**БДЗ №1**

**ПИН-23, Агапов Климент Дмитриевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$183{,}22265625 \cdot 2^{-32} - 908{,}73046875 \cdot 2^{-19}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\left.\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ n & n-1 & n-2 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ n & n-1 & n-2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ n & n-1 & n-2 & \cdots & 1 \end{pmatrix}\right\}$ $n$ строк |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$3x^4 - 2x^3 + 3x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$\arctan x + x^2 - 1 = 0, \quad x_* \in [0, 1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$e^x \sin x \qquad x_0 = 8{,}5,\ x_1 = 8{,}75,\ x_2 = 9$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}} + \cos x \quad \text{на отрезке } [\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{3\pi}{2}] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-2}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-18.1$ | $-9.9$ | $-5.2$ | $0.3$ | $1.3$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_3) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Афанасов Иван Иванович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-92,38671875 \cdot 2^{126} + 2746,1015625 \cdot 2^{-152}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\left.\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & \cdots & n \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & \cdots & n \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & \cdots & n \end{pmatrix}\right\\}$ $2n$ строк |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 2 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\operatorname{sh} x - x^2 - 0.1 = 0, \quad x_* \in [0; 0,2]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$(\sin x)^2 + 2x \qquad x_0 = -1/2,\ x_1 = 0,\ x_2 = 1/2$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \frac{x^2}{1 + x^4} \quad \text{на отрезке } [0; 0,6] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-11.5$ | $-6.8$ | $-2.3$ | $-0.9$ | $-0.9$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{2h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{2h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Гайфуллин Тимур Максимович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$-2092,48046875 \cdot 2^{183} - 1121,28125 \cdot 2^{144}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Массив $X = [x_1, \ldots, x_n]$, $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 2x_1 & x_1+x_2 & x_1+x_3 & \cdots & x_1+x_n \\ x_2+x_1 & 2x_2 & x_2+x_3 & \cdots & x_2+x_n \\ x_3+x_1 & x_3+x_2 & 2x_3 & \cdots & x_3+x_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n+x_1 & x_n+x_2 & x_n+x_3 & \cdots & 2x_n \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$4x^4 + x^3 - x^2 - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$\arccos x + x^2 - 3/2 = 0, \quad x_* \in [0; 0,1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$\frac{\cos x}{1+x^2} \qquad x_0 = 8,\ x_1 = 9,\ x_2 = 10$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = \arccos x \quad \text{на отрезке } [-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-2}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 127 | 217.7 | 344.6 | 514 | 730.9 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0\underbrace{\text{———————}}_{h}x_1\underbrace{\text{———————}}_{2h}x_2\underbrace{\text{———————}}_{h}x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Галыгина Мария Николаевна**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.
Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$-683,6640625 \cdot 2^{120} + 1177,0703125 \cdot 2^{173}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 10$ | $\begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{n} & \cos\frac{2\pi}{n} & \cos\frac{3\pi}{n} & \cdots & \cos\frac{n\pi}{n} \\ \cos^2\frac{\pi}{n} & \cos^2\frac{2\pi}{n} & \cos^2\frac{3\pi}{n} & \cdots & \cos^2\frac{n\pi}{n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos^n\frac{\pi}{n} & \cos^n\frac{2\pi}{n} & \cos^n\frac{3\pi}{n} & \cdots & \cos^n\frac{n\pi}{n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$x^4 + 5x^3 - x^2 + 2 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$\sin(2\arccos x) + x - 1 = 0, \quad x_* \in [0,3; 0,4]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$\frac{x^3 - 1}{x + 1} \qquad x_0 = 4,\ x_1 = 5,\ x_2 = 6$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = \frac{\cos(2x)}{x} \quad \text{на отрезке } [\tfrac{\pi}{6}, \tfrac{\pi}{2}] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-2}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-0.5$ | $-0.9$ | $-3.3$ | $-7$ | $-12.8$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_1) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{2h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Гомулин Иван Викторович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-3155,23046875 \cdot 2^{135} - 2507,328125 \cdot 2^{-42}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Массив $X = [x_1, \ldots, x_n]$, $n \geqslant 10$ | $\begin{pmatrix} x_1 & x_1^2/2! & x_1^3/3! & \cdots & x_1^n/n! \\ x_2 & x_2^2/2! & x_2^3/3! & \cdots & x_2^n/n! \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n & x_n^2/2! & x_n^3/3! & \cdots & x_n^n/n! \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$x^3 - x^2 - 3x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\arctan x + x - 1 = 0, \quad x_* \in [0, 1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\cos(\arcsin x + \pi) \qquad x_0 = -1/2,\ x_1 = 0,\ x_2 = 1/2$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \cos(2x) - \sqrt{x} \quad \text{на отрезке } [\tfrac{3\pi}{4}, \tfrac{5\pi}{4}] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 148.8 | 341.2 | 657.7 | 1126.5 | 1776.5 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_0) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Друновский Александр Борисович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-1593,5859375 \cdot 2^{128} + 1619,09765625 \cdot 2^{141}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & \cdots & 1/n \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/n & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$x^3 - x^2 - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\arccos x + x - 3/2 = 0, \quad x_* \in [0,5; 0,8]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\frac{\cos x + 1}{\sin x} + x^6 \qquad x_0 = 0,8,\ x_1 = 0,9,\ x_2 = 1$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \operatorname{ch}(-x)\cos x \quad \text{на отрезке } [\pi, 2\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 10.4 | 10.8 | 11.5 | 12.2 | 11.4 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'''(x_0) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{------}}_{h} x_1 \underbrace{\text{------}}_{h} x_2 \underbrace{\text{------}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Евграфов Арсений Леонидович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-1619{,}09765625 \cdot 2^{177} - 3866{,}3125 \cdot 2^{-104}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое чётное $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} n & n-1 & n-2 & \cdots & \frac{n}{2} \\ n-1 & n-2 & n-3 & \cdots & \frac{n}{2}-1 \\ n-2 & n-3 & n-4 & \cdots & \frac{n}{2}-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{n}{2}+1 & \frac{n}{2} & \frac{n}{2}-1 & \cdots & 1 \\ \frac{n}{2} & \frac{n}{2}-1 & \frac{n}{2}-2 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$x^4 - 5x^2 + 2 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\frac{\sin x}{x} = 0, \quad x_* \in [3, 4]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$x^2 \ln x \qquad x_0 = 5,\ x_1 = 8,\ x_2 = 10$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \frac{1}{1 + x^4} \quad \text{на отрезке } [\tfrac{1}{2}, 1] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-9.4$ | $-11.7$ | $-12.8$ | $-15.9$ | $-16.7$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{2h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Емелин Егор Дмитриевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-3535,625 \cdot 2^{-156} + 655,0546875 \cdot 2^{123}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} \sin\frac{\pi}{2n} & \sin\frac{3\pi}{2n} & \cdots & \sin\frac{(2n-1)\pi}{2n} \\ \sin^2\frac{\pi}{2n} & \sin^2\frac{3\pi}{2n} & \cdots & \sin^2\frac{(2n-1)\pi}{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin^n\frac{\pi}{2n} & \sin^n\frac{3\pi}{2n} & \cdots & \sin^n\frac{(2n-1)\pi}{2n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$x^4 + 2x^3 + 3x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$x - \cos(2x) = 0, \quad x_* \in [0,5; 1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\sin x \operatorname{sh} x \qquad x_0 = -6,5,\ x_1 = -6,\ x_2 = -5,5$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = x^2 - \sin(x/2) \quad \text{на отрезке } [\tfrac{\pi}{4}, \pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-0.1$ | 2.3 | 4.1 | 7.3 | 10.9 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'''(x_1) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Ерохин Максим Алексеевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$1811{,}3828125 \cdot 2^{-67} - 224{,}11328125 \cdot 2^{-15}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 10$ | $\begin{pmatrix} e & e^{1/2} & e^{1/3} & \cdots & e^{1/n} \\ e^{1/2} & e^{1/3} & e^{1/4} & \cdots & e^{\frac{1}{n+1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{1/n} & e^{\frac{1}{n+1}} & e^{\frac{1}{n+2}} & \cdots & e^{1/2n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$x^5 - 4x^3 - x^2 - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$2^x - 3^x + 1/2 = 0, \quad x_* \in [0,5; 0,8]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\frac{x^4 + x^2 + 1}{x - 1} \qquad x_0 = 1,1,\ x_1 = 1,2,\ x_2 = 1,3$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \arcsin x \quad \text{на отрезке } [-\tfrac{2}{5}, \tfrac{3}{5}] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-2}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 15.9 | 24 | 34.5 | 47.4 | 62.1 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{2h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{2h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Исламов Радмир Рашитович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-3899,69140625 \cdot 2^{98} + 3448,72265625 \cdot 2^{56}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} & \text{\Huge 1} & & \frac{1}{n-1} & \frac{1}{n} \\ & & \cdot & & \\ & \frac{1}{3} & & & \\ \frac{1}{2} & & & \text{\Huge 0} & \\ 1 & & & & \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$5x^4 + x^3 + x^2 + 2x - 2 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\sin(\ln x) = 0, \quad x_* \in [22, 24]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\frac{\sin \frac{x}{\pi}}{x} \qquad x_0 = 23,\ x_1 = 24,\ x_2 = 25$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2} \quad \text{на отрезке } [0,1] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 17.2 | 45.5 | 96.5 | 175.8 | 288.9 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_1) = c_0y(x_0) + c_1y(x_1) + c_2y(x_2) + c_3y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0\underbrace{\text{------}}_{2h}x_1\underbrace{\text{------}}_{2h}x_2\underbrace{\text{------}}_{h}x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Карамышев Алексей Андреевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-2771,97265625 \cdot 2^{73} + 3604,2890625 \cdot 2^{142}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ n-1 & n & n-1 & \cdots & 2 \\ n & n-1 & n-2 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$5x^5 - 15x^3 - x^2 + 3x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$x - e^x + 3/2 = 0, \quad x_* \in [0,5; 1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$e^{\frac{1}{x}}/x^2 \qquad x_0 = 2,\ x_1 = 3,\ x_2 = 4$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = x^2 \sin x \quad \text{на отрезке } [2\pi, 3\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 6.2 | 6.4 | −7 | −41.6 | −100.4 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'''(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Катанаева Екатерина Владимировна**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$1336,9296875 \cdot 2^{17} - 1848,45703125 \cdot 2^{-60}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & \sqrt{2} & \sqrt[3]{2} & \cdots & \sqrt[n]{2} \\ 3 & \sqrt{3} & \sqrt[3]{3} & \cdots & \sqrt[n]{3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & \sqrt{n} & \sqrt[3]{n} & \cdots & \sqrt[n]{n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$x^3 + 3x^2 - 6x + 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\operatorname{sh} x - x - 0,1 = 0, \quad x_* \in [0,7; 0,9]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\frac{1}{1+x^2} \qquad x_0 = -1,\ x_1 = 0,\ x_2 = 1$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \operatorname{sh} x \cos(3x) \quad \text{на отрезке } [2; 2,5] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 6 | 8.6 | 8.9 | 10.3 | 11.8 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_1) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{——————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{——————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{——————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Коновалов Артём Владимирович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$3590,69921875 \cdot 2^{-23} - 617,0234375 \cdot 2^{-52}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\left.\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix}\right\} 2n \text{ строк}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$-x^3 - x^2 + 3x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$\frac{\sin x}{x^2} = 0, \quad x_* \in [2,5; 3,5]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$\frac{3e^{2x}}{x} \qquad x_0 = 7,\ x_1 = 8,\ x_2 = 9$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}} \quad \text{на отрезке } [\pi, 2\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-2}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-10.7$ | $0.4$ | $1.6$ | $2$ | $6.2$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_1) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{2h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Кузнецов Олег Юрьевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$3475,42578125 \cdot 2^{37} - 2086,63671875 \cdot 2^{-87}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Массив $X = [x_1, \dots, x_n]$, $n \geqslant 20$ и целое $p \geqslant 10$ | $\begin{pmatrix} \sum\limits_{k=1}^{p} \frac{x_1^k}{k!} & \sum\limits_{k=1}^{p} \frac{x_2^k}{k!} & \cdots & \sum\limits_{k=1}^{p} \frac{x_n^k}{k!} \end{pmatrix}^\top$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$5x^3 - 5x^2 + 0.5 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$x - \operatorname{tg}(2x) = 0, \quad x_* \in [1,5; 2,2]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\ln(3x) - \sqrt{x} \qquad x_0 = 3,\ x_1 = 4,\ x_2 = 5$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \ln x \sin x + 1 \quad \text{на отрезке } [\pi, 2\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $0.3$ | $-2.5$ | $-1.2$ | $4.1$ | $12.3$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_3) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Купоросов Илья Дмитриевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-1613,2578125 \cdot 2^{-114} - 48,0390625 \cdot 2^{19}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$-5x^3 - x^2 + 3x - 0.5 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$x - \frac{e^x}{x} + \frac{3}{2} = 0, \quad x_* \in [1,3; 1,4]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\cos(\sin(x/\pi)) \qquad x_0 = 4,\ x_1 = 5,\ x_2 = 6$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} \quad \text{на отрезке } [\pi, 2\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-2}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-5.3$ | $-3$ | $-2$ | $-1.6$ | $-3.5$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_1) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Лунев Захар Игоревич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$1663,921875 \cdot 2^{166} - 2767,44140625 \cdot 2^{-148}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \cdots & n \\ -1 & 0 & 1 & \cdots & n-1 \\ -2 & -1 & 0 & \cdots & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -(n-1) & -(n-2) & -(n-3) & \cdots & 1 \\ -n & -(n-1) & -(n-2) & \cdots & 0 \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$-9x^3 + 3x^2 + 6x + 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$4^x - 3^x - 1/2 = 0, \quad x_* \in [0,5; 0,9]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$(\operatorname{th} x)^3 \qquad x_0 = 0,\ x_1 = 0,2,\ x_2 = 0,4$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{на отрезке } [0, 1] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 7.7 | 5.8 | 6.1 | 6.2 | 4.6 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{—————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{—————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{—————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Мирахмедов Эльдар Интигамович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$3029{,}46484375 \cdot 2^{104} + 1827 \cdot 2^2$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\left.\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}\right\\} 2n \text{ строк}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$4x^3 - 6x + 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$\cos(\ln x) = 0, \quad x_* \in [110, 112]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$7\ln x - x \qquad x_0 = 1/2,\ x_1 = 1,\ x_2 = 2$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6}) + \sqrt{x} \quad \text{на отрезке } [1, \pi/2] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 8.9 | 7 | 4.3 | 4.4 | 2 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_0) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Миронов Даниил Святославович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$31,46875 \cdot 2^{-166} - 1720,546875 \cdot 2^{-28}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 2 & 1 & 2 & \cdots & n-1 \\ 3 & 2 & 1 & \cdots & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & n-1 & n-2 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$2x^3 + 5x^2 + 3x + 0.5 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\sin x - \frac{e^x}{10x} = 0, \quad x_* \in [2,5; 3]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\cos\sqrt{x} + 1 \qquad x_0 = 1,\ x_1 = 3,\ x_2 = 5$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = x^2 \sin(3x) \quad \text{на отрезке } [1,5; 2] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-0.6$ | 3 | 9.6 | 16.8 | 27.4 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_1) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———}}_{2h} x_1 \underbrace{\text{———}}_{2h} x_2 \underbrace{\text{———}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Сорокин Федор Александрович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-1167,17578125 \cdot 2^{64} + 402,6875 \cdot 2^{19}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\left.\begin{pmatrix} 1 & & & & & & 1 \\ & 1 & & \text{\Large 0} & & 1 & \\ & & 1 & & 1 & & \\ & \text{\Large 0} & & \ddots & & \text{\Large 0} & \\ & & 1 & & 1 & & \\ & 1 & & \text{\Large 0} & & 1 & \\ 1 & & & & & & 1 \end{pmatrix}\right\\}$ $n$ строк |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$-x^3 - x^2 + 10x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$x \cos x = 0, \quad x_* \in [1, 2]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\sin(\arctan x) \qquad x_0 = 0,\ x_1 = \pi/2,\ x_2 = \pi$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = e^{-x} \cos x \quad \text{на отрезке } [\tfrac{\pi}{2}, \pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-58.8$ | $-9.2$ | $0.1$ | $0.6$ | $21.2$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'''(x_3) = c_0y(x_0) + c_1y(x_1) + c_2y(x_2) + c_3y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Суханов Михаил Григорьевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-315,90234375 \cdot 2^{-193} - 2606,390625 \cdot 2^{-172}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 10$ | $\begin{pmatrix} C_n^0 & C_n^1 & \dots & C_n^n \end{pmatrix}$, $\quad C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 0.5 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$4^x - e^x - 1/2 = 0, \quad x_* \in [0,5; 1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$1/x + \cos x \qquad x_0 = 2,\ x_1 = 3,\ x_2 = 4$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \frac{\operatorname{sh} x}{3x} \quad \text{на отрезке } [0,5; 2,5] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-1.6$ | $0.5$ | $2.5$ | $4.8$ | $7.3$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{------}}_{h} x_1 \underbrace{\text{------}}_{h} x_2 \underbrace{\text{------}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Таипов Айгиз Ильгамович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$1663,921875 \cdot 2^{166} - 2767,44140625 \cdot 2^{-148}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Массив $X = [x_1, \ldots, x_n]$, $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 2x_1 & x_1+x_2 & x_1+x_3 & \cdots & x_1+x_n \\ x_2+x_1 & 2x_2 & x_2+x_3 & \cdots & x_2+x_n \\ x_3+x_1 & x_3+x_2 & 2x_3 & \cdots & x_3+x_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n+x_1 & x_n+x_2 & x_n+x_3 & \cdots & 2x_n \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$x^5 - 4x^3 - x^2 - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$x - \operatorname{tg}(2x) = 0, \quad x_* \in [1,5; 2,2]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$e^x \sin x \qquad x_0 = 8,5,\ x_1 = 8,75,\ x_2 = 9$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = \operatorname{sh} x \cos(3x) \quad \text{на отрезке } [2; 2,5] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 6.2 | 6.4 | −7 | −41.6 | −100.4 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Терехин Кирилл Вячеславович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$1663,921875 \cdot 2^{166} - 2767,44140625 \cdot 2^{-148}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 10$ | $\begin{pmatrix} C_n^0 & C_n^1 & \dots & C_n^n \end{pmatrix}, \quad C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$-x^3 - x^2 + 3x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\frac{\sin x}{x^2} = 0, \quad x_* \in [2,5; 3,5]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\cos(\arcsin x + \pi) \qquad x_0 = -1/2,\ x_1 = 0,\ x_2 = 1/2$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}} \quad \text{на отрезке } [\pi, 2\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-2}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 148.8 | 341.2 | 657.7 | 1126.5 | 1776.5 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'''(x_3) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Терехов Александр Витальевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$-2092{,}48046875 \cdot 2^{183} - 1121{,}28125 \cdot 2^{144}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 10$ | $\begin{pmatrix} C_n^0 & C_n^1 & \ldots & C_n^n \end{pmatrix}$, $\quad C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$3x^4 - 2x^3 + 3x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$\sin(2\arccos x) + x - 1 = 0, \quad x_* \in [0,3; 0,4]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$(\operatorname{th} x)^3 \qquad x_0 = 0,\ x_1 = 0,2,\ x_2 = 0,4$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = \frac{1}{1+x^4} \quad \text{на отрезке } [\tfrac{1}{2}, 1] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 17.2 | 45.5 | 96.5 | 175.8 | 288.9 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'''(x_3) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Терехов Олег Николаевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-2092,48046875 \cdot 2^{183} - 1121,28125 \cdot 2^{144}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} & & & & \frac{1}{n} \\ & \text{\Huge 1} & & \frac{1}{n-1} & \\ & & \cdot & & \\ & \frac{1}{3} & & & \\ \frac{1}{2} & & & \text{\Huge 0} & \\ 1 & & & & \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$3x^4 - 2x^3 + 3x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\arccos x + x^2 - 3/2 = 0, \quad x_* \in [0; 0,1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\frac{\sin \frac{x}{\pi}}{x} \qquad x_0 = 23,\ x_1 = 24,\ x_2 = 25$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \ln x \sin x + 1 \quad \text{на отрезке } [\pi, 2\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $0.3$ | $-2.5$ | $-1.2$ | $4.1$ | $12.3$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_1) = c_0y(x_0) + c_1y(x_1) + c_2y(x_2) + c_3y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0\underbrace{\text{———————}}_{h}x_1\underbrace{\text{———————}}_{h}x_2\underbrace{\text{———————}}_{h}x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Ширяев Александр Александрович**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$31,46875 \cdot 2^{-166} - 1720,546875 \cdot 2^{-28}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & \sqrt{2} & \sqrt[3]{2} & \cdots & \sqrt[n]{2} \\ 3 & \sqrt{3} & \sqrt[3]{3} & \cdots & \sqrt[n]{3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & \sqrt{n} & \sqrt[3]{n} & \cdots & \sqrt[n]{n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$-9x^3 + 3x^2 + 6x + 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$x - e^x + 3/2 = 0, \quad x_* \in [0,5; 1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$\frac{\cos x}{1+x^2} \qquad x_0 = 8,\ x_1 = 9,\ x_2 = 10$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = \ln x \sin x + 1 \quad \text{на отрезке } [\pi, 2\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 17.2 | 45.5 | 96.5 | 175.8 | 288.9 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_1) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Шкурко Дмитрий Алексеевич**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-92{,}38671875 \cdot 2^{126} + 2746{,}1015625 \cdot 2^{-152}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$5x^4 + x^3 + x^2 + 2x - 2 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$4^x - 3^x - 1/2 = 0, \quad x_* \in [0,5; 0,9]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\frac{\cos x}{1+x^2} \qquad x_0 = 8,\ x_1 = 9,\ x_2 = 10$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \frac{1}{1+x^4} \quad \text{на отрезке } [\tfrac{1}{2}, 1] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i)-y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о. и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-11.5$ | $-6.8$ | $-2.3$ | $-0.9$ | $-0.9$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Запасной вариант №1**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$-3535,625 \cdot 2^{-156} + 655,0546875 \cdot 2^{123}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 10$ | $\begin{pmatrix} e & e^{1/2} & e^{1/3} & \cdots & e^{1/n} \\ e^{1/2} & e^{1/3} & e^{1/4} & \cdots & e^{\frac{1}{n+1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{1/n} & e^{\frac{1}{n+1}} & e^{\frac{1}{n+2}} & \cdots & e^{1/2n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$x^4 + 2x^3 + 3x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$x - \frac{e^x}{x} + \frac{3}{2} = 0, \quad x_* \in [1,3; 1,4]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$(\operatorname{th} x)^3 \qquad x_0 = 0,\ x_1 = 0,2,\ x_2 = 0,4$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = \cos(2x) - \sqrt{x} \quad \text{на отрезке } [\tfrac{3\pi}{4}, \tfrac{5\pi}{4}] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-5.3$ | $-3$ | $-2$ | $-1.6$ | $-3.5$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'''(x_3) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Запасной вариант №2**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.
$$3475,42578125 \cdot 2^{37} - 2086,63671875 \cdot 2^{-87}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 10$ | $\begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{n} & \cos\frac{2\pi}{n} & \cos\frac{3\pi}{n} & \cdots & \cos\frac{n\pi}{n} \\ \cos^2\frac{\pi}{n} & \cos^2\frac{2\pi}{n} & \cos^2\frac{3\pi}{n} & \cdots & \cos^2\frac{n\pi}{n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos^n\frac{\pi}{n} & \cos^n\frac{2\pi}{n} & \cos^n\frac{3\pi}{n} & \cdots & \cos^n\frac{n\pi}{n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.
$$x^4 - 5x^2 + 2 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.
$$2^x - 3^x + 1/2 = 0, \quad x_* \in [0,5; 0,8]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.
$$\frac{x^3 - 1}{x + 1} \qquad x_0 = 4,\ x_1 = 5,\ x_2 = 6$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).
$$f(x) = x^2 \sin x \quad \text{на отрезке } [2\pi, 3\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-0.1$ | 2.3 | 4.1 | 7.3 | 10.9 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{2h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{2h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Запасной вариант №3**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-315,90234375 \cdot 2^{-193} - 2606,390625 \cdot 2^{-172}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & \sqrt{2} & \sqrt[3]{2} & \cdots & \sqrt[n]{2} \\ 3 & \sqrt{3} & \sqrt[3]{3} & \cdots & \sqrt[n]{3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & \sqrt{n} & \sqrt[3]{n} & \cdots & \sqrt[n]{n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 0.5 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\arctan x + x^2 - 1 = 0, \quad x_* \in [0, 1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$(\sin x)^2 + 2x \qquad x_0 = -1/2,\ x_1 = 0,\ x_2 = 1/2$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \mathrm{ch}(-x)\cos x \quad \text{на отрезке } [\pi, 2\pi] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-0.6$ | 3 | 9.6 | 16.8 | 27.4 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'''(x_0) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Запасной вариант №4**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$1811,3828125 \cdot 2^{-67} - 224,11328125 \cdot 2^{-15}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\left.\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & \cdots & n \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & \cdots & n \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & \cdots & n \end{pmatrix}\right\\} 2n$ строк |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$-x^3 - x^2 + 10x - 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$x - \frac{e^x}{x} + \frac{3}{2} = 0, \quad x_* \in [1,3; 1,4]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\ln(3x) - \sqrt{x} \qquad x_0 = 3,\ x_1 = 4,\ x_2 = 5$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \cos(2x) - \sqrt{x} \quad \text{на отрезке } [\tfrac{3\pi}{4}, \tfrac{5\pi}{4}] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-1.6$ | 0.5 | 2.5 | 4.8 | 7.3 |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y'(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$

**БДЗ №1**

**ПИН-23, Запасной вариант №5**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/cm/`

1. (а) Представить слагаемые и результат в виде *нормализованного* числа с плавающей точкой двойной точности: $(-1)^s \cdot 2^{e-1023} \cdot 1.f$, где $1.f$ записано в двоичном виде. (б) Если результат неточный (не умещается целиком в мантиссе), то указать относительную погрешность ошибки. Исходные данные в десятичной системе счисления.

$$-2771,97265625 \cdot 2^{73} + 3604,2890625 \cdot 2^{142}$$

2. Написать последовательность инструкций Matlab, формирующих указанную матрицу. Около каждой инструкции указать промежуточный результат в виде матрицы. Разрешается использовать матричные функции (`eye`, `repmat`, `flipud` и др.). Использовать циклы нельзя.

| *Входные данные:* | *Нужно получить:* |
|---|---|
| Целое $n \geqslant 20$ | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & \sqrt{2} & \sqrt[3]{2} & \cdots & \sqrt[n]{2} \\ 3 & \sqrt{3} & \sqrt[3]{3} & \cdots & \sqrt[n]{3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & \sqrt{n} & \sqrt[3]{n} & \cdots & \sqrt[n]{n} \end{pmatrix}$ |

3. (а) Локализовать корни уравнения (для каждого корня $z_i$ указать отрезок $[a_i, b_i]$, содержащий только один этот корень $z_i$). Для *каждого* корня (б) построить итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, сходящийся к корню и (в) указать начальное значение $x_0$. Указание: локализацию проводить перебором интервалов $[a_i, b_i]$ или средствами математического анализа.

$$4x^3 - 6x + 1 = 0$$

4. Известно, что интервалу $[a, b]$ принадлежит *только* корень $x_*$ уравнения (другие корни интервалу не принадлежат). (а) Построить итерационный процесс Ньютона $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ и (б) обосновать какую из границ интервала $[a, b]$ можно принять за $x_0$. Указание: в пункте (б) выяснить знаки производных $f'(x)$ и $f''(x)$ и использовать соответствующую теорему.

$$\arctan x + x^2 - 1 = 0, \quad x_* \in [0, 1]$$

5. (а) Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$ по узлам $x_i$. (б) Оценить сверху погрешность $|R_n(x)|$ приближения функции многочленом.

$$\frac{1}{1+x^2} \qquad x_0 = -1,\ x_1 = 0,\ x_2 = 1$$

6. Заданную функцию будут интерполировать на отрезке $[a, b]$ по чебышёвским узлам с заданной точностью $|R_n(x)| < \varepsilon$. Требуется (а) определить требуемое для заданной точности $\varepsilon$ количество узлов (т.е. степень интерполяционного многочлена плюс 1) и (б) вычислить значения всех узлов и отметить их на действительной оси $Ox$ (если узлов окажется много, ограничиться вычислением значений наименьших 10 узлов).

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{на отрезке } [0,1] \text{ с точностью } \varepsilon = 10^{-3}$$

7. Данные некоторого физического эксперимента представлены в таблице. Характер зависимости $y(x)$ заранее точно неизвестен. Есть предположения, что зависимость может быть линейной, квадратичной или кубической. (а) Методом среднеквадратического приближения построить три типа приближения $y(x)$ (т.е. аппроксимирующие многочлены первой, второй и третьей степеней). (б) Для каждого аппроксимирующего многочлена вычислить среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=0}^{n}(y(x_i) - y_i)^2}$. (в) Выбрать минимальное с.к.о.

и указать соответствующий ему тип зависимости (линейная, квадратичная или кубическая), т.е. наиболее вероятный в проведённом эксперименте.

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-18.1$ | $-9.9$ | $-5.2$ | $0.3$ | $1.3$ |

8. (а) Методом неопределённых коэффициентов составить формулу для вычисления указанной производной по значениям функции в указанных узлах. (б) Раскладывая $y(x_i)$ в ряд Тейлора, определить порядок $p$ погрешности $O(h^p)$ полученной формулы.

$$y''(x_2) = c_0 y(x_0) + c_1 y(x_1) + c_2 y(x_2) + c_3 y(x_3) + O(h^p).$$

$$x_0 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_1 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_2 \underbrace{\text{———————}}_{h} x_3$$