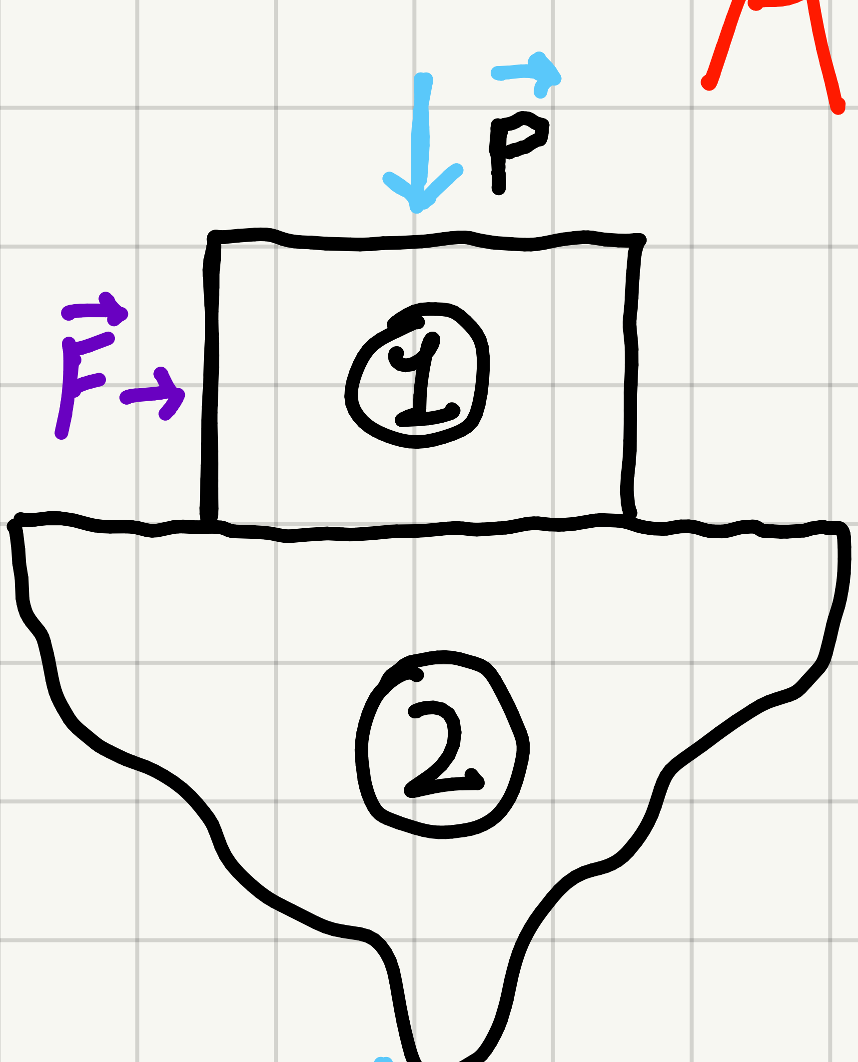
ATTRITI

MODELLI DI COULOMB

- **ATTRITO STATICO** SE DUE CORPI SONO A CONTATTO, PER METTERE IN MOTO RELATIVO UN CORPO RISPETTO ALL'ALTRO SI DEVE APPLICARE AL PRIMO UNA FORZA SUFFICIENTEMENTE GRANDE
- **ATTRITO DINAMICO** SE SMETTO DI APPLICARE LA FORZA, IL MOTO CHE SI ERA GENERATO NON VIENE MANTENUTO

PER SEMPLICITÀ DI CALCOLI, UNO DEI DUE CORPI È CONSIDERATO FERMO

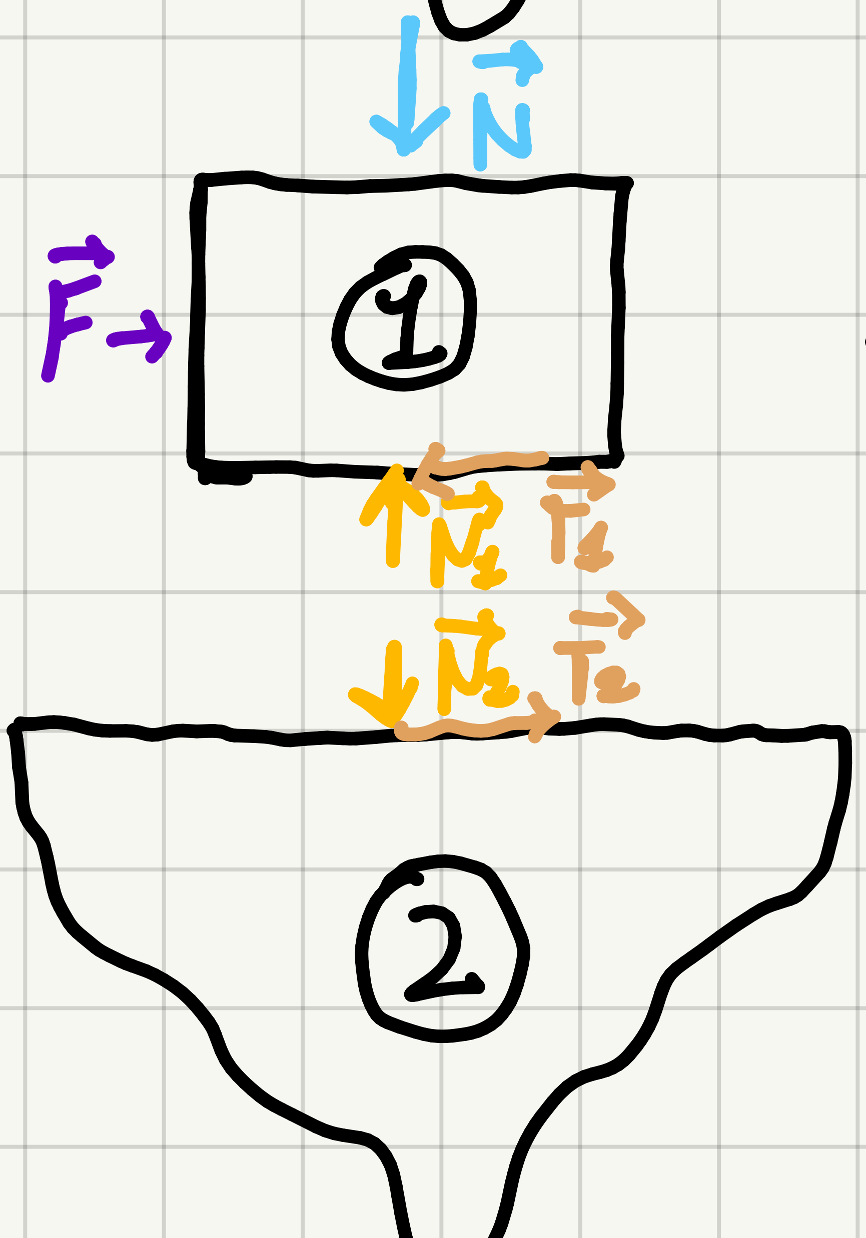
ATTRITO STATICO



$\vec{F}$ // ZONA DI CONTATTO

$\vec{P} \perp$ ZONA DI CONTATTO

$v_2 = 0$



$\vec{T_1} = -\vec{T_2}$ $\quad |\vec{T_1}| = |\vec{T_2}| = T$ $\quad \vec{N_1} = -\vec{N_2}$ $\quad |\vec{N_1}| = |\vec{N_2}| = N$

DISUGUAGLIANZA DI COULOMB: DETTO $T_{lim} = \mu_s N$

$$\begin{cases} T \leq T_{lim} & \text{ATTRITO STATICO} \\ T > T_{lim} & \text{ATTRITO DINAMICO} \end{cases}$$

VERIFICA DI ADERENZA ⇒ $F \le \mu_s N$

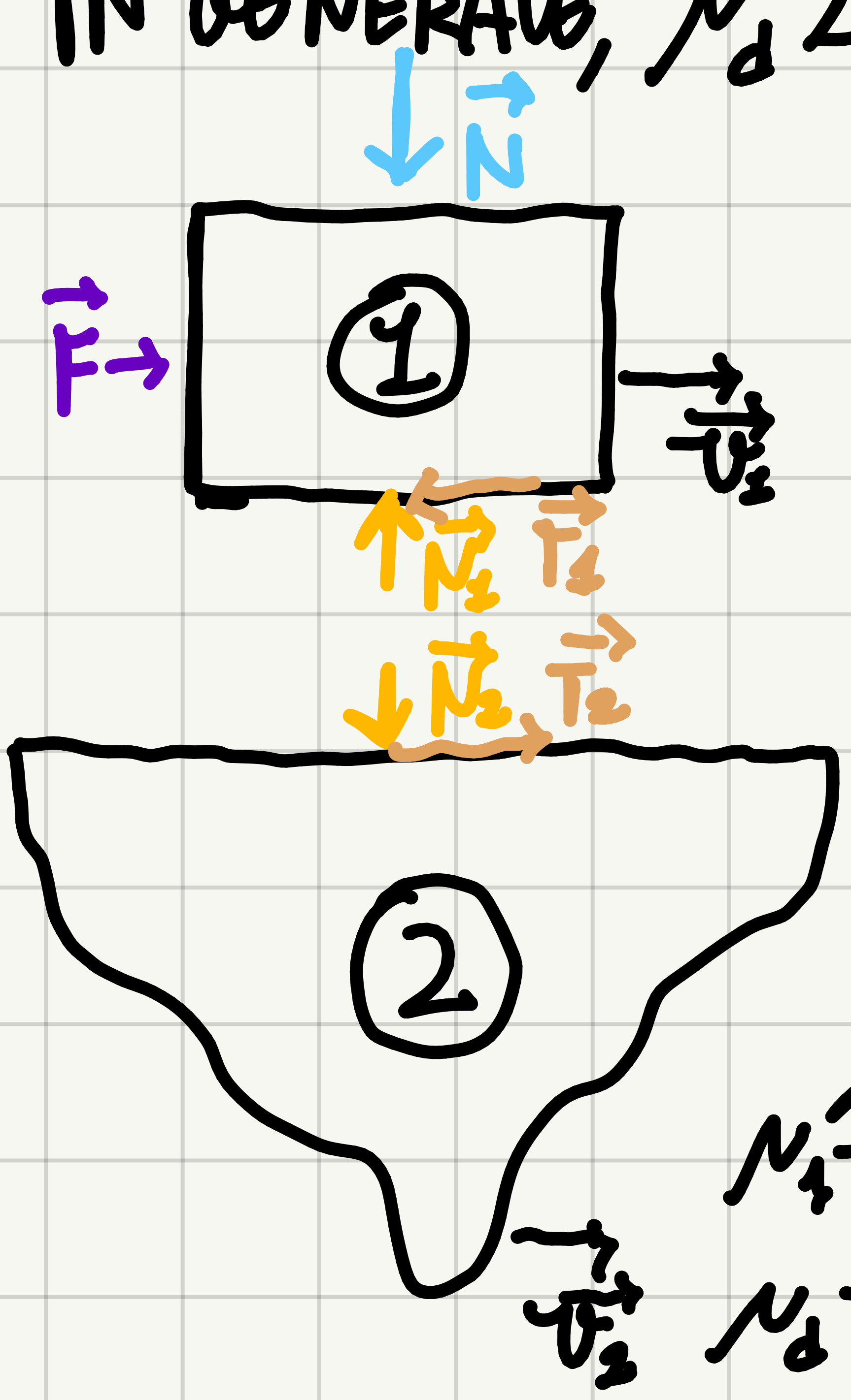
μ_s: COEFFICIENTE ATTRITO STATICO; DIPENDE UNICAMENTE DALLE SUPERFICI A CONTATTO (MATERIALI, FINITURA SUPERFICI...); NON DIPENDE DA S O DA N

ATTRITO DINAMICO RADENTE

VERIFICA DI ADERENZA NON RISPETTATA $|\vec{F_a}| = \mu_d N$ E $\frac{\vec{F_a}}{|\vec{F_a}|} = -\frac{\vec{T}}{|\vec{T}|}$

μ_d: COEFFICIENTE ATTRITO STATICO; DIPENDE UNICAMENTE DALLE SUPERFICI A CONTATTO (MATERIALI, FINITURA SUPERFICI...); NON DIPENDE DA S O DA N

IN GENERALE, $\mu_d < \mu_s$



VELOCITÀ RELATIVA DI ① RISPETTO ②

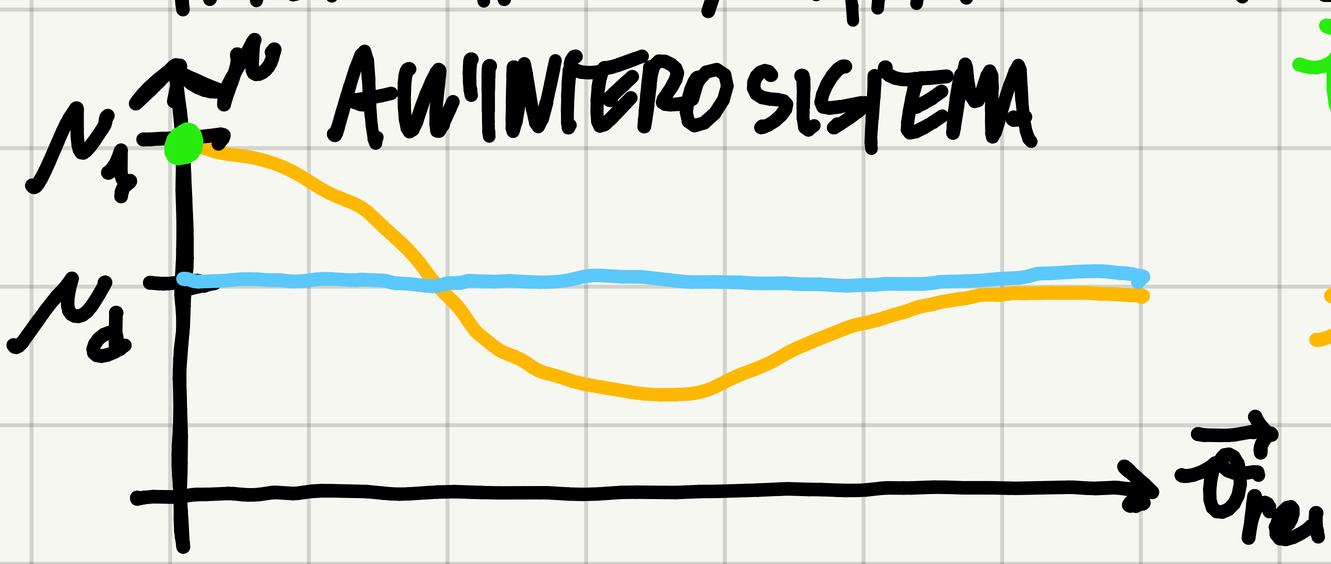
PER IPOTESI

$$\vec{v}_{1-2} = \vec{v}_1 - \cancel{\vec{v}_2}$$

! $\vec{T}_1 = -\mu_d N \frac{\vec{v}_{1-2}}{|\vec{v}_{1-2}|}$; MENTRE $\vec{T}_2 = +\mu_d N \frac{\vec{v}_{1-2}}{|\vec{v}_{1-2}|} = -\mu_d N \frac{\vec{v}_{2-1}}{|\vec{v}_{2-1}|}$

⇒ T_1 OPPOSTA AL MOTO, T_2 NELLA STESSA DIREZIONE

INTUITIVAMENTE, L'ATTRITO NON GUARDA AL SINGOLO CORPO MA ALL'INTERO SISTEMA



$\vec{v}_{rel} = 0$ CONDIZIONI ATTRITO STATICO

$\vec{v}_{rel} > 0$ ISTANTANEO ATTRITO DINAMICO

! IN GENERE, $v \mid \mu = \mu_d$ MOLTO PICCOLO ⇒ TRANSIZIONE APPROSSIMABILE AD IMMEDIATA

CASO $\vec{v}_1 \ne 0 \wedge \vec{v}_2 \ne 0$

- $|\vec{v}_1| > |\vec{v}_2|$ ⇒ $\vec{v}_{12} > 0$, CONFIGURAZIONE ANALOGA AL CASO $\vec{v}_2 = 0$
- $|\vec{v}_2| > |\vec{v}_1|$ ⇒ $\vec{v}_{21} < 0$, $\vec{T}_1$ DIRETTA COME $\vec{v}_1$, $\vec{T}_2$ OPPOSTA A $\vec{v}_2$
- $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$ ⇒ ATTRITO STATICO MA ANALIZZATO CON EQUAZIONI DI ATTRITO DINAMICO

ATTRITO E POTENZA

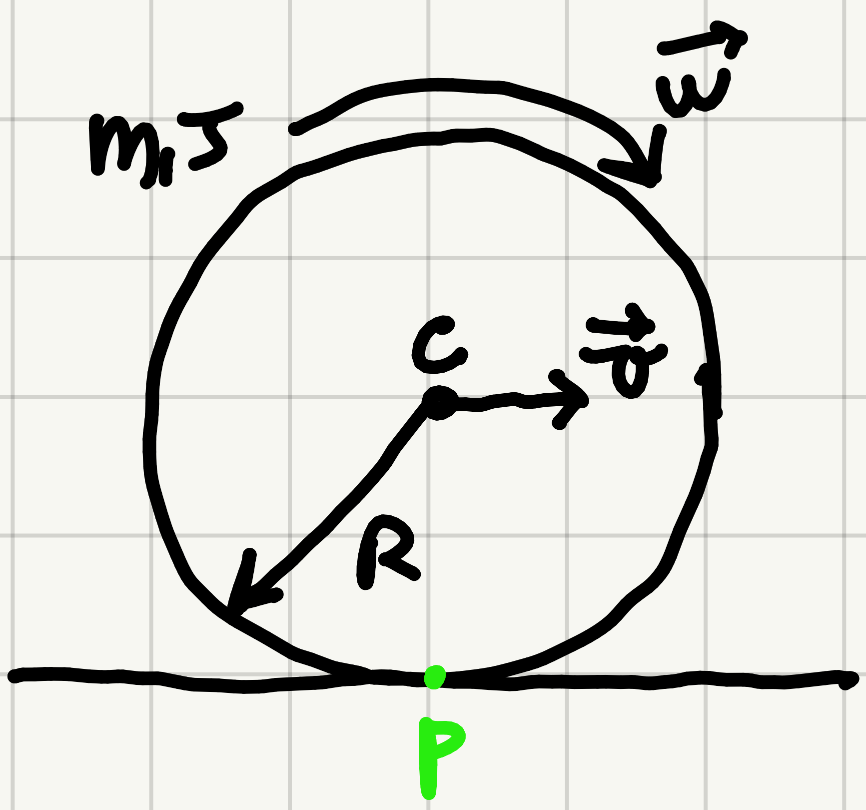
$\vec{N} \perp \vec{v}$ $\qquad \vec{T}_2 = -\vec{T}_1$

$P = (\vec{T}_1 + \cancel{\vec{N}_1})\cdot \vec{v}_1 + (\vec{T}_2 + \cancel{\vec{N}_2})\cdot \vec{v}_2 = \vec{T}_1\cdot\vec{v}_1 + \vec{T}_2\cdot\vec{v}_2 = \vec{T}_1\cdot(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) =$

$= \vec{T}_1 \cdot \vec{v}_{1-2} = -\mu_d N \frac{\vec{v}_{1-2}}{|\vec{v}_{1-2}|}\cdot\vec{v}_{1-2} = -\mu_d N \frac{\vec{v}^2_{1-2}}{|\vec{v}_{1-2}|} = -\mu_d N |\vec{v}_{1-2}| < 0$

$\Rightarrow$ DISSIPAZIONE DI POTENZA | IN CASO DI ATTRITO STATICO, W=0

ATTRITO E ROTOLAMENTO

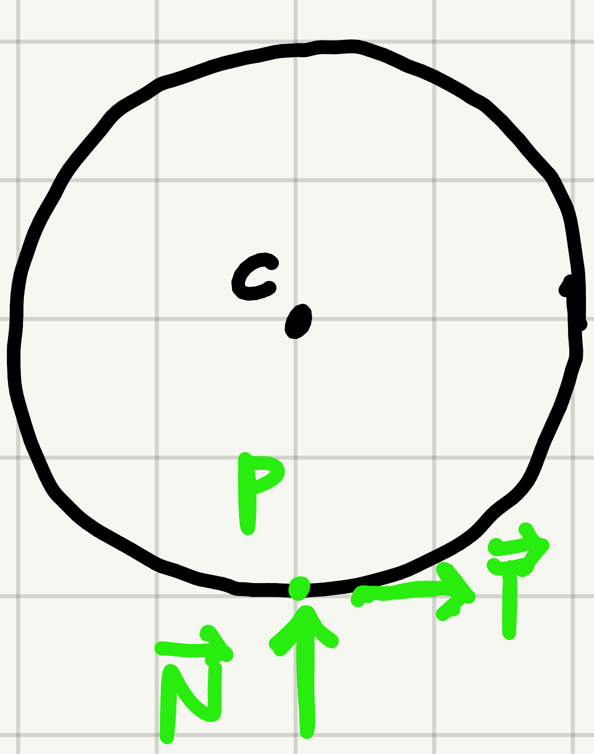


- P : PUNTO DI CONTATTO DISCO/GUIDA

- STRISCIAMENTO → $\vec{v}_P \neq 0$, ω E v INDIPENDENTI = gDl=2

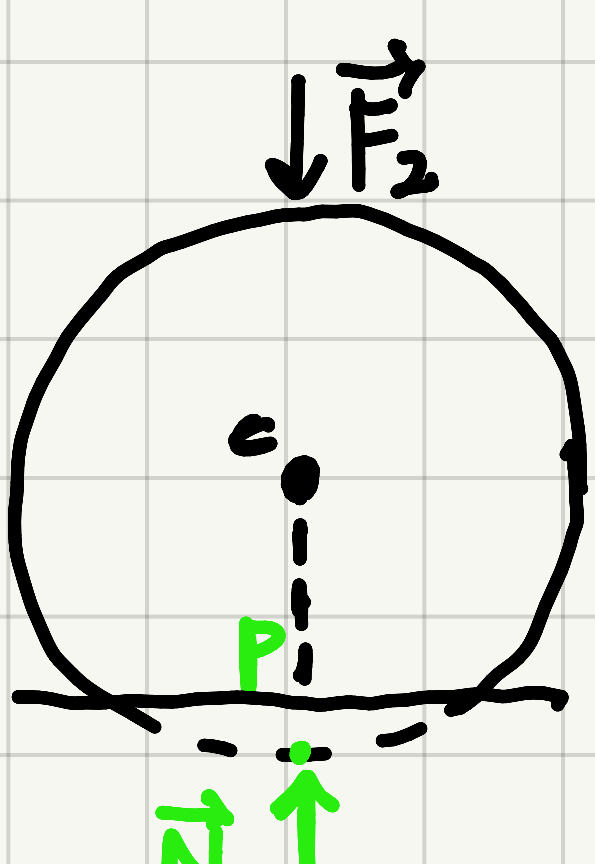
- PURO ROTOLAMENTO) $\vec{v}_P = 0$ ATTRITO STATICO $v = \omega R$

CASO PURO ROTOLAMENTO



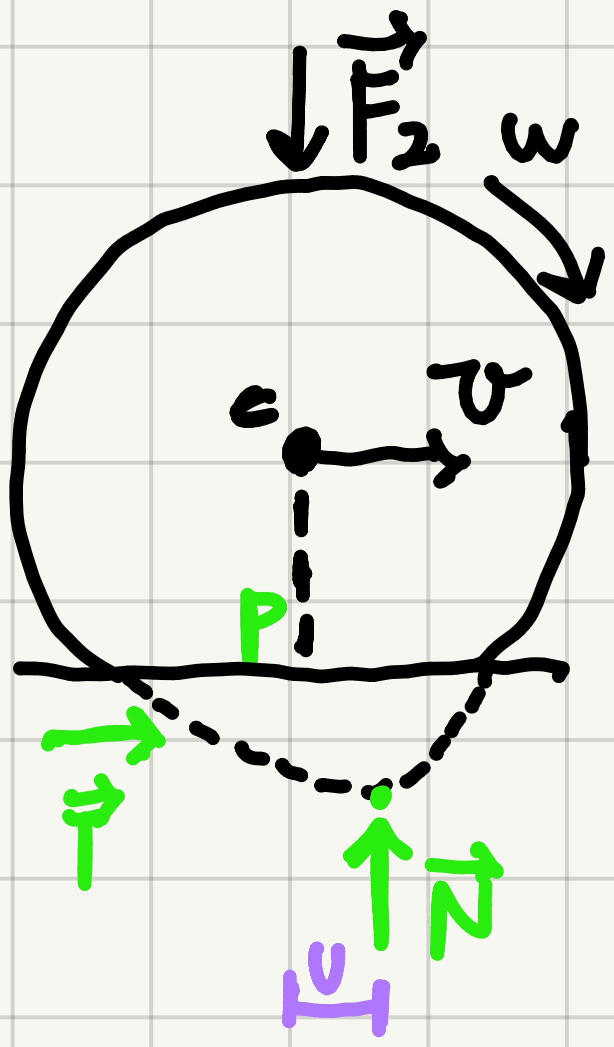
$v_P = 0 \Rightarrow P = 0$? NO (ES: FACCIO RUOTARE UN DISCO → PRIMA O POI SI FERMA)

$P \propto$ COPPIA RESISTENZA AL ROTOLAMENTO



$\omega = 0$ APPLICO $\vec{F}_2$ $\Rightarrow$ PRESSIONI $\perp$ SUPERFICIE DELLA GUIDA

$\vec{F}_2 = \int_S p\,dA = N$



DISCO IN MOTO ($\omega \neq 0$) $\rightarrow$ PICCO SPOSTATO IN AVANTI NELLA DIREZIONE DEL MOTO $\vec{C}_r = \vec{N} \times \vec{u}$

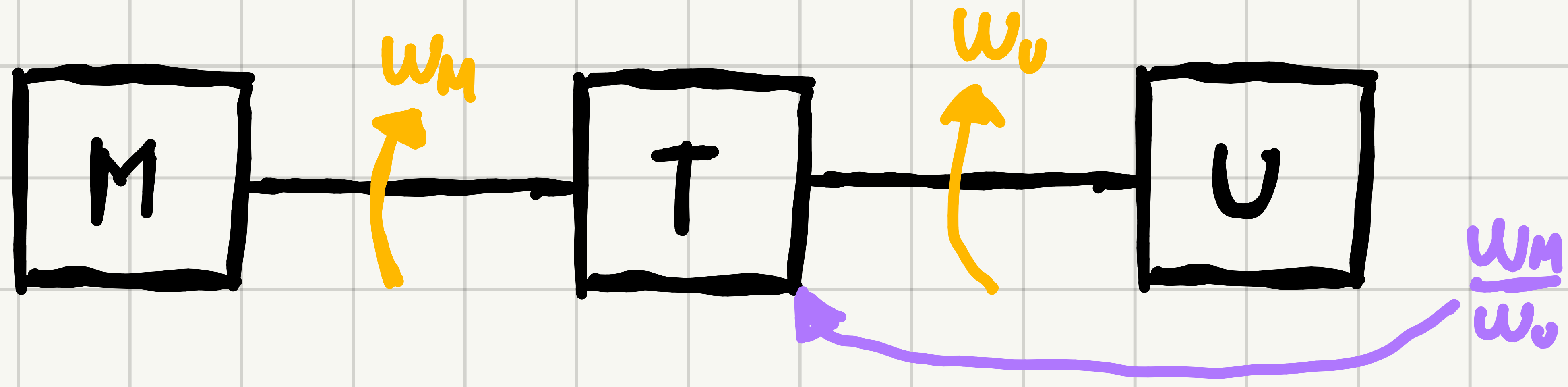
$P = (\vec{N} + \vec{T}) \times \vec{v}_P + \vec{C}_r \times \vec{\omega} = -N u \omega < 0$

ATTRITO DINAMICO VOLVENTE

μ_v: COEFFICIENTE STATICO CHE INDICA QUANTO È MARCATA LA COPPIA DI RESISTENZA AL ROTOLAMENTO $\mu_v = \frac{u}{R}$ $P = -\mu_v N R \omega$

MACCHINA MTU AD 1 GRADO

CONVERTE POTENZA ... IN POTENZA MECCANICA



MOTORE) PRELEVA POTENZA DISPONIBILE, LA CONVERTE IN MECCANICA E LA RENDE DISPONIBILE ALL'UTILIZZATORE

TRASMISSIONE) COLLEGA MOTORE ED UTILIZZATORE CONSENTENDO SCAMBI DI POTENZA

UTILIZZATORE) SFRUTTA LA POTENZA MECCANICA PER COMPIERE LAVORO UTILE

GRADO DI LIBERTÀ: ω_M. 1 GdL => SFRUTTO IL BILANCIO DI POTENZE

ATTRITI -> DISSIPAZIONE DI POTENZA

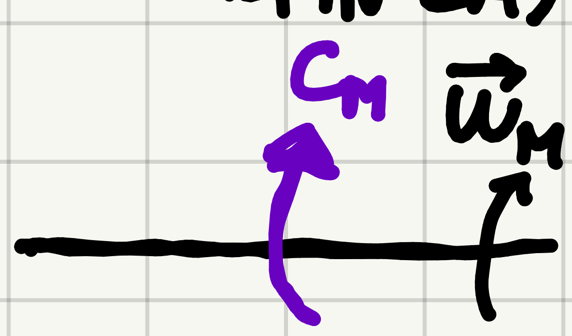
$$P = \frac{d}{dt}K \Rightarrow (\underset{\gtrless 0}{P_M} + \underset{\gtrless 0}{P_U}) + \underset{<0}{P_T} = \frac{d}{dt}((K_M + K_U) + K_T)$$ IPOTESI: $K_T \ll K_M + K_U$

- FLUSSO DI POTENZA $M \to U$ ($W_M > 0$, $W_U < 0$) → MOTO DIRETTO
- FLUSSO DI POTENZA $U \to M$ ($W_M < 0$, $W_U > 0$) → MOTO RETROGRADO
  => POTENZA FORNITA DA U, M DA FRENO

MOTORE

DIVERSI TIPI DI MOTORI (A COMBUSTIONE INTERNA, ELETTRICI IN CC, ELETTRICI IN CA)

→ COPPIA GENERALIZZATA CHE AGISCE SULL'ALBERO MOTORE



COPPIA RIDOTTA ALL'ALBERO MOTORE $P_M = \vec{C}_M \cdot \vec{\omega}_M = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i + \sum_{j=1}^{m} \vec{C}_j \cdot \vec{\omega}_j$

FORZE E COPPIE CHE AGISCONO SUGLI ORGANI LATO MOTORE

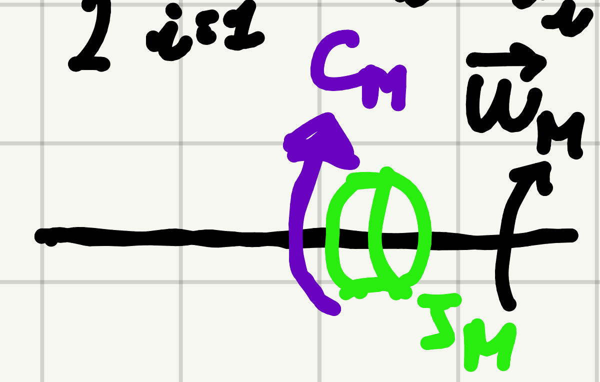
Usando Jacobiano $\Lambda_p = \frac{v_p}{\omega_M}$ → punto P di interesse $\Lambda_\omega = \omega / \omega_M$ → velocità angolare corpo considerato

$$\Rightarrow P_M = \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \Lambda_{p_i} + \sum_{j=1}^{m} \vec{C}_j \Lambda_{\omega_j}\right)}_{C_M} \cdot \vec{\omega}_M$$

In genere, $\Lambda_p, \Lambda_\omega$ dipendono $\omega_M \Rightarrow C_M = C_M(\omega_M)$

Approssimazione: unico elemento dotato di inerzia rotazionale che produrrà energia cinetica ⇒ volano

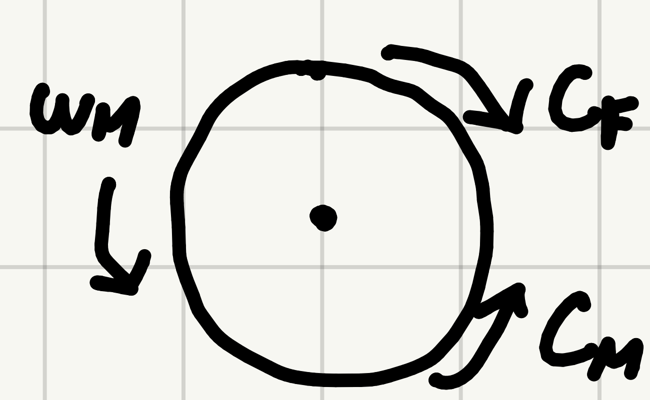
$$K = \frac{1}{2} J_M \omega_M^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (m_i v_{G_i}^2 + J_{G_i} \omega_i^2) = \frac{1}{2} \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{n} m_i \Lambda_{G_i}^2 + J_{G_i} \Lambda_{\omega_i}^2\right)}_{J_M} \omega_M^2$$



In alcuni casi, $C_M = C_M(\omega_M, \theta_M) \Rightarrow J_M = J_M(\theta_M)$ ↔ macchine a combustione interna

Condizioni di regime ($\dot{\omega}_M = 0 \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 0$)

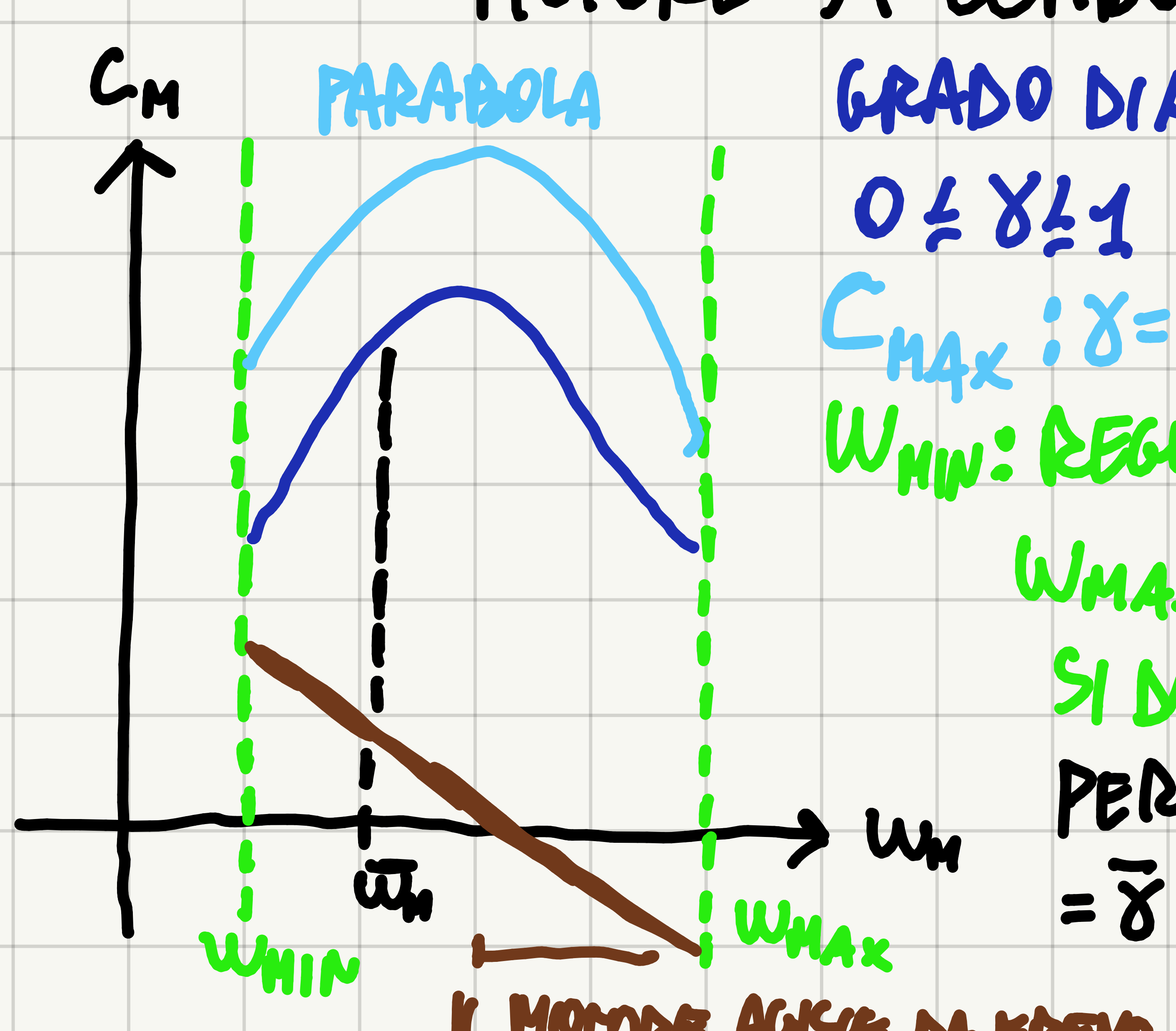
Curva caratteristica: si determina mettendo in rotazione il motore con velocità ω_M ed applicare una coppia frenante C_F



$\frac{dK}{dt} = (C_M - C_F)\omega_M = 0 \Rightarrow$ condizione di regime per $C_M = C_F$

Aumentando ω_M, cambio C_F e valuto nuovo C_M per mantenere regime

Motore a combustione interna



Grado di ammissione $0 \le \gamma \le 1$ apertura valvola a farfalla che regolo agendo sull'acceleratore

$C_{MAX}: \gamma = 1$ $\gamma = 0$

ω_{MIN}: regime minimo dell'albero motore (sotto si spegne)

ω_{MAX}: massimo, oltre si va fuori giri e si danneggia il motore

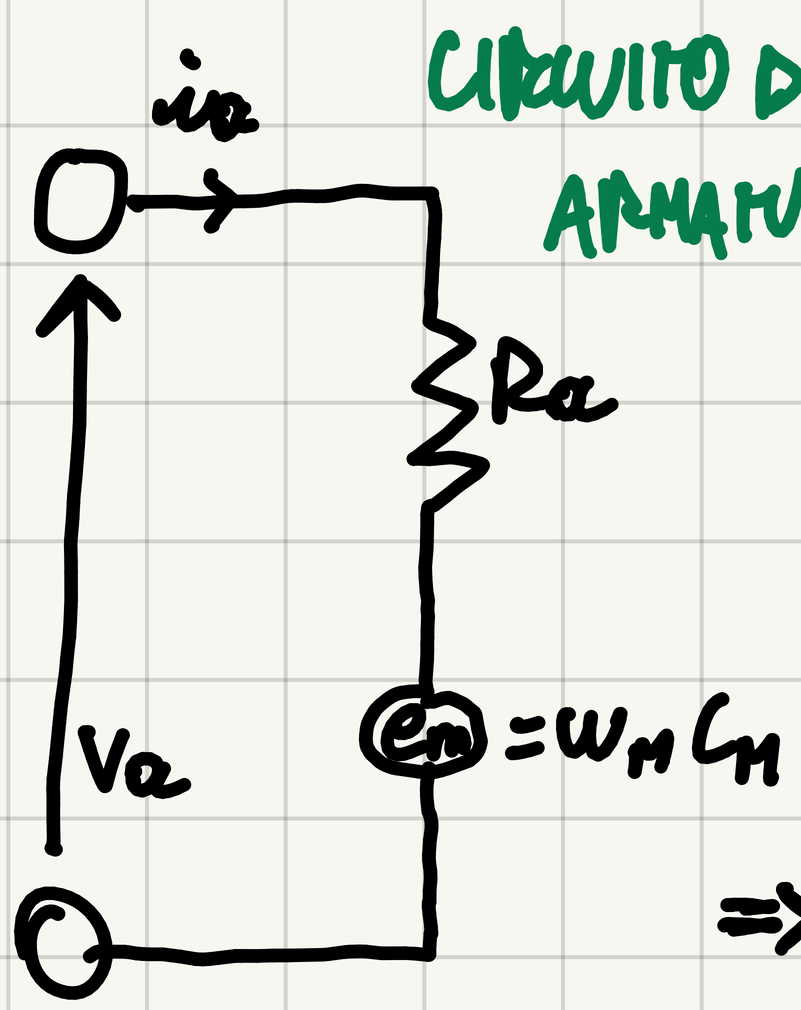
Per $\bar{\gamma}, \bar{\omega}_M$ desiderati, $C_M(\bar{\omega}_M, \bar{\gamma}) =$
$= \bar{\gamma} C_{MAX}(\bar{\omega}_M) + (1 - \bar{\gamma}) C_{MIN}(\bar{\omega}_M)$

MOTORE DC IN CORRENTE CONTINUA

STATORE (MAGNETE PERMANENTE), SPIRA (CONDUTTORE IN CUI FLUISCE CORRENTE), SPAZZOLE CHE PREMONO SUL COMMUTATORE CHE CONSENTONO DI TRASFERIRE LA CORRENTE DA UN GENERATORE ALLA SPIRA CHE RUOTA ALL'INTERNO DELLA SPIRA.

ATTACCANDO AL GENERATORE DI TENSIONE AD UNA SPIRA, CIRCOLA CORRENTE E SI GENERA LA FORZA CHE METTE IN ROTAZIONE LA SPIRA

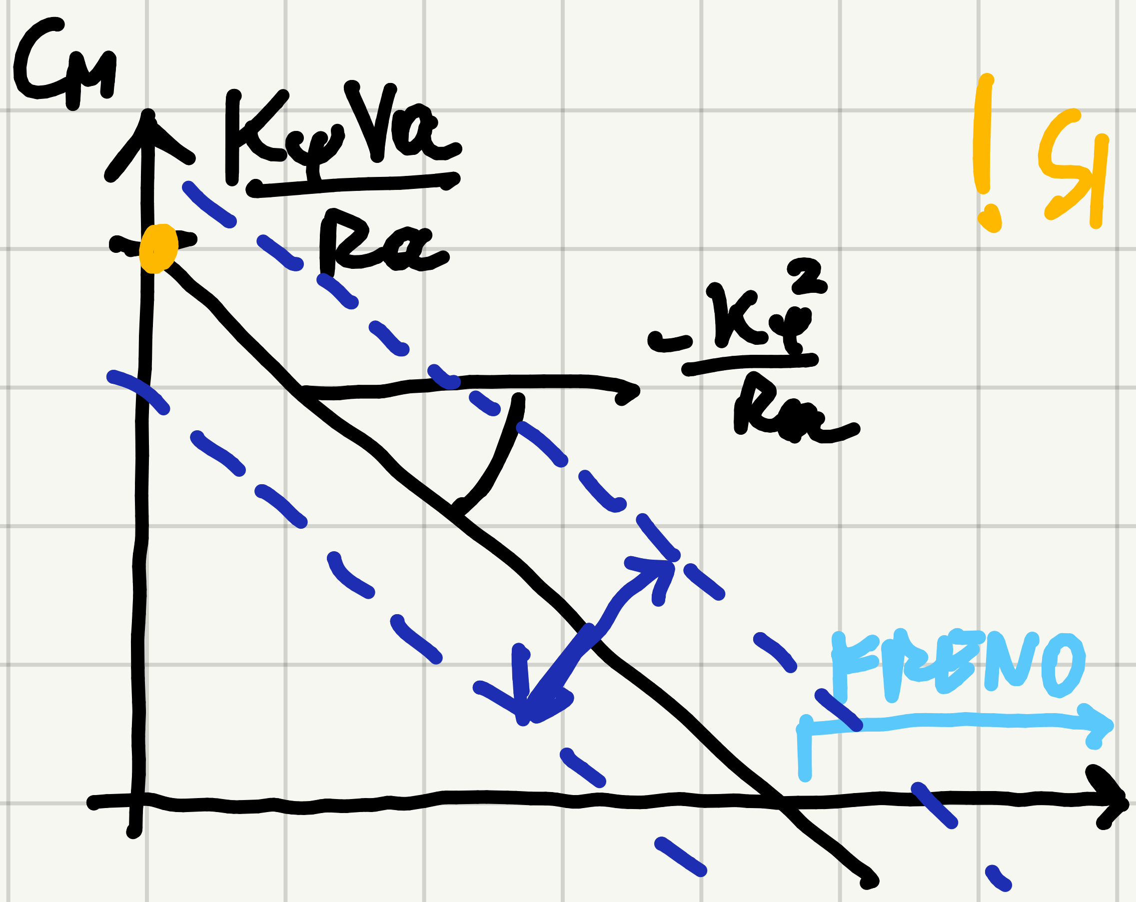
CIRCUITO DI ARMATURA



CARATTERISTICO DEL MOTORE

$$\begin{cases} V_a = R_a i_a + e_m & \text{L.K. MAGLIA} \\ e_m = K_\varphi \omega_M & \text{FARADAY} \\ C_M = K_\varphi i_a & \text{LORENTZ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow i_a = \frac{V_a - K_\varphi \omega_M}{e_M} \qquad C_M = \frac{K_\varphi V_a - K_\varphi^2 \omega_M}{R_a}$$

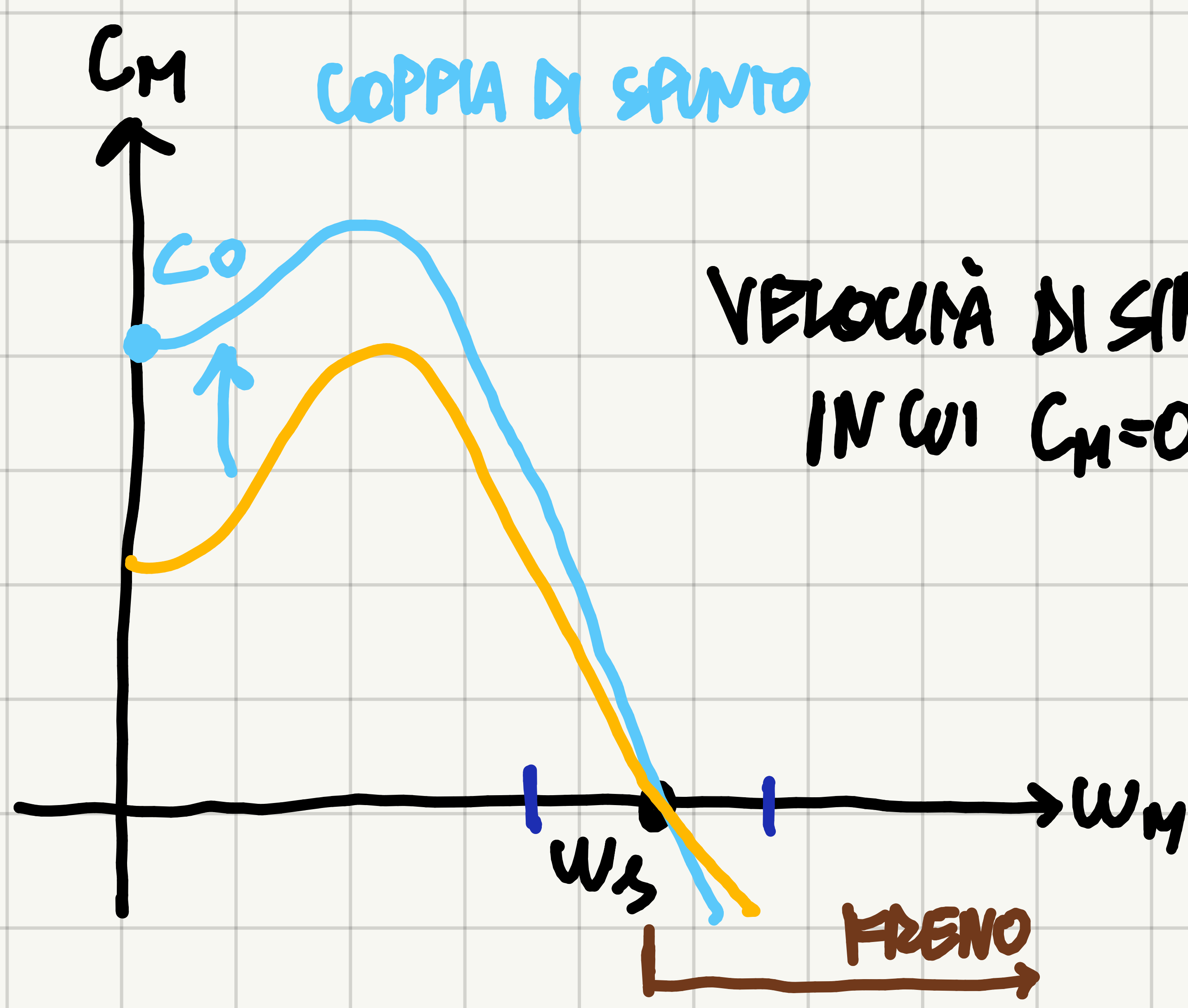


! SI NOTI CHE V_a FUNZIONA COME γ

CON OPPORTUNE TECNICHE DI CONTROLLO POSSO REGOLARE V_a E QUINDI IL COMPORTAMENTO DEL MOTORE

TENSIONE DI ALIMENTAZIONE V_a CHE ALIMENTA LE SPIRE, GENERA CORRENTE DI ARMATURA i_a CHE CIRCOLA NEL MOTORE

MOTORE IN CORRENTE ALTERNATA



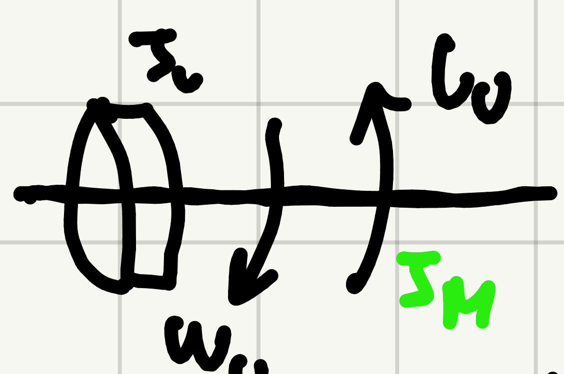
VELOCITÀ DI SINCRONISMO $\omega_s = \dfrac{2\pi f}{p}$ ← # COPPIE E POLI IN ROTORE E STATORE

IN CUI $C_M = 0$

UN CORRETTO FUNZIONAMENTO È GARANTITO IN PROSSIMITÀ DI ω_s PER LIMITARE LE DISPERSIONI

UTILIZZATORE

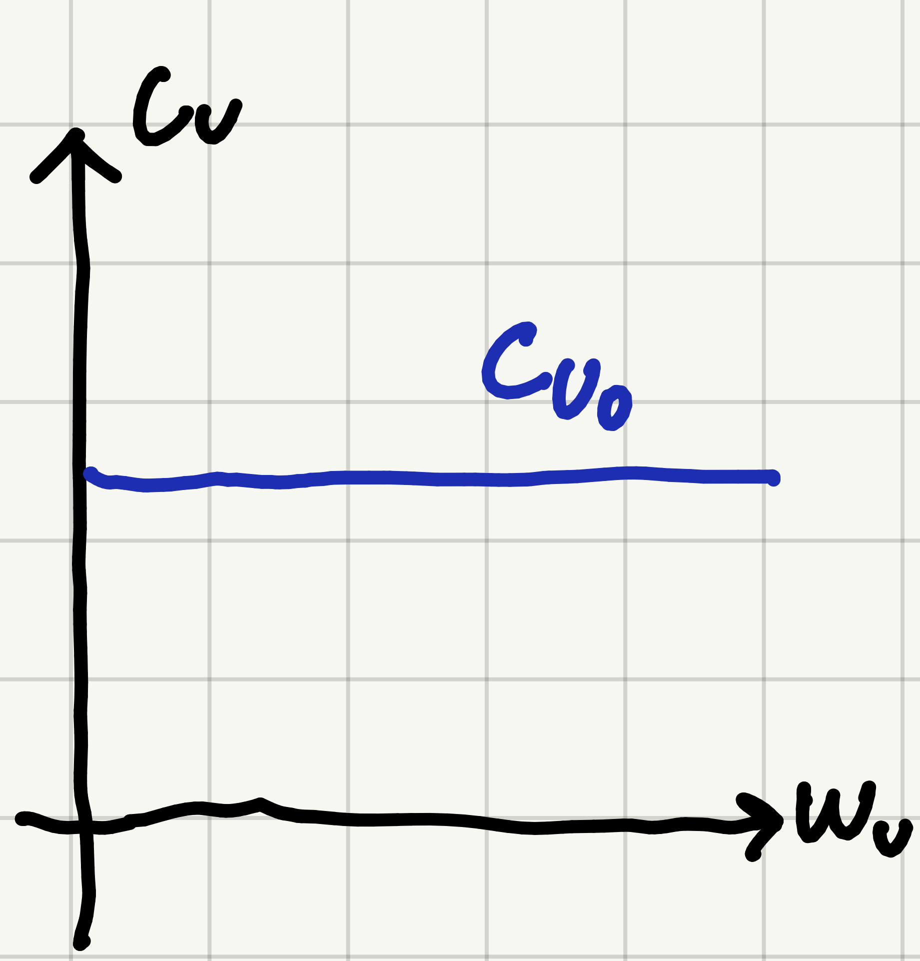
ANALOGAMENTE, POSSO CONSIDERARE UNA UNICA COPPIA EQUIVALENTE



$$P_U = \vec{C}_U \cdot \vec{\omega}_U = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot \vec{v}_{P_i} + \sum_{i=1}^{m} C_i \cdot \vec{\omega}_i$$

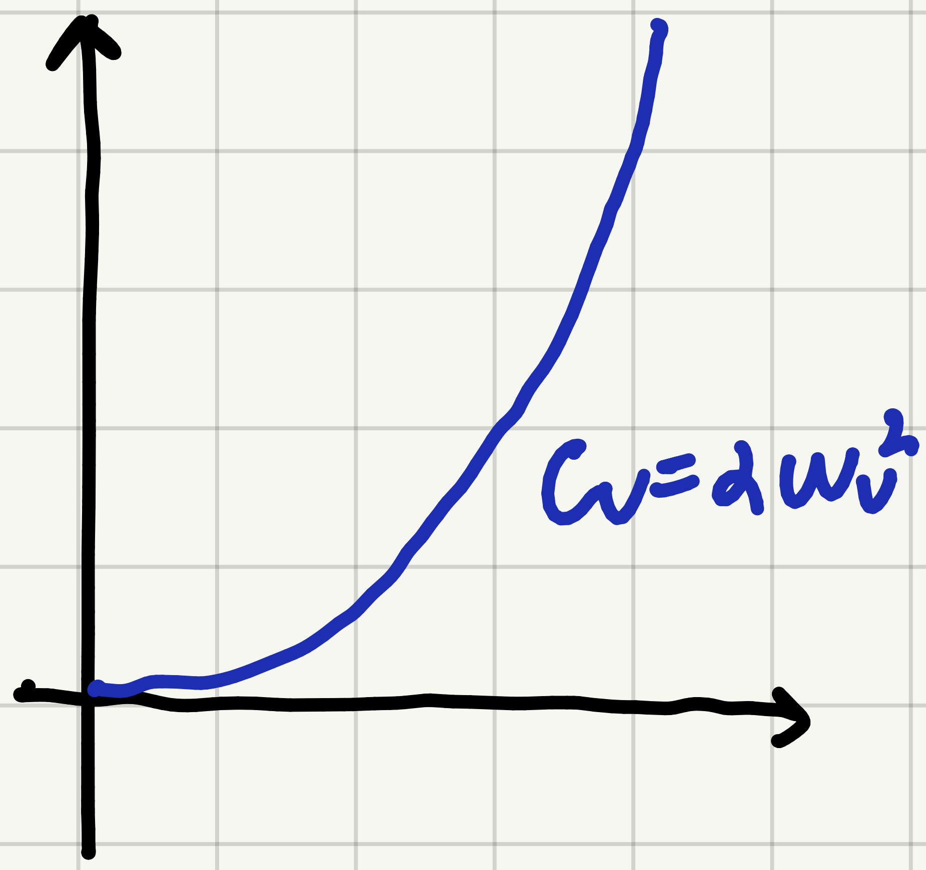
$$K = \frac{1}{2} J_U \omega_U^2 \qquad C_U = C_U(\omega_U)$$

CASO C_U COSTANTE



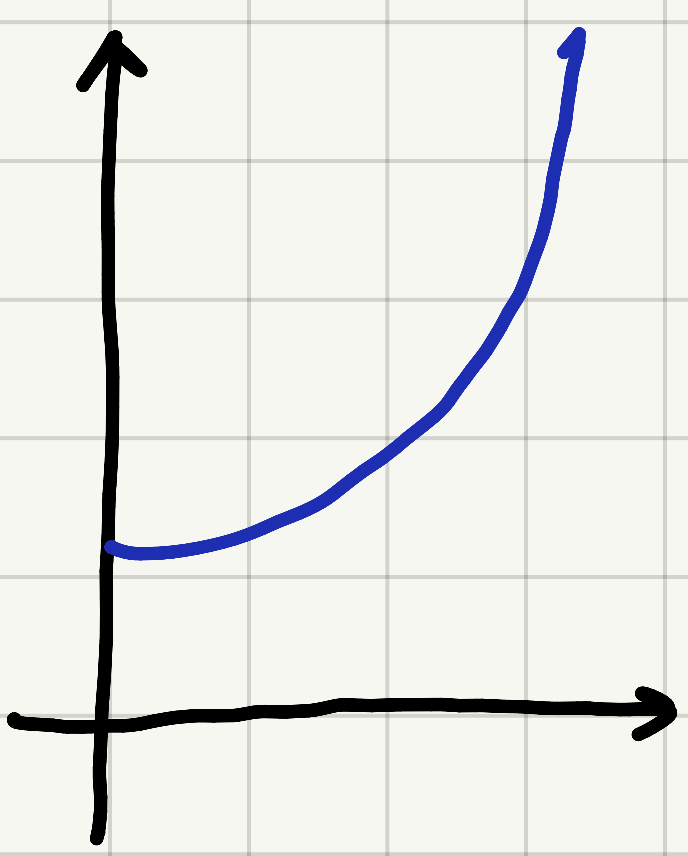
ESEMPIO: SOLLEVAMENTO DI UN CARICO COSTANTE

CASO C_U PARABOLA



IN CONTESTI DI FORZE FLUIDODINAMICHE

CASO COMBINATO $C_U = C_{U0} + \alpha w_U^2$



IN CONTESTI DI FORZE SIA COSTANTI SIA FLUIDODINAMICHE

ESEMPIO: AEREO IN MOTO, SOGGETTO SIA A FORZA PESO CHE A FORZE AERODINAMICHE

TRASMISSIONE

- CONTRIBUTO CINEMATICO (RAPPORTO w_M/w_U)
- CONTRIBUTO ENERGETICO/DINAMICO (QUOTA DI POTENZA PERSA IN TRASMISSIONE)

TIPOLOGIE DI TRASMISSIONE DISTINTE PER EFFETTO COMPLESSIVO NEL MODELLO MTU:

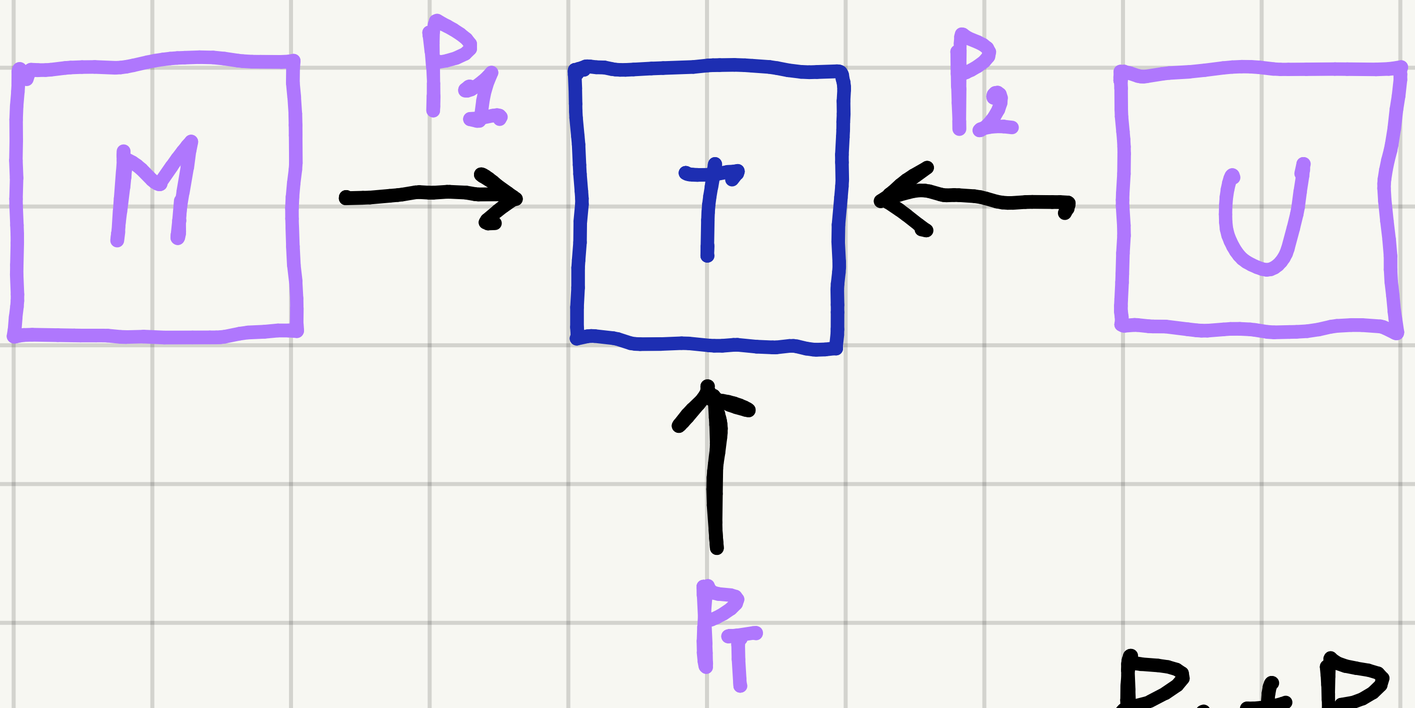
- PER ATTRITO
- PER SPINTA

ANALISI MODELLO CINEMATICO

RAPPORTO DI TRASMISSIONE $\tau = \frac{w_U}{w_M}$. τ COSTANTE $\Rightarrow$ TRASMISSIONE OMOGENETICA

RIDUTTORE $\tau < 1 \Rightarrow \omega_M > \omega_U$, CASO PIÙ COMUNE IN QUANTO I MOTORI A COMBUSTIONE INTERNA ED ELETTRICI TENDONO A LAVORARE AD ALTE VELOCITÀ

ANALISI MODELLO DINAMICO



SUPPONIAMO TUTTE LE POTENZE ENTRANTI IN T; SUPPONIAMO TRASCURABILI LE INERZIE DI TUTTI GLI ORGANI PRESENTI IN T

$$P_1 + P_2 + P_T = 0 \qquad \text{RENDIMENTO } \eta = \left|\frac{P_{OUT}}{P_{IN}}\right|$$

- IN T DISSIPAZIONE DI POTENZA $\Rightarrow P_T < 0$. DA QUI DISTINGUERE DUE CASI:

- $P_1 > 0 \wedge P_2 < 0 \Rightarrow$ MOTO DIRETTO. MOTORE FORNISCE ENERGIA IN PARTE DISSIPATA E IN PARTE DISPONIBILE ALL'UTILIZZATORE
- $P_1 < 0 \wedge P_2 > 0 \Rightarrow$ MOTO RETROGRADO. UTILIZZATORE FORNISCE ENERGIA IN PARTE DISSIPATA E IN PARTE DISPONIBILE AL MOTORE CHE FUNGERÀ COME FRENO

MOTO DIRETTO

$$P_1 = -(P_T + P_2) \qquad \eta = \frac{|P_2|}{|P_1|} \qquad P_T = -(P_1 + P_2) = -(1-\eta)P_1$$

- $\eta = 0 \rightarrow$ TUTTA L'ENERGIA È DISSIPATA DA T
- $\eta = 1 \rightarrow$ NESSUNA DISSIPAZIONE

UN RENDIMENTO "ACCETTABILE" È DEL CIRCA 90%

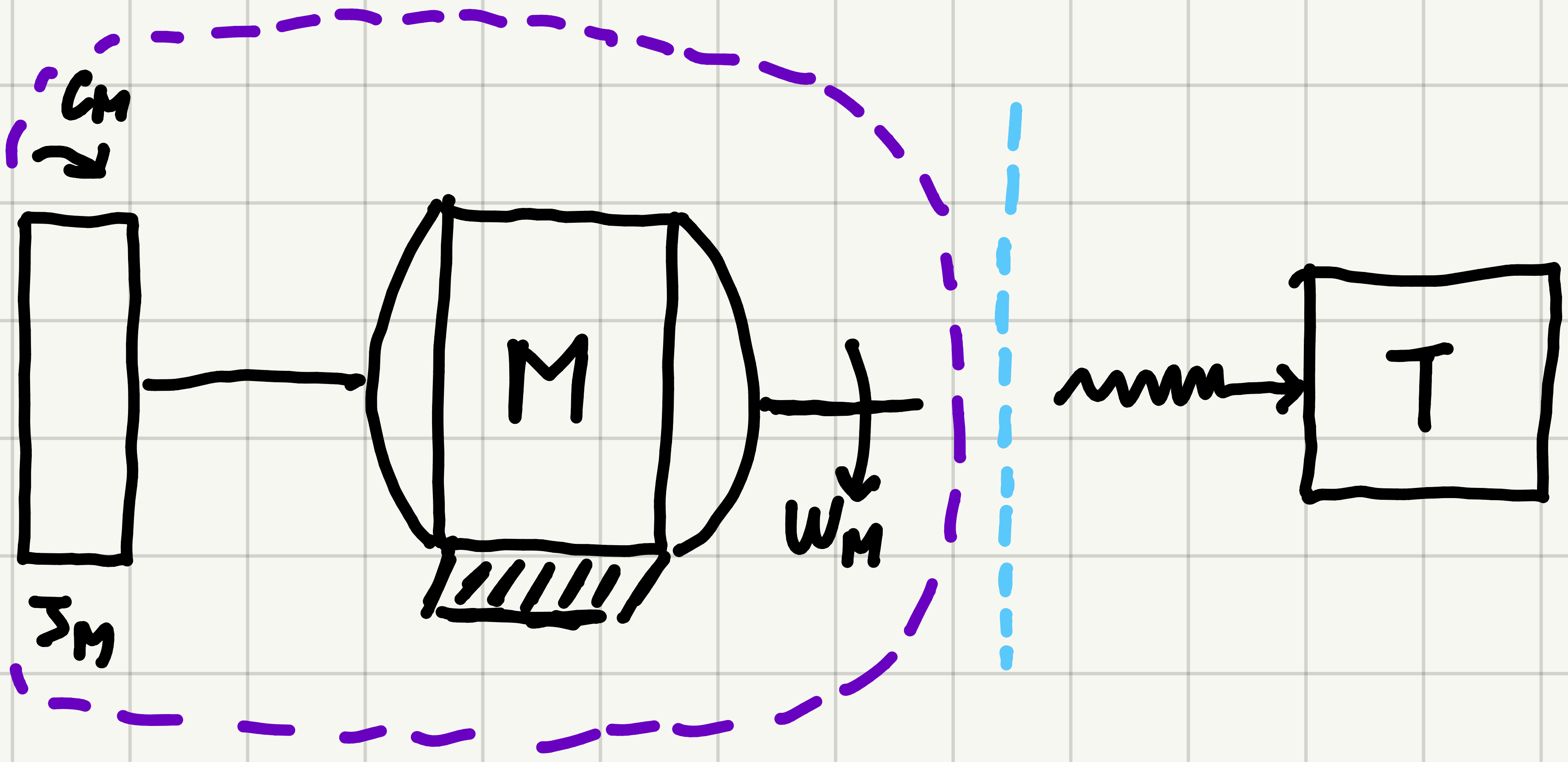
MOTO RETROGRADO

$$P_2 = -(P_T + P_1) \qquad \eta = \frac{|P_1|}{|P_2|}$$

! $\eta_r < \eta_d$, POICHÉ T È COSTRUITO IN MODO DA FUNZIONARE IN MOTO DIRETTO

- $\eta = 0 \rightarrow$ TUTTA L'ENERGIA È DISSIPATA DA T
- $\eta = 1 \rightarrow$ NESSUNA DISSIPAZIONE

INDIVIDUARE IL TIPO DI MOTO



TAGLIO IL SISTEMA ALL'ALBERO CHE COLLEGA M E T

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA $C_M\omega_M - P_1 = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_M\omega_M^2\right) = J_M\omega_M\dot{\omega}_M$

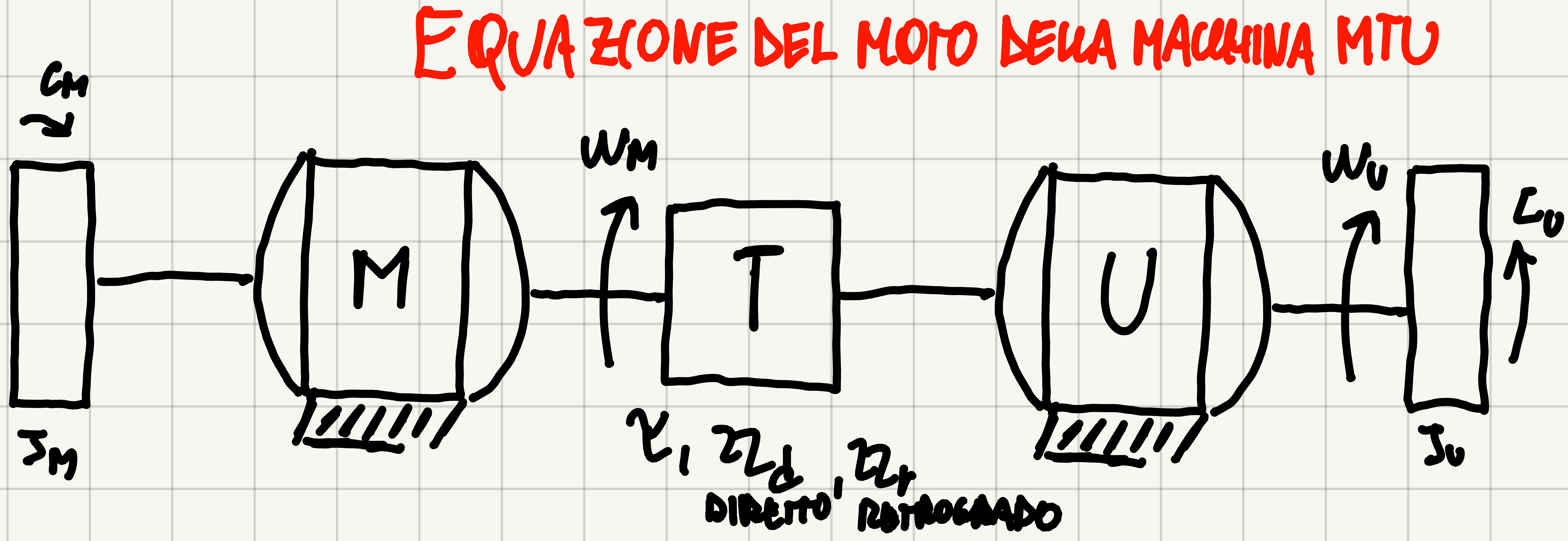
$\Rightarrow P_1 = (C_M - J_M\dot{\omega}_M)\omega_M \gtrless 0$

! $\dot{\omega}_M$ NON È NOTA $\Rightarrow \dot{\omega}_M \gtrless 0$? $\Rightarrow$ MOTO DIRETTO/RETROGRADO

IPOTESI MOTO DIRETTO $P_T = -(1-\eta)P_1 \Rightarrow$ CALCOLO $\dot{\omega}_M$ E VERIFICO:

- $P_1 > 0 \Rightarrow$ MOTO DIRETTO ✓
- $P_2 < 0 \Rightarrow$ MOTO RETROGRADO $\Rightarrow$ RICALCOLO $\dot{\omega}_M$

EQUAZIONE DEL MOTO DELLA MACCHINA MTU



$$P_M + P_U + P_T = \frac{d}{dt}(K_M + K_U)$$

- $P_M = \vec{C}_M \cdot \vec{\omega}_M = C_M\omega_M > 0$
- $P_U = \vec{C}_U \cdot \vec{\omega}_U = C_U\omega_U < 0$
- $K_M = \frac{1}{2}J_M\omega_M^2 \quad K_U = \frac{1}{2}J_U\omega_U^2$

Nell'ipotesi di moto diretto, $P_T = -(1-\eta_d)P_1$ dove $P_1 = C_M\omega_M - J_M\omega_M\dot{\omega}_M$

$$P_M + P_U + P_T = \frac{d}{dt}(K_M + K_U) \rightarrow \cancel{C_M}\omega_M - C_U\omega_U - (\cancel{1}-\eta_d)(C_M\omega_M - J_M\omega_M\dot{\omega}_M)$$

$$= \cancel{J_M\omega_M}\dot{\omega}_M + J_U\omega_U\dot{\omega}_U \qquad \tau = \frac{\omega_U}{\omega_M} \Rightarrow \omega_U = \tau\omega_M \rightarrow \dot{\omega}_U = \tau\dot{\omega}_M$$

$$\Rightarrow \eta_d C_M \cancel{\omega_M} - C_U\tau\cancel{\omega_M} = \eta_d J_M\cancel{\omega_M}\dot{\omega}_M + J_U\tau^2\cancel{\omega_M}\dot{\omega}_M$$

$$\eta_d C_M - \tau C_U = (\eta_d J_M + \tau^2 J_U)\dot{\omega}_M \Rightarrow \dot{\omega}_M = \frac{\eta_d C_M - \tau C_U}{\eta_d J_M + \tau^2 J_U}$$

$\Rightarrow$ verifico l'ipotesi di moto diretto

- $P_1 > 0 \Rightarrow$ moto diretto ✓
- $P_1 < 0 \Rightarrow$ moto retrogrado $\Rightarrow$ ricalcolo $\dot{\omega}_M$

Considerazioni:

- Fatta la riduzione all'albero motore ed utilizzatore, tutte le MTU che funzionano in moto diretto rispetto l'equazione ottenuta
- L'equazione del moto ci dice che $\dot{\omega}_M$ è legata a C_M, C_U e dalle inerzie di motore ed utilizzatore

Condizioni della MTU:

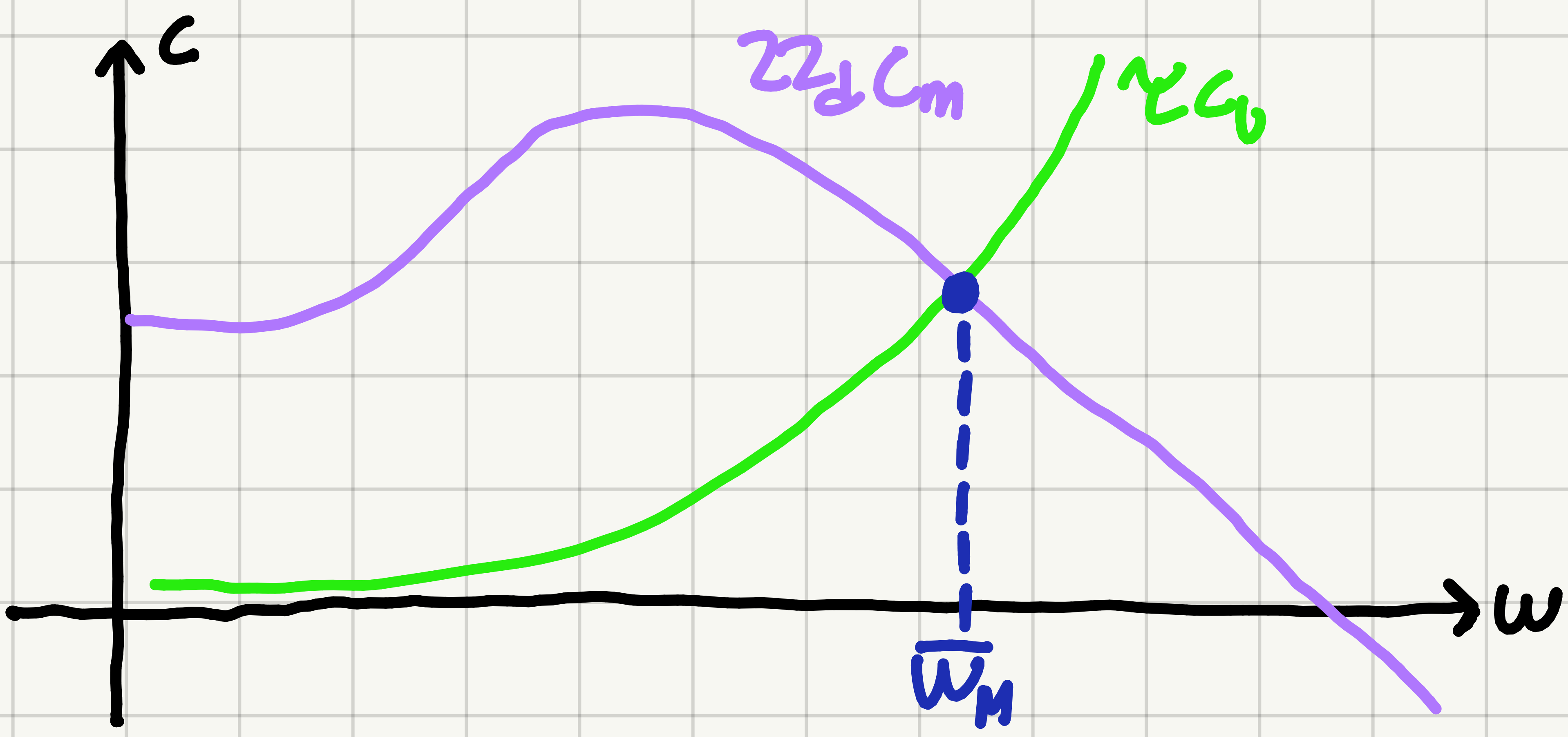
- **Regime transitorio**: condizione generale, $\dot{\omega}_M \neq 0 \rightarrow K \neq 0 \Rightarrow \omega$ non costante

Sono considerati i transitori di avvio ed arresto della macchina e delle perturbazioni intermedie

- **Regime permanente**: C_M e C_U si bilancia $\Rightarrow \dot{\omega}_M = 0 \Rightarrow K_{macchina}$ costante. Condizione obiettivo esauriti i transitori di avvio/arresto

$P_1 = C_M\omega_M - J_M\omega_M\dot{\omega}_M = P_M \qquad \eta_d C_M(\bar{\omega}_M) = \tau C_U(\bar{\omega}_U)$

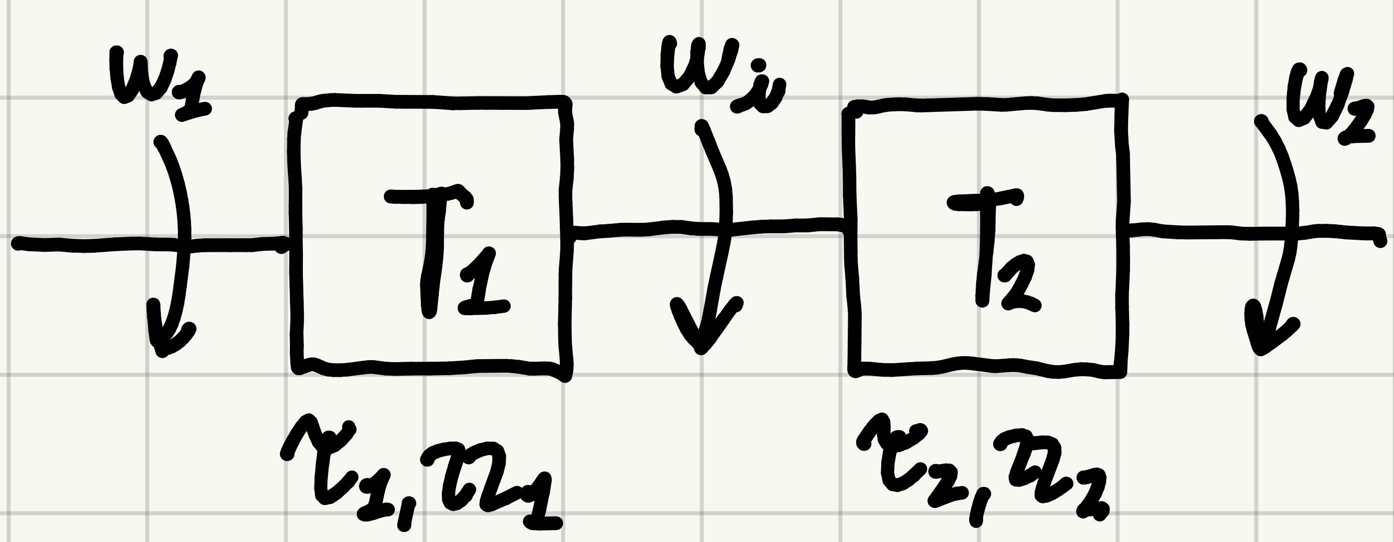
ESEMPIO COL MOTORE ASINCRONO TRIFASE



$\bar{\omega}_M \Rightarrow \dot{\omega}_M = 0$ IN QUANTO COPPIA MOTRICE = COPPIA RESISTENTE

TRASMISSIONI MULTIPLE

TRASMISSIONI IN SERIE, STADI INTERMEDI TRA OGNUNO (ESEMPIO CON 2 TRASMISSIONI)



SUPPONIAMO CHE LA MACCHINA FUNZIONI IN MODO DIRETTO

Hp: TRA T_1 E T_2 NON VI È ALCUNA COPPIA; INERZIA DELL'ALBERO TRASCURABILE

$$\tau_1 = \frac{\omega_i}{\omega_1} \qquad \tau_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} \rightarrow \tau = \tau_1 \cdot \tau_2 = \frac{\omega_i}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_i} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\eta_1 = \frac{|P_i|}{|P_1|} \qquad \eta_2 = \frac{|P_2|}{|P_i|} \qquad \eta = \eta_1 \cdot \eta_2 = \frac{|P_i|}{|P_1|} \cdot \frac{|P_2|}{|P_i|} = \frac{|P_2|}{|P_1|}$$