

バリオンとCDMの相対速度による初期構造形成への影響

M2 小野間 章友

1. 研究の背景

- Λ CDM model

宇宙の成分がバリオン+CDM+宇宙項(Λ)で構成されたモデル
様々な観測事実と概ねよく一致している

- CMBの観測

当時の宇宙は一様等方的であり、密度揺らぎは現在よりかなり小さかった

揺らぎが小さい=線型近似が使える

Linear perturbation theoryで初期の構造形成を考えればよい。

1. 研究の背景

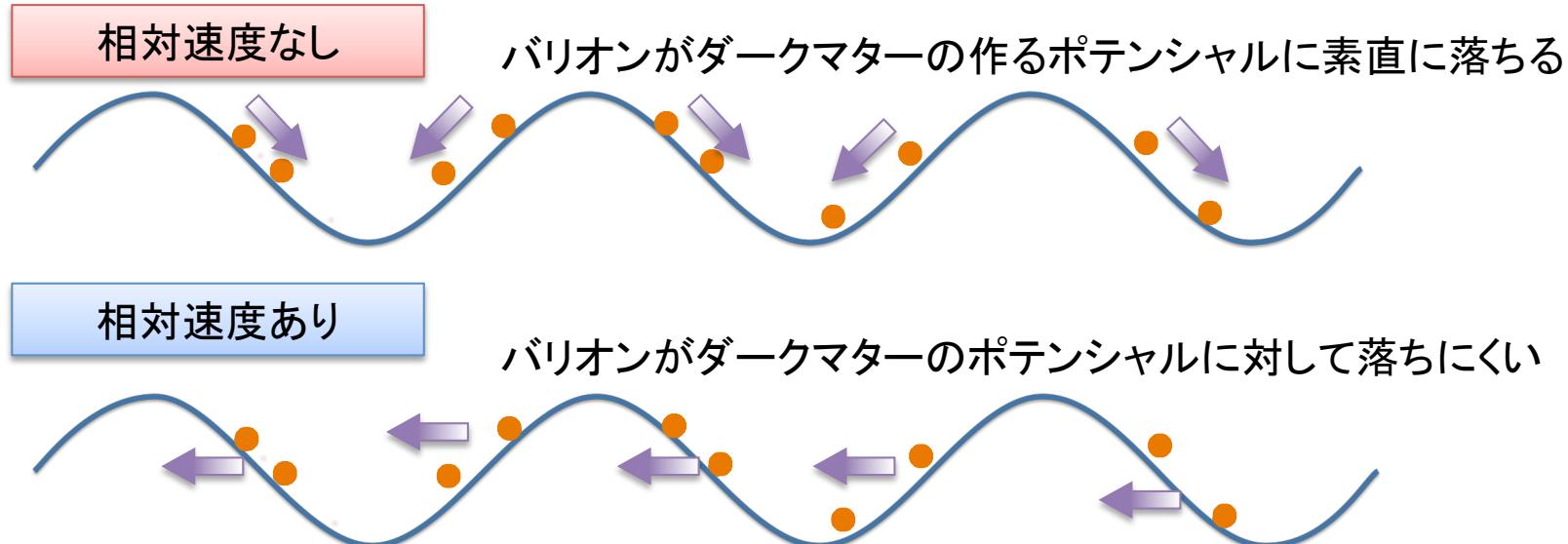
宇宙の暗黒時代

星が出来る前で、光を発する天体がないので、観測できない
中性水素21cm線を観測しようとしている

この観測に向けて、様々な理論的な予言がなされている。

そのうちの一つが、D.Tseliakhovich and C.Hirata(2010)による

再結合時のバリオンとCDMの相対速度が初期の構造形成に影響を与える



2. 先行研究

D.Tseliakhovich and C.Hirata(2010)

- ・再結合時バリオンの音速は $c_s \sim c/\sqrt{3}$  $2.0 \times 10^{-5}c$
- ・一方、CDMは当密度時から独自に重力成長

異なる成長シナリオ=相対速度

線型理論では速度場の項は非線形項として無視されてしまう。

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + 3\frac{\dot{a}}{a}\varrho + \frac{\dot{a}}{a}\nabla \cdot (\varrho \mathbf{v}) = 0 \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a}\mathbf{v} + \frac{1}{a}(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\nabla\Phi - \frac{1}{a\varrho}\nabla p$$

連続の式

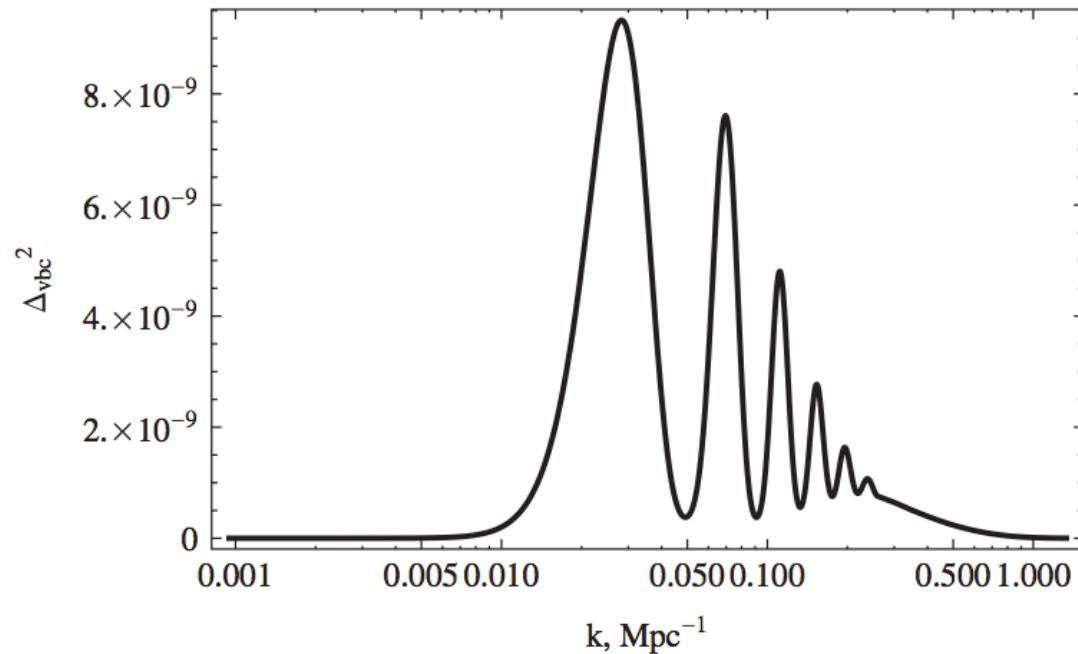
Euler方程式

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a}\frac{\partial \delta}{\partial t} - \frac{\Delta(\delta p)}{a^2 \bar{\varrho}} = \frac{4\pi G}{c^2}(\bar{\rho}_{tot} \delta_{tot} + 3\delta p_{tot})$$

揺らぎの発展方程式

2.先行研究

相対速度のパワースペクトル



相対速度の大きさ

$$\sqrt{v_{bc}^2} \sim 30 \text{ [km/s]}$$

この時のバリオンの音速

$$c_s \sim 6 \text{ [km/s]}$$

$k >$ 数Mpc となるスケールで急激にパワースペクトルが減少

数Mpcのスケールで一体となった流れになっている

初期の小スケールでの構造は
相対速度による流れ(bulk flow)
を考える必要がある

4. 先行研究

密度分布のパワースペクトル ($z=40$)

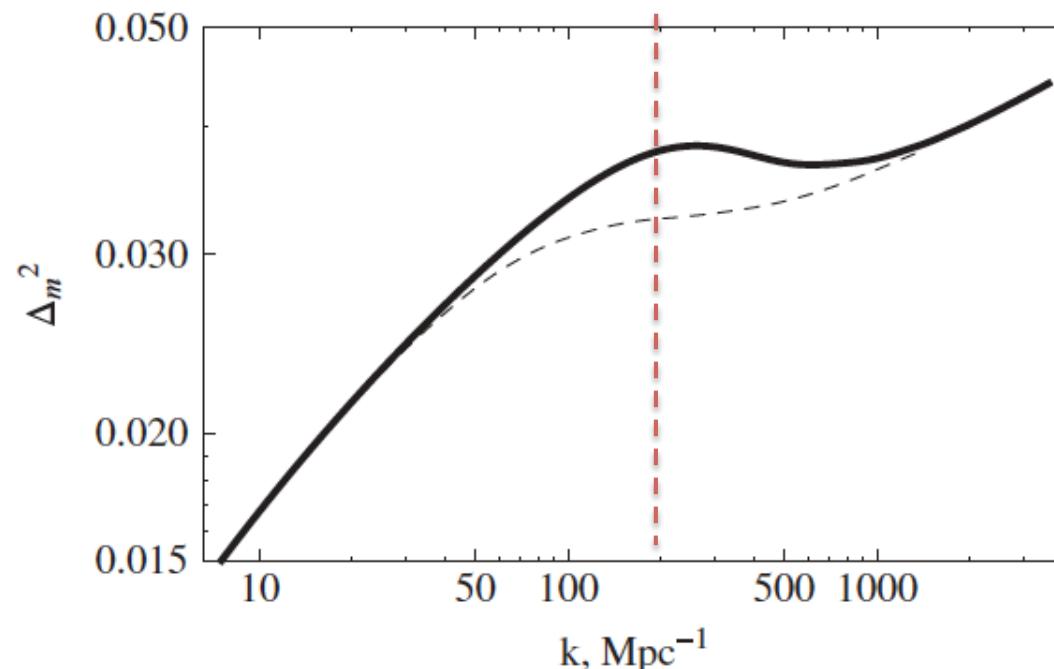


FIG. 2. Power spectrum of matter distribution in the first order CDM model (solid line) and with the v_{bc} effect included (dashed line) at the redshift of $z = 40$.

bulk flowが影響を及ぼすスケール

$$k_{vbc} \equiv \left. \frac{aH}{\langle v_{bc}^2 \rangle^{1/2}} \right|_{dec} = \frac{k_J}{\mathcal{M}}$$

- $k > k_{vbc} \sim 40 \text{Mpc}^{-1}$

密度分布 = 減少

- $k \sim k_J \sim 200 \text{Mpc}^{-1}$

最も強い影響が表れ、
およそ15%の減少



相対速度の影響

小スケールでのパワースペクトルの減少

3. 計算Scheme

- ・現在はN体+流体力学

N体:PM-Tree法

流体力学:Smoothing Particle Hydrodynamics (SPH) 法

Smoothed Particle Hydrodynamics

- 粒子法ベースの流体計算法
- 同じ粒子を扱うN体計算と合わせやすい
- 接触不連続面が正しく解けない

SPHとは

粒子の周りにkernel関数で重みを持たせて積分する
=粒子の重ねあわせで流体を表現

物理量fのkernel内の平均値は

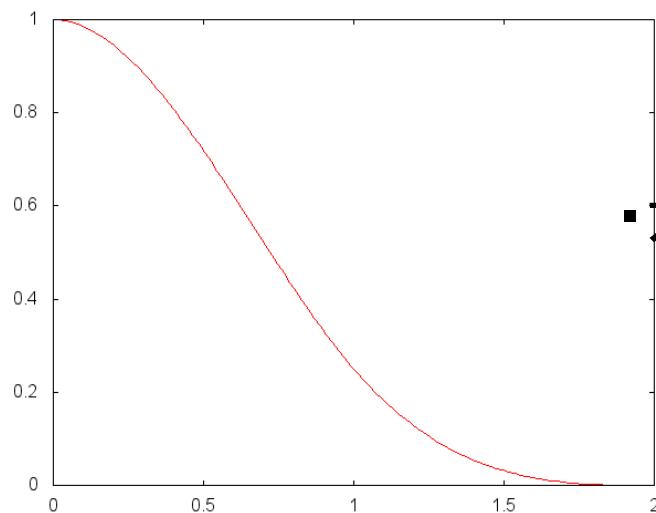
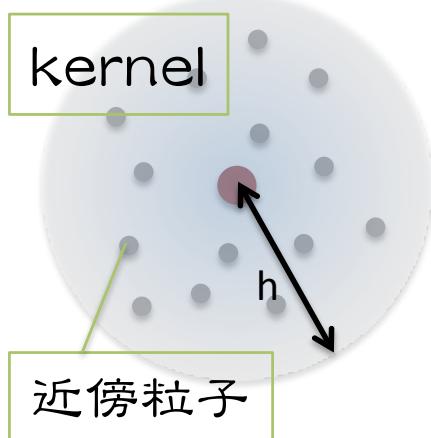
$$\langle f(x) \rangle = \int f(x') W(x - x'; h) dx'$$

離散化させると

$$f_i = \sum_j^N f_j W(r_{ij}, h_i) \Delta V'_j$$

・カーネル関数:spline kernel

$$W(r; h) = \frac{\sigma}{h^D} \begin{cases} 1 - 6u^2 + 6u^3 & 0 \leq u \leq \frac{1}{2}, \\ 2(1-u)^3 & \frac{1}{2} \leq u \leq 1, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad u = \frac{r}{h},$$



標準SPHの問題点と、DI-SPHの導入

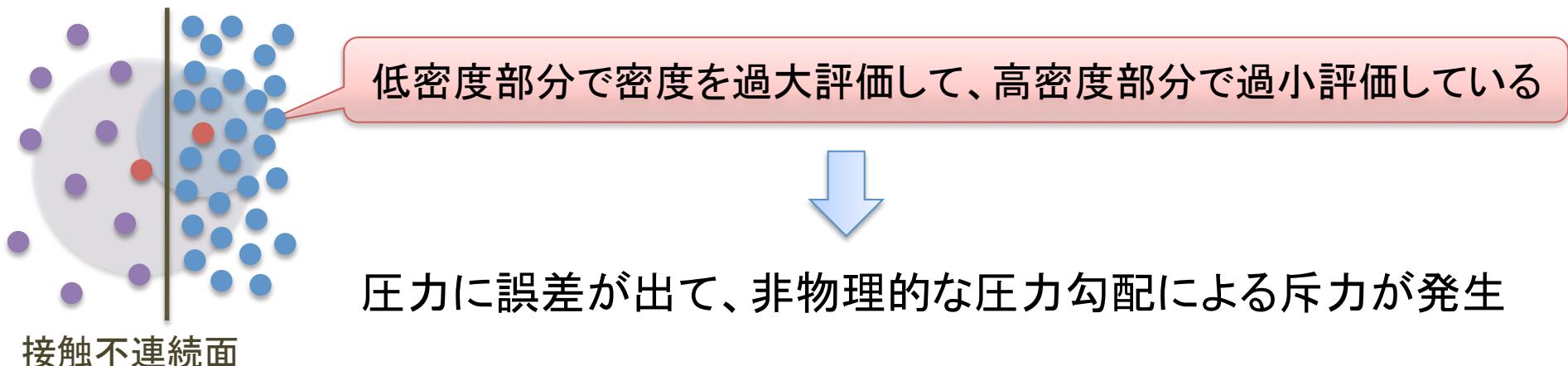
接触不連続面：圧力が等しく、密度の飛びがある部分

SPHではこれが正しく解けない。なぜ？

➡ 問題は、**体積要素**の取り方

$$\text{標準SPH: } \Delta V'_j = m_j / \rho_j \quad \rightarrow \quad \rho_i = \sum_j^N m_j W(r_{ij}, h)$$

しかし、運動方程式の定式化のときに、**密度が微分可能**という条件を使っている。



標準SPHの問題点と、DI-SPHの導入

状態方程式から、離散化の体積要素を考える

= Density Independent SPH (密度が陽に出てこない)

Saitoh & Makino (2013)

$$\text{DI-SPH: } \Delta V'_j = (\gamma - 1) \frac{m_j u_j}{P_j} \quad (\text{状態方程式: } P = (\gamma - 1)\rho u)$$



$$P_i = (\gamma - 1) \sum_j^N m_j u_j W(r_{ij}, h_i)$$

この場合、圧力を使って物理量を推定すればいい。

※ただし、束縛条件の部分の体積要素の部分だけ、kernel内の粒子の数密度を使うと、束縛条件の計算のiterationの収束性が良いらしい。
(Hopkins(2013)より)

Shock tube Test

Shock tube の setup

初期条件

$$p=1$$

$$\rho=1$$

$$u=0$$

$$p=0.1$$

$$\rho=0.125$$

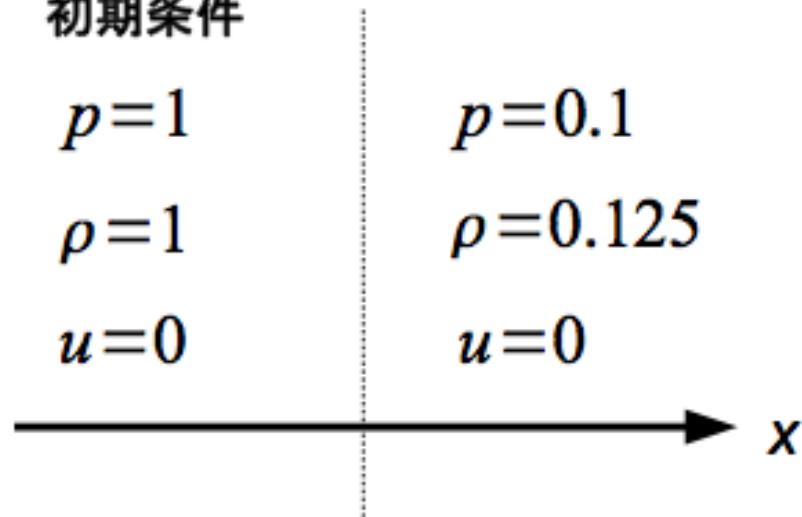
$$u=0$$

粒子数 $N = 128^3$

(左右で粒子の質量を変えて密度を調整)

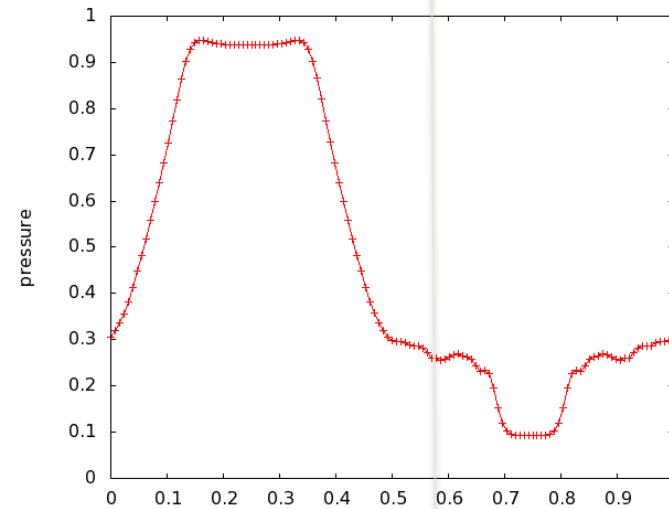
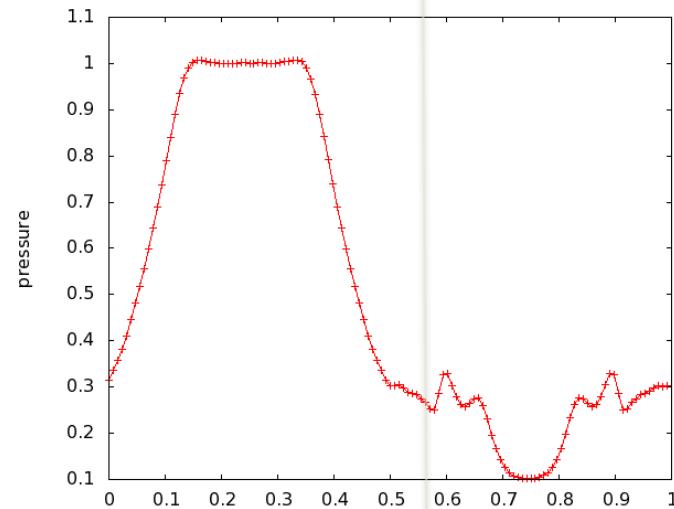
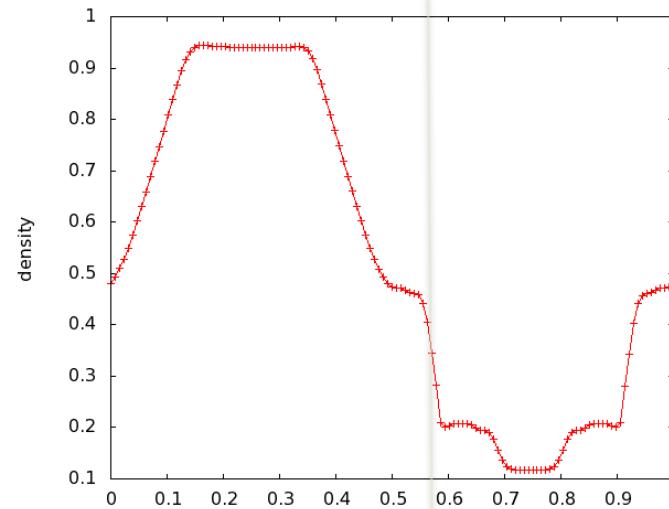
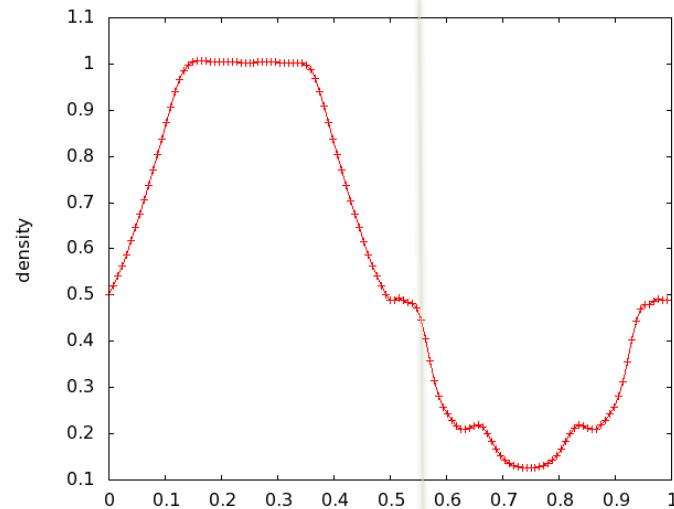
ランダムに粒子をばらまいた一様分布

ただし、人工粘性の係数を高くしたもので、
しばらくrelaxさせたものを初期条件として使用。
(初期条件の速度の分散を抑える)



※周期境界条件をとっているので、真ん中だけでなく、端っこからもshockが出る。

Shock tube Test



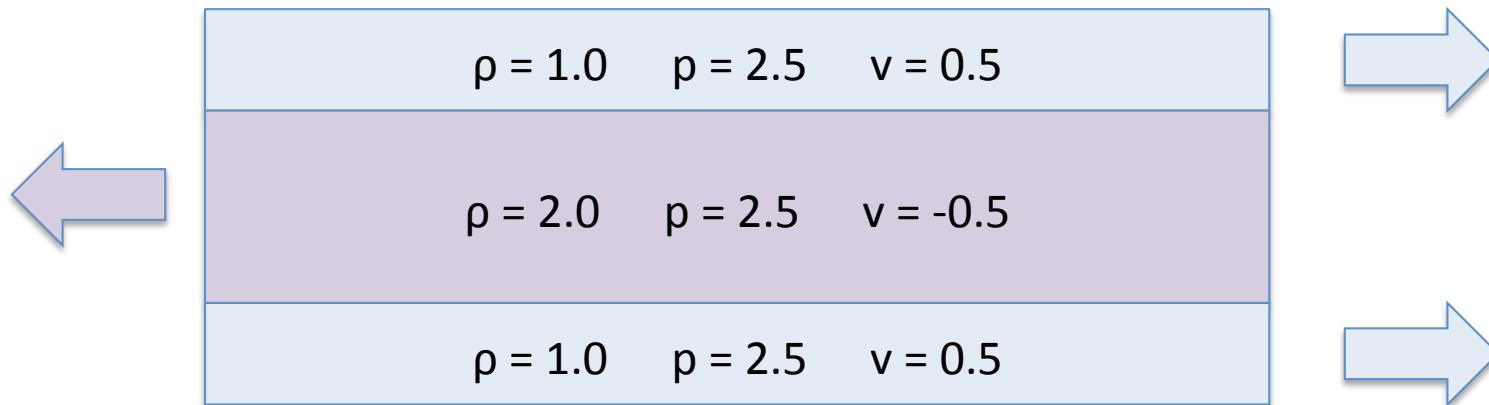
標準SPH

DI-SPH

Kelvin Helmholtz Instability

- Kelvin Helmholtz Instability
 - 密度が異なる流体が、相対速度を持って水平運動しながら接しているときに起こる不安定性

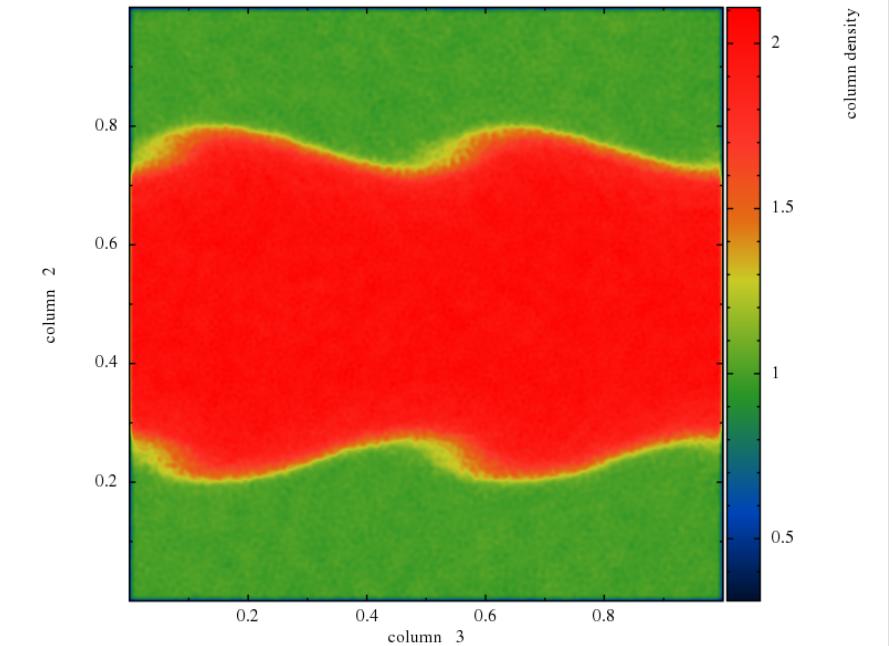
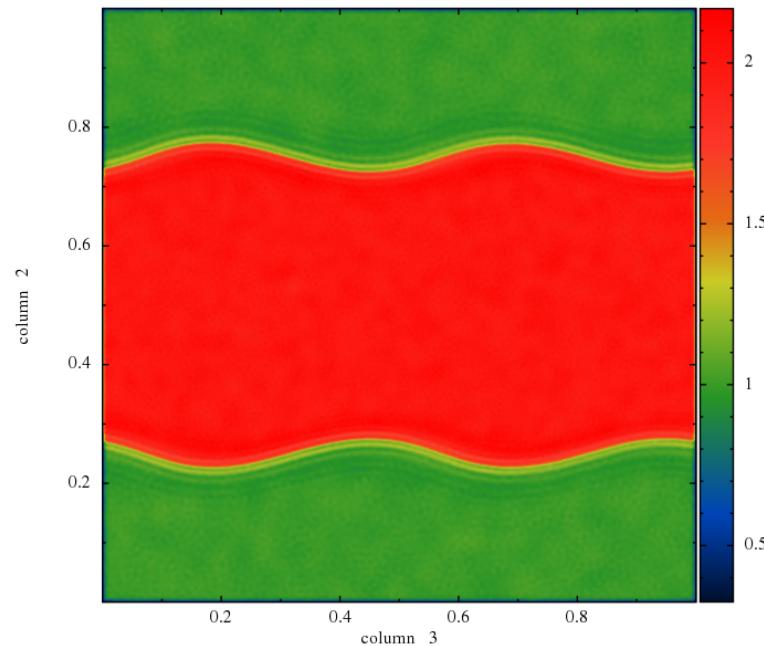
KHI set up



ただし、境界付近では微小な速度を接触面に垂直に与えてある。Price(2008)

Kelvin Helmholtz Instability

密度分布



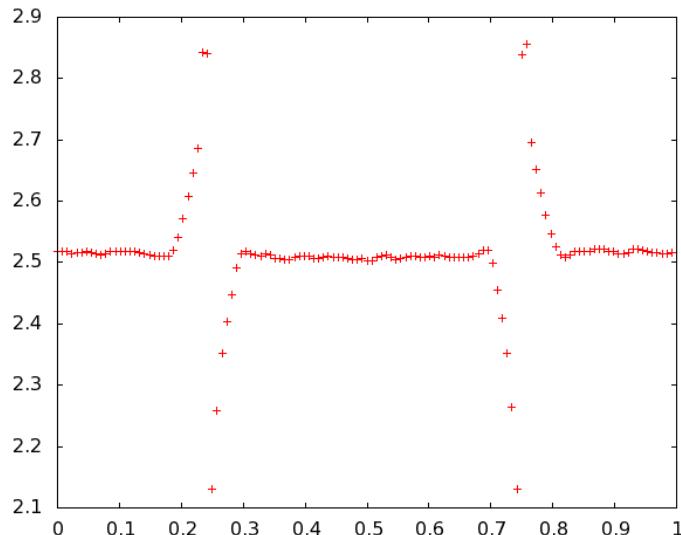
標準SPH

DI-SPH

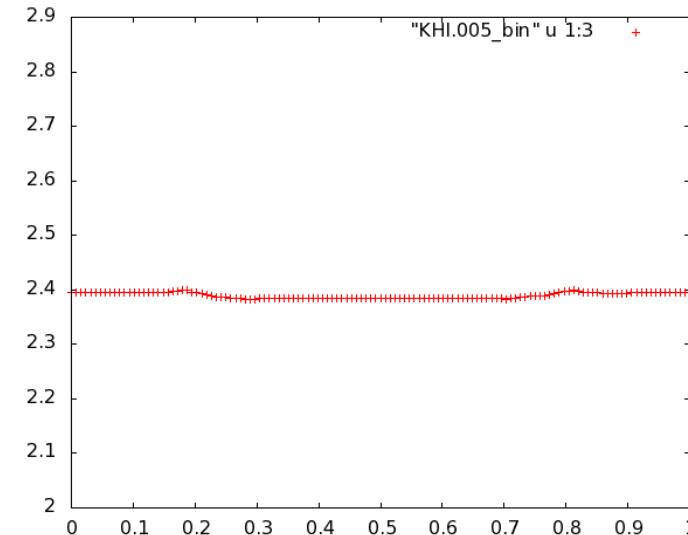
しっかり解けているとは言えないものの、全く不安定性が見られなかった標準SPHと比べれば不安定性のようなものが見えている

Kelvin Helmholtz Instability

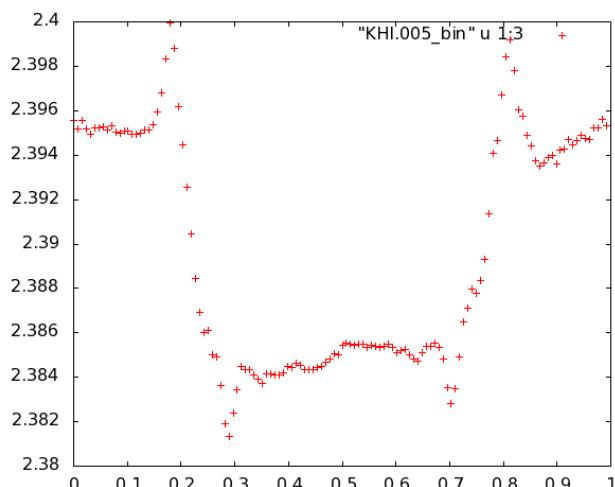
$t = 8\tau_{KH}$ での圧力(前の図の密度分布を縦に割った断面)



Standard SPH



DI-SPH

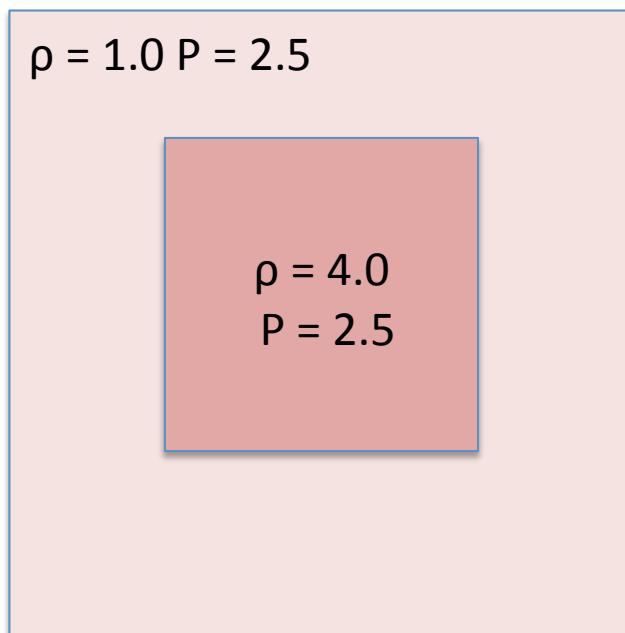


わずかに圧力勾配が発生している
高密度側でより圧力が減少

Hydrostatic Equilibrium

- 圧力平衡テスト
 - 圧力が同じで、速度を持たなければ、密度が異なっても、安定のはず

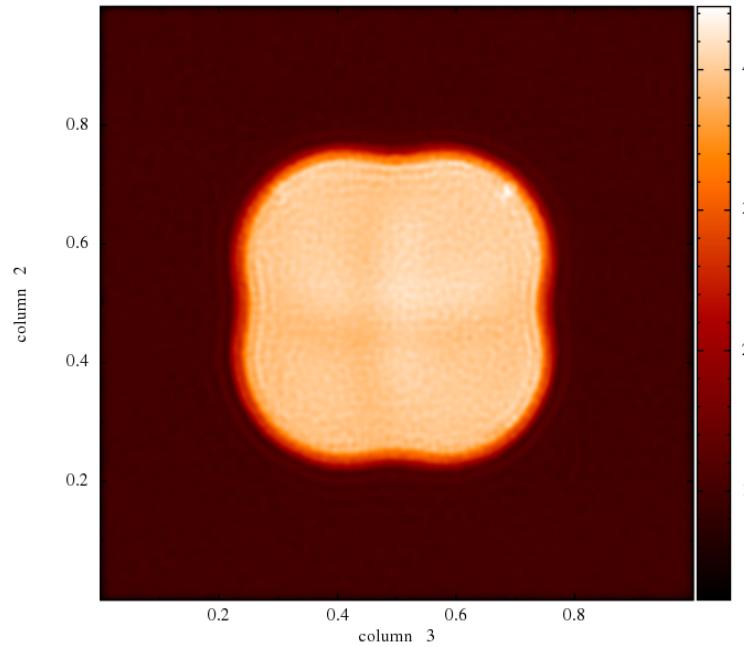
Hydrostatic Equilibrium set up



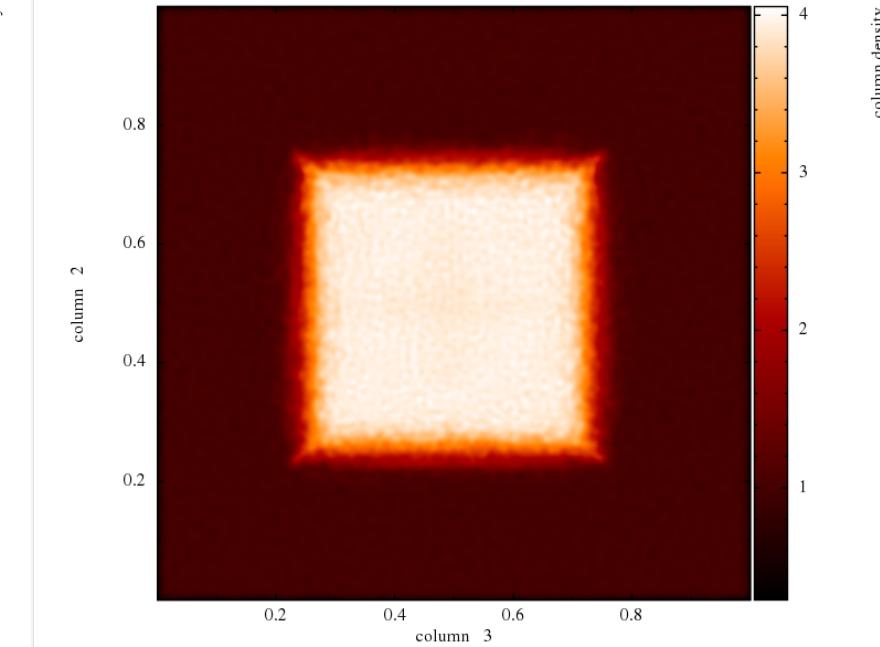
この計算では、質量をそろえて、
粒子数を変えて密度を変化させた。

初期速度は、どちらの層も $v = 0$

Hydrostatic Equilibrium



標準SPH



DI-SPH

圧力平衡に関しては、形をかなり保っており、DI-SPHが接触不連続面付近での計算で有効なことが分かる。

まとめ

- Standard SPH は、接触不連続面がうまく取り扱えない。
- DI-SPHに換装したら、完全ではないが少なくとも標準 SPHの時のように全く接触不連続面の計算ができない、というわけではなくなった。
- 密度差があるときに、pressureの見積もりが5%程度過小評価されるコード上の問題は、解決できず。

結論

標準のSPHを使います

現在行っている計算

粒子数 $N: 2 \times 128^3$

Box Size : 0.2 [Mpc/h]

Initial redshift : $z = 199$

Velocity offset : 0, 10, 15, 20, 30 [km/s]

1粒子あたりの質量 : $4.0 \times 10^2 M_{\odot}$

基本的には、Naoz et.al(2013)と同じパラメータを使用

$z=20$ まで計算を行い、パワースペクトルを調べる

初期条件のバグを今日取ったので、これから流し直します.....