

# 原始惑星系円盤**乱流**中のダストの 運動の数値シミュレーション

石原 卓(名古屋大学)

江野畠圭, 小林直樹, 白石賢二 (名古屋大学),  
中本泰史(東京工業大学), 梅村雅之 (筑波大学)

謝辞: 芳松克則、岡本直也、有木健人、濱端航平(名古屋大学)  
吉田 恭、古谷 眇(筑波大学)

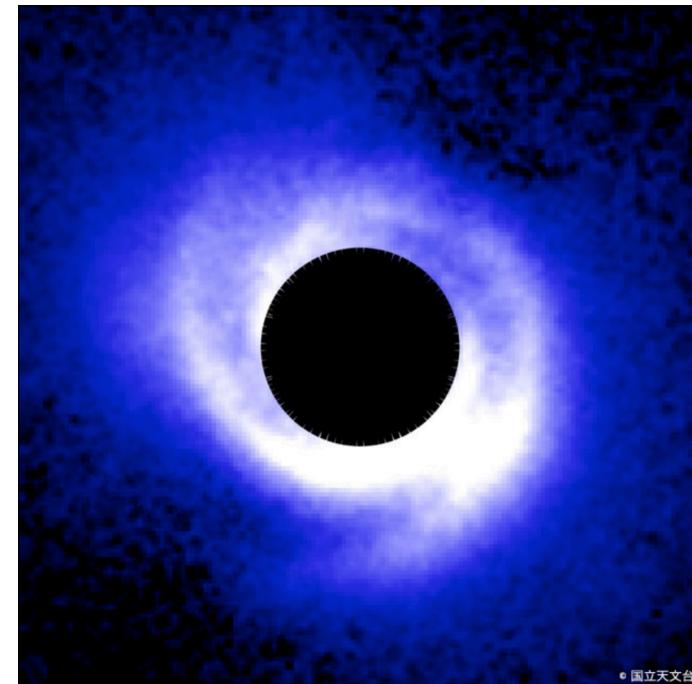
# はじめに

積乱雲中の雨粒形成



<http://tw-pic.seesaa.net/article/245596780.html>

原始惑星系円盤中の微惑星形成



<http://www.nao.ac.jp/news/science/2012/20120412-protoplanetary-disk.html>

## 乱流中の微粒子の合体・成長

流れの非線形性が強い  
(高レイノルズ数)

慣性のある粒子

粒子の付着(or分裂)

雲粒、ice、シリケイト

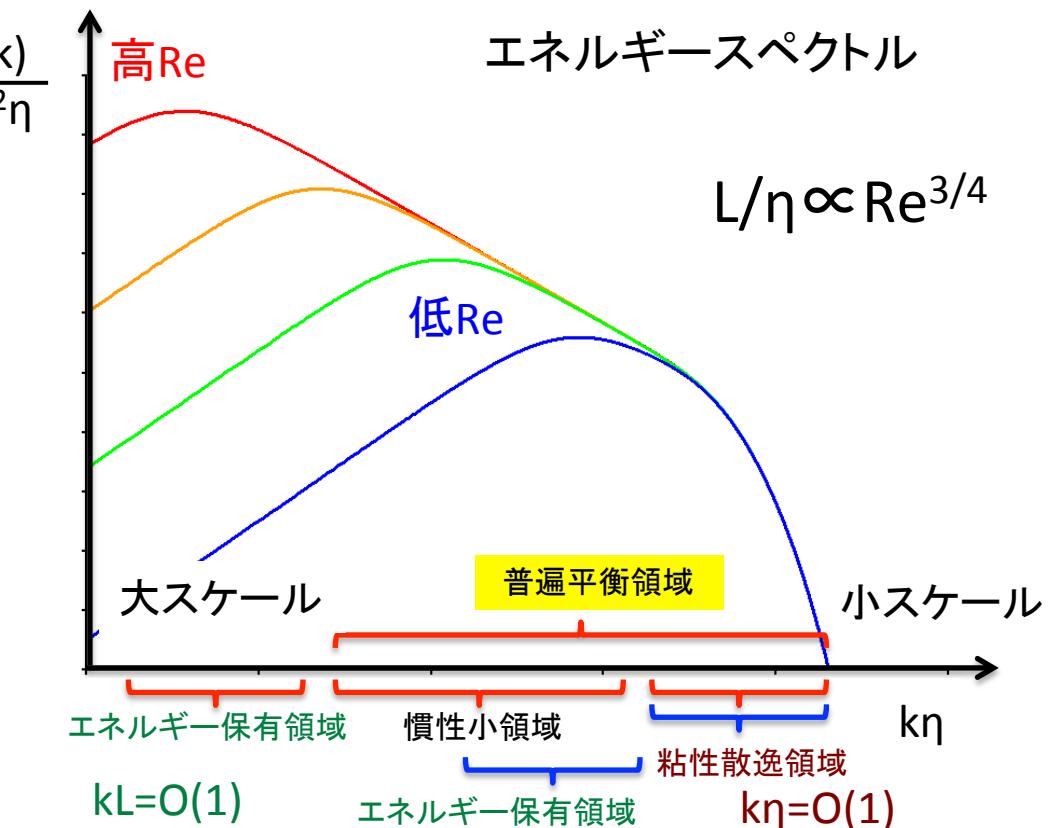
# 乱流の普遍的な統計法則

- ・ コルモゴロフの考え方(K41)
  - 非線形性が十分に強い(レイノルズ数が大きい)  
発達した乱流の十分に小さいスケールでは  
**普遍的な統計法則**が成立する

非線形性の強さ  
 $Re = UL/v$  : レイノルズ数

$L$ : 積分長  
(エネルギー保有渦のサイズ)  
 $U$ : エネルギー保有渦の代表速度

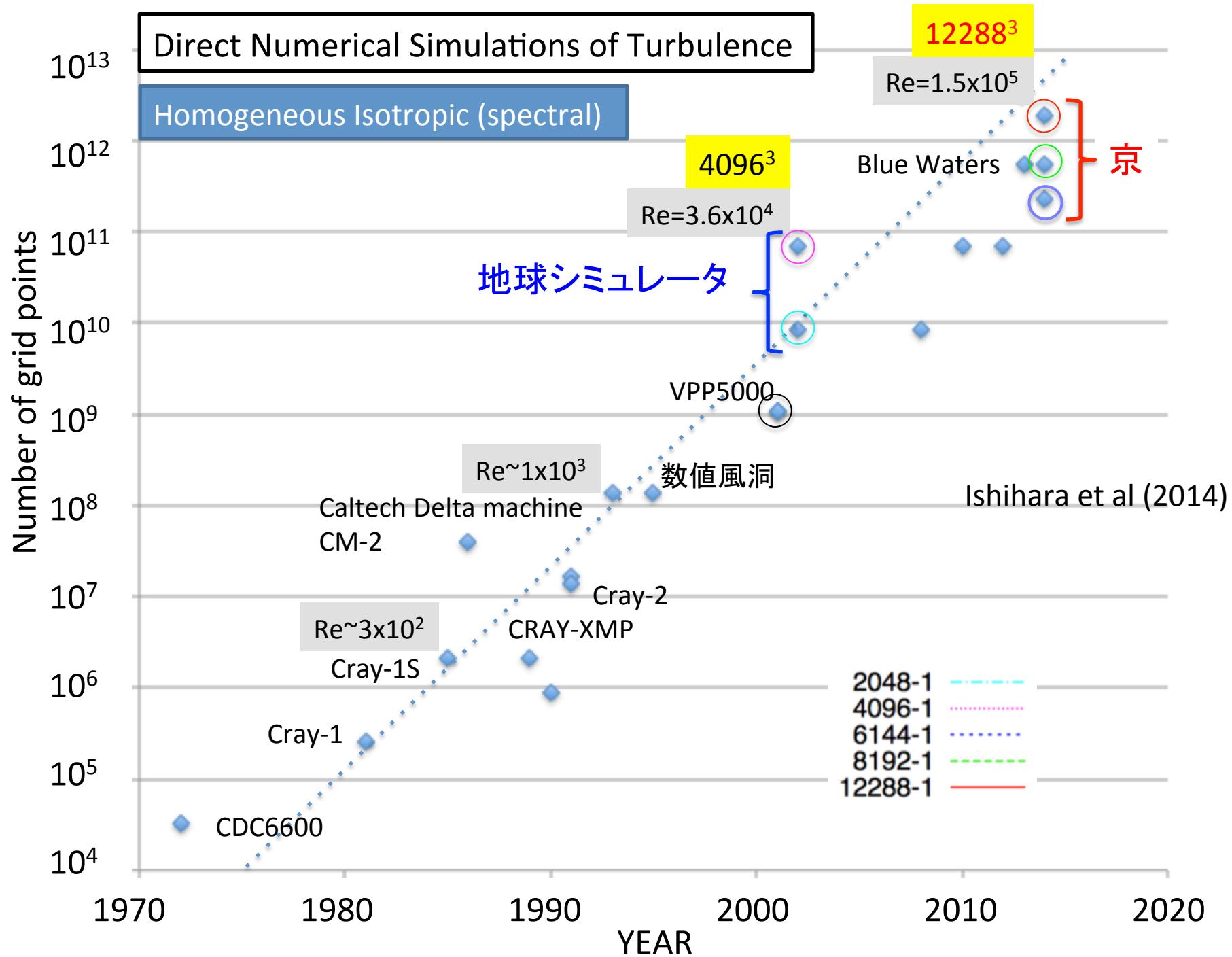
$\eta$  : コルモゴロフ長  
(最小渦の長さスケール)  
 $u_\eta$  : 最小渦の代表速度

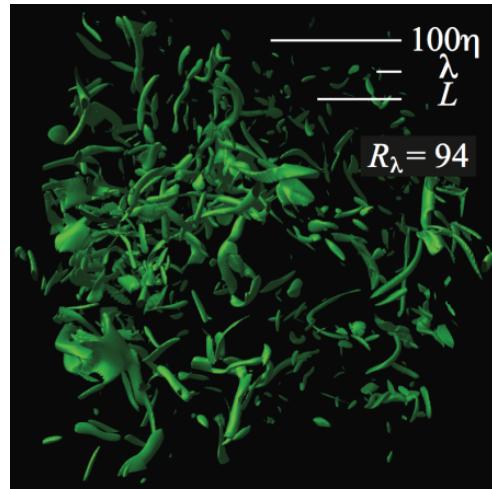


# 乱流DNS

- 亂流の直接数値計算(Direct Numerical Simulation)
  - ナヴィエ・ストークス(NS)方程式の直接的な数値積分
- 亂流DNSの特徴
  - 亂流モデルなどを用いず細かい渦まで解像して解く  
≠ ラージ・エディ・シミュレーション(LES) 細かい渦はモデル化
  - 粘性散逸を正確に扱う  
≠ 数値粘性を用いたオイラー方程式のシミュレーション
- 自由度 $\propto Re^{9/4}$ , 計算コスト $\propto Re^3$  (K41より)

乱流のエネルギークエードから粘性散逸に  
至る過程を物理的に正確に扱うことが可能  
(天文分野で行われている非NS方程式の数値計算  
ではこの過程が正確に扱えていない！)





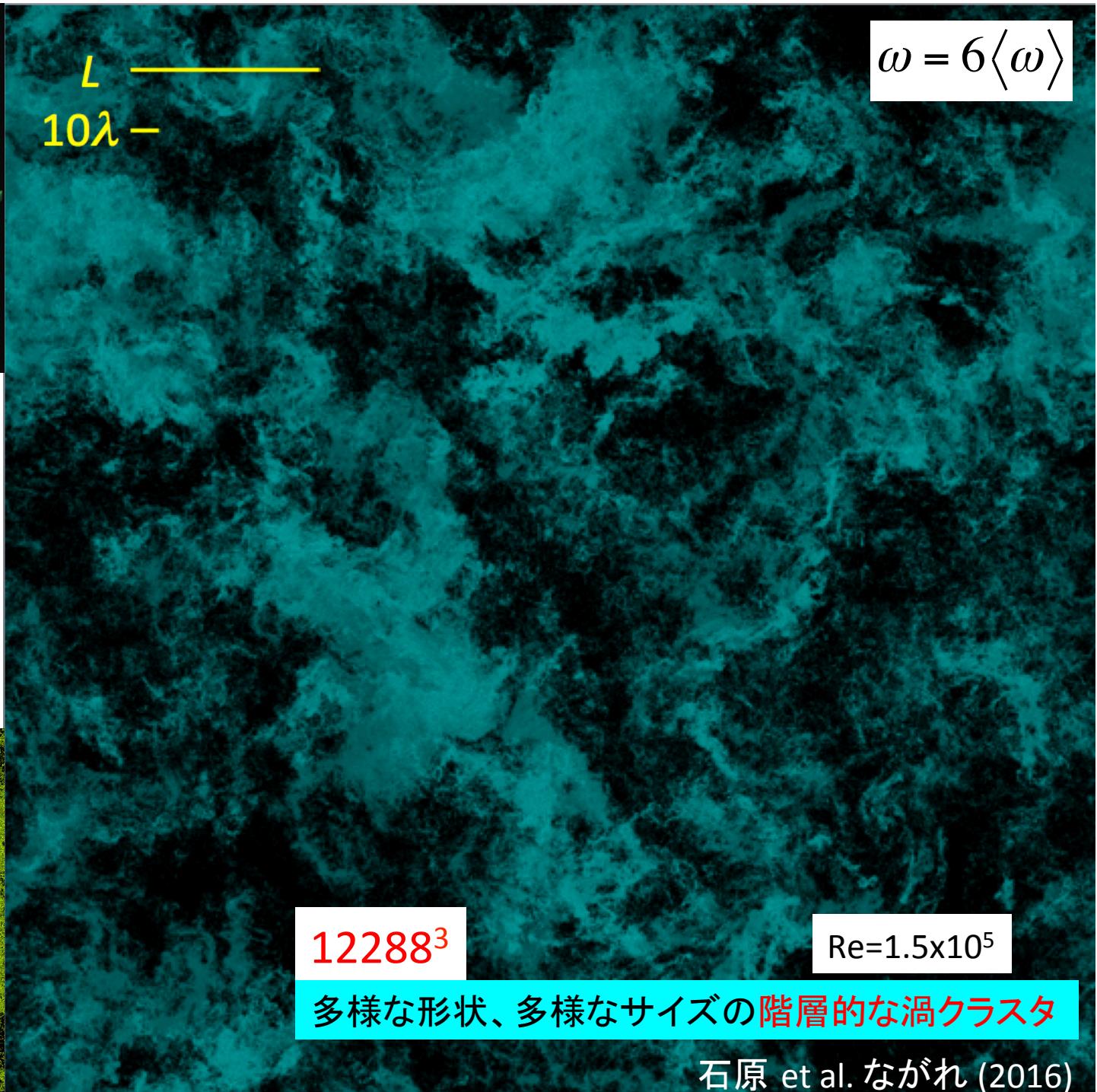
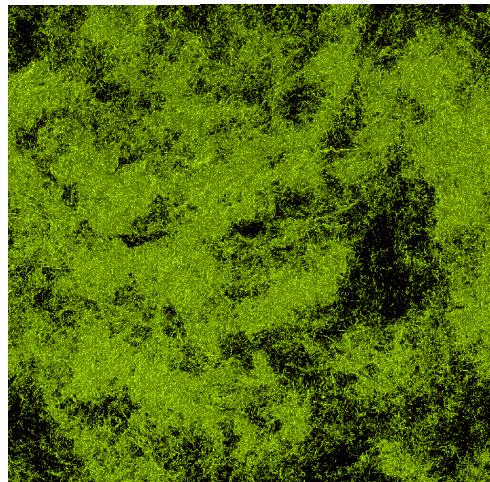
$256^3$   $Re=3.2 \times 10^2$

管状渦から

強い渦構造の遷移

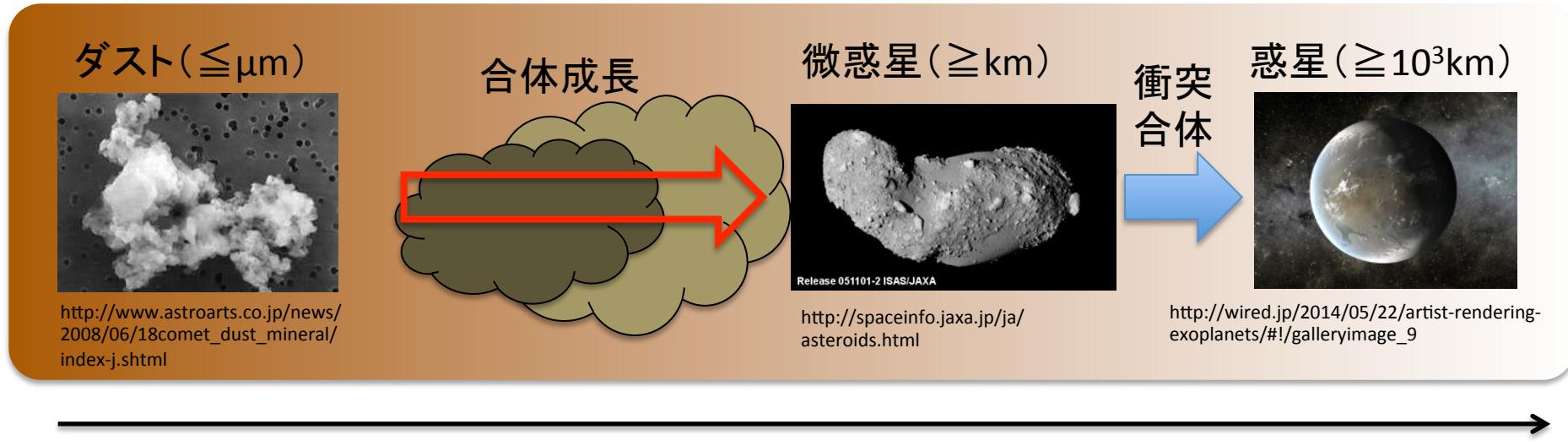
管状渦の渦クラスタへ

$2048^3$   $Re=1.6 \times 10^4$



石原 et al. ながれ (2016)

# 原始惑星系円盤中の微惑星形成

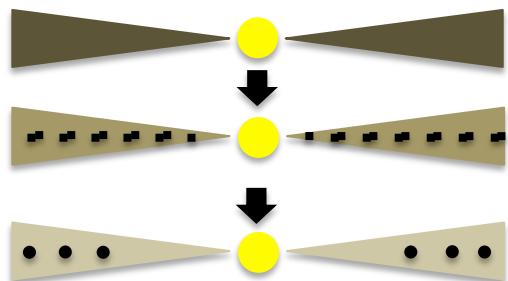


## 重力不安定モデル

薄い層状に集積したダストが重力で合体

## 付着成長説

ダストが互いに衝突しながら成長



## 乱流の役割

集積を阻害？

衝突を促進？

## 天文分野

乱流はダストの集積や破壊に大きな影響を与える

- ・原始惑星系円盤乱流によるダストの成長と破壊  
(Blum & Wurm 2008)

- ・ダスト成長の限界付着速度 (Wada et al. 2013)

乱流によりダストの集まりが促進される

- ・渦度場との反相関 → turbulent clustering  
(Pan et al. 2011) 数値粘性を用いた圧縮性流体計算

# 乱流中の粒子の運動

流れの非線形性 Re  
粒子の慣性の大きさ St

$$St = \tau_p / \tau_\eta$$

$\tau_p$ : 粒子の制動時間  
 $\tau_\eta$ : 最小渦の時間スケール

流体分野

## 乱流DNSを用いた先行研究

Re=O(10<sup>2</sup>)の乱流DNS

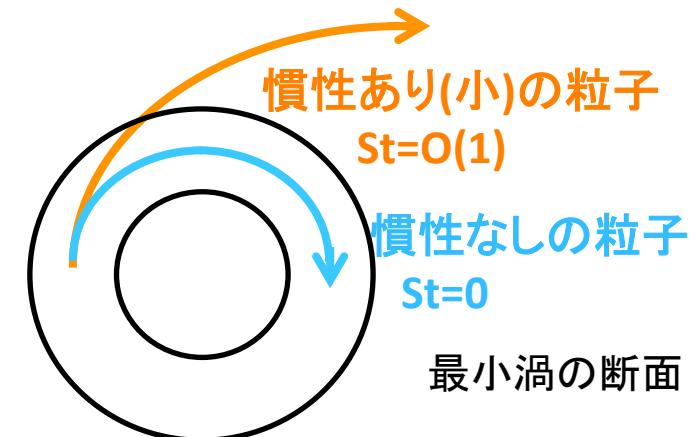
- ◆ St=O(1)の慣性粒子は最小渦から遠心力により排出され低渦度領域に集まる(選択的濃集)  
(Squires and Eaton, Phys. of Fluid 1991)

Hogan and Cuzzi, Phys. of Fluid 2001など多数)

- ◆ 乱流による雲粒のクラスタリング  
(Vaillancourt et al. 2002など)

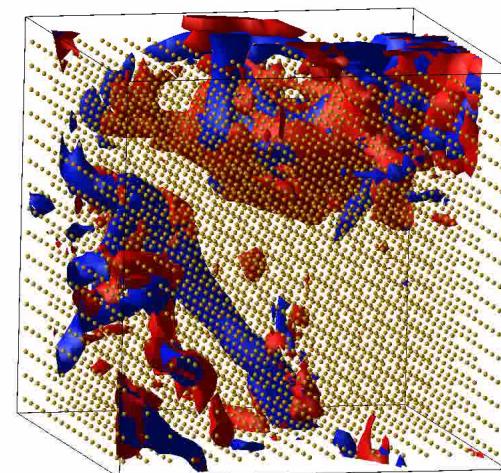
Re=O(10<sup>3</sup>)の乱流DNS

- ◆ 乱流による粒子衝突の促進(Bec et al. 2010など)
- ◆ クラスタリングへの鉛直重力の影響  
(Bec et al. 2014)...線形補間を用いた計算



St=1の  
粒子の  
振る舞い

高渦度領域  
高エネルギー散逸領域

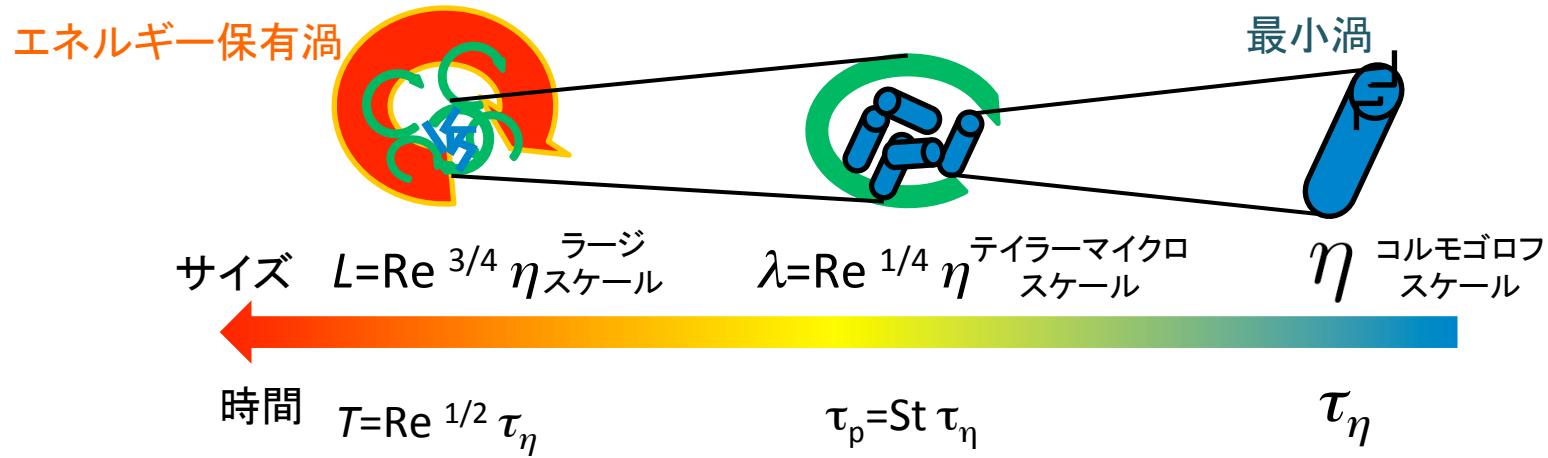


# 原始惑星系円盤乱流中のダスト

例: 原始惑星系円盤  $r=1\text{AU}$ におけるダスト

$Re=10^{10}$  (林モデルより)     $St=0.01 \sim 1000$

# 高レイノルズ乱流



レイノルズ数が大きいほど乱流中の渦のスケール比が大きい

$St = \tau_p / \tau_\eta$  の大きい粒子の振る舞いの理解 → 高 Re 乱流の大規模 DNS が必要

## 乱流DNSの最大レイノルズ数

粒子追跡なし・ $Re=O(10^5)$  (Ishihara et al. APSDFD 2014)

粒子追跡あり・ $\text{Re} = \mathcal{O}(10^3)$  (Bec et al. JFM 2010)     $\text{Re} = \mathcal{O}(10^4)$  (Ishihara, Enohata et al. LNCS 2015)

# 目的

原始惑星系円盤中(高レイノルズ数乱流中)における  
ダスト(慣性粒子)の凝集・合体促進の  
メカニズムを解明する。

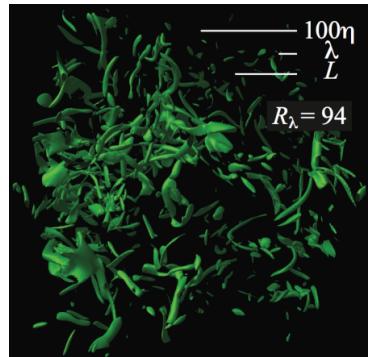
大規模直接数値計算(大規模DNS)を用いて、

高レイノルズ数乱流( $Re > 10^4$ )中の粒子追跡を行う。  
特に、渦クラスタに着目し、粒子(特に、慣性の大きい  
粒子)の運動との関係性を調べる。

$256^3$

$Re = 3.2 \times 10^2$

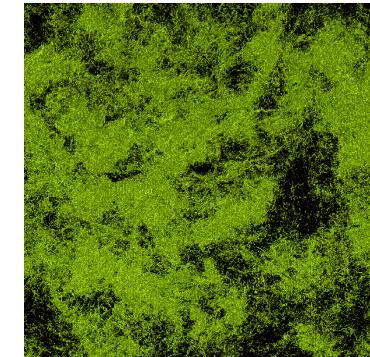
管状渦



$2048^3$

$Re = 1.6 \times 10^4$

渦クラスタ



# 乱流と粒子の運動方程式

乱流 ナヴィエ・ストークス方程式 (MHDを入れる場合あり) (高橋ら, 2015年秋)

原始惑星系円盤中の流れ ≈ 非圧縮性乱流 (圧縮性を考慮する場合あり)  
デッドゾーン中の流れ ≈ 磁場の影響小さい  
(古谷ら,天文学会2016年3月)

## 非圧縮ナヴィエ・ストークス方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

レイノルズ数  $Re=UL/\nu$

乱流の非線形性を表すパラメータ

## 慣性粒子の運動方程式

(重力の影響を入れる場合あり) (小林ら,天文学会2016年3月)

$$St \neq 0$$

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{V} \\ \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{1}{St} (\mathbf{u} - \mathbf{V}) \end{cases}$$

$$St = 0$$

ストークス数  $St=\tau_p/\tau_\eta$

粒子の流体に対する  
追従性を表すパラメータ

(Maxey & Riley, PF 1983)

# 数値計算

## 計算方法

### 乱流場

- 空間: フーリエ・スペクトル法  
数值粘性なし
- 時間: 4次ルンゲ・クッタ法
- $2\pi$  周期境界条件
- 領域2次元分割並列  
(Morishita et al. Parallel CFD 2015)

### 粒子追跡

- 並列版3次スプライン補間  
(Ishihara, Enohata, et al INCS2015)
- 時間: 4次ルンゲ・クッタ法

## 計算条件

### 乱流場

- 格子点数:  $256^3, 512^3, 1024^3, 2048^3$
- 初期条件: 十分発達した場
- $Re = 936 \sim 16100$

### 粒子追跡

- 粒子数:  $128^3, 256^3, 512^3$   
(ランダムな初期位置)
- $St = 0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20$
- 統計量が準定常になるまで、  
十分時間発展させた

Epstein law に従う  $1\text{g}/\text{cm}^3$  のダスト

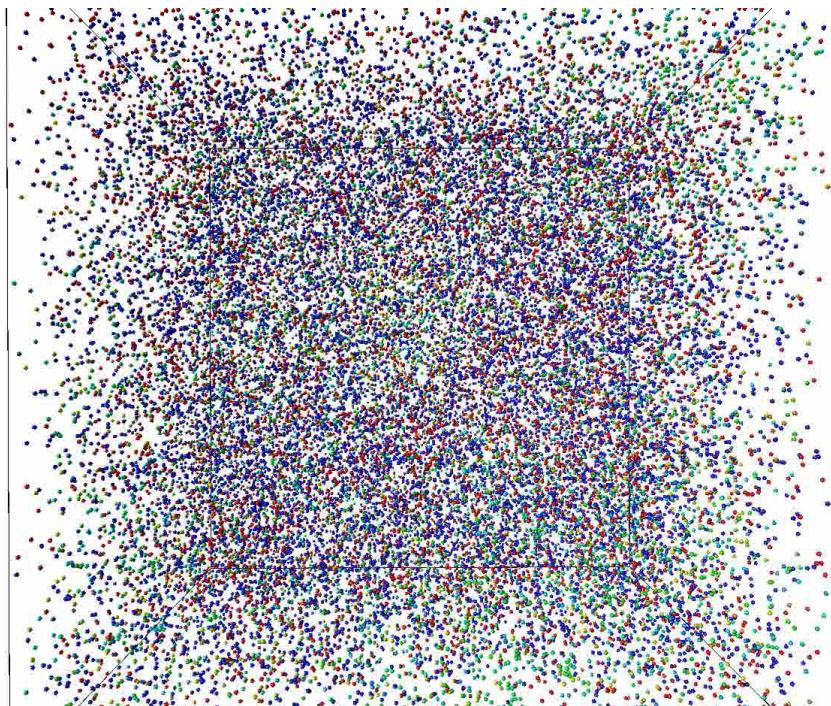
$$\therefore St = 1.5 \times 10^{-2} \left( \frac{\alpha}{10^{-2}} \right)^{1/2} \left( \frac{a_d}{1\mu\text{m}} \right) \left( \frac{r}{1\text{AU}} \right)^{3/4}$$

林モデル

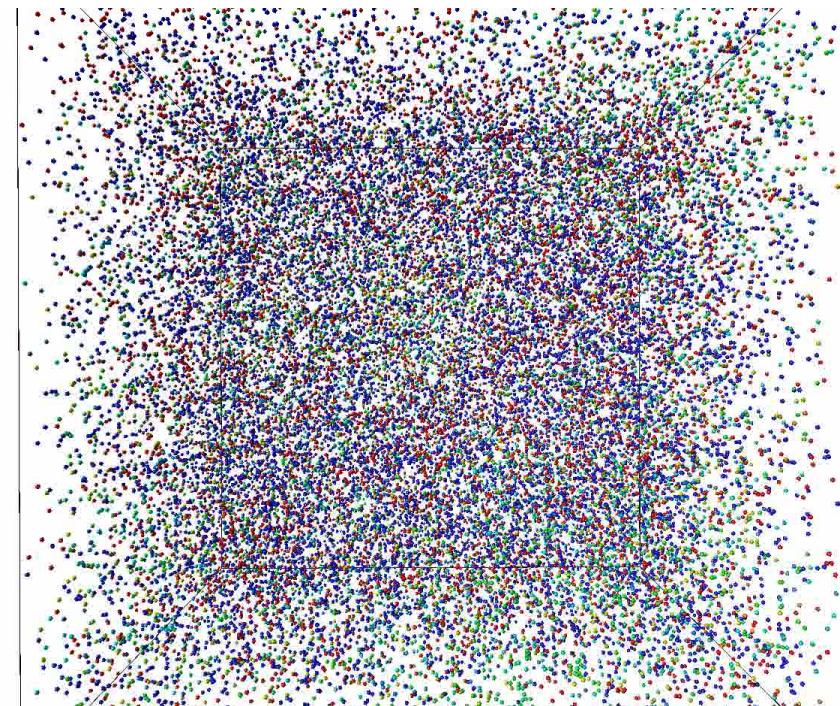
# 慣性粒子の運動

格子点数 $2048^3$ のDNS( $Re=5300$ )の $(1/4)^3$ の領域の可視化

$St=1$



$St=10$



$1.4L$

色: 粒子位置の  $Q$  値

$$Q = \Delta p = \omega^2 / 2 - s^2$$

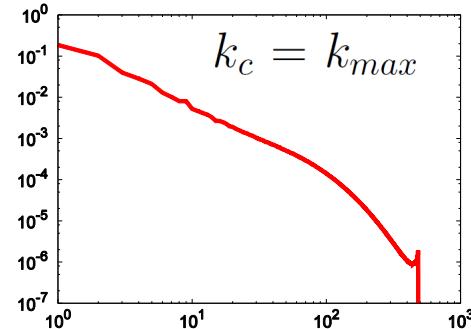
$1.4L$

青:  $Q < 0$  (低渦度領域)

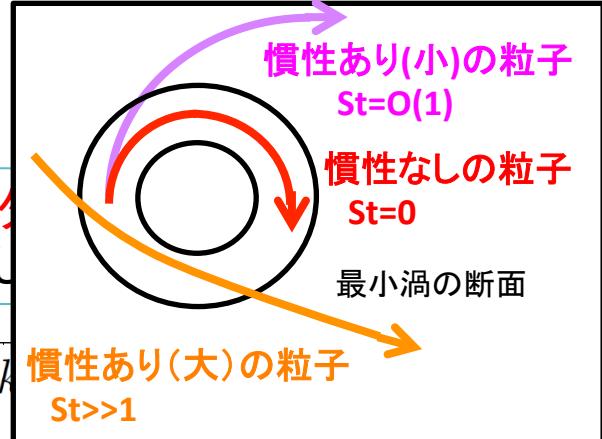
# 慣性粒子の運動と渦度

エネルギースペクトル

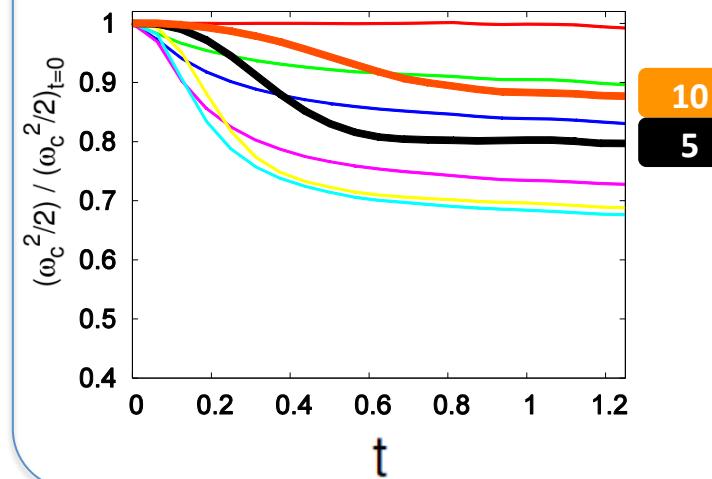
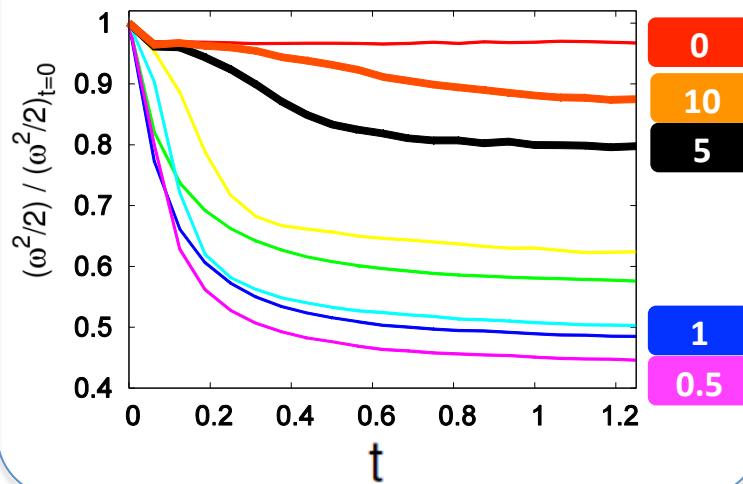
通常のDNSによる乱流場



ローパスフィルタ  
高波数をカットし



粒子位置の渦度



St=5とSt=10はほとんど変化なし

慣性の大きい粒子は小さい渦の影響を受けない

# 動径分布関数(RDF)

動径分布関数  $g(r)$  :  
粒子の濃集度合を表す統計的指標

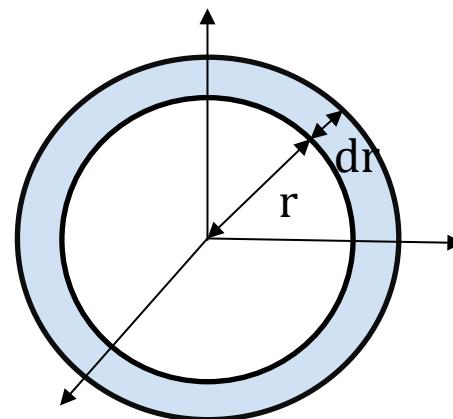
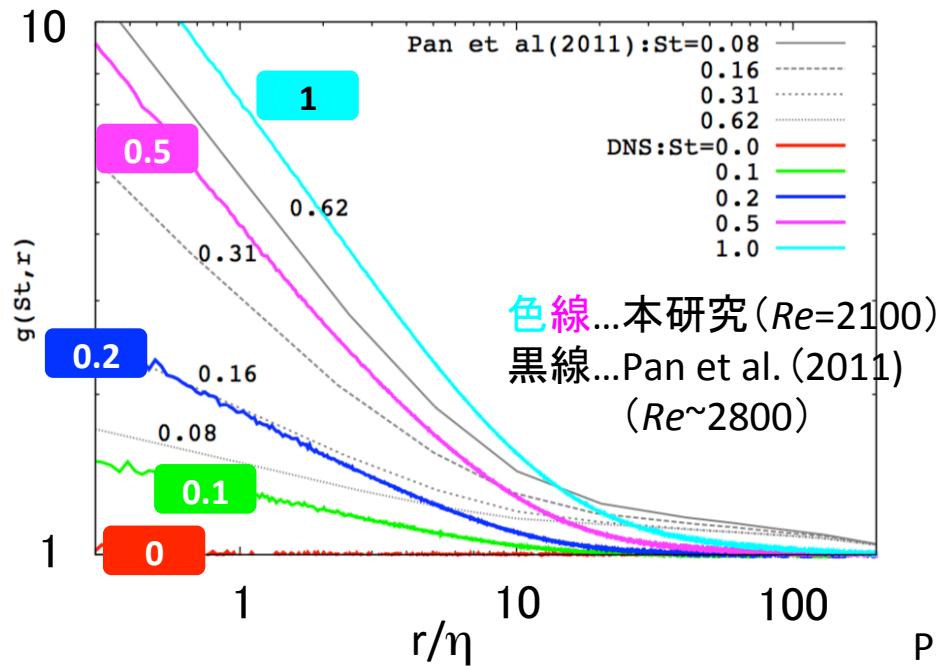
$$g(r) = \frac{p(r)}{4\pi r^2 n dr}$$

$\xi(r)$ は2点相関関数

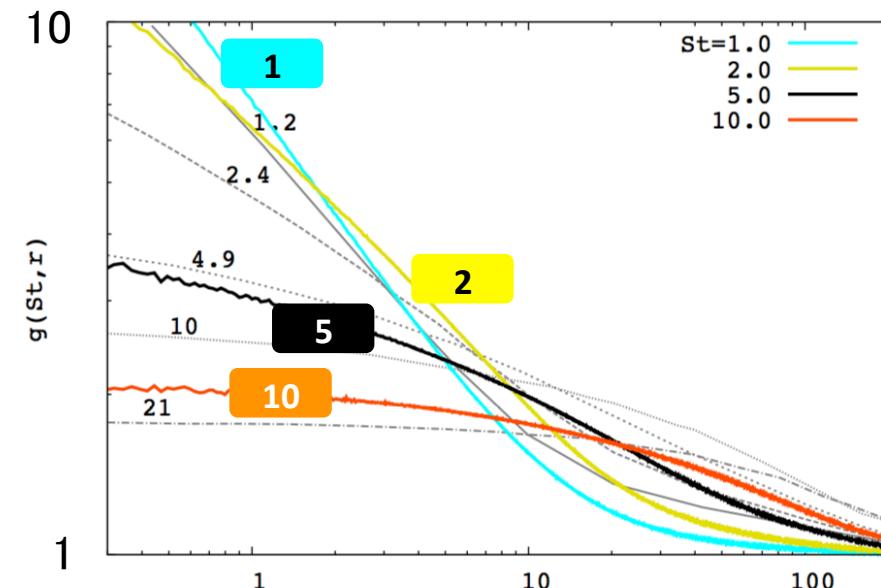
r: 粒子間距離

$p(r)$ : 距離  $r \sim r + dr$  である粒子ペアの数

n: 粒子が一様に分布しているときの  
単位体積当たりの粒子ペアの数



$g(r) \sim 1 \rightarrow$  粒子が一様に分布  
 $g(r) > 1 \rightarrow$  粒子が非一様に分布



Pan et al (2011) ... 数値粘性を用いた圧縮性流体計算

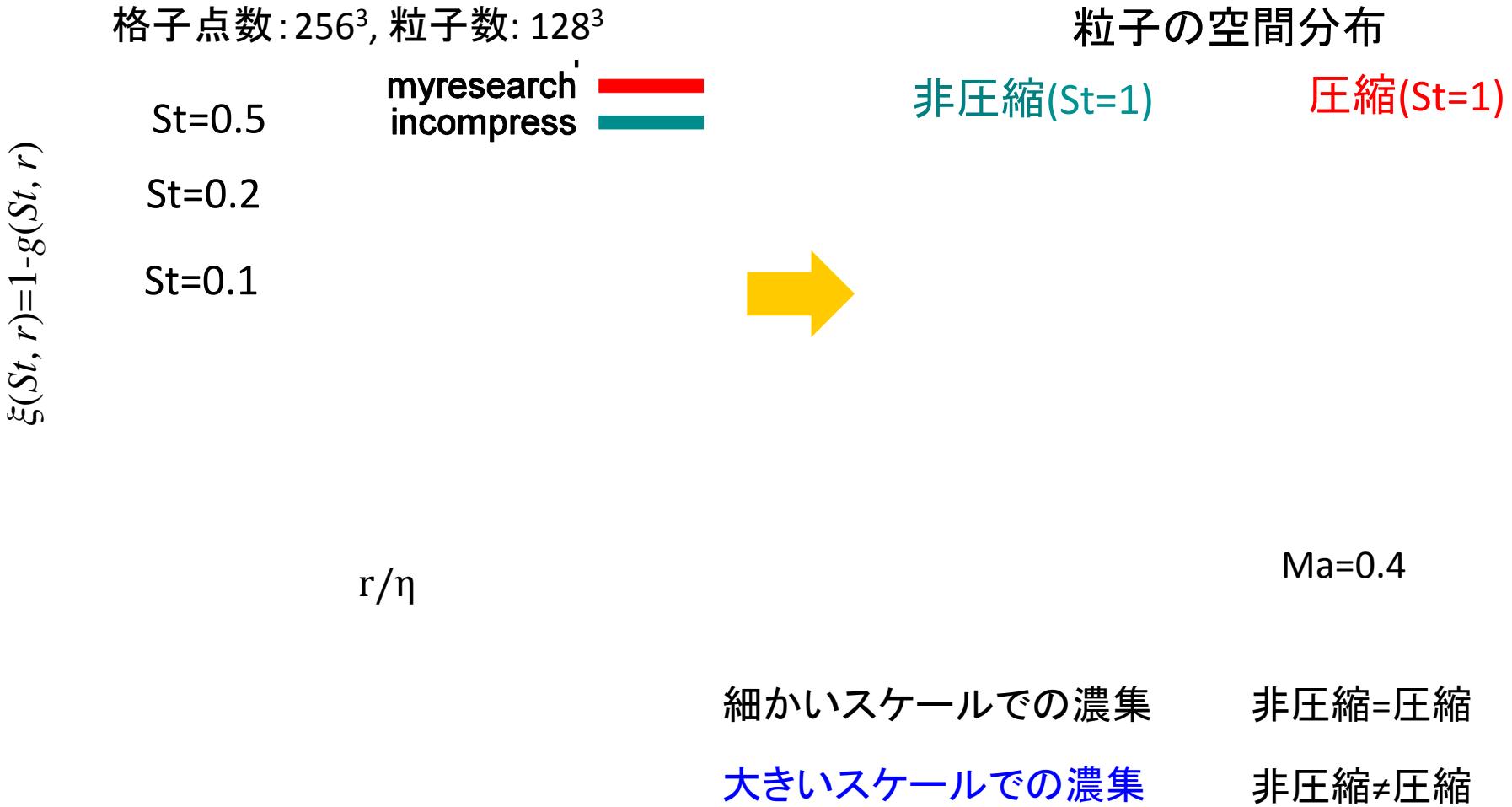
# 2点相関関数

$$\xi(St, r) = \frac{1}{\bar{n}^2} \langle (n(x, t) - \bar{n})(n(x + r, t) - \bar{n}) \rangle = g(St, r) - 1$$

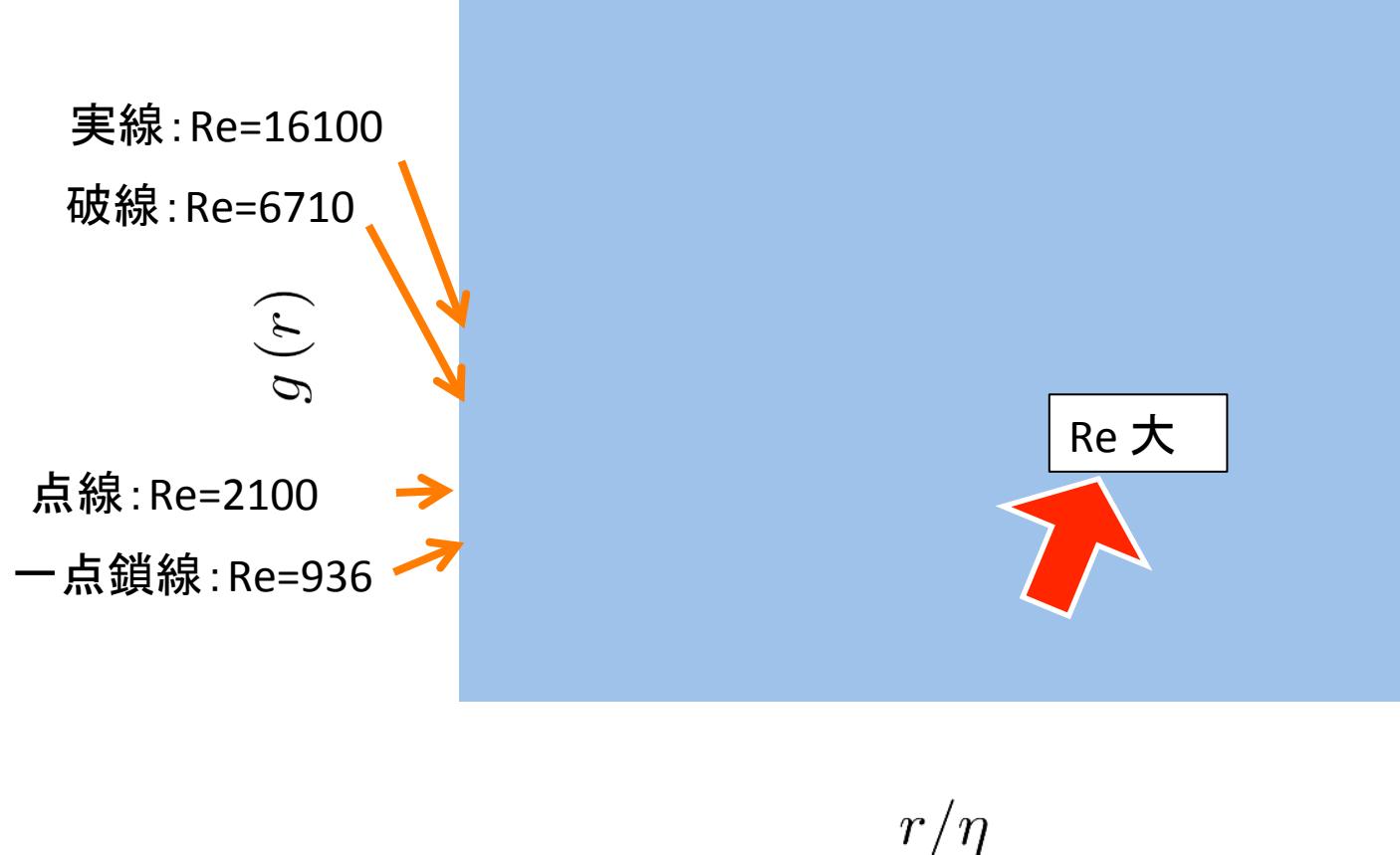
$r/\eta > 10$ での違い

外力の違い?  
圧縮性の影響?

# 非圧縮性乱流DNS vs. 圧縮性乱流DNS(古谷)



# RDFのレイノルズ数依存性

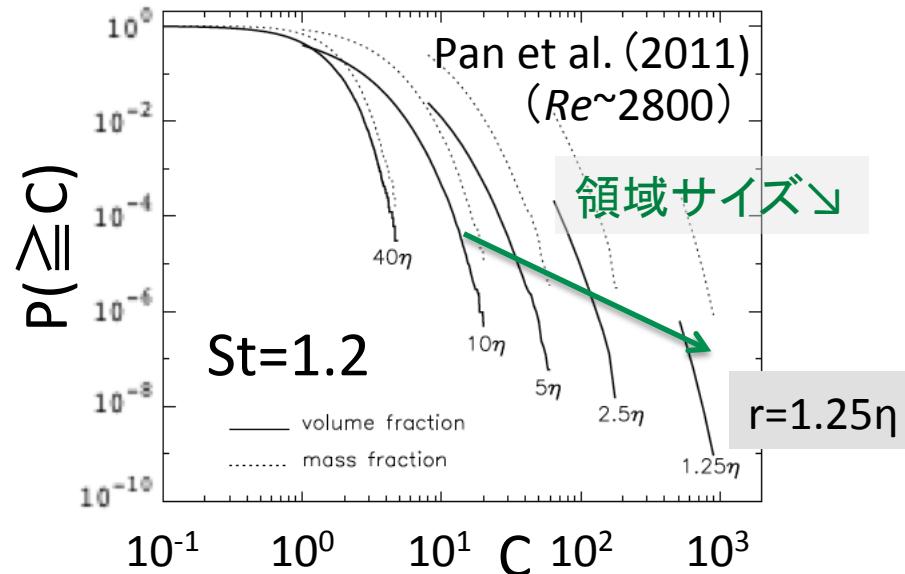


Reが大きいほど、慣性の大きい粒子( $St>1$ )は集まる傾向が強くなる

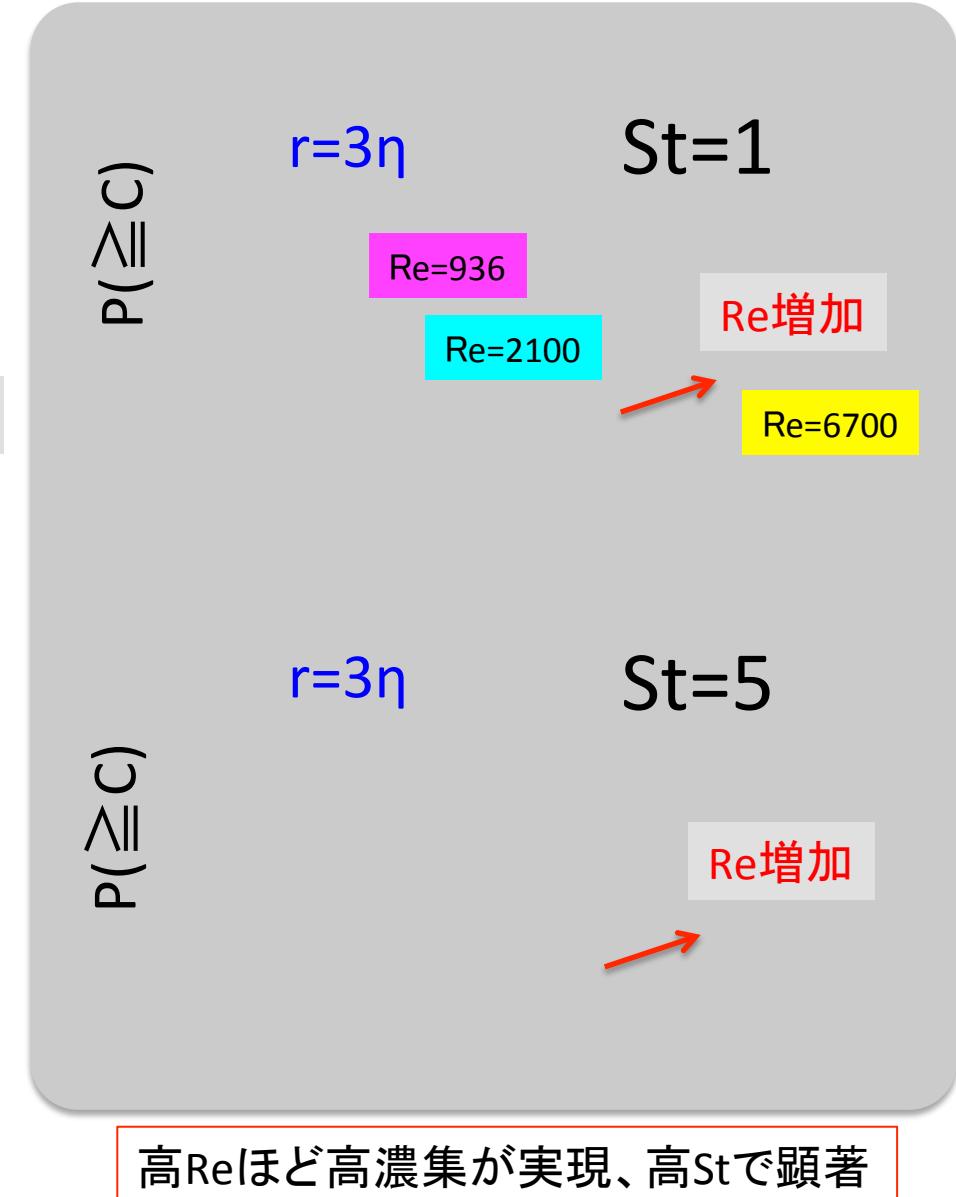
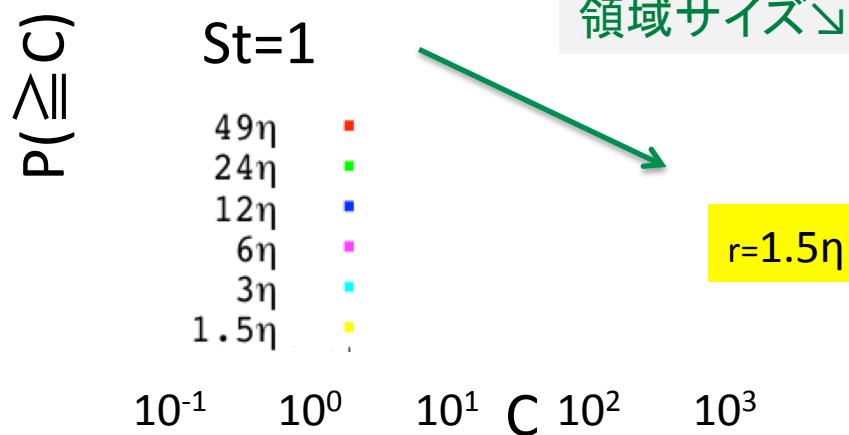
Stの値の小さい粒子ほど集まる傾向のRe依存性は小さい

# 累積確率密度

粒子濃度が  $C$  以上となるサイズ  $r$  の領域を見出す確率密度



本研究 ( $Re=2100$ )



# 衝突頻度

$$N_C(r_1, r_2) = n(r_1)n(r_2)K_C(r_1, r_2) \quad (\text{Saffman \& Turner 1956})$$

$N_C(r_1, r_2)$  半径 $r_1$ の粒子と半径 $r_2$ の粒子が単位時間あたりに衝突する頻度

$n(r)$  半径 $r$ の粒子の数密度

$K_C(r_1, r_2)$  半径 $r_1$ の粒子と半径 $r_2$ の粒子の衝突因子

衝突因子のモデリング (Wang, et al 2000)

$$K_C(r_1, r_2) = \Gamma^{sph} = 2\pi R^2 \langle |w_r|(R) \rangle g(R), \quad R = r_1 + r_2$$

$$\langle |w_r| \rangle / u_\eta \qquad \qquad \qquad g(r, St)$$

RUN 2048-1 粒子数 $512^3$

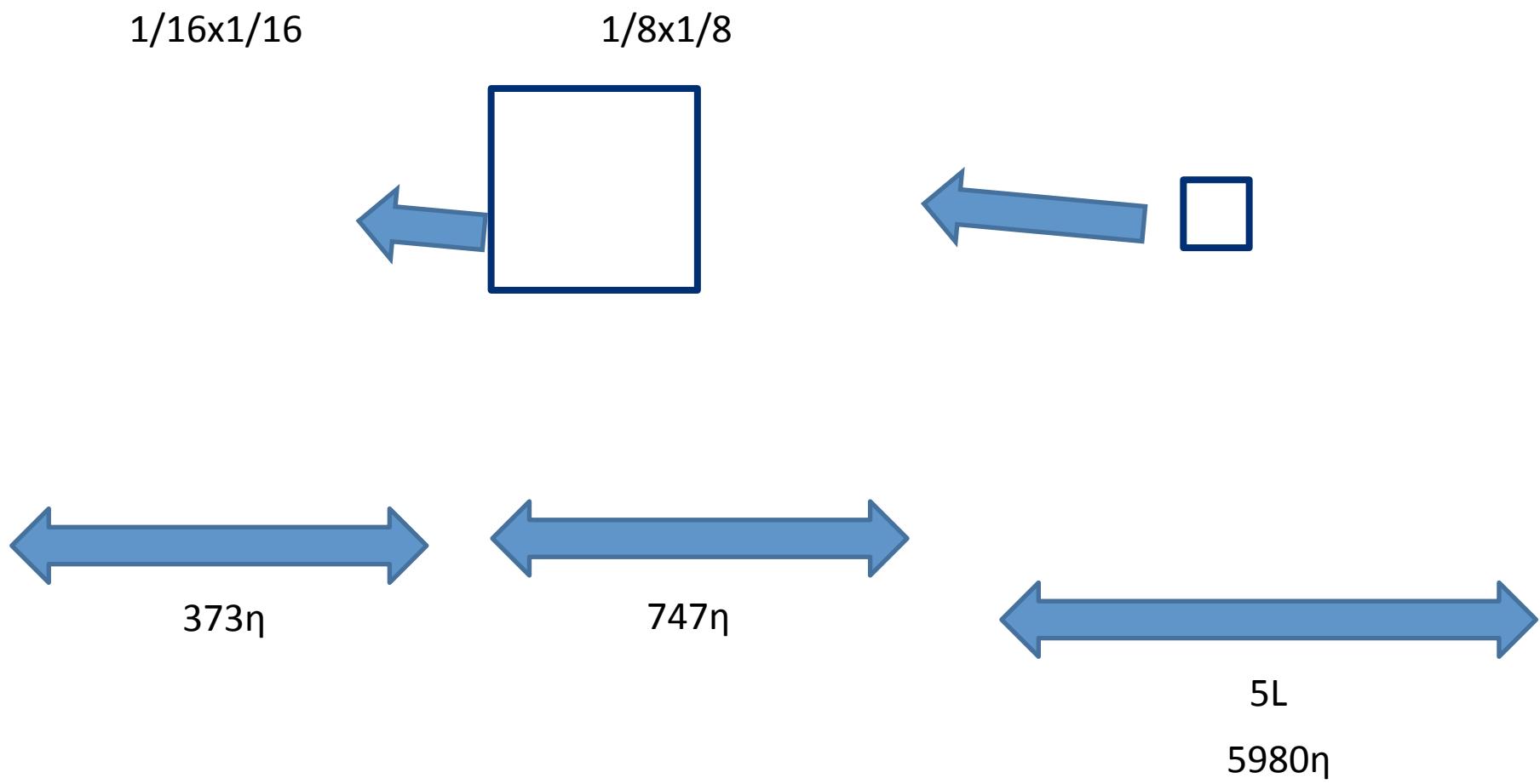
St=1

St=5

St=10

St=20

$St=1.0$

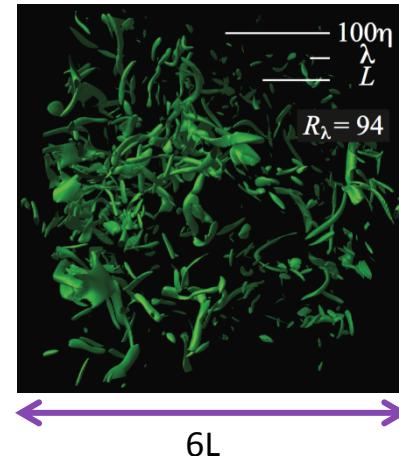


# 乱流の特徴的な構造

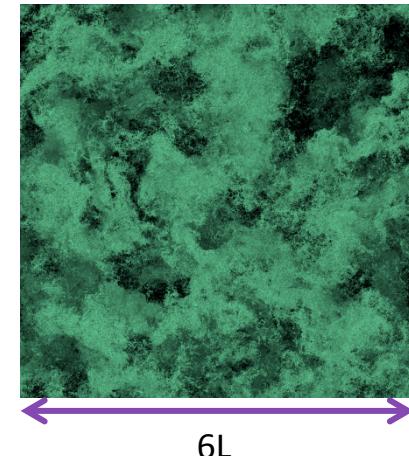
## 先行研究

- $Re$ の増加に伴い、乱流中の  
**強い渦構造**の遷移が起こる  
(Ishihara et al. ARFM 2009)
  - $Re=O(10^2)$ : 管状渦を形成する
  - $Re>10^4$ : 管状渦が渦クラスタを形成

管状渦



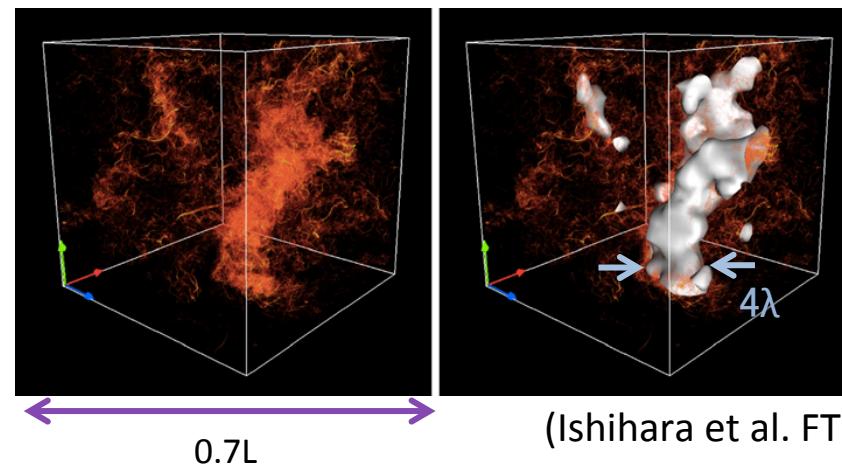
渦クラスタ



## 渦クラスタ

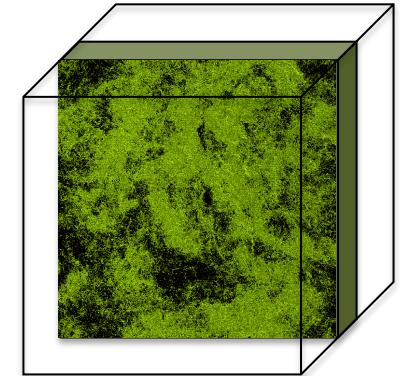
渦クラスタ ≒ 粗視化した渦の強い領域

渦クラスタ(渦密集領域)は  
粗視化した渦の強い領域  
で表せる



# 粗視化した渦の強い領域

全領域の  
各方向1/128の  
sub-domainで  
粗視化した渦の  
エンストロフィの  
等値面(白色)



奥行き:  $4\lambda$

粗視化した渦の強い領域を近似的に渦クラスタと表現する

# 渦クラスタと高濃度領域

St=0.1

St=1

高濃度領域

...sub-domainに粒子が平均  
の2倍以上存在する領域

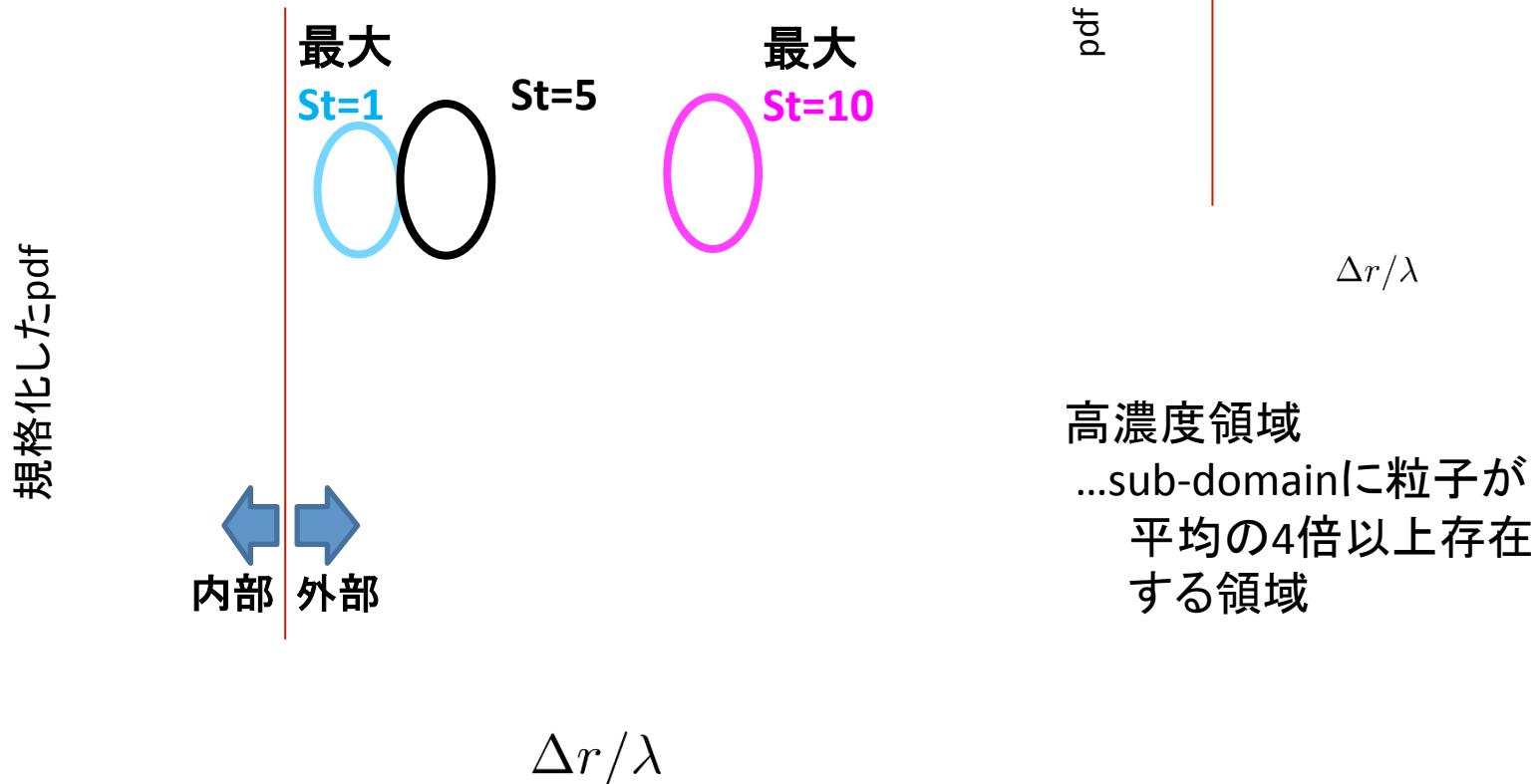
St=5

St=10

# 渦クラスタの端との距離

渦クラスタの端と高濃度領域の距離:  $\Delta r$

負:内部、正:外部



St $\geq 1$ の慣性粒子の高濃度領域は、渦クラスタの外部の際に存在する

$$\text{際}\cdots \Delta r \sim O(\lambda) \ll L$$

$$\lambda \sim L/\text{Re}^{1/2}$$

# 乱流の大規模DNS 結果のまとめ

3次元非圧縮ナヴィエ・ストークス方程式の大規模DNSを用いて、高レイノルズ数乱流( $Re > 10^4$ )中の慣性粒子の運動の追跡シミュレーションを実施し、渦クラスタと粒子の運動の関係性を調べた

- 慣性の大きい粒子
  - 微細な渦の(直接的な)影響をほとんど受けない
  - レイノルズ数が大きくなるほど
    - 集まる傾向が強くなる(←RDF)
    - 高濃度領域を形成する(←累積確率密度)
    - 衝突・合体しやすくなる(←衝突因子)

高レイノルズ数乱流の渦クラスタは  $St \geq 1$  の慣性粒子を吐き出す傾向  
 $St \geq 1$  の慣性粒子は渦クラスタの外部の際に高濃度領域を形成

# 乱流と微惑星形成

原始惑星系円盤ガスは超高レイノルズ数乱流



高レイノルズ乱流の渦クラスタにより  
慣性の大きいダストの濃集が強くなる



高レイノルズ数乱流により  
ダストの衝突合体が**促進**され、  
微惑星の形成が起こる可能性

# 今後の課題

- Re依存性の理解(さらなる大規模計算)
- 鉛直重力が粒子運動に与える影響 (小林)
- 圧縮性乱流
- 電磁流体乱流
- 粒子の衝突・付着・合体シミュレーション (濱端)
- 剪断乱流(MRI)
- ダストからガスへの反作用