Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4 (S.A.4)

Analisi Concettuale

Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale

Versione 2016-02-03

Indice

Queste slide sono composte dalle seguenti sottounità:

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.1 (S.A.4.1)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Introduzione

Versione 2016-02-03

FOL nell'Analisi Concettuale

Lo schema concettuale dell'applicazione consiste in:

1. Diagramma ER
2. Dizionario dei dati
3. Vincoli sui dati, esterni al diagramma ER
4. Diagramma UML degli use-case
5. Specifiche delle operazioni di use-case

Abbiamo visto come sia pericoloso, soprattutto per sistemi complessi, limitarsi ad usare il linguaggio naturale per definire 3. e 5.

Il linguaggio naturale è potenzialmente:

- Ambiguo
- Omissivo
- Contraddittorio
- Poco leggibile.

Anche l'interpretazione dei diagrammi può risultare ambigua, se non si associa una semantica precisa ai diversi costrutti.

FOL nell'Analisi Concettuale: Obiettivi

1. Associare una semantica precisa (usando la logica del primo ordine, FOL) ai diagrammi ER
   (ignoreremo i diagrammi degli use-case, sempre molto semplici)

2. Utilizzare la logica del primo ordine (FOL) per definire tutto ciò che, nello schema concettuale, non è definibile mediante diagrammi:
   - Vincoli sui dati, esterni al diagramma ER
   - Specifiche delle operazioni di use-case

FOL nell'Analisi Concettuale: sommario

Vedremo come:

- Un diagramma ER rappresenta una formula Φ in logica del primo ordine (FOL) i cui modelli definiscono tutti e soli i livelli estensionali legali dei dati.
- Il linguaggio diagrammatico dell'ER può allora essere considerato come uno strumento user-friendly per la definizione della formula logica Φ che definisce la struttura dei dati di interesse.
- Il vocabolario di Φ prevede simboli di predicato e di funzione che dipendono dal nome dei costrutti (entità, relationship, attributi, domini, etc.) del diagramma ER.
- ...

FOL nell'Analisi Concettuale: sommario (2)

Vedremo come:

- ...
- I vincoli sui dati non esprimibili in ER possono essere espressi direttamente in FOL mediante una formula Ψ (sullo stesso vocabolario di Φ) che va intesa in and con Φ e quindi restringe l'insieme dei modelli che definiscono tutti e soli i livelli estensionali legali dei dati:

$$\begin{array}{c}\text{Interpretazione } M \text{ rappresenta} \\ \text{un livello estensionale dei dati legale}\end{array} \iff M \models \Phi \wedge \Psi.$$

- La specifica di un'operazione di use-case in termini di precondizioni e postcondizioni può essere effettuata mediante formule FOL. Queste formule sono sullo stesso vocabolario di Φ.

FOL nell'Analisi Concettuale: sommario (3)

Conseguenze:

- Lo schema concettuale dell'applicazione può essere considerato come definito interamente in logica e quindi non ambiguo e univocamente interpretabile.
- È possibile dimostrare formalmente proprietà strutturali dello schema concettuale, prima delle fasi di progettazione e di implementazione.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.2 (S.A.4.2)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale

Semantica di ER in FOL

Versione 2016-02-03

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.2.1 (S.A.4.2.1)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di ER in FOL
Alfabeto

Versione 2016-02-03

Semantica di ER in FOL

Un diagramma ER è una specifica formale dei dati di interesse per un certo dominio applicativo, della loro struttura e delle loro articolazioni.

Mostreremo come un diagramma ER definisca una formula Φ in logica del primo ordine (first-order logic, FOL), che esprime vincoli sui livelli estensionali ammessi.

$$\begin{array}{c}\text{Interpretazione } M \text{ rappresenta} \\ \text{un livello estensionale dei dati legale}\end{array} \iff M \models \Phi.$$

La formula logica Φ definita da un diagramma ER è una congiunzione (and) di blocchi di formule, ognuno dei quali definisce la semantica di ogni modulo (entità, relationship, attributi, domini, relazioni is-a, generalizzazioni, vincoli di identificazione) presente nel diagramma.

Alfabeto

La formula FOL Φ definita da un certo diagramma ER sarà definita su un certo alfabeto, ovvero (oltre che i connettivi logici, i quantificatori, etc. e un certo numero di variabili):

- su un certo insieme di simboli di predicato $\mathcal{P}$ e
- su un certo insieme di simboli di funzione $\mathcal{F}$.

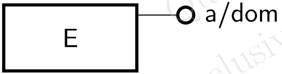
I simboli di predicato in $\mathcal{P}$ (con le loro arità) sono univocamente definiti dal nome dei diversi moduli e costrutti presenti nel diagramma ER (in particolare, dai nomi delle entità, relationship, attributi e domini).

I simboli di funzione in $\mathcal{F}$ (con le loro arità) sono univocamente definiti dalle operazioni necessarie per operare sui valori dei domini.

Come al solito, assumeremo che tra i simboli di predicato $\mathcal{P}$ ci sia il simbolo binario di uguaglianza $=/2$.

Simboli di predicato per entità

Ogni entità E presente nel diagramma ER definisce il simbolo di predicato unario E/1.



$\mathsf{E}/1 \in \mathcal{P}$

In ogni modello M della formula Φ che definisce il diagramma ER, le istanze dell'entità E saranno rappresentate dagli elementi e del dominio di interpretazione di M tali che $\mathsf{E}(e) = \text{true}$.

Simboli di predicato per entità (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma ER definisca le entità Persona e Azienda.

La formula FOL Φ definita dal diagramma conterrà occorrenze dei simboli di predicato Persona/1 e Azienda/1. Quindi:

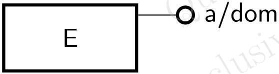
$$\mathcal{P} = \{\ldots, \text{Persona}/1, \text{Azienda}/1, \ldots\}\,.$$

Un modello M di Φ definirà (tra l'altro):

- l'estensione del simbolo di predicato Persona, ad es.: $M(\text{Persona}) = \{\alpha, \beta\}$ (tutte e sole le istanze dell'entità Persona)
- l'estensione del simbolo di predicato Azienda, ad es.: $M(\text{Azienda}) = \{\gamma, \delta\}$ (tutte e sole le istanze dell'entità Azienda).

Simboli di predicato per domini

Ogni dominio dom utilizzato nel diagramma ER definisce il simbolo di predicato unario dom/1.



$\mathrm{dom}/1 \in \mathcal{P}$

In ogni modello M della formula Φ che definisce il diagramma ER, i valori del dominio dom saranno rappresentati dagli elementi d del dominio di interpretazione di M tali che $\mathrm{dom}(d) = \mathrm{true}$.

Simboli di predicato per domini (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma ER definisca attributi (di una qualche entità o relationship) aventi come dominio intero e data.

La formula FOL Φ definita dal diagramma conterrà occorrenze dei simboli di predicato intero/1 e data/1. Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \mathsf{intero}/1, \mathsf{data}/1, \ldots\}.$$

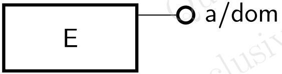
Un modello M di Φ definirà (tra l'altro):

- l'estensione del simbolo di predicato intero/1
- l'estensione del simbolo di predicato data/1

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Simboli di predicato per attributi di entità

Per ogni attributo a presente nel diagramma ER definisce il simbolo di predicato binario a/2.



$a/2 \in \mathcal{P}$

In ogni modello M della formula Φ che definisce il diagramma ER, i valori dell'attributo a per l'istanza e di E saranno rappresentati dagli elementi v del dominio di interpretazione di M tali che $a(e, v) = \text{true}$.

Simboli di predicato per attributi di entità (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma ER definisca l'entità Persona con l'attributo email di dominio stringa.

La formula FOL Φ definita dal diagramma conterrà occorrenze del simbolo di predicato email/2. Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \text{email}/2, \ldots\}\,.$$

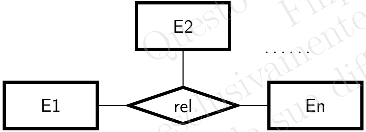
Un modello M di Φ definirà (tra l'altro) l'estensione del simbolo di predicato email/2, ad es.:

$$M(\text{email}) = \left\{ \begin{array}{l} \ldots, (\alpha, \text{alpha@mymail.com}), \\ (\alpha, \text{alpha2@hismail.com}), (\beta, \text{b@yourmail.com}) \ldots \end{array} \right\}$$

(tutti e soli i valori dell'attributo email per le diverse istanze di Persona)

Simboli di predicato per relationship

Ogni relationship rel di arità n presente nel diagramma ER definisce il simbolo di predicato n-ario rel/n.



$\mathrm{rel}/n \in \mathcal{P}$

In ogni modello M della formula Φ che definisce il diagramma ER, le istanze della relationship rel saranno rappresentate dalle n-ple $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$ del dominio di interpretazione di M tali che $\mathrm{rel}(e_1, e_2, \ldots, e_n) = \mathrm{true}$.

Simboli di predicato per relationship (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma ER definisca la relationship binaria lavora tra le entità Persona e Azienda.

La formula FOL Φ definita dal diagramma conterrà occorrenze del simbolo di predicato lavora/2. Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \text{lavora}/2, \ldots\}\,.$$

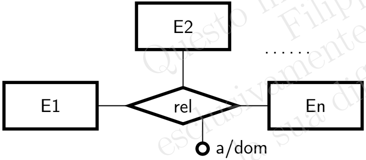
Un modello M di Φ definirà (tra l'altro) l'estensione del simbolo di predicato lavora/2, ad es.:

$$M(\text{lavora}) = \{(\alpha, \gamma), (\alpha, \delta), (\beta, \delta)\}$$

(tutte e sole le istanze di lavora, ovvero persone e aziende in cui lavorano)

Simboli di predicato per attributi di relationship

Ogni attributo a (di dominio dom) di una relationship rel di arità n del diagramma ER definisce il simbolo di predicato $(n+1)$-ario a/(n+1).



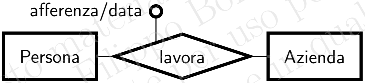
$$\mathsf{a}/(n+1) \in \mathcal{P}$$

In ogni modello M della formula Φ che definisce il diagramma ER, i valori v dell'attributo a delle istanze $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$ della relationship rel saranno rappresentati dalle $(n+1)$-ple $(e_1, e_2, \ldots, e_n, v)$ del dominio di interpretazione di M tali che $\mathsf{a}(e_1, e_2, \ldots, e_n, v) = \mathsf{true}$.

Simboli di predicato per attributi di relationship (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma ER definisca la relationship binaria lavora tra le entità Persona e Azienda con attributo afferenza/data.



La formula FOL Φ definita dal diagramma conterrà occorrenze del simbolo di predicato afferenza/3. Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \text{afferenza}/3, \ldots\}\,.$$

Un modello M di Φ definirà (tra l'altro) l'estensione del simbolo di predicato afferenza/3, ad es.:

$$M(\text{afferenza}) = \{(\alpha, \gamma, 3/2/1992), (\alpha, \delta, 5/7/2003), (\beta, \delta, 1/10/1996)\}$$

(tutti e soli i valori di afferenza per tutte le istanze di lavora)

Simbolo di predicato "="

Come al solito, assumiamo che sia presente il simbolo di predicato binario di uguaglianza $=/2$, che useremo in forma infissa

La semantica del simbolo di predicato $=$ non è oggetto di interpretazione: ogni interpretazione I fissa l'estensione di questo simbolo di predicato alle coppie di elementi del dominio di interpretazione uguali

Esempio

Supponiamo che una interpretazione I definisca il dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$.

L'estensione del predicato $=/2$ nell'interpretazione I è fissata a:

$$I(=) = \{(\alpha, \alpha), (\beta, \beta), (\gamma, \gamma)\}$$

Simboli per domini specializzati

Ogni dominio specializzato dom_spec utilizzato nel diagramma ER, specializzazione del dominio dom definisce:

- un simbolo di pred. unario per dom_spec
- un simbolo di pred. unario per dom

$$\{\text{dom}/1, \text{dom\_spec}/1\} \subseteq \mathcal{P}$$

In ogni modello M della formula Φ che definisce il diagramma ER, i valori dei domini dom e dom_spec saranno rappresentati dagli elementi d del dominio di interpretazione di M tali che, rispettivamente $\text{dom}(d) = \text{true}$ e $\text{dom\_spec}(d) = \text{true}$.

Esempio: Supponiamo che un diagramma ER definisca attributi (di una qualche entità o relationship) di dominio intero ≥ 0 e [0,59].

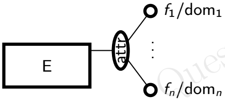
La formula FOL Φ definita dal diagramma conterrà occorrenze dei simboli di predicato intero/1, "intero $\geq$ 0"/1, "[0,59]"/1. Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \text{intero}/1, \text{“intero} \geq 0\text{''}/1, \text{“[0,59]''}/1, \ldots\}.$$

Simboli per campi di domini composti

Ogni dominio dom utilizzato nel diagramma ER (ad es. dominio dell'attributo attr) e composto dai campi $\mathrm{f}_1/\mathrm{dom}_1, \ldots, \mathrm{f}_n/\mathrm{dom}_n$ definisce:

- un simbolo di predicato unario dom/1
- un simbolo di predicato unario per ogni dominio di ogni campo
- un simbolo di predicato binario per ogni campo.



$$\{\mathrm{dom}/1, \mathrm{dom}_1/1, \ldots, \mathrm{dom}_n/1, \mathrm{f}_1/2, \ldots, \mathrm{f}_n/2\} \subseteq \mathcal{P}$$

In ogni modello M della formula Φ che definisce il diagramma ER:

- i valori dei domini $\mathrm{dom}, \mathrm{dom}_1, \ldots, \mathrm{dom}_n$ saranno rappresentati dagli elementi d del dominio di interpretazione di M tali che, rispettivamente $\mathrm{dom}(d) = \mathrm{true}$, $\mathrm{dom}_1(d) = \mathrm{true}$, ..., $\mathrm{dom}_n(d) = \mathrm{true}$.
- i valori dei campi $\mathrm{f}_1, \ldots, \mathrm{f}_n$ di un'istanza d del dominio dom saranno rappresentati dagli elementi $d'_1, \ldots, d'_n$ del dominio di interpretazione di M tali che $\mathrm{f}_1(d, d'_1) = \mathrm{true}$, ..., $\mathrm{f}_n(d, d'_n) = \mathrm{true}$.

Simboli per campi di domini composti (2)

Esempio

Supponiamo che un diagramma ER definisca attributi (di una qualche entità o relationship) di dominio ora composto dai campi h/[0,23], m/[0,59] e s/[0,59].

La formula FOL Φ definita dal diagramma conterrà occorrenze dei simboli di predicato ora/1, [0,23]/1, [0,59]/1, h/2, m/2, s/2.

Quindi:

$$\mathcal{P} = \{\ldots, \mathrm{ora}/1, [0{,}23]/1, [0{,}59]/1, \mathrm{h}/2, \mathrm{m}/2, \mathrm{s}/2, \ldots\}\,.$$

Un modello M di Φ definirà (tra l'altro) l'estensione di questi simboli di predicato. Ad esempio:

- $M(\mathrm{ora}) = \{\alpha, \beta, \ldots\}$
- $M([0{,}23]) = \{\gamma, \delta, \ldots\}$
- $M([0{,}59]) = \{\gamma, \delta, \epsilon, \varphi, \ldots\}$
- $M(\mathrm{h}) = \{(\alpha, \gamma), (\beta, \delta), \ldots\}$
- $M(\mathrm{m}) = \{(\alpha, \delta), (\beta, \epsilon), \ldots\}$
- $M(\mathrm{s}) = \{(\alpha, \varphi), (\beta, \delta), \ldots\}$

Intuitivamente, M sta interpretando il valore α del dominio ora come avere il valore γ per il campo h, δ per il campo m, φ per il campo s (ovvero α è l'ora $\gamma : \delta : \varphi$).

Altri simboli

Il nostro obiettivo è usare FOL per esprimere conoscenza sul dominio applicativo non esprimibile mediante diagrammi.

In particolare:

- Vincoli sui dati non esprimibili nel diagramma ER
  Esempio: i direttori di dipartimento devono avere un'anzianità di servizio di almeno 5 anni

- Definizione delle funzionalità che il sistema dovrà offrire:
  Esempio: la segreteria didattica dovrà poter calcolare la media dei voti degli esami di ogni dato studente

Altri simboli (2)

Per agevolare la modellazione di tale conoscenza in FOL estenderemo:

- l'insieme dei simboli di predicato $\mathcal{P}$ con opportuni simboli per tutte le necessarie relazioni matematiche:

$$\leq/2,\ </2,\ \geq/2,\ >/2,\ \text{etc.}$$

  (che useremo, se opportuno, in forma infissa –zucchero sintattico)

- l'insieme dei simboli di funzione $\mathcal{F}$ con opportuni simboli per tutte le necessarie operazioni matematiche:

$$+/2,\ -/2,\ */2,\ //2,\ |\cdot|/1,\ \mathrm{sqrt}/1,\ \mathrm{pow}/2,\ \log_2/1,\ \text{etc.}$$

  (che useremo, se opportuno, in forma infissa –zucchero sintattico)

Nelle prossime slide definiremo più precisamente quali ulteriori simboli di predicato e di funzione assumiamo essere presenti nell'alfabeto.

Semantica di ER in FOL: formula

Dato un diagramma ER, la formula Φ che ne definisce la semantica è sul seguente alfabeto:

- Insieme dei simboli di predicato $\mathcal{P}$: simboli per entità, domini, relationship, attributi (come già visto) + simboli per relazioni matematiche (ad es., $\leq, <, \geq, >$, etc.)
- Insieme dei simboli di funzione $\mathcal{F}$: simboli di costante per denotare valori di domini base, ad es., 0, 1, 2, etc. per gli interi (altri saranno introdotti in seguito) + simboli di funzione per operazioni matematiche (ad es., $+, -, *, /, |\cdot|$, etc.).

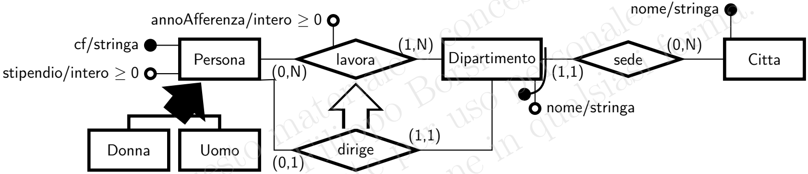
La formula Φ esprime dei vincoli che una interpretazione M deve soddisfare affinché rappresenti un livello estensionale legale del diagramma ER.

Quindi:

$M \models \Phi \iff$ M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma ER.

Esempio

La formula FOL Φ che definisce la semantica del seguente diagramma ER:

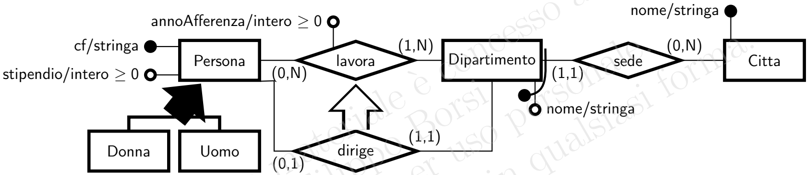


è definita sul seguente insieme di simboli di predicato e di funzione:

- $\mathcal{P} = \{$ Persona/1, Uomo/1, Donna/1, Dipartimento/1, Citta/1, sede/2, lavora/2, dirige/2, cf/2, stipendio/2, annoAfferenza/3, nome/2 sede/2, intero/1, "intero ≥ 0"/1, stringa/1, $\leq$/2, $<$/2, $\geq$/2, $>$/2, $\ldots \}$
- $\mathcal{F} = \{ +/2, -/2, */2, //2, \ldots \}$
  (oltre che costanti per gli elementi dei domini che compaiono in Φ, v. seguito)

Esempio

La formula FOL Φ che definisce la semantica del seguente diagramma ER:



Una possibile interpretazione I per la formula Φ che definisce la semantica del diagramma è:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Persona}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Uomo}) = \{\alpha, \delta\}$
  - $I(\text{Donna}) = \{\alpha, \gamma\}$
  - $I(\text{Dipart.}) = \{\gamma, \beta\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\alpha, \delta\}$
  - $I(\text{“intero} \geq 0\text{”}) = \{\alpha, \gamma\}$
  - $I(\text{stringa}) = \{\beta, \gamma\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\gamma, \alpha), (\gamma, \beta)\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \gamma)\}$
  - $I(\text{dirige}) = \{(\beta, \gamma)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

I rappresenta un livello estensionale legale per il diagramma?

Esempio

Interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Persona) $= \{\alpha, \beta\}$
  - I(Uomo) $= \{\alpha, \delta\}$
  - I(Donna) $= \{\alpha, \gamma\}$
  - I(Dipart.) $= \{\gamma, \beta\}$
  - I(Citta) $= \{\alpha, \delta\}$
  - I(“intero ≥ 0”) $= \{\alpha, \gamma\}$
  - I(stringa) $= \{\beta, \gamma\}$
  - I(sede) $= \{(\gamma, \alpha), (\gamma, \beta)\}$
  - I(lavora) $= \{(\alpha, \gamma)\}$
  - I(dirige) $= \{(\beta, \gamma)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

I rappresenta un livello estensionale legale per il diagramma?

I ha molti problemi, per esempio:

- definisce α essere sia una persona (al contempo sia uomo che donna) che una città che un intero ≥ 0
- definisce δ essere un uomo (ma non una persona) e una città
- definisce due sedi per il dipartimento γ (che, tra l'altro, è definito essere anche un intero ≥ 0 e una stringa)
- definisce β come direttore del dipartimento γ anche se non vi lavora
- ...

Semantica di ER: versione iniziale

La formula Φ che definisce un diagramma ER esprime i vincoli che una interpretazione M deve soddisfare affinché rappresenti un livello estensionale legale del diagramma ER.

Quindi:

$$M \models \Phi \iff \text{M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma ER.}$$

Sapienza Università di Roma

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.2.2 (S.A.4.2.2)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di ER in FOL

Disgiunzione e Generalizzazione tra Entità, Relationship e Domini

Versione 2016-02-03

Disgiunzione tra tipi e/o entità

Una prima tipologia di vincoli da definire in Φ impongono la disgiunzione tra domini e/o entità

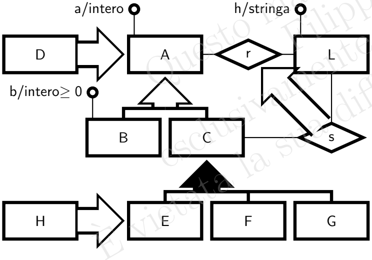
In particolare:

1. due entità diverse non appartenenti ad uno stesso albero di relazioni is-a e/o generalizzazioni
2. due entità diverse appartenenti ad uno stesso albero di relazioni is-a e/o generalizzazioni tali che il cammino che le congiunge passa per due entità figlie di una stessa generalizzazione
3. due domini diversi semanticamente disgiunti
4. una qualunque entità e un qualunque dominio

non devono avere istanze in comune

Disgiunzione tra tipi e/o entità: esempio

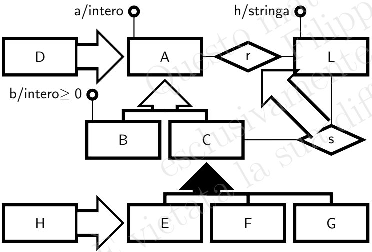
Non devono avere istanze in comune:



1. due entità diverse non appartenenti ad uno stesso albero di relazioni is-a e/o generalizzazioni
   - $\forall x\ A(x) \rightarrow \neg L(x)$
   - $\forall x\ B(x) \rightarrow \neg L(x)$
   - ...
   - $\forall x\ H(x) \rightarrow \neg L(x)$

Disgiunzione tra tipi e/o entità: esempio

Non devono avere istanze in comune:

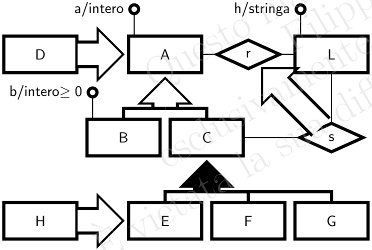


2. due entità diverse appartenenti ad uno stesso albero di relazioni is-a e/o generalizzazioni tali che il cammino che le congiunge passa per due entità figlie di una stessa generalizzazione

- $\forall x\ B(x) \rightarrow \neg C(x)$
- $\forall x\ B(x) \rightarrow \neg E(x)$
- $\forall x\ B(x) \rightarrow \neg F(x)$
- $\forall x\ B(x) \rightarrow \neg G(x)$
- $\forall x\ B(x) \rightarrow \neg H(x)$
- $\forall x\ E(x) \rightarrow \neg F(x)$
- $\forall x\ E(x) \rightarrow \neg G(x)$
- $\forall x\ F(x) \rightarrow \neg G(x)$
- $\forall x\ H(x) \rightarrow \neg F(x)$
- $\forall x\ H(x) \rightarrow \neg G(x)$

Disgiunzione tra tipi e/o entità: esempio

Non devono avere istanze in comune:

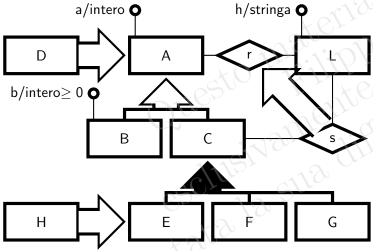


3. due domini diversi semanticamente disgiunti

- $\forall x$ intero$(x) \rightarrow \neg$stringa(x)
- $\forall x$ "intero ≥ 0"$(x) \rightarrow \neg$stringa(x)

Disgiunzione tra tipi e/o entità: esempio

Non devono avere istanze in comune:



4. una qualunque entità e un qualunque dominio

- $\forall x\ A(x) \rightarrow \neg \text{intero}(x)$
- ...
- $\forall x\ L(x) \rightarrow \neg \text{intero}(x)$

- $\forall x\ A(x) \rightarrow \neg \text{“intero} \geq 0\text{”}(x)$
- ...
- $\forall x\ L(x) \rightarrow \neg \text{“intero} \geq 0\text{”}(x)$

- $\forall x\ A(x) \rightarrow \neg \text{stringa}(x)$
- ...
- $\forall x\ L(x) \rightarrow \neg \text{stringa}(x)$

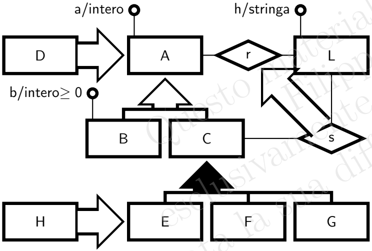
Generalizzazione tra entità e tra relationship

Un ulteriore insieme di vincoli da definire in Φ impone la relazione di sottoinsieme tra gli insiemi delle istanze di entità o relationship e loro generalizzazioni

In particolare:

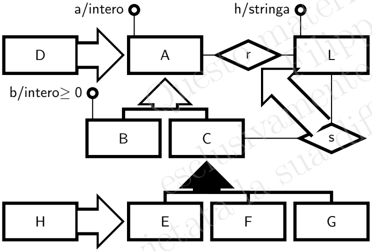
1. le istanze di una entità figlia di una generalizzazione o relazione is-a sono anche istanze dell'entità base
2. le istanze di una relationship figlia di una relazione is-a sono anche istanze della relationship base

Generalizzazione tra tra entità e tra relationship: esempio



1. Le istanze di una entità figlia di una generalizzazione o relazione is-a sono anche istanze dell'entità base
   - $\forall x \; B(x) \rightarrow A(x)$
   - $\forall x \; C(x) \rightarrow A(x)$
   - $\forall x \; D(x) \rightarrow A(x)$
   - $\forall x \; E(x) \rightarrow C(x)$
   - $\forall x \; F(x) \rightarrow C(x)$
   - $\forall x \; G(x) \rightarrow C(x)$
   - $\forall x \; H(x) \rightarrow E(x)$

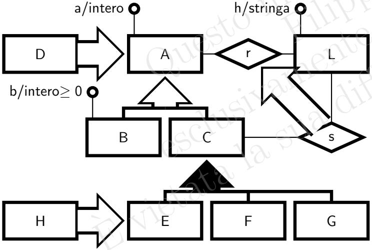
Generalizzazione tra tra entità e tra relationship: esempio



2. Le istanze di una relationship figlia di una relazione is-a sono anche istanze della relationship base
   - $\forall x, y \; s(x, y) \; \rightarrow r(x, y)$

Generalizzazioni complete tra entità

Una ulteriore tipologia di vincoli da definire in Φ impongono la completezza nelle generalizzazioni complete (denotate da freccia nera)



Ogni istanza di una entità base di una generalizzazione completa è istanza di (almeno) una dell'entità figlie

- $\forall x\ C(x) \rightarrow E(x) \vee F(x) \vee G(x)$

Specializzazione di domini

Una ulteriore tipologia di vincoli da definire in Φ definiscono i simboli di predicato per i domini specializzati (ad es., dom_spec) in termini dei simboli di predicato per i relativi domini base (ad es., dom).

La forma generale per questi vincoli (che andranno in and con le altre sotto-formule di Φ) è:

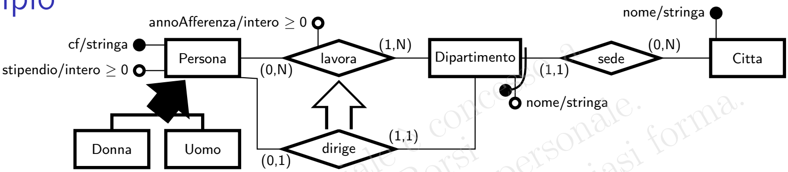
$$\forall x\, \text{dom\_spec}(x) \longleftrightarrow [\text{dom}(x) \;\wedge\; \text{``}x \text{ soddisfa il criterio di specializzazione''}]$$

Esempio:

- $\forall x$ “intero $\geq$ 0”$(x) \longleftrightarrow [\text{intero}(x) \;\wedge\; x{\geq}0]$
- $\forall x$ “[0,59]”$(x) \longleftrightarrow [\text{intero}(x) \;\wedge\; x{\geq}0 \;\wedge\; x{\leq}59]$

Nota: stiamo usando $\longleftrightarrow$ per definire il simbolo dom_spec. Ogni interpretazione della formula Φ sarà costretta, per essere un modello, a definire l'estensione di dom_spec/1 come specificato dalla formula.

Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, le seguenti sotto-formule:

1. $\forall x\ \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \neg\mathsf{Dipartimento}(x)$
2. $\forall x\ \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \neg\mathsf{Citta}(x)$
3. $\forall x\ \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \neg\text{“intero} \geq 0\text{”}(x)$
4. $\forall x\ \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \neg\mathsf{intero}(x)$
5. $\forall x\ \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \neg\mathsf{stringa}(x)$
6. $\forall x\ \mathsf{Uomo}(x) \rightarrow \neg\mathsf{Donna}(x)$
7. $\forall x\ \mathsf{Uomo}(x) \rightarrow \neg\mathsf{Dipartimento}(x)$
8. $\forall x\ \mathsf{Uomo}(x) \rightarrow \neg\mathsf{Citta}(x)$
9. $\forall x\ \mathsf{Uomo}(x) \rightarrow \neg\text{“intero} \geq 0\text{”}(x)$
10. $\forall x\ \mathsf{Uomo}(x) \rightarrow \neg\mathsf{intero}(x)$
11. $\forall x\ \mathsf{Uomo}(x) \rightarrow \neg\mathsf{stringa}(x)$
12. $\forall x\ \mathsf{Donna}(x) \rightarrow \neg\mathsf{Dipartimento}(x)$
13. $\forall x\ \mathsf{Donna}(x) \rightarrow \neg\mathsf{Citta}(x)$
14. $\forall x\ \mathsf{Donna}(x) \rightarrow \neg\text{“intero} \geq 0\text{”}(x)$
15. $\forall x\ \mathsf{Donna}(x) \rightarrow \neg\mathsf{intero}(x)$
16. $\forall x\ \mathsf{Donna}(x) \rightarrow \neg\mathsf{stringa}(x)$
17. $\forall x\ \mathsf{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\mathsf{Citta}(x)$
18. $\forall x\ \mathsf{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\text{“intero} \geq 0\text{”}(x)$
19. $\forall x\ \mathsf{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\mathsf{intero}(x)$
20. $\forall x\ \mathsf{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\mathsf{stringa}(x)$
21. $\forall x\ \text{“intero} \geq 0\text{”}(x) \rightarrow \neg\mathsf{stringa}(x)$
22. $\forall x\ \mathsf{intero}(x) \rightarrow \neg\mathsf{stringa}(x)$
23. $\forall x\ \mathsf{Uomo}(x) \rightarrow \mathsf{Persona}(x)$
24. $\forall x\ \mathsf{Donna}(x) \rightarrow \mathsf{Persona}(x)$
25. $\forall x\ \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \mathsf{Uomo}(x) \vee \mathsf{Donna}(x)$
26. $\forall x, y\ \mathsf{dirige}(x, y) \rightarrow \mathsf{lavora}(x, y)$
27. $\forall x\ \text{“intero} \geq 0\text{”}(x) \leftrightarrow [\mathsf{intero}(x) \wedge x \geq 0]$

Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I vista in precedenza:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Persona}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Uomo}) = \{\alpha, \delta\}$
  - $I(\text{Donna}) = \{\alpha, \gamma\}$
  - $I(\text{Dipart.}) = \{\gamma, \beta\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\alpha, \delta\}$
  - $I(\text{“intero} \geq 0\text{”}) = \{\alpha, \gamma\}$
  - $I(\text{stringa}) = \{\beta, \gamma\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\gamma, \alpha), (\gamma, \beta)\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \gamma)\}$
  - $I(\text{dirige}) = \{(\beta, \gamma)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia un modello di Φ e quindi rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ: $\forall x \; \text{Persona}(x) \rightarrow \neg\text{Citta}(x)$
è violata per $x = \alpha$

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

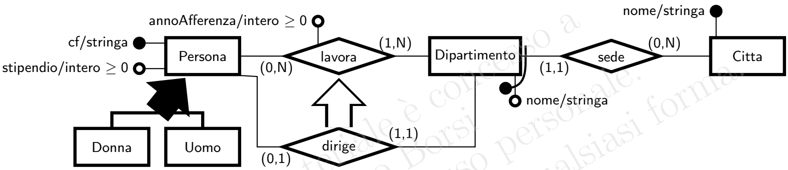
Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.2.3 (S.A.4.2.3)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di ER in FOL
Tipizzazione di Relationship

Versione 2016-02-03

Esempio

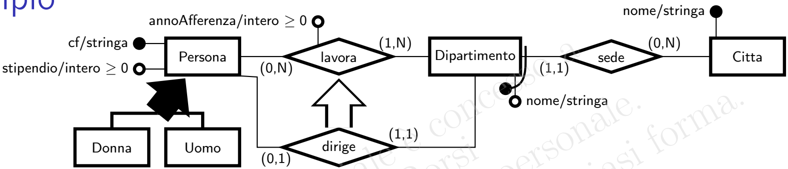


Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Citta)$=\{\epsilon\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \beta)\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(sede)$=\{(\gamma, \beta)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione, correttamente, non assegna gli stessi elementi del dominio a predicati che definiscono entità e/o domini disgiunti

Esempio



Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Pers.}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\epsilon\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \beta)\}$
  - $I(\text{Dipar.}) = \{\gamma, \delta\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\gamma, \beta)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

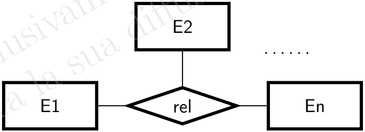
L'interpretazione non rappresenta ancora un livello estensionale legale per il diagramma, ad es. perché definisce le seguenti istanze di relationship:

- (γ, β) (relationship sede) che lega un dipartimento ad una persona
- (α, β) (relationship lavora) che lega una persona ad una persona

Tipizzazione di relationship

Una ulteriore tipologia di vincoli da definire in Φ impone che:

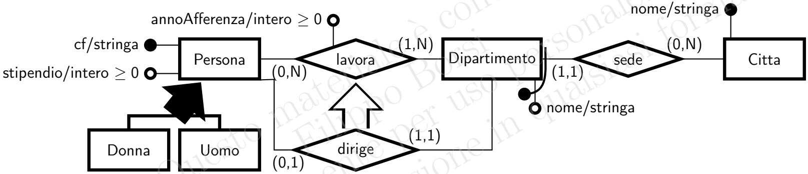
le *n*-ple dell'estensione di un predicato che definisce una relationship rel tra le entità $E_1, \ldots, E_n$ siano elementi del prodotto cartesiano $E_1 \times \cdots \times E_n$



$\Longrightarrow$ La formula Φ conterrà, in and, la seguente sotto-formula:

$$\forall e_1, \ldots, e_n \; \mathrm{rel}(e_1, \ldots, e_n) \; \rightarrow \; E_1(e_1) \wedge \cdots \wedge E_n(e_n)$$

Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall x, y$ lavora$(x, y) \rightarrow$ Persona$(x) \wedge$ Dipartimento(y)
- $\forall x, y$ dirige$(x, y) \rightarrow$ Persona$(x) \wedge$ Dipartimento(y)
- $\forall x, y$ sede$(x, y) \rightarrow$ Dipartimento$(x) \wedge$ Citta(y)

Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I vista in precedenza:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Pers.}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\epsilon\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \beta)\}$
  - $I(\text{Dipar.}) = \{\gamma, \delta\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\gamma, \beta)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia un modello di Φ e quindi rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\forall x, y \ \text{lavora}(x, y) \rightarrow \text{Persona}(x) \land \text{Dipartimento}(y)$$

è violata per $x = \alpha$ e $y = \beta$

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

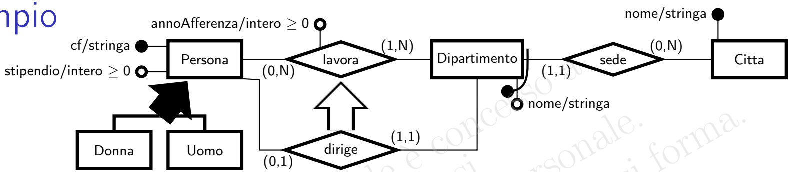
Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.2.4 (S.A.4.2.4)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di ER in FOL
Tipizzazione di Attributi

Versione 2016-02-03

Esempio



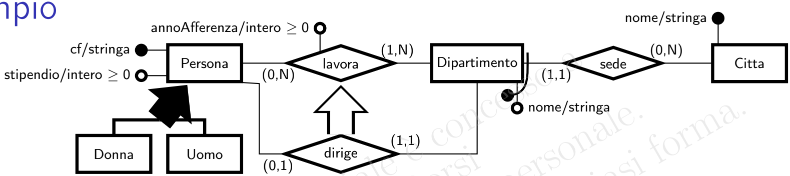
Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(lavora)$=\{(\beta, \delta)\}$
  - I(stringa)$=\{\iota\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \beta, \iota)\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \beta), (\beta, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione, correttamente:

- non assegna gli stessi elementi del dominio a predicati che definiscono entità e/o domini disgiunti ed è consistente con i vincoli dovuti alle relazioni is-a e alle generalizzazioni
- assegna, ai predicati che definiscono relationship, ennuple le cui componenti sono istanze delle giuste entità

Esempio



Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(lavora)$=\{(\beta, \delta)\}$
  - I(stringa)$=\{\iota\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \beta, \iota)\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \beta), (\beta, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione non rappresenta ancora un livello estensionale legale per il diagramma, ad es. perché definisce i seguenti valori per gli attributi:

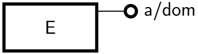
- La persona α ha la persona β come valore per l'attributo cf
- La coppia di persone (α, β) ha la stringa ι come valore per l'attributo annoAfferenza, anche se (α, β) non è una istanza della relationship lavora

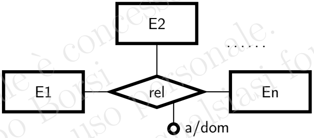
Tipizzazione di attributi

È necessario definire una ulteriore tipologia di vincoli in Φ per imporre che:

- le coppie dell'estensione di un predicato che definisce i valori di un attributo di (una o più) entità hanno come prima componente un'istanza di quella/quelle entità, e come seconda componente un'istanza del dominio dell'attributo
- le $(n+1)$-ple dell'estensione di un predicato che definisce i valori di un attributo di (una o più) relationship n-aria hanno come prime n componenti una n-pla che definisce un'istanza di quella relationship, e come $(n+1)$-ma componente un'istanza del dominio dell'attributo

Tipizzazione di attributi (2)





$\Longrightarrow$ La formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

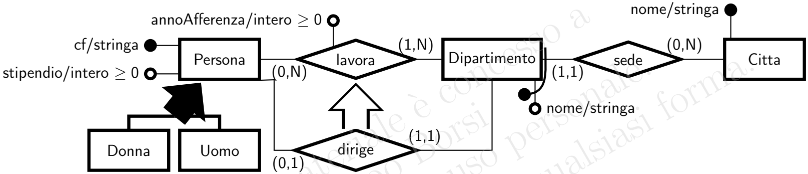
$$\forall e, v \;\; \mathrm{a}(e, v) \land \mathrm{E}(e) \;\rightarrow\; \mathrm{dom}(v)$$

$$\forall e_1, \ldots, e_n, v \;\; \mathrm{a}(e_1, \ldots, e_n, v) \land \mathrm{rel}(e_1, \ldots, e_n) \;\rightarrow\; \mathrm{dom}(v)$$

Si noti la differenza delle formule rispetto a quelle per la tipizzazione di relationship (ad es., $\forall e_1, \ldots, e_n \; \mathrm{rel}(e_1, \ldots, e_n) \;\rightarrow\; \mathrm{E}_1(e_1) \land \cdots \land \mathrm{E}_1(e_n)$).

Ragione: diverse entità e diverse relationship possono avere attributi omonimi su domini potenzialmente diversi. Prevediamo un simbolo di predicato (di arità 2) per gestire tutti gli attributi omonimi di entità e un simbolo di predicato (di arità $n+1$) per gestire tutti gli attributi omonimi di relationship della stessa arità n (un predicato per ogni n)

Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall x, v \ \mathrm{cf}(x, v) \wedge \mathrm{Persona}(x) \ \rightarrow \ \mathrm{stringa}(v)$
- $\forall x, v \ \mathrm{stipendio}(x, v) \wedge \mathrm{Persona}(x) \ \rightarrow \ \text{"intero} \geq 0\text{"}(v)$
- $\forall x, y, v \ \mathrm{annoAfferenza}(x, y, v) \wedge \mathrm{lavora}(x, y) \rightarrow \text{"intero} \geq 0\text{"}(v)$
- $\forall x, v \ \mathrm{nome}(x, v) \wedge \mathrm{Dipartimento}(x) \ \rightarrow \ \mathrm{stringa}(v)$
- $\forall x, v \ \mathrm{nome}(x, v) \wedge \mathrm{Citta}(x) \ \rightarrow \ \mathrm{stringa}(v)$

Nota: se l'attributo nome dell'entità Citta fosse di un altro dominio dom, l'ultima sotto-formula sarebbe: $\forall x, v \ \mathrm{nome}(x, v) \wedge \mathrm{Citta}(x) \ \rightarrow \ \mathrm{dom}(v)$. Questa non interferirebbe con la definizione del dominio dell'attributo omonimo dell'entità Dipartimento a causa dei vincoli di disgiunzione tra entità ($\forall x \ \mathrm{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\mathrm{Citta}(x)$)

Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I vista in precedenza:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(lavora)$=\{(\beta, \delta)\}$
  - I(stringa)$=\{\iota\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \beta, \iota)\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \beta), (\beta, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia un modello di Φ e quindi rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ: $\forall x, v\ \mathrm{cf}(x, v) \wedge \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \mathrm{stringa}(v)$ è violata per $x = \alpha$ e $y = \beta$

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

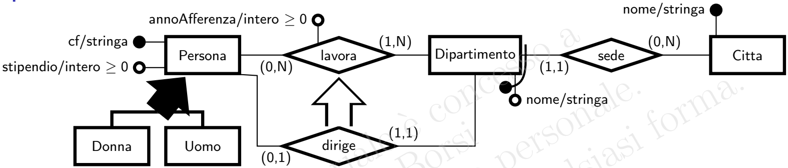
Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.2.5 (S.A.4.2.5)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di ER in FOL
Cardinalità di Relationship e Attributi

Versione 2016-02-03

Esempio



Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota, \chi, \lambda\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \gamma), (\alpha, \delta)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\gamma, \chi), (\gamma, \lambda)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione soddisfa tutti i vincoli visti in precedenza e modellati come sottoformule di Φ legate da and

Esempio

L'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota, \chi, \lambda\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \gamma), (\alpha, \delta)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\gamma, \chi), (\gamma, \lambda)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

non rappresenta ancora un livello estensionale legale per il diagramma, ad es. perché viola i vincoli di cardinalità su relationship e attributi. Ad esempio:

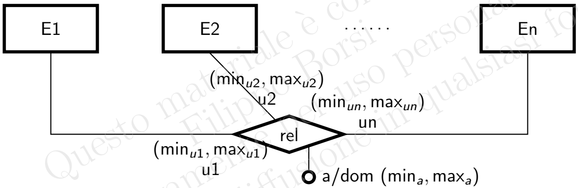
- La persona α ha sia ϵ che δ come valore per l'attributo cf
- La persona β non ha alcun valore per l'attributo cf
- Il dipartimento γ è coinvolto in due istanze della relationship sede
- L'istanza (α, δ) della relationship lavora non ha alcun valore per l'attributo annoAfferenza
- La città χ non ha alcun valore per l'attributo nome
- Il dipartimento γ ha due valori per l'attributo nome

Vincoli di cardinalità

È necessario definire una ulteriore tipologia di vincoli in Φ per imporre che siano soddisfatti:

- i vincoli di cardinalità sui ruoli delle relationship
- i vincoli di cardinalità sugli attributi di entità e relationship

Vincoli di cardinalità sui ruoli di relationship



Per ogni ruolo u_i, $1 \leq i \leq n$, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se $\mathrm{min}_{ui} > 0$):

$\forall e_i \;\; \mathrm{E_i}(e_i) \;\rightarrow$ esistono almeno min_{ui} istanze diverse di rel che hanno e_i come i-esima componente

Vincoli di cardinalità sui ruoli di relationship

Per ogni ruolo u_i, $1 \leq i \leq n$, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se $\text{min}_{ui} > 0$):

$$
\begin{array}{l}
\forall e_i \ \mathsf{E_i}(e_i) \rightarrow \\
\quad \exists e_1^1, \ldots, e_{i-1}^1, e_{i+1}^1, \ldots, e_n^1 \ \cdots \exists e_1^{\text{min}_{ui}}, \ldots, e_{i-1}^{\text{min}_{ui}}, e_{i+1}^{\text{min}_{ui}}, \ldots, e_n^{\text{min}_{ui}} \\
\qquad (e_1^1, \ldots, e_{i-1}^1, e_{i+1}^1, \ldots, e_n^1) \neq (e_1^2, \ldots, e_{i-1}^2, e_{i+1}^2, \ldots, e_n^2) \\
\qquad \wedge \cdots \wedge \\
\qquad (e_1^{\text{min}_{ui}-1}, \ldots, e_{i-1}^{\text{min}_{ui}-1}, e_{i+1}^{\text{min}_{ui}-1}, \ldots, e_n^{\text{min}_{ui}-1}) \neq (e_1^{\text{min}_{ui}}, \ldots, e_{i-1}^{\text{min}_{ui}}, e_{i+1}^{\text{min}_{ui}}, \ldots, e_n^{\text{min}_{ui}}) \\
\qquad \wedge \\
\qquad \mathsf{rel}(e_1^1, \ldots, e_{i-1}^1, e_i, e_{i+1}^1, \ldots, e_n^1) \wedge \cdots \wedge \mathsf{rel}(e_1^{\text{min}_{ui}}, \ldots, e_{i-1}^{\text{min}_{ui}}, e_i, e_{i+1}^{\text{min}_{ui}}, \ldots, e_n^{\text{min}_{ui}})
\end{array}
$$

Nota: abbiamo indicato con $(e_1^1, \ldots, e_{i-1}^1, e_{i+1}^1, \ldots, e_n^1) \neq (e_1^2, \ldots, e_{i-1}^2, e_{i+1}^2, \ldots, e_n^2)$ la formula $e_1^1 \neq e_1^2 \vee \cdots \vee e_{i-1}^1 \neq e_{i-1}^2 \vee e_{i+1}^1 \neq e_{i+1>}^2 \vee \cdots \vee e_n^1 \neq e_n^2$ (zucchero sintattico)

Vincoli di cardinalità sui ruoli di relationship

Per ogni ruolo u_i, $1 \leq i \leq n$, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se $\max_{ui} \neq N$):

$\forall e_i \;\; \mathrm{E_i}(e_i) \rightarrow$ non esistono $\max_{ui} + 1$ istanze diverse di rel che hanno e_i come i-esima componente

Vincoli di cardinalità sui ruoli di relationship

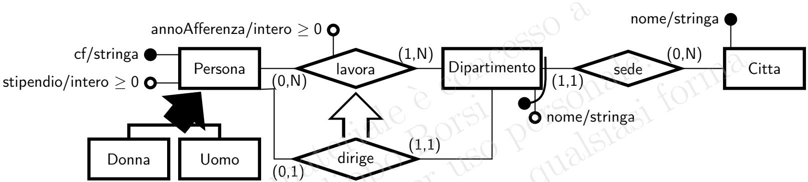
Per ogni ruolo u_i, $1 \leq i \leq n$, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se $\text{max}_{ui} \neq N$):

$$
\begin{array}{l}
\forall e_i \ \text{E}_\text{i}(e_i) \rightarrow \neg \Big[\\
\quad \exists e_1^1, \ldots, e_{i-1}^1, e_{i+1}^1, \ldots, e_n^1 \ \cdots \exists e_1^{\text{max}_{ui}+1}, \ldots, e_{i-1}^{\text{max}_{ui}+1}, e_{i+1}^{\text{max}_{ui}+1}, \ldots, e_n^{\text{max}_{ui}+1} \\
\qquad (e_1^1, \ldots, e_{i-1}^1, e_{i+1}^1, \ldots, e_n^1) \neq (e_1^2, \ldots, e_{i-1}^2, e_{i+1}^2, \ldots, e_n^2) \\
\qquad \wedge \cdots \wedge \\
\qquad (e_1^{\text{max}_{ui}}, \ldots, e_{i-1}^{\text{max}_{ui}}, e_{i+1}^{\text{max}_{ui}}, \ldots, e_n^{\text{max}_{ui}}) \neq (e_1^{\text{max}_{ui}+1}, \ldots, e_{i-1}^{\text{max}_{ui}+1}, e_{i+1}^{\text{max}_{ui}+1}, \ldots, e_n^{\text{max}_{ui}+1}) \\
\qquad \wedge \\
\qquad \text{rel}(e_1^1, \ldots, e_{i-1}^1, e_i, e_{i+1}^1, \ldots, e_n^1) \wedge \cdots \wedge \\
\qquad \text{rel}(e_1^{\text{max}_{ui}+1}, \ldots, e_{i-1}^{\text{max}_{ui}+1}, e_i, e_{i+1}^{\text{max}_{ui}+1}, \ldots, e_n^{\text{max}_{ui}+1}) \ \Big]
\end{array}
$$

Nota: abbiamo indicato con $(e_1^1, \ldots, e_{i-1}^1, e_{i+1}^1, \ldots, e_n^1) \neq (e_1^2, \ldots, e_{i-1}^2, e_{i+1}^2, \ldots, e_n^2)$ la formula $e_1^1 \neq e_1^2 \vee \cdots \vee e_{i-1}^1 \neq e_{i-1}^2 \vee e_{i+1}^1 \neq e_{i+1}^2 \vee \cdots \vee e_n^1 \neq e_n^2$ (zucchero sintattico)

Vincoli di cardinalità sui ruoli di relationship: Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall x\ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow [\exists y_1\ \text{lavora}(y_1, x)]$
- $\forall x\ \text{Persona}(x) \rightarrow \neg\, [\exists y_1, y_2\ \ y_1 \neq y_2 \wedge \text{dirige}(x, y_1) \wedge \text{dirige}(x, y_2)]$
- $\forall x\ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow [\exists y_1\ \text{dirige}(y_1, x)]$
- $\forall x\ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\, [\exists y_1, y_2\ \ y_1 \neq y_2 \wedge \text{dirige}(y_1, x) \wedge \text{dirige}(y_2, x)]$
- $\forall x\ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow [\exists y_1\ \text{sede}(x, y_1)]$
- $\forall x\ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\, [\exists y_1, y_2\ \ y_1 \neq y_2 \wedge \text{sede}(x, y_1) \wedge \text{sede}(x, y_2)]$

Vincoli di cardinalità sui ruoli di relationship: Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Pers.}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Dipar.}) = \{\gamma, \delta\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \gamma), (\alpha, \delta)\}$
  - $I(\text{"intero} \geq 0\text{"}) = \{\phi\}$
  - $I(\text{stringa}) = \{\epsilon, \iota\}$
  - $I(\text{cf}) = \{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - $I(\text{annoAff.}) = \{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - $I(\text{Citta}) = \{\chi, \lambda\}$
  - $I(\text{sede}) = \{(\gamma, \chi), (\gamma, \lambda)\}$
  - $I(\text{nome}) = \{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia modello di Φ e rappresenti un livello estens. legale per il diagramma.

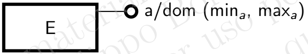
Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg \left[\exists y_1, y_2 \;\; y_1 \neq y_2 \wedge \text{sede}(x, y_1) \wedge \text{sede}(x, y_2)\right]$$

è violata per $x = \gamma$.

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

Vincoli di cardinalità su attributi di entià



Per ogni ruolo attributo a di una entità E, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se $\text{min}_a > 0$):

$\forall e \;\; E(e) \;\; \rightarrow$ esistono almeno min_a valori diversi per l'attributo a dell'istanza e

Vincoli di cardinalità su attributi di entià

Per ogni ruolo attributo a di una entità E, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se $\min_a > 0$):

$$
\begin{aligned}
&\forall e\ \mathrm{E}(e) \rightarrow \exists v_1, \ldots, v_{\min_a} \\
&\qquad v_1 \neq v_2\ \wedge \cdots \wedge\ v_1 \neq v_{\min_a}\ \wedge \cdots \wedge\ v_{\min_a - 1} \neq v_{\min_a}\ \wedge \\
&\qquad \mathrm{a}(e, v_1)\ \wedge \cdots \wedge\ \mathrm{a}(e, v_{\min_a})
\end{aligned}
$$

Vincoli di cardinalità su attributi di entià

Per ogni ruolo attributo a di una entità E, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se $\max_a \neq N$):

$$\forall e \;\; \mathsf{E}(e) \;\rightarrow\; \text{non esistono } \max_a + 1 \text{ valori diversi per l'attributo a dell'istanza } e$$

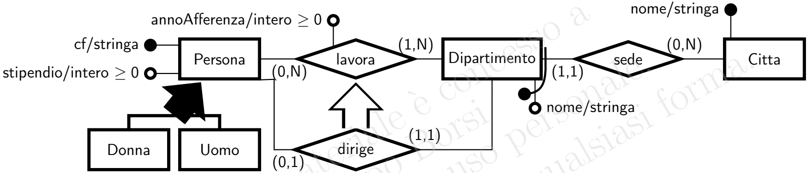
Vincoli di cardinalità su attributi di entià

Per ogni ruolo attributo a di una entità E, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se $\text{max}_a \neq N$):

$$
\begin{aligned}
\forall e\ \mathsf{E}(e) \rightarrow \neg\Big[\exists v_1, \ldots, v_{\text{max}_a+1}\ & \\
& v_1 \neq v_2\ \wedge \cdots \wedge\ v_1 \neq v_{\text{max}_a+1}\ \wedge \cdots \wedge\ v_{\text{max}_a} \neq v_{\text{max}_a+1}\ \wedge \\
& \mathsf{a}(e, v_1)\ \wedge \cdots \wedge\ \mathsf{a}(e, v_{\text{max}_a+1})\ \Big]
\end{aligned}
$$

Vincoli di cardinalità su attributi di entità: Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall x\ \mathrm{Persona}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \mathrm{cf}(x, v_1)]$
- $\forall x\ \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \neg[\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{cf}(x, v_1) \wedge \mathrm{cf}(x, v_2)]$
- $\forall x\ \mathrm{Persona}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \mathrm{stipendio}(x, v_1)]$
- $\forall x\ \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \neg[\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{stipendio}(x, v_1) \wedge \mathrm{stipendio}(x, v_2)]$
- $\forall x\ \mathrm{Dipartimento}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \mathrm{nome}(x, v_1)]$
- $\forall x\ \mathrm{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg[\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{nome}(x, v_1) \wedge \mathrm{nome}(x, v_2)]$
- $\forall x\ \mathrm{Citta}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \mathrm{nome}(x, v_1)]$
- $\forall x\ \mathrm{Citta}(x) \rightarrow \neg[\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{nome}(x, v_1) \wedge \mathrm{nome}(x, v_2)]$

Vincoli di cardinalità su attributi di entità: Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \gamma), (\alpha, \delta)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\gamma, \chi), (\gamma, \lambda)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia modello di Φ e rappresenti un livello estens. legale per il diagramma.

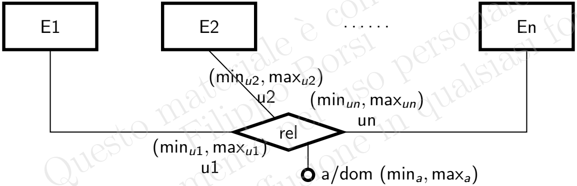
Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\forall x \ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2 \ \ v_1 \neq v_2 \wedge \text{nome}(x, v_1) \wedge \text{nome}(x, v_2)]$$

è violata per $x = \gamma$.

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

Vincoli di cardinalità su attributi di relationship



Per ogni attributo a di una qualche relationship rel, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se $\mathrm{min}_a > 0$):

$\forall e_1, \ldots, e_n \;\; \mathrm{rel}(e_1, \ldots, e_n) \;\rightarrow\;$ esistono almeno min_a valori diversi per l'attributo a dell'istanza $(e_1, \ldots, e_n)$

Vincoli di cardinalità su attributi di relationship

Per ogni attributo a di una qualche relationship rel, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità minima (solo se $\mathrm{min}_a > 0$):

$$\begin{aligned}\forall e_1, \ldots, e_n \;\; \mathrm{rel}(e_1, \ldots, e_n) \rightarrow \exists v_1, \ldots, v_{\mathrm{min}_a} & \\ & v_1 \neq v_2 \;\wedge \cdots \wedge v_1 \neq v_{\mathrm{min}_a} \;\wedge \cdots \wedge\; v_{\mathrm{min}_a - 1} \neq v_{\mathrm{min}_a} \\ & \mathrm{a}(e_1, \ldots, e_n, v_1) \;\wedge \cdots \wedge \mathrm{a}(e_1, \ldots, e_n, v_n)\end{aligned}$$

Vincoli di cardinalità su attributi di relationship

Per ogni attributo a di una qualche relationship rel, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se $\max_a \neq N$):

$\forall e_1, \ldots, e_n \;\; \mathrm{rel}(e_1, \ldots, e_n) \rightarrow$ non esistono $\max_a + 1$ valori diversi per l'attributo a dell'istanza $(e_1, \ldots, e_n)$

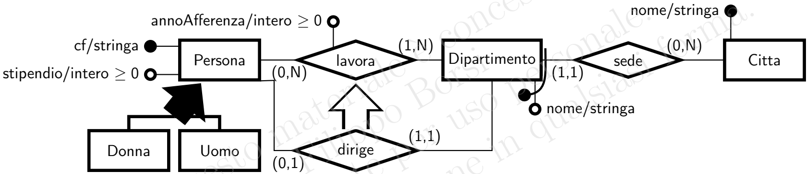
Vincoli di cardinalità su attributi di relationship

Per ogni attributo a di una qualche relationship rel, la formula Φ conterrà, in and, le seguenti sotto-formule:

Vincolo di cardinalità massima (solo se $\mathrm{max}_a \neq N$):

$$\begin{aligned}
&\forall e_1, \ldots, e_n \;\; \mathrm{rel}(e_1, \ldots, e_n) \rightarrow \\
&\qquad \neg\big[\exists v_1, \ldots, v_{\mathrm{max}_a+1} \\
&\qquad\qquad v_1 \neq v_2 \;\wedge \cdots \wedge v_1 \neq v_{\mathrm{max}_a+1} \;\wedge \cdots \wedge\; v_{\mathrm{max}_a} \neq v_{\mathrm{max}_a+1} \\
&\qquad\qquad \mathrm{a}(e_1, \ldots, e_n, v_1) \;\wedge \cdots \wedge \mathrm{a}(e_1, \ldots, e_n, v_n)\big]
\end{aligned}$$

Vincoli di cardinalità sui ruoli di relationship: Esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche le seguenti sotto-formule (oltre alle precedenti):

- $\forall x, y \; \text{lavora}(x, y) \rightarrow [\exists v_1 \; \text{annoAfferenza}(x, y, v_1)]$
- $\forall x, y \; \text{lavora}(x, y) \rightarrow$
  $\neg [\exists v_1, v_2 \; v_1 \neq v_2 \wedge \text{annoAfferenza}(x, y, v_1) \wedge \text{annoAfferenza}(x, y, v_2)]$

Vincoli di cardinalità sui ruoli di relationship: Esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \gamma), (\alpha, \delta)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\alpha, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi, \lambda\}$
  - I(sede)$=\{(\gamma, \chi), (\gamma, \lambda)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\gamma, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia modello di Φ e rappresenti un livello estens. legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\forall x, y \ \text{lavora}(x, y) \rightarrow [\exists v_1 \ \text{annoAfferenza}(x, y, v_1)]$$

è violata per $x = \alpha$ e $y = \delta$.

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

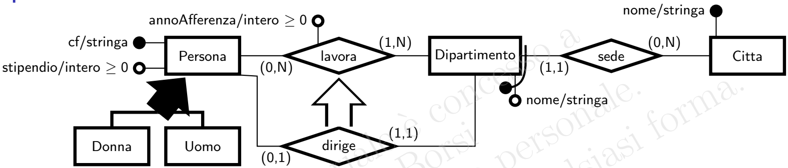
Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.2.6 (S.A.4.2.6)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di ER in FOL
Vincoli di Identificazione

Versione 2016-02-03

Esempio

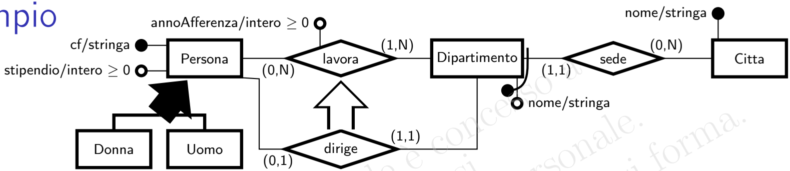


Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)=$\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)=$\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)=$\{(\alpha, \gamma)\}$
  - I("intero ≥0")=$\{\phi\}$
  - I(stringa)=$\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)=$\{(\alpha, \epsilon), (\beta, \epsilon)\}$
  - I(annoAff.)=$\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)=$\{\chi\}$
  - I(sede)=$\{(\gamma, \chi), (\delta, \chi)\}$
  - I(nome)=$\{(\gamma, \epsilon), (\delta, \epsilon), (\chi, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione soddisfa tutti i vincoli visti in precedenza e modellati come sottoformule di Φ legate da and

Esempio



Consideriamo l'interpretazione I definita come segue:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \gamma)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\beta, \epsilon)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi\}$
  - I(sede)$=\{(\gamma, \chi), (\delta, \chi)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\delta, \epsilon), (\chi, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione non rappresenta ancora un livello estensionale legale per il diagramma, ad es. perché definisce i seguenti valori per gli attributi:

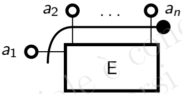
- Le persone α e β hanno lo stesso valore per l'attributo cf
- I dipartimenti γ e δ hanno lo stesso nome, sebbene abbiano sede nella stessa città

Vincoli di identificazione di entità

È necessario definire una ulteriore tipologia di vincoli in Φ per imporre che:

- i vincoli di identificazione per le entità (sia interni che esterni) siano soddisfatti

Vincoli di identificazione di entità interni

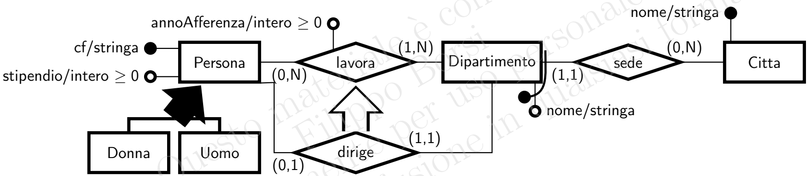


$\Longrightarrow$ La formula Φ conterrà, in and, la seguente sotto-formula, che impedisce che esistano due istanze di E che con gli stessi valori per gli attributi $\mathrm{a}_1, \ldots \mathrm{a}_\mathrm{n}$:

$$\neg\Big[\exists e_1, e_2, \; v_1, \ldots, v_n \;\; \mathrm{E}(e_1) \wedge \mathrm{E}(e_2) \wedge e_1 \neq e_2 \;\wedge \\ \mathrm{a}_1(e_1, v_1) \wedge \cdots \wedge \mathrm{a}_\mathrm{n}(e_1, v_n) \;\wedge \\ \mathrm{a}_1(e_2, v_1) \wedge \cdots \wedge \mathrm{a}_\mathrm{n}(e_2, v_n) \;\Big]$$

Si ricordi che i vincoli di cardinalità sugli attributi $\{\mathrm{a}_1, \ldots \mathrm{a}_\mathrm{n}\}$ devono essere tutti (1,1)

Vincoli di identificazione di entità interni: esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche la seguente sotto-formula (oltre alle precedenti):

- $\neg\left[\exists p_1, p_2, v \; \mathrm{Persona}(p_1) \wedge \mathrm{Persona}(p_2) \wedge p_1 \neq p_2 \wedge \mathrm{cf}(p_1, v) \wedge \mathrm{cf}(p_2, v)\right]$

Vincoli di identificazione di entità interni: esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \gamma)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\beta, \epsilon)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi\}$
  - I(sede)$=\{(\gamma, \chi), (\delta, \chi)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\delta, \epsilon), (\chi, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia un modello di Φ e rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma.

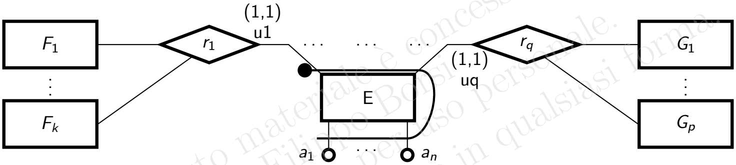
Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\neg\left[\exists p_1, p_2, v \ \text{Persona}(p_1) \wedge \text{Persona}(p_2) \wedge p_1 \neq p_2 \wedge \text{cf}(p_1, v) \wedge \text{cf}(p_2, v)\right]$$

è violata per $p_1 = \alpha$ e $p_2 = \beta$

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

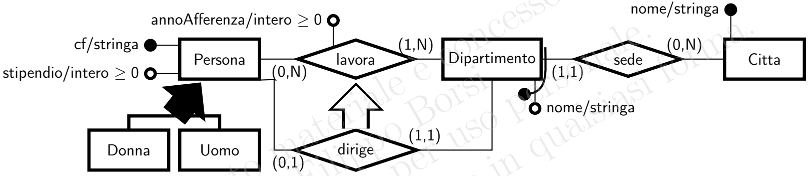
Vincoli di identificazione di entità esterni



$\Longrightarrow$ La formula Φ conterrà, in and, la seguente sotto-formula, che impedisce che esistano due istanze di E che con gli stessi valori per gli attributi $\mathsf{a}_1, \ldots \mathsf{a}_n$ e legate alle stesse istanze delle altre entità in istanze delle relationship $r_1, \ldots, r_q$:

$$
\begin{array}{l}
\neg\Big[\exists e_1, e_2,\ v_1, \ldots, v_n,\ f_1, \ldots, f_k,\ g_1, \ldots, g_p \\
\qquad \mathsf{E}(e_1) \land \mathsf{E}(e_2) \land e_1 \neq e_2 \ \land \\
\qquad \mathsf{a}_1(e_1, v_1) \land \cdots \land \mathsf{a}_n(e_1, v_n)\ \land \mathsf{r}_1(e_1, f_1, \ldots, f_k)\ \land \cdots \land\ \mathsf{r}_\mathsf{q}(e_1, g_1, \ldots, g_k) \\
\qquad \mathsf{a}_1(e_2, v_1) \land \cdots \land \mathsf{a}_n(e_2, v_n)\ \land \mathsf{r}_1(e_2, f_1, \ldots, f_k)\ \land \cdots \land\ \mathsf{r}_\mathsf{q}(e_2, g_1, \ldots, g_k)\ \Big]
\end{array}
$$

Vincoli di identificazione di entità esterni: esempio



La formula Φ che definisce la semantica del diagramma ER dovrà contenere, in and, anche la seguente sotto-formula (oltre alle precedenti):

$$\neg\big[\exists d_1, d_2, v, c \ \text{Dipartimento}(d_1) \wedge \text{Dipartimento}(d_2) \wedge \\ d_1 \neq d_2 \wedge \text{nome}(d_1, v) \wedge \text{sede}(d_1, c) \wedge \text{nome}(d_2, v) \wedge \text{sede}(d_2, c)\big]$$

Vincoli di identificazione di entità esterni: esempio (2)

Questa definizione di Φ impedisce che l'interpretazione I:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \gamma)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi\}$
  - I(stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\beta, \epsilon)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi\}$
  - I(sede)$=\{(\gamma, \chi), (\delta, \chi)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\delta, \epsilon), (\chi, \iota)\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

sia un modello di Φ e rappresenti un livello estensionale legale per il diagramma.

Ad esempio, la sotto-formula di Φ:

$$\neg\Big[\exists d_1, d_2, v, c \ \text{Dipartimento}(d_1) \wedge \text{Dipartimento}(d_2) \wedge \\ d_1 \neq d_2 \wedge \text{nome}(d_1, v) \wedge \text{sede}(d_1, c) \wedge \text{nome}(d_2, v) \wedge \text{sede}(d_2, c)\Big]$$

è violata per $d_1 = \gamma$ e $d_2 = \delta$

Essendo Φ definita come un and delle sue sotto-formule, si ha: $I \not\models \Phi$.

Sapienza Università di Roma

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

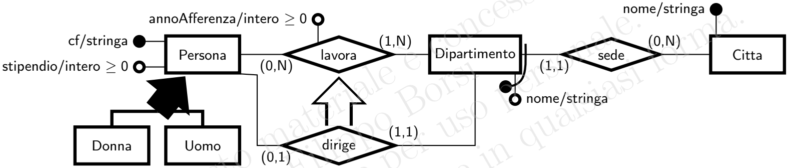
Slides A.4.2.7 (S.A.4.2.7)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Semantica di ER in FOL
Un Esempio Completo

Versione 2016-02-03

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER



è definita dalla seguente formula Φ:

// Disgiunzione tra entità e/o domini

$\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$Dipartimento$(x) \wedge$

$\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$Citta$(x) \wedge$

$\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$"intero ≥ 0"$(x) \wedge$

$\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$intero$(x) \wedge$

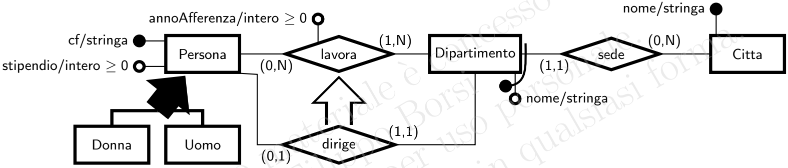
$\forall x$ Persona$(x) \rightarrow \neg$stringa$(x) \wedge$

$\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Donna$(x) \wedge$

$\forall x$ Uomo$(x) \rightarrow \neg$Dipartimento$(x) \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER



è definita dalla seguente formula Φ:

$\ldots$ // Disgiunzione tra entità e/o domini (cont.)

$\forall x \ \mathrm{Uomo}(x) \rightarrow \neg \mathrm{Citta}(x) \ \wedge$

$\forall x \ \mathrm{Uomo}(x) \rightarrow \neg \text{“intero} \geq 0\text{''}(x) \ \wedge$

$\forall x \ \mathrm{Uomo}(x) \rightarrow \neg \mathrm{intero}(x) \ \wedge$

$\forall x \ \mathrm{Uomo}(x) \rightarrow \neg \mathrm{stringa}(x) \ \wedge$

$\forall x \ \mathrm{Donna}(x) \rightarrow \neg \mathrm{Dipartimento}(x) \ \wedge$

$\forall x \ \mathrm{Donna}(x) \rightarrow \neg \mathrm{Citta}(x) \ \wedge$

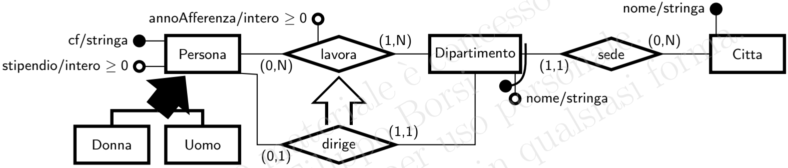
$\forall x \ \mathrm{Donna}(x) \rightarrow \neg \text{“intero} \geq 0\text{''}(x) \ \wedge$

$\forall x \ \mathrm{Donna}(x) \rightarrow \neg \mathrm{intero}(x) \ \wedge$

$\forall x \ \mathrm{Donna}(x) \rightarrow \neg \mathrm{stringa}(x) \ \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER



è definita dalla seguente formula Φ:

... // Disgiunzione tra entità e/o domini (cont.)

$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\text{Citta}(x) \; \wedge$

$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\text{``intero} \geq 0\text{''}(x) \; \wedge$

$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\text{intero}(x) \; \wedge$

$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg\text{stringa}(x) \; \wedge$

$\forall x \; \text{Citta}(x) \rightarrow \neg\text{``intero} \geq 0\text{''}(x) \; \wedge$

$\forall x \; \text{Citta}(x) \rightarrow \neg\text{intero}(x) \; \wedge$

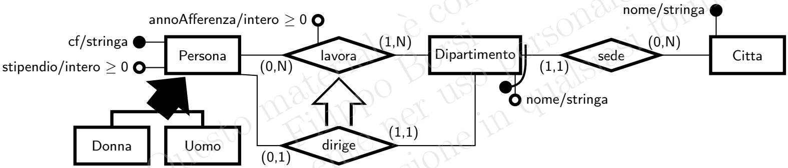
$\forall x \; \text{Citta}(x) \rightarrow \neg\text{stringa}(x) \; \wedge$

$\forall x \; \text{``intero} \geq 0\text{''}(x) \rightarrow \neg\text{stringa}(x) \; \wedge$

$\forall x \; \text{intero}(x) \rightarrow \neg\text{stringa}(x) \; \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER

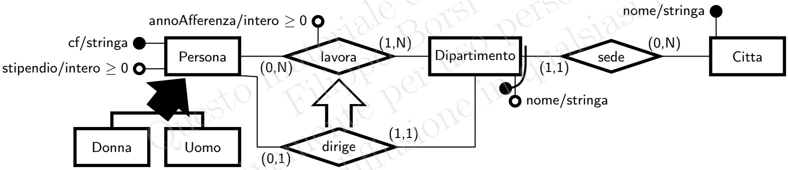


è definita dalla seguente formula Φ:

$$
\begin{aligned}
&\ldots \ // \ \text{Generalizzazione tra entità e tra relationship}\\
&\forall x \ \mathsf{Uomo}(x) \rightarrow \mathsf{Persona}(x) \ \wedge\\
&\forall x \ \mathsf{Donna}(x) \rightarrow \mathsf{Persona}(x) \ \wedge\\
&\forall x \ \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \mathsf{Uomo}(x) \vee \mathsf{Donna}(x) \ \wedge\\
&\forall x, y \ \mathsf{dirige}(x, y) \rightarrow \mathsf{lavora}(x, y) \ \wedge
\end{aligned}
$$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER



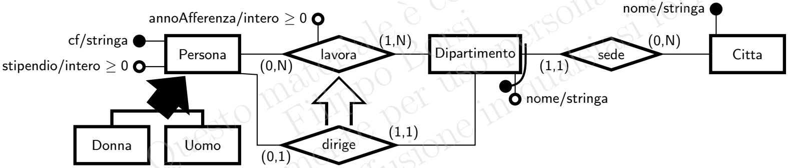
è definita dalla seguente formula Φ:

... // Specializzazione di domini

$\forall x$ "intero ≥ 0"$(x) \leftrightarrow [\text{intero}(x) \land x \geq 0] \land$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER

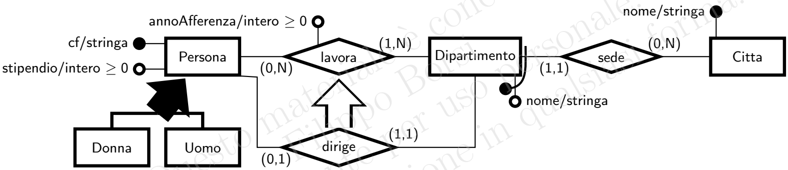


è definita dalla seguente formula Φ:

$$
\begin{array}{l}
\quad \ldots \text{// Tipizzazione di relationship} \\
\forall x, y \; \mathsf{lavora}(x, y) \rightarrow \mathsf{Persona}(x) \land \mathsf{Dipartimento}(y) \; \land \\
\forall x, y \; \mathsf{dirige}(x, y) \rightarrow \mathsf{Persona}(x) \land \mathsf{Dipartimento}(y) \; \land \\
\forall x, y \; \mathsf{sede}(x, y) \rightarrow \mathsf{Dipartimento}(x) \land \mathsf{Citta}(y) \; \land
\end{array}
$$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER

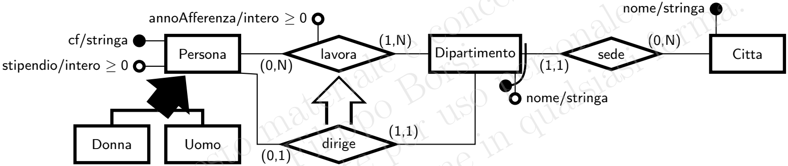


è definita dalla seguente formula Φ:

$$
\begin{aligned}
&\ldots \text{ // Tipizzazione di attributi}\\
\forall x, v\ &\mathrm{cf}(x, v) \land \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \mathrm{stringa}(v) \land\\
\forall x, v\ &\mathrm{stipendio}(x, v) \land \mathrm{Persona}(x) \rightarrow \text{“intero} \geq 0\text{”}(v) \land\\
\forall x, y, v\ &\mathrm{annoAfferenza}(x, y, v) \land \mathrm{lavora}(x, y) \rightarrow \text{“intero} \geq 0\text{”}(v) \land\\
\forall x, v\ &\mathrm{nome}(x, v) \land \mathrm{Dipartimento}(x) \rightarrow \mathrm{stringa}(v) \land\\
\forall x, v\ &\mathrm{nome}(x, v) \land \mathrm{Citta}(x) \rightarrow \mathrm{stringa}(v) \land
\end{aligned}
$$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER



è definita dalla seguente formula Φ:

... // Vincoli di cardinalità sui ruoli di relationship

$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow [\exists y_1 \; \text{lavora}(y_1, x)] \;\; \wedge$

$\forall x \; \text{Persona}(x) \rightarrow \neg [\exists y_1, y_2 \; y_1 \neq y_2 \wedge \text{dirige}(x, y_1) \wedge \text{dirige}(x, y_2)] \;\; \wedge$

$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow [\exists y_1 \; \text{dirige}(y_1, x)] \;\; \wedge$

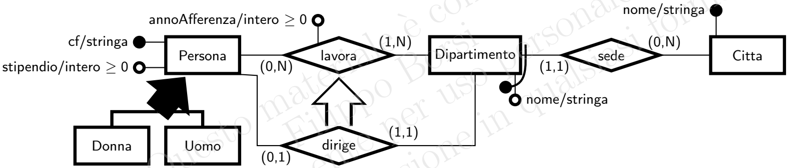
$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg [\exists y_1, y_2 \; y_1 \neq y_2 \wedge \text{dirige}(y_1, x) \wedge \text{dirige}(y_2, x)] \;\; \wedge$

$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow [\exists y_1 \; \text{sede}(x, y_1)] \;\; \wedge$

$\forall x \; \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg [\exists y_1, y_2 \; y_1 \neq y_2 \wedge \text{sede}(x, y_1) \wedge \text{sede}(x, y_2)] \;\; \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER



è definita dalla seguente formula Φ:

... // Vincoli di cardinalità su attributi di entità

$\forall x \; \mathsf{Persona}(x) \rightarrow [\exists v_1 \; \mathsf{cf}(x, v_1)] \;\; \wedge$

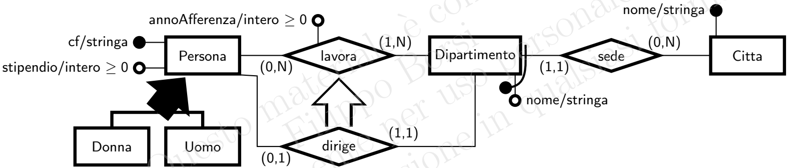
$\forall x \; \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2 \;\; v_1 \neq v_2 \wedge \mathsf{cf}(x, v_1) \wedge \mathsf{cf}(x, v_2)] \;\; \wedge$

$\forall x \; \mathsf{Persona}(x) \rightarrow [\exists v_1 \; \mathsf{stipendio}(x, v_1)] \;\; \wedge$

$\forall x \; \mathsf{Persona}(x) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2 \;\; v_1 \neq v_2 \wedge \mathsf{stipendio}(x, v_1) \wedge \mathsf{stipendio}(x, v_2)] \;\; \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER



è definita dalla seguente formula Φ:

... // Vincoli di cardinalità su attributi di entità (cont.)

$\forall x\ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \text{nome}(x, v_1)]\ \wedge$

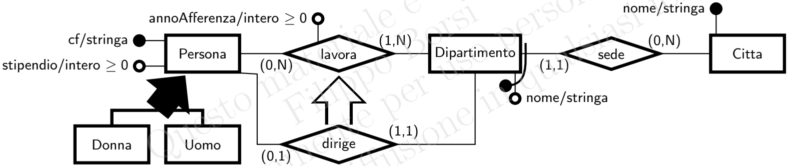
$\forall x\ \text{Dipartimento}(x) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \text{nome}(x, v_1) \wedge \text{nome}(x, v_2)]\ \wedge$

$\forall x\ \text{Citta}(x) \rightarrow [\exists v_1\ \text{nome}(x, v_1)]\ \wedge$

$\forall x\ \text{Citta}(x) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2\ v_1 \neq v_2 \wedge \text{nome}(x, v_1) \wedge \text{nome}(x, v_2)]\ \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER



è definita dalla seguente formula Φ:

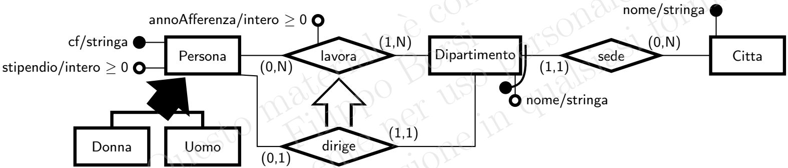
$\ldots$ // Vincoli di cardinalità su attributi di relationship

$\forall x, y \; \mathrm{lavora}(x, y) \rightarrow [\exists v_1 \; \mathrm{annoAfferenza}(x, y, v_1)] \; \wedge$

$\forall x, y \; \mathrm{lavora}(x, y) \rightarrow \neg [\exists v_1, v_2 \; v_1 \neq v_2 \wedge \mathrm{annoAfferenza}(x, y, v_1) \wedge \mathrm{annoAfferenza}(x, y, v_2)] \; \wedge$

Un esempio completo

La semantica del seguente diagramma ER



è definita dalla seguente formula Φ:

$$
\begin{aligned}
& \ldots \text{ // Vincoli di identificazione di entità} \\
\neg\big[\exists p_1, p_2, v\ & \mathrm{Persona}(p_1) \land \mathrm{Persona}(p_2) \land p_1 \neq p_2 \land \mathrm{cf}(p_1, v) \land \mathrm{cf}(p_2, v)\big] \ \land \\
\neg\big[\exists d_1, d_2, v, c\ & \mathrm{Dipartimento}(d_1) \land \mathrm{Dipartimento}(d_2) \land \\
& d_1 \neq d_2 \land \mathrm{nome}(d_1, v) \land \mathrm{sede}(d_1, c) \land \mathrm{nome}(d_2, v) \land \mathrm{sede}(d_2, c)\big] \ \land \\
\neg\big[\exists c_1, c_2, v\ & \mathrm{Citta}(c_1) \land \mathrm{Citta}(c_2) \land c_1 \neq c_2 \land \mathrm{nome}(c_1, v) \land \mathrm{nome}(c_2, v)\big]
\end{aligned}
$$

Semantica di un diagramma ER

La formula Φ che definisce un diagramma ER esprime i vincoli che una interpretazione M deve soddisfare affinché rappresenti un livello estensionale legale del diagramma ER.

Quindi:

$$M \models \Phi \iff \text{M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma ER.}$$

Semantica di un diagramma ER

La formula Φ che definisce un diagramma ER esprime i vincoli che una interpretazione M deve soddisfare affinché rappresenti un livello estensionale legale del diagramma ER.

Quindi:

$$M \models \Phi \iff \begin{array}{c}M \text{ rappresenta un livello estensionale} \\ \text{legale del diagramma ER.}\end{array}$$

. . . Ma manca ancora qualcosa. . .

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.2.8 (S.A.4.2.8)

Analisi Concettuale

Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale

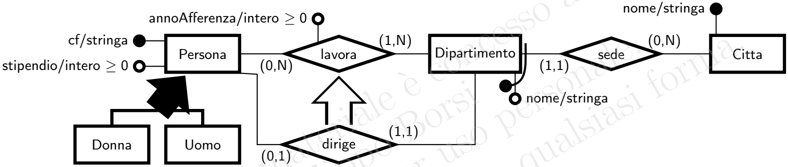
Semantica di ER in FOL

Logica e Realtà

Versione 2016-02-03

Esempio

Consideriamo il seguente diagramma ER:



la cui formula Φ è stata vista nelle slide precedenti.

Sia M la seguente interpretazione, modello di Φ:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \phi, \iota, \chi, \lambda\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma, \delta\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha, \gamma), (\alpha, \delta)\}$
  - I("intero $\geq$0")$=\{\phi, \lambda\}$
  - I(stringa)$=\{\epsilon, \iota\}$
  - I(cf)$=\{(\alpha, \epsilon), (\beta, \iota)\}$
  - I(annoAff.)$=\{(\alpha, \gamma, \phi), (\alpha, \delta, \lambda)\}$
  - I(Citta)$=\{\chi\}$
  - I(sede)$=\{(\gamma, \chi), (\delta, \chi)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma, \epsilon), (\delta, \iota), (\chi, \iota)\}$
  - $I(\geq)=\{(\alpha, \delta), (\lambda, \phi), (\iota, \gamma)\}$
  - ...

Esempio

Gli elementi del dominio di interpretazione $\mathcal{D}$ sono oggetti/fatti/persone/etc. del mondo.

M potrebbe essere quindi la seguente:

- Dominio di interpretazione $\mathcal{D}$ = {[Apple], 🏢, 2, [Hello!], 🐈, 🚙, 💁, 5, 🍭}
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - *I*(Pers.)={[Apple], 🏢}
  - *I*(Dipar.)={2, [Hello!]}
  - *I*(lavora)={([Apple], 2), ([Apple], [Hello!])}
  - *I*("intero ≥0")={🚙, 🍭}
  - *I*(stringa)={🐈, 💁}
  - *I*(cf)={([Apple], 🐈), (🏢, 💁)}
  - *I*(annoAff.)={([Apple], 2, 🚙), ([Apple], [Hello!], 🍭)}
  - *I*(Citta)={5}
  - *I*(sede)={(2, 5), ([Hello!], 5)}
  - *I*(nome)={(2, 🐈), ([Hello!], 💁), (5, 💁)}
  - *I*(≥)={([Apple], [Hello!]), (🍭, 🚙), (💁, 2)}
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L'interpretazione *M* interpreta i simboli di predicato in modo del tutto avulso dalla realtà!

Logica e realtà

Abbiamo visto che una interpretazione può essere completamente avulsa dalla realtà e comunque essere un modello delle formule di interesse.

Questo è dovuto al grande potere di astrazione della logica:

- la verità o falsità di una formula può essere determinata solo dopo aver definito una interpretazione che dia la semantica dei termini e delle formule atomici
- il concetto di interpretazione non è limitato in alcun modo dal "mondo reale".

In questo corso intendiamo usare la logica per esprimere proprietà del mondo reale, del quale, nello schema concettuale dell'applicazione, stiamo cercando di modellare un frammento.

Vogliamo quindi limitare la nostra attenzione alle interpretazioni consistenti (coerenti) con la realtà.

Logica e realtà (2)

Intendiamo quindi limitare la nostra attenzione alle interpretazioni consistenti con la realtà. A tal fine osserviamo che:

- I simboli di predicato 1-ari definiscono entità oppure domini.
- I simboli di predicato non 1-ari per relationship o attributi sono sempre vincolati a simboli di predicato 1-ari relativi ad entità o domini.
- La semantica dei simboli di predicato che definiscono entità è molto variabile da progetto a progetto, in quanto dipende dal frammento di mondo che si sta modellando.
  Il diagramma ER serve appunto a definire come i dati si articolano nelle diverse entità e relationship.
  Saranno gli utenti a definire nel sistema le istanze delle diverse entità.

Logica e realtà (3)

La semantica de:

- i simboli di predicato che definiscono:
  - domini (intero/1, stringa/1, ora/1, etc.)
  - relazioni tra elementi di domini (ad es., $\geq$/2)
  - campi di domini composti (es.: h/2 per il campo h del dominio ora)
- i simboli di funzione che definiscono:
  - funzioni standard tra elementi di domini (ad es., aritmetiche, su stringhe, etc.)
  - costanti che denotano elementi di domini (ad es., zero)

è sempre la stessa.

Difatti non vogliamo ridefinire nel sistema software che progetteremo:

- quali sono gli interi, le stringhe, le ore, etc.
- qual è la semantica delle relazioni tra elementi di domini (ad es., $\geq$)
- qual è la semantica dei campi dei domini composti (ad es., quale sia il valore del campo h di una particolare istanza del dominio ora)
- qual è la semantica delle funzioni aritmetiche (ad es., quanto vale $5 + 3$) e delle altre funzioni uso comune (ad es., qual è la lunghezza di una certa stringa).

Logica e realtà (4)

In corsi più avanzati vedrete come (e fino a quale limite!) si può estendere la logica per gestire al suo interno la semantica dei domini.

Ad esempio, vedrete come (e fino a quale limite!) rappresentare nella logica stessa il fatto che:

- l'estensione del predicato intero/1 debba contenere tutti e soli gli elementi di $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
- l'estensione del predicato $\geq$/1 debba contenere tutti e soli le coppie di interi per cui vale (davvero) $x \geq y$
- etc.

Logica e realtà (5)

In questo corso adottiamo una assunzione:

Semantica del Mondo Reale: Tutte le interpretazioni della formula Φ che definisce un diagramma ER devono definire:

- *l'estensione dei simboli di predicato che rappresentano:*
  - *domini*
  - *relazioni tra elementi di domini*
  - *la semantica dei campi di domini composti*
- *e l'estensione dei simboli di funzione che rappresentano:*
  - *funzioni standard tra elementi dei domini*
  - *costanti che denotano elementi di domini*

in modo consistente con la realtà.

Questa assunzione è al di fuori della logica: stiamo definendo un criterio (esterno alla logica!) che isola un sottoinsieme delle possibili interpretazioni.

Solo per queste interpretazioni ha senso chiedersi se siano modelli della formula Φ e quindi livelli estensionali legali per il diagramma ER.

Semantica di un diagramma ER: versione finale

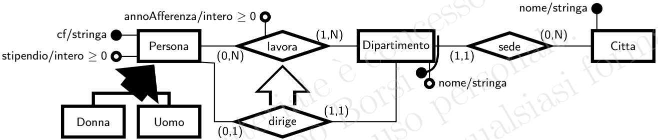
La formula Φ che definisce un diagramma ER esprime i vincoli che una interpretazione M che soddisfa la Semantica del Mondo Reale deve soddisfare affinché rappresenti un livello estensionale legale del diagramma ER.

Quindi:

$M \models \Phi$ e M soddisfa l'assunzione di Semantica del Mondo Reale	$\iff$	M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma ER.

Logica e Realtà: esempio

Consideriamo il seguente diagramma ER la cui formula Φ è stata già vista:



Sia M la seguente interpretazione:

- Dominio di interpretazione
  $\mathcal{D}$ = {Apple, 🏢, 2, Hello!, 0, 🚗, 💁, 5, 🍭, 3, 🐈, ...}
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)={Apple, 🏢}
  - I(Dipar.)={2, Hello!}
  - I(lavora)={(Apple, 2), (Apple, Hello!)}
  - I(intero)={🐈, 🚗, 3, 🍭, }
  - I(“intero ≥0”)={🐈, 🚗, 3, 🍭}
  - I(stringa)={0, 💁}
  - I(cf)={(Apple, 0), (🏢, 💁)}
  - I(annoAff.)={(Apple, 2, 🚗), (Apple, Hello!, 🍭)}
  - I(Citta)={5}
  - I(sede)={(2, 5), (Hello!, 5)}
  - I(nome)={(2, 0), (Hello!, 💁), (5, 💁)}
  - I(≥)={(🍭, 🚗)}
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione:
  - I(+)={(🚗, 3)→🍭}
  - I(zero)=🐈

M non soddisfa la Semantica del Mondo Reale, quindi non verrà mai considerata.

Logica e Realtà: esempio

Sia M' la seguente interpretazione:

- Dominio di interpretazione
  $\mathcal{D}$ = {💁, 🏢, 🚙, 🐈, Hello!, 2, Apple, 🍭, 5, 3, 0, ...}
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)={💁, 🏢}
  - I(Dipar.)={🚙, 🐈}
  - I(lavora)={(💁, 🚙), (💁, 🐈)}
  - I(intero)={0, 2, 3, 5, , ... tutti gli altri}
  - I("intero $\geq$0")={0, 2, 3, 5, ... tutti gli altri}
  - I(stringa)={Hello!, Apple, ... tutte le altre}
  - I(cf)={(💁, Hello!), (🏢, Apple)}
  - I(annoAff.)={(💁, 🚙, 2), (💁, 🐈, 5)}
  - I(Citta)={🍭}
  - I(sede)={(🚙, 🍭), (🐈, 🍭)}
  - I(nome)={(🚙, Hello!), (🐈, Apple), (🍭, Apple)}
  - $I(\geq)$={(5, 2), ... tutte le altre coppie di interi (x, y) t.c. $x \geq y$}
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione:
  - $I(+)$={(2, 3)$\rightarrow$5, ... tutte le altre terne $(x, y) \rightarrow z$ t.c. $x+y=z$}
  - I(zero)=0

M' soddisfa la Semantica del Mondo Reale (v. estensioni di intero/1, $\geq$/2, stringa/1, $+$/2)

Nota: L'estensione di "intero $\geq$ 0"/2 è forzata da Φ a contenere tutti e soli gli elementi $d \in \mathcal{D}$ tali che intero(d) $\wedge$ $d \geq 0$.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.3 (S.A.4.3)

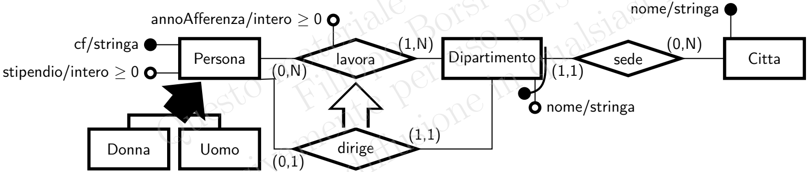
Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Vincoli Esterni

Versione 2016-02-03

Vincoli esterni al diagramma ER

Spesso è necessario imporre ulteriori vincoli di integrità, che non sono esprimibili direttamente in ER (business rules).

Esempio:



1. ogni direttore deve lavorare da ≥ 5 anni nel dipartimento che dirige
2. nessun impiegato può avere uno stipendio superiore a quello del direttore del suo dipartimento
3. il direttore in ogni dipartimento con sede a Roma deve avere almeno 10 anni di anzianità in quel dipartimento

Vincoli esterni al diagramma ER (2)

Abbiamo visto come i vincoli esterni vanno imposti nel dizionario dei dati.

In prima istanza possiamo usare asserzioni in linguaggio naturale. Esempio:

V.dirige.afferenza: Per ogni istanza $(p : \mathit{Persona}, d : \mathit{Dipartimento})$ della relationship dirige, l'istanza $(p : \mathit{Persona}, d : \mathit{Dipartimento})$ della relationship lavora deve avere un valore v per l'attributo annoAfferenza per cui vale: $v \leq \mathit{annoCorrente} - 5$.

V.Persona.stipendio: Per ogni istanza $(\mathit{dir} : \mathit{Persona}, \mathit{dip} : \mathit{Dipartimento})$ della relationship dirige e per ogni istanza $(p : \mathit{Persona}, \mathit{dip} : \mathit{Dipartimento})$ della relationship lavora relativa ad uno stesso dipartimento *dip*, siano: $\mathit{stip}_{\mathrm{dir}}$ il valore dell'attributo stipendio di dir e $\mathit{stip}_{\mathrm{p}}$ il valore dell'attributo stipendio di p. Deve essere: $\mathit{stip}_{\mathrm{dir}} \geq \mathit{stip}_{\mathrm{p}}$.

V.dirige.Roma: Per ogni coppia di istanze $(\mathit{dir} : \mathit{Persona}, \mathit{dip} : \mathit{Dipartimento})$ della relationship dirige e $(\mathit{dip} : \mathit{Dipartimento}, c : \mathit{Citta})$ della relationship sede relative ad uno stesso dipartimento *dip*, se l'istanza $c : \mathit{Citta}$ ha come valore dell'attributo nome la stringa "Roma", allora il valore a dell'attributo afferenza dell'istanza $(\mathit{dir} : \mathit{Persona}, \mathit{dip} : \mathit{Dipartimento})$ della relationship lavora deve essere tale che: $a \leq \mathit{annoCorrente} - 10$.

annoCorrente denota l'istanza del dominio intero che rappresenta l'anno corrente.

Vincoli esterni al diagramma ER (3)

I vincoli esterni ad un diagramma ER impongono ulteriori restrizioni ai livelli estensionali ammessi.

Negli esempi precedenti, per ogni vincolo esterno, abbiamo definito:

- un identificatore univoco (ad es., V.dirige.afferenza). In questo corso, definiamo identificatori dei vincoli della forma:

  $$\text{V.}\langle\text{costrutto ER}\rangle.\langle\text{nome vincolo}\rangle$$

  dove:

  - $\langle$costrutto ER$\rangle$ è il nome del (o di un) costrutto ER (entità o relationship) al cui il vincolo si applica
  - $\langle$nome vincolo$\rangle$ è un breve nome evocativo del vincolo.
- una asserzione espressa in linguaggio naturale.

Vincoli esterni al diagramma ER (4)

Ogni vincolo esterno, avente identificatore V.⟨costrutto ER⟩.⟨nome vincolo⟩, va definito nel dizionario dei dati, nella sezione relativa all'entità o relationship ⟨costrutto ER⟩.

L'uso del linguaggio naturale per esprimere i vincoli esterni è pericoloso, in quanto:

- potenzialmente ambiguo
- potenzialmente omissivo o contraddittorio
- in generale poco leggibile per vincoli complessi.

Ora vedremo come definire i vincoli esterni ad un diagramma ER mediante l'uso della logica del primo ordine opportunamente estesa.

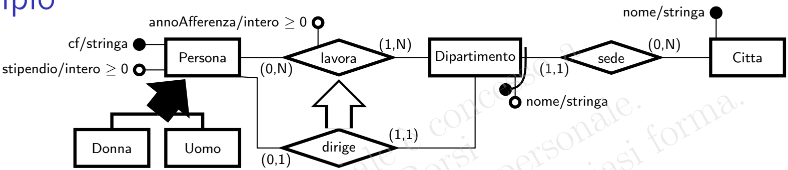
Semantica dei vincoli esterni

Consideriamo la formula logica Φ che definisce la semantica di un diagramma ER.

Possiamo esprimere un vincolo esterno mediante una formula logica ξ da mettere in and con Φ.

$M \models \Phi \wedge \xi$
e M soddisfa la
Semantica del Mondo Reale $\iff$ M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma ER.

Esempio



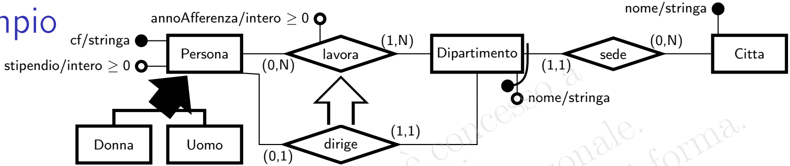
V.Persona.stipendio: Per ogni istanza (*dir* : *Persona*, *dip* : *Dipartimento*) della relationship dirige e per ogni istanza (*p* : *Persona*, *dip* : *Dipartimento*) della relationship lavora relativa ad uno stesso dipartimento *dip*, siano: $stip_{\mathsf{dir}}$ il valore dell'attributo stipendio di dir e $stip_{\mathsf{p}}$ il valore dell'attributo stipendio di p. Deve essere: $stip_{\mathsf{dir}} \geq stip_{\mathsf{p}}$.

V.Persona.stipendio:

$$\xi : \ \forall \mathrm{dir}, \mathrm{dip}, p, \mathrm{stip}_{\mathrm{dir}}, \mathrm{stip}_{\mathrm{p}} \ \big[\mathrm{dirige}(\mathrm{dir}, \mathrm{dip}) \land \mathrm{lavora}(p, \mathrm{dip}) \land \mathrm{stipendio}(\mathrm{dir}, \mathrm{stip}_{\mathrm{dir}}) \land \mathrm{stipendio}(p, \mathrm{stip}_{\mathrm{p}})\big] \ \rightarrow \ \mathrm{stip}_{\mathrm{dir}} \geq \mathrm{stip}_{\mathrm{p}}$$

dove abbiamo usato la notazione infissa per il simbolo di predicato $\geq/2$.

Esempio



V.Persona.stipendio:

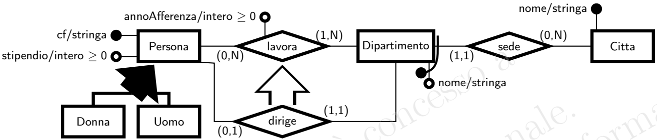
$$\xi: \ \forall \text{dir},\text{dip}, p, \text{stip}_{\text{dir}}, \text{stip}_{\text{p}} \ \big[\text{dirige}(\text{dir},\text{dip}) \wedge \text{lavora}(p,\text{dip}) \wedge$$
$$\text{stipendio}(\text{dir},\text{stip}_{\text{dir}}) \wedge \text{stipendio}(p,\text{stip}_{\text{p}})\big] \ \rightarrow \ \text{stip}_{\text{dir}} \geq \text{stip}_{\text{p}}$$

Consideriamo la seguente interpretazione I:

- Dominio di interpretaz. $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \chi, \ldots$ interi, stringhe$\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - I(Pers.)$=\{\alpha, \beta\}$
  - I(Dipar.)$=\{\gamma\}$
  - I(lavora)$=\{(\alpha,\gamma),(\beta,\gamma)\}$
  - I(intero)$=\{$gli interi$\}$
  - I(“intero ≥ 0”)$=\{$gli interi non neg.$\}$
  - I(stringa)$=\{$le stringhe$\}$
  - I(stipendio)$=\{(\alpha, 60), (\beta, 40)\}$
  - I(dirige)$=\{(\alpha,\gamma)\}$
  - I(nome)$=\{(\gamma,$ ‘Produz.’$), (\delta,$ ‘Contab.’$)\}$
  - $I(\geq)=\{$le coppie (x,y) di interi tali che $x \geq y\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione: ignorata per ora

L’interpretazione I soddisfa la Semantica del Mondo Reale ed è un modello di $\Phi \wedge \xi$: rappresenta quindi un livello estensionale legale per il diagramma.

Esempio



V.Persona.stipendio2: Per ogni istanza (*dir* : *Persona*, *dip* : *Dipartimento*) della relationship dirige e per ogni istanza (*p* : *Persona*, *dip* : *Dipartimento*) della relationship lavora (con $p \neq dir$) relativa ad uno stesso dipartimento *dip*, siano: $stip_{\mathrm{dir}}$ il valore dell'attributo stipendio di dir e $stip_{\mathrm{p}}$ il valore dell'attributo stipendio di p. Deve essere: $stip_{\mathrm{dir}} \geq stip_{\mathrm{p}} + 10$.

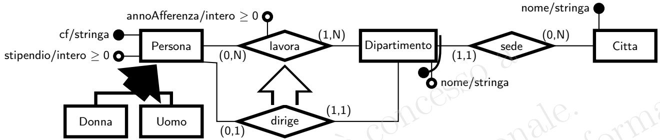
V.Persona.stipendio2:

$$\xi : \; \forall \mathrm{dir}, \mathrm{dip}, p, \mathrm{stip}_{\mathrm{dir}}, \mathrm{stip}_{\mathrm{p}} \; \big[\mathrm{dirige}(\mathrm{dir}, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{lavora}(p, \mathrm{dip}) \wedge p \neq \mathrm{dir} \wedge \mathrm{stipendio}(\mathrm{dir}, \mathrm{stip}_{\mathrm{dir}}) \wedge \mathrm{stipendio}(p, \mathrm{stip}_{\mathrm{p}})\big] \;\rightarrow\; \mathrm{stip}_{\mathrm{dir}} \geq \mathrm{stip}_{\mathrm{p}} + 10$$

dove occorrono i simboli di funzione +/2 (con notazione infissa) e 10/0.

Tutte le interpretazioni che soddisfano la Semantica del Mondo Reale assegneranno il simbolo di funzione (costante) 10/0 all'elemento $10 \in \mathcal{D}$ che rappresenta il "numero dieci"

Esempio



V.Persona.stipendio2:

$$\xi:\ \forall \mathrm{dir}, \mathrm{dip}, p, \mathrm{stip_{dir}}, \mathrm{stip_p}\ \big[\mathrm{dirige}(\mathrm{dir}, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{lavora}(p, \mathrm{dip}) \wedge p \neq \mathrm{dir} \wedge$$
$$\mathrm{stipendio}(\mathrm{dir}, \mathrm{stip_{dir}}) \wedge \mathrm{stipendio}(p, \mathrm{stip_p})\big] \rightarrow \mathrm{stip_{dir}} \geq \mathrm{stip_p} + 10$$

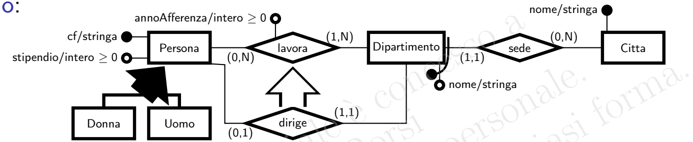
Consideriamo la seguente interpretazione I:

- Dominio di interpretaz. $\mathcal{D} = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \chi, \ldots$ interi, stringhe$\}$
- Interpretazione dei simboli di predicato:
  - $I(\text{Pers.}) = \{\alpha, \beta\}$
  - $I(\text{Dipar.}) = \{\gamma\}$
  - $I(\text{lavora}) = \{(\alpha, \gamma), (\beta, \gamma)\}$
  - $I(\text{stipendio}) = \{(\alpha, 60), (\beta, 40)\}$
  - $I(\text{dirige}) = \{(\alpha, \gamma)\}$
  - $I(\geq) = \{(0,0), (1,0), (2,0), (2,1), \ldots, (60,50), \ldots\}$
  - ...
- Interpretazione dei simboli di funzione:
  - $I(+) = \{(0,0) \rightarrow 0, (0,1) \rightarrow 1, (1,0) \rightarrow 1, (0,2) \rightarrow 2, \ldots, (40,10) \rightarrow 50, \ldots\}$
  - $I(10) = 10$

L'interpretazione I soddisfa la Semantica del Mondo Reale ed è un modello di $\Phi \wedge \xi$: quindi rappresenta un livello estensionale legale per il diagramma.

Istante Corrente

Esempio:



V.dirige.afferenza: Per ogni istanza (p : *Persona*, d : *Dipart.*) della relationship dirige, l'istanza (p : *Persona*, d : *Dipart.*) della relationship lavora deve avere un valore v per l'attributo annoAfferenza per cui vale: $v \leq annoCorrente - 5$.

Per rappresentare l'istante corrente (da cui si può ricavare l'anno corrente), estendiamo il vocabolario con il simbolo di costante adesso/0.

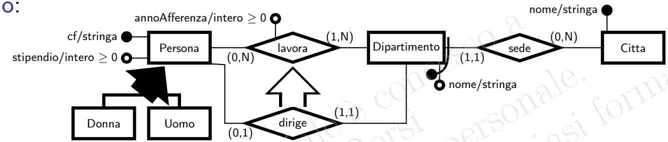
Per la Semantica del Mondo Reale, l'interpretazione di adesso/1 è fissata all'istanza del dominio dataora (con campi data e ora) che denota l'istante corrente.

V.dirige.afferenza:

$$\xi : \forall p, \mathrm{dip}, \mathrm{v}, \mathrm{oggi}, \mathrm{annoOggi}\ \big[\mathrm{dirige}(\mathrm{p}, \mathrm{dip}) \land \mathrm{annoAfferenza}(p, \mathrm{dip}, v) \land \mathrm{data}(\mathrm{adesso}, \mathrm{oggi}) \land \mathrm{anno}(\mathrm{oggi}, \mathrm{annoOggi})\big] \rightarrow \mathrm{v} \leq \mathrm{annoOggi} - 5.$$

Istante Corrente

Esempio:



V.dirige.Roma: Per ogni coppia di istanze (dir : *Persona*, dip : *Dipartimento*) della relationship dirige e (dip : *Dipartimento*, c : *Citta*) della relationship sede relative ad uno stesso dipartimento dip, se l'istanza c : *Citta* ha come valore dell'attributo nome la stringa "Roma", allora il valore a dell'attributo afferenza dell'istanza (dir : *Persona*, dip : *Dipartimento*) della relationship lavora deve essere tale che: $a \leq annoCorrente - 10$.

V.dirige.Roma:

$$\xi : \ \forall p, \mathrm{dip}, \mathrm{c}, \mathrm{a}, \mathrm{oggi}, \mathrm{annoOggi}$$
$$\big[\mathrm{dirige}(\mathrm{p}, \mathrm{dip}) \wedge \mathrm{sede}(\mathrm{dip}, \mathrm{c}) \wedge \mathrm{nome}(\mathrm{c}, \text{“Roma”}) \wedge$$
$$\mathrm{annoAfferenza}(p, \mathrm{dip}, a) \wedge \mathrm{data}(\mathrm{adesso}, \mathrm{oggi}) \wedge \mathrm{anno}(\mathrm{oggi}, \mathrm{annoOggi})\big] \ \rightarrow$$
$$\mathrm{a} \leq \mathrm{annoOggi} - 10.$$

Semantica di un diagramma ER con vincoli esterni

La semantica di un diagramma ER definito da una formula in logica del primo ordine Φ ed equipaggiato con vincoli esterni espressi dalle formule $\xi_1, \ldots, \xi_n$ è definita come l'insieme dei modelli di $\Phi \wedge \xi_1 \wedge \cdots \wedge \xi_n$ che soddisfano la Semantica del Mondo Reale.

Quindi:

$M \models \Phi \wedge \xi_1 \wedge \cdots \wedge \xi_n$ e M soddisfa l'assunzione di Semantica del Mondo Reale $\iff$ M rappresenta un livello estensionale legale del diagramma ER.

La Semantica del Mondo Reale impone alle interpretazioni M di fissare l'interpretazione di tutti i simboli (di predicato e di funzione) in modo consistente con la realtà, ad eccezione dei simboli di predicato per:

- entità
- relationship
- attributi.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Ing. dell'Informazione, Informatica e Statistica
Laurea in Informatica

Basi di Dati, Modulo 2

Prof. Toni Mancini, Prof. Federico Mari
Dipartimento di Informatica
http://tmancini.di.uniroma1.it
http://mari.di.uniroma1.it

Slides A.4.4 (S.A.4.4)

Analisi Concettuale
Logica del primo ordine (FOL) nell'Analisi Concettuale
Specifiche di Use-Case

Versione 2016-02-03

Specifiche di use-case

Abbiamo visto che ogni use-case nel diagramma UML degli use-case viene corredato da un documento di specifica

Specifica use-case nome_use-case

> **$\text{operazione}_1(\text{arg}_1 : \text{dom}_1, \ldots, \text{arg}_n : \text{dom}_n) : \text{dom}_{\text{rit}}$**
>
> precondizioni: pre-condizioni
>
> postcondizioni: post-condizioni

> **$\text{operazione}_2(\text{arg}_1 : \text{dom}_1, \ldots, \text{arg}_n : \text{dom}_n) : \text{dom}_{\text{rit}}$**
>
> precondizioni: pre-condizioni
>
> postcondizioni: post-condizioni

⋮

End

Specifiche di use-case (2)

La specifica di ogni singola operazione di use-case è del tipo:

> **operaz**($\mathbf{arg}_1$ **:** $\mathbf{dom}_1$**, . . . ,** $\mathbf{arg}_n$ **:** $\mathbf{dom}_n$**) :** $\mathbf{dom}_{\mathbf{rit}}$
>
> precondizioni: pre-condizioni
>
> postcondizioni: post-condizioni

- segnatura: nome dell'operazione, nome e dominio degli eventuali argomenti e dominio dell'eventuale valore di ritorno
- precondizioni: condizioni sugli argomenti e sul livello estensionale del sistema che devono valere all'avvio dell'esecuzione dell'operazione, affinché il suo comportamento sia definito
- postcondizioni: condizioni sul livello estensionale del sistema che devono valere al termine dell'esecuzione dell'operazione (nel caso questa faccia side-effect) e definizione dell'eventuale valore di ritorno.

Specifiche di use-case e linguaggio naturale

Come per la definizione dei vincoli esterni al diagramma ER, anche per la specifica delle operazioni di use-case l'uso del linguaggio naturale è pericoloso, in quanto:

- potenzialmente ambiguo
- potenzialmente omissivo
- potenzialmente contraddittorio
- in generale poco leggibile (soprattutto per operazioni di una certa complessità).

In questo corso daremo la specifica delle operazioni di use-case in modo formale utilizzando la logica del primo ordine opportunamente estesa.

Specifiche Concettuali di Operazioni in Logica

Una operazione di use-case è una funzione con i seguenti input e output:

Input:

- Un livello estensionale dei dati (il livello estensionale corrente), formalizzabile come un modello M_{in} di $\Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n$, dove:
  - Φ è la formula FOL che definisce il diagramma ER
  - $\xi_1 \cdots \wedge \xi_n$ sono le formule FOL che definiscono i vincoli esterni.

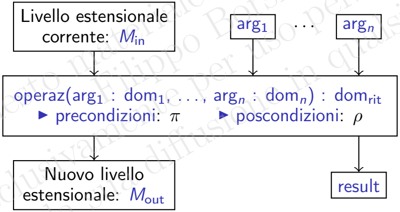
  M_{in} soddisfa la Semantica del Mondo Reale.
- Un valore (parametro attuale) per ogni argomento (parametro formale) presente nella segnatura, del relativo dominio

Output:

- Un valore del dominio di ritorno dom_{rit} (se definito dalla segnatura)
- Un nuovo livello estensionale dei dati (nel caso l'operazione di use-case ha side-effect), formalizzato come un nuovo modello M_{out} di $\Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n$.
  Anche M_{out} soddisfa la Semantica del Mondo Reale.

Specifiche Concettuali di Operazioni in Logica

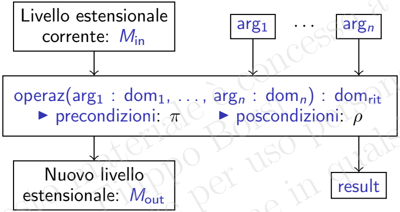
Una operazione di use-case è una funzione con i seguenti input e output:



result non è definito se l'operazione non ha alcun valore di ritorno

M_{out} è uguale ad M_{in} se l'operazione non ha side-effect sui dati

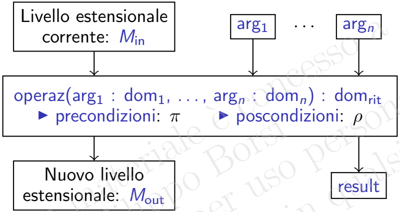
Specifiche Concettuali di Operazioni in Logica



Le precondizioni formalizzano, mediante una formula FOL π, i requisiti aggiuntivi che il modello M_{in} di $\Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n$ e i valori degli argomenti (parametri attuali) devono soddisfare affinché l'operazione sia definita.

L'operazione è definita sul livello estensionale M_{in} e sui parametri attuali $\text{arg}_1, \ldots, \text{arg}_n$ $\iff$ $M_{\text{in}}, \text{arg}_1, \ldots, \text{arg}_n \models \Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n \wedge \pi \wedge dom_1(arg_1) \wedge \cdots \wedge dom_n(arg_n)$ e M_{in} soddisfa la Semantica del Mondo Reale

Specifiche Concettuali di Operazioni in Logica

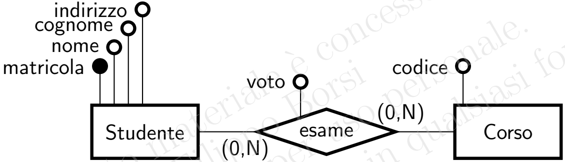


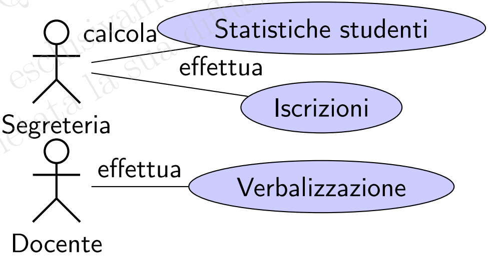
Le postcondizioni definiscono:

- in cosa il modello M_{out} differisce da M_{in}, in termini di:
  - elementi del dominio di interpr. $\mathcal{D}$ che esistono in M_{out}, ma non in M_{in} (nuove istanze di entità)
  - elementi del dominio di interpr. $\mathcal{D}$ che esistono in M_{in}, ma non in M_{out} (istanze di entità non più esistenti)
  - ennuple di predicati che esistono in M_{out}, ma non in M_{in}
  - ennuple di predicati che esistono in M_{in}, ma non in M_{out}
- il valore di ritorno result (in termini di M_{out} e/o M_{in})

Il soddisfacimento delle precondizioni π deve garantire che $M_{\text{out}} \models \Phi \wedge \xi_1 \cdots \wedge \xi_n$ e che quindi è ancora un livello estens. legale dei dati.

Esempio


indirizzo
cognome
nome
matricola
voto
codice
Studente
esame
Corso
(0,N)
(0,N)


calcola
Statistiche studenti
effettua
Iscrizioni
Segreteria
effettua
Verbalizzazione
Docente

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Verbalizzazione

verbalizzaEsame(s : Studente, c : Corso, v : [18,31])
precondizioni: L'istanza s non è coinvolta in alcuna istanza della relationship esame con l'istanza c:

$$\neg \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni:

End

Nella formula FOL, s e c sono variabili libere. La formula è valutata sul livello estensionale dei dati e sull'assegnamento delle variabili s e c ai valori (elementi del dominio di interpretazione) dati dai parametri attuali.

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Verbalizzazione

verbalizzaEsame(s : Studente, c : Corso, v : [18,31])
precondizioni: L'istanza s non è coinvolta in alcuna istanza della relationship esame con l'istanza c:

$$\neg \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : nessuno
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati:

- Alla relazione che interpreta il predicato esame viene aggiunta la coppia (s, c)
- Alla relazione che interpreta il predicato voto viene aggiunta la terna (s, c, v)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: nessuno.

End

SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Verbalizzazione

verbalizzaEsame(s : Studente, c : Corso, v : [18,31])
precondizioni: L'istanza s non è coinvolta in alcuna istanza della relationship esame con l'istanza c:

$$\neg \mathrm{esame}(s, c).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : nessuno
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati:

- Alla relazione che interpreta il predicato esame viene aggiunta la coppia (s, c)
- Alla relazione che interpreta il predicato voto viene aggiunta la terna (s, c, v)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: nessuno.

End

O più semplicemente...

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Verbalizzazione

verbalizzaEsame(s : Studente, c : Corso, v : [18,31])
precondizioni: L'istanza s non è coinvolta in alcuna istanza della relationship esame con l'istanza c:

$$\neg \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Elementi del dominio di interpretazione : invariati
Nuove ennuple di predicati:

- esame(s, c)
- voto(s, c, v)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: nessuno.

End

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

iscriviStudente(n : stringa, c : stringa, m : stringa) : Studente
precondizioni: Non esiste un'istanza dell'entità Studente con il valore *m* per l'attributo matricola:

$$\neg\exists s \ \mathrm{Studente}(s) \land \mathrm{matricola}(s, m).$$

postcondizioni:

End

Nella formula FOL, n, c e m sono variabili libere. La formula è valutata sul livello estensionale dei dati e sull'assegnamento delle variabili n, c e m ai valori (elementi del dominio di interpretazione) dati dai parametri attuali.

SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case **Iscrizione**

iscriviStudente(n : stringa, c : stringa, m : stringa) : Studente

precondizioni: Non esiste un'istanza dell'entità Studente con il valore m per l'attributo matricola:

$$\neg\exists s\ \mathsf{Studente}(s) \wedge \mathsf{matricola}(s, m).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : α.
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati:

- Alla relazione che interpreta il pred. Studente/1 viene aggiunto α
- Alla relazione che interpreta il pred. nome/2 viene aggiunta (α, n)
- Alla relazione che interpreta il pred. cognome/2 viene aggiunta (α, c)
- Alla relazione che interpreta il pred. matricola/2 viene aggiunta (α, m)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: *result* $= \alpha$.

End

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

iscriviStudente(n : stringa, c : stringa, m : stringa) : Studente

precondizioni: Non esiste un'istanza dell'entità Studente con il valore *m* per l'attributo matricola:

$$\neg\exists s\ \mathsf{Studente}(s) \land \mathsf{matricola}(s, m).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : α.
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati:

- Alla relazione che interpreta il pred. Studente/1 viene aggiunto α
- Alla relazione che interpreta il pred. nome/2 viene aggiunta (α, n)
- Alla relazione che interpreta il pred. cognome/2 viene aggiunta (α, c)
- Alla relazione che interpreta il pred. matricola/2 viene aggiunta (α, m)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: $\mathit{result} = \alpha$.

End

O più semplicemente. . .

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case **Iscrizione**

iscriviStudente(n : stringa, c : stringa, m : stringa) : Studente
precondizioni: Non esiste un'istanza dell'entità Studente con il valore m per l'attributo matricola:

$$\neg\exists s \ \mathsf{Studente}(s) \land \mathsf{matricola}(s, m).$$

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Elementi del dominio di interpretazione : un nuovo elemento α.
Nuove ennuple di predicati:

- Studente(α)
- nome(α, n)
- cognome(α, c)
- matricola(α, m)

Ennuple di predicati che non esistono più: nessuna

Valore di Ritorno: $\mathit{result} = \alpha$.

End

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

cambiaIndirizzoStudente(s : Studente, i : stringa)
precondizioni: nessuna

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Sia i_{old} il valore che, nel livello estensionale dei dati di partenza, rende vera la seguente formula: indirizzo(s, i_{old}).
Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Nuovi elementi del dominio di interpretazione : nessuno
Elementi del dominio di interpretazione che non esistono più : nessuno
Nuove ennuple di predicati: Alla relazione che interpreta il pred. indirizzo/2 viene aggiunta (s, i)
Ennuple di predicati che non esistono più: Alla relazione che interpreta il pred. indirizzo/2 viene eliminata (s, i_{old})

Valore di Ritorno: nessuno.

End

O più semplicemente...

Esempio: Operazioni con Side-Effect sui Dati

Specifica use-case Iscrizione

cambiaIndirizzoStudente(s : Studente, i : stringa)
precondizioni: nessuna

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: Sia i_{old} il valore che, nel livello estensionale dei dati di partenza, rende vera la seguente formula: $\text{indirizzo}(s, i_{\text{old}})$.
Il livello estensionale dei dati al termine dell'esecuzione della funzione differisce da quello di partenza come segue:

Elementi del dominio di interpretazione : invariati.
Variazioni nelle ennuple di predicati: $\text{indirizzo}(s, i)$, $\neg\text{indirizzo}(s, i_{\text{old}})$

Valore di Ritorno: nessuno.

End

Operazioni che Calcolano Valori

Abbiamo già visto un esempio di operazione di use-case le cui postcondizioni definiscono un semplice valore di ritorno.

Spesso abbiamo necessità di modellare operazioni i cui valori di ritorno sono calcolati in modo non banale.

Esempio

Specifica use-case Statistiche studenti

mediaVoti(s : Studente) : reale in [18,31]
precondizioni: L'istanza s è coinvolta in almeno un'istanza della relationship esame:

$$\exists c \; \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni: result è la somma dei valori dell'attributo voto di tutte le istanze di relationship esame definite nel livello estensionale nelle quali l'istanza s è coinvolta, diviso per il numero di tali istanze.

End

Operazioni che Calcolano Valori (2)

Assumiamo per un momento che il numero di esami sostenuti da uno studente sia fissato e pari a 2.

Potremmo definire le postcondizioni come segue:

mediaVoti(s : Studente) : reale in [18,31]
precondizioni: L'istanza s è coinvolta in almeno un'istanza della relationship esame:

$$\exists c \ \text{esame}(s, c).$$

postcondizioni: result soddisfa la seguente formula:

$$\begin{aligned}&\exists c_1, c_2, v_1, v_2\\ &\quad c_1 \neq c_2 \wedge \text{esame}(s, c_1) \wedge \text{voto}(s, c_1, v_1) \wedge \text{esame}(s, c_2) \wedge \text{voto}(s, c_2, v_2) \wedge\\ &\qquad \text{result} = ((v_1 + v_2)/2)\end{aligned}$$

result è l'unica variabile libera nella formula. Si noti che, data l'assunzione, è garantito che esistano valori per c_1, c_2, v_1, v_2 che soddisfano $c_1 \neq c_2 \wedge \text{esame}(s, c_1) \wedge \text{voto}(s, c_1, v_1) \wedge \text{esame}(s, c_2) \wedge \text{voto}(s, c_2, v_2)$.

Operazioni che Calcolano Valori (3)

La formula vista può generalizzarsi ad un qualunque numero di esami noto (noto al tempo in cui definiamo la specifica!)

Purtroppo, al momento in cui scriviamo la specifica, non sappiamo quanti esami ha sostenuto il generico studente s, quindi non sappiamo quante variabili $c_1, c_2, \ldots, v_1, v_2, \ldots$ utilizzare nella formula!

Noi adotteremo una soluzione semplice: estendiamo la logica del primo ordine per supportare:

- insiemi di assegnamenti di variabili
- operazioni insiemistiche ($\cap, \cup$, etc.)
- funzioni su insiemi (come $\sum$, $|\cdot|$, $\prod$, etc.)

Operazioni che Calcolano Valori (4)

Esempio:

mediaVoti(s : Studente) : reale in [18,31]
precondizioni: L'istanza s è coinvolta in almeno un'istanza della relationship esame:
$\exists c$ esame(s, c).

postcondizioni:

Modifica del Livello Estensionale dei Dati: nessuna

Valore di Ritorno: Sia $C = \{(c, v) \mid \text{esame}(s, c) \wedge \text{voto}(s, c, v)\}$. Si ha:

$$result = \frac{\sum_{(c,v)\in C} v}{|C|}$$

- C è l'insieme di tutte le assegnazioni alle variabili (c, v) che rendono la formula esame$(s, c) \wedge$ voto(s, c, v) vera nel livello estensionale (se la funzione fa side-effect, specifichiamo quale livello estensionale: di partenza o al termine dell'esecuzione).
- c e v sono le uniche variabili libere nella formula (oltre s, che però è assegnata al valore del parametro attuale della funzione). La formula, dati dei valori per c e v, è quindi vera o falsa.
- Il numeratore dell'espressione per result viene valutato alla somma dei valori delle componenti v di tutti gli elementi (coppie (c, v)) dell'insieme C.
- Il denominatore dell'espressione per result è la cardinalità di C.

Esempio

Specifica use-case Statistiche studenti (continua)

numMedioEsami() : reale ≥ 0
precondizioni: Il livello estensionale dei dati definisce almeno una istanza di entità Studente: $\exists s$ Studente(s).

postcondizioni:
Modifica del Livello Estensionale dei Dati: nessuna
Valore di Ritorno: result è pari al numero di istanze di relationship esame definite nel livello estensionale diviso per il numero di istanze di entità Studente. Formalmente, siano:

$$E = \{(s, c) \mid \text{esame}(s, c)\} \quad \text{e} \quad S = \{s \mid \text{Studente}(s)\}$$

gli insiemi, rispettivamente, di tutte le coppie (s, c) istanze della relationship esame e di tutte le istanze dell'entità Studente. Si ha: result $= \frac{|E|}{|S|}$.

End

Estensioni alla logica: sommario

Utilizzeremo la logica dei primo ordine con le seguenti estensioni:

- Insiemi
  - Un insieme è definito a partire da una formula FOL φ aperta e consiste in tutte e sole le assegnazioni alle variabili libere di φ che rendono la formula vera.
  - Se la funzione fa side-effect, specifichiamo, per ogni definizione di insieme, se φ va interpretata sul livello estensionale all'inizio o al termine dell'esecuzione della funzione.
- Funzioni su insiemi:
  - ...

Estensioni alla logica: sommario

Utilizzeremo la logica dei primo ordine con le seguenti estensioni:

- Insiemi
  - ...
- Funzioni su insiemi:
  - $\sum_{(a_1,\ldots,a_n)\in A} \psi(a_1,\ldots,a_n)$:
    La funzione valuta alla somma dei valori $\psi(a_1,\ldots,a_n)$ (per una qualche funzione ψ) per tutte le ennuple $(a_1,\ldots,a_n)$ nell'insieme A (insieme di n-ple).
  - $\prod_{(a_1,\ldots,a_n)\in A} \psi(a_1,\ldots,a_n)$:
    La funzione valuta al prodotto dei valori $\psi(a_1,\ldots,a_n)$ per tutte le ennuple $(a_1,\ldots,a_n)$ nell'insieme A.
  - $|A|$:
    La funzione valuta alla cardinalità dell'insieme A. La funzione può essere riscritta come: $\sum_{(a_1,\ldots,a_n)\in A} 1$ (come somma di un 1 per ogni ennupla di A).

Estensioni alla logica: sommario

Utilizzeremo la logica dei primo ordine con le seguenti estensioni:

- Insiemi
  - ...
- Funzioni su insiemi:
  - ...
  - $A \cup B$:
    La funzione valuta all'insieme unione degli insiemi A e B.
  - $A \cap B$:
    La funzione valuta all'insieme intersezione degli insiemi A e B.
  - $A - B$:
    La funzione valuta all'insieme differenza degli insiemi A e B, ovvero l'insieme contenente tutti e soli gli elementi di A che non sono anche elementi di B.

Estensioni alla logica: sommario

Utilizzeremo la logica dei primo ordine con le seguenti estensioni:

- Insiemi
  - ...
- Funzioni su insiemi:
  - ...
  - $\bigcup_{A \in \mathbb{A}} A$:
    La funzione valuta all'insieme unione degli insiemi elementi di $\mathbb{A}$ (dove $\mathbb{A}$ è un insieme di insiemi).
  - $\bigcap_{A \in \mathbb{A}} A$:
    La funzione valuta all'insieme intersezione degli insiemi elementi di $\mathbb{A}$ (dove $\mathbb{A}$ è un insieme di insiemi).