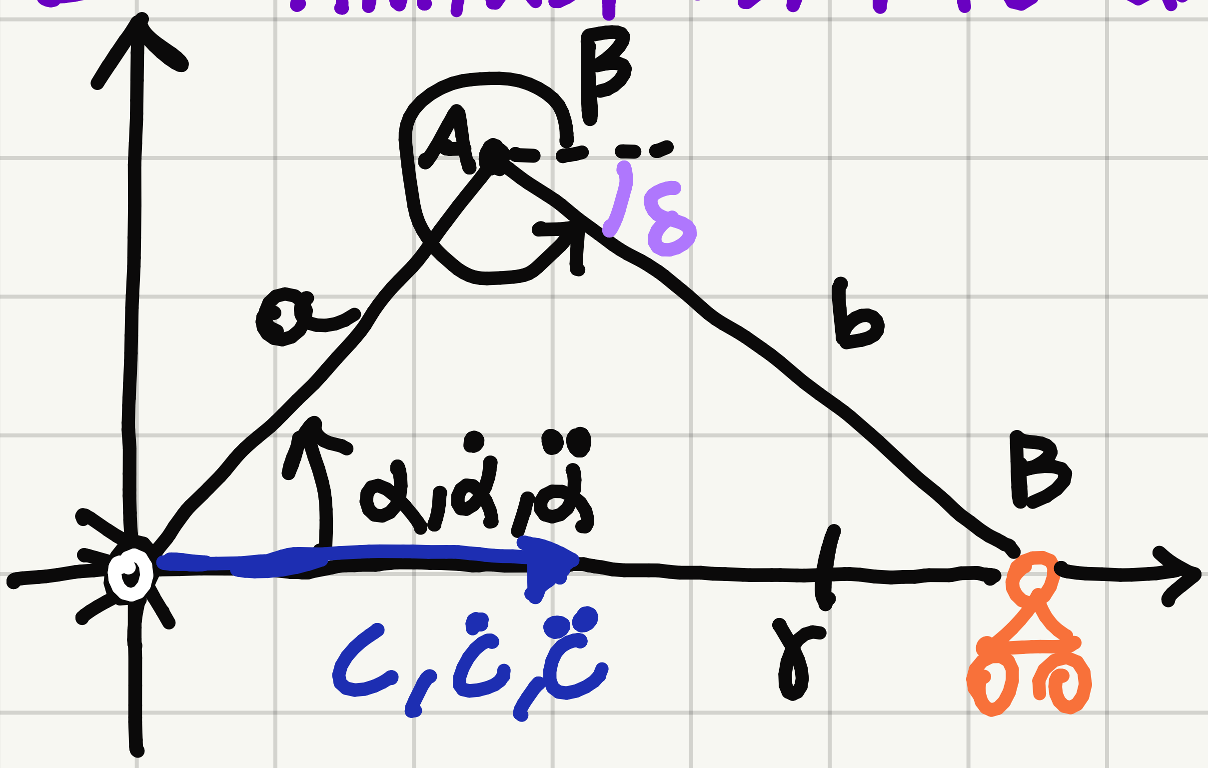
$\alpha = \pi$



$c = b - a = c_{MIN}$ $\quad v_B = 0,\ |\vec{a}_B| = |a_{MAX}|$

$\Rightarrow$ PUNTO MORTO INTERNO $(c_{MIN}, v = 0, a_{MAX})$

1 ANALISI DEL MOTO CON EQUAZIONE VETTORIALE CHE DESCRIVE $\overrightarrow{(B-O)}$



α NON COSTANTE
β NON COSTANTE
$\gamma = 0$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \rightarrow c e^{i\gamma} = a e^{i\alpha} + b e^{i\beta}$$

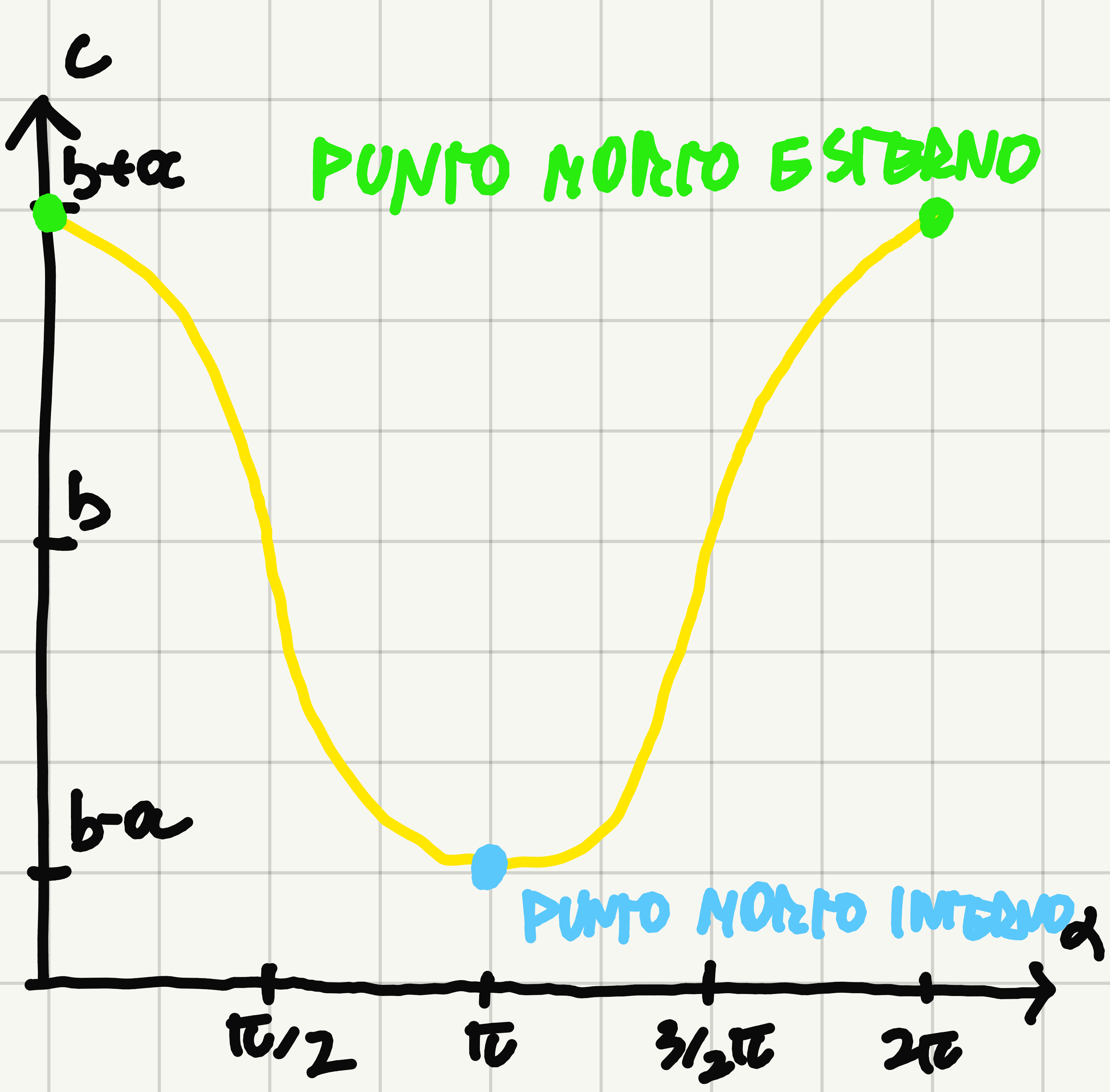
$$c = (a\cos\alpha + b\cos\beta) + i(a\sin\alpha + b\sin\beta)$$

$$a\sin\alpha + b\sin\beta = 0 \Rightarrow \sin\beta = -\frac{a}{b}\sin\alpha = -\lambda\sin\alpha$$

$$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Rightarrow \cos\beta = \pm\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\lambda^2\sin^2\alpha}$$

$$\cos\beta = \cos\delta,\ -\pi/2 \le \delta \le \pi/2 \Rightarrow \cos\delta = \cos\beta > 0$$

$$\Rightarrow c = a\cos\alpha + b\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\alpha}$$

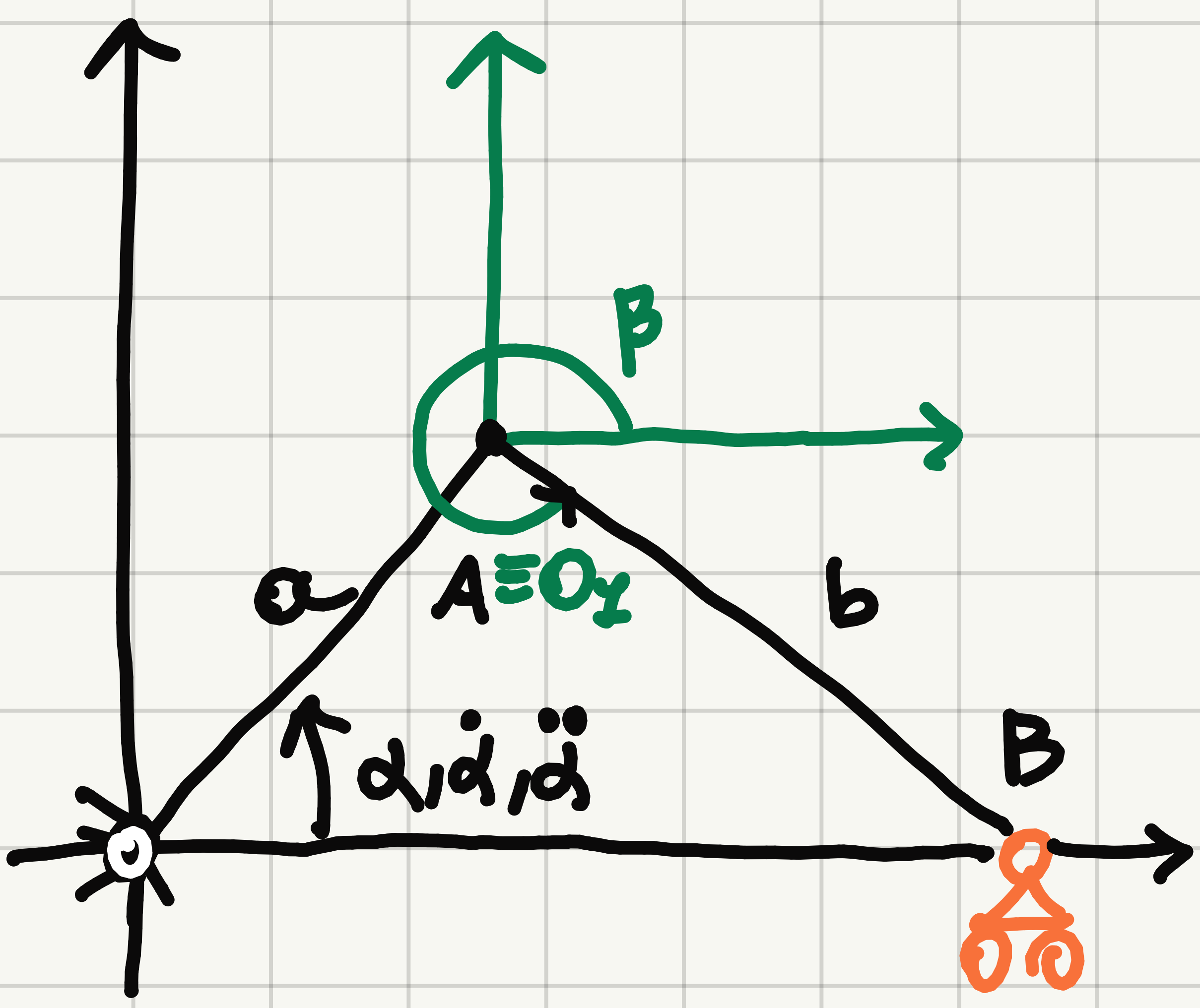


APPROSSIMAZIONE DEL PRIMO ORDINE:
$b \gg a \Rightarrow \lambda \to 0$
$\Rightarrow c = a\cos\alpha + b$

$$\dot{c} = a\dot{\alpha} e^{i(\alpha+\pi/2)} + b\dot{\beta} e^{i(\beta+\pi/2)}$$

$$\ddot{c} = a\ddot{\alpha} e^{i(\alpha+\pi/2)} - a\dot{\alpha}^2 e^{i\alpha} + b\ddot{\beta} e^{i(\beta+\pi/2)} - b\dot{\beta}^2 e^{i\beta}$$

2 MOTI RELATIVI



TERNA TRASLANTE IN A

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{tr_B} + \vec{v}_{rel_B}$$

$$= a\dot\alpha e^{i(\alpha+\pi/2)} + b\dot\beta e^{i(\beta+\pi/2)}$$

$$\vec{v}_B = v_B \hat{\imath}$$

$$\begin{cases} -a\dot\alpha \sin\alpha - b\dot\beta \sin\beta = \dot c \\ a\dot\alpha \cos\alpha + b\dot\beta \cos\beta = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & b\sin\beta \\ 0 & -b\cos\beta \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot c \\ \dot\beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -a\dot\alpha\sin\alpha \\ a\dot\alpha\cos\alpha \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \dot\beta = -\dot\alpha \frac{a\cos\alpha}{b\cos\beta}, \quad \dot c = -a\dot\alpha(\sin\alpha - \cos\alpha\tan\beta)$$

$$\vec{a}_B = a_{tr_B}^{(t)} + a_{tr_B}^{(n)} + a_{rel_B}^{(t)} + a_{rel_B}^{(n)} + \cancel{a_{co}}$$

$$= a\ddot\alpha e^{i(\alpha+\pi/2)} - a\dot\alpha^2 e^{i\alpha} + b\ddot\beta e^{i(\beta+\pi/2)} - b\dot\beta^2 e^{i\beta}$$

$$\begin{cases} -a\ddot\alpha\sin\alpha - a\dot\alpha^2\cos\alpha - b\ddot\beta\sin\beta - b\dot\beta^2\cos\beta = \ddot c \\ a\ddot\alpha\cos\alpha - a\dot\alpha^2\sin\alpha + b\ddot\beta\cos\beta - b\dot\beta^2\sin\beta = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & b\sin\beta \\ 0 & -b\cos\beta \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \ddot c \\ \ddot\beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -a\ddot\alpha\sin\alpha - a\dot\alpha^2\cos\alpha - b\dot\beta^2\cos\beta \\ a\ddot\alpha\cos\alpha - a\dot\alpha^2\sin\alpha - b\dot\beta^2\sin\beta \end{vmatrix}$$

3 JACOBIANO DEL MOTO

$\Lambda = \frac{v_B}{\dot{\alpha}} = \frac{\dot{c}}{\dot{\alpha}}$, LEGAME CINEMATICO TRA LA VELOCITÀ DEL GRADO DI LIBERTÀ USATO PER DESCRIVERE IL SISTEMA ($\dot{\alpha}$) E LA VELOCITÀ DEL PUNTO DI INTERESSE B ($\dot{c}$)

$\dot{c} = \Lambda \dot{\alpha} \qquad \Lambda = \frac{\dot{c}}{\dot{\alpha}} = \frac{dc}{dt} \cdot \frac{dt}{d\alpha} = \frac{dc}{dt} : \frac{d\alpha}{dt} = \frac{dc}{d\alpha}$

$\dot{c} = -a \dot{\alpha} (\sin\alpha - \cos\alpha \tan\beta)$

$\Rightarrow \Lambda(\alpha) = -a(\sin\alpha - \cos\alpha \tan\beta)$

$= -a(\sin\alpha - \cos\alpha(\arcsin(-\frac{a}{b}\sin\alpha)))$

$\ddot{c} = \frac{d\Lambda(\alpha)}{dt}\dot{\alpha} + \Lambda(\alpha)\ddot{\alpha} = \frac{d^2c}{d\alpha^2}\dot{\alpha}^2 + \frac{dc}{d\alpha}\ddot{\alpha}$