БДЗ №2

ПИН-23, Агапов Климент Дмитриевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2'' = \frac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{ch} x \text{ на отрезке } [-1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^2 x \sin x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 1/5, \; h_2 = 1/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_7^{\infty} \frac{\operatorname{arcctg} \sqrt{x}}{e^{2x}} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 9 & 4 & 4 \\ 3 & -9 & -8 \\ -2 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -4 \\ 2 & 3 & 9 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 9,4 \\ 5,9 \\ 2,1 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.2$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} x^2 y'' - 2y = 3, \\ y(1) = 0, \; y(2) + 2y'(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y'(0) = 1, \; y(2) = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ \dfrac{y_2 - y_0}{2h} = 1, \; y_n = 0 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -9 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -12 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 18 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 13 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -11 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 7 \\ 10 \\ -1 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Афанасов Иван Иванович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \cos x \text{ на отрезке } [\pi/4, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^2 x \sin x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 1/6,\ h_2 = 1/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_1^2 \frac{\ln(x-1)}{1+x^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -6 & 4 & 7 \\ -4 & -4 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -10 & -5 \\ -10 & -8 & -10 \\ -1 & -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 5,8 \\ 9,3 \\ -9,2 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.3$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} 2y'' = \cos x - 1, \\ y(0) = 2, \ y'(1) - 2y(1) = 1, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1, \ y'(2) = 2, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ y_0 = 1, \ \dfrac{y_n - y_{n-1}}{h} = 2 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 9 & -7 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -16 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 12 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -9 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 10 \\ -9 \\ -9 \\ -5 \\ -9 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Гайфуллин Тимур Максимович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2'' = \frac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \ln x \text{ на отрезке } [1,3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-4}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \operatorname{sh} x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/4, \; h_2 = 2/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_7^{\infty} \frac{\operatorname{th} x}{(1+x^2)^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 \\ -6 & -3 & 2 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -10 \\ 7 & 4 & 3 \\ 8 & -1 & 9 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 9,6 \\ -2,1 \\ -2,4 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.3$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} xy'' - 2y' = \cos x, \\ y'(1) = 1,\ y(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0,2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ y_0 = 2,\ \dfrac{y_1 - y_0}{h} = 3 \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -19 & -9 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -15 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -11 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -15 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -10 \\ 10 \\ -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Галыгина Мария Николаевна

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{sh} x \text{ на отрезке } [1,3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-3}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_{-1}^{3} \cos x \operatorname{ch} x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1/2}) \text{ (ф-ла центр. прямоуг.)}; \quad h_1 = 4/8,\ h_2 = 4/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^2 \frac{\ln x}{1 + x^2 + x^3} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 & -10 \\ 7 & 4 & 3 \\ 8 & -1 & 9 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 7 \\ -5 & 3 & -10 \\ 3 & -7 & 3 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -7,5 \\ -8,1 \\ 3,8 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.4$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' - 2y' = 3x, \\ y'(0) = 1,\ y'(1) - y(1) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - yx = 1 \\ y(0) = 1,\ y'(2) = 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - y_i \cdot ih = 1 \\ y_0 = 1,\ \dfrac{y_n - y_{n-2}}{2h} = 4 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} 18 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & -13 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -10 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 14 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & -14 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ -6 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Гомулин Иван Викторович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{ch} x \text{ на отрезке } [-1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-7}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \operatorname{sh} x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/6, \ h_2 = 2/14.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int_2^\infty \frac{\operatorname{arctg} \ln x}{e^x} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -7 & -3 & -8 \\ 6 & -6 & -8 \\ -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 4 \\ 3 & -9 & -8 \\ -2 & 6 & -4 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 8,1 \\ 5,2 \\ 9,1 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.5$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} 2y'' - 3y = 3, \\ y'(0) = 0,\ y'(2) + 2y(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1,\ y'(2) = 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h} = 1 \\ y_0 = 1,\ \dfrac{y_n - y_{n-2}}{2h} = 4 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -19 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & -16 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 22 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -15 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -16 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 1 \\ 3 \\ -9 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Друновский Александр Борисович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \frac{1}{h^2}(2y_0 - 5y_1 + 4y_2 - y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \sin x \text{ на отрезке } [\pi/2, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-3}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_{-1}^{3} \cos x \operatorname{ch} x \, dx; \quad S(h) = h\sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 4/6, \; h_2 = 4/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_{9}^{\infty} \frac{\cos\frac{1}{1-x}}{(1+x^2)^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -8 & 9 \\ -2 & -9 & 5 \\ -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 4 & 7 \\ -4 & -4 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 4,3 \\ 5,8 \\ -1,0 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.3$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' - 2y = \exp x, \\ y(0) = 2,\ y'(1) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + y = x \\ y(0) = 1,\ y'(2) = 2, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + y_i = ih \\ y_0 = 1,\ \dfrac{y_n - y_{n-1}}{h} = 2 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -12 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 10 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -10 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 8 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Евграфов Арсений Леонидович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{sh} x \text{ на отрезке } [1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-4}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_{-1}^{3} \cos x \operatorname{ch} x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 4/8, \; h_2 = 4/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int_{8}^{\infty} \frac{3\cos(3/x)}{e^{2x}} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 6 & -10 & -5 \\ -10 & -8 & -10 \\ -1 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 9 \\ -1 & 8 & -2 \\ -7 & 10 & 2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 5,3 \\ 8,1 \\ -1,3 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.4$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} x^2y'' + 2xy' = \sin x, \\ y(1) = 0,\ y'(3) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1,\ y'(2) = 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ y_0 = 1,\ \dfrac{y_n - y_{n-2}}{2h} = 4 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -11 & -7 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 10 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 20 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 18 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -13 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Емелин Егор Дмитриевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \tfrac{1}{h^2}(2y_0 - 5y_1 + 4y_2 - y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \cos x \text{ на отрезке } [\pi/4, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 x^3 \ln x \, dx; \quad S(h) = \frac{h}{2}\sum_{i=1}^{n}(f(x_{i-1}) + f(x_i)) \text{ (ф-ла трапеций)}; \quad h_1 = 2/6,\ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^2 \frac{\ln(2-x)}{1+x^5} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -9 & 5 & 7 \\ -2 & -8 & -6 \\ -5 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 5 & 7 \\ -2 & -8 & -6 \\ -5 & 2 & 9 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -5,3 \\ 7,2 \\ -3,4 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.6$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' - y' = 2x, \\ y'(0) = -1,\ y'(1) - y(1) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + 4y = x^2 \\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h} + 4y_i = (ih)^2 \\ y_0 = 2,\ \dfrac{y_1 - y_0}{h} = 3 \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -11 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 11 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -12 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 11 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ -10 \\ -7 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Ерохин Максим Алексеевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \ln x \text{ на отрезке } [1,3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 x^3 \ln x \, dx; \quad S(h) = h\sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/6,\ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\cos x}{x^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 10 & 7 & -6 \\ 6 & -5 & -1 \\ -8 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \\ -1 & 9 & -8 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -3,0 \\ -8,1 \\ 1,1 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.7$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} x^2y'' + 2xy' = \operatorname{sh} x, \\ y(1) = 1, \ y'(2) = 1, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0,2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - y = 2 \\ y(0) = 1, \ y(2) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - y_i = 2 \\ y_0 = 1, \ y_n = 3 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -14 & -7 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -14 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 15 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & -15 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -10 & -15 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ -3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Исламов Радмир Рашитович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \ln x \text{ на отрезке } [1,3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-3}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \operatorname{sh} x\, dx; \quad S(h) = h\sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/6,\ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_6^\infty \frac{\operatorname{arctg} x}{e^x} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 3 & -9 & 9 \\ -1 & 8 & -2 \\ -7 & 10 & 2 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 \\ -6 & -3 & 2 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -8,6 \\ 8,4 \\ 9,5 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.1$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} x^2y'' + 3y' = \operatorname{sh} x, \\ y(1) = 1, \ y'(3) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + 4y = x^2 \\ y'(0) = 1, \ y(2) = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h} + 4y_i = (ih)^2 \\ \dfrac{y_2 - y_0}{2h} = 1, \ y_n = 0 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -18 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 9 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 22 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -10 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ 8 \\ -3 \\ -10 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Карамышев Алексей Андреевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \frac{1}{h^2}(2y_0 - 5y_1 + 4y_2 - y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \cos x \text{ на отрезке } [\pi/4, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-4}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_{-1}^{3} \cos x \operatorname{ch} x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 4/6, \ h_2 = 4/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\operatorname{th} x}{(1-x)^3} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -6 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \\ -1 & 9 & -8 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 8 & 6 \\ 1 & -8 & -6 \\ 6 & -5 & -2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 8,9 \\ 9,1 \\ -8,3 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.1$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' + 3y = \exp x + 1, \\ y(0) = 2,\ y'(1) = 1, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ y_0 = 2,\ \dfrac{y_1 - y_0}{h} = 3 \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -10 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & -21 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -17 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & -13 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & 20 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -3 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Катанаева Екатерина Владимировна

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_3'' = \tfrac{1}{h^2}(-y_0 + 4y_1 - 5y_2 + 2y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \cos x \text{ на отрезке } [\pi/4, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-7}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_{-1}^{3} \cos x \operatorname{ch} x \, dx; \quad S(h) = h\sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 4/8,\ h_2 = 4/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\ln x}{2+x^4} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 8 \\ 3 & -10 & -4 \\ 4 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -8 & 9 \\ -2 & -9 & 5 \\ -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -3,1 \\ 9,0 \\ -5,1 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.2$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' = 2\cos x + 1, \\ y(0) = 1,\ y'(1) - 3y(1) = 1, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - y = 2 \\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - y_i = 2 \\ y_0 = 2,\ \dfrac{y_1 - y_0}{h} = 3 \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -10 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -12 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 23 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -5 \\ -9 \\ 8 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Коновалов Артём Владимирович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2'' = \frac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{ch} x \text{ на отрезке } [-1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-6}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \operatorname{sh} x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/4, \ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int_9^\infty \frac{\operatorname{arcctg} x}{e^x} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 & -4 \\ 2 & 3 & 9 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -6 \\ 9 & 2 & -4 \\ 7 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -4,9 \\ 4,8 \\ 6,8 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.4$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} x^3 y'' - 2y = 1, \\ y(0) = 1,\ y(2) + 2y'(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + 4y = x^2 \\ y(0) = 1,\ y'(2) = 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h} + 4y_i = (ih)^2 \\ y_0 = 1,\ \dfrac{y_n - y_{n-2}}{2h} = 4 \ (\text{где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} 14 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 18 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -19 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -15 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -9 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 1 \\ -10 \\ -5 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Кузнецов Олег Юрьевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_3'' = \frac{1}{h^2}(-y_0 + 4y_1 - 5y_2 + 2y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{ch} x \text{ на отрезке } [-1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_3^4 x^2 \cos x \, dx; \quad S(h) = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^{n} (f(x_{i-1}) + f(x_i)) \text{ (ф-ла трапеций)}; \quad h_1 = 1/5, \; h_2 = 1/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int_0^4 \frac{\ln(4-x)}{1+x^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 9 & -2 & 5 \\ 2 & -5 & 9 \\ 6 & -7 & -10 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -2 & 5 \\ 2 & -5 & 9 \\ 6 & -7 & -10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -3,4 \\ -8,2 \\ 4,4 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.3$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} xy'' - 2y' = \operatorname{ch} x, \\ y'(1) = 1, \ y(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1, \ y'(2) = 2, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ y_0 = 1, \ \dfrac{y_n - y_{n-1}}{h} = 2 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & -13 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 18 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -14 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 8 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 3 \\ -6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Купоросов Илья Дмитриевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2' = \tfrac{1}{12h}(y_0 - 8y_1 + 8y_3 - y_4); \quad \text{функ. } y(x) = \sin x \text{ на отрезке } [\pi/2, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-7}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_{-1}^{3} \cos x \operatorname{ch} x \, dx; \quad S(h) = h\sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 4/6,\ h_2 = 4/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\sqrt{x}\sin x}{(x-1)^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -6 \\ 9 & 2 & -4 \\ 7 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 5 & -4 \\ -5 & -5 & 3 \\ 9 & -1 & 7 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 7,5 \\ -4,1 \\ 7,4 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.1$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} 2y'' - x^3 y = 3, \\ y'(0) + 3y(0) = 1, \; y(3) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0,2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + 4y = x^2 \\ y(0) = 1, \; y'(2) = 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h} + 4y_i = (ih)^2 \\ y_0 = 1, \; \dfrac{y_n - y_{n-2}}{2h} = 4 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -19 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -14 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 14 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 12 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 16 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ -1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Лунев Захар Игоревич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2' = \frac{1}{12h}(y_0 - 8y_1 + 8y_3 - y_4); \quad \text{функ. } y(x) = \sin x \text{ на отрезке } [\pi/2, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-3}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \,\mathrm{sh}\, x \, dx; \quad S(h) = h\sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/6,\ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{ch}\, x}{(1-x)^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -6 & 2 & 10 \\ 5 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 7 & -6 \\ 6 & -5 & -1 \\ -8 & 9 & -5 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 4,3 \\ -5,4 \\ 9,3 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.9$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} xy'' - y' = \cos x, \\ y'(1) = 0,\ y(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - y' = 1 \\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h} = 1 \\ y_0 = 2,\ \dfrac{y_1 - y_0}{h} = 3 \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -12 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -14 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & -12 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & -10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 5 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Мирахмедов Эльдар Интигамович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{sh} x \text{ на отрезке } [1,3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \operatorname{sh} x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/4,\ h_2 = 2/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_1^\infty \frac{\operatorname{arctg} x}{e^{2x}} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 10 & 5 & -4 \\ -5 & -5 & 3 \\ 9 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 8 \\ 3 & -10 & -4 \\ 4 & 8 & 4 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -9,2 \\ 4,7 \\ -3,6 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.2$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' - y = \sin x - 1, \\ y'(0) - y(0) = 0, \ y(1) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0,2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1, \ y(2) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h} = 1 \\ y_0 = 1, \ y_n = 3 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} 19 & -7 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -17 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -17 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 19 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -1 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Миронов Даниил Святославович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_3'' = \frac{1}{h^2}(-y_0 + 4y_1 - 5y_2 + 2y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \ln x \text{ на отрезке } [1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-6}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \operatorname{sh} x\, dx; \quad S(h) = h\sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/6,\ h_2 = 2/14.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_5^\infty \frac{\operatorname{th}\sqrt{x}}{1+x^2}dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 1 & -9 & -4 \\ 9 & -2 & -5 \\ 1 & -7 & -6 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -6 & 2 & 10 \\ 5 & -3 & 9 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -8,0 \\ 9,4 \\ -3,1 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.2$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' - y = 3, \\ y'(0) = 0,\ y'(2) + y(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - yx = 1 \\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - y_i \cdot ih = 1 \\ y_0 = 2,\ \dfrac{y_1 - y_0}{h} = 3 \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} 13 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -9 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -16 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 16 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ 6 \\ -10 \\ 4 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Сорокин Федор Александрович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.
Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \frac{1}{h^2}(2y_0 - 5y_1 + 4y_2 - y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \sin x \text{ на отрезке } [\pi/2, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-3}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 x^3 \ln x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1/2}) \text{ (ф-ла центр. прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/4, \ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int_7^{\infty} \frac{\cos(1/x)}{1 + x^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -6 & 8 & 6 \\ 1 & -8 & -6 \\ 6 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -7 & -3 & -8 \\ 6 & -6 & -8 \\ -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -7,1 \\ 7,2 \\ 6,7 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.6$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} 2y'' - y = \operatorname{sh} x - 1, \\ y'(0) - y(0) = 2,\ y(1) = 1, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + y = x \\ y'(0) = 1,\ y(2) = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + y_i = ih \\ \dfrac{y_2 - y_0}{2h} = 1,\ y_n = 0 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -10 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 9 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 15 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & -13 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -9 \\ -7 \\ -4 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Суханов Михаил Григорьевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2' = \frac{1}{12h}(y_0 - 8y_1 + 8y_3 - y_4); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{ch} x \text{ на отрезке } [-1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^2 x \sin x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1/2}) \text{ (ф-ла центр. прямоуг.)}; \quad h_1 = 1/4, \; h_2 = 1/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int_0^3 \frac{\operatorname{ch} x}{(1-x)^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 1 & -5 & 7 \\ -5 & 3 & -10 \\ 3 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -9 & -4 \\ 9 & -2 & -5 \\ 1 & -7 & -6 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -3,9 \\ -6,0 \\ 9,0 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.8$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' - x^2 y = 2, \\ y'(0) + 4y(0) = 1, \ y(1) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1, \ y(2) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ y_0 = 1, \ y_n = 3 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & 16 & -7 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -14 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -11 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 14 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -5 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Таипов Айгиз Ильгамович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \ln x \text{ на отрезке } [1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-4}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 x^3 \ln x\, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/6,\ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^4 \frac{\ln(4-x)}{1+x^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 9 & 4 & 4 \\ 3 & -9 & -8 \\ -2 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -8 & 9 \\ -2 & -9 & 5 \\ -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -3,1 \\ 9,0 \\ -5,1 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.2$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' + 3y = \exp x + 1, \\ y(0) = 2,\ y'(1) = 1, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1,\ y(2) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ y_0 = 1,\ y_n = 3 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -12 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -14 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & -12 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & -10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 5 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Терехин Кирилл Вячеславович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2' = \frac{1}{12h}(y_0 - 8y_1 + 8y_3 - y_4); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{ch} x \text{ на отрезке } [-1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \operatorname{sh} x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/4,\ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_9^\infty \frac{\operatorname{arcctg} x}{e^x} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -7 & -3 & -8 \\ 6 & -6 & -8 \\ -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -6 \\ 9 & 2 & -4 \\ 7 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -4,9 \\ 4,8 \\ 6,8 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.4$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} 2y'' - 3y = 3, \\ y'(0) = 0,\ y'(2) + 2y(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0,2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + y = x \\ y'(0) = 1,\ y(2) = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + y_i = ih \\ \dfrac{y_2 - y_0}{2h} = 1,\ y_n = 0 \ (\text{где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -12 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -14 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & -12 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & -10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 5 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Терехов Александр Витальевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2' = \frac{1}{12h}(y_0 - 8y_1 + 8y_3 - y_4); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{ch} x \text{ на отрезке } [-1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^2 x \sin x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 1/5, \ h_2 = 1/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^2 \frac{\ln x}{1 + x^2 + x^3} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -6 & 2 & 10 \\ 5 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 9 \\ -1 & 8 & -2 \\ -7 & 10 & 2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 5,3 \\ 8,1 \\ -1,3 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.4$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} x^2y'' + 3y' = \operatorname{sh} x, \\ y(1) = 1, \; y'(3) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + y = x \\ y'(0) = 1, \; y(2) = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + y_i = ih \\ \dfrac{y_2 - y_0}{2h} = 1, \; y_n = 0 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -19 & -9 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -15 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -11 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -15 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -10 \\ 10 \\ -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Терехов Олег Николаевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \ln x \text{ на отрезке } [1, 3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-3}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^2 x \sin x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 1/5, \; h_2 = 1/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_7^{\infty} \frac{\operatorname{th} x}{(1 + x^2)^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 3 & -9 & 9 \\ -1 & 8 & -2 \\ -7 & 10 & 2 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -2 & 5 \\ 2 & -5 & 9 \\ 6 & -7 & -10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -3,4 \\ -8,2 \\ 4,4 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.3$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} xy'' - 2y' = \operatorname{ch} x, \\ y'(1) = 1,\ y(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - y = 2 \\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - y_i = 2 \\ y_0 = 2,\ \dfrac{y_1 - y_0}{h} = 3 \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -19 & -9 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -15 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -11 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -15 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -10 \\ 10 \\ -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Ширяев Александр Александрович

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_3'' = \tfrac{1}{h^2}(-y_0 + 4y_1 - 5y_2 + 2y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \cos x \text{ на отрезке } [\pi/4, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-7}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \operatorname{sh} x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/6,\ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\operatorname{th} x}{(1-x)^3} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 \\ -6 & -3 & 2 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -2 & 5 \\ 2 & -5 & 9 \\ 6 & -7 & -10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -3,4 \\ -8,2 \\ 4,4 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.3$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} x^2y'' + 3y' = \operatorname{sh} x, \\ y(1) = 1,\ y'(3) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - y = 2 \\ y(0) = 2,\ y'(0) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - y_i = 2 \\ y_0 = 2,\ \dfrac{y_1 - y_0}{h} = 3 \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} 13 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -9 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -16 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 16 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 10 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ 6 \\ -10 \\ 4 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Шкурко Дмитрий Алексеевич

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются. Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_2' = \frac{1}{12h}(y_0 - 8y_1 + 8y_3 - y_4); \quad \text{функ. } y(x) = \sin x \text{ на отрезке } [\pi/2, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-7}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \operatorname{sh} x \, dx; \quad S(h) = h\sum_{i=1}^{n} f(x_i) \text{ (ф-ла правых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/6,\ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\operatorname{ch} x}{(1-x)^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 \\ -6 & -3 & 2 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 9 \\ -1 & 8 & -2 \\ -7 & 10 & 2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 5,3 \\ 8,1 \\ -1,3 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.4$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} 2y'' = \cos x - 1, \\ y(0) = 2, \ y'(1) - 2y(1) = 1, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1, \ y(2) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ y_0 = 1, \ y_n = 3 \ (\text{где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 9 & -7 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -16 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 12 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -9 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 10 \\ -9 \\ -9 \\ -5 \\ -9 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Запасной вариант №1

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \ln x \text{ на отрезке } [1,3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 x^3 \ln x \, dx; \quad S(h) = \frac{h}{2}\sum_{i=1}^{n}(f(x_{i-1}) + f(x_i)) \text{ (ф-ла трапеций)}; \quad h_1 = 2/6,\ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\sqrt{x}\sin x}{(x-1)^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -6 & 2 & 10 \\ 5 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 4 \\ 3 & -9 & -8 \\ -2 & 6 & -4 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 8,1 \\ 5,2 \\ 9,1 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.5$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} 2y'' - x^3 y = 3, \\ y'(0) + 3y(0) = 1, \ y(3) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + y = x \\ y'(0) = 1, \ y(2) = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + y_i = ih \\ \dfrac{y_2 - y_0}{2h} = 1, \ y_n = 0 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -11 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 11 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -12 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 11 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ -10 \\ -7 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Запасной вариант №2

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \operatorname{sh} x \text{ на отрезке } [1,3]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-3}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_{-1}^{3} \cos x \operatorname{ch} x \, dx; \quad S(h) = h\sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 4/8,\ h_2 = 4/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\cos x}{x^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 & -10 \\ 7 & 4 & 3 \\ 8 & -1 & 9 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 8 & 6 \\ 1 & -8 & -6 \\ 6 & -5 & -2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 8,9 \\ 9,1 \\ -8,3 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.1$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' - y' = 2x, \\ y'(0) = -1, \ y'(1) - y(1) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - y = 2 \\ y(0) = 1, \ y(2) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - y_i = 2 \\ y_0 = 1, \ y_n = 3 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & -13 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 18 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -14 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 8 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 3 \\ -6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Запасной вариант №3

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_3'' = \tfrac{1}{h^2}(-y_0 + 4y_1 - 5y_2 + 2y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \cos x \text{ на отрезке } [\pi/4, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-7}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^2 x \sin x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1/2}) \text{ (ф-ла центр. прямоуг.)}; \quad h_1 = 1/4, \ h_2 = 1/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int_7^{\infty} \frac{\operatorname{arcctg} \sqrt{x}}{e^{2x}} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -6 & 4 & 7 \\ -4 & -4 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 4 & 7 \\ -4 & -4 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 4,3 \\ 5,8 \\ -1,0 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.3$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' - y = 3, \\ y'(0) = 0, \; y'(2) + y(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0,2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y' + y = x \\ y(0) = 1, \; y'(2) = 2, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + y_i = ih \\ y_0 = 1, \; \dfrac{y_n - y_{n-1}}{h} = 2 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & 16 & -7 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -14 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -11 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 14 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -5 \\ 9 \\ 4 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Запасной вариант №4

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_0'' = \tfrac{1}{h^2}(y_0 - 2y_1 + y_2); \quad \text{функ. } y(x) = \cos x \text{ на отрезке } [\pi/4, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-8}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 x^3 \ln x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1/2}) \text{ (ф-ла центр. прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/4, \ h_2 = 2/10.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int\limits_0^1 \frac{\sqrt{x}\sin x}{(x-1)^2} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} 9 & -2 & 5 \\ 2 & -5 & 9 \\ 6 & -7 & -10 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 4 \\ 3 & -9 & -8 \\ -2 & 6 & -4 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 8,1 \\ 5,2 \\ 9,1 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.5$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} y'' - x^2 y = 2, \\ y'(0) + 4y(0) = 1, \; y(1) = 2, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} y'' - y' = 1 \\ y(0) = 2, \; y'(0) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_i}{h} = 1 \\ y_0 = 2, \; \dfrac{y_1 - y_0}{h} = 3 \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -14 & -7 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -14 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 15 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & -15 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -10 & -15 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ -3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

БДЗ №2

ПИН-23, Запасной вариант №5

9	10	11	12	13	14	15	16

Все задачи необходимо снабдить достаточно подробными решениями. Ответы без решения не принимаются.

Справочные материалы: `http://miet.aha.ru/`

9. Даны формула численного дифференцирования и таблично заданная функция $y(x)$ (данные в таблице могут содержать погрешность не более δ). Определить оптимальное значение шага $h_{\text{опт}}$, когда достигается максимально возможная точность данной формулы, а неустойчивость численного дифференцирования ещё себя не проявляет.

$$\text{ф-ла } y_3'' = \frac{1}{h^2}(-y_0 + 4y_1 - 5y_2 + 2y_3); \quad \text{функ. } y(x) = \cos x \text{ на отрезке } [\pi/4, \pi]; \quad \text{погр. } \delta = 10^{-7}.$$

10. Получить (письменно) приближённое значение интеграла I по квадратурной формуле $S(h)$ сначала с шагом h_1, а затем с шагом h_2. Используя метод Рунге, указать насколько значение $S(h_2)$ отличается от истинного значения интеграла I.

$$I = \int_1^3 \sin x \,\mathrm{sh}\, x \, dx; \quad S(h) = h \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \text{ (ф-ла левых прямоуг.)}; \quad h_1 = 2/4,\ h_2 = 2/12.$$

11. Предложить способ вычисления несобственного интеграла на компьютере. Указание: использовать один из методов, рассмотренных на лекции или семинаре.

$$\int_7^{\infty} \frac{\mathrm{arcctg}\, \sqrt{x}}{e^{2x}} dx$$

12. Для заданной матрицы вычислить подчинённую норму матрицы для следующих векторных норм: $||\mathbf{x}||_1 = \sum\limits_i |x_i|$, $||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum\limits_i x_i^2}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 8 \\ 3 & -10 & -4 \\ 4 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

13. Правая часть СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$ содержит погрешность, норма которой равна $||\delta\mathbf{f}||_\infty$. Оценить относительную погрешность нормы решения $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty}$. Указание: воспользоваться оценкой $\dfrac{||\delta\mathbf{x}||_\infty}{||\mathbf{x}||_\infty} \leqslant \mu(A)\dfrac{||\delta\mathbf{f}||_\infty}{||\mathbf{f}||_\infty}$.

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 7 & -6 \\ 6 & -5 & -1 \\ -8 & 9 & -5 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 4,3 \\ -5,4 \\ 9,3 \end{pmatrix}, \quad ||\delta\mathbf{f}||_\infty = 0.9$$

14. Для задачи построить разностную схему с заданным порядком аппроксимации.

$$\begin{cases} x^2y'' - 2y = 3, \\ y(1) = 0,\ y(2) + 2y'(2) = 0, \end{cases} \qquad \text{желаемый порядок аппроксимации } p = 2.$$

15. Для решения (начальной или краевой) задачи, где $x \in [0, 2]$, предложена разностная схема. Определить, аппроксимирует ли разностная схема задачу. Если аппроксимация имеет место, найти её порядок. Указание: использовать разложение в ряд Тейлора.

$$\begin{cases} 3y'' - y' = 1 \\ y(0) = 1,\ y(2) = 3, \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\dfrac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} - \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1 \\ y_0 = 1,\ y_n = 3 \text{ (где } x_n = 2) \end{cases}$$

16. Проверить выполнимость достаточных условий применимости метода прогонки для решения СЛАУ $A\mathbf{x} = \mathbf{f}$. Если эти условия выполняются, решить систему методом прогонки (вычислять можно на компьютере, но в решении указать значения всех прогоночных коэффициентов α_i, β_i).

$$A = \begin{pmatrix} -10 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & -21 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & -17 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & -13 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & 20 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -3 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$