

# 銀河中心ガス円盤における ブラックホールの力学的進化 ～円盤中の合体条件～

天体形成研究会 2019/10/18  
筑波大学大学院 数理物質科学研究所 物理学専攻  
宇宙物理理論研究室M2  
竹澤 多聞

# 目次

## 1. 研究背景・目的

- i. 重力波イベント
- ii. 銀河中心ガス円盤について

## 2. 現在の研究内容・進捗

- i. 銀河中心ガス円盤の設定
- ii. Newtonianコードを用いた計算
- iii. post-Newtonian近似を用いた相対論的N体計算

## 3. まとめ

# 研究背景·目的

# 研究背景～重力波イベント～

B. P. Abbott et al. 2016

- 2016年2月、重力波の初検出が発表された。
- およそ  $36 M_{\odot}$  と  $29 M_{\odot}$  の2つのブラックホール (BH) が合体した際に発生。
- 地球から約10億光年程度離れた場所で発生したことは分かっているが、**起きた場所の詳細は不明。**

# 研究背景～重力波イベント～

孤立したBHが合体する候補地として銀河中心ガス円盤内が有力である。(Tagawa & Umemura 2018)

## 研究目的

これらの背景をもとに  
検出された重力波を放出するようなBH合体が  
銀河中心ガス円盤内で起きる可能性を確認する！

合体の可能性があるならば  
→ 観測された重力波の発生源候補地と言える

# 研究背景～銀河中心ガス円盤について～

## 理論的な予想

- 天の川銀河サイズの銀河中心領域 ( $< 1.0 \text{ pc}$ ) には力学的摩擦により孤立した1万個以上の恒星質量BHが落ち込んで存在していると考えられている (Miralda-Escude & Gould 2000)。

## 観測的証拠

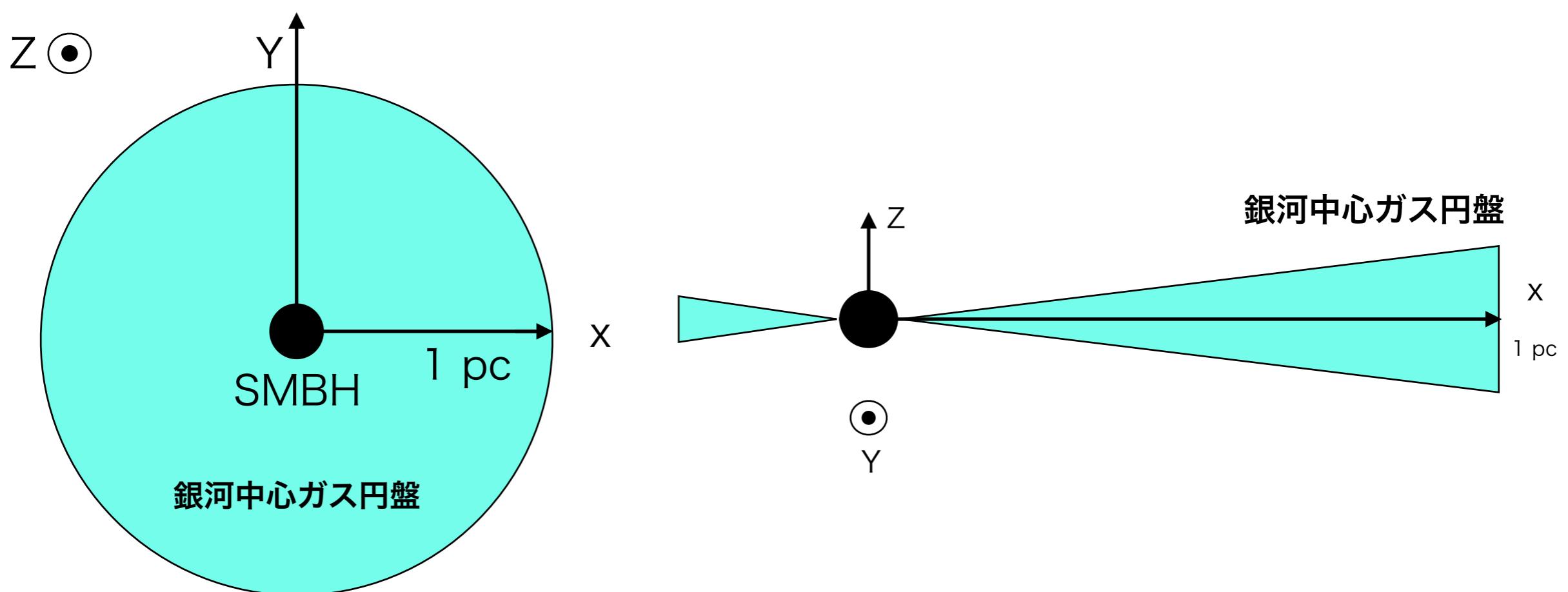
- 近年では、アンドロメダ銀河 (M31) の中心部でも恒星質量BH候補の天体が50個ほど見つかっている (Bernard et al. 2013, 2014)。
- 天の川銀河の中心  $\text{Sgr A}^*$  の周り  $0.2 \sim 1.0 \text{ pc}$  には、孤立した恒星質量BHが約一万個以上必要であるという観測結果も出ている (Hailey et al. 2018)。

# 研究背景～銀河中心ガス円盤について～

Sirko & Goodman 2003

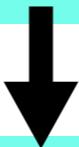
- 中心BHの周り約 1 pc の範囲にガス円盤が存在していると考えられている。

これを**銀河中心ガス円盤**と呼ぶ。

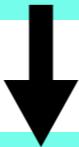


# 研究方針

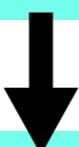
相対論効果を考慮したエルミート法の既存コードで1万体計算したいが、  
計算が重すぎるので不可能



まずはニュートン力学（重力とガスの力学的摩擦）でN体計算を行う



その結果できたBHクラスターまたはバイナリーを切り出す



得られたデータを既存コードを用いて相対論的N体計算を行う。

# 現在の研究内容・進捗

# 銀河中心ガス円盤の設定

## ガス円盤の数密度分布

- ガス円盤はすべて水素原子で構成されていて、幾何学的に薄い( $z \ll r$ )とすると、静水圧平衡の式、状態方程式、密度の式は

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} - \frac{GMz}{r^3} \\ P = nk_B T \\ \rho = m_H n \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} M : \text{中心BHの質量} \\ n : \text{水素原子の数密度} \\ m_H : \text{水素原子の質量} \\ n_0 : z=0 \text{でのガス数密度} (\text{cm}^{-3}) \end{array}$$

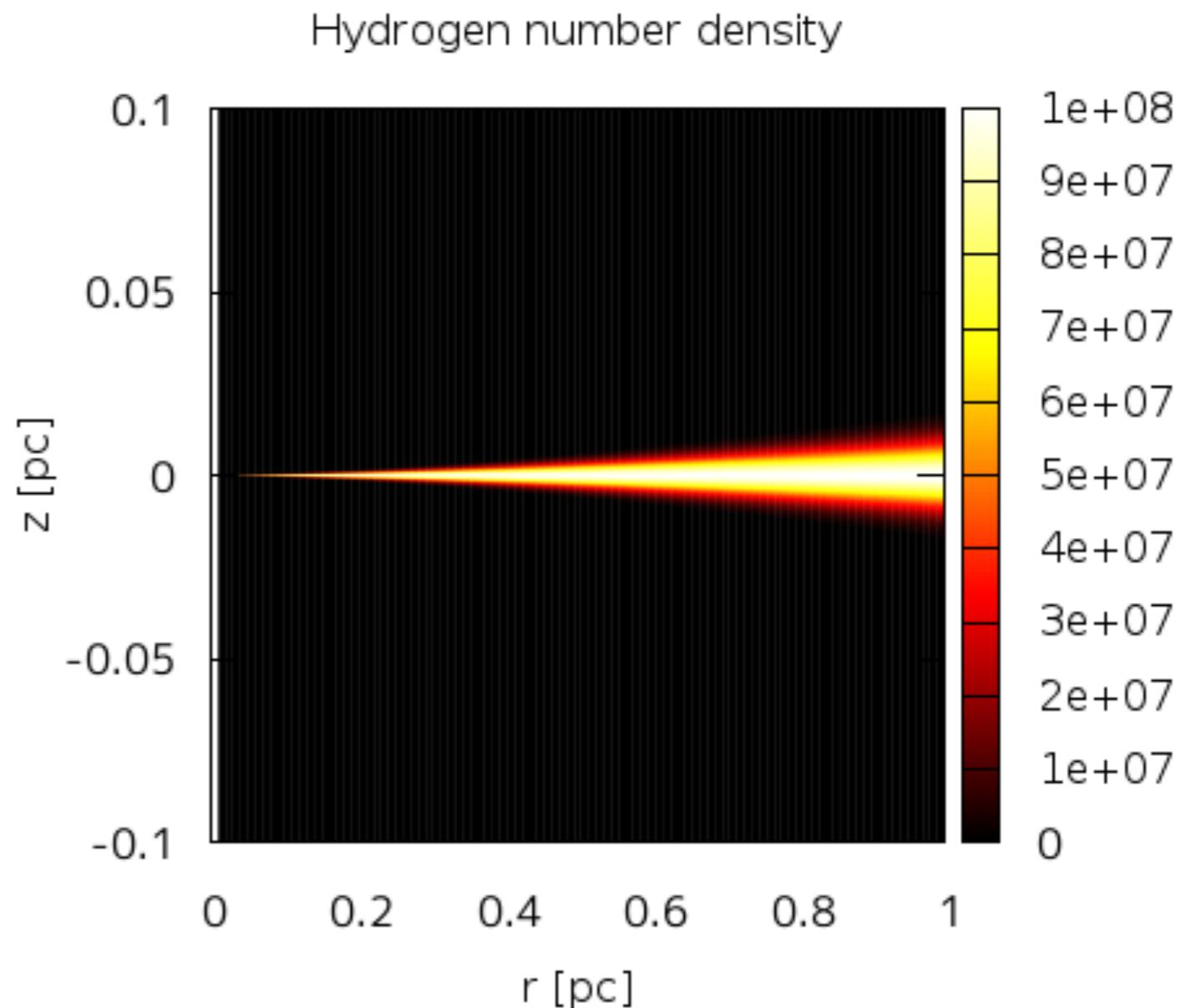
この3つの式からガスの数密度分布は

$$n(r, z) = n_0 \exp\left(-\frac{\alpha z^2}{r^3}\right) \quad \alpha \equiv \frac{GMm_H}{2k_B T}$$

# 銀河中心ガス円盤の設定

$n_0 = 10^8 \text{ cm}^{-3}$ ,  $M = 10^8 M_\odot$ ,  $T = 2000 \text{ K}$  (Namekata & Umemura 2016)  
の時のガス数密度分布

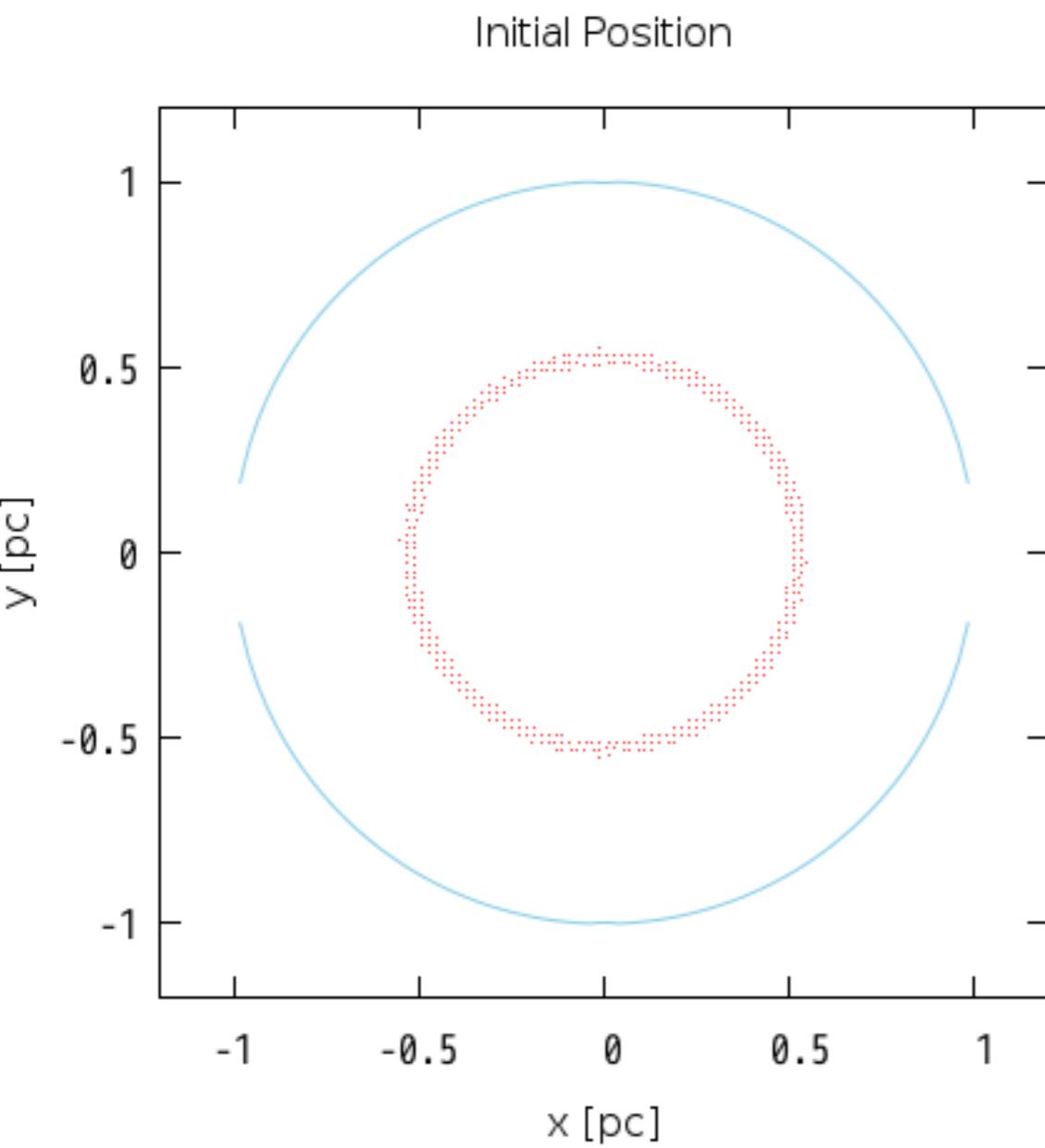
ガス円盤は  $\sqrt{x^2 + y^2} < 1.0 \text{ pc}$  ,  
 $|z| < 0.1 \text{ pc}$  の範囲のみに存在  
するとした。



Newtonianコードを用いた計算

# Newtonian コードの説明

## 初期設定



- ・ 中心BH :  $M_{\text{SMBH}} = 10^8 M_{\odot}$
- ・  $0.5 < r < 0.55 \text{ pc}$  のみにBHを配置。
- ・ xy平面に0.02 pcの間隔で格子状に配置した後xyz方向にわずかにずらす。
- ・ 初期速度はケプラー速度にわずかな擾動を与えたもの。回転させる。
- ・ AGNの寿命を想定して、計算は  $10^8 \text{ yr}$  まで。
- ・ ガス円盤もケプラー回転している。

水色のガス円盤内に1万体のBHが存在しているという想定であるが計算時間の都合により、この一部分を切り抜いて計算をした。  
なお、r方向にはあまり動かないと仮定している。

# Newtonian コードの説明

## ガスの力学的摩擦

本研究ではガスの力学的摩擦の効果を Ostriker (1999) ( $\mathcal{M}_{eq} \leq \mathcal{M}$ ) と Tanaka & Haiman (2009) ( $0 \leq \mathcal{M} \leq \mathcal{M}_{eq}$ ) を参考に組み込んだ。

$$\mathbf{a}_{DF}^{gas}(r, v) = -4\pi G^2 m \rho(r) \frac{1}{v^2} \times f(\mathcal{M})$$
$$f(\mathcal{M}) = \begin{cases} 0.5 \ln \Lambda \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{2}} \right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \mathcal{M} \exp \left( -\frac{\mathcal{M}^2}{2} \right) \right], & (0 \leq \mathcal{M} \leq 0.8) \\ 1.5 \ln \Lambda \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{2}} \right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \mathcal{M} \exp \left( -\frac{\mathcal{M}^2}{2} \right) \right], & (0.8 < \mathcal{M} \leq \mathcal{M}_{eq}) \\ \frac{1}{2} \ln \left( 1 - \frac{1}{\mathcal{M}^2} \right) + \ln \Lambda, & (\mathcal{M}_{eq} < \mathcal{M}) \end{cases}$$

$\mathcal{M}$  : マッハ数

$\mathcal{M}_{eq}$  : Ostriker (1999) と Tanaka & Haiman (2009) の表式の加速度が等しくなるマッハ数

星による力学的摩擦は、星が存在しない環境を想定しているので考えない。

# Newtonian コードの説明

## Hoyle-Lyttleton 降着について

Hoyle-Lyttleton 降着は以下の式で表される。

$$\dot{m} = \epsilon \dot{m}_{HL} = \epsilon \frac{4\pi G^2 m^2 \rho_{gas}}{(C_s^2 + v^2)^{3/2}}$$

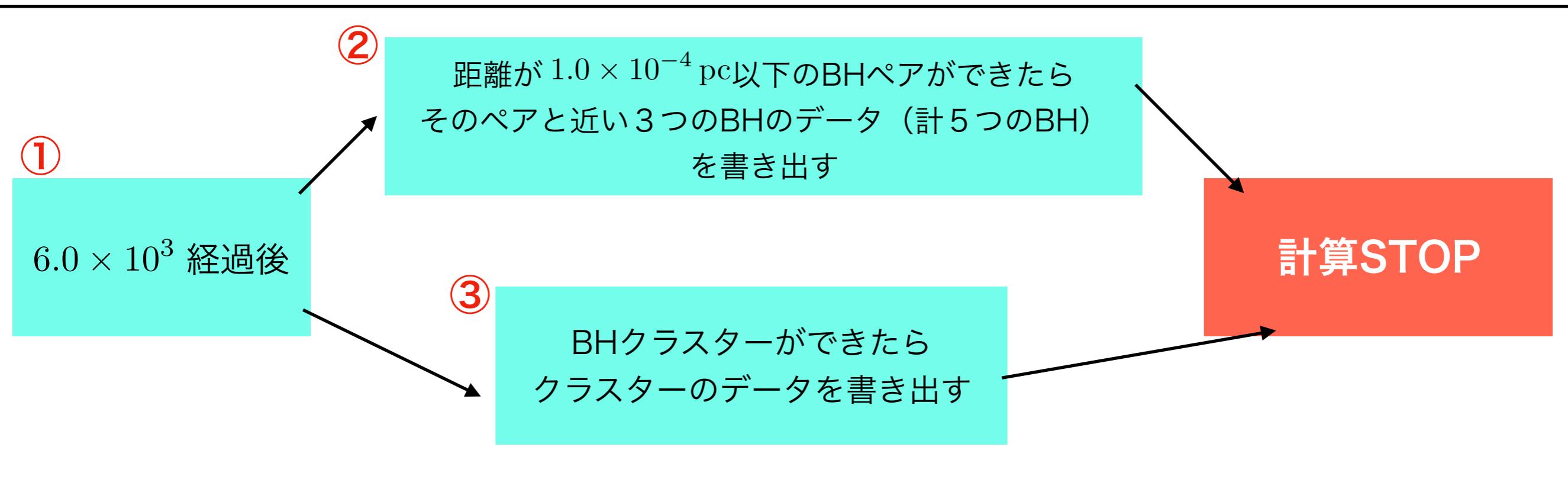
$\epsilon$  : 降着率

本研究では Hoyle-Lyttleton 降着を考慮した計算を行うため以下の項を組み込んだ

$$a_{acc} = -\frac{\dot{m}v}{m}$$

H. Tagawa, M. Umemura & N. Gouda (2016)

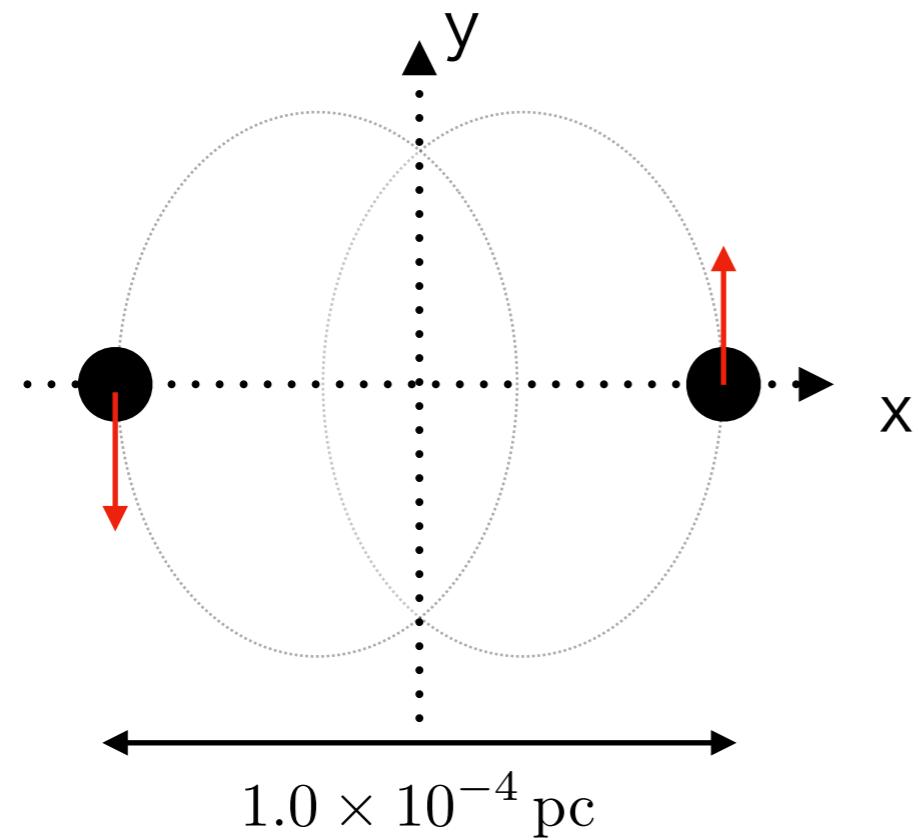
# 計算終了の条件



- ①：力学進化を見るため、円盤全体が2周した後を見るための条件
- ②： $\sim 10^{-5}$  pc は、テスト計算から合体の可能性が十分あるスケールであることがわかっているので、相対論的計算に移行する
- ③：BHクラスターができていれば切り抜く

# 合体の可能性の判断基準

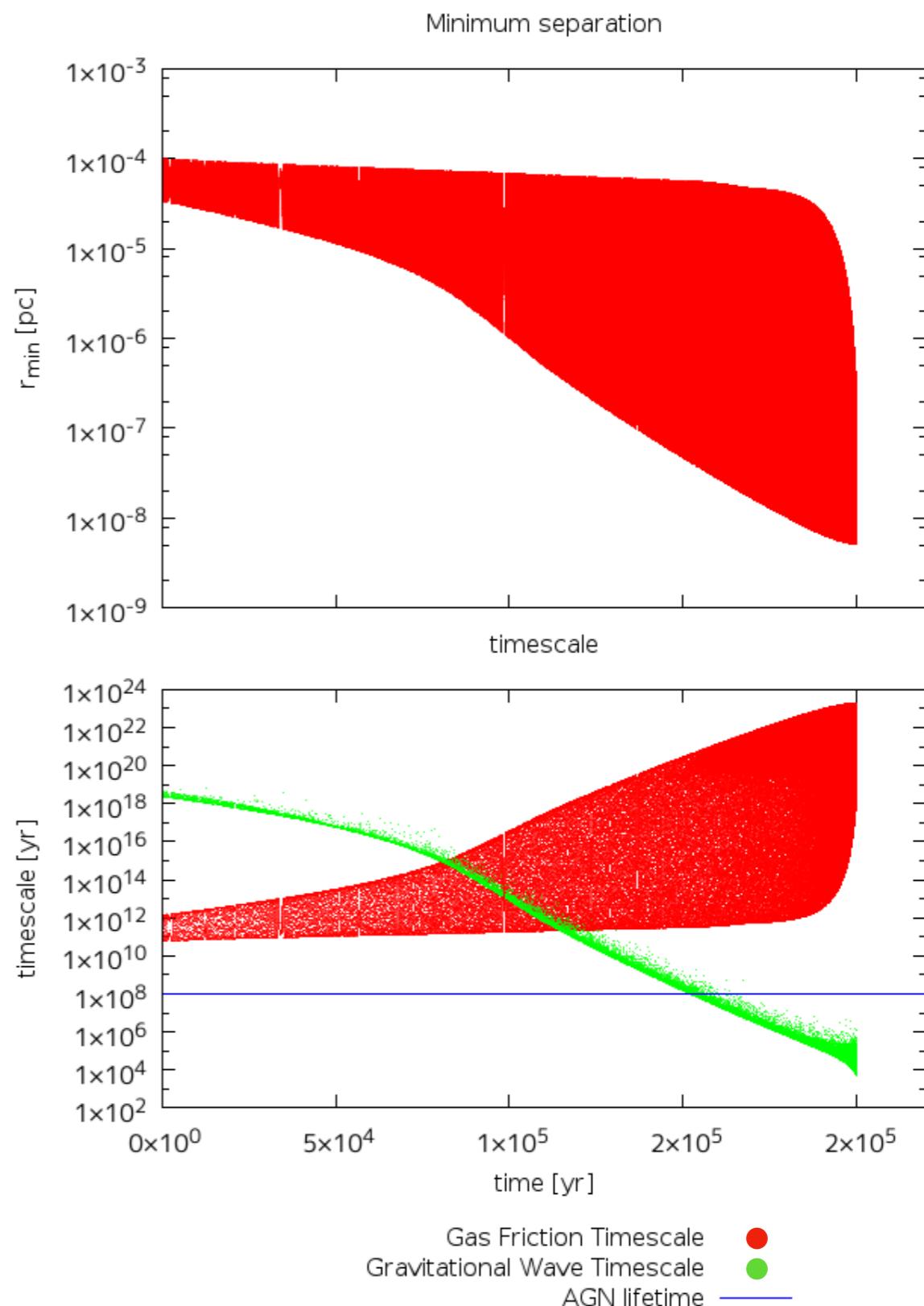
post-Newtonianコードでのテスト計算の結果



単純な2体運動の計算結果より  
 $1.0 \times 10^{-4} \text{ pc}$ 程度の距離にあるバイナリーは  
重力波放出が効き始め、合体する可能性があると言える。

かつ、 $1.0 \times 10^{-4} \text{ pc}$ 程度の距離で橿円運動している  
時の近日点移動のタイムスケールは  $\sim 10^8 \text{ yr}$  となり  
無視できない。

→ 相対論的N体計算に移行するべき



# Newtonian計算の結果

$\epsilon = 10^{-4}$  (エディントン降着率程度) のとき

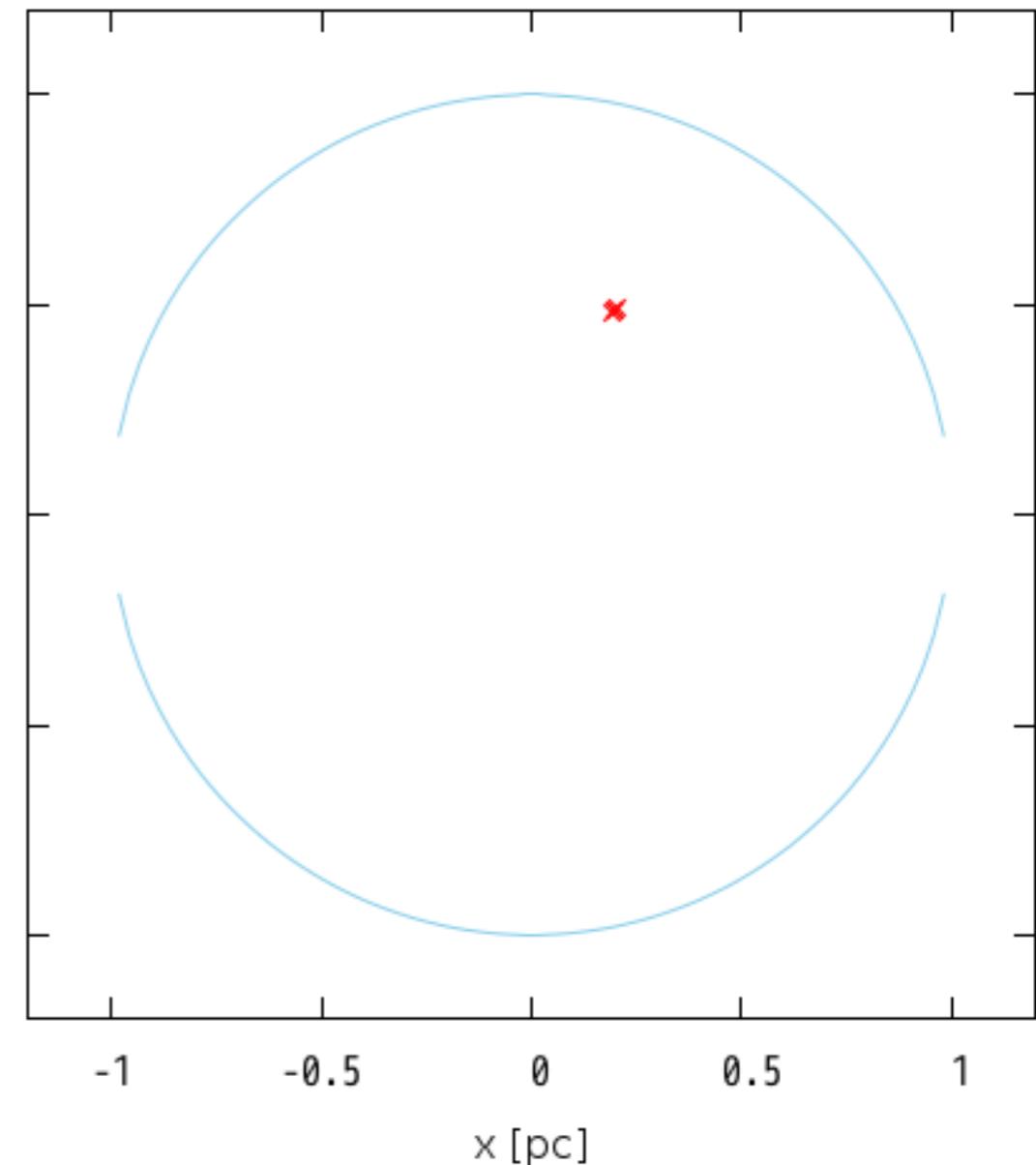
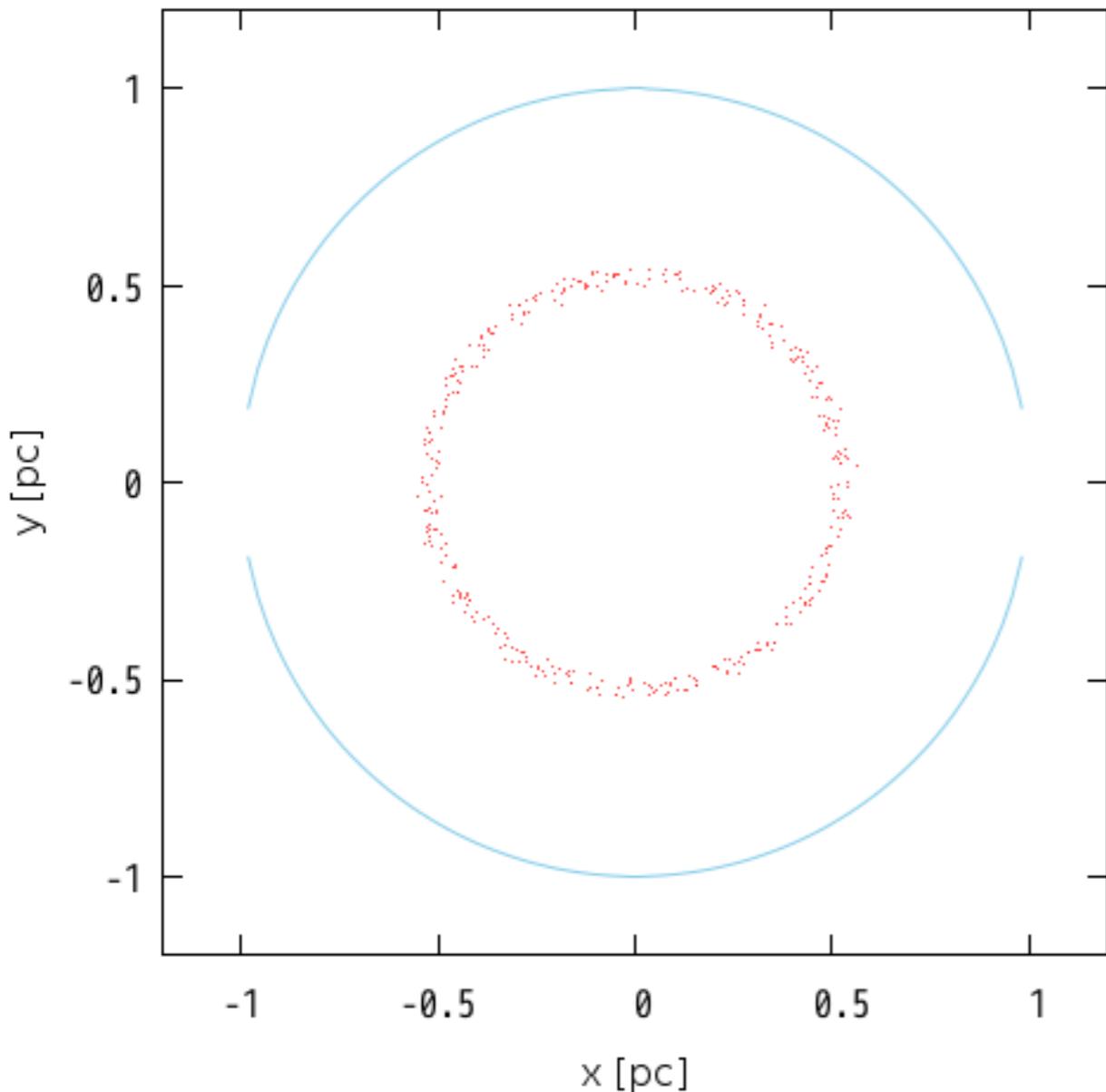
(D.Namekata & M.Umemura 2016)

周回させるBH :  $M_{\text{BH}} = 30 M_{\odot}$  ガス温度 :  $T = 2.0 \times 10^3 \text{ K}$

ガス円盤xy平面のガス数密度 :  $n_0 = 10^8 \text{ cm}^{-3}$  中心BHの質量 :  $M = 10^8 M_{\odot}$

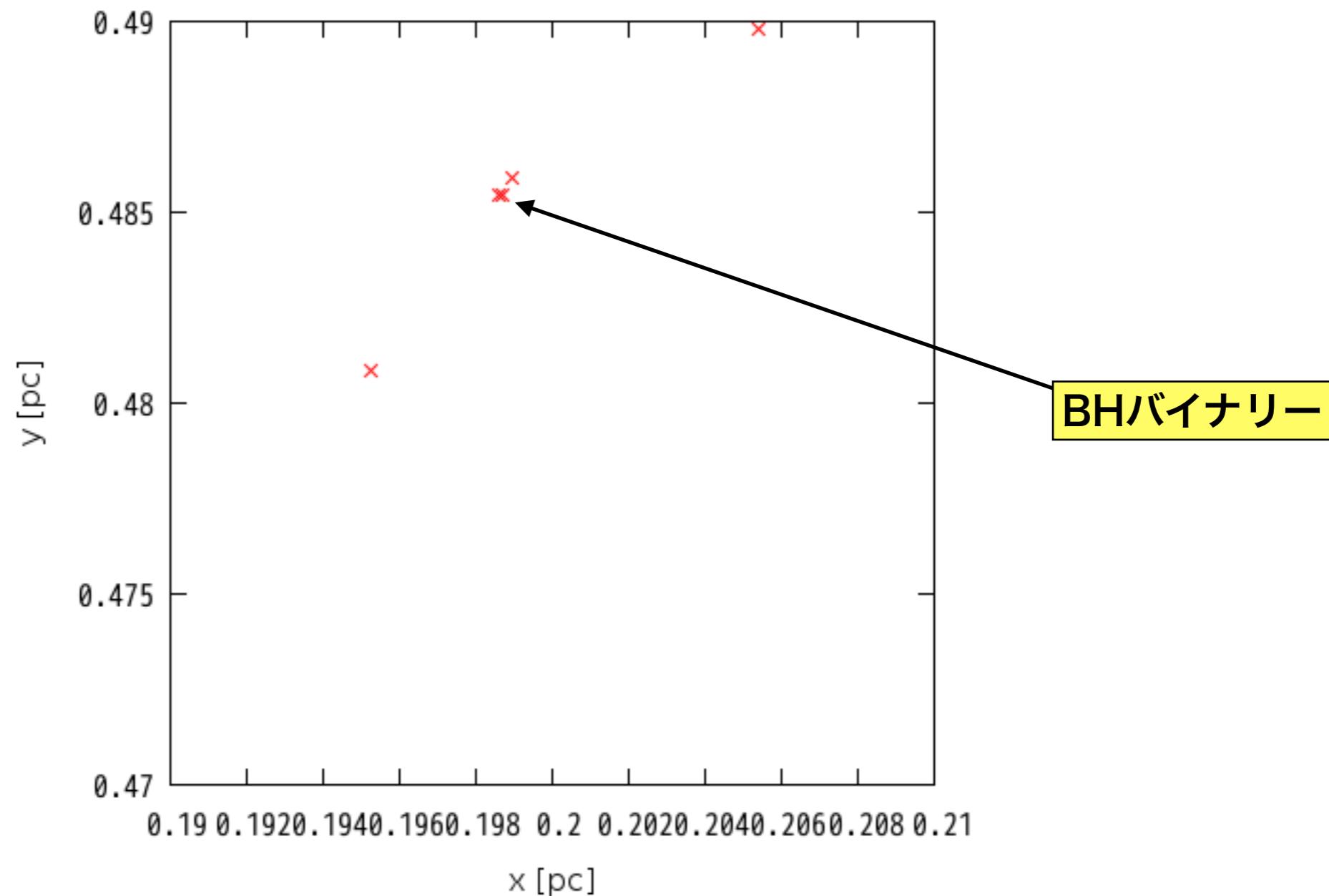
$6.13 \times 10^3 \text{ yr}$  (計算終了時)

バイナリーの位置



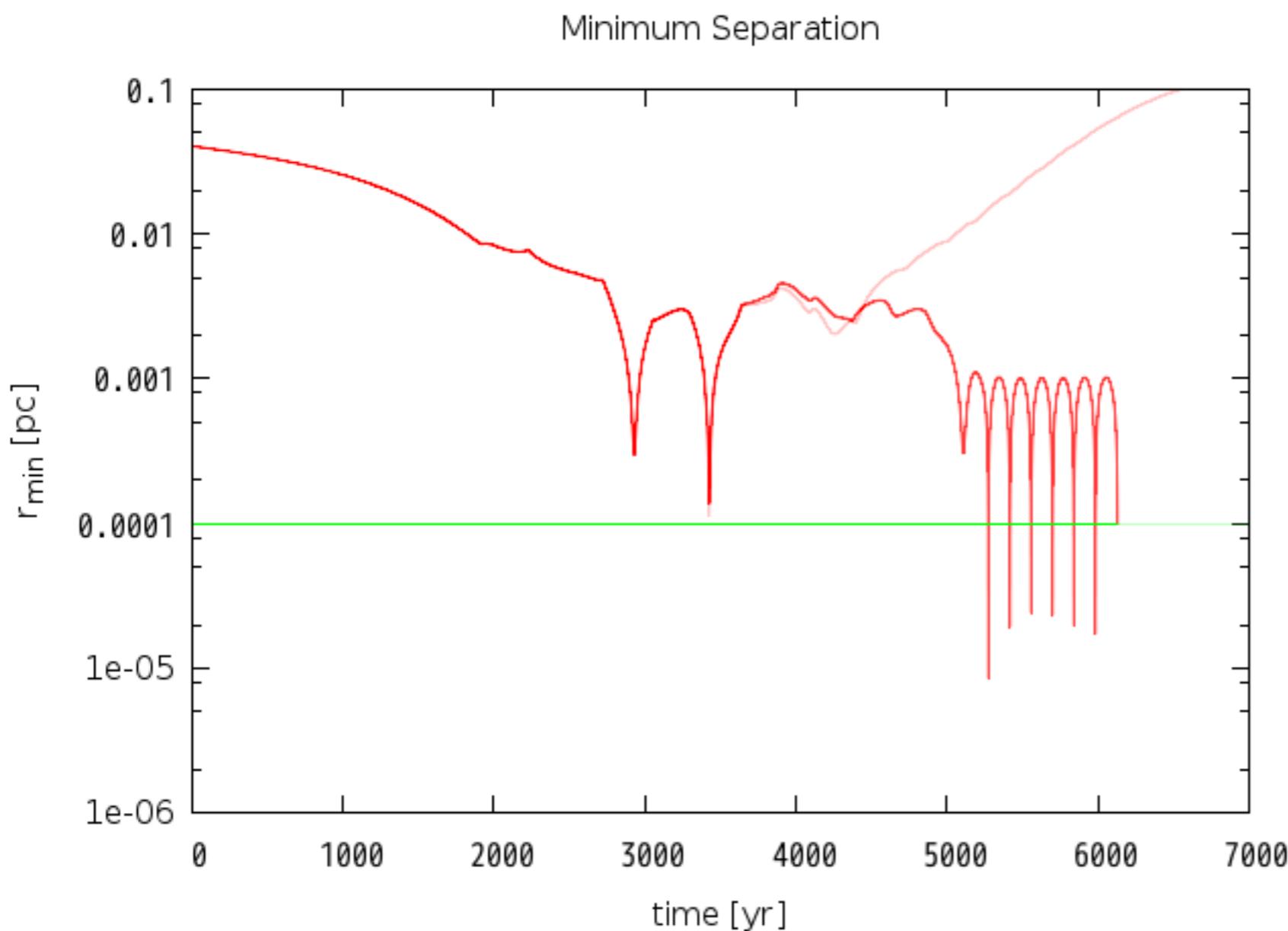
# Newtonian計算の結果

拡大



# Newtonian計算の結果

バイナリーを形成したBHペアの間隔



濃い赤線 :

Gas Friction, accretion あり

薄い赤線 :

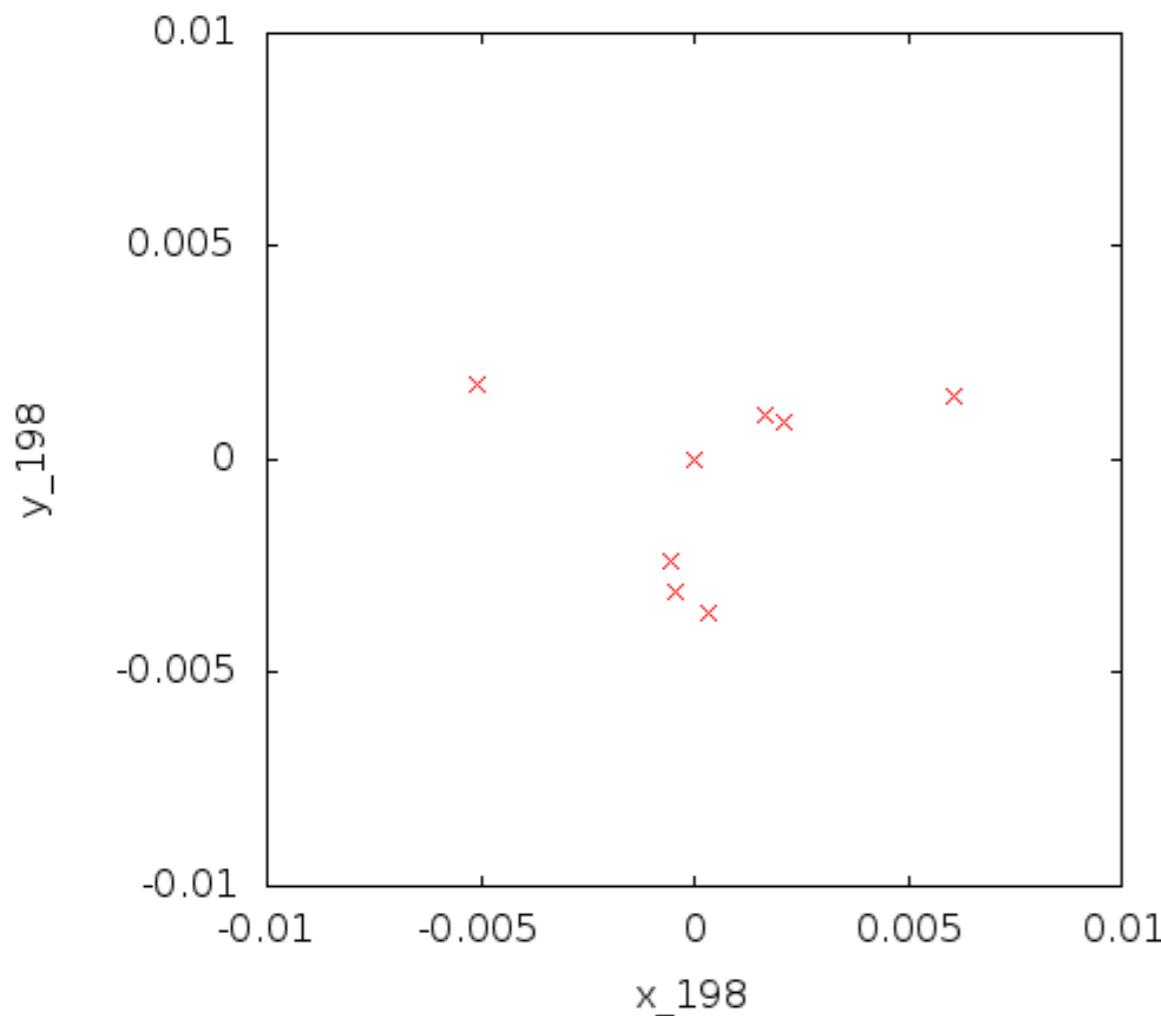
Gas Friction, accretion なし

# Newtonian計算の結果

バイナリーを形成するBHを原点にとった力学進化の様子

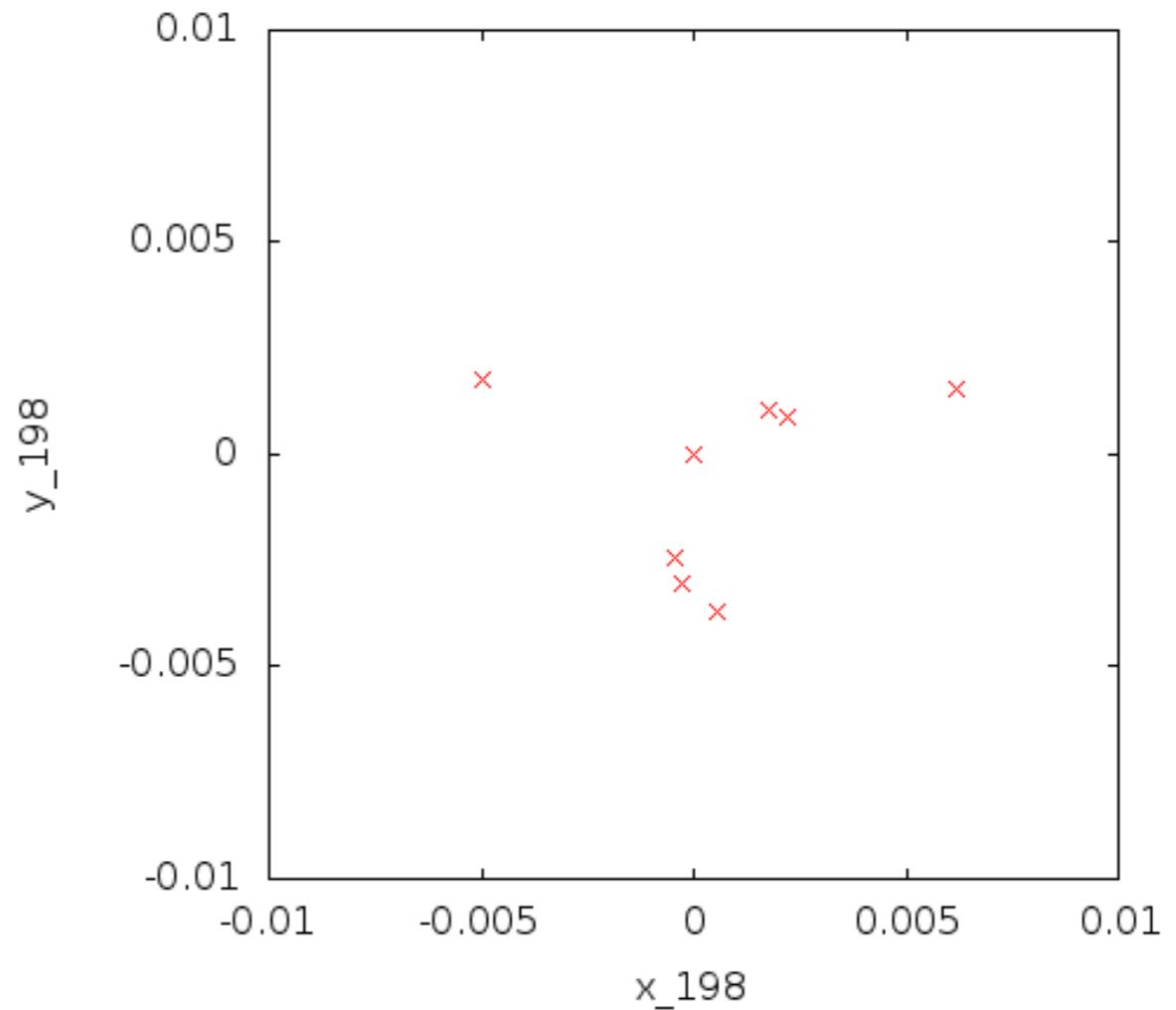
Gas Friction, accretion あり

around BH\_198



Gas Friction, accretion なし

around BH\_198



このタイムスケールではガスの力学的摩擦は効いていない。

円盤内に1万体程度BHが存在していると**3体反応**が起こるが、ガスの有無でバイナリーが形成されるかどうかが変わってくる。

# Newtonian計算の結果

～ $30 M_{\odot}$  の質量を持つBHがこのパラメータに対応する銀河中心ガス円盤内 (AGN-Disc) に1万個以上存在するとき ～ $10^4$  yr のタイムスケールで3体反応によりバイナリーが形成される

# post-Newtonian近似を用いた 相対論的N体計算

# 相対論的N体計算のコードの説明

- 既存コード（4次の精度を持つHermite法）
- このコードは相対論効果（近日点移動、重力波放出）とガスの力学的摩擦・質量降着を考慮したもの

## 相対論効果を考慮するためのpost-Newtonian近似

一般相対性理論の近似の一つである G. Kupi (2006) で示されているpost-Newtonian近似を採用。

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{Newton} + c^{-2} \mathbf{a}_{1PN} + c^{-4} \mathbf{a}_{2PN} + c^{-5} \mathbf{a}_{2.5PN} + o(c^{-6})$$

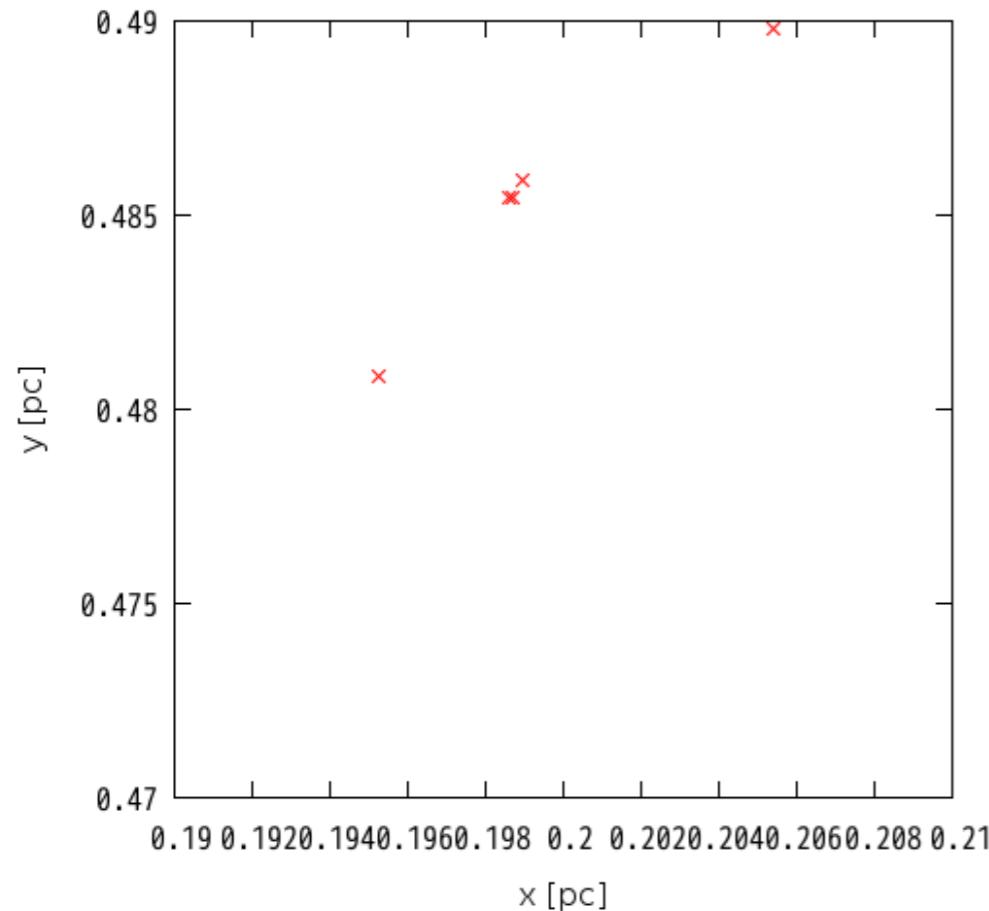
$\mathbf{a}_{Newton}$  はニュートン加速度、 $\mathbf{a}_{1PN}$  は近日点移動の1次の効果、 $\mathbf{a}_{2PN}$  は近日点移動の2次の効果、 $\mathbf{a}_{2.5PN}$  は四重極重力波放射の効果。

### 合体条件

$|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| < 100(r_{sch,i} + r_{sch,j})$  を満たした時、合体とする。

# 相対論的N体計算の内容

初期位置 (Newtonianの計算で得たデータ)



ガス密度や中心BHの質量などのパラメータは変えない。  
Newtonianの計算で切り出した5体のBHのみで計算を行う。

降着率 :  $\epsilon = 10^{-4}$

周回させるBH :  $M_{\text{BH}} = 30 M_{\odot}$

ガス円盤xy平面のガス数密度 :  $n_0 = 10^8 \text{ cm}^{-3}$

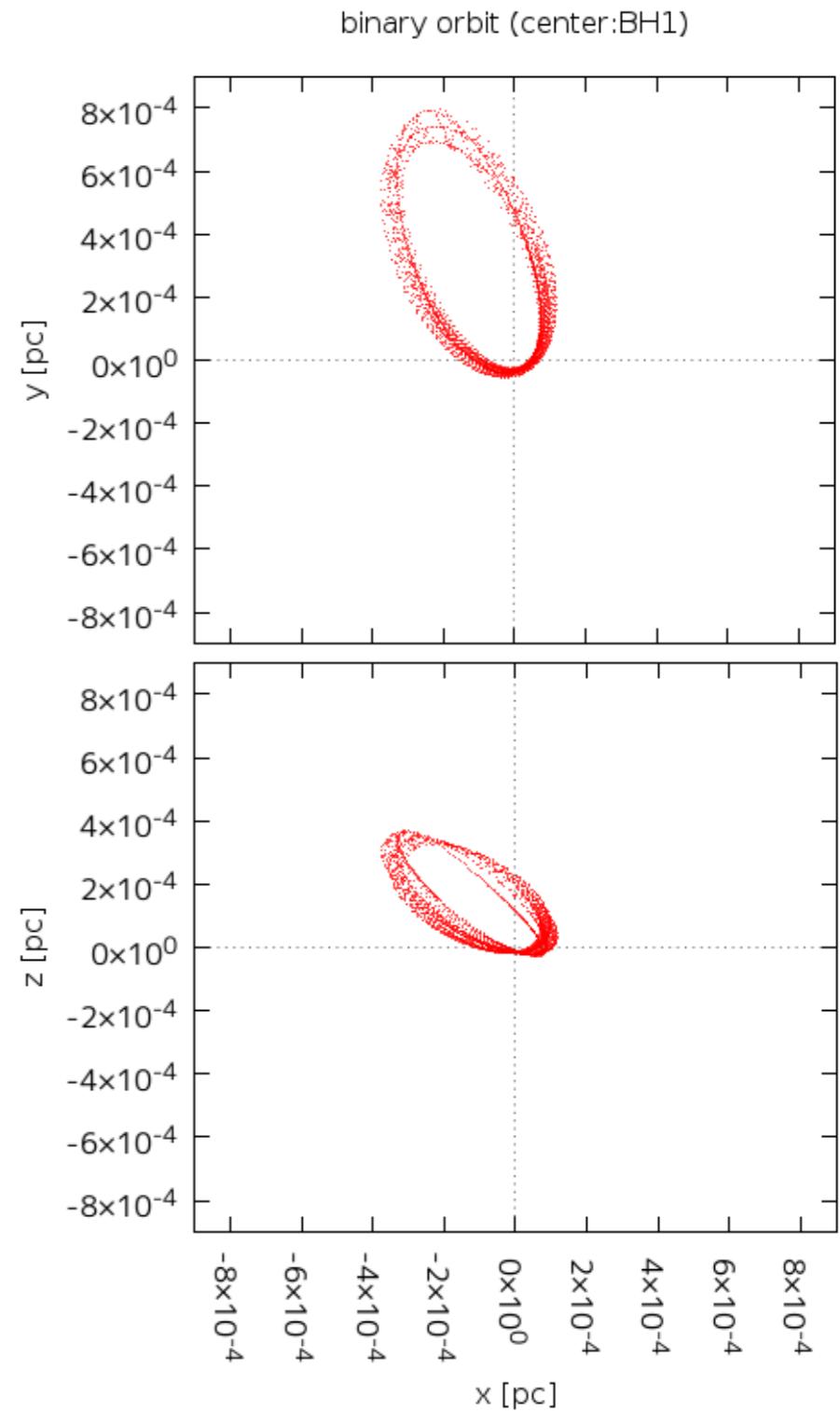
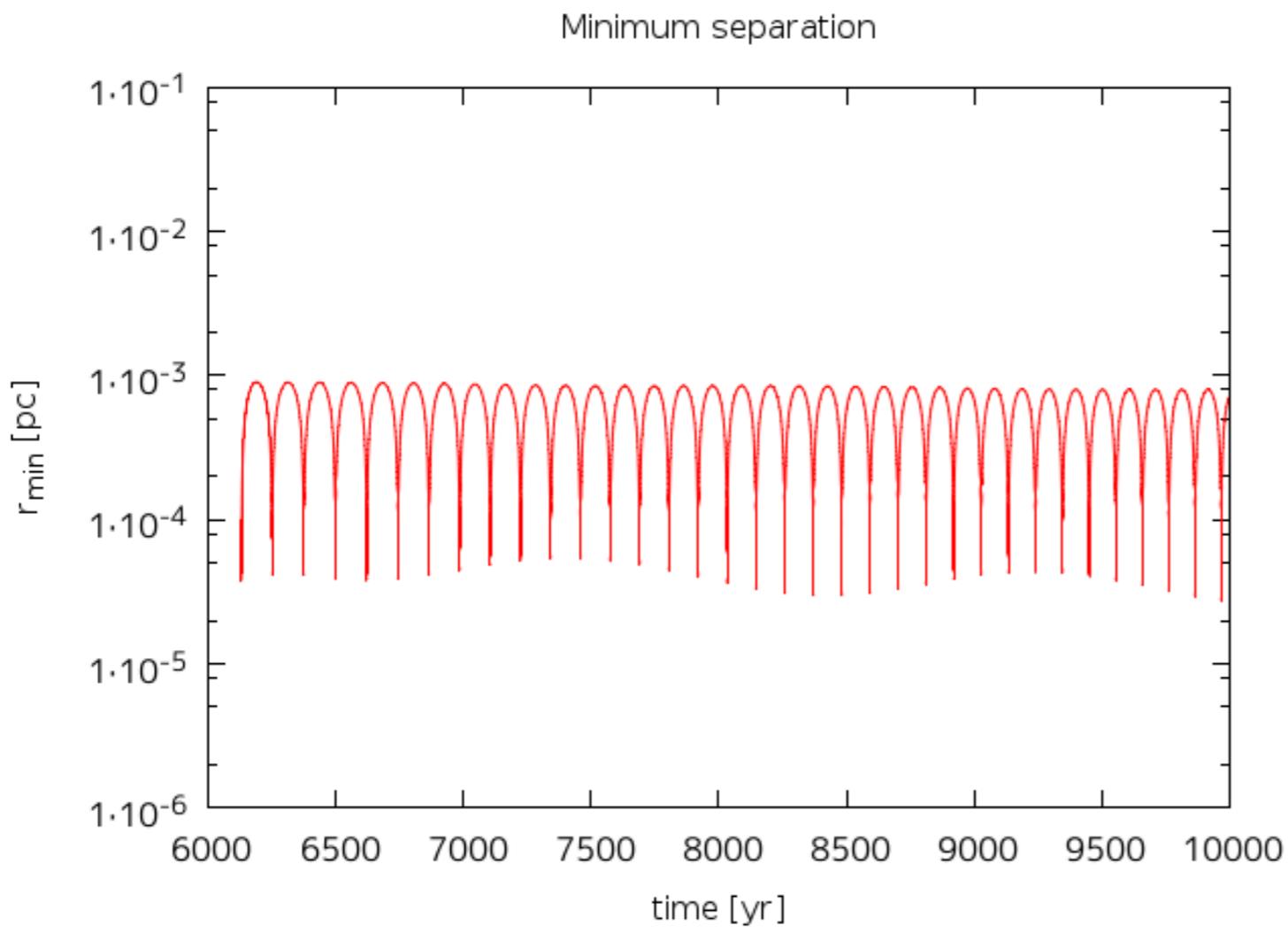
ガス温度 :  $T = 2.0 \times 10^3 \text{ K}$

中心BHの質量 :  $M = 10^8 M_{\odot}$

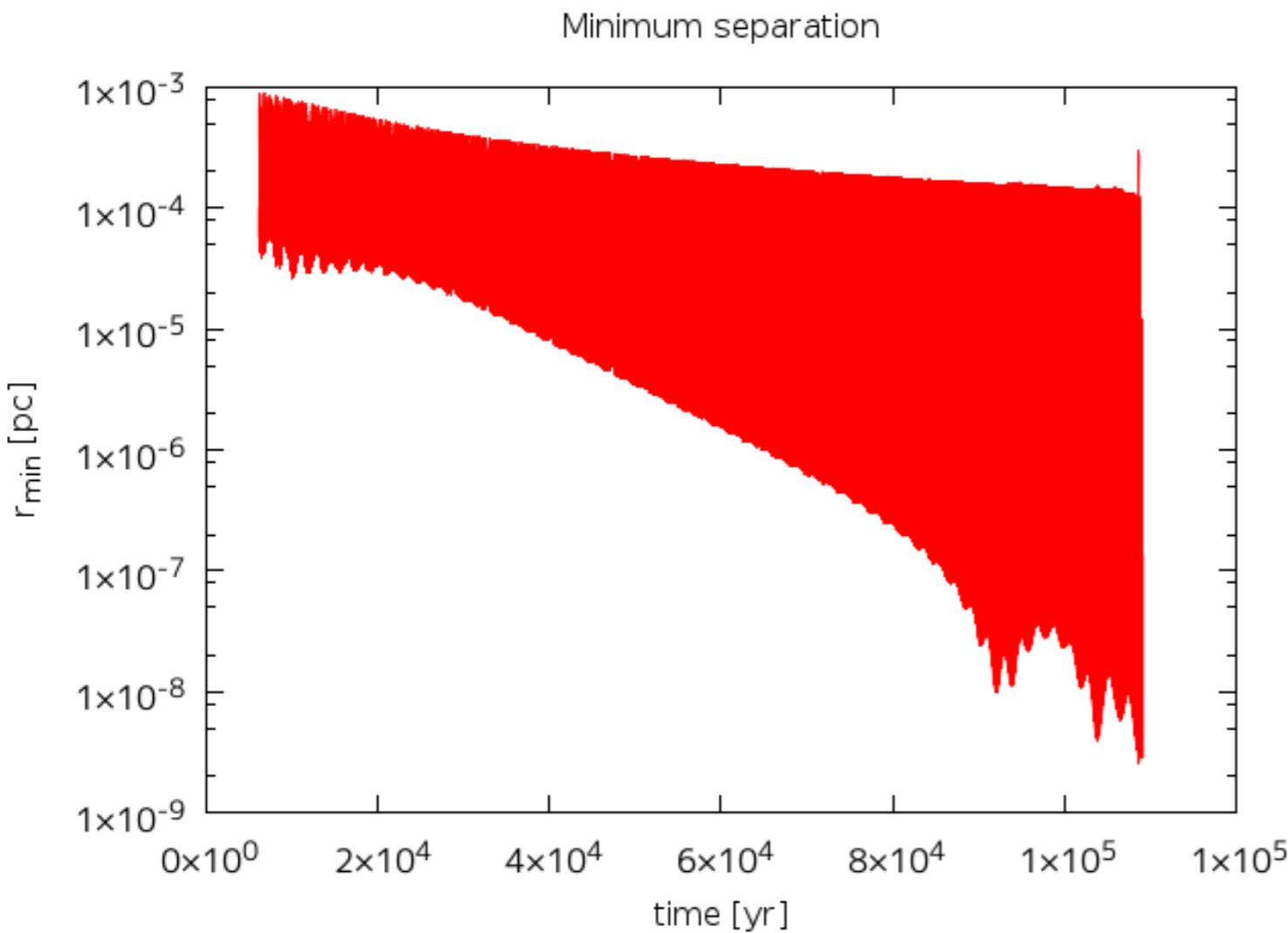
# 相対論的N体計算の内容

## 相対論的N体計算のはじめの様子

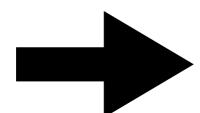
Newtonian計算終了時の運動をちゃんと引き継いでいることが確認できた。



# 相対論的N体計算の結果



$1.093 \times 10^5 \text{ yr}$   
にバイナリーが合体した。



このパラメータに対応する銀河中心ガス円盤内では  
**GW150914**で観測された重力波を放出するBH合体が起こりうる  
と言える。

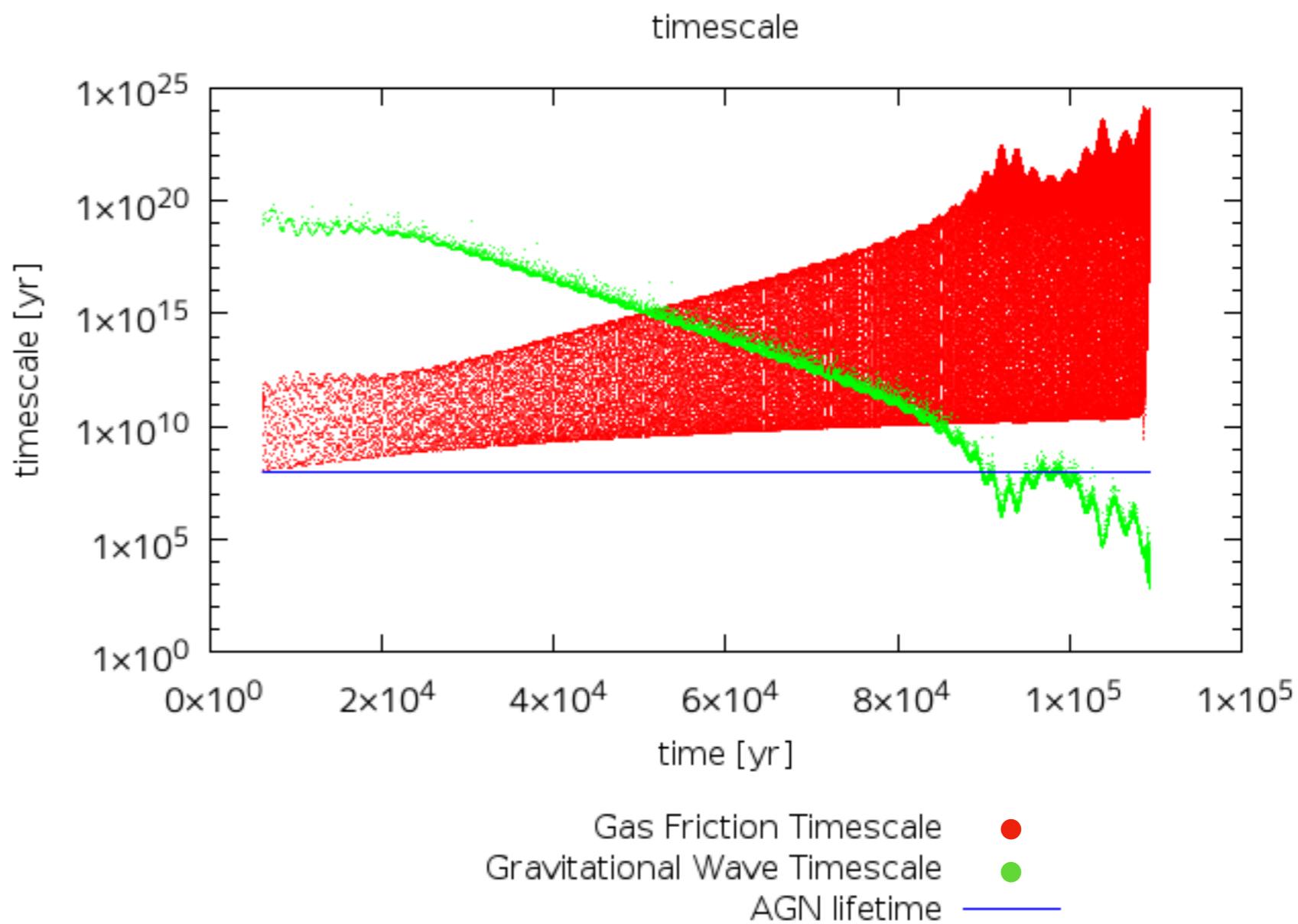
# 相対論的N体計算の結果

## タイムスケールの解析

青線は典型的なAGNの寿命を示している。

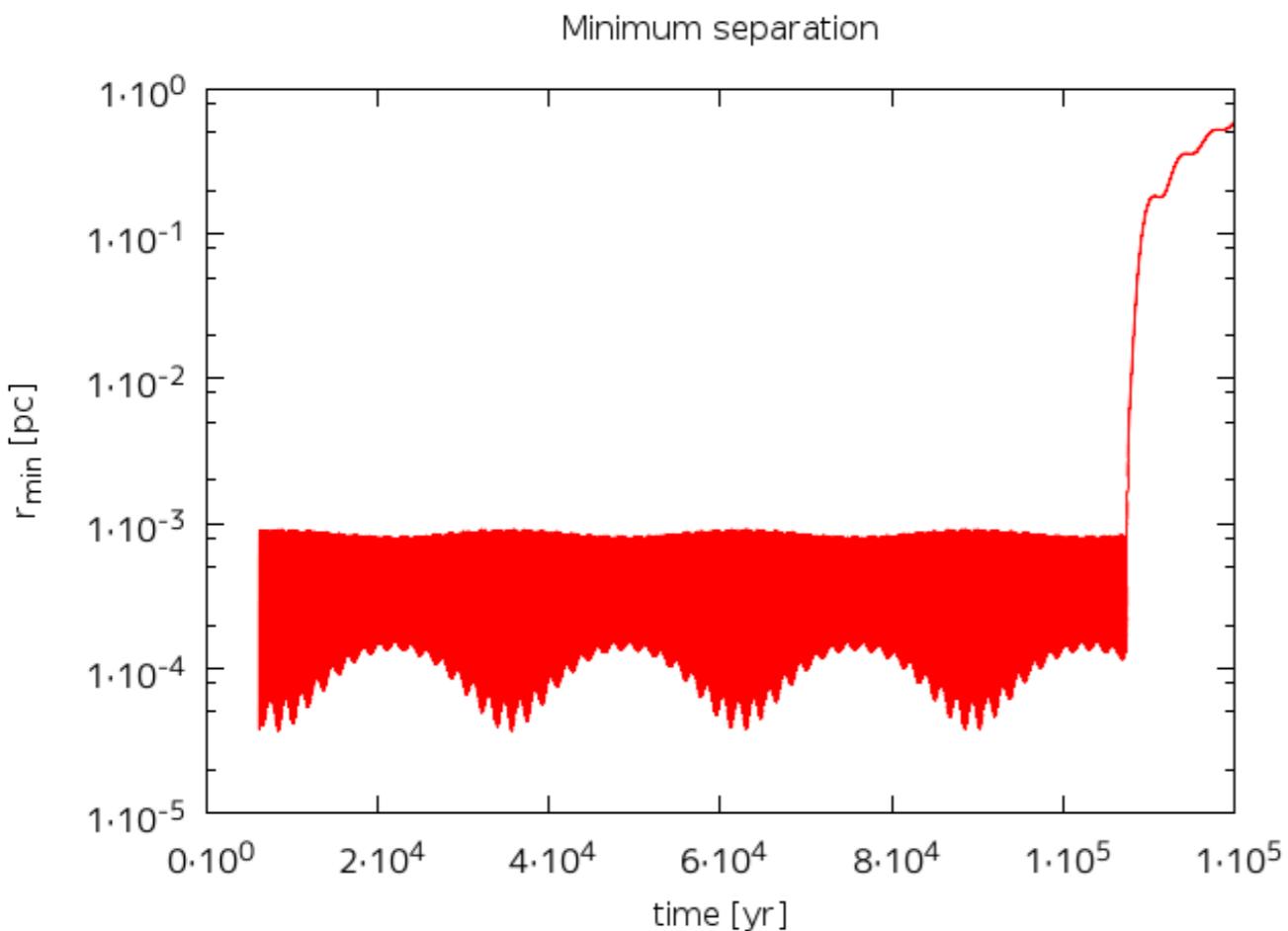
軌道収縮が進むにつれ、ガスの力学的摩擦の効果は効かなくなり

重力波放出が支配的になっていることが分かる。

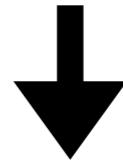


# 相対論的N体計算の結果

比較のため、ガスの効果を抜いたpost-Newtonian計算も行なった。



結果をみると軌道収縮をしていないことがわかる。



バイナリーが形成されてから重力波放出が支配的になる距離まで軌道収縮するためには

ガスの力学的摩擦・質量降着が不可欠である。

# まとめ

## 銀河中心ガス円盤内のBHの力学的進化の流れ

- ① ~  $30 M_{\odot}$  の質量を持つBHがこのパラメータに対応する銀河中心ガス円盤内 (AGN-Disc) に1万個以上存在するとき、**3体反応**により ~  $10^4$  yr のタイムスケールでバイナリーが形成される。
- ② そのバイナリーが重力波放出し合体に至る距離まで軌道収縮するためには、銀河中心ガス円盤のような高密度なガスが不可欠である。
- ③ 最終的には**重力波放出し**、 $10^5$  yr のタイムスケールで合体する。

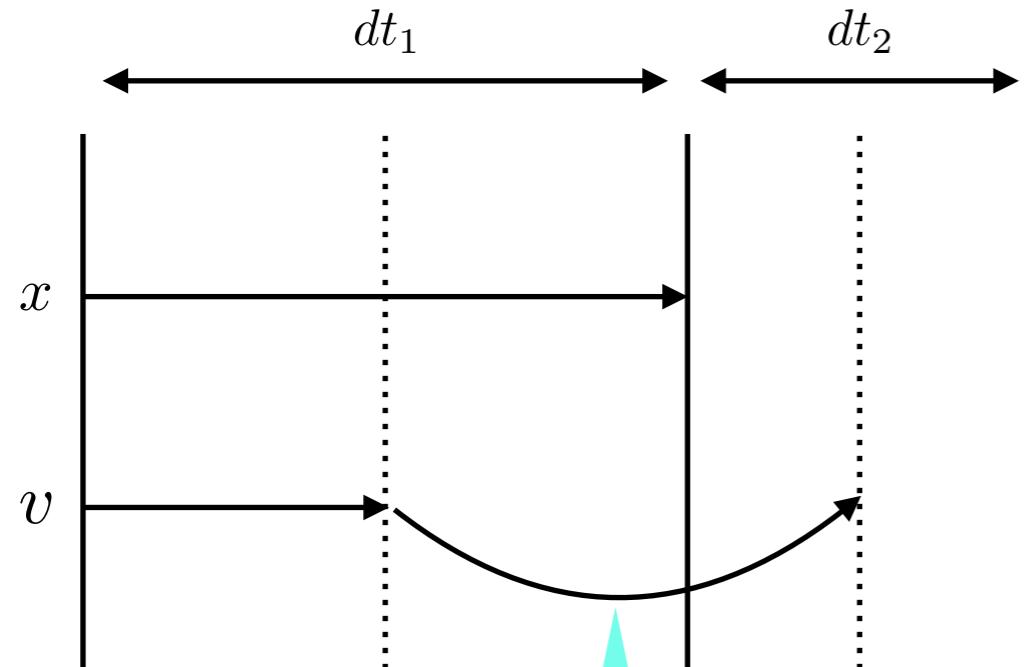


# 今後の方針

BH合体のイベント→スピンが揃っていないことの説明になる。

# Newtonian コードの説明

## 計算方法



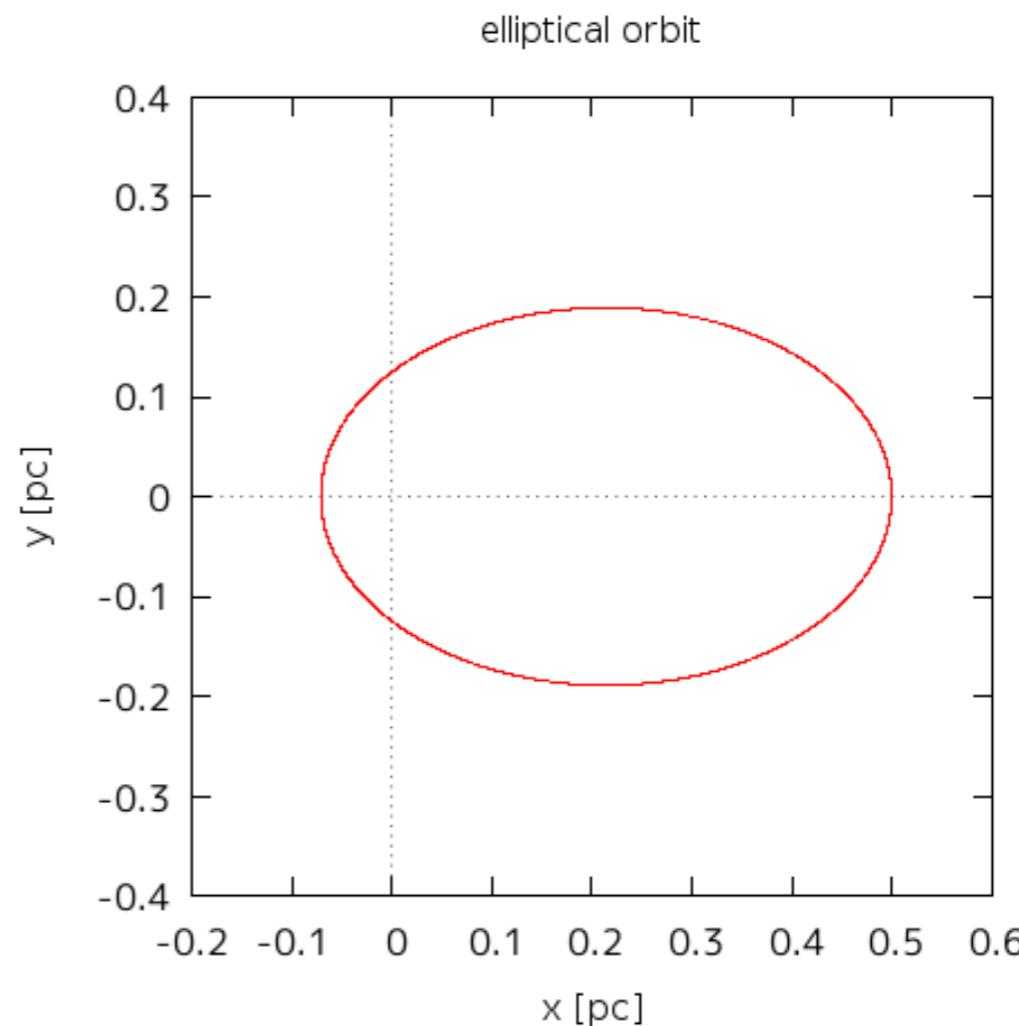
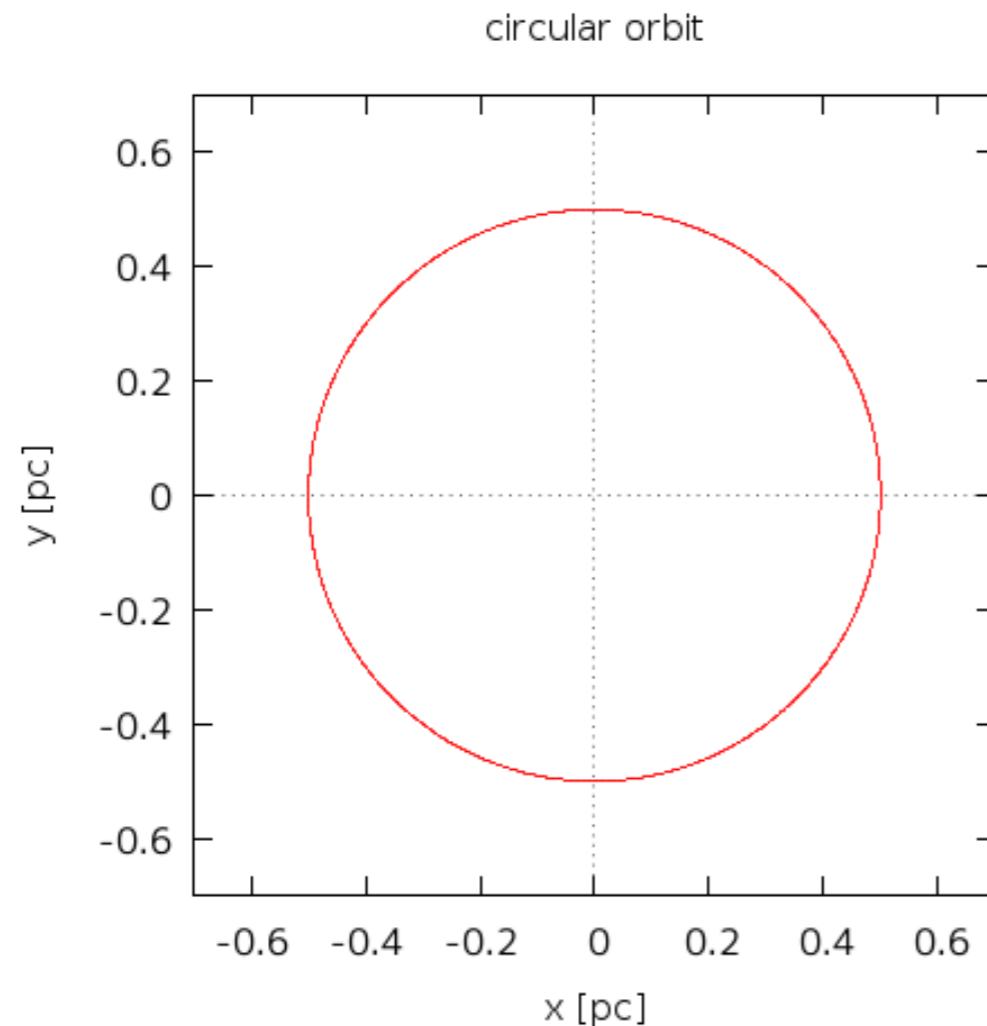
$$dt' = \frac{dt_1 + dt_2}{2}$$

- ・リープフロッグ法を基にしている。
  - ・タイムステップが変わるので  $v_{i-\frac{1}{2}}$  から  $v_{i+\frac{1}{2}}$  を計算する際、図のように
- $$dt' = \frac{dt_1 + dt_2}{2}$$
- を計算して用いた。
- ・エネルギー保存は約束されないが、見たいタイムスケールでは、誤差が計算結果に影響しないことを以下で示す。

# Newtonian コードの説明

テスト計算

$10^4$  yr までの計算



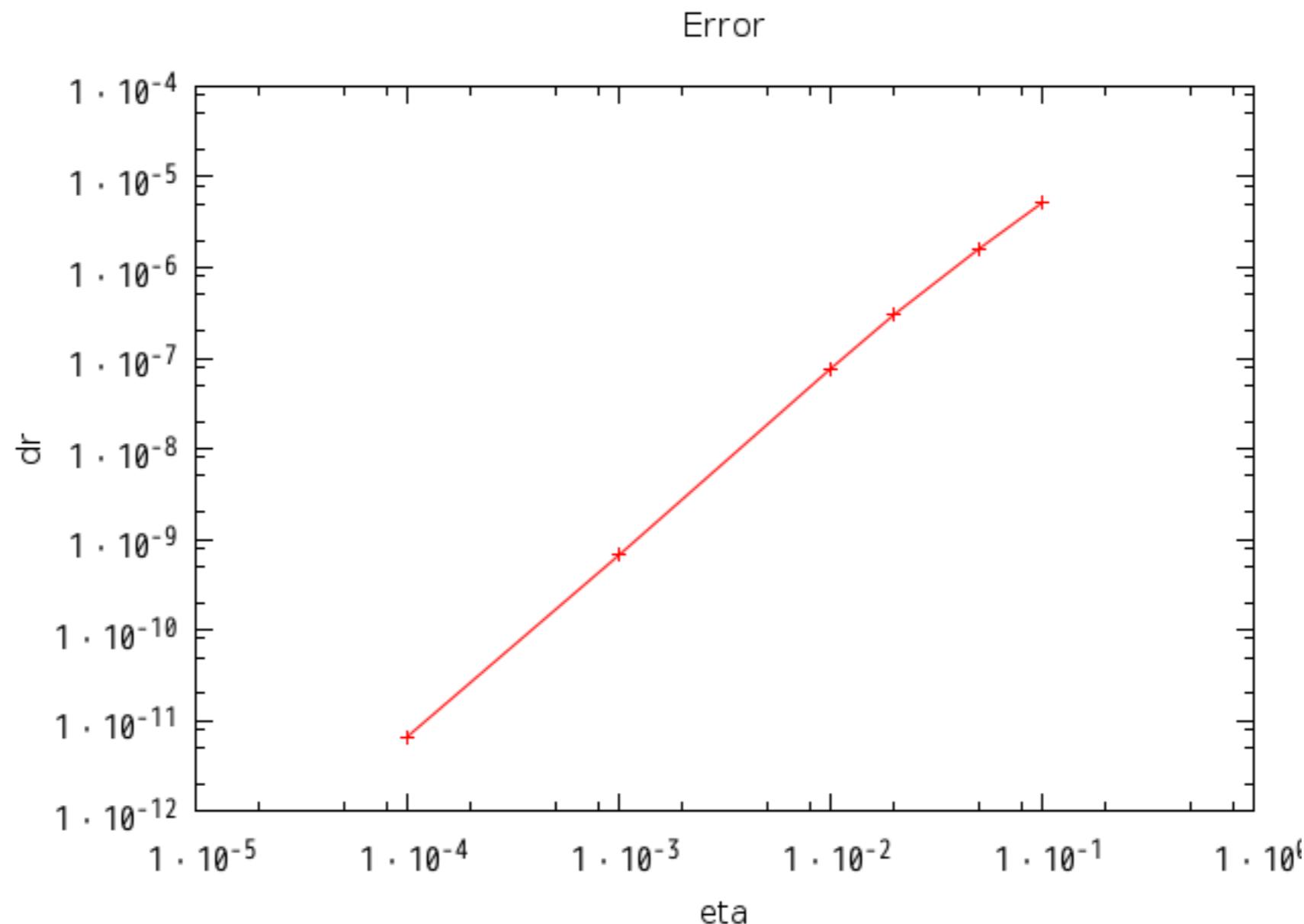
円軌道も橙円軌道も正しく計算できていることが確認できた。

# Newtonian コードの説明

## 誤差評価

中心からの距離の相対誤差は2次の精度を示した。

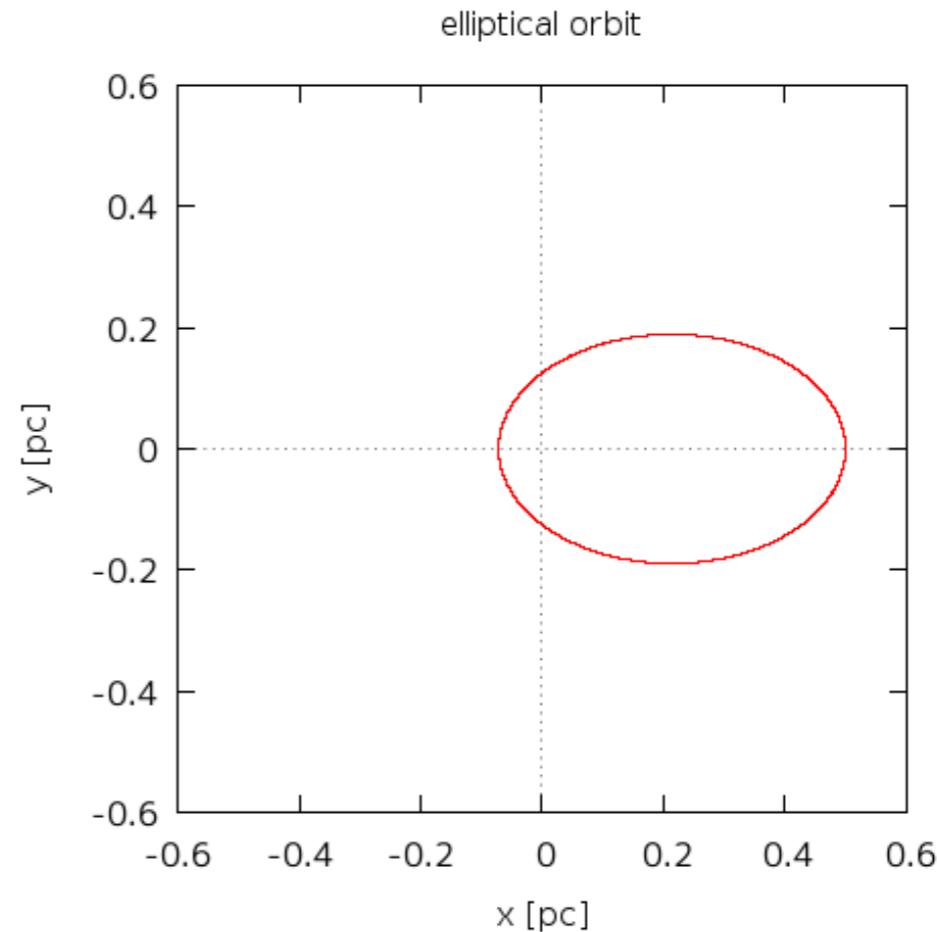
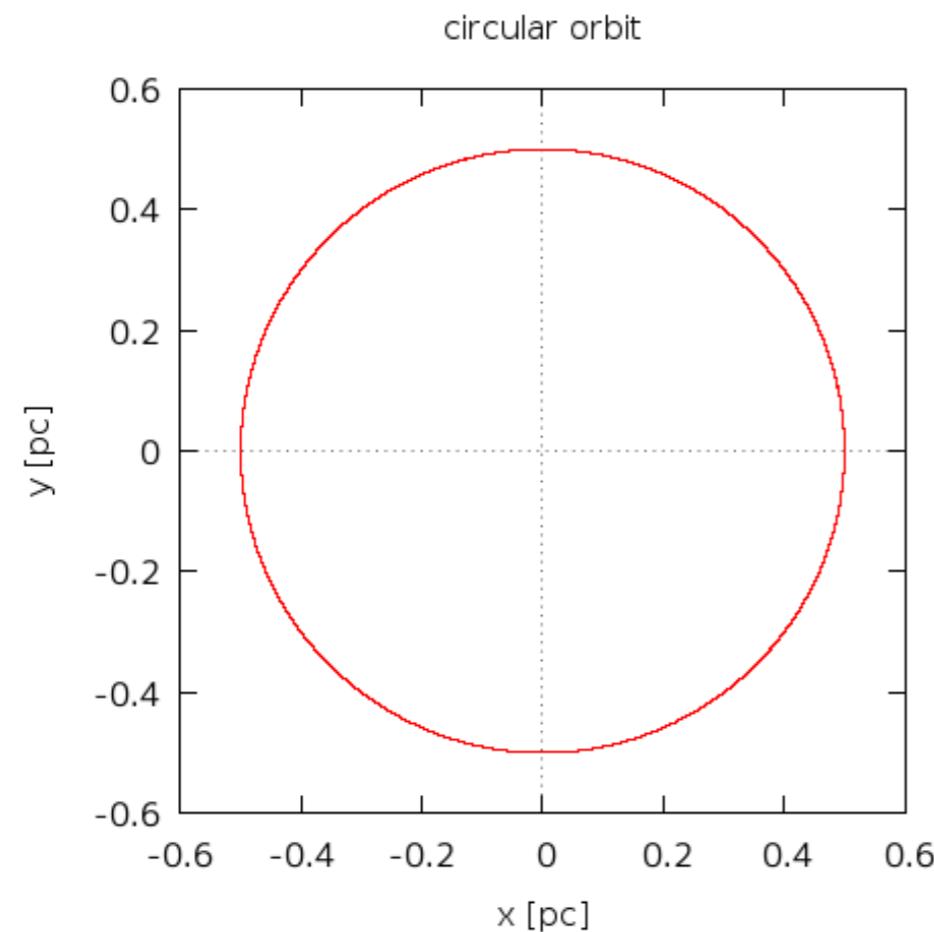
計算時間の関係で、本研究では  $\eta = 10^{-2}$  としている。



# 相対論的N体計算のコードの説明

## テスト計算

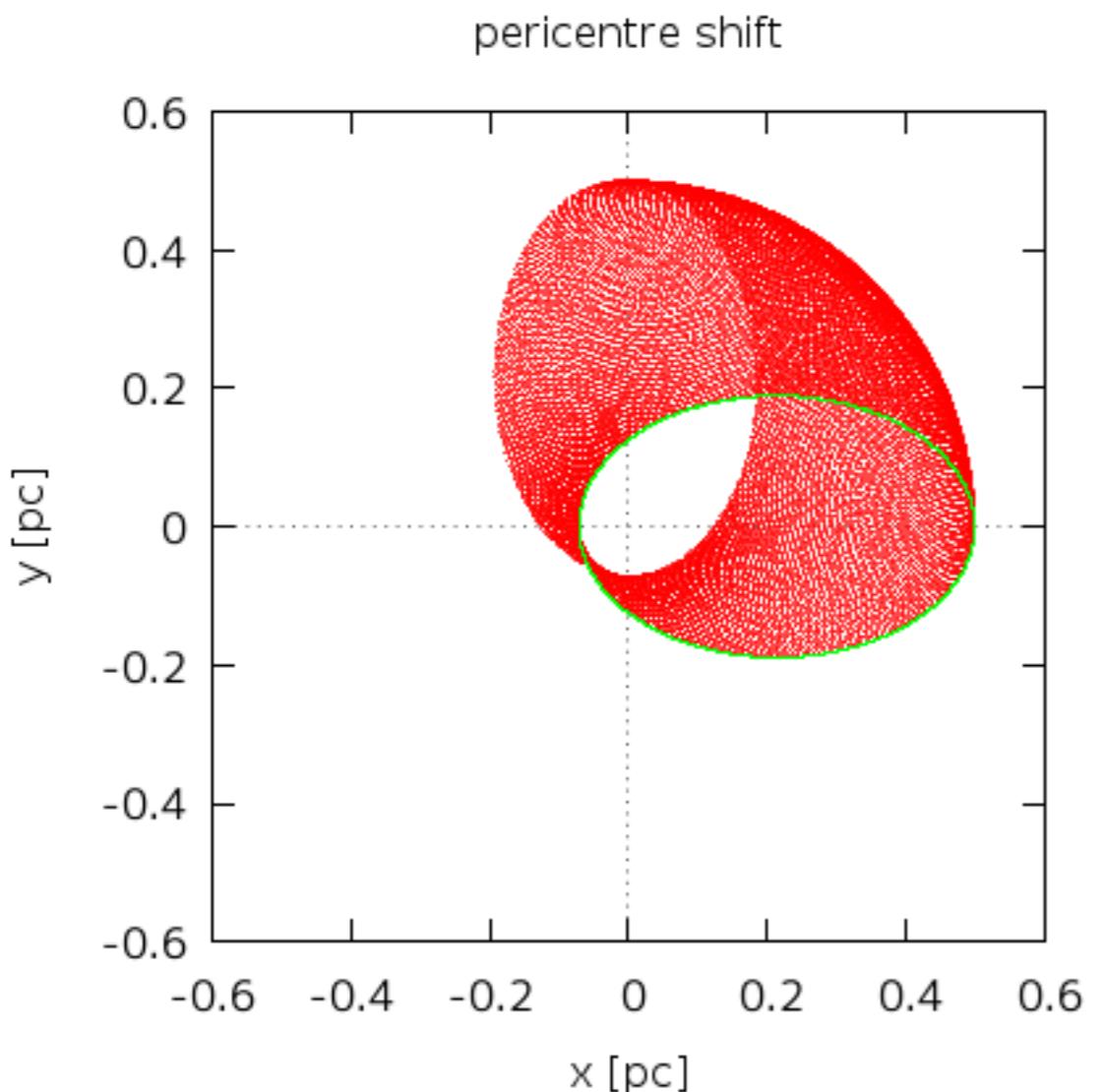
$10^8$  yr までの計算



円軌道も橙円軌道も正しく計算できていることが確認できた。

# 相対論的N体計算のコードの説明

## 相対論効果のテスト計算

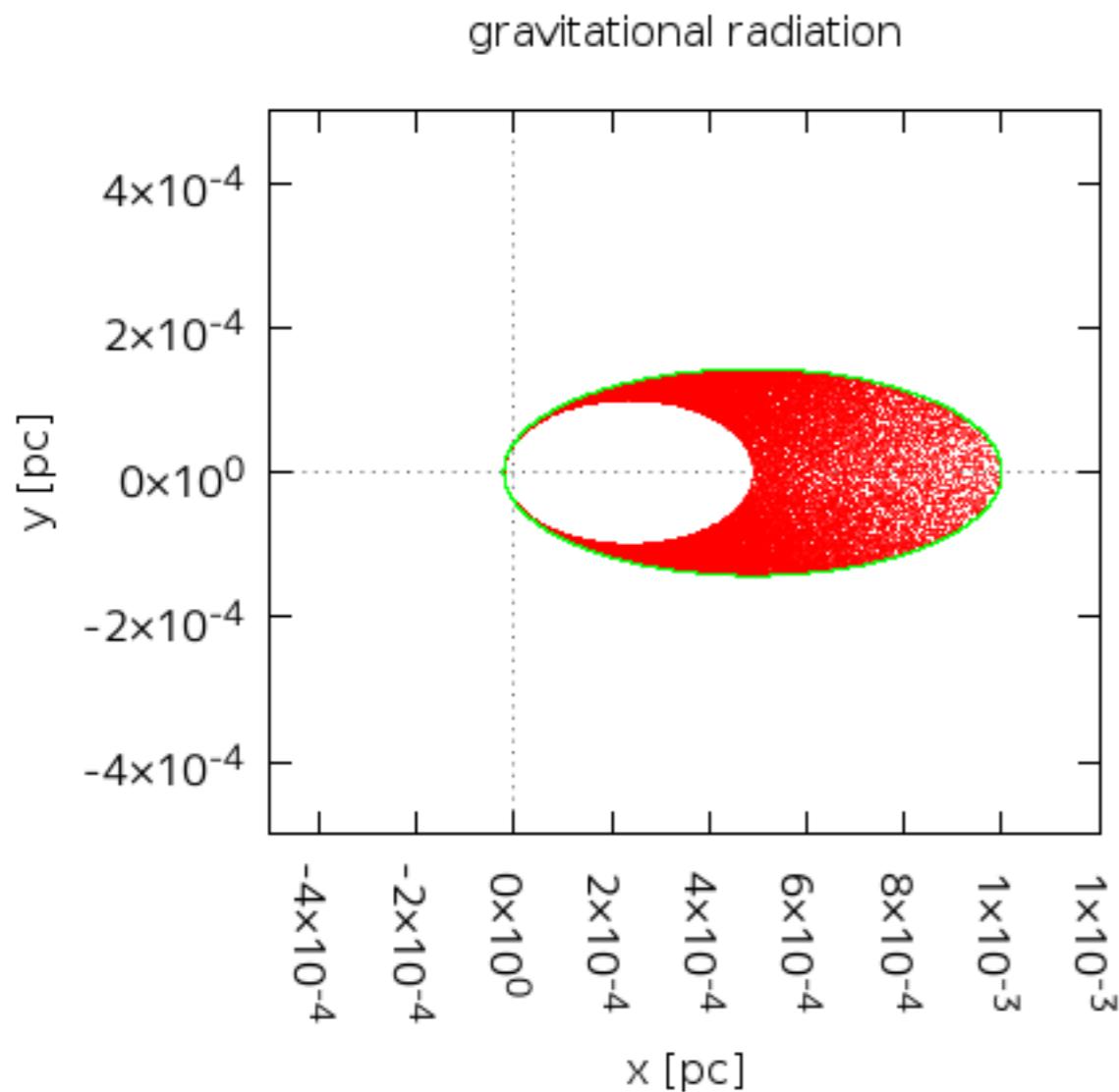


Pericentre Shift ● Newtonian ●

緑の楕円がNewtonianでの計算で  
赤い楕円が  $a_{1PN}$  と  $a_{2PN}$  の項を入れた結果。  
近日点移動が描けていることがわかる。

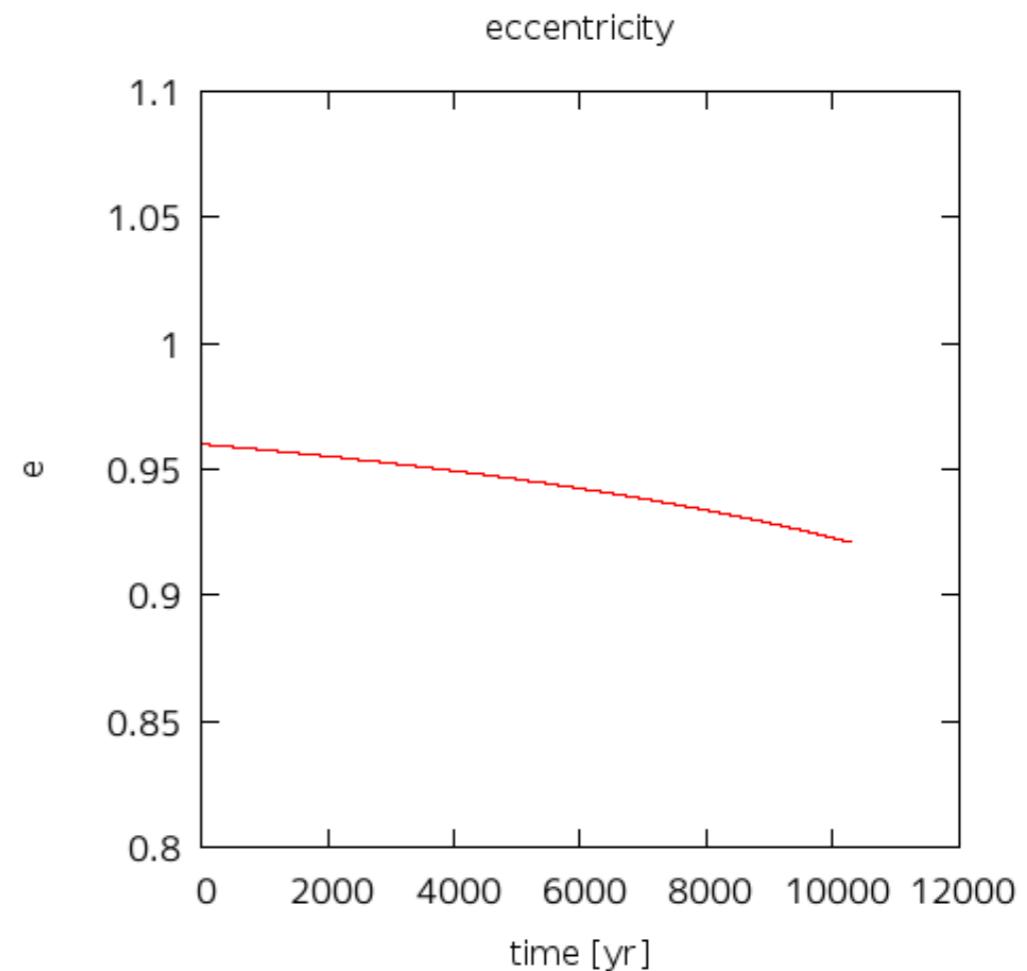
# 相対論的N体計算のコードの説明

## 相対論効果のテスト計算



Gravitational Radiation ●

緑の楕円がNewtonianでの計算で  
赤い楕円が  $a_{2.5PN}$  の項のみを入れた結果。  
重力波放出により軌道収縮していることがわかる。



Newtonian ●

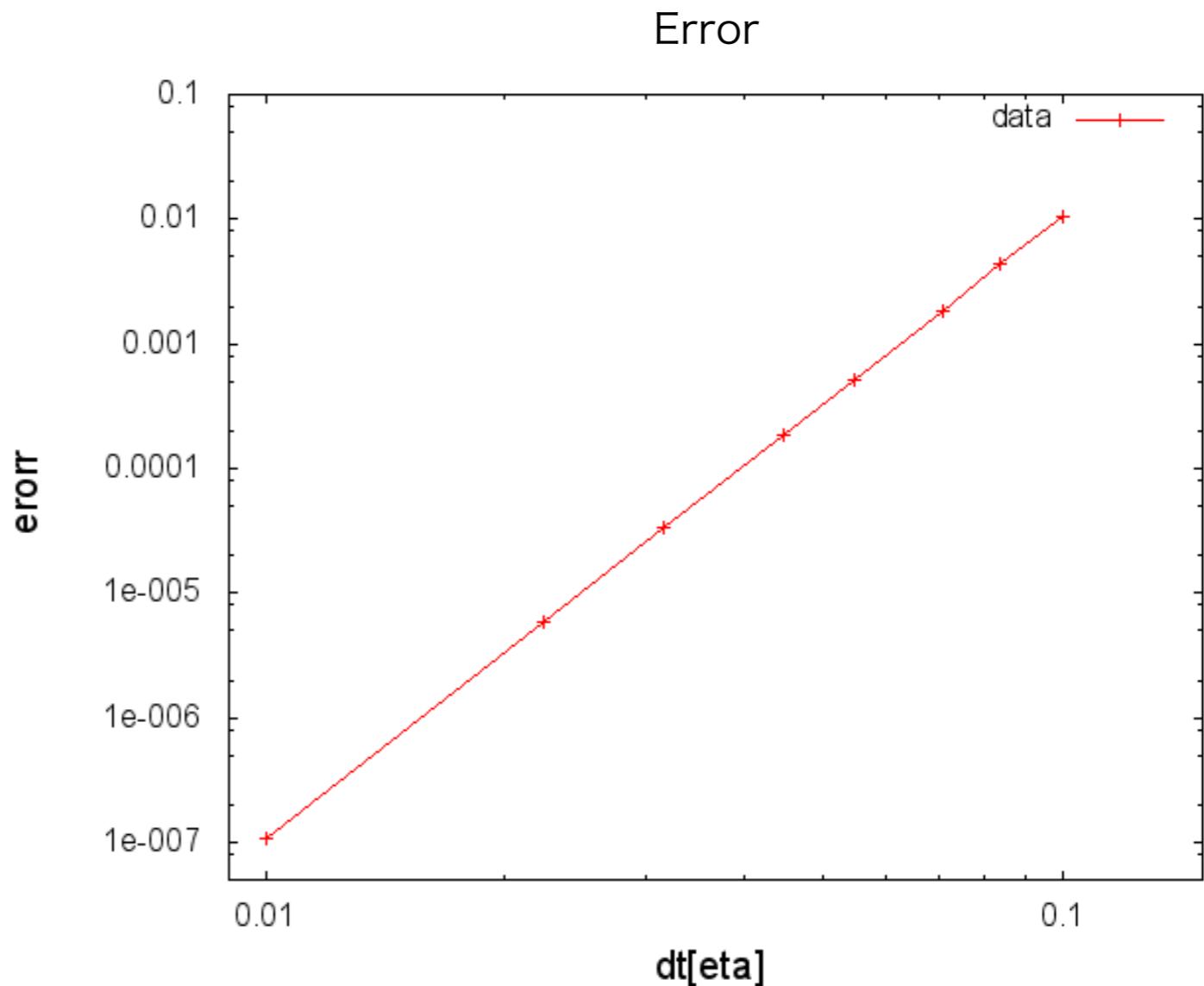
徐々に離心率が0に近づき、円化していることも確認できる。

# 相対論的N体計算のコードの説明

## 誤差評価

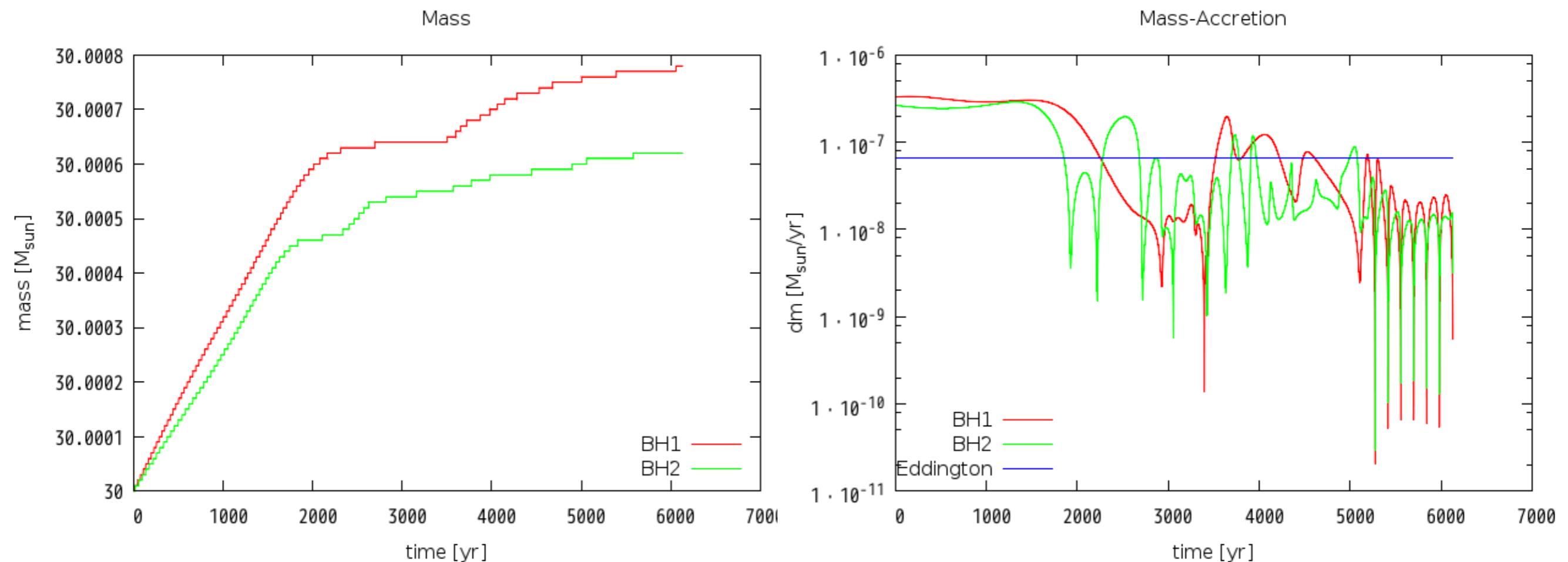
エネルギー相対誤差のタイムステップ依存性を示した。4次の精度があることがわかる。

計算時間の都合で  $\eta = 10^{-3}$  とした。



# Newtonian計算の結果

## 質量と質量降着率の変化の様子



質量降着率はエディントン臨界降着率をおよそ超えない程度になっている。